EKSTREM DEĞERLER İSTATİSTİĞİNİN DENEY SONUÇLARINA UYGULANMASI

M. Tuncel YEGÜLALP *)

Malcolm T. WANE **)

ÖZET :

Genellikle, maden yataklarının işletilmesi ile İlgili bir çok problemler özellikler ihtimali taşımaktadır. Bunu doğuran başlıca sebep jeolojik âlemin «random» unsurlar İhtiva etmesidir. İhtimaller teorisi ve istatistik, Jeolojik âlemde olagelen tabii olayların gelecekteki gözlemlemelerinin tahmin edilmesinde faydalı olmaktadır. Bu çalışmanın amacı Ekstrem Değerler tstatlstlğl'nln bu çeşit tahmin problemlerine uygulanışını örneklemek olacaktır, örneğin, jeolojik kayaçların basıya mukavemetinin ölçülmesi proje yapmada gerekli bir bale gelmiştir. Ekstrem Değerler Teorisi, basıya mukavemet dağılımının en küçük bası mukavemetlerini kapsayan tarafını incelemekte son derecede faydalıdır. Proje dağılım fonksiyonuna alt parametreler, ölçülen bütün bası mukavemetlerini kapsayan dağılımın parametrelerinden daha önemlidir. Aşağıda, Ekstrem Değerler Teorisi'nin ana prensipleri örneklerle açıklanmaya çalışılacaktır.

ABSTRACT :

in general, many problems relating to the exploitation of mineral deposits are probabilistic In nature. This derives from the fact that the geologic universe is Inherently random. Probability theory and statistics have been found useful for forecasting the behavior of natural events that occur in the geologic universe. The objective of this paper is to illustrate the application of the theory of extremes to this forecasting problem. For example, it is customary for design purposes to determine the rupture strength of geologic materials. The theory of extremes is exceedingly useful in describing that portion of the frequency distribution of rupture strength which contains the least strengths. Parameters describing the distribution of the least strengths are more important to the designer of mining excavations than parameters describing the total distribution. The basic principles of the theory of extremes will be detailed and illustrated.

I. Giriş :

Tabiatın laboratuvarında çalışması gereken herkes belirsizliğin (uncertainty) bütün maden yataklarında kaçınılmaz bir özellik olduğunun farkındadır. En randımanlı, pratik, kâr getiren ve emniyetli bir maden işletme projesi hazırlamak isteyen bir maden mühendisi kendisini sayısız, yanlış anlaşılagelmiş çoğunlukla donelendirilemeyen hususlarla karşı karşıya bulur. Yeterli bir plânlama için gereken bilgiler ve doneler çoğunlukla ya elde hiç yoktur veya çok az sayıda numuneden veya değeri şüpheli birtakım geçmiş tecrübelerden elde edinilmek zorundadır.

Plânlama işi gerekli detaylar ve bilgiler elde edildiği takdirde en iyi (optimum) bir plân yapmak amacı ile, genellikle önceden çözümlü bir durumun aranması şeklinde olmaktadır. Bu işlerce en önemli taraf, plânı kapsayan operasyonal ve strüktürel modellere konulacak donelerin seçilmesidir. Çok kere geçmiş tecrübelerden kalitatif olarak elde edilen bu değerlere «en muhtemel değerler» denilir. Başka hallerde, yük kayıtları, performans kayıtları, ve malzeme testleri ekstrapolasyon için bir baz teşkil eder. Her ne şekilde olursa olsun, bu değerler ya bir dağılımdan veya bütün değerleri kapsayan bir cümleden (set) alınmaktadır. Dağılımdaki her değer mümkün bir duruma tekabül ettiğine göre, belirli bir değerin seçilmesi bir karar verme kuralı ile olacaktır.

II. Genel BUgiler :

Bunu daha iyi açıklamak için bir yer altı strüktürünün veya bir yarma yüzeyinin plân-

*) Dr Mad. Y. Müh. M.T.A. Ankara.
•*) Prof. Henry Krumb Scholl of Mines, Colombia

lanmasım ele alahm. tik adım, buradaki durumun geometrik özelliği yüzünden muhtemel çeşitli strüktürel davranışların formüle edilmesi olacaktır. Belirli bir strüktürel model için yük, deformasyon, ve malzeme karakteri spektrumlarma bağlı olarak çeşitli şiddetlerde davranışlar mümkündür. Madencileri özellikle ilgilendiren husus, yük altında bir sahrenin davranışı ve kınlısı, yük taşıyamaz hale gelişidir, örneğin, strüktürel stabilitenin olmaması veya çatlamalar yüzünden tam bir çökmenin olması gibi. Böyle bir problemin analizinde gerekil bir unsur malzemenin bası mukavemetidir. Bası mukavemeti ya lâboratuvarda veya sahre kendi orijinal yerinde İken yapılan deneylerle elde edilir. Genellikle, aynı sahrede yapılan çeşitli deneylerin sonuçları birbirinden farkh olur. Bu farkların doğurduğu güçlükleri yenmek için kullanılan metod, bası mukavemetinin dağılım fonksiyonunun bulunup ortalama değerinin (mean) ve bundan olan sapmaların elde edilmesi şeklindedir. Bunun sonucunda elde edilen ortalama değer mukavemet hesaplarında esas alınmakta ve sapma değerlerinden de bu projede ortaya çıkan strüktürün yıkılma ihtimalinin elde edilmesinde faydalanılmaktadır.

özellikle, bası mukavemetinin dağılımı bir normal dağılım ise, ortalama bası mukavemeti bir merkezî temayül ölçüsü ve standart sapma (standard deviation) da bundan olan farklılığın bir ölçüsüdür. Bası mukavemetinin ortalama değerinin 1000 psi. (Ib/inç2), ve standart sapmanın da 200 psi. olduğunu düşünelim. Mukavemet hesaplarında 1000 psi. in kuUamlması emniyetli bir davranış olmayacaktır. Genel bir kurala göre mukavemet hesabımn emniyetli bir netice verebilmesi için bası mukavemeti bir emniyet katsayısı (veya bilinmeyen unsurlar katsayısı) ile küçültülür. Eğer bu katsayı 2 olarak alınırsa hesaplarda kullanılacak değer 500 psi. veya standart sapmanın 2.5 katı olan bir değer olacaktır. İkinci adım, bu hesaplamalara göre yapılacak bir yeraltı açıklığının istenen yükü taşıyamama ihtimalinin hesabıdır. Normal dağılım cetvellerine göre bu şans % 0.621 kadardır.

Pratikteki durum yukarıdaki örnekte gösterildiğinden çok daha karışıktır. Her şeyden önce lâboratuvarda denenen numuneler temsil etmeleri İstenen sahrelere göre son derece küçük olup aranan dağılımın bulunması için gereği kadar deneme de yapılmaz. Normal, Cauchy, ve Student's T dağılımları birbirlerine çok benzerler ve neticede diğer dağılımlarla teorik ilgisi olan Normal dağılımı kabul etmek bir matematik kolaylık olagelmiştir. Fakat bir deneme programından elde edilen sonuçlar incelenmekte olan dağılımın birden fazla (mode) maksimumu olmadığı kanısını uyandırmış ise belirli bir dağılımın kabulü yerine Tchebycheffin teoreminden de faydalanılabilinir.

Kısaca, Tchebycheffin teoremi bu problemin tersi hakkında bilgiler vermeye yarar. Yani, dağılımın matematik formu bilinmediği hallerde ortalama değerin ve standart sapmanın ne dereceye kadar bu dağılımı karakterize ettiğini gösterir. Eğer P (z), bilinmeyen ihtimal kanununa göre her z > 0 için [X : m - Z f f < x <m + Zff] gibi bir aralıkla ilgili ihtimali ifade ediyorsa Tchebycheffin teoremine göre

$$P(z) = F(m+z\sigma) - F(m-z\sigma) = \int_{m-z\sigma}^{m+z\sigma} f(x)\,dx \geqslant 1 - \frac{1}{z^2} \text{ dir.}$$

Burada F bilinmeyen ihtimal kanununa göre olan dağılım fonksiyonudur. Yukarıda verilen örneğe göre m = 100, <y — 200 ve bası mukavemetinin (1000 ^ 500) aralığı içinde kalma ihtimali de P (z) > 1 — 1/(2 5)2 = 0.84 olacaktır. Eğer bilinmeyen dağılım simetrik ise bası mukavemetinin 500 psi. den az olma ihtimali % 8 olacaktır. Burada hakiki dağılım fonksiyonunun matematik formunun bilinmemesinden doğan kayıplara dikkati çekmek isteriz.

Yukarıdaki örneğe benzerlikte olan bir çok örnekleri maden endüstrisi ile ilgili problemlerde görmek mümkündür. Yani bizi ilgilendiren önemli nokta yük taşıyamama karakteristiği ve bunun olagelme ihtimalidir. Bu sebeplerden tabiî olarak dağılımların kuyruk (tail) denen kısımlarının analizi daha uygun bir hareket olarak düşünülebilir. Bu kısımları en randımanü olarak incelemeye yarayan istatistik bilgiler ekstrem değerler istatistiğinin konusuna girer.

m. Extrem değerler istatistiğinin **teorisi** ve uygulaması :

Extrem değerler istatistiği bir dağılımla ilgili ekstremlerin analizi ve başka ekstremlerin tahmini ile ilgilenir. Diğer istatistik teorilerinde de olduğu gibi bu teori de germişte varit olan şartların gelecekte de varit olacağı, trendlerin ve periyodik hareketlerin istatistik gözlemlerden ayıklanmış olması gerekçesine dayanır. Ekstrem değerler teorisi bir çok problemlere başarı ile uygulanmıştır. Bu problemler arasında ekstrem rüzgâr hızları, yağışlar, seller, kuraklıklar, metallerde yorulma, [2] ve zelzele şiddetleri [3] gibi problemleri sayabiliriz. Aşağıda ekstrem değerler teorisinin ana prensipleri daha sonra bahsedilecek uygulamanın daha iyi anlaşılması amacı ile özetlenmiştir. Daha geniş bilgi için bu konuda yazılmış kitaplara baş vurulması gerekir.

Sürekli bir random değişken X, bunun yoğunluk fonksiyonu f (x) ve ihtimal fonksiyonu F (x)'i ele alalım. Burada F (x), X'in x'e eşit veya daha küçük olmasının ihtimalidir ve P (x) =1 — F (x) olarak tariflenmiştir. Ekstrem değerler istatistiği literatüründe sık sık adı geçen iki ana mefhum vardır. Bunlar «intensité fonksiyonu» (intesity function) veya «tehlike oram» (hazard rate), ve «tekrarlama periodu» (return period) diye adlandırılırlar.

Intensité fonksiyonu =

$$\mu(x) = \frac{f(x)}{P(x)} > f(x) \geqslant 0 \qquad [1]$$

Bu fonksiyon, x'e eşit veya daha büyük olduğu bilinen random değişken X'in x ve x + dx aralığı içinde olma ihtimalini verir.

Tekrarlama periyodu = T (x)

$$T(x) = \frac{1}{P(x)} > 1 \qquad [2]$$

Tekrarlama periyodu ise x'e eşit ve daha büyük bir değer elde edebilmek için gerekli ortalama gözlem sayısıdır. Bunun kullanılışına ileride temas edeceğiz.

Farzedelim W $x_1, x_2 \ldots x_n$ F (x) gibi bir ihtimal fonksiyonuna göre dağılmış **bir** topluluktan alınmış bir numune olsun, ve üstelik $x_1 \leq x_2 \leq \ldots \leq x_n$ olsun. Bizi ilgilendiren, böyle guruplardaki en küçük ve en büyük değerlerin dağılımını incelemek olacaktır. Kolayca ispatlamak mümkündür ki, [8] *) G> (x) = Fn (x); ve en küçük değerlerin ihtimal fonksiyonu ır$_n$ (x) = P" (x) olarak yazılabilir. Genellikle en büyük değerlerin ihtimal fonksiyonuna tekabül eden bir de en küçük değerlerin ihtimal fonksiyonu mevcuttur. Bu özelliğe simetri prensibi de denilir, ve teorik çalışmanın ya en büyük veya en küçük değerler üzerinde yapılarak sonuçların diğerine de uygulanması kolaylığını doğurur. Bu sonuç eğer ana fonksiyon simetrik ise hemen kolayca görülebilen bir sonuçtur. Eğer ana fonksiyon simetrik değilse aradaki ilgi yine de bir dereceye kadar mevcuttur. (Tablo I'e bakınız).

Ekstremlerin asimptotik teorisi denilen ikinci kısım asimptotik formlarla ilgilenir ve ana fonksiyon hakkında hiç bir bilgiyi gerektirmez. Asimptotik teoride akla ilk gelen, n arttığı zaman ç>$_n$ (x)'in ne olacağıdır. Yani

$$\Phi(x) = \lim_{n \to \infty} \Phi_n(x) \qquad W$$

ne gibi bir form alacaktır? Kolayca gösterilebilir ki

$$\Phi_n(x) = F^n(x) = e^{n \, Ln \, F(x)} \qquad [5]$$

şeklinde yazılabilen ihtimal fonksiyonu n sonsuza gittiği takdirde belirsiz hale gelmektedir. Bu probleme çözüm arayanlardan Frechet, Fisher, ve Tippet bir stabilité postülası kabul ettiler. Bu postülayı aşağıdaki gibi açıklamak mümkündür: Farzedelim ki elde her birinde n eleman olan N numune gurubu olsun. Her guruptan en büyük eleman alınsın. Böyle elde edilen N elemanlı gurubun en büyüğü aynı zamanda Nn sayıda olan bütün elemanların da en büyüğü olacaktır. Bu sebepten Fisher ve Tippet, Nn sayıdaki bir gurubun en büyüğünün dağılım fonksiyonunun n sayıda elemandan meydana gelen gurubun en büyüğünün

*) Parantez İçindeki rakamlar referans numaralarını göstermektedir.

Tablo : I. — Ekstrem Değerlerin Asimptotik Dağılım Fonksiyonları

TİP	EN BÜYÜK DEĞERLER	ŞARTLAR
I (Exponential)	$\Phi^{(1)}(x) = e^{-e^{-\alpha(x-\theta)}}$	$\infty > X > -\infty$ $0 < \alpha$
II (Cauchy)	$\Phi^{(2)}(x) = e^{-\left(\frac{\theta-\varepsilon}{x-\varepsilon}\right)^{k}}$	$\theta > \varepsilon \quad X \geq \varepsilon$ $k > 0$
III (Limited)	$\Phi^{(3)}(x) = e^{-\left(\frac{\omega-x}{\omega-\theta}\right)^{k}}$	$\omega > \theta \quad X < \omega$ $k > 0$
TİP	**EN KÜÇÜK DEĞERLER**	**ŞARTLAR**
I (Exponential)	$\pi^{(1)}(x) = e^{-e^{\alpha(x-\theta)}}$	$\infty > X > -\infty$ $0 < \alpha$
II (Cauchy)	$\pi^{(2)}(x) = e^{-\left(\frac{\omega-\theta}{\omega-x}\right)^{k}}$	$\theta < \omega \quad X \leq \omega$ $k > 0$
III (Limited)	$\pi^{(3)}(x) = e^{-\left(\frac{x-\varepsilon}{\theta-\varepsilon}\right)^{k}}$	$\varepsilon < \theta \quad X > \varepsilon$ $k > 0$

dağılımı ile aynı olduğunu (bir lineer transformasyonla) iddia ettiler. Yani

$$\Phi^{n}(x) = \Phi(a_n x + b_n) \qquad [6]$$

Burada, $\Phi(a_n x + b_n)$ en büyük değerin bilinmeyen asimptotik dağılımı, ve $a_n > 0$; b_n, büyük olduğu kabul edilen n'in bilinmeyen fonksiyonlarıdır. Yukarıdaki [6] numaralı fonksiyonun çözümü sadece ve sadece üç tip asimptotun olabileceğini gösterir. Bunların formları Tablo I de gösterilmiştir. $\Phi(x)$, en büyük değerlerin x'den daha küçük olmasının asimptotik ihtimalini; $\pi(x)$ ise en küçük değerlerin x'e eşit veya daha büyük olmasının asimptotik ihtimalini gösterir. Parametreler öyle seçilmiştir ki

$$\Phi(\theta) = \pi(\theta) = 1/e \qquad [7]$$

dir, ω x'in en üst, ε ise en alt limitini ifade eder, ve k boyutsuz bir parametredir.

Asimptotik teori asıl teoriden bir parça ayrılır. Burada birbirini takip eden bir kaç numune birbirlerine bağlı dahi olsalar teori yine de uygulanabilir. Bundan başka, asimptotik teori ana dağılım bilinmediği halde yalnız numuneler veya gözlemler kullanılarak uygulanabilir, ikinci ve üçüncü tip asimptotik dağılımların analizi gösterir ki bunlar birinci tip dağılımla logaritmik bir transformasyon vasıtası ile ilgilidirler.

Bu son özelliği esas alarak çeşitli grafik kâğıtları yapılmıştır. Bunlar gözlemlenen dağılımların çizimi ile hangi tipe daha çok uydukları gözle kolayca anlaşılma kolaylığını sağlarlar. Şekil 1. Gumbel'in ekstrem ihtimal kâğıdım göstermektedir. İhtimaller $\Phi(x)$, ve tekrarlama periyodu T (x) yatay eksende gösterilir. Kolaylık için basitleştirilmiş değişken (reduced variable) $\{ y = -\ln(-\ln \Phi(x)) \}$ de grafik kâğıdının en altına işaretlenmiştir. Ekstrem değerler X ise düşey eksene işaretlenir. Şekil 1. aynı zamanda en büyük ve en küçük değerlere tekabül eden her üç dağılımın genel şekillerini de göstermektedir. Burada sürekli eğrilerle en küçük, noktalı eğrilerle de en büyük değerlere ait asimptotik dağılımlar gösterilmiştir.

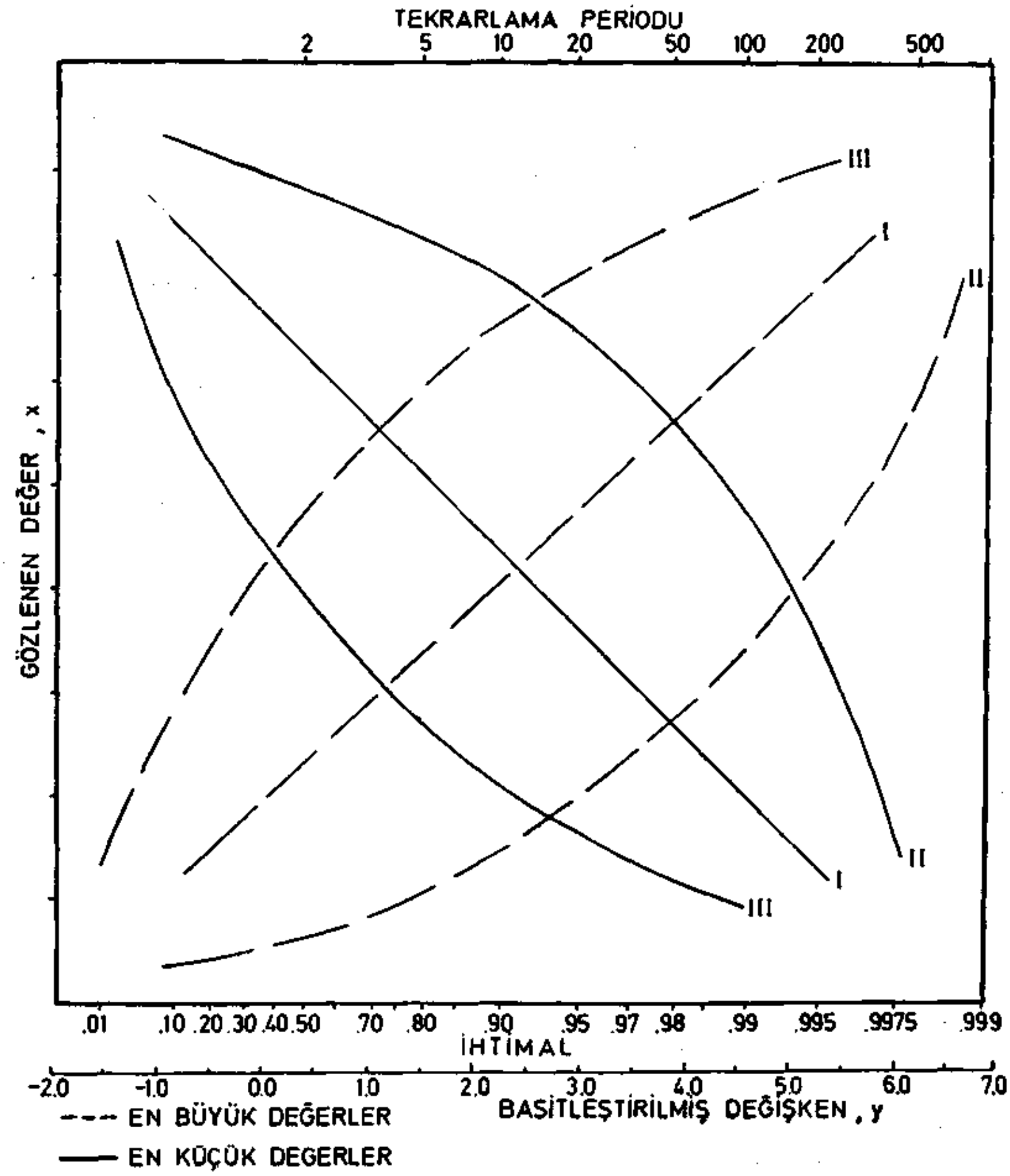
Ekstrem değerlerin asimptotik teorisinin nasıl kullanıldığı kaya mekaniğine olan **bir** uygulama ile örneklenebilir. Burada en küçük bası mukavemetinin dağılımı, ortalama bir bası mukavemeti etrafındaki dağılımdan çok daha önemlidir. Bu örnek için gerekli bilgiler

Kanada'da Alberta eyaletinin Coleman belgesindeki McGiUvray madeninde yapılmış olan bir seri yer altı sondajından elde edilen karotlarla yapılan başı mukavemeti deneylerinden elde edilmiştir [4]. Her 5 feet uzunluğundaki bir karot üzerinde yapılan deneylerde elde edilen en küçük bası mukavemeti analiz edilmek üzere kaydedilmiştir (Tablo II). Böylece, etraftaki formasyonlara ait en küçük bası mukavemetini örnekleyen 50 numune elde edilmiştir.

îlk adım bu değerleri büyükten küçüğe doğru sıralamak ve en büyüğüne 1 olmak üzere sıra numarası vermektir. Eğer aynı değerde iki numune varsa bunlara ortalama sıra numarası verilmiştir. Bu değerleri özel grafik kâğıdına geçirmek için bunlara ait olan noktalama yerlerinin veya izafi ihtimallerin (p_i) hesaplanması gerekir. Bunlar

$$p_i = \frac{m_i}{n + 1} \qquad [8]$$

bağıntısı kullanılarak elde edilir. Burada Pj, x.'ye alt noktalama yeri; ni;, x/nin sıra numarası ve n ise toplam numune adedini ifade etmektedir. Tablo U. de 50 numuneden elde edilelen bu değerlerin grafiğe geçilmiş şekli (kesikli çizgi) görülmektedir. Buradan da an-



laşılacağı gibi, dağılımın şekli üçüncü tip asimptotik dağılıma uymaktadır.

Tablo II.

Numune No.	Bası muk. 1000 psi.	Sıra No.	Bası Muk. 1000 psi	İhtimal
1	15.7	1	35.8	0.019
2	22.9	2	34.7	0.039
3	29.2	3	34.0	0.058
4	23.6	4.5	33.0	0.088
5	26.4	4.5	33.0	0.088
6	26.0	6	32.2	0.117
7	22.0	7	31.8	0.137
8	9.8	8	31.3	0.156
9	3.6	9	29.2	0.176
10	21.4	10	27.3	0.196
11	7.8	11	26.8	0.215
12	13.0	12.5	26.6	0.245
13	18.6	12.5	26.6	0.245
14	34.0	14	26.4	0.274
15	26.8	15.5	26.1	0.303
16	16.7	15.5	26.1	0.303
17	12.5	17	26.0	0.333
18	13.3	18	25.8	0.352
19	7.2	19	24.7	0.372
20	35.8	20	24.5	0.392
21	20.2	21	23.6	0.411
22	25.8	22	23.1	0.431
23	33.0	23	22.9	0.450
24	20.8	24	22.5	0.470
25	21.2	25.5	22.0	0.500
26	26.1	25.5	22.0	0.500
27	16.0	27	21.4	0.529
28	31.8	28	21.2	0.549
29	9.8	29	20.9	0.568
30	26.1	30	2Q.8	0.588
31	20.9	31	20.4	0.601
32	12.4	32	20.2	0.627
33	15.9	33	18.6	0.647
34	16.5	34	16.7	0.666
35	33.0	35	16.5	0.686
36	22.0	36	16.0	0.705
37	,24.5	37	15.9	0.725
38	26.6	38	15.7	0.745
39	26.6	39	13.3	0.764
40	29.2	40	13.0	0.784
41	12.4	41	12.5	0.803
42	31.3	42.5	12.4	0.833
43	34.7	42.5	12.4	0.833
44	27.3	44	12.3	0.862
45	23.1	45	11.8	0.882
46	22.5	46.5	9.8	0.911
47	20.4	46.5	9.8	0.911
48	11.8	48.0	7.8	0.941
49	24.7	49	7.2	0.960
50	12.3	50	3.6	0.980

Analizde ikinci adım bu üçüncü tip asimptodun parametrelerinin hesaplanmalıdır. En küçük değerlerin üçüncü tip asimptotik dağılım fonksiyonunun genel formu

$$\pi(x) = \exp\left[-\left(\frac{x-\varepsilon}{\theta-\varepsilon}\right)^{k}\right]$$

şeklindedir. Burada üç parametre (E, 9, k) olduğu görülmektedir. Fakat özel hal olarak eğer E = 0 ise, yani x'in alabileceği en küçük değer sıfır ise, bu form

$$\pi(x) = \exp\left[-\left(\frac{x}{\theta}\right)^{k}\right]$$

haline gelir. Yukarıdaki örnekte hiç bir bası mukavemetinin sıfırdan az olmıyacağı aşikârdır. Şekil 2. de çizilmiş olan gözlenen değerler de sıfıra doğru asimptotik bir yönelme göstermektedirler. Bu sebepten E pekâlâ sıfır olarak kabul edilebilir. Böylece problem sadece iki parametrenin hesaplanmasına indirgenmiş olur.

Gumbel tarafından ortaya atılan kısa ve basit bir metodla [5] bu özel hal için 0 ve k'nın hesaplanması mümkündür. Burada gerekli olan sadece birinci ve ikinci momentlerin hesabıdır. Bu parametrelerin hesabı için başka metodlar da olmakla beraber bunların burada münakaşası bu yazının konusu dışında kalmaktadır.

Matematik olarak gösterilebilinir ki (X-E) ıin t'inci momenti

E (x-£)t = (0-£)t r (1+t/k) [9]

dir. Burada r (1+t/k) = (t/k)!

E = 0 olduğuna göre

" E (x)t = e» r (î+t/k) - [io]

yazılabilir. Buradan birinci (t = 1). ve ikinci (t = 2) momentler

E (x) = 9 T (1+1/k) [11]

E (x2) = 92 r (1+2/k) [12]

elde edilir.' Sapma ise

ff2 = 02 [r (1+2X) — T2 (1+X)] [18]

Burada X, = l/k dır. Standart sapma

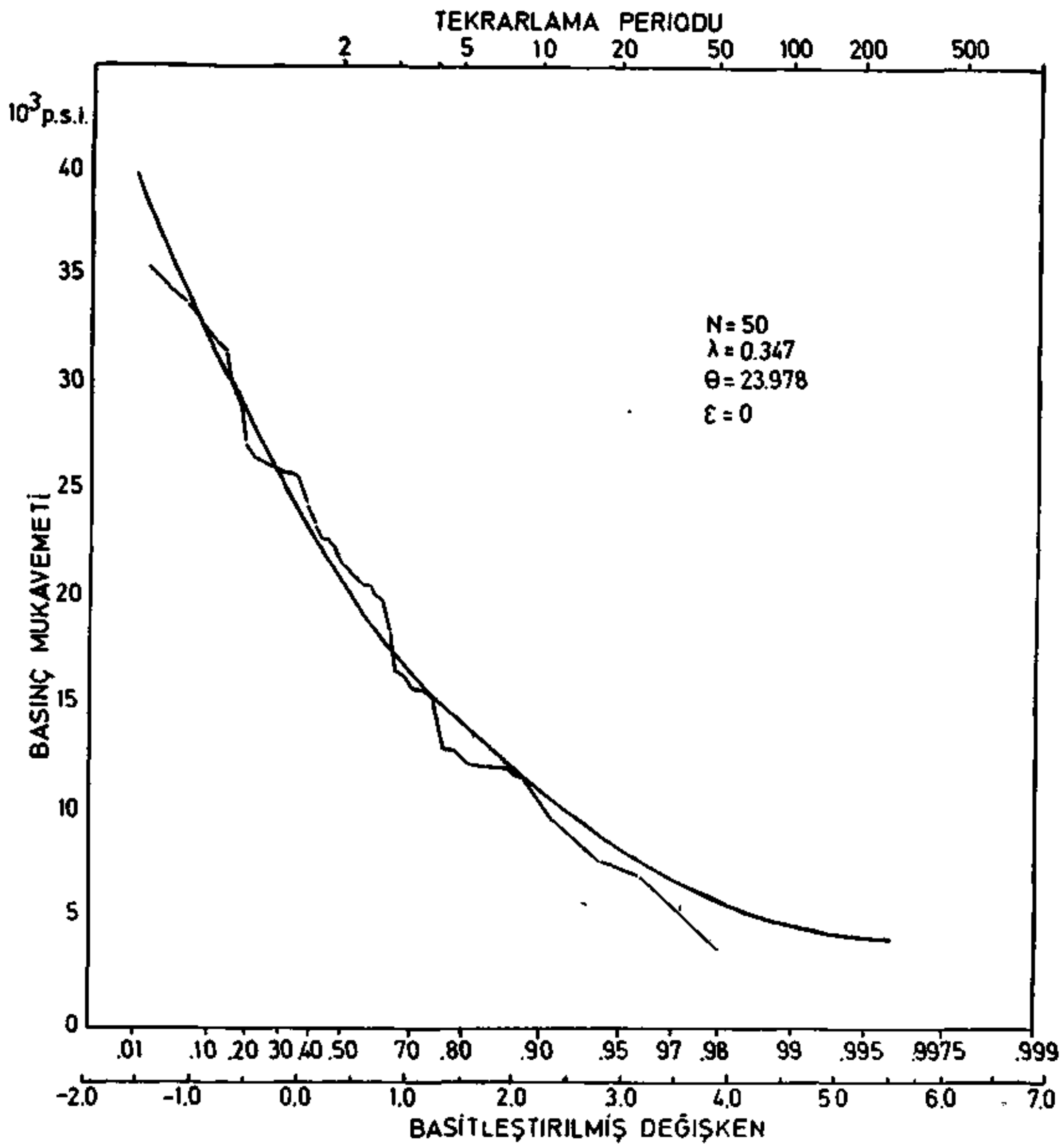
er = 0/B (X) [14]

B (X) = [r(l+2X) — P (l+X)]-i/2 [15]

ile elde edilir. [11] ve [14]'ün birleştirilmesi ile

E(x) = -er B (X) T (1+X) **[16]**

elde edilir ki bu 8'ya bağlı değildir. Bu sebepten X'yı [16] dan hesaplamak, mümkündür. Bunun için E (x) yerine x yani gözlenen değerlerin ortalaması ve er yerine de gözlenen



değerlerden hesaplanan standart sapma S konulur. Böylece

$$\frac{\bar{x}}{S} = B(\hat{\lambda})\,\Gamma(1+\hat{\lambda}) \qquad [17]$$

elde edilir. Burada $\hat{\lambda}$, λ'nın hesaplanacak olan tahmini değerini gösterir. Gumbel tarafından neşredilen tablolarda verilen $\bar{x}/S$ ile $\hat{\lambda}$ arasındaki ilgiden $\bar{x}/S$'e tekabül eden $\hat{\lambda}$ bulunabilir.

Buradan elde edilen $\hat{\lambda}$ [11] de kullanılarak $\hat{\theta}$ elde edilir.

$$\hat{\theta} = \bar{x}\,/\,\Gamma(1+\hat{\lambda}) \qquad [18]$$

Şekil 2'de teorik olarak yukarıdaki metodla parametreleri hesaplanmış asimptotlk dağılım gösterilmiştir. Gözlenen dağılım bu şekilden de görüldüğü şekilde küçük random sapmalarla bu eğriyi tâkip etmektedir.

Aşağıdaki örnekle ekstrem değerler grafiğinin tahmin işlerinde nasıl **kullanılacağı** gösterilmeye çalışılacaktır. **Tahmin işinde ilk** adım gelecekte (meselâ) 5000 psi ye eşit veya daha büyük bir bası mukavemetinin olma şansım tahmin etmektir. Teorik eğriden okunan değer 0.989 olmaktadır. Buradan görülür ki bası mukavemetinin 500 psi nin altına düşme İhtimali 0.011 olacaktır. Buna tekabül eden tekrarlama periyodu ise T (x) = 1/P (x) = 1/[1 — <p (x)] = 1/0.011 veya yaklaşık olarak 91 olmaktadır. Yani uzun vade :3e 5000 psl nin altında bir değer elde etmek için gerekli deney sayısı ortalama olarak 91 olacaktır. Diğer taraftan, 20 000 psi den büyük veya buna eşit bir değer elde etme ihtimali yine teorik eğriden 0.55 olarak bulunur. Buradan da 20 000 psi nin altında bir değer elde etme şansının 0.45 olduğu anlaşılır. Bu değere tekabül eden tekrarlama periyodu da 2 olmaktadır.

En küçük değerleri almak yerine bütün değerlerin alındığını ve bası mukavemetinin Normal dağılıma göre dağıldığını kabul edersek, buradan ortalama değeri 28 900 psi ve standart sapması 20 200 psi olan bir dağılım elde edilir. Bu takdirde, 20 000 psi nin altında bir değer elde etme ihtimali yukarıda elde etme ihtimali yukarıda elde edilen 0.45 yerine 0.32 olacaktır. Ayrıca, 5 000 psi nin altında bir değer elde etme şansı da 0.011 yerine 0.118 olacaktır. Eldeki deney sonuçlarını değerlendirmede iki metodun kullanılmasından doğan farklar açık olarak görülmektedir. Ekstrem değerler istatistiğini kullanmayıp dağılım hakkında yanlış bir karar vermenin sonucunda ne kadar yanlış yollara gidilebileceği burada açıkça görülmektedir.

IV. Netice :

Bu çalışmada plân ve proje yapan kimselere yardımcı olabilecek bazı ihtimal ve İstatistik mefhumları gösterilmek istenmiştir. En ilginç olan taraf, yük altında bir strüktürün çökme hali ve bunun oluş ihtimali olmaktadır. Bu fikir bası mukavemeti örnek alınarak açıklanmaya çalışıldı. Burada verilen örnekten elde edilen bir sonuç da ekstrem değerler yerine diğer istatistik metodların kullanılması ile gerektiğinğden daha kuvvetli bir strüktüre ihtiyaç olduğu kanısının ortaya çıkabileceğidir. Yeraltı ile ilgili galeri tavanı veya oda tavanı hesaplarında böyle bir durum topukların gerektiğinden daha büyük olmasına ve işletme randımanının düşmesine sebep olacaktır. Elbette, bütün plânlama işi burada anlatılandan çok daha karışık olacaktır. Burada biz sadece bir tek faktörden bahsedebildik. Genel olarak bir çok faktörlerin de bu şekilde incelenmesi gerekir. Plânda ele alman bir çok faktörler tabiatları itibariyle ihtimali olurlarsa en sonda elde edilen sonuç da bunların problemdeki rolleri oranında sentezinden doğacak ve seçilen donelere göre geniş bir çözümlülük alanını kapsayacaktır.

REFERANSLAR

[1] Wane, M., Hasslalls, M., and Boshkov, S., «The Probabilitlstic Nature of Failure In the Geologic Universe,» Fourth International Conference on Bock Mechanics, 1964, pp. 324 - 327.

[2] Gumbel, E.J., Statistics of Extremes, Columbia University Press, New York, 1938.

[3] Yegülalp, T.M., and Kuo, J.T., «Application of Extremal Statistics to the Maximum Magnitude Earthquakes,» presented at the 47 th annual meeting of American Geophysical Union, Washington, DC, April 19 - 22, 1966.

[4] Hardy, HJB. Jr., «Physical Properties of Mine Bock Under Short Period Uniaxial Compression, Part 1 - Results of McOullvray Mine, Coleman, Alberta, Canada,» Dept. of Mines and Technical Surveys Mines Branch, Bep. No. F.L.B. - 243, June, 1957.

[5] Gumbel, E.J., «Statistical Forecast of Droughts,» Bulletin of the I.A.S.H., Ville Année, No. 1, AprU 1963, pp. S - 23.