

Güneş Benzeri Titreşim Gösteren Yıldızlarda $\Delta\nu$ - ν_{\max} İlişkisi

Mehmet Türkmen¹ , Cenk Kayhan¹ *

¹ Erciyes Üniversitesi, Fen Fakültesi, Astronomi ve Uzay Bilimleri Bölümü, 38030, Kayseri, Türkiye

Accepted: June 14, 2024. Revised: June 14, 2024. Received: April 1, 2024.

Özet

Yıldız sismolojisi, günümüzde yıldız iç yapısını ve evrimini anlamamızda oldukça etkin bir yöntemdir. Yıldız sismolojisine ait temel nicelikler (büyük ayrılma - $\Delta\nu$ ile en büyük genlikli frekans - ν_{\max}) kullanılarak, ölçeklendirme ilişkisi ile tek yıldızların kütle ve yarıçapları elde edilmektedir. Ölçeklendirme ilişkisinde kullanılan $\Delta\nu$ ve ν_{\max} arasında [Stello ve diğ. \(2009a\)](#) $\Delta\nu \propto \nu_{\max}^{0.77}$ ilişkisini elde etmiştir. Bahsedilen çalışmada yıldız sayısı kısıtlı ve yıldız evrim aşamaları dikkate alınmadan bu ilişki elde edilmiştir. Bu çalışma kapsamında farklı evrim basamaklarında yer alan ~ 30000 Güneş benzeri titreşim yapan yıldız kullanılarak $\Delta\nu$ and ν_{\max} arasındaki ilişki geniş bir örneklem ile test edildi. Ardından ölçeklendirme ilişkisi yeni ilişki ile güncellenerek yıldızların kütle ve yarıçapı yeniden hesaplandı. Anakol yıldızları için yeni ile klasik ilişki arasında kütlede %3'lük, yarıçapta ise %2'lik; kırmızı devlerde ve asimptotik devlerde sırasıyla kütlede %15 ve %20, yarıçapta ise %7 ve %11 oranında bir fark elde edildi. Kırmızı yığın yıldızlarda ise RC1 ve 2 olmak üzere iki farklı yapı $\Delta\nu$ - ν_{\max} grafiğinde fark edildi ve bu yıldızlar için iki ayrı ilişki elde edildi.

Abstract

Asteroseismology is today an impressive method for understanding stellar internal structure and evolution. The relationship between the quantities of asteroseismology (large separation between consecutive oscillation frequencies - $\Delta\nu$ and oscillation frequencies with the largest amplitude - ν_{\max}) provides stellar mass and radius using the asteroseismic scaling relations. [Stello ve diğ. \(2009a\)](#) calculated the relationship between $\Delta\nu$ and ν_{\max} that is used in scaling relations as $\Delta\nu \propto \nu_{\max}^{0.77}$. However, it was seen that the numbers of stars was limited and different evolutionary stages were evaluated together. Within the scope of this study, the relationship between $\Delta\nu$ and ν_{\max} is tested using approximately 30000 Solar-like oscillating stars at different evolutionary stages. The stellar mass and radius of the stars are redetermined by updating the classical scaling relations with the new results. For main-sequence stars, the new relationship result in a 3% difference in estimated stellar mass and a 2% difference in estimated radius compared to the classical relationship. A difference of 15% and 20% in mass and 7% and 11% in radius are obtained for red-giant stars and asymptotic giant stars, respectively. For red clump stars, two different behaviours, RC1 and 2, are noticed in the $\Delta\nu$ - ν_{\max} graph and two separate relationships are obtained for these stars.

Anahtar Kelimeler: asteroseismology, stars: oscillations, stars: fundamental parameters

1 Giriş

Evrenin herhangi bir yerini doğrudan gözlemek, yıldızların iç yapılarını gözlemekten daha kolaydır. Yıldız sismolojisi, yıldızların iç yapılarını incelemek için yıldız titreşimlerinden yararlanır ([Christensen-Dalsgaard 2005](#); [Chaplin & Miglio 2013](#)). Yıldız titreşimleri ilk olarak Güneş'de keşfedilmiştir. Bu nedenle bu titreşimleri sergileyen yıldızlara Güneş benzeri titreşim yapan yıldızlar denir. Güneş benzeri titreşim yapan yıldızlar, konveksiyonun yüzeye yakın türbülans etkisiyle ([Goldreich & Keeley 1977](#)) titreşim yapan 7000 K'den soğuk (orta-F, G ve K tayf türü yıldızlar) ve anakolda olanların kütleleri $1.5 M_{\odot}$ 'den küçük, evrimleşmiş olanların (altdev ve kırmızı dev kolunda olanlar) kütleleri $1.5 M_{\odot}$ 'den büyük olabilen yıldızlardır ([Aerts ve diğ. 2010](#); [García & Ballot 2019](#); [Hekker 2020](#)) Yıldız titreşimleri, farklı titreşim modlarından oluşan ses dalgalarının yıldızların içinde farklı katmanlara/derinliklere nüfuz etmesi ile oluşur ([Ulrich 1986](#)). İşikölçüm ve tayfölcüm gözlem yöntemleri kullanılarak yapılan

gözlemlerle yıldızların yüzeydeki ışık değişiminden titreşim modları dolayısıyla titreşim frekansı, genliği ve evresi ölçülerek yıldız içerisindeki katmanların özellikleri anlaşılabilir ([Tassoul 1980](#); [Kjeldsen ve diğ. 1995](#); [Christensen-Dalsgaard 2005](#)). Güneş benzeri titreşim yapan yıldızlar için basınç modundaki titreşimler basit bir asimptotik ilişki ile ifade edilir ([Vandakurov 1967](#); [Tassoul 1980](#));

$$\nu_{n,l} \simeq \Delta\nu(n + l/2 + \epsilon) \quad (1)$$

Burada ν titreşim frekansını, n yıldızın merkezinden yüzeye kadar olan düğüm noktalarını, l azimutal modu, ϵ ise yüzey düzeltme terimi olarak ifade edilen bir sabittir. $\Delta\nu$ ise, aynı l değerine sahip ardışık radyal modlardaki (n) titreşim frekansları (ν) arasındaki fark olan büyük ayrılmayı ifade eder;

$$\Delta\nu_{n,l} \equiv \nu_{n,l} - \nu_{n-1,l} \quad (2)$$

ve $\Delta\nu$ aynı zamanda yıldız yoğunluğunun karekökü ile orantılıdır ([Ulrich 1986](#)).

Bir diğer temel sismik nicelik ise titreşim frekanslarından elde edilen kuvvet tayfına gauss fiti uygulanarak elde edilen en büyük genlikli frekanstır (ν_{\max}) ([Kjeldsen ve diğ. 1995](#)).

* cenkkayhan@erciyes.edu.tr

2 Türkmen, M. ve diğ.

Çizelge 1. Bu çalışma kapsamında kullanılan ve literatürden derlenen Güneş-benzeri titreşim yapan yıldızların verilerinin alındığı kaynaklar, yıldız sayısı ile birlikte sunulmaktadır. Çizelge kaynakların alfabetik sırasına göre sıralanmıştır.

Yıldız Sayısı	Kaynak
606	Anders ve diğ. (2017)
480	Chaplin ve diğ. (2014)
4101	Hatt ve diğ. (2023)
8663	Hon ve diğ. (2017)
51	Huber ve diğ. (2013)
10	Kjeldsen & Bedding (1995)
66	Lund ve diğ. (2017)
824	Mathur ve diğ. (2016)
99	Mathur ve diğ. (2022)
24	Silva Aguirre ve diğ. (2020)
55	Stello ve diğ. (2009b)
90	Yıldız ve diğ. (2019)
16094	Yu ve diğ. (2018)
3213	Yu ve diğ. (2020)
44	Zinn ve diğ. (2019)

Brown ve diğ. (1991), ν_{\max} 'ın akustik kesme frekansı (ν_{ac}) ile ölçeklenmesi sonucunda etkin sıcaklık (T_{eff}) ve yüzey çekim ivmesi ($\log g$) ile ν_{\max} ilişkilendirmiştir;

$$\nu_{\max} \simeq g\sqrt{T_{\text{eff}}} \quad (3)$$

CoRoT(2006), Kepler(2009) ve TESS(2017) görevleriyle birlikte uzay tabanlı, çok yüksek duyarlıklı ve süreklilik içeren ışık ölçüm verileri titreşim frekanslarını elde etmekte önemli bir rol oynamış ve günümüzde bu gözlemler sayesinde onbinlerce güneş benzeri titreşim yapan yıldız keşfedilmiştir (Baudin ve diğ. 2011; Chaplin ve diğ. 2015; Hatt ve diğ. 2023). Veri sayısının artmasıyla birlikte yıldız sismolojisi yöntemiyle oluşturulan güneş benzeri titreşim yapan yıldızlar için ölçeklendirme ilişkisi (Kjeldsen ve diğ. 1995) test edilmiş ve aşağıda verilen denklemlere ulaşılmıştır;

$$\frac{M}{M_{\odot}} = \left(\frac{\nu_{\max}}{\nu_{\max_{\odot}}} \right)^3 \left(\frac{\Delta\nu}{\Delta\nu_{\odot}} \right)^{-4} \left(\frac{T_{\text{eff}}}{T_{\text{eff}_{\odot}}} \right)^{1.5}, \quad (4)$$

$$\frac{R}{R_{\odot}} = \left(\frac{\nu_{\max}}{\nu_{\max_{\odot}}} \right) \left(\frac{\Delta\nu}{\Delta\nu_{\odot}} \right)^{-2} \left(\frac{T_{\text{eff}}}{T_{\text{eff}_{\odot}}} \right)^{0.5} \quad (5)$$

Günümüzde bu ilişkiler kullanılarak yıldızların temel parametreleri olan kütle (M) ve yarıçap (R) yüksek duyarlılıklarla elde edilmektedir (Yıldız ve diğ. 2014, 2015; Chaplin ve diğ. 2015; Yıldız ve diğ. 2016; Kayhan ve diğ. 2019; Celik Orhan ve diğ. 2021). Ölçeklendirme ilişkisinde yıldızın T_{eff} ile sismik niceliklerden $\Delta\nu$ ve ν_{\max} kullanılmaktadır. Bu parametrelerin belirsizlikleri ne kadar düşük olursa elde edilecek parametrelerin de duyarlılığı o kadar yüksek olacaktır (Hekker ve diğ. 2011).

Stello ve diğ. (2009a) Güneş dahil Güneş-benzeri titreşim yapan farklı evrim basamağındaki 55 yıldız için $\Delta\nu$ ve ν_{\max} arasında bir ilişkinin olup olmadığını kontrol etmiştir. Elde ettiği bağıntıya göre bu iki nicelik arasında üssel bir ilişki bulmuş ve;

$$\Delta\nu = (0.263 \pm 0.009)\nu_{\max}^{(0.772 \pm 0.005)} \quad (6)$$

şeklinde ifade etmiştir. Stello ve diğ. (2009a) çalışması kısıtlı yıldız verisi ile yapılmış ve yıldızların evrim durumları göz önüne alınmamıştır. Aynı zamanda incelenen yıldızlar arasında ν_{\max}

Çizelge 2. İncelenen yıldızların evrim aşamalarına göre sayısal dağılımları.

Evrım Aşaması	Yıldız Sayısı
Anakol	9029
Kırmızı Dev	3656
Asimptotik Dev	3072
Kırmızı Yığın	18155

değeri 100 ile 1000 μHz aralığında herhangi bir yıldız çalışmada yer almamıştır.

Az sayıda yıldız (55) ile Stello ve diğ. (2009a)'da test edilen $\Delta\nu$ ve ν_{\max} arasındaki ilişki, yıldızların evrim durumları da göz önüne alınarak Güneş-benzeri titreşim yapan yaklaşık 30000 yıldız üzerinden bu çalışma kapsamında yeniden gözden geçirildi. Elde edilen yeni ilişkinin kapsamı herbir evrim durumunu kapsayacak biçimde genişletildi. Bunlara ek olarak incelenen yıldızların temel parametreleri M ve R yeniden hesaplandı. Çalışma kapsamında incelenen yıldızlara ait veriler ve kullanılan yöntem §2'de sunulurken, §3'de elde edilen bulgular tartışıldı. Sonuçlar ise §4'de yer almaktadır.

2 Veri ve Yöntem

$\Delta\nu$ ve ν_{\max} arasındaki ilişkinin daha geniş bir örneklem üzerinden elde edilmesi için literatürden (Çizelge 1) ~ 30000 Güneş benzeri titreşim yapan yıldızın T_{eff} , $\Delta\nu$ ve ν_{\max} verisi bir araya getirildi. Literatürden derlenen yıldızların aynı yıldızlar olup olmadığı veya CoRoT, Kepler ve TESS teleskopları ile birden fazla gözleminin olup olmadığı çapraz eşleme yöntemi kullanılarak denetlendi. Konumları (sağ açıklık ve dikaçıklık) aynı veya 0.5 yaysaniyesinden küçük olan yıldızlar listeden elendi.

Farklı evrim aşamasındaki yıldızların ayrı ayrı tartışılması için bu yıldızlar evrim durumlarına göre sınıflandırıldı. Sınıflandırma yapılırken kırmızı dev (RGB) evrim aşamasındaki yıldızlar için Silva Aguirre ve diğ. (2020)'de sunulan sismik RGB kısıtı ($30 \mu\text{Hz} < \nu_{\max} < 220 \mu\text{Hz}$ ve $4500 \text{ K} < T_{\text{eff}} < 5200 \text{ K}$) kullanılırken, RGB'den daha fazla evrimleşmiş yıldızlar için Mosser ve diğ. (2014)'deki kısıtlar kabul edildi. Özellikle $\Delta\nu < 10 \mu\text{Hz}$ bölgesinde kırmızı yığın yıldızlar (RC) ve asimptotik dev yıldızlar (AGB) birarada yer aldığından $\Delta\nu < 3.3 \mu\text{Hz}$ bölgesi sadece AGB'lerden oluştuğu varsayıldı. Bu çalışma kapsamında evrim aşamalarına göre incelenen yıldız sayısı Çizelge 2'de sunuldu.

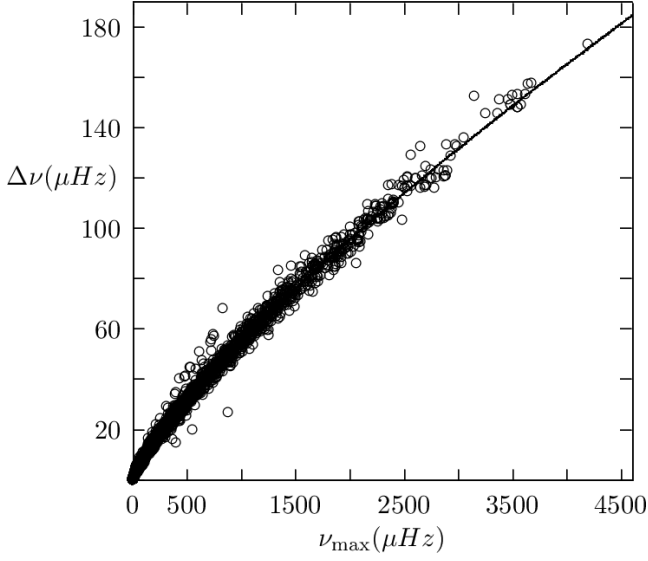
3 Bulgular ve Tartışma

Bu çalışma kapsamında CoRoT, Kepler ve TESS uzay teleskopları ile gözlenen ve literatürden derlenen farklı evrim aşamalarında olan ~ 30000 Güneş benzeri titreşim yapan yıldız kullanılarak $\Delta\nu$ ve ν_{\max} arasındaki yeni ilişki:

$$\Delta\nu = (0.235 \pm 0.004)\nu_{\max}^{(0.791 \pm 0.002)} \quad (7)$$

şeklinde elde edildi (Şekil 1). İlk aşamada bütün evrim aşamasındaki Güneş benzeri titreşim yapan yıldızlar birlikte göz önüne alındı. İkinci aşamada ise, evrim durumlarına göre yıldızlar anakol, kırmızı dev, asimptotik dev ve kırmızı yığın olmak üzere 5 ayrı sınıfta değerlendirildi (Şekil 2). Evrim durumuna göre değerlendirme için genel bağıntı olarak;

$$\Delta\nu = (a \pm a_{\text{hata}})\nu_{\max}^{(b \pm b_{\text{hata}})} \quad (8)$$



Şekil 1. CoRoT, Kepler ve TESS ile gözlenen ve bu çalışma kapsamında incelenen ~ 30000 yıldızın (içi boş daire) gözlemsel sismik niceliklerinin ($\Delta\nu$ ve ν_{\max}) kıyaslanması. Düz çizgi iki sismik nicelik arasındaki kuvvet yasasını (Eşitlik 7) temsil etmektedir. Güneş değerleri, sırasıyla, $\Delta\nu_{\odot}=135.1 \mu\text{Hz}$ ve $\nu_{\max\odot}=3050 \mu\text{Hz}$ 'dir.

varsayıldı. Yukarıdaki eşitlik kullanılarak tüm evrim sınıfları için elde edilen a ve b katsayıları Çizelge 3'de sunuldu.

Özellikle $\Delta\nu < 10 \mu\text{Hz}$ bölgesinde kırmızı yığın yıldızlar (RC) ve asimptotik dev yıldızlar (AGB) birarada yer aldığından dolayı AGB'ler dışında RC bölgesinde kalan yıldızlar için RC2 olarak ikinci bir sınıf daha fark edildi (Şekil 3). Elde edilen sonuçlar Çizelge 3'de kırmızı yığın yıldızlar için iki ayrı ilişki şeklinde ifade edilmiştir.

Bu çalışma kapsamında Eşitlik 8 kullanılarak hesaplanan $\Delta\nu$ ve ν_{\max} arasındaki ilişkide, incelenen yıldızların evrim sınıflarına göre Çizelge 3'deki katsayılar kullanılarak her bir evrim aşamasındaki yıldız için ölçeklendirme ilişkisinde (Eşitlik 4 ve 5) güncelleme yapıldı. Yeni ölçeklendirme ilişkileri ile de bu çalışmada incelenen yıldızların temel parametrelerinden M ve R yeniden elde edildi ve klasik yöntemle elde edilen sonuçlarla kıyaslandı. Eşitlik 4 ve 5'de Güneş değerleri, sırasıyla, $T_{\text{eff}\odot}$, $\Delta\nu_{\odot}$ ve $\nu_{\max\odot}$ Chaplin ve diğ. (2014) sunulan değerler 5777 K , $135.1 \mu\text{Hz}$, $3050 \mu\text{Hz}$ kullanıldı. Elde edilen kütle aralığı tüm yıldızlar için $0.6 M_{\odot} < M < 2.3 M_{\odot}$ iken, yarıçap aralığı ise $0.8 R_{\odot} < R < 30.5 R_{\odot}$ 'dir.

Anakol yıldızları için yeni ilişki ile klasik ilişki arasında kütlede %3'lük (Şekil 4), yarıçapta ise %2'lik bir fark saptandı. $\nu_{\max} > 3000 \mu\text{Hz}$ bölgesinde her iki ilişki ile hesaplanan kütle için fark $0.2 M_{\odot}$ 'den azken, $\nu_{\max} < 3000 \mu\text{Hz}$ için fark $\pm 0.5 M_{\odot}$ civarında elde edilmiştir.

Evrimleşmiş yıldızlar için ise yeni türetilen ilişki ile hesaplanan kütle ve yarıçapın Stello ve diğ. (2009a)'nın önerdiği gibi tek bir ilişki kullanılarak elde edilenlere kıyasla kırmızı devlerde ve asimptotik devlerde, sırasıyla, kütlede %15 ve %20, yarıçapta ise, sırasıyla, %7 (Şekil 5) ve %11'lik bir fark elde edildi. Şekil 5'de, kırmızı dev yıldızlar için klasik ölçeklendirme ilişkisi ve yeni ilişki ile türetilen yarıçaplar çizildi. Şekilde görüldüğü üzere $11 R_{\odot}$ ve üzerinde ilişkide bozulmalar meydana gelmektedir. Benzer bir durum klasik ölçeklendirme ilişkisinde de görülmektedir. Bu bozulmanın nedeni üzerine araştırmalar

Çizelge 3. İncelenen yıldızların evrim aşamalarına göre Eşitlik 8'den elde edilen katsayıları ve hataları. Kırmızı yığın yıldızlar için iki farklı bağıntı elde edilmiştir. Bu ikili yapının ayrıntısı Ş3'de açıklanmıştır.

Evrım Aşaması	a	a_{hata}	b	b_{hata}
Anakol	0.218	0.005	0.801	0.003
Kırmızı Dev	0.254	0.008	0.772	0.007
Asimptotik Dev	0.301	0.023	0.738	0.022
Kırmızı Yığın	0.374	0.036	0.739	0.021
	0.397	0.004	0.752	0.003

Çizelge 4. İncelenen ~ 30000 yıldız içinden daha önce fotometrik veya tayfsal yöntemlerle parametreleri ($M_{\text{göz}}$ ve $R_{\text{göz}}$) güvenilir olarak elde edilmiş, farklı evrim aşamalarından örneklerin M ve R değerlerinin yeni (M_{yeni} ve R_{yeni}) ve eski (M_{eski} ve R_{eski}) ölçeklendirme ilişkisinde elde edilen parametrelerin kıyaslaması. Tüm değerler Güneş biriminde verilmiştir. Referanslar: [1]: Afdenberg ve diğ. (2005), [2]: Bond ve diğ. (2015), [3]: Tang & Gai (2011), [4]: Baines ve diğ. (2014), [5]: Frandsen ve diğ. (2013).

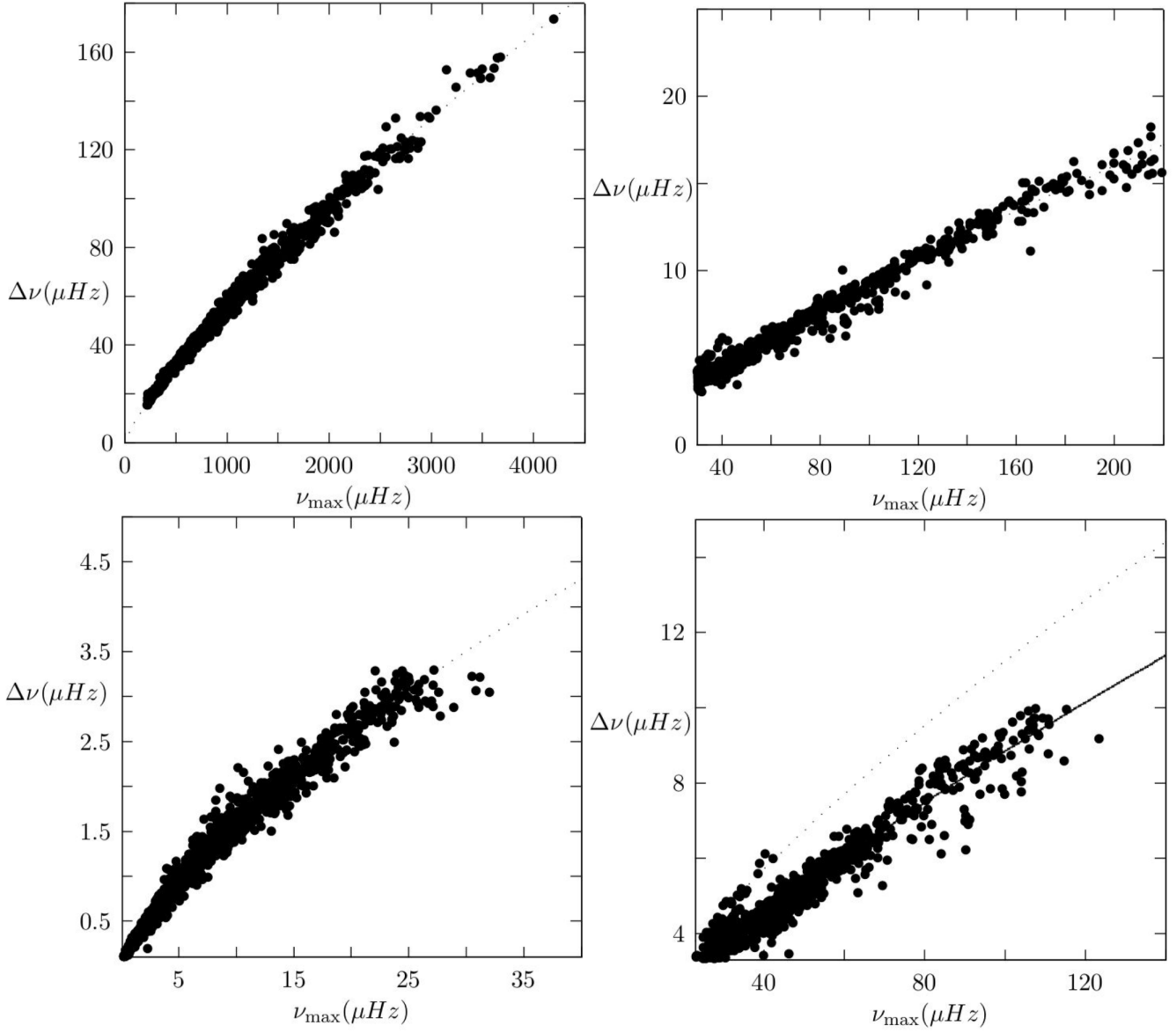
Yıldız	M_{eski}	R_{eski}	M_{yeni}	R_{yeni}	$M_{\text{göz}}$	$R_{\text{göz}}$	Ref.
Procyon A	1.52	2.10	1.44	2.05	1.48 ± 0.01	2.03 ± 0.01	[1,2]
HD10700	0.75	0.78	0.74	0.77	-	0.77 ± 0.02	[3]
HD181907	1.33	12.55	1.34	12.44	-	12.10 ± 0.50	[4]
KIC8410637	1.62	11.13	1.58	10.41	1.56 ± 0.03	10.74 ± 0.11	[5]

ilerideki çalışmalarımızda planlanmaktadır. Bu durum net olmamakla birlikte yıldız rüzgarları, hızlı kütle kaybı, büyük konvektif hücrelerin oluşturacağı ek bir türbulans, manyetik alan etkisi, dönme ve yıldızların bir bileşene sahip olma durumu gibi etkenlerden kaynaklı olabilir. Ancak konuyla ilgili net bir bulgumuz henüz bulunmamaktadır. Kırmızı yığın yıldızlarda ise RC1 ve RC2 olmak üzere iki farklı yapı incelendiğinde $\nu_{\max} > 40 \mu\text{Hz}$ ve $\Delta\nu > 5 \mu\text{Hz}$ değerlerine sahip olanlar yarıçap açısından belirgin bir ikili yapı göstermektedir. Bu durum yarıçapta incelendiğinde (Şekil 6), kırmızı yığın yıldızlar $\sim 5 R_{\odot}$ 'den büyük (kırmızı ile yeşil çizgi arasında) ve küçük (siyah ile yeşil çizgi arasında) olmak üzere iki yapıda görülmektedir. Etkin sıcaklık arttıkça yarıçaptaki saçılmanın da arttığı fark edilmiştir.

İncelenen ~ 30000 yıldız içinden daha önce fotometrik veya tayfsal yöntemlerle parametreleri ($M_{\text{göz}}$ ve $R_{\text{göz}}$) güvenilir olarak elde edilmiş, farklı evrim aşamalarından örneklerin M ve R değerlerinin yeni (M_{yeni} ve R_{yeni}) ve eski (M_{eski} ve R_{eski}) ölçeklendirme ilişkisinde elde edilen parametrelerin kıyaslaması Çizelge 4'de sunulmuştur.

4 Sonuç

Geçmişten bugüne kadar CoRoT, Kepler ve TESS uzay teleskopları ile on binlerce Güneş benzeri titreşim yapan yıldız gözlenmiştir. TESS göreviyle de bu gözlemler hala devam etmekte ve yeni Güneş benzeri titreşim yapan yıldızlar keşfedilmektedir. Bu gözlemler sonucunda yıldızlardan elde edilen yüksek duyarlılıklı ve sürekli ışıkölçüm verileri farklı evrim aşamalarındaki yıldızların Güneş benzeri titreşimlerini yıldız sismolojisi yöntemiyle incelemeyi mümkün kılmaktadır. Geliştirilen ölçeklendirme ilişkileri ile de yıldızların temel parametreleri daha duyarlı olarak elde edilmektedir. Bu parametrelerden yıldızların kütlelerini ve yarıçaplarını hesaplamak için $\Delta\nu$ ve ν_{\max} sismik niceliklerine ihtiyaç



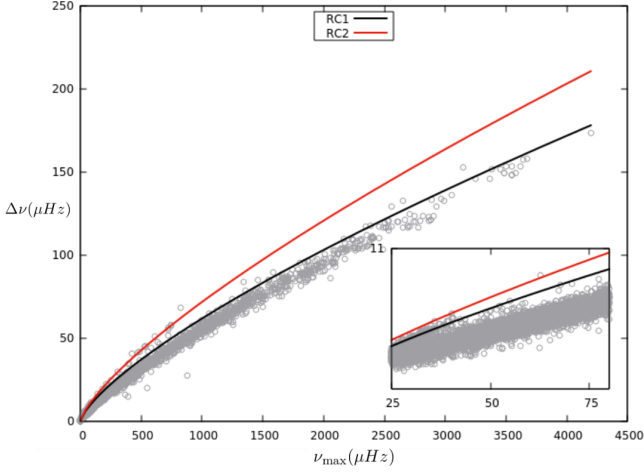
Şekil 2. CoRoT, Kepler ve TESS ile gözlenen ve bu çalışma kapsamında incelenen ~ 30000 yıldızın gözlemsel sismik niceliklerinin ($\Delta\nu$ ve ν_{\max}) kıyaslanması. *İlk satır:* anakol (sol) ve kırmızı dev (sağ); *ikinci satır:* asimptotik dev (sol) ve kırmızı yığın (sağ) evrim durumlarını göstermektedir. Kesikli ve düz çizgi iki sismik nicelik arasındaki kuvvet yasasını (Eşitlik 8) temsil etmektedir. Eşitlikteki a ve b katsayıları Çizelge 3’de sunulmaktadır.

duyulur. Bu nicelikler arasındaki ilişkinin daha duyarlı elde edilmesi, özellikle farklı evrim türlerindeki yıldızların temel parametrelerini belirlemedeki belirsizliği azaltacaktır.

Bu çalışma kapsamında, sismik niceliklerden $\Delta\nu$ ve ν_{\max} arasındaki ilişki farklı evrim basamağında yer alan ~ 30000 yıldız kullanılarak ayrıntılı bir şekilde incelendi. Yıldızlar farklı evrim sınıflarına ayrılarak her bir sınıf için bu iki nicelik arasındaki ilişki test edildi. Sonuç olarak, elde edilen $\Delta\nu$ ve ν_{\max} arasındaki ilişkinin yıldız evrimine göre değiştiği ve her bir evrim basamağı için bu ilişkinin yeniden değerlendirilmesi gerektiği sonucuna varıldı. Bu çalışma kapsamında anakol, kırmızı dev, kırmızı yığın ve asimptotik dev evrim sınıfları için ayrı ilişkiler türetildi. Elde edilen yeni ilişkiler ölçeklendirme ilişkisinde kullanılarak incelenen yıldızların kütle ve yarıçapları tekrar hesaplandı. Anakol yıldızları için yeni ilişkinin kütlede %3’lük, yarıçapta ise

%2’lik bir farklılık ortaya çıkardığı görüldü. Evrimleşmiş yıldızlar için ise yeni türetilen ilişki ile hesaplanan kütle ve yarıçapın kırmızı devlerde ve asimptotik devlerde sırasıyla kütlede %15 ve %20, yarıçapta ise %7 ve %11 oranında bir fark elde edildi. Kırmızı yığın yıldızlarda ise RC1 ve 2 olmak üzere iki farklı yapı $\Delta\nu$ - ν_{\max} grafiğinde fark edilerek iki ayrı ilişki elde edildi. Bu yeni ilişkiler kullanılarak kütle ve yarıçap üzerinden bu iki grup incelendiğinde $\nu_{\max} > 40 \mu\text{Hz}$ ve $\Delta\nu > 5 \mu\text{Hz}$ değerlerine sahip olanların yarıçap açısından da belirgin bir ikili yapı gösterdiği fark edildi. Kütlede baskın olarak görülmeyen bu duruma neden olan fiziksel sürecin/süreçlerin ilerideki çalışmalarımızda araştırılması planlanmaktadır.

Tüm bunlara ek olarak, bu çalışma kapsamında $\Delta\nu$ ve ν_{\max} arasında elde edilen ilişki kullanılarak CoRoT, Kepler ve TESS tarafından gözlenmiş ancak $\Delta\nu$ veya ν_{\max} değerlerinden birinin



Şekil 3. Kırmızı yığın yıldız bölgesinde görülen iki farklı yapı ve bu yapılarda $\Delta\nu$ ve ν_{\max} arasındaki ilişki. Kırmızı ile ikinci yığın yıldızları (RC2), siyah çizgi ile de kırmızı yığın yıldızlarının (RC1) fiti bu çalışmadaki tüm yıldızlarla birlikte çizdirildi. Sağ köşedeki grafikte ise yığın yıldızlarının yoğunlaştığı bölge görünmektedir.

ölçülemediği durumda da yaklaşık değer olarak kullanılabilir. Böylece ilgili yıldız için sismik nicelikler kabaca elde edilecektir.

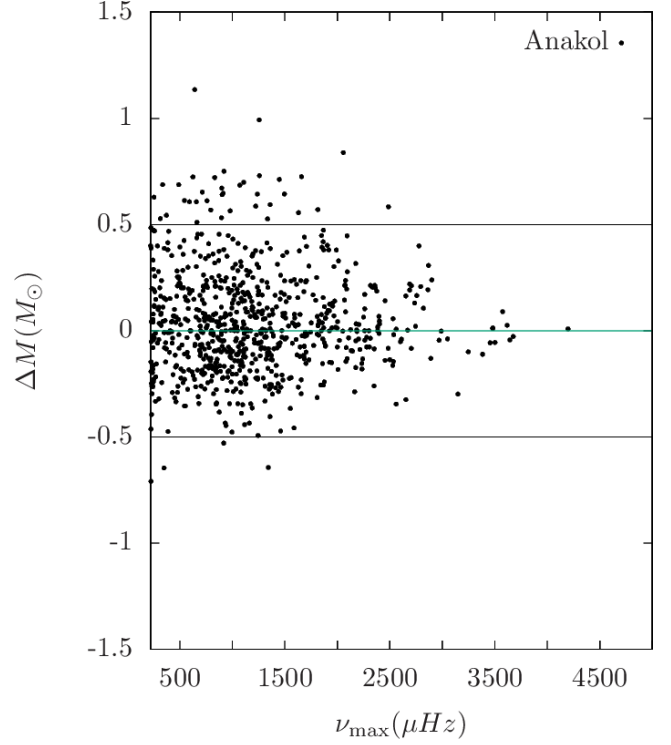
Avrupa Uzay Ajansı tarafından gönderilmesi planlanan ve Güneş benzeri titreşim yapan yıldızları araştıracak PLATO (Rauer ve diğ. 2014) gibi gelecekte gerçekleştirilecek görevler sayesinde sismik nicelikleri ölçülen yıldız sayısı artacaktır. Böylece bu ilişkilerin daha duyarlı bir şekilde elde edilmesi sağlanacaktır. Aynı zamanda bu çalışma kapsamında incelenen yıldızların tayfsal ölçümleri ve devam gözlemlerinin yapılmasıyla ölçeklendirme ilişkisindeki duyarlılığında artması sağlanacaktır. Böylece bu durum tek yıldızların kütle ve yarıçapını hesaplamadaki belirsizlikleri en aza indirecektir.

Teşekkür

Bu çalışma, Türkiye Bilimsel ve Teknolojik Araştırma Kurumu (TÜBİTAK) bünyesinde TÜBİTAK Bilim İnsanı Destek Programları Başkanlığı (BİDEB) tarafından yürütülen 2209-A Üniversite Öğrencileri Araştırma Projeleri Destekleme Programı kapsamında TÜBİTAK-2209A-1919B012301850 Numaralı proje ile desteklenmiştir. Projeye verdiği destekten ötürü TÜBİTAK'a teşekkürlerimizi sunarız.

Kaynaklar

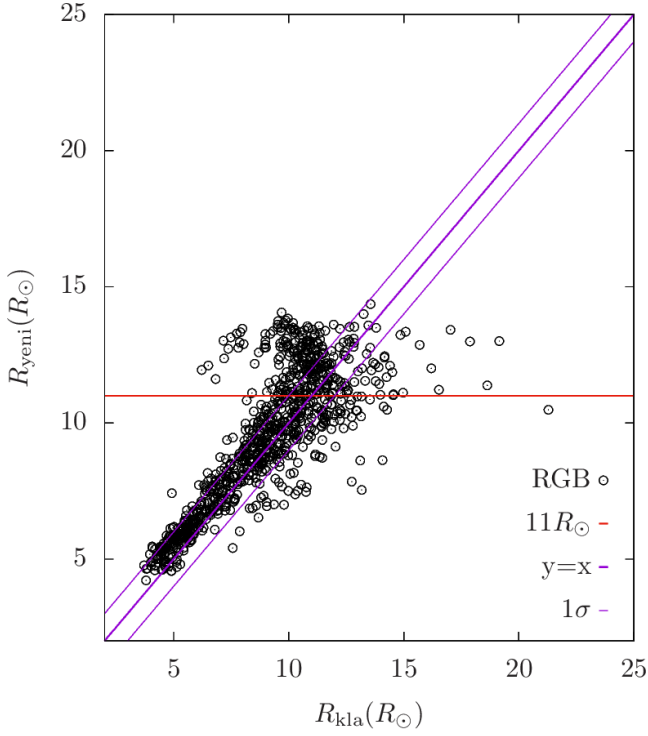
- Aerts C., Christensen-Dalsgaard J., Kurtz D. W., 2010, *Asteroseismology*. Springer, doi:10.1007/978-1-4020-5803-5
- Anders F., ve diğ., 2017, *A&A*, 597, A30
- Aufdenberg J. P., Ludwig H. G., Kervella P., 2005, *ApJ*, 633, 424
- Baines E. K., Armstrong J. T., Schmitt H. R., Benson J. A., Zavala R. T., van Belle G. T., 2014, *ApJ*, 781, 90
- Baudin F., ve diğ., 2011, *A&A*, 529, A84
- Bond H. E., ve diğ., 2015, *ApJ*, 813, 106
- Brown T. M., Gilliland R. L., Noyes R. W., Ramsey L. W., 1991, *ApJ*, 368, 599
- Çelik Orhan Z., Yıldız M., Kayhan C., 2021, *MNRAS*, 503, 4529
- Chaplin W. J., Miglio A., 2013, *ARA&A*, 51, 353
- Chaplin W. J., ve diğ., 2014, *ApJS*, 210, 1
- Chaplin W. J., ve diğ., 2015, *PASP*, 127, 1038



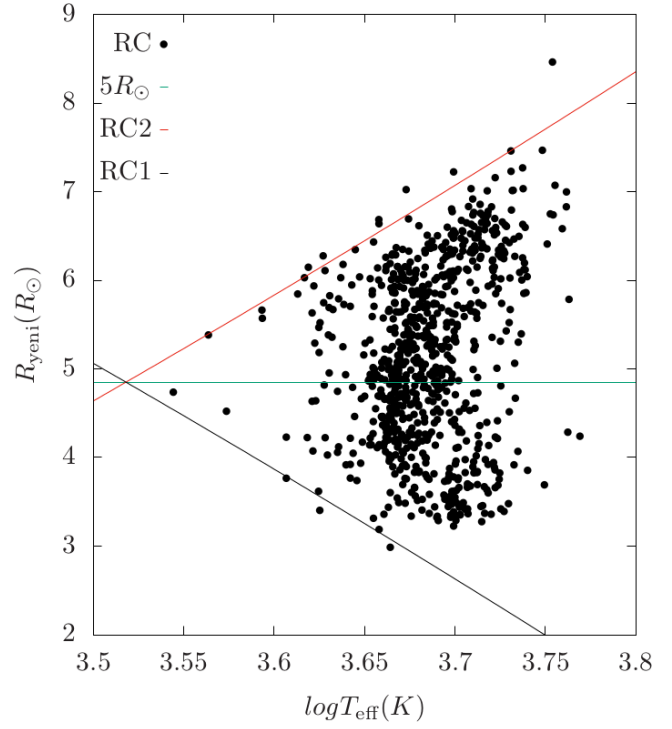
Şekil 4. Anakol yıldızları için bu çalışmada hesaplanan yeni ve klasik ölçeklendirme ilişkisi ile hesaplanan kütleler arasındaki fark ($\Delta M = M_{\text{kla}} - M_{\text{yeni}}$), ν_{\max} 'a karşı gösterilmektedir. Yeşil çizgi kütleler arasındaki farkın sıfır olduğunu ifade etmektedir. Siyah düz çizgilerden ince olan $+0.5 M_{\odot}$, kalın olan $-0.5 M_{\odot}$ farkı belirtmektedir.

- Christensen-Dalsgaard J., 2005, in Favata F., Hussain G. A. J., Battrick B., eds, *ESA Special Publication Vol. 560, 13th Cambridge Workshop on Cool Stars, Stellar Systems and the Sun*. p. 81
- Frandsen S., ve diğ., 2013, *A&A*, 556, A138
- García R. A., Ballot J., 2019, *Living Reviews in Solar Physics*, 16, 4
- Goldreich P., Keeley D. A., 1977, *ApJ*, 212, 243
- Hatt E., ve diğ., 2023, *A&A*, 669, A67
- Hekker S., 2020, *Frontiers in Astronomy and Space Sciences*, 7
- Hekker S., Basu S., Elsworth Y., Chaplin W. J., 2011, *MNRAS*, 418, L119
- Hon M., Stello D., Yu J., 2017, *MNRAS*, 469, 4578
- Huber D., ve diğ., 2013, *ApJ*, 767, 127
- Kayhan C., Yıldız M., Çelik Orhan Z., 2019, *MNRAS*, 490, 1509
- Kjeldsen H., Bedding T. R., 1995, *A&A*, 293, 87
- Kjeldsen H., Bedding T. R., Viskum M., Frandsen S., 1995, *AJ*, 109, 1313
- Lund M. N., ve diğ., 2017, *ApJ*, 835, 172
- Mathur S., García R. A., Huber D., Regulo C., Stello D., Beck P. G., Houmani K., Salabert D., 2016, *ApJ*, 827, 50
- Mathur S., ve diğ., 2022, *A&A*, 657, A31
- Mosser B., ve diğ., 2014, *A&A*, 572, L5
- Rauer H., ve diğ., 2014, *Experimental Astronomy*, 38, 249
- Silva Aguirre V., ve diğ., 2020, *ApJ*, 889, L34
- Stello D., Chaplin W. J., Basu S., Elsworth Y., Bedding T. R., 2009a, *MNRAS*, 400, L80
- Stello D., ve diğ., 2009b, *ApJ*, 700, 1589
- Tang Y. K., Gai N., 2011, *A&A*, 526, A35
- Tassoul M., 1980, *ApJS*, 43, 469
- Ulrich R. K., 1986, *Acoustical Society of America Journal*, 79, S3
- Vandakurov Y. V., 1967, *Azh*, 44, 786, *ADS*

6 *Türkmen, M. ve diğ.*



Şekil 5. Kırmızı dev yıldızlar (RGB) için klasik ölçeklendirme ilişkisi (R_{kla}) ve bu çalışmada türetilen yeni ölçeklendirme ilişkisi (R_{yeni}) ile hesaplanan yarıçapların kıyaslanması. Kırmızı çizgi $11 R_{\odot}$ 'i ifade etmektedir. Kalın mor çizgi $y = x$ doğrusunu gösterirken, ince mor çizgiler 1σ aralığını temsil etmektedir.



Şekil 6. Kırmızı yığın yıldızların (içi dolu daire) etkin sıcaklığa karşı yarıçap grafiği. Kırmızı yığın yıldızlar $\sim 5 R_{\odot}$ 'den büyük (kırmızı ile yeşil çizgi arasında) ve küçük (siyah ile yeşil çizgi arasında) olmak üzere iki ayrı yapıda görülmektedir.

Yıldız M., Çelik Orhan Z., Aksoy Ç., Ok S., 2014, *MNRAS*, 441, 2148
 Yıldız M., Çelik Orhan Z., Kayhan C., 2015, *MNRAS*, 448, 3689
 Yıldız M., Çelik Orhan Z., Kayhan C., 2016, *MNRAS*, 462, 1577
 Yıldız M., Çelik Orhan Z., Kayhan C., 2019, *MNRAS*, 489, 1753
 Yu J., Huber D., Bedding T. R., Stello D., Hon M., Murphy S. J., Khanna S., 2018, *ApJS*, 236, 42
 Yu J., Bedding T. R., Stello D., Huber D., Compton D. L., Gizon L., Hekker S., 2020, *MNRAS*, 493, 1388
 Zinn J. C., Stello D., Huber D., Sharma S., 2019, *ApJ*, 884, 107

Access:

M24-0101: [Turkish J.A&A](#) — Vol.5, Issue 1.