




Gözenekliliğin Fonksiyonel Derecelendirilmiş Kirişlerin Serbest Titreşimleri Üzerinde Etkisi

Muhittin TURAN^{1*}, Mahmut İlter HACIOĞLU², Erkan BALCI³

Öz

Bu çalışmada, gözenekliliğin fonksiyonel derecelendirilmiş kirişlerin serbest titreşimleri üzerindeki etkisi, ANSYS APDL paket programı kullanılarak detaylı bir şekilde incelenmiştir. Malzeme özellikleri bir fonksiyona bağlı olarak değişen fonksiyonel derecelendirilmiş malzemelerle (FDM) yapılan kirişlerin üretimi sırasında yapısında oluşan gözeneklerin kirişin davranışına etkisi literatürde önemli bir konudur. Bu tip problemlerin analitik ve sayısal olarak çözümü uzun ve zahmetli olduğu için ANSYS APDL paket programının kullanılması zamandan ve harcanan emekten tasarruf etmemizi sağlayacaktır. Bir kuvvet kuralıyla kirişin malzemelerinin hacimdeki değişimi tanımlanmıştır. Çeşitli sınır koşulları, kuvvet kuralı indeksi, narinlik, gözeneklilik katsayısı ve gözeneklilik dağılımları (FDM-1, FDM-2) gibi parametrelere bağlı olarak gözenekli FDM kirişlerin boyutsuz doğal frekansları elde edilmiş ve literatürle kıyaslanmıştır.

Anahtar Kelimeler: ANSYS APDL, Serbest titreşim, Fonksiyonel derecelendirilmiş kiriş, Gözeneklilik.

The Effect of Porosity on the Free Vibrations of Functionally Graded Beams

Abstract

In this study, the effect of porosity on the free vibrations of functionally graded beams has been thoroughly examined using the ANSYS APDL package program. The influence of the pores formed in the structure during the production of beams made with functionally graded materials (FGM), whose material properties vary according to a function, on the behavior of the beam is a significant topic in the literature. Due to the complexity and length of solving such problems analytically and numerically, using the ANSYS APDL package program will save us time and effort. The variation of the beam's materials within the volume has been defined by a power-law. Depending on parameters such as various boundary conditions, power-law index, slenderness, porosity coefficient, and porosity distributions (FDM-1, FDM-2), dimensionless natural frequencies of porous FGM beams were obtained and compared with the literature.

Keywords: ANSYS APDL, Free vibration, Functionally graded beam, Porosity.

¹Bayburt Üniversitesi, İnşaat Mühendisliği Bölümü, Bayburt, Türkiye, mturan@bayburt.edu.tr

²Bayburt Üniversitesi, İnşaat Mühendisliği Bölümü, Bayburt, Türkiye, mahmutilterhacioglu@gmail.com

³Bayburt Üniversitesi, İnşaat Mühendisliği Bölümü, Bayburt, Türkiye, erkanbalci987@gmail.com

*Sorumlu Yazar/Corresponding Author

1. Giriş

Fonksiyonel derecelendirilmiş malzemeler (FDM'ler), yüksek sıcaklık dayanımı, yüksek mukavemet ve düşük ağırlık gibi çeşitli özelliklere sahip iki farklı malzemenin birleştirilmesiyle elde edilmektedir ve malzeme özellikleri bir fonksiyona bağlı olarak değişebilmektedir. Uygulamada yaygın olarak kullanılan tabakalı kompozit malzemeler, farklı özelliklere sahip malzemelerin katmanlar halinde birleştirilmesiyle meydana gelmektedir ve bu katmanların farklı malzeme veya dizilerden oluşması, malzeme içinde sıcaklık ve gerilme dağılımında süreksizliklere neden olmaktadır. Bu sebeple FDM'ler, sıcaklık ve stres dağılımındaki süreksizlikleri ortadan kaldırmak için geliştirilmiştir. Ancak fonksiyonel derecelendirilmiş kirişlerin üretimi sırasında, üretim yöntemlerinden kaynaklanan nedenlerle FDM'de gözenekler oluşmaktadır. Bu sebeple, birçok araştırmacı, gözenekli FDM kirişlerin mekanik davranışlarını detaylı bir şekilde araştırmıştır.

Literatürde gözenekli FDM kirişlerin mekanik davranışlarını çeşitli kiriş teorilerine göre sayısal ve analitik yöntemlerle inceleyen birçok çalışma bulunmaktadır. Analitik yöntemle yapılan çalışmalar arasında şunları sayabiliriz: Wattanasakulpong ve Chaikitiratana (2015), FDM'lerden yapılmış gözenekli kirişlerin çeşitli sınır koşullarında eğilme titreşimi analizini gerçekleştirmiştir. Chen ve ark. (2015), Timoshenko kiriş teorisine dayalı olarak, kayma ile deforme olabilen fonksiyonel derecelendirilmiş gözenekli kirişlerin elastik burkulma ve statik eğilme analizini yapmışlardır. Ebrahimi ve ark. (2016), sıcaklığa bağlı bileşimsel derecelendirilmiş Euler gözenekli kirişlerin titreşim davranışı üzerindeki termal etkileri araştırmışlardır. Al Rjoub ve Hamad (2017), farklı sınır koşullarına sahip fonksiyonel olarak kusurlu Euler-Bernoulli ve Timoshenko derecelendirilmiş kirişlerin serbest titreşimini incelemek için analitik bir yöntem geliştirmişlerdir. Kitipornchai ve ark. (2017), Timoshenko kiriş teorisini ve Ritz yöntemini kullanarak grafen plakalarla güçlendirilmiş fonksiyonel olarak derecelendirilmiş gözenekli kirişlerin serbest titreşimini ve elastik burkulmasını araştırmışlardır. Turan ve Kahya (2018), FDM kirişlerin serbest titreşim analizini birinci mertebeden kayma deformasyonlu kiriş teorisine göre Navier çözüm yöntemiyle yapmışlardır. Gao ve ark. (2019), aralıklı malzeme özelliklerine sahip fonksiyonel derecelendirilmiş gözenekli kirişlerin dinamik özelliklerini araştırmışlardır. Hadji ve ark. (2019), mikromekanik modellerin etkisiyle fonksiyonel olarak derecelendirilmiş gözenekli kirişlerin eğilme ve serbest titreşim tepkileri için analitik bir çözüm önermişlerdir. Taşkın ve Demirhan (2020), Navier yaklaşımını kullanarak gözenekli fonksiyonel derecelendirilmiş kirişlerin serbest titreşim analizini gerçekleştirmişlerdir. Jena ve ark. (2021), Kerr temeline gömülü fonksiyonel olarak derecelendirilmiş gözenekli bir kirişin titreşim analizi için kaydırılmış Chebyshev polinom tabanlı Rayleigh-Ritz yöntemi ve Navier tekniğinin bir uygulamasını sunmuşlardır. Turan ve Kahya (2021), Navier yöntemi ile fonksiyonel derecelendirilmiş sandviç kirişlerin serbest titreşim ve burkulma analizlerini gerçekleştirmişlerdir.

Noori ve ark. (2021), Laplace tanım alanında tamamlayıcı fonksiyonlar yöntemini kullanarak fonksiyonel derecelendirilmiş gözenekli kirişlerin dinamik analizlerini gerçekleştirmişlerdir. Nguyen ve ark. (2022), fonksiyonel olarak derecelendirilmiş gözenekli kirişlerin eğilme, serbest titreşim ve burkulma analizi için yeni bir iki değişkenli kayma deformasyon teorisi önermişlerdir.

Araştırmacılar, ayrıca kirişlerin statik analizini, serbest titreşimini ve burkulmasını incelemek için az da olsa sonlu elemanlar yöntemini kullanmışlardır. Fouda ve ark. (2017), Euler-Bernoulli kiriş teorisine dayanarak sonlu elemanlar yöntemiyle FDM gözenekli kirişin eğilme, burkulma ve titreşim analizlerini gerçekleştirmiştir. Ayrıca, Akbaş (2018), sonlu elemanlar metodu kullanarak dinamik yük altında zorlanmış FDM gözenekli derin kirişlerin titreşim davranışlarını araştırmıştır. Hamed ve ark. (2019), gözeneklilik tiplerinin, boyuta bağlı FDM kirişin statik davranışı üzerindeki etkilerini sonlu elemanlar metodu ile incelemişlerdir. Alnujaie ve ark. (2021), gözenekli tabakalı fonksiyonel derecelendirilmiş kalın kirişlerin sönümlü zorlanmış titreşim analizini sonlu eleman modeliyle ele almışlardır. Turan (2022), trigonometrik kayma deformasyonlu kiriş teorisine dayalı sonlu elemanlar yöntemiyle gözenekli FDM kirişlerin statik analizini gerçekleştirmiştir. Al-Itbi ve Noori (2022; 2023), fonksiyonel derecelendirilmiş gözenekli sandviç kirişlerin serbest titreşim ve statik analizlerini sonlu eleman yöntemi ile incelemişlerdir. Turan ve Adıyaman (2023; 2024) yüksek mertebeden bir sonlu eleman ile iki doğrultulu gözenekli FDM kirişlerin serbest titreşim, burkulma ve statik analizlerini yapmışlardır. Chopan ve Noori (2023), fonksiyonel derecelendirilmiş gözenekli malzemeden yapılmış sandviç kirişlerin elastik ve viskoelastik zorlanmış titreşim davranışlarını ANSYS programını kullanarak incelemişlerdir.

Fonksiyonel derecelendirilmiş kompozit malzemelerle oluşturulan elemanların analizleri son zamanlarda oldukça yaygındır ve bu analizler nano/mikro ölçeğe kadar inmiştir. Fonksiyonel derecelendirilmiş gözenekli elemanlar, nanoteknoloji alanında çok çeşitli uygulamalara sahiptir. Yapısal performansın iyileştirilmesi, ısı yönetimi, enerji depolama, biyomedikal uygulamalar, akıllı malzemeler ve ileri üretim teknikleri gibi birçok alanda önemli avantajlar sunar. Bu nedenle, bu elemanların analizlerini ve uygulamalarını içeren literatür, nanoteknoloji ve malzeme mühendisliği alanında büyük bir öneme sahiptir (Civalek ve ark., 2024; Uzun ve Yaylı, 2024a; 2024b). Daha detaylı açıklayacak olursak, gözenekli yapı malzemelere hem avantajlar hem de dezavantajlar sağlar. Avantajları arasında düşük yoğunluk ve ağırlık, yüksek yüzey alanı, iyi ısı yalıtımı, enerji absorpsiyonu ve biyomedikal uygulamalarda hücre büyümesini destekleme yer alır. Bununla birlikte, gözenekler malzemenin mekanik mukavemetini ve dayanıklılığını azaltabilir, nem ve kimyasalların nüfuz etmesine neden olarak korozyon riskini artırabilir ve üretim süreçlerinde zorluklar çıkarabilir. Bu nedenle, gözenekli malzemelerin kullanımı, avantajları ve dezavantajları dikkate alınarak spesifik uygulamalara göre dikkatlice değerlendirilmelidir. Ayrıca gözenekli yapı sadece kompozitlerde değil

tek bir malzemeden meydana gelen yapılarda karşımıza çıkmaktadır. Bunlara değinen ve makro/mikro/nano ölçeklerde çalışan yayınlar da literatürde vardır (Uzun ve ark., 2023).

Yukarıda verilen literatürden görüldüğü gibi gözenekli FDM kirişleri sayısal ve analitik yöntemlerle inceleyen çok sayıda çalışma vardır. Fakat, yazarın bildiği kadarıyla, ANSYS APDL paket programı kullanılarak fonksiyonel derecelendirilmiş kirişlerin serbest titreşimleri üzerindeki gözenekliliğin etkisini ayrıntılı bir şekilde inceleyen çalışmaya rastlanılmamıştır. Bu çalışma bu boşluğu doldurma eğilimindedir ve fonksiyonel derecelendirilmiş malzemelerle yapılan kirişlerin üretimi sırasında oluşan gözeneklerin kirişin davranışına etkisini detaylı bir şekilde incelemektedir. Bu konunun literatürde önemli olmasına rağmen analitik ve sayısal çözümlerinin uzun ve zahmetli olması, ANSYS APDL paket programının kullanımıyla zamandan ve emekten tasarruf sağlanarak çözülmesi çalışmanın özgünlüğünü oluşturmaktadır. Kirişin malzemelerinin hacimdeki değişimi, bir kuvvet kuralı kullanılarak tanımlanmıştır. Çeşitli parametrelere bağlı olarak gözenekli FDM kirişlerin boyutsuz doğal frekansları elde edilmiş ve bu sonuçlar literatürle karşılaştırılmıştır.

2. Materyal ve Metot

2.1. Malzeme Özellikleri

Şekil 1'de gösterilen dikdörtgen kesitli fonksiyonel derecelendirilmiş kirişin uzunluğu (L) ve kesit boyutları ($b \times h$) olarak belirtilmiştir. Kirişin kesiti, FDM-1 (düzenli) ve FDM-2 (düzensiz) olmak üzere iki farklı gözeneklilik modelini içermektedir (Şekil 2). Aşağıdaki denklem (1)'de gösterildiği gibi, kirişin malzeme özellikleri, kalınlık boyunca kuvvet kuralına göre değiştiği varsayımıyla ele alınmaktadır (Turan ve ark., 2023).

$$P(z) = P_s \left(V_s(z) - \frac{e(z)}{2} \right) + P_m \left(V_m(z) - \frac{e(z)}{2} \right) \quad (1)$$

Burada, P_s ve P_m sırasıyla seramik ve metal bileşenlerine ait malzeme özelliklerini temsil eder; yani, elastisite modülünü $E(z)$, kayma modülünü $G(z)$, yoğunluğu $\rho(z)$. Gözeneklilik fonksiyonu $e(z)$ ile simgelenmektedir. Metal ve seramiğin toplam hacim içindeki oranı, aşağıdaki denklem (2)'de ifade edilmektedir (Turan ve ark., 2023).

$$V_s(z) + V_m(z) = 1 \quad (2)$$

Kirişteki seramik bileşenin hacim değişim oranı, (3) numaralı denklemde belirtildiği şekilde kuvvet kuralına göre kabul edilmiştir (Turan ve ark., 2023).

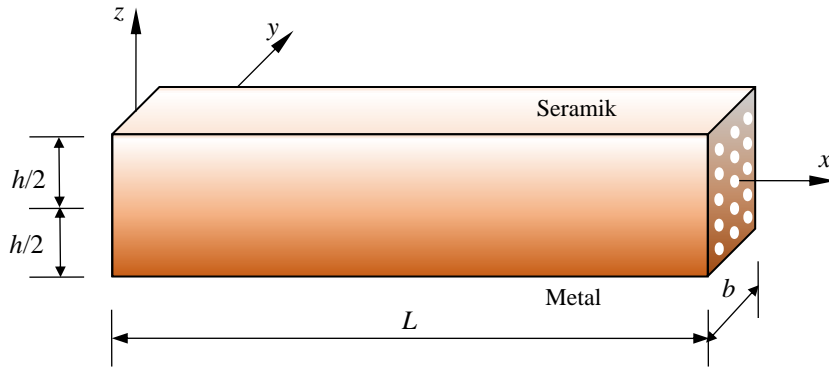
$$V_s(z) = \left(0,5 + \frac{z}{h}\right)^k \quad (3)$$

FDM-1 olarak adlandırılan gözeneklilik tipinde, (gözeneklerin düzenli dağıldığı durumda) malzeme özelliklerinin kalınlık boyunca değişimi, (4) numaralı denklemde ifade edilen şekilde elde edilmiştir (Turan ve ark., 2023).

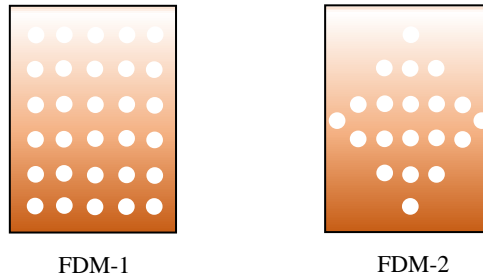
$$P(z) = P_m + (P_s - P_m) \left(0,5 + \frac{z}{h}\right)^k - (P_s + P_m) e/2 \quad (4)$$

FDM-2 olarak adlandırılan gözeneklilik tipinde ise, (gözeneklerin düzensiz dağıldığı durumda) malzeme özelliklerinin kalınlık boyunca değişimi, (5) numaralı denklemde ifade edilmiştir (Turan ve ark., 2023).

$$P(z) = P_m + (P_s - P_m) \left(0,5 + \frac{z}{h}\right)^k - (1 - 2|z|/h) (P_s + P_m) e/2 \quad (5)$$



Şekil 1. FDM gözenekli kirişin geometrisi ve koordinatları.



Şekil 2. Kiriş kesitindeki gözeneklilik tipleri.

2.2. Sonlu Eleman Yöntemiyle Çözüm (ANSY APDL)

Bu bölümde, FDM gözenekli kirişlerin serbest titreşim analizlerini gerçekleştirmek için sonlu elemanlar yöntemine dayalı ANSYS Mechanical APDL (2023) kullanılmıştır. Kirişin doğal frekanslarını hesaplamak için modal analiz yapılmıştır.

FDM kirişinin uzunluğu, kalınlığı ve genişliği sırasıyla L , h ve b ile gösterilir. FDM kiriş modeli için Young modülü (E) ve yoğunluğun (ρ), yukarıda açıklanan ifadelerle göre kiriş kalınlığı boyunca sürekli değiştiği varsayılmaktadır. Poisson oranı kiriş için sabit kabul edilmektedir ($\nu=0,3$). Kiriş geometrisi oluşturulduktan sonra, modelin meshlemesi yapılmıştır. Bu çalışmada, özellikle karmaşık geometriler üzerinde daha esnek bir mesh yapısı oluşturmak için kullanılan serbest mesh (free mesh) kullanılmıştır. Mesh oluşturmak istenilen alan seçilip programda mesh tuşuna basıldığında otomatik meshleme yapılmaktadır. *STATUS, NUMELEM ve *STATUS, NUMNODES komutları kullanılarak eleman ve düğüm sayılarına bakılabilmektedir. 40 tabakalı, $L/h=5$, $k=1$ ve $e=0.1$ özelliklerine sahip kiriş için yapılan analizde 20 eleman ve 85 düğüm noktası kullanılmıştır. Kirişin kenarlarında üç tip sınır koşulu düşünülerek analizler gerçekleştirilmiştir (Basit kiriş (B-B), iki ucu ankastre kiriş (A-A) ve konsol kiriş (A-S)). FDM kirişi modellemek için SHELL281 elemanı kullanılmıştır ve FDM tabakalı olarak modellenmiştir. Bu eleman, katmanlı kompozit yapıları modelleme yeteneğine sahiptir. Her düğümde altı serbestlik derecesine sahip sekiz düğümü vardır. x , y ve z eksenlerinde ötelemeler ve x , y ve z eksenleri etrafında dönmelere sahiptir. SHELL281 elemanları ince ve orta kalınlıkta kabuklar için uygundur, ancak çok kalın kabuklarda veya tam katı yapıların modellenmesinde kullanılmamalıdır. Bu elemanlar elastik ve elastoplastik malzeme modellerini destekler, ancak aşırı nonlineer malzeme davranışlarında dikkatli olunmalıdır. SHELL281 elemanı, birinci mertebeden kayma deformasyonu teorisini kullanarak kesme deformasyonlarını dikkate alır ve kalın kabukların analizinde kullanılabilir. Bu elemanlar izotropik (tek yönlü) ve ortotropik (çok yönlü) malzeme modellerini destekler, bu sayede kompozit malzemeler ve farklı malzeme davranışları ile uyumlu çalışır. SHELL281 elemanı, farklı kalınlıklarda ve kalınlık değişimlerinde kullanılabilir ve eleman kalınlığı her bir düğüm noktasında tanımlanabilir.

Modelde kullanılan malzeme özellikleri kuvvet kuralına göre tabakalı olarak (4). ve (5). denkleme göre türetilmiş ve ANSYS programına girilmiştir. Birinci tabaka kiriş kesitinin alt kısmından başlamakta ve tabaka numaraları üste doğru artmaktadır. Tablo 1'de $k=1$, $e=0,1$ ve 5 tabakaya ayrılmış kiriş kesitindeki malzeme özellikleri FDM-1 ve FDM-2 için örnek olarak verilmiştir. Bu malzeme kiriş modeline atandıktan sonra analizler yapılmış ve kirişin temel doğal frekansları çeşitli sınır şartlarına, kuvvet kuralı indeksine, narinliğe, gözeneklilik katsayısına ve gözeneklilik dağılımına göre elde edilmiştir.

Tablo 1. FDM-1 ve FDM-2 için örnek malzeme özellikleri

FDM-1		FDM-2	
$E(z)$ (Pa)	$\rho(z)$ (kg/m ³)	$E(z)$ (Pa)	$\rho(z)$ (kg/m ³)

1. tabaka	54,5*10 ⁹	2639,1	70*10 ⁹	2702
2. tabaka	132*10 ⁹	2953,6	139,75*10 ⁹	2985,05
3. tabaka	209,5*10 ⁹	3268,1	209,5*10 ⁹	3268,1
4. tabaka	287*10 ⁹	3582,6	294,75*10 ⁹	3614,05
5. tabaka	364,5*10 ⁹	3897,1	380*10 ⁹	3960

3. Bulgular ve Tartışma

Bu bölümde, iki farklı gözenek dağılışıma sahip FDM kirişlerin çeşitli narinlik oranlarına (L/h), farklı gözeneklilik katsayısına (e), çeşitli kuvvet fonksiyonu üst indislerine (k) ve farklı sınır şartlarına göre serbest titreşim analizleri ANSYS Mechanical APDL programı yardımıyla yapılmıştır. Analizlerde kullanılan FDM malzemelere ait özellikler sırasıyla metal ve seramik için,

- Alüminyum (Al): $E_m=70 \text{ GPa}$, $\rho_m=2702 \text{ kg/m}^3$, $\nu=0,30$
- Alüminyum oksit (Al_2O_3): $E_s=380 \text{ GPa}$, $\rho_s=3960 \text{ kg/m}^3$, $\nu=0,30$

şeklindedir. FD kirişlere ait sınır şartları sabit mesnetli (B-B), konsol (A-S) ve ankastre-ankastre (A-A) şeklindedir. Bu çalışmada doğal frekanslar aşağıdaki denklem kullanılarak boyutsuzlaştırılmıştır.

$$\bar{\omega} = \frac{\omega L^2}{h} \sqrt{\frac{\rho_m}{E_m}} \quad (6)$$

Burada, $\bar{\omega}$ boyutsuz doğal frekansları ifade etmektedir.

ANSYS programında FDM malzemeyi tabakalı olarak modellediğimiz için yeterli tabaka sayısına ihtiyacımız vardır. Öncelikle ANSYS modelinde kullanılacak tabaka sayısını belirlemek için analitik sonuçlarla karşılaştırılarak yakınsama çalışması Tablo 2’de yapılmıştır. Programa tabaka tabaka girilen malzeme özellikleri (4). ve (5). denkleme göre türetilmiştir. Programa girilen tabaka sayısı arttıkça FDM malzeme özelliği daha doğru temsil edilmektedir. Tabaka sayısının arttırılmasıyla sonuçlar literatürden uzaklaşmış olsa da burada bizim için önemli olan tabaka sayısının artması ile sonuçların yakınsamasıdır. Tabaka sayısı arttıkça elde edilen değerlerin yakınsadığı görülmektedir. Tabloya göre ANSYS programında kullanılacak yeterli tabaka sayısı 40 olarak alınmıştır. Ayrıca bu çalışmanın sonuçları analitik çözüm yapan Turan ve ark. (2023) ile karşılaştırılmış ve sonuçların uyumlu oldukları görülmüştür.

Tablo 3’te $L/h=5$ ve 20 değerlerine göre gözeneksiz FDM kirişlerinin farklı k değerlerine göre ANSYS programında elde edilen boyutsuz doğal frekansları literatürle karşılaştırmalı olarak verilmiştir ve sonuçların oldukça uyumlu oldukları görülmüştür. Tablo verileri incelendiğinde k değeri arttıkça boyutsuz doğal frekans değerlerinin azaldığı görülmektedir. Bunun sebebi k değerinin artmasıyla birlikte FDM kirişin metal malzeme özelliği artmaktadır. Buna bağlı olarak FDM kirişin rijitliği azalmaktadır. Sınır şartlarının boyutsuz doğal frekans değerlerine etkisini incelediğimizde en

küçük boyutsuz doğal frekansların konsol kiriş (A-S) sınır şartında en büyük boyutsuz doğal frekansların iki ucu ankastre (A-A) sınır şartında elde edilmektedir. Ayrıca narinlik oranının (L/h) artmasıyla da boyutsuz doğal frekans değerleri artmaktadır.

Tablo 2. Farklı sınır şartlarına sahip gözenekli FDM kirişlerin boyutsuz doğal frekanslarının tabaka sayısı ile değişimi ($L/h = 5, k = 1, e = 0,1$).

Sınır Şartları	Tabaka Sayısı					Turan ve ark. (2023)
	5	10	20	30	40	
FDM-1						
A-A	7,7814	7,7554	7,7483	7,7468	7,6674	7,7982
B-B	3,8946	3,8707	3,8646	3,8633	3,8057	3,9069
A-S	1,4333	1,4247	1,4225	1,4220	1,4218	1,4315
FDM-2						
A-A	7,9643	7,9438	7,9390	7,9379	7,9378	7,9548
B-B	4,0060	3,9880	3,9834	3,9825	3,9823	4,0085
A-S	1,4748	1,4684	1,4668	1,4664	1,4664	1,4705

Tablo 3. Farklı sınır şartlarına sahip gözeneksiz FDM kirişlerin boyutsuz doğal frekanslarının literatür ile karşılaştırılması.

Kiriş	Teori	$k = 0$	$k = 1$	$k = 2$	$k = 5$	$k = 10$
$L/h=5$						
A-A	Bu çalışma	10,0750	8,1032	7,2228	6,5046	6,0411
	Turan ve Hacıoğlu (2023) ⁽¹⁾	10,11770	8,0035	7,2187	6,51896	6,18612
	Turan (2018) ⁽²⁾	10,08647	7,98414	7,27155	6,71481	6,37413
	Şimşek (2010) ⁽³⁾	10,0705	7,95034	7,17674	6,49349	6,16515
	Vo ve ark. (2015) ⁽⁴⁾	10,1851	8,0770	7,3039	6,5960	6,2475
B-B	Bu çalışma	5,1566	4,0527	3,6401	3,4284	3,3423
	Turan ve Hacıoğlu (2023) ⁽¹⁾	5,22230	4,0494	3,6827	3,4531	3,3292
	Turan (2018) ⁽²⁾	5,22193	4,04967	3,69360	3,48818	3,36434
	Şimşek (2010) ⁽³⁾	5,15274	3,99042	3,62643	3,40120	3,28160
	Vo ve ark. (2015) ⁽⁴⁾	5,1618	4,0079	3,6442	3,4133	3,2903
A-S	Bu çalışma	1,8911	1,4913	1,3476	1,2542	1,1532
	Turan ve Hacıoğlu (2023) ⁽¹⁾	1,9080	1,4741	1,3430	1,2692	1,2275
	Turan (2018) ⁽²⁾	1,90772	1,47394	1,34469	1,27515	1,26363
	Şimşek (2010) ⁽³⁾	1,89523	1,46328	1,33254	1,25916	1,21834
	Vo ve ark. (2015) ⁽⁴⁾	1,9055	1,4804	1,3524	1,2763	1,2308
$L/h=20$						
A-A	Bu çalışma	12,2319	9,5537	8,6446	8,1187	7,4620
	Turan ve Hacıoğlu (2023) ⁽¹⁾	12,2361	9,4420	8,6067	8,1533	7,8945
	Turan (2018) ⁽²⁾	12,2350	9,4416	8,6144	8,1798	7,9213
	Şimşek (2010) ⁽³⁾	12,2238	9,4316	8,5975	8,1446	7,8858
	Vo ve ark. (2015) ⁽⁴⁾	12,2660	9,5277	8,7142	8,2445	7,9543
B-B	Bu çalışma	5,4637	4,2412	3,8410	3,6734	3,5914
	Turan ve Hacıoğlu (2023) ⁽¹⁾	5,4659	4,2096	3,8406	3,6529	3,5431
	Turan (2018) ⁽²⁾	5,4659	4,2097	3,8414	3,6555	3,5458
	Şimşek (2010) ⁽³⁾	5,4603	4,2050	3,8361	3,6485	3,5390
	Vo ve ark. (2015) ⁽⁴⁾	5,4610	4,2347	3,8765	3,6824	3,5590
A-S	Bu çalışma	1,9459	1,5153	1,3729	1,2944	1,8888
	Turan ve Hacıoğlu (2023) ⁽¹⁾	1,9504	1,5017	1,3704	1,3041	1,2652
	Turan (2018) ⁽²⁾	1,9505	1,5018	1,3704	1,3045	1,2656
	Şimşek (2010) ⁽³⁾	1,9495	1,5011	1,3696	1,3033	1,2645
	Vo ve ark. (2015) ⁽⁴⁾	1,9527	1,5139	1,3862	1,3176	1,2736

⁽¹⁾ Sonlu elemanlar yöntemi (Yüksek mertebeden kayma deformasyonlu teori)

⁽²⁾ Sonlu elemanlar yöntemi (Birinci mertebeden kayma deformasyonlu teori)

⁽³⁾ Analitik yöntem (Parabolik kayma deformasyonlu teori)

⁽⁴⁾ Sonlu elemanlar yöntemi (Üç boyutlu kiriş teorisi)

Tablo 4'te basit mesnetli gözenekli FDM kirişlerin boyutsuz doğal frekansları $k = 2$ için literatürle karşılaştırılmıştır. ANSYS çözümlerinin sonuçları, birinci mertebeden kayma deformasyonlu kiriş teorisi kullanan Turan ve ark. (2023), iki değişkenli kayma deformasyonlu kiriş teorisi kullanan Taşkın ve Demirhan (2020) ve yeni yüksek mertebeden kayma deformasyonlu kiriş teorisi kullanan Hadji ve ark. (2019) ile karşılaştırılmıştır. Sayısal sonuçlar birbiriyle oldukça uyumludur. FDM-1 ve FDM-2 kirişler için gözeneklilik katsayısı (e) arttıkça doğal frekanslar azalır. Bununla birlikte, FDM-1'deki azalma oranı, FDM-2'dekinden daha yüksektir. Çünkü gözenekliliğin dağılımı nedeniyle FDM-1'de rijitlik kaybı daha yüksektir. Narinlik (L/h) ve doğal frekanslar doğru orantılıdır.

Tablo 4. Basit mesnetli gözenekli FDM kirişin boyutsuz doğal frekanslarının literatür ile karşılaştırılması ($k=2$).

Referans	FDM-1			FDM-2		
	$e=0$	$e=0,1$	$e=0,2$	$e=0$	$e=0,1$	$e=0,2$
$L/h = 5$						
Bu Çalışma	3,6401	3,4173	3,1544	3,6401	3,5747	3,5030
Turan ve ark. (2023)	3,6344	3,4496	3,1554	3,6344	3,6187	3,5949
Taşkın ve Demirhan (2020)	3,6263	3,4417	3,1488	3,6263	3,6066	3,5781
Hadji ve ark. (2019)	3,6264	3,4418	3,1489	3,6264	3,6069	3,5785
$L/h = 10$						
Bu Çalışma	3,7983	3,5666	3,2938	3,7983	3,7357	3,6682
Turan ve ark. (2023)	3,7929	3,5941	3,2789	3,7929	3,7790	3,7567
Taşkın ve Demirhan (2020)	3,7904	3,5917	3,2769	3,7904	3,7754	3,7515
$L/h = 20$						
Bu Çalışma	3,8410	3,6070	3,3312	3,8410	3,7792	3,7132
Turan ve ark. (2023)	3,8368	3,6340	3,3128	3,8368	3,8235	3,8017
Taşkın ve Demirhan (2020)	3,8361	3,6334	3,3123	3,8361	3,8225	3,8002
Hadji ve ark. (2019)	3,8361	3,6335	3,3123	3,8361	3,8226	3,8004

Tablo 5. Gözenekli FDM kirişlerin boyutsuz doğal frekanslarının gözeneklilik katsayısına (e) ve kuvvet kuralı indeksine (k) göre değişimi ($L/h = 5$).

Kiriş	Gözeneklilik Katsayısı	$k = 0$	$k = 1$	$k = 2$	$k = 5$
FDM-1					
A-A	$e=0,1$	9,9466	7,6674	6,8270	5,9982
	$e=0,2$	9,8123	7,5162	6,3689	5,3966
	$e=0,3$	9,6715	7,1743	5,8150	4,6119
B-B	$e=0,1$	5,0909	3,8057	3,4173	3,1433
	$e=0,2$	5,0222	3,7280	3,1544	2,8058
	$e=0,3$	4,9501	3,5337	2,8333	2,3624
A-S	$e=0,1$	1,8671	1,4218	1,2663	1,1730
	$e=0,2$	1,8418	1,3728	1,1706	1,0555
	$e=0,3$	1,8154	1,3021	1,0535	0,8931
FDM-2					
A-A	$e=0,1$	10,0268	7,9378	7,0701	6,2553
	$e=0,2$	9,9616	7,8353	6,9051	5,9850
	$e=0,3$	9,8950	7,7262	6,7223	5,6343
B-B	$e=0,1$	5,1462	3,9823	3,5747	3,3241

A-S	$e=0,2$	5,1363	3,9385	3,5030	3,2230
	$e=0,3$	5,1256	3,8920	3,4242	3,1014
	$e=0,1$	1,8792	1,4664	1,3251	1,2092
	$e=0,2$	1,8670	1,4515	1,3007	1,1727
	$e=0,3$	1,8545	1,4358	1,2742	1,1338

Tablo 5 ve 6’da sırasıyla $L/h=5$ ve 20 için gözenekli FDM kirişlerin boyutsuz doğal frekanslarının gözeneklilik katsayısına ve kuvvet kuralı üsteline göre değişimi verilmiştir. Tablolar incelendiğinde, en büyük doğal frekanslar A-A FDM kirişinde, en küçük doğal frekanslar A-S FDM kirişinde olduğu görülmektedir. FDM-1’de gözeneklilik oranı, dağılışımdan dolayı yüksek olduğu için doğal frekanslar FDM-2’den daha küçüktür. Kuvvet kuralı indeksi arttıkça, doğal frekans azalmaktadır. Artan e ve k kirişin rijitliğini azaltmaktadır. Gözeneklilik dağılımı nedeniyle, gözeneklilik katsayısının (e) değişimi, FDM-1’deki doğal frekanslar üzerinde FDM-2’dekinden daha etkilidir. e arttıkça, FDM-1’in rijitliği daha hızlı azalmaktadır. Doğal frekanslar, narinlik (L/h) arttığında artmaktadır. FDM-1 ve FDM-2’nin doğal frekans değerleri farklı olsa da narinliğin her ikisine de etkisi benzer olmaktadır.

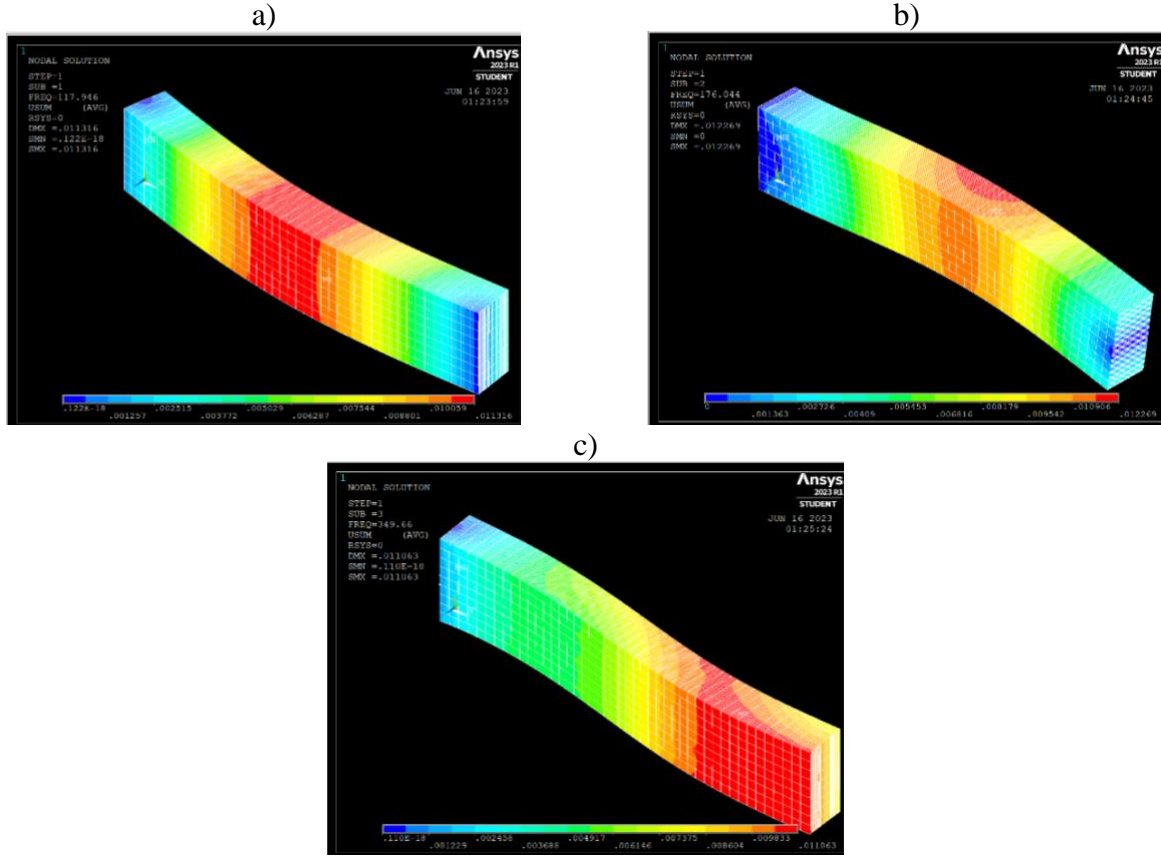
Tablo 6. Gözenekli FDM kirişlerin boyutsuz doğal frekanslarının gözeneklilik katsayısına (e) ve kuvvet kuralı indeksine (k) göre değişimi ($L/h = 20$).

Kiriş	Gözeneklilik Katsayısı	$k = 0$	$k = 1$	$k = 2$	$k = 5$
FDM-1					
A-A	$e=0,1$	12,0771	9,1087	8,1227	7,5124
	$e=0,2$	11,9139	8,7940	7,5090	6,7962
	$e=0,3$	11,7431	8,3403	6,7573	5,7551
B-B	$e=0,1$	5,3943	4,0425	3,6070	3,3759
	$e=0,2$	5,3214	3,9011	3,3312	3,0310
	$e=0,3$	5,2451	3,6976	2,9935	2,5631
A-S	$e=0,1$	1,9212	1,4444	1,2893	1,2075
	$e=0,2$	1,8952	1,3939	1,1910	1,0845
	$e=0,3$	1,8680	1,3212	1,0704	0,9176
FDM-2					
A-A	$e=0,1$	12,1555	9,3960	8,5027	7,8272
	$e=0,2$	12,0765	9,3030	8,3508	7,5920
	$e=0,3$	11,9955	5,0917	8,1847	7,3417
B-B	$e=0,1$	5,4573	4,1724	3,7792	3,5779
	$e=0,2$	5,4503	4,1320	3,7132	3,4956
	$e=0,3$	5,4436	3,4885	3,6409	3,4019
A-S	$e=0,1$	1,9336	1,4908	1,3510	1,2483
	$e=0,2$	1,9211	1,4764	1,3275	1,2114
	$e=0,3$	1,9082	0,8018	1,3019	1,1724

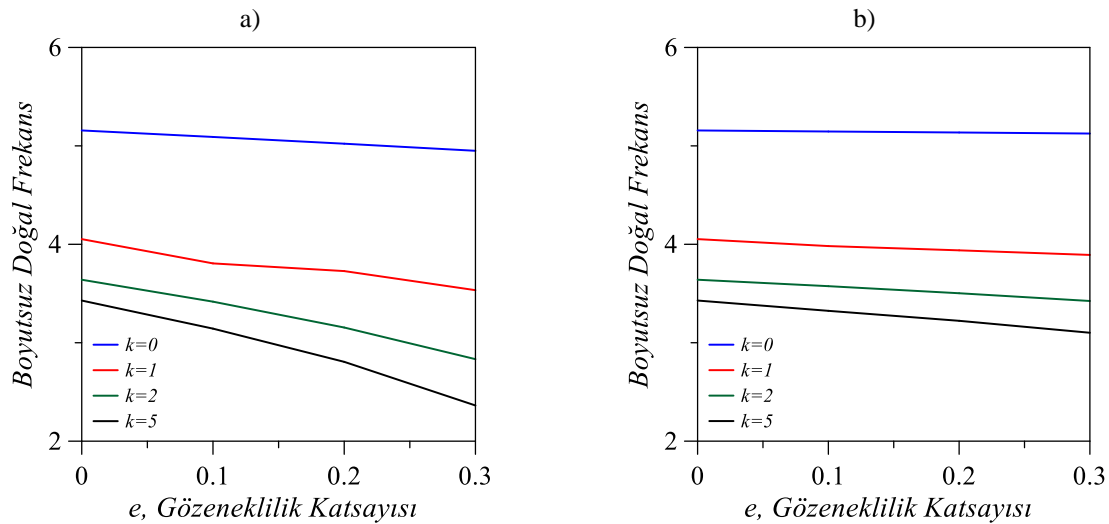
Şekil 3’de gözenekli FDM kirişin $L/h=5$, $k=2$ ve $e=0,1$ için basit mesnet sınır şartına göre ANSYS ile elde edilen sırasıyla 1.mod, 2. mod ve 3. mod şekillerinin değişimi verilmiştir.

Şekil 4’ de basit mesnetli FDM-1 ve FDM-2 kirişlerinin boyutsuz doğal frekanslarının gözeneklilik katsayısı ile değişimi $L/h=5$ için verilmiştir. Şekiller incelendiğinde her iki gözeneklilik durumu için de gözeneklilik katsayısının artması ile boyutsuz doğal frekanslar azalmaktadır. Şekillerden, FDM-1 dağılışına sahip kirişte gözeneklilik katsayısının artışı sonucunda oluşan doğal

frekanslardaki azalış değerine göre daha fazla olduğu daha açık görülmektedir. k değerinin artışıyla doğal frekanslarda ki azalışta net bir şekilde görülmektedir.



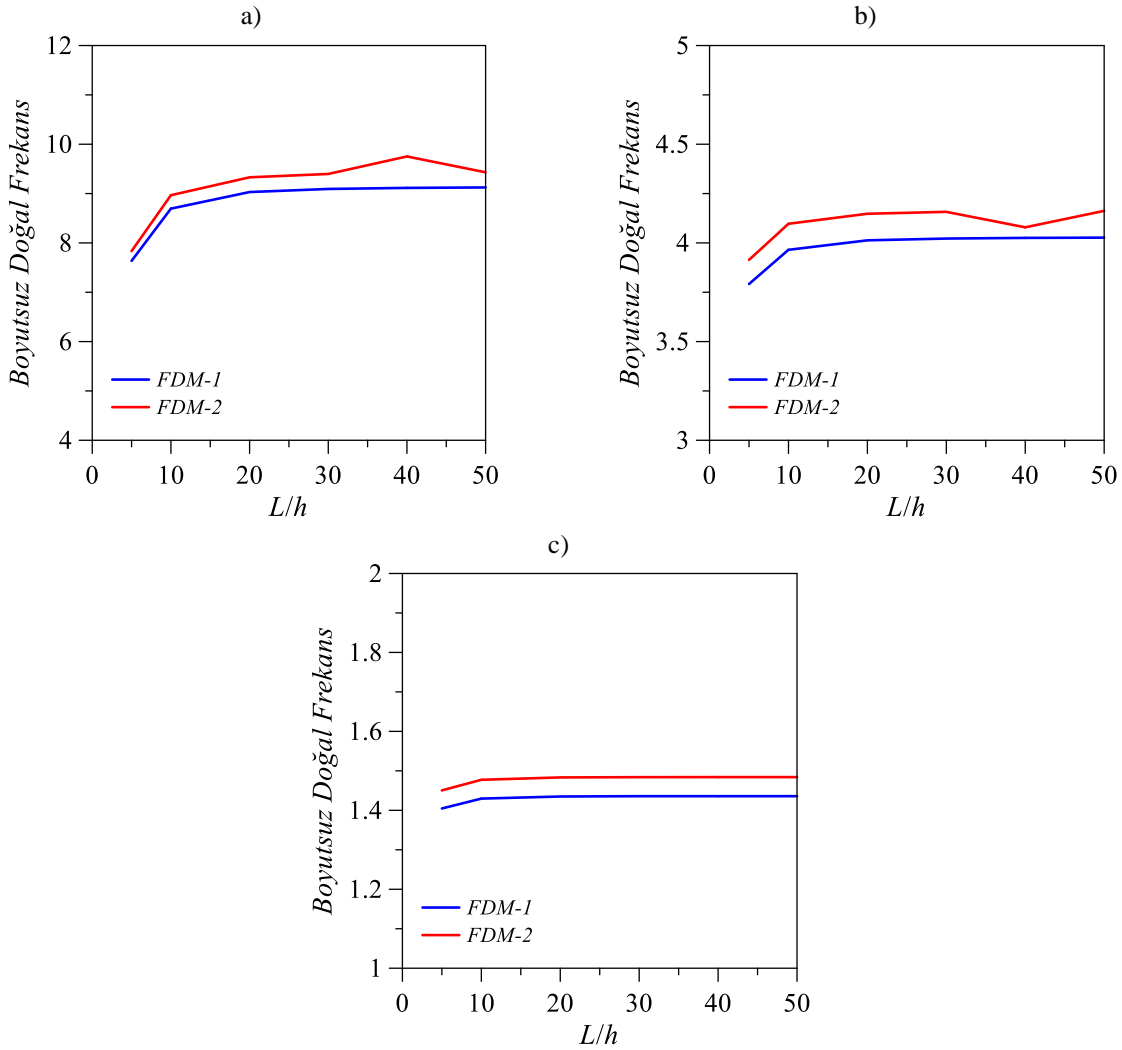
Şekil 3. Gözenekli FDM Kiriş için serbest titreşim mod şekilleri a) 1. mod, b) 2. mod ve c) 3. mod ($L/h=5$ ve $p=2$, $e=0,1$).



Şekil 4. Basit mesnetli a) FDM-1, b) FDM-2 kirişlerinin boyutsuz doğal frekanslarının gözeneklilik katsayısı ile değişimi ($L/h=5$).

Şekil 5'te FDM-1 ve FDM-2 kirişlerine ait $k=1$ ve $e=0,1$ durumlarına göre farklı sınır şartları dikkate alınarak boyutsuz temel doğal frekanslarının narinlik oranlarına bağlı değişimleri verilmiştir.

Grafikler incelendiğinde narinlik oranlarının artmasına bağlı boyutsuz doğal frekansların belli bir değere kadar arttığı ve devamında yakınsadığı görülmektedir. İki tip FDM kiriş kendi aralarında karşılaştırıldığında FDM-2 kirişinin boyutsuz doğal frekanslarının FDM-1 kirişine göre yüksek çıkmaktadır. Bu durum iki tip kirişin gözeneklilik tiplerinden kaynaklanmaktadır. Ayrıca mesnet şartlarının boyutsuz doğal frekanslara etkisi incelendiğinde en büyük boyutsuz temel doğal frekanslar iki ucu ankastre ($A-A$) sınır şartında elde edildiği görülmektedir.



Şekil 5. a) İki ucu ankastre kiriş ($A-A$), b) Basit kiriş ($B-B$), c) Konsol kiriş ($A-S$) mesnet şartlarına göre FDM-1 ve FDM-2 kirişlerine ait boyutsuz doğal frekanslarının L/h ' a göre değişimi ($k=1$ ve $e=0,1$).

4. Sonuçlar

Bu projede, ANSYS APDL paket programı kullanılarak çeşitli sınır şartlarına tabi tutulan fonksiyonel derecelendirilmiş kirişlerin serbest titreşimi üzerinde gözenekliliklerin etkisi incelenmiştir. Çeşitli sınır koşulları, kuvvet kuralı indeksi (k), narinlik (L/h), gözeneklilik katsayısı (e) ve gözeneklilik dağılımı (FDM-1, FDM-2) için boyutsuz temel doğal frekanslar elde edilmiştir. Araştırmaya göre, aşağıdaki sonuçlar çıkarılabilir:

- ANSYS APDL paket programı bu tip problemlerin çözümünde oldukça iyi sonuçlar vermektedir.
- FDM-1'de gözeneklilik yüksek olduğu için doğal frekanslar FDM-2'den daha küçüktür.
- Kuvvet kuralı indeksi (k) ve gözeneklilik katsayısı (e) arttıkça doğal frekans değerleri azalır.
- Narinlik (L/h) arttığında doğal frekanslar artar.

Teşekkür

Bu çalışma, 1919B012217533 başvuru numaralı 2209-A Üniversite Öğrencileri Araştırma Projeleri Destekleme Programı kapsamında desteklenmiştir.

Yazarların Katkısı

Tüm yazarlar çalışmaya eşit katkıda bulunmuştur.

Çıkar Çatışması Beyanı

Yazarlar arasında herhangi bir çıkar çatışması bulunmamaktadır.

Araştırma ve Yayın Etiği Beyanı

Yapılan çalışmada araştırma ve yayın etiğine uyulmuştur.

Kaynaklar

- Akbaş Ş.D. (2018). Forced vibration analysis of functionally graded porous deep beams. *Compos Struct.*, 186, 293–302. <https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2017.12.013>
- Al Rjoub Y.S, and Hamad A.G. (2017). Free vibration of functionally Euler-Bernoulli and Timoshenko graded porous beams using the transfer matrix method. *KSCE J Civ Eng.*, 21, 792–806. <https://doi.org/10.1007/s12205-016-0149-6>.
- Al-Itbi, S.K.A., and Noori, A.R. (2022). Influence of porosity on the free vibration response of sandwich functionally graded porous beams. *Journal of Sustainable Construction Materials and Technologies*, 7(4), 291-301. doi:10.47481/jscmt.1165940
- Al-Itbi, S.K.A., and Noori, A.R. (2023). Finite element analysis for the static response of functionally graded porous sandwich beams. *International Journal of Engineering Technologies-IJET*, 8(1), 13-20. doi:10.19072/ijet.1161612
- Alnujaie A, Akbas S.D, Eltaher M.A, and Assie A.E. (2021). Damped forced vibration analysis of layered functionally graded thick beams with porosity. *Smart Structures and Systems*, 27(4), 679–689. <https://doi.org/10.12989/sss.2021.27.4.669>
- ANSYS. Swanson Analysis Systems Inc., Houston, PA, USA, 2023.

- Chen D, Yang J, and Kitipornchai S. (2015). Elastic buckling and static bending of shear deformable functionally graded porous beam. *Compos Struct.*, 133, 54–61. <https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2015.07.052>.
- Chopan, A. ve Noori, A.R. (2023). Fonksiyonel derecelendirilmiş gözenekli sandviç kirişlerin zorlanmış titreşim analizi. *Kahramanmaraş Sutcu Imam University Journal of Engineering Sciences*, 26(4), 909-921.
- Civalek, Ö., Uzun, B., and Yaylı, M.Ö. (2024). On the stability analysis of a restrained FG nanobeam in an elastic matrix with neutral axis effects. *Zeitschrift für Naturforschung A*, Published online. <https://doi.org/10.1515/zna-2023-0361>
- Ebrahimi F, Ghasemi F, and Salari E. (2016). Investigating thermal effects on vibration behavior of temperature-dependent compositionally graded Euler beams with porosities. *Meccanica*, 51, 223–49. <https://doi.org/10.1007/s11012-015-0208-y>.
- Fouda N, El-midany T, and Sadoun A.M. (2017). Bending, buckling and vibration of a functionally graded porous beam using finite elements. *Journal of Applied and Computational Mechanics*, 3(4), 274–282. <https://doi.org/10.22055/jacm.2017.21924.1121>
- Gao K, Li R, and Yang J. (2019). Dynamic characteristics of functionally graded porous beams with interval material properties. *Eng Struct.*, 197, 109441. <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2019.109441>.
- Hadji L, Zouatnia N, and Bernard F. (2019). An analytical solution for bending and free vibration responses of functionally graded beams with porosities: Effect of the micromechanical models. *Struct Eng Mech.*, 69, 231–41. <https://doi.org/10.12989/sem.2019.69.2.231>.
- Hamed M.A, Sadoun A.M, and Eltaher M.A. (2019). Effects of porosity models on static behavior of size dependent functionally graded beam. *Structural Engineering and Mechanics*, 71(1);89–98. <https://doi.org/10.12989/sem.2019.71.1.089>
- Jena S.K, Chakraverty S, and Malikan M. (2021). Application of shifted Chebyshev polynomial-based Rayleigh–Ritz method and Navier’s technique for vibration analysis of a functionally graded porous beam embedded in Kerr foundation. *Eng Comput.*, 37, 3569–89. <https://doi.org/10.1007/s00366-020-01018-7>.
- Kitipornchai S, Chen D, and Yang J. (2017). Free vibration and elastic buckling of functionally graded porous beams reinforced by graphene platelets. *Mater Des.*, 116, 656–65. <https://doi.org/10.1016/j.matdes.2016.12.061>.
- Nguyen N.D, Nguyen T.N, Nguyen T.K, and Vo T.P. (2022). A new two-variable shear deformation theory for bending, free vibration and buckling analysis of functionally graded porous beams. *Compos Struct.*, 282. <https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2021.115095>
- Noori, A.R., Aslan, T.A., and Temel, B. (2021). Dynamic analysis of functionally graded porous beams using complementary functions method in the Laplace domain. *Composite Structures*, 256, 113094. doi:10.1016/j.compstruct.2020.113094
- Şimşek, M. (2010). Fundamental frequency analysis of functionally graded beams by using different higher-order beam theories. *Nuclear Engineering and Design*, 240(4), 697–705. <https://doi.org/10.1016/j.nucengdes.2009.12.013>
- Taşkın V, ve Demirhan P.A. (2020). Fonksiyonel derecelendirilmiş gözenekli kirişlerin serbest titreşim analizi. *Eskişehir Tek Üniversitesi Bilim ve Teknoloji Dergisi B - Teorik Bilim*, 8, 49–61. <https://doi.org/10.20290/estubtdb.538586>.
- Turan M, and Kahya V. (2021). Free vibration and buckling analysis of functionally graded sandwich beams by Navier’s method. *J Fac Eng Archit Gazi Univ.*, 36, 743–57. <https://doi.org/10.17341/gazimmfd.599928>
- Turan, M. (2022). Fonksiyonel derecelendirilmiş gözenekli kirişlerin sonlu elemanlar yöntemiyle statik analizi, *Mühendislik Bilimleri ve Tasarım Dergisi*, 10 (4), 1362-1374. <https://doi.org/10.21923/jesd.1134356>
- Turan, M. ve Hacıoğlu, M.I. (2023). Yüksek mertebeli sonlu eleman modeliyle fonksiyonel derecelendirilmiş kirişlerin serbest titreşim ve statik analizi. *Gümüşhane Üniversitesi Fen Bilimleri Dergisi*, 13(2), 414-431. doi: 10.17714/gumusfenbil.1185301
- Turan, M. ve Kahya, V. (2018). Fonksiyonel derecelendirilmiş kirişlerin serbest titreşim analizi. *Karadeniz Fen Bilimleri Dergisi*, 8 (2), 119-130. <https://doi.org/10.31466/kfbd.453833>
- Turan, M., (2018). *Tabakalı kirişlerin statik, serbest titreşim ve burkulma analizleri için bir sonlu eleman modeli*. Doktora Tezi, Karadeniz Teknik Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Trabzon.

- Turan, M., and Adıyaman, G. (2023). A New Higher-Order Finite Element for Static Analysis of Two-Directional Functionally Graded Porous Beams. *Arabian Journal for Science and Engineering*, 48, 13303-13321. <https://doi.org/10.1007/s13369-023-07742-8>
- Turan, M., and Adıyaman, G. (2024). Free vibration and buckling analysis of porous two-directional functionally graded beams using a higher-order finite element model. *Journal of Vibration Engineering & Technologies*, 12, 1133-1152. <https://doi.org/10.1007/s42417-023-00898-5>
- Turan, M., Yaylacı E.U., and Yaylacı M. (2023). Free vibration and buckling of functionally graded porous beams using analytical, finite element, and artificial neural network methods. *Archive of Applied Mechanics*, 93, 1351-1372. <https://doi.org/10.1007/s00419-022-02332-w>
- Uzun, B., and Yaylı, M.Ö. (2024a). Porosity effects on the dynamic response of arbitrary restrained FG nanobeam based on the MCST. *Zeitschrift für Naturforschung A*, 79(2), 183-197. <https://doi.org/10.1515/zna-2023-0261>
- Uzun, B., and Yaylı, M.Ö. (2024b). Rotary inertia effect on dynamic analysis of embedded FG porous nanobeams under deformable boundary conditions with the effect of neutral axis. *Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering*, 46, 111. <https://doi.org/10.1007/s40430-023-04605-z>
- Uzun, B., Kafkas, U., Deliktaş, B., and Yaylı, M.Ö. (2023). Size-dependent vibration of porous bishop nanorod with arbitrary boundary conditions and nonlocal elasticity effects. *Journal of Vibration Engineering & Technologies*, 11(3), 809-826. doi:10.1007/s42417-022-00610-z
- Vo, T. P., Thai, H. T., Nguyen, T. K., Inam, F., and Lee, J. (2015). A quasi-3D theory for vibration and buckling of functionally graded sandwich beams. *Composite Structures*, 119, 1–12. <https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2014.08.006>
- Wattanasakulpong N, and Chaikittiratana A. (2015). Flexural vibration of imperfect functionally graded beams based on Timoshenko beam theory: Chebyshev collocation method. *Meccanica*, 50, 1331–42. <https://doi.org/10.1007/s11012-014-0094-8>.