

## Değişken Pasif Eleman Rijitliği İçeren Bir Hill Tipi Kas Modelinin Simülasyonu ve Performans Analizi

\*Makale Bilgisi / Article Info

Alındı/Received: 21.03.2024

Kabul/Accepted: 04.09.2024

Yayımlandı/Published: xx.xx.xxxx

### Simulation and Performance Analysis of a Hill-Type Muscle Model Including Variable Passive Element Stiffness

Faruk ÖRTEŞ<sup>\*</sup>, Bahar ALANBEL ERSİN

*Istanbul Üniversitesi-Cerrahpaşa, Mühendislik Fakültesi, Makine Mühendisliği Bölümü, İstanbul, Türkiye*



© Afyon Kocatepe Üniversitesi

© 2025 The Authors | Creative Commons Attribution-Noncommercial 4.0 (CC BY-NC) International License

#### Öz

Hill tipi kas modelleri başta kas-iskelet sistemleri simülasyonlarında esas alınan kas kuvvetlerinin hesaplanması olmak üzere kasların çeşitli biyomekanik ve fizyolojik özelliklerinin anlaşılmasında kullanılmaktadırlar. Klasik bir modelde kasılma birimi, paralel ve elastik elemanlar aracılığıyla kas yapısındaki aktin, miyozin, titin ve diğer proteinlerin etkileşimleri matematiksel olarak ifade edilmektedir. Ancak aktif uzama sonrası ortaya çıkan ve kas yapısındaki titin proteini ile ilişkilendirilen kalıntı kuvvet artışlarının bu tip reolojik modellerle simülasyonları yetersiz görünmektedir. Bu çalışmada klasik bir Hill tipi kas modeli için pasif eleman katılığındaki değişimin toplam kas kuvvetinde ve kalıntı kuvvet artışındaki rolü incelenmiştir. Pasif eleman için katılık değeri normal değerin yanı sıra kuvvet-uzunluk eğrisinde sağ ve sol kısımlara kaydırılmış ve model cevapları elde edilmiştir. Ayrıca farklı eksantrik kasılma hızları için de simülasyonlar tekrar edilmiş, tüm durumlar için kas kuvvetleri ve kalıntı kuvvet artışları hesaplanmıştır. Sonuçlar göz önüne alındığında, normal katılık için herhangi bir kalıntı kuvvet artışı gözlenmemiştir. Ancak aktivasyon ve uzamaya bağlı olarak pasif eleman katılığının sola kaydırıldığı durumlarda pozitif kalıntı kuvvet artışları elde edilmiştir. Buna göre pasif elemanların davranışındaki uygun modifikasyonlar kalıntı kuvvet artışı gibi deneysel özelliklerin simüle edilmesinde etkili olabilmektedir.

#### Abstract

Hill-type muscle models are used to perceive various biomechanical and physiological properties of muscles, particularly for calculating muscle forces used in simulations of the musculoskeletal systems. In a classical model, the interactions of actin, myosin, titin and other proteins in the muscle structure are expressed mathematically through the contractile unit, parallel and elastic elements. However, simulation of the residual force enhancement that occurs following active lengthening and thought to be associated with the titin protein in the muscle structure with such rheological models seems unsatisfactory. In this study, the role of changes in passive element stiffness in the total muscle force and residual force enhancement was investigated for a classical Hill-type muscle model. Besides its normal value, stiffness curve for the passive element was shifted to the right and left parts of the force-length relationship, and model responses were obtained. Furthermore, simulations were repeated for different eccentric contraction velocities, and muscle forces as well as residual force enhancements were calculated for all cases. Considering the results, none of residual force enhancement was observed for normal stiffness curves. However, in cases consisting of shift towards left due to activation and stretch, positive residual force enhancements were obtained. Accordingly, proper modifications in the behavior of passive elements can be effective in simulations of experimental properties such as residual force enhancement.

**Anahtar Kelimeler:** Kas kuvveti; Hill tipi modeller; Kalıntı kuvvet artışı; Kasılma hızı; Pasif kuvvet.

**Keywords:** Muscle force; Hill-Type models; Residual force enhancement; Contraction velocity; Passive force.

#### 1. Giriş

İskelet kaslarının hareket esnasındaki rollerinin temsilinin yanı sıra deneysel olarak gözlemlenen bir takım fizyolojik ve biyomekanik özelliklerinin açıklanmasında matematiksel kas modellerine sıklıkla başvurulmaktadır (Bogert vd 1998). Kasılma esnasındaki kuvvet üretimi (muscle force production), yavaş ve hızlı hareketlerdeki kasılmalar, kasılma geçmişinin etkisi, metabolik enerji tüketimi, kasılma esnasındaki ısı üretimi, aktif uzama esnasındaki kuvvet karakteristiği gibi kasların fizyolojik ve

mekanik özelliklerinin yanı sıra deneysel olarak gözlemlenen çok çeşitli davranışları kas modelleri ile simüle edilebilmektedir (Nigg ve Herzog 1994, Riek vd 1999). Başlıca kas modellerinden biri olan Hill tipi kas modeli ise kas-iskelet sistemi simülasyonları başta olmak üzere kas kuvvetlerinin hesaplanmasına ihtiyaç duyulan çok çeşitli uygulamalarda kullanılmaktadır. Kasların fizyolojik özellikleri ve etkileşimde oldukları elemanlara dair basitleştirmeler ile ortaya çıkan etkinlikleri sayesinde uzun zaman boyunca modellemede dominant yaklaşımlar olmuşlardır (Wakeling vd 2023). Bu tip modeller, kas

kuvvetlerinin üretiminde rol alan çapraz-köprü mekanizması gibi yapısal özelliklerden çok kasların makro seviyedeki özelliklerini esas alan ve düşük hesaplama yükleri ve karmaşıklık ile farklı kas seviyelerine uyarlanabilirlik özellikleri sayesinde kasların birçok özelliklerinin anlaşılmasında kullanılan araçlar olmuşlardır (Bujalski vd 2018, Yeo vd 2023). Kas kuvvetlerinin Hill tipi modeller kullanılarak hesaplanmasında kas yapısındaki aktif ve pasif elemanların bir kas-tendon ünitesi içindeki etkileşimleri esas alınmaktadır. Klasik bir Hill tipi kas modelinde kasılma birimi (contractile unit-CE), paralel elastik eleman (parallel elastic element-PEE) ve seri elastik eleman (serial elastic element-SEE) bulunur (Zajac 1989). Kasların mekanik ve fizyolojik özellikleri model yapısı içerisinde bu elemanlar vasıtasıyla temsil edilmektedir (Krylow ve Sandercock 1997, Tam 2022). Kasların deneysel olarak gözlemlenen ve bu tür elemanlarla model bünyesinde entegre edilen temel özellikleri kuvvet-uzunluk, kuvvet-kasılma hızı, kas birimlerinin aktivasyon dinamiği ve pasif elemanların katılık özellikleridir (Erdemir vd 2007). Kas yapısının çeşitli varsayım ve basitleştirmelere göre model yapısındaki elemanlar aracılığıyla matematiksel olarak ifade edilmesi kasılma dinamiğinin yeterince temsil edilmediğine dair eleştirilere sebep olsa da bu elemanların sağladıkları hesap kolaylığı bu tip modellerin avantajlarından (Cailliet vd 2023).

İskelet kaslarında deneysel olarak gözlemlenen ancak henüz tam olarak açıklanamayan ve modellerde henüz yeterince temsil edilmeyen birtakım özellikler de kas modellerinin yapılarına dahil edilerek modellerin ve benzetim performanslarının geliştirilmesi amaçlanmaktadır. Kasılma sırasındaki kuvvet cevaplarının kasılmadan hemen önceki harekete bağımlı olma durumu (history-dependency) da bu modeller aracılığıyla incelenen fenomenlerdendir (Forcinito vd 1998). Kasların bu özelliklerinden birisi de kalıntı kuvvet artışı (residual force enhancement-RFE) olarak bilinmektedir ve bir kasın aktif uzama sonrası ulaştığı kas boyundaki kuvvetin aynı kas boyundaki izometrik kas kuvvetinden büyük olması durumu olarak tanımlanmaktadır (Herzog vd 2006, Abbott ve Aubert 1952). Kalıntı kuvvet artışını (RFE) açıklamak amacıyla çeşitli mekanizmalar göz önüne alınmış olmakla birlikte kasların bu davranışı şimdiye kadar kas yapısı içinde yalnızca pasif kuvvet ürettiği kabul edilen titin proteini ile ilişkilendirilmektedir (Herzog vd 2016, Herzog 2018).

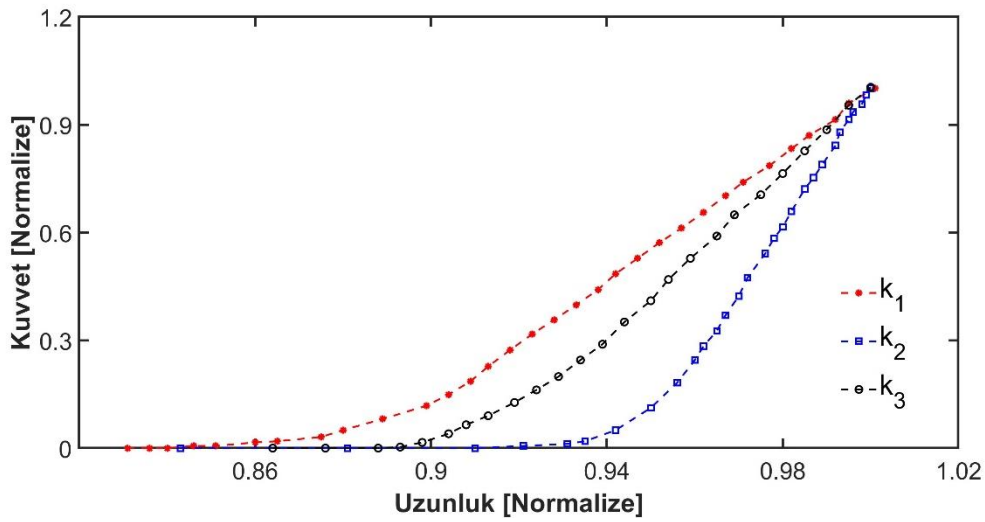
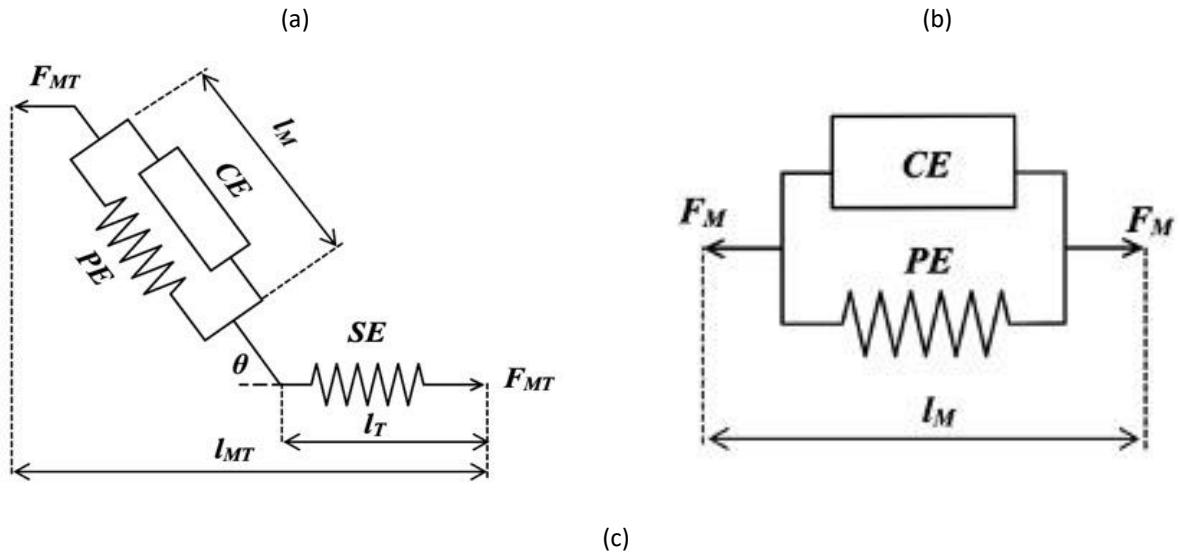
Özellikle aktif uzama sonrası ortaya çıkan eksantrik kas kuvvetlerinin aynı boydaki izometrik kas kuvvetlerinden daha yüksek olması titin proteininin aktivasyon ve uzama sonrası farklı katılık (stiffness) kazanmasına

dayandırılmaktadır. Titin'in değişken katılığa sahip olması pasif kuvvetlerin kuvvet-uzunluk eğrisin üzerinde yer değiştirmesine ve aktif-pasif duruma göre eğrinin sağ-sol yönlerinde hareketi ile sonuçlanmaktadır (Herzog 2014). Pasif eleman katılığındaki bu değişim ve bunun eksantrik uzamadaki rolüne dair çalışmalar oldukça kısıtlıdır. Buna paralel olarak modellerde pasif elemanlar ile temsil edilen bu kasılma elemanının değişken katılığına dair çalışmalar da hem nicel hem nitel olarak fizyolojik bulguları açıklamak bakımından tatmin edici bulunmamaktadır (Nigg ve Herzog 1994, Forcinito vd 1998). Bunun yanında değişken ve kuvvet-uzunluk eğrisi üzerinde hareketli bir pasif kuvvet davranışının Hill tipi kas modeli ile üretilen kuvvet sonuçları üzerindeki etkisi nicel olarak ortaya konmuş değildir. Bu çalışmada değişken pasif eleman katılığının toplam kas kuvveti üzerindeki etkilerini incelemek amacıyla Hill tipi kas modelinin çeşitli uzamalar altındaki kuvvet cevapları incelenmiştir. Matematiksel model kullanılarak kasılma ünitesi ve pasif eleman vasıtasıyla toplam kas kuvvetleri ve kas boyunun zamana göre değişimleri elde edilmiştir. Model simülasyonlarında kullanılan pasif kuvvetler kuvvet-uzunluk eğrisi üzerindeki farklı konumlarda tutularak kuvvet cevapları elde edilmiştir. Bunun yanında simülasyonlar farklı kasılma hızları için tekrarlanmış ve bu durumlar için ilgili kas boyundaki izometrik kas kuvvetleri de göz önüne alınarak kalıntı kuvvet artışları hesaplanmıştır.

## **2. Materyal ve Metot**

Kas kuvvetlerinin belirli dinamik kasılma koşulları için simüle edilmesi amacıyla modifiye edilmiş bir Hill tipi kas modeli kullanılmıştır. Klasik bir Hill tipi kas modelinde kasılma birimi (CE), paralel elastik eleman (PE) ve genellikle tendon ve Aponeurosis davranışından sorumlu bir seri elastik eleman (SE) bulunmaktadır (Şekil 1) (Erdemir vd 2007).

Elastik davranış bu elemanların oluşturduğu kuvvet-uzunluk eğrileri ile ifade edilmiş olup deneysel verilere uygun olarak seçilmektedir. Bu çalışmada değişken katılığın etkilerini göstermek amacıyla modifiye edilmiş ve bir paralel elastik eleman (PE) ile kasılma biriminden (CE) oluşan model kullanılmıştır. Elastik elemanların kuvvet cevapları modelin toplam kuvvet cevabı üzerinde oldukça etkili olduğundan model yapısında kullanılacak elastik elemanın rijitliği de model davranışı açısından önem kazanmaktadır (Siebert vd 2008). Klasik Hill tipi model, modifiye edilmiş model ve farklı elastik karakteristiklere sahip elastik elemanların kuvvet cevapları Şekil 1'de gösterilmiştir. Hill tipi kas modelinde kasların esas fizyolojik ve mekanik görevlerini ifade eden kasılma birimi (CE) çeşitli özelliklere sahiptir.



**Şekil 1.** Hill tipi bir kas modelinde elemanlar ve farklı rijitlik karakteristiğinin gösterimi: a) Klasik bir Hill tipi modelindeki mekanik elemanlar, b) Modifiye edilmiş bir Hill tipi model, c) Farklı rijitlik karakteristilerine ( $k_1$ ,  $k_2$ ,  $k_3$ ) pasif elemanları uzama altındaki kuvvet cevapları (Erdemir vd 2007, Siebert vd 2008).

Deneyssel olarak gözlemlenen ve birçok kas grubu ve kas seviyesi için sayısal olarak elde edilen bu özellikler matematiksel olarak da ifade edilebilmektedir. Aktif kas kuvvetinin üretiminden sorumlu kasılma birimi temel olarak üç ilişki ile temsil edilmektedir: i) Kuvvet-uzunluk ilişkisi, ii) kuvvet-kasılma hızı ilişkisi, iii) kuvvet-aktivasyon dinamiği. Kuvvet-uzunluk ilişkisi iskelet kaslarının çalışma aralığı üzerinde tüm kas, kas lifi, miyofibril veya sarkomer gibi kas ünitelerinin boyu ile ürettikleri kuvvetler arasındaki 'parabolik' ilişkiyi ifade etmektedir. Optimal kas uzunluğu (veya boyu) kasın maksimum izometrik kuvvet ürettiği uzunluk olmak üzere, anlık kas uzunluğunun izometrik kas uzunluğuna oranı (Normalize Uzunluk,  $L/L_0$ ) göz önüne alındığında kasların çalışma aralığı bu oranın 0.5-1.5 katı aralığındadır ve bu aralık kasların aktif kuvvet üretebildikleri uzunluk olarak kabul edilmektedir. Bu çalışma aralığı üzerinde optimal kas uzunluğu ( $L/L_0$ ) = 1 maksimum izometrik kuvvetin

üretildiği bölge olup bu bölgenin sağında ve solundaki uzunluklarda kas kuvveti daha düşük olarak elde edilmektedir (Gordon vd 1966). İzometrik kuvvet ( $f_L$ ) ve normalize uzunluk ( $L/L_0$ ) göz önüne alınarak kasların kuvvet-uzunluk ilişkisi matematiksel olarak aşağıda gösterildiği gibi ifade edilebilmektedir (Cadova vd 2014):

$$f_L = 1 - \left[ \frac{(L/L_0) - 1}{0.5} \right]^2 \quad (1)$$

Kasılma birimi açısından hız kasılma hızını veya kas uzunluğunun zamanla değişimi ifade etmektedir. İskelet kaslarının tüm kas ve daha alt seviyedeki bileşenleri için kuvvet-hız ilişkisi kasların dinamik davranışlarının ortaya konması amacıyla deneyssel olarak belirlenmiştir (Hill 1938). Buna göre kasların eksantrik kasılma (veya aktif uzama) sırasındaki dinamik davranışları konsantrik (aktif kısılma) ve izometrik (sabit kas uzunluğu) kasılmalarından farklılık göstermektedir. Kuvvet-hız ilişkinin eksantrik ve

konsantrik kasılma durumları için matematiksel gösterimi sırasıyla denklem (2) ve (3)'te gösterilmiştir.

$$f_v = e^{-e^{-A(act-B)}} \frac{(c_{pos}(1+c_{pos}))}{(v/v_{maxpos})+c_{pos}} - c_{pos} \quad (2)$$

$$f_v = \frac{(c_{neg}(1+c_{neg}))}{(v/v_{maxneg})+c_{neg}} - c_{neg} - \left(1 - e^{-e^{-A(act-B)}}\right) \quad (3)$$

(2) ve (3) numaralı denklemlerde  $f_v$  kasılma hızına bağlı kas kuvvetini, A ve B kuvvet-aktivasyon eğrisinin optimal uzunluk için parametre değerlerini, act değeri aktivasyonu göstermekte iken,  $c_{pos}$  ve  $c_{neg}$  değerleri de Hill hiperbolünün eğriliğini ifade eden parametrelerdir. Yine aynı denklemlerdeki  $v_{maxpos}$  ve  $v_{maxneg}$  parametreleri de genel Hill hiperbolündeki boy değişimlerinin maksimum değerleridir (Blümel vd 2012).

Kas aktivasyon dinamiği kasların nöral sinyallerin kas kuvvetine dönüştürülmesi bir diğer ifadeyle bir iskelet kasının elektriksel sinyaller vasıtasıyla aktif duruma geçerek kas yapısındaki aktin ve miyozin miyofilamanlarının bağlanarak çapraz-köprü (cross-bridge) oluşturmalarını ifade eden bir kavramdır. Bu sebeple kasılma biriminin karakteristiğini temsil eden bir diğer ilişki de kas kuvveti-aktivasyon ilişkisi olarak gösterilmiştir. Kaslarda aktivasyon seviyesi sıfır (tam deaktif veya tam pasif) ve bir (tam aktif) seviyeleri arasında bulunabilmekte ve bu aktivasyon seviyesi kas kesitinde üretilen kuvveti değiştirmektedir. Kuvvet-aktivasyon ilişkisi matematiksel olarak aşağıda gösterildiği gibi ifade edilebilmektedir (Zajac 1989).

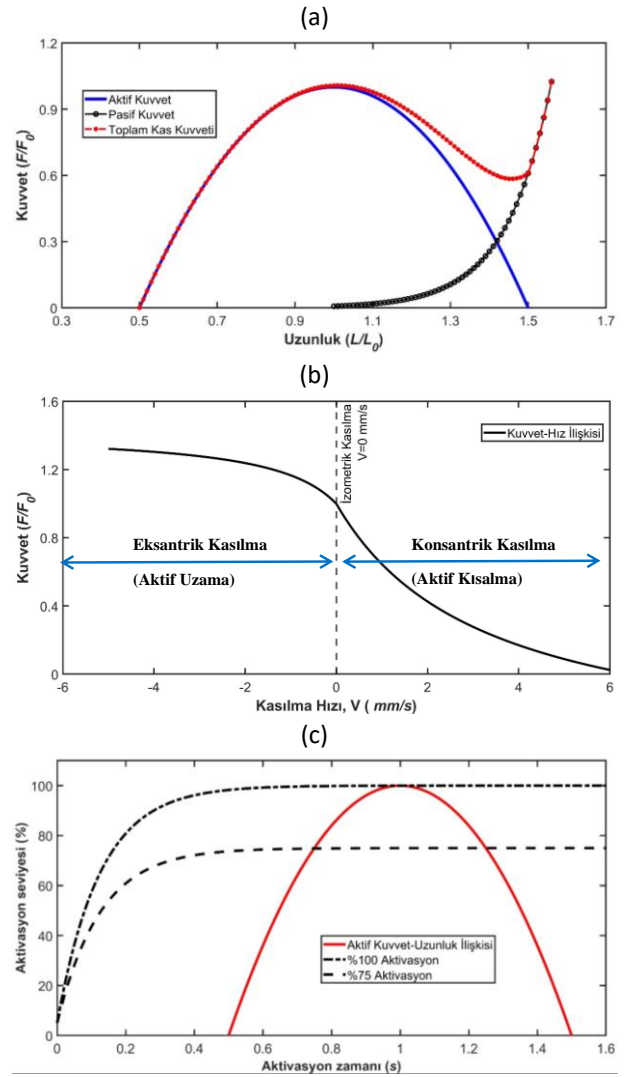
$$\frac{da(t)}{dt} + \left[ \frac{1}{\tau_{act}} (\beta + (1 - \beta) u(t)) \right] \cdot a(t) = \left( \frac{1}{\tau_{act}} \right) u(t) \quad (4)$$

Bu denklemde  $a(t)$ ,  $u(t)$  ve  $\tau_{act}$  sırasıyla aktivasyon, uyarım miktarı, aktivasyon zaman sabitini gösterirken  $\beta$  ise aktivasyon ve deaktivasyon zaman sabitlerinin oranını ifade etmektedir. Denklem (4) ile gösterilen aktivasyon dinamiği analitik biçimde çözülebilmekte ve uygun sayısal değerler ve başlangıç koşulları ile kuvvet-aktivasyon ilişkisi elde edilebilmektedir (Rockenfeller vd 2015).

Modelde paralel ve/veya seri bir şekilde bulunabilen pasif eleman davranışı ise aktif kuvvet üretimi dışında kalan kas elemanlarının (pasif elemanlar) elastik özelliklerinden kaynaklanan bir ilişki olarak nitelendirilmektedir. Pasif kuvvet üretiminin tüm kas veya alt seviyedeki kas birimlerinin optimal uzunluk bölgelerinden başladığı ve kas uzunluğu arttıkça pasif kuvvetin de arttığı kabul edilmektedir. Buna göre pasif kuvvet-uzunluk ilişkisi matematiksel olarak aşağıda gösterilen formülasyon ile elde edilebilmektedir:

$$f_{PE} = \left( \frac{L}{L_0} \right)^3 \exp \left[ 8 \left( \frac{L}{L_0} \right) - 12.9 \right] \quad (5)$$

Denklemde  $f_{PE}$  pasif kas kuvvetini,  $L_0$  ve  $L$  de sırasıyla optimal uzunluk ile eksantrik uzama esnasındaki anlık uzunluğu ifade etmektedir.



Şekil 2. Kasların model elemanları ile temsil edilen mekanik özellikleri: a) Kuvvet-Uzunluk ilişkisi ve pasif kuvvet, b) Kuvvet-Hız ilişkisi, c) Kuvvet-Aktivasyon ilişkisi

Pasif kuvvetlerin paralel ve seri elemanlar için kabul edilebilir temsilleri parametrelerin deneysel kuvvet sonuçları ile uyumlu seçilmesi ile mümkün olabilmektedir. Dinamik kas kuvveti simülasyonları için kullanılacak model bünyesindeki elemanların mekanik özellikleri grafik olarak da gösterilmiştir (Şekil 2). Model elemanlarınca temsil edilecek mekanik özelliklerin elde edildiği deneysel çalışmalar referans alınarak matematiksel ifadelerde yer alan parametrelerin deneysel verilerle uyumlu olarak seçilmesi amaçlanmıştır. Bunun yanında modellerin nümerik çözümlerle ele alındığı çalışmalar da göz önüne alınarak model parametrelerinin sayısal değerleri belirlenmiş ve bu değerler çizelge halinde sembol ve birimleri ile birlikte gösterilmiştir (Çizelge 1). Kuvvet-Uzunluk ilişkisi için literatürde kullanılan kas uzunluğu aralığı ve optimal kas uzunluğu kullanılmıştır (Gordon vd 1966). Kuvvet-Hız ilişkisi için ise parametrelerin sayısal değerleri deneysel Hill eğrisinin eğriliğine uygun ve yine deneysel kuvvetlerin farklı hızlardaki değerlerini

sağlayacak biçimde seçilmiştir (Blümel vd 2012, Blümel vd 2012a, Blümel vd 2012b).

Modifiye Hill tipi model kullanılarak toplam kas kuvveti aktif kasılma birimi ile paralel pasif eleman tarafından üretilen kuvvetin toplamı olarak hesaplanabilmektedir. Kasılma esnasında aktif kuvvetin uzunluk, hız ve aktivasyon ilişkilerinin bir fonksiyonu olarak üretildiği, pasif kas kuvvetinin belli bir kas uzunluğundan sonra ortaya çıktığı ve toplam kas kuvvetine etkisi göz önüne alındığında belli bir kasılma anı için toplam kas kuvveti aşağıdaki gibi hesaplanabilmektedir:

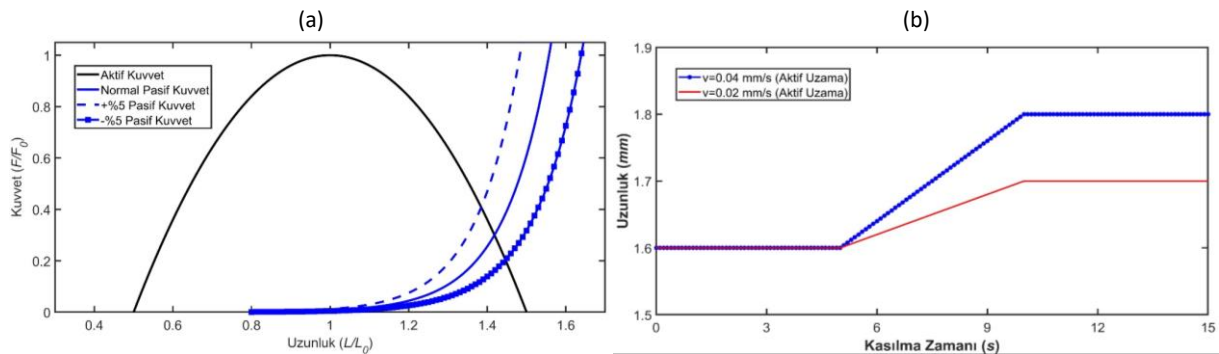
$$F_M = f_{CE} + f_{PE} \quad (6)$$

$$F_M = (f_L f_V f_a + f_{PE}) F_0 \quad (7)$$

Denklem (6) ve (7) ile toplam kas kuvvetinin izometrik kuvvet ile normalize edilmiş hali ile spesifik bir kas için hesaplamada kullanılabilen matematiksel ifadesi gösterilmektedir. Denklemlerde  $f_L$ ,  $f_V$ ,  $f_a$  ve  $F_0$  parametreleri sırasıyla kuvvet-uzunluk, kuvvet-hız, kuvvet-aktivasyon ilişkisini ve izometrik kas kuvvetini ifade etmektedir.

**Çizelge 1.** Dinamik kasılma simülasyonları için kullanılan model parametreleri

Mekanik Özellik	Parametre	Sembol	Değer	Birim	Kaynak
Kuvvet-Uzunluk İlişkisi	Anlık kas uzunluğu	$L$	0.7-2.2	mm	Gordon vd 1966, Cadova vd 2014
	Optimal izometrik kas uzunluğu	$L_0$	~1.4	mm	Cadova vd 2014
	Dinlenme uzunluğunda kuvvet-aktivasyon eğrisine ait parametre	$A$	10.8	-	Blümel vd 2012, Blümel vd 2012a
	Dinlenme uzunluğunda kuvvet-aktivasyon eğrisine ait parametre	$B$	0.23	-	Blümel vd 2012, Blümel vd 2012b
	Aktivasyon	$act$	1	-	Blümel vd 2012a
Kuvvet-Hız İlişkisi	Eksantrik kasılma için Hill hiperbolünün eğriligi	$c_{pos}$	0.5	-	Blümel vd 2012, Blümel vd 2012a
	Konsantrik kasılma için Hill hiperbolünün eğriligi	$c_{neg}$	-1.42	-	Blümel vd 2012, Blümel vd 2012b
	Kasılma hızı	$v$	0-6 (Konsantrik) -6-0 (Eksantrik)	mm/s	-
	Eksantrik kasılma için maksimum kas uzunluğu değişimi	$v_{max pos}$	6.46	mm/s	Blümel vd 2012, Blümel vd 2012a
	Konsantrik kasılma için maksimum kas uzunluğu değişimi	$v_{max neg}$	1.07	mm/s	Blümel vd 2012, Blümel vd 2012a
Kuvvet-Aktivasyon Dinamiği	Kas aktivasyonu	$a(t)$	0-1	-	Rockenfeller vd 2015, Zajac 1989
	Zaman sabiti	$\tau_{act}$	0.0125	s	Zajac 1989
	Oran sabiti	$\beta$	0-1	1/s	Zajac 1989
	Uyarım miktarı	$u(t)$	1	-	Zajac 1989



**Şekil 3.** Kasılma simülasyonları için pasif kuvvetler(a) ve aktif uzama protokolü(b)

Gerçekleştirilen dinamik kasılma simülasyonlarında pasif kuvvetin aktif uzama esnasında aktivasyon ve uzamaya bağlı olarak kuvvet-uzunluk eğrisi üzerinde değişen karakteristiği kullanılmıştır. Buna göre normal pozisyon ve bu normal pozisyonun yüzdelik olarak  $\pm 5$  pozisyonlarında ortaya çıkan değerleri referans alınmıştır (Şekil 3a).

Kasılma birimi için optimal uzunluk ( $L_0$ ) 1.4 mm ve bu uzunluktaki maksimum izometrik kuvvet ( $F_0$ ) 189 mN olarak göz önüne alınmıştır (Blümel vd 2012a). Ayrıca simülasyon protokolü aktif uzama (aktif eksantrik kasılma) koşulunda iki ayrı kasılma hızı ( $v=0.02$  mm/s,  $v=0.04$  mm/s) için uygulanmıştır. Simülasyonlar sıfır

aktivasyondan başlatılmış ve kas uzunluğu aktif kuvvetin kararlı duruma (steady-state) gelmesine kadar sabit tutulmuştur. Eksantrik uzama için 5-10 saniye aralığında 0.2 mm ve 0.4 mm aktif uzama uygulanmıştır. Aktif uzama sonrası aktivasyon sürdürülmüş ve uzunluk sabit (izometrik kasılma) tutulmuştur. Her iki kasılma hızı için de toplam kas kuvvetleri pasif ve aktif kuvvetlerin toplamı olarak hesaplanmıştır.

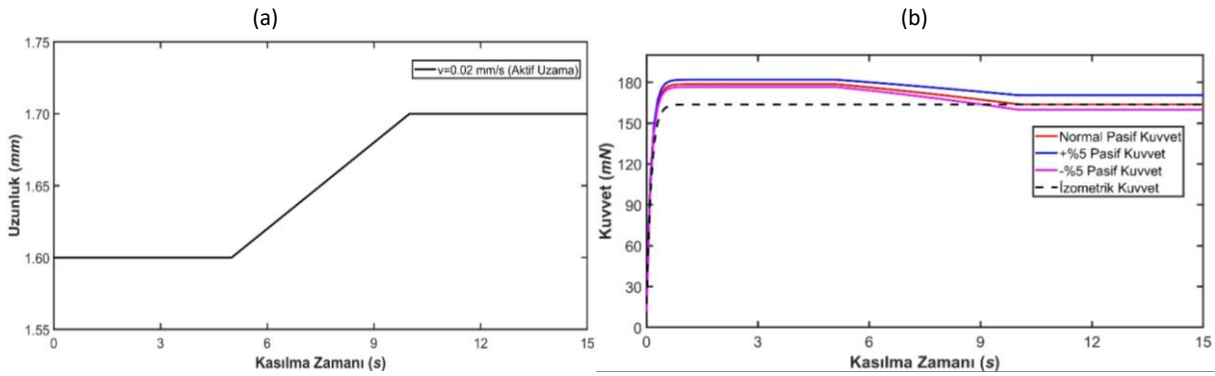
### 3. Bulgular

Hill tipi kas modelinin kullanıldığı ve kas kuvvetlerinin hesaplandığı dinamik kasılma simülasyonları toplam 15 saniyelik zaman süresi için gerçekleştirilmiştir. Aktivasyonun başlangıcı ile aktif eksantrik uzama arasında sabit uzunlukta (izometrik) gerçekleştirilen ilk kasılma bölümünde kas kuvveti maksimum izometrik kas kuvvetine bağlı olarak kararlı duruma (steady-state) ve sayısal bir sabit değere ulaşmıştır. Kararlı haldeki izometrik kas kuvvetinin elde edilmesi sonrası kas ünitesi

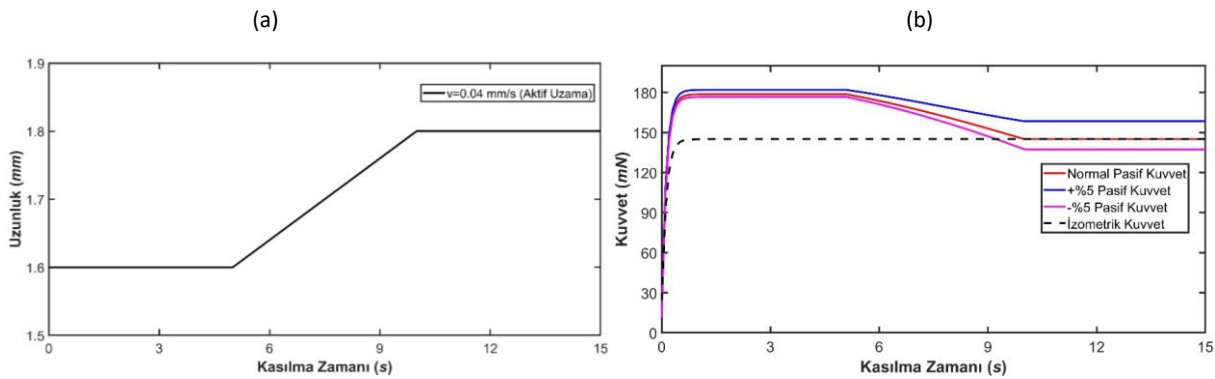
aktif uzamaya maruz bırakılmış ve eksantrik kontraksiyon için de kas kuvvetleri elde edilmiştir. Aktif uzama ile ulaşılan nihai kas boyunda da sürdürülen aktivasyon ile konsantrik kasılma için kas kuvveti hesaplanmıştır.

#### 3.1. Modelin Performans Analizi

Pasif kuvvetin aktif uzama esnasında aktivasyon ve uzamaya bağlı olarak kuvvet-uzunluk eğrisi üzerindeki normal pozisyonu (normal pasif kuvvet) ile bu normal pozisyonun %5 oranında sol tarafa (+%5 pasif kuvvet) ve sağ tarafa (-%5 pasif kuvvet) değerleri için kasılma hızının  $v=0.02$  mm/s olduğu dinamik kasılma boyunca kuvvet değerleri hesaplanmıştır (Şekil 4). Buna göre kas biriminin hedef boyunda (1.70 mm) izometrik kuvvet 163.78 mN olarak hesaplanırken kasılma boyunca maksimum kuvvet ise +%5 pasif kuvvet içeren durum için 181.94 mN olarak bulunmuştur. Bunun yanında kararlı duruma ulaşan kuvvetler için minimum kuvvet değeri de 159.83 mN olarak -%5 pasif kuvvet içeren durum için elde edilmiştir.



Şekil 4. Pasif kuvvet değişimlerinin  $v=0.02$  mm/s aktif uzama esnasındaki toplam kuvvete etkisi



Şekil 5. Pasif kuvvet değişimlerinin  $v=0.04$  mm/s aktif uzama esnasındaki toplam kuvvete etkisi

Aktif uzama boyunca kuvvet cevapları aynı pasif kuvvet değişimleri için kasılma hızının  $v=0.02$  mm/s olduğu dinamik kasılma boyunca da hesaplanmıştır (Şekil 5). Bu kasılma koşulunda kasılma biriminin 1.8 mm'lik uzunluğa ulaşması hedeflenmiştir. Buna göre 1.8 mm uzunluğunda izometrik kas kuvveti 145.08 mN olarak hesaplanmıştır.

Normal pasif kuvvetin uygulandığı durumda Hill tipi modellerin karakteristik özelliklerinden dolayı yine bu uzunluktaki kuvvet değeri elde edilmiştir. Kasılma boyunca maksimum kuvvet +%5 pasif kuvvet içeren durum için 181.94 mN olarak hesaplanmıştır ancak kararlı durumda aynı kuvvet değerinin 170.48 mN değerine



düştüğü gözlenmektedir. Kararlı bölgede minimum kuvvet değeri de -%5 pasif kuvvet içeren durum için 137.39 mN olarak hesaplanmıştır.

Benzetimleri gerçekleştirilen dinamik kasılma koşulları boyunca elde edilen kuvvetlerin sayısal değerleri ve bu değerlerden hesaplanan kalıntı kuvvet artışları (RFE) da gösterilmiştir (Çizelge 2).

Çizelge 2 incelendiğinde +%5 pasif kuvvet durumu için  $v=0.02$  mm/s ve  $v=0.04$  mm/s kasılma hızlarında maksimum kas kuvvetleri eşit (181.94 mN) bulunurken kalıntı kuvvet artışları (RFE) sırasıyla 6.70 mN (%4.10) ve 13.45 mN (%9.27) olarak hesaplanmıştır. Pasif kuvvetin kuvvet-uzunluk eğrisi üzerinde sağa kaydırıldığı -%5 pasif kuvvet durumları için ise izometrik kuvvetlerden daha düşük kuvvet değerleri ve negatif kalıntı kuvvet artışları (RFE) yine  $v=0.02$  mm/s ve  $v=0.04$  mm/s kasılma hızları için sırasıyla -3.95 mN (%-2.41) ve -7.69 mN (%-5.30) olarak elde edilmiştir. Normal pasif kuvvetin uygulandığı kasılma simülasyonlarında ise kararlı durumda elde edilen kas kuvveti ile ilgili boydaki izometrik kas kuvveti değerleri arasında sayısal farklar görülmemektedir.

**Çizelge 2.** Dinamik kasılmalar boyunca ortaya çıkan kas kuvvetleri ve kalıntı kuvvet artışları (RFE)

Kasılma Hızı	Pasif Kuvvet Durumu	Maksimum Kas Kuvveti (mN)	Kararlı Durumda Kas Kuvveti (mN)	RFE (mN-%)
$v=0.02$ mm/s izometrik 163.78	+%5 pasif kuvvet	181.94	170.48	6.70 (%4.10)
	Normal pasif kuvvet	178.62	163.78	0.0 (%0.0)
	-%5 pasif kuvvet	176.61	159.83	-3.95 (%-2.41)
$v=0.04$ mm/s izometrik 145.08	+%5 pasif kuvvet	181.94	158.53	13.45 (%9.27)
	Normal pasif kuvvet	178.61	145.08	0.0 (%0.0)
	-%5 pasif kuvvet	176.61	137.39	-7.69 (%-5.30)

#### 4. Sonuçlar ve Tartışma

Hill tipi kas modelleri makro ölçekli kas kuvveti simülasyonlarında oldukça sık kullanılan ve hesaplama yükleri açısından düşük-yükü olarak bilinen matematiksel modellerdir. Düşük hesap yükünün yanında yüksek

uygulanabilirlikleri ile çeşitli simülasyon platformlarında kas-iskelet sistemi modellenmesinde verimli araçlar olmuşlardır (Yeo vd 2023). Ancak bu makro modeller kasların kuvvet-uzunluk ve kuvvet-kasılma hızı ilişkilerine dayanmalarına rağmen deneysel olarak gözlemlenen birtakım fenomenlerin açıklanmasında ve benzetimlerinde performansları yeterli görünmemektedir. Özellikle iskelet kasları için kasılma esnasında ortaya çıkan kas kuvvetlerinin aynı kas biriminin gerçekleştirdiği hemen önceki harekete bağımlı olması durumlarından (history-dependency) biri olan kalıntı kuvvet artışı (RFE) için gerçekleştirilen benzetimler kısıtlıdır (Forcinito vd 1998). Bu sebeple kalıntı kuvvet artışının Hill tipi model kullanılarak simüle edilebilmesi amacıyla kas yapısındaki titin proteinine atfedilen pasif kuvvet davranışı model bünyesinde kuvvet-uzunluk eğrisi üzerindeki pozisyonu dikkate alınarak göz önüne alınmıştır.

Gerçekleştirilen kas kuvveti simülasyonlarında elde edilen kas kuvvetleri hem büyüklük hem de örüntü bakımından literatürde bulunan deneysel sonuçlarla uyumludur (Blümel vd 2012, Blümel vd 2012a). Pasif elemanın normal rijitlik karakteristiği gösterdiğinde kararlı durumdaki kas kuvvetleri ilgili kas boyundaki izometrik kas kuvvetlerine eşit olarak elde edilmiştir. Normal pasif eleman içeren modelin herhangi bir kalıntı kuvvet artışı göstermemesi de önceki deneysel ve nümerik çalışmalar ile benzerlik göstermektedir (McGowan vd 2013). Pasif eleman rijitliğinin kuvvet-uzunluk eğrisi üzerindeki sola kaydırıldığı (+%5) durumlar için hem  $0.02$  mm/s hem de  $0.02$  mm/s kasılma hızları için gözle görülür kalıntı kuvvet artışları ortaya çıkmıştır. Dolayısıyla titinin aktivasyon ve uzama ile rijitliğini değiştirerek kalıntı kuvvet artışları meydana getirdiğini ifade eden üç filamanlı kasılma yaklaşımı ile uyumaktadır (Herzog 2018, Schappacher-Tilp vd 2015). Ancak pasif eleman rijitliğinin kuvvet-uzunluk eğrisi üzerinde sağ tarafa kaydırıldığı (-%5) durumlar için ise kararlı durumlarda elde edilen kas kuvvetleri ilgili kas boyundaki izometrik kas kuvvetlerinden küçük olup negatif kuvvet artışları ortaya çıkarmıştır. Deneysel olarak ise aktif uzama esnasında kararlı durumdaki kas kuvvetleri için negatif kalıntı kuvvet artışları rapor edilmemiş olup titinin rijitliğinin aktivasyon veya uzamaya bağlı olarak kuvvet-uzunluk eğrisi üzerinde sağ tarafa hareketi literatürdeki yaklaşımlarla uyumamaktadır. Ayrıca klasik modelin yapısındaki aktivasyon, kuvvet-hız profilindeki farklı hız değerleri ve farklı pasif davranışların etkileri de literatürdeki çalışmalara benzer şekilde sayısal olarak ortaya konmuştur (Mayfeld vd 2022). Bunların yanında çalışmadaki birtakım kısıtların da sonuçlar üzerinde etkisi

bulunabilmektedir. Model için seçilen parametrelerin optimize edilerek seçilmesi ile elde edilen kuvvet ve kalıntı kuvvet artışlarının daha kesin bir şekilde tespiti mümkündür. Ayrıca belli seviyedeki kas birimleri için ortaya çıkan kalıntı kuvvet artışlarının göz önüne alınması ile daha hassas titin rijitliği ve bu rijitliğin kuvvet-uzunluk ilişkisine göre hareketi tespit edilebilecektir.

#### **Etik Standartlar Bildirgesi**

*Bu çalışmanın hazırlanma sürecinde bilimsel ve etik ilkelere uyulduğu ve yararlanılan tüm çalışmaların kaynakçada belirtildiği beyan olunur.*

#### **Yazarlık Katkı Beyanı**

Yazar 1: Kavramsallaştırma, Araştırma, Metodolojik tasarım, Analiz ve yorumlama, Yazma – orijinal taslak.

Yazar 2: Kaynaklar, Araştırma, Metodoloji, Görselleştirme, Yazma – orijinal taslak.

#### **Çıkar Çatışması Beyanı**

Yazarların bu makalenin içeriğiyle ilgili olarak beyan edecekleri hiçbir çıkar çatışması yoktur.

#### **Verilerin Kullanılabilirliği**

Yazarlar, bu çalışmanın bulgularını destekleyen ana verilerin makale içerisinde mevcut olduğunu beyan ederler.

## **5. Kaynaklar**

Abbott B.C., Aubert X.M., 1952. The force exerted by active striated muscle during and after change of length. *The Journal of Physiology (Lond)*, **117**, 77– 86. <https://doi.org/10.1113/jphysiol.1952.sp004733>

Blümel M., Hooper S.L., Guschlbauer C., White W.E., Büschges A., 2012. Determining all parameters necessary to build Hill-type muscle models from experiments on single muscles. *Biological Cybernetics*, **106**, 543– 558. <https://doi.org/10.1007/s00422-012-0531-5>

Blümel M., Guschlbauer C., Daun-Gruhn S., Hooper S.L., Büschges A., 2012a. Hill-type muscle model parameters determined from experiments on single muscles show large animal-to-animal variation. *Biological Cybernetics*, **106**, 559–571. <https://doi.org/10.1007/s00422-012-0530-6>

Blümel M., Guschlbauer C., Hooper S.L., Büschges A., 2012b. Using individual-muscle specific instead of acrossmuscle mean data halves muscle simulation error. *Biological Cybernetics*, **106**, 573–585.

Bujalski, P., Martins, J. and Stirling, L. A., 2018. Monte Carlo analysis of muscle force estimation sensitivity to muscle-tendon properties using a Hill-based muscle model. *Journal of Biomechanics*, **79**, 67–77. <https://doi.org/10.1016/j.jbiomech.2018.07.045>

Cadova, M., Vilimek, M. and Daniel, M.A., 2014. Comparative study of muscle force estimates using Huxley's and Hill's muscle model. *Computer Methods in Biomechanics and Biomedical Engineering*, **17(4)**, 311–317. <https://doi.org/10.1080/10255842.2012.683426>

Caillet A.H., Phillips A.T.M., Farina D., Modenese L., 2023. Motoneuron-driven computational muscle modelling with motor unit resolution and subject-specific musculoskeletal anatomy. *PLoS Computational Biology*, **19(12)**: e1011606. <https://doi.org/10.1371/journal.pcbi.1011606>

Erdemir A., McLean S., Herzog W., Van Den Bogert A.J., 2007. Model-based estimation of muscle forces exerted during movements. *Clinical Biomechanics*, **22**, 131–54. <https://doi.org/10.1016/j.clinbiomech.2006.09.005>

Forcinito, M. M., Epstein, M. M. and Herzog, W. W., 1998. Can a rheological muscle model predict force depression/enhancement? *Journal of Biomechanics*, **31**, 1093–1099. [https://doi.org/10.1016/S0021-9290\(98\)00132-8](https://doi.org/10.1016/S0021-9290(98)00132-8)

Gordon, A.M., Huxley, A.F. and Julian F.J., 1966. The variation in isometric tension with sarcomere length in vertebrate muscle fibres. *Journal of Physiology*, **184(1)**, 170-92. <https://doi.org/10.1113/jphysiol.1966.sp007909>

Herzog W., Lee E.J. and Rassier D.E., 2006. Residual force enhancement in skeletal muscle. *Journal of Physiology*, **574**, 635–642. <https://doi.org/10.1113/jphysiol.2006.107748>

Herzog W., Schappacher G., DuVall M., Leonard T.R., Herzog J.A., 2016. Residual force enhancement following eccentric contractions: a new mechanism involving titin. *Physiology* **31(4)**, 300–12. <https://doi.org/10.1152/physiol.00049.2014>

Herzog, W., 2018. The multiple roles of titin in muscle contraction and force production. *Biophysical Reviews*, **10**, 1187-1199. <https://doi.org/10.1007/s12551-017-0395-y>

Herzog, W., 2014. Mechanisms of enhanced force production in lengthening (eccentric) muscle contractions. *Journal of Applied Physiology*, **116**, 1407-1417. <https://doi.org/10.1152/jappphysiol.00069.2013>

Hill, A.V., 1938. The heat of shortening and the dynamic constants of muscle. *Proceedings of the Royal Society B: Biological Sciences*, **126**, 136–195. <https://doi.org/10.1098/rspb.1938.0050>



- Krylow, A. M., Sandercock, T. G., 1997. Dynamic Force Responses of Muscle Involving Eccentric Contraction. *Journal of Biomechanics*, **30(1)**, 27–33. [https://doi.org/10.1016/S0021-9290\(96\)00097-8](https://doi.org/10.1016/S0021-9290(96)00097-8)
- Understanding altered contractile properties in advanced age: insights from a systematic muscle modelling approach. *Biomechanics and Modeling in Mechanobiology*, **22(1)**:309–337. <https://doi.org/10.1007/s10237-022-01651-9>
- McGowan, C. P., Neptune, R. R. and Herzog, W., 2013. A phenomenological muscle model to assess history dependent effects in human movement. *Journal of Biomechanics*, **46**, 151-157. <https://doi.org/10.1016/j.jbiomech.2012.10.034>
- Nigg, B.M., and Herzog, W., 1994. Biomechanics of the Musculo-Skeletal System, JohnWiley&Sons, Toronto
- Reik, S., Chapman, A.E. and Milner, T.A., 1999. Simulation of muscle force and internal kinematics of extensor carpi radialis brevis during backhand tennis stroke: implications for injury. *Clinical Biomechanics*, **14**, 477–83. [https://doi.org/10.1016/S0268-0033\(98\)90097-3](https://doi.org/10.1016/S0268-0033(98)90097-3)
- Rockenfeller, R., Günther, M., Schmitt, S., Götz, T., 2015. Comparative sensitivity analysis of muscle activation dynamics. *Computational and Mathematical Methods in Medicine*, 1–16. <https://doi.org/10.1155/2015/585409>
- Schappacher-Tilp, G., Leonard, T., Desch, G., Herzog, W.A., 2015. Novel three-filament model of force generation in eccentric contraction of skeletal muscles. *PLoS One*, 10: 10, e01117634. <https://doi.org/10.1371/journal.pone.0117634>
- Siebert T., Rode C., Herzog W., Till O., Blickhan R., 2008. Nonlinearities make a difference: comparison of two common Hill-type models with real muscle. *Biol Cybern.*, **98(2)**, 133–43.
- Tam, C., 2022. The dynamics of skeletal muscle: a computational study. Master thesis, Department of Mathematics in Simon Fraser University, Burnaby, 91.
- Van Den Bogert, A.J., Gerritsen, K.G.M., Cole, G.K., 1998. Human muscle modelling from a user's perspective. *Journal of Electromyography and Kinesiology*, **8**, 119–124. [https://doi.org/10.1016/S1050-6411\(97\)00028-X](https://doi.org/10.1016/S1050-6411(97)00028-X)
- Wakeling J.M., Febrer-Nafria M., De Groot F. 2023. A review of the efforts to develop muscle and musculoskeletal models for biomechanics in the last 50 years. *Journal of Biomechanics*. 155, 111657. <https://doi.org/10.1016/j.jbiomech.2023.111657>
- Yeo, S.H., Verheul, J., Herzog, W. and Sueda, S., 2023. Numerical instability of Hill-type muscle models. *Journal of the Royal Society Interface*, **20(199)**, 20220430. <https://doi.org/10.1098/rsif.2022.0430>
- Zajac, F.E., 1989. Muscle and tendon: properties, models, scaling, and application to biomechanics and motor control. *Critical reviews in biomedical engineering*, **17(4)**, 359–411.