

# Yollardaki Engellerde Taşıtların Dinamik Davranışının İki Serbestlik Dereceli Yarım Taşıt Modeli ile İncelenmesi

Osman YİĞİT\*, Ersan ASLAN\*\*

\* Niğde Üniversitesi, Aksaray Mühendislik Fakültesi, Makine Mühendisliği Bölümü, Aksaray

\*\* Kırıkkale Üniversitesi, Mühendislik Fakültesi, Makine Mühendisliği Bölümü, Kırıkkale

## ÖZET

Bu çalışmada sabit hızla seyreden bir taşıtın ön tekerlerinin her ikisinin de yoldaki bir engelle aynı anda karşılaşması durumu incelenmiştir. Taşıt gövdesi rijit bir kütle olarak düşünülmüş, taşıtın yerle temasının doğrudan yaylar ve sönümleyiciler üzerinden olduğu kabulü yapılmıştır. Bir başka deyişle teker ve dingillerin kütleleri ile lastiklerin yaylanma ve sönüm özellikleri dikkate alınmamıştır. Bu durumda hareketin serbestlik derecesi taşıtın ağırlık merkezinin düşey doğrultudaki hareketi ve taşıt gövdesinin düşey düzlemde yapacağı açısal salınım hareketi olarak ortaya çıkmaktadır. Bu iki serbestlik derecesinde askı elemanlarının uyguladıkları kuvvetler dikkate alınarak, ikinci mertebeden iki adet diferansiyel denklem oluşturulmuş ve bu denklemler kritik bölgelerdeki yollara (okul önleri gibi) yerleştirilen özel bir engel durumu için çözülmüştür. Çözüm için sonlu fark yöntemi kullanılmış olup, hazırlanan program içinde yoldaki engel durumu adım adım girdi olarak verilmiş ve çıktı olarak taşıt ağırlık merkezinin düşey doğrultudaki yer değiştirmesi ve taşıt gövdesinin açısal yer değiştirmesi alınmaktadır. Daha sonra bu değerlerle ön ve arka dingil hizasında olan noktaların yer değiştirme değerleri hesaplanmaktadır.

**Anahtar Kelimeler:** Sonlu fark yöntemi, taşıtların dinamik modeli, titreşim

## Dynamic Behaviour Investigation of the Vehicles with Two Degree of Freedom on the Road Obstacles

### ABSTRACT

In this study, the behaviour of front tires of a vehicle driven with constant speed when encountering an obstacle was investigated. The vehicle body was assumed to be rigid and the contact between the vehicle and the ground was assumed to be directly on springs and dampers. In the other words, mass of axles and wheels, and damping and spring characteristics of tires ignored. In this case, degree of freedom of the movement is occurred as vertical movement of centre of gravity and angular movement of vehicle body on the vertical plane. In these two degrees of freedom, two differential equations of the second degree were established by considering the forces exerted by suspenders and these equations were solved for a specific obstacle placed on a road in critical locations such as schools. Finite difference method was used for the solution. The obstacle condition on the road was given to the programme step by step as input. Vertical displacement of the centre of gravity of the vehicle and angular displacement of the vehicle body were taken as output. Later, displacement values of front and rear axles were calculated from these outputs.

**Keywords:** Finite difference method, vehicle dynamic models, vibration

### 1. GİRİŞ

Taşıtlar, titreşim tekniği açısından oldukça karmaşık sistemlerdir. Taşıtta birden fazla yay ve sönüm elemanının bulunması ve çoğu kez bu elemanların lineer davranmaması olayı daha da karmaşıktır. Yollardaki düzensizlikler ve dönen elemanlardaki dengesizlikler taşıtın üç boyutlu titreşimine yol açar. Bu titreşimler taşıtların bazı hayati parçalarının yorulmasına ve yıpranmasına sebep olur.

Titreşimlerin olumsuz etkisi taşıt daha tasarım aşamasındayken yay ve sönümleyici elemanların optimizasyonu ile azaltılabilir (1). Bu optimizasyon işleminde sağlanması gereken kriterler yolcu ve sürücü konforu, yola iyi tutunma kabiliyeti ve taşıt süspansiyon sistemindeki deformasyonun küçük olmasıdır (2).

Optimizasyon işlemi yürütmek için önce taşıtın yollardaki dinamik davranışının bilinmesi

gerekir. Bu çalışmada yola bağlı olarak bir taşıtın yapacağı titreşim hareketi araştırılmıştır.

### 2. TAŞITIN MODELLENMESİ

Taşıtların dinamik davranışı incelenirken çeşitli modeller kullanılır. Kullanılan model araştırmanın amacına uygun olmalıdır. Alleyna, fren kuvvetlerinin taşıt titreşimine etkisini incelerken lastiklerin yaylanmasını dikkate almamıştır (3). Demic, elde edilen sonuçların doğruluk derecesinin kullanılan modelin ayrıntılılığıyla orantılı olmadığını göstermiştir (4). Sharp ve Hassan, araçlardaki süspansiyon sistemlerinin değerlendirmesini sönümleme parametreleri açısından yapmıştır (5). Şekil 1'de araştırmalarda kullanılan modellerden üçü verilmiştir. Bu modeller incelendiğinde çeyrek taşıt modelinde serbestlik derecesinin iki adet olduğu görülür. Bunlar taşıt gövdesi ve tekerin düşey doğrultudaki hareketleridir. Yarım taşıt modelinde ise biri ön tekerin dü-

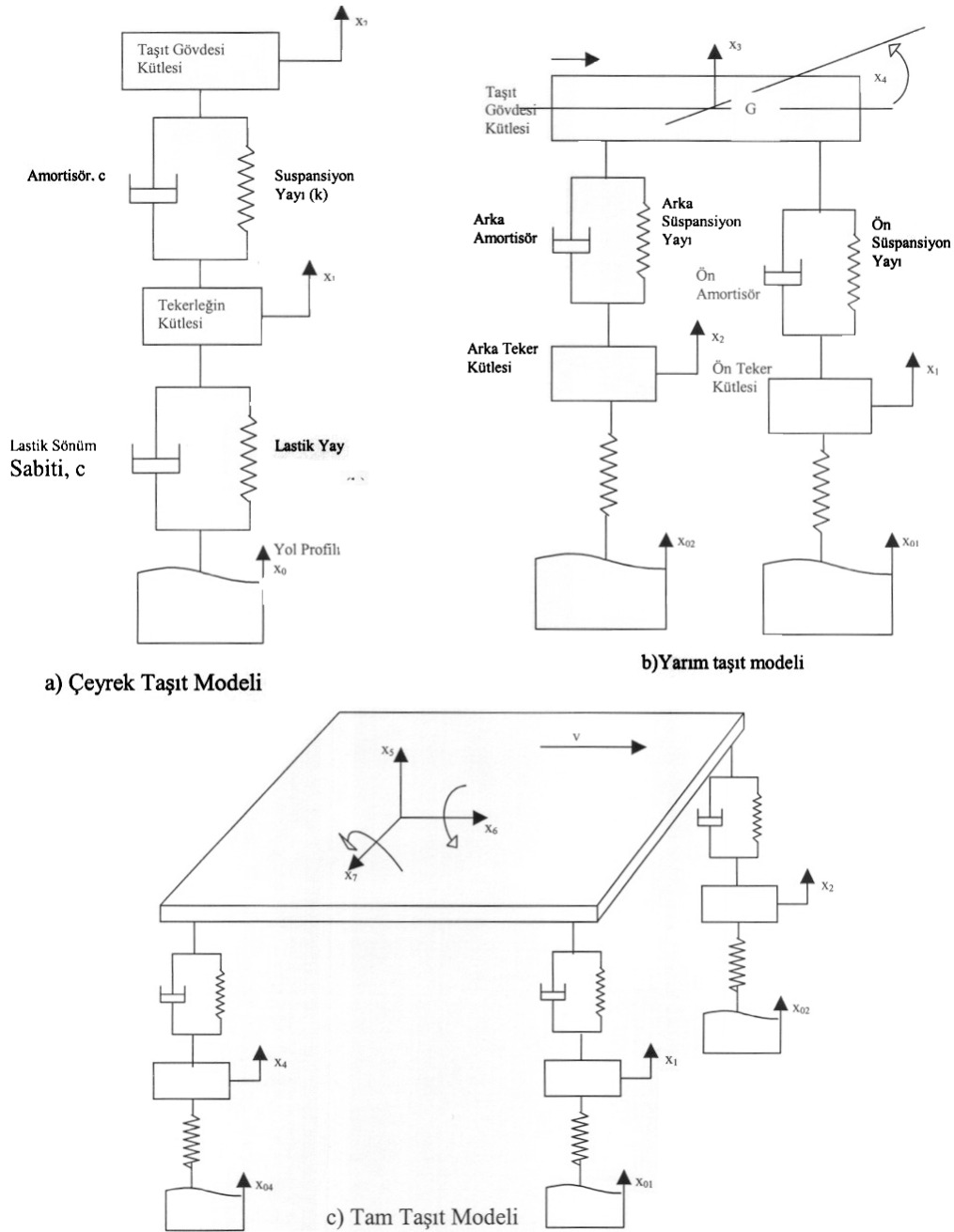
şey hareketi, diğeri arka tekerin düşey hareketi, bir diğeri taşıt gövdesinin kütle merkezinin düşey hareketi ve bir de taşıt gövdesinin dönmesi olmak üzere toplam serbestlik derecesi dörttür. Tam taşıt modelinde toplam serbestlik derecesinin yedi adet olduğu şekilden anlaşılabilir.

Hangi model kullanılırsa kullanılsın sistemlerin hareket denklemleri çıkarılırken takip edilecek yolun aynı olduğu Thompson ve Steidel tarafından tartışılmıştır (6, 7).

Rajalingham ve Rakheja, zeminin durumuna göre araçların süspansiyon sistemindeki

sönümleyicilerin araç titreşimine etkisini iki serbestlik dereceli çeyrek araç modeli ile incelemişlerdir. Süspansiyon sönümlenmesini kuvvet-hız karakteristikleri ile tanımlamışlardır. Analiz, harmonik yer değiştirme tahriği altında gerçekleştirilmiş ve sonuçlar yay kütlelerinin aşağı doğru yer değiştirmesi ile bağlantılı olarak, mekanizmanın anlaşılmasını sağlayacak şekilde sunulmuştur (8).

Bu çalışmada, meskun mahallerdeki kritik noktalarda, özellikle okul önlerine konulan engellerin taşıt titreşimine etkisi amaçlandığından, her iki ön tekerin aynı anda, aynı yükseklikle karşılaşacağı düşünülerek yarım taşıt modeli kullanılmıştır. Diferansiyel denklemler



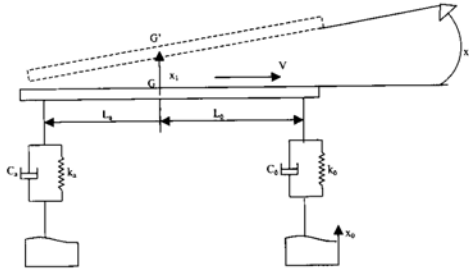
Şekil 1. Taşıtların dinamik modelleri

lerin çözümü için gerekli program araştırmacılar tarafından yazılmış olup, lastiklerin dinamik özellikleri dikkate alınmamıştır. Sistemde iki serbestlik derecesi ile sınırlı kalınmıştır.

### 3. HAREKET DENKLEMLERİNİN ÇIKARILMASI

Şekil 2'de taşıtın normal konumu düz çizgilerle, titreşim halindeki konumu kesikli çizgilerle verilmiştir. Taşıtın titreşim hareketi, taşıt kütle merkezinin düşey hareketi  $x_1$  ve taşıt gövdesinin taşıtın seyir düzlemindeki dönmesi  $x_2$  ile ifade edilmiştir.  $x_0$  yoldaki tümsekliği gösteren girdi fonksiyonudur.

Hareket denklemleri elde edilirken taşıtın muhtemel bütün yer değiştirmelerinin, burada  $x_1$  ve  $x_2$ , pozitif yönde yapılmış olarak çizilmesi ve yayların uzamış durumda dikkate alınması büyük kolaylık sağlamaktadır.

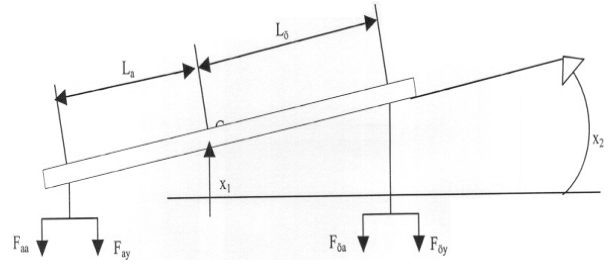


Şekil 2. Taşıtın normal ve titreşim halindeki konumu

Bu durumda taşıt gövdesinin serbest cisim diyagramı çizildiğinde, sönümleyicilerin ve yayların uyguladıkları kuvvetlerin yönleri aşağı doğrudur. Bu kuvvetlerin ifadesi için yaylarda oluşan boy değişikliklerinin ifadesi gerekir.

Öndeki yaylar, gövdeye bağlı olduğu noktanın ( $x_1 + L_0, x_2$ ) yükselmesi kadar uzamış, ayrıca engebeli yola girdiğinden yolun yükselme miktarı olan  $x_0$  kadar kısalmıştır. Bu durumda ön yayların net uzama miktarı ( $x_1 + L_0, x_2 - x_0$ ) olur. Arka yaylar ise ( $x_1 - L_a, x_2$ ) kadar uzar. Bu yayların gövdeye uyguladığı kuvvetler önde  $F_{\text{öy}} = k_0 \cdot (x_1 + L_0, x_2 - x_0)$  ve arkada  $F_{\text{ay}} = k_a \cdot (x_1 - L_a, x_2)$  şeklinde olur. Amortisörlerin gövdeye uyguladıkları kuvvetler ise deformasyon hızıyla orantılı olduğundan;

önde  $F_{\text{öa}} = C_{\text{ö}} (\dot{x}_1 + L_0 \dot{x}_2 - \dot{x}_0)$  ve arkada  $F_{\text{aa}} = C_a (\dot{x}_1 - L_a \dot{x}_2)$  şeklinde olur. Bu kuvvetler şasinin serbest cisim diyagramında Şekil 3'de gösterilmiştir.



Şekil 3. Şasinin serbest cisim diyagramı

Şasinin iki hareket denklemi yazılırsa;

$$\sum F_x = m \cdot a \Rightarrow F_{\text{öy}} - F_{\text{ay}} - F_{\text{öa}} - F_{\text{aa}} = m \cdot \ddot{x}_1 \quad (1)$$

$$\sum M_G = I_G \cdot \alpha \Rightarrow -L_0 \cdot F_{\text{öy}} - L_0 \cdot F_{\text{öa}} + L_a \cdot F_{\text{ay}} + L_a \cdot F_{\text{aa}} = I_G \cdot \ddot{x}_2 \quad (2)$$

ifadeleri elde edilir. (1) ve (2) ifadelerindeki kuvvetlerin yerine daha önce verilen eşdeğerleri yazılıp yeniden düzenlenirse;

$$m \cdot \ddot{x}_1 + (C_0 + C_a) \dot{x}_1 + (C_0 \cdot L_0 - C_a \cdot L_a) \dot{x}_2 + (k_0 + k_a) x_1 + (k_0 \cdot L_0 - k_a \cdot L_a) x_2 = k_0 \cdot x_0 + C_0 \cdot \dot{x}_0$$

$$I_G \cdot \ddot{x}_2 + (C_0 \cdot L_0 - C_a \cdot L_a) \dot{x}_1 + (C_0 \cdot L_0^2 + C_a \cdot L_a^2) \dot{x}_2 + (k_0 \cdot L_0 - k_a \cdot L_a) x_1 + (k_0 \cdot L_0^2 + k_a \cdot L_a^2) x_2 = k_0 \cdot L_0 \cdot x_0 + C_0 \cdot L_0 \cdot \dot{x}_0$$

hareket denklemleri elde edilir. Denklemlerin sağındaki  $x_0$  yolun profil fonksiyonunu,  $\dot{x}_0$  ise yol fonksiyonunun değişim hızını göstermektedir. Bu denklemlerde değişkenlerin önlerindeki parantezli ifadeler sistem sabitleri olup, bunlar A, B, C ... gibi harflerle, sol taraftaki giriş fonksiyonları da  $f_{01(t)}$ ,  $f_{02(t)}$  sembolleriyle gösterilirse denklemler;

$$m \ddot{x}_1 + A \dot{x}_1 + B \dot{x}_2 + C x_1 + D x_2 = f_{01(t)}$$

$$I_G \ddot{x}_2 + G \dot{x}_1 + H \dot{x}_2 + K x_1 + L x_2 = f_{02(t)}$$

şeklinde ifade edilebilir.

### 4. HAREKET DENKLEMLERİNİN ÇÖZÜMÜ

(1) ve (2) denklemlerinin çözümü için önce değişkenlerin önlerindeki taşıt sabitlerinin değerlerinin bilinmesi gerekir. Bu değerler aşağıda verildiği gibi seçilmiştir.

Taşıt gövde kütlesi	$m=1090$ kg
Kütleli atalet momenti	$I_G=1680$ kgm <sup>2</sup>
Ön dingil-kütle merkezi arası uzaklığı	$L_0=1,4$ m
Arka dingil-kütle merkezi arası mesafe	$L_a=1,1$ m
Ön askı yaylarının yay katsayısı (Toplam)	$k_0=15000$ N/m
Arka askı yaylarının yay katsayısı (Toplam)	$k_a=15000$ N/m
Ön amortisörlerin sönüm sabiti (Toplam)	$C_0=5000$ Ns/m
Arka amortisörlerin sönüm sabiti (Toplam)	$C_a=2000$ Ns/m

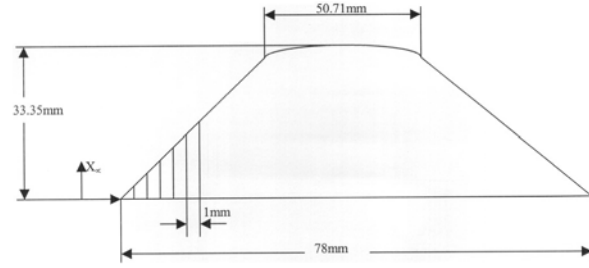
Bu değerlerle (1) ve (2) denklemleri yeniden yazılırsa

$$1090\ddot{x}_1 + 7000\dot{x}_1 + 4800\dot{x}_2 + 30000x_1 + 4500x_2 = 15000x_0 + 5000\dot{x}_0$$

ve

$$1680\ddot{x}_2 + 4800\dot{x}_1 + 12220\dot{x}_2 + 4500x_1 + 47550x_2 = 21000x_0 + 7000\dot{x}_0$$

denklemleri elde edilir. Burada giriş fonksiyonu olan  $x_0$  yolun profil eğrisi olup kaba ölçüleriyle Şekil 4'te, yatay eksenindeki değişimi de 1 mm'lik aralıklarla Çizelge 1'de verilmiştir. Bu tablodaki ölçüler şehir içlerinde kritik bölgelerde (okul önleri, kavşaklar vb) kullanılan bir engelden mikrometre yardımıyla elde edilmiştir.



Şekil 4. Yoldaki bir engebenin kaba ölçüleri

Tablo 1. 1 mm aralıklarla engelin yükseklik durumu

Yatay Mesafe (mm)	$x_0$ (mm)	Yatay Mesafe (mm)	$x_0$ (mm)	Yatay Mesafe (mm)	$x_0$ (mm)	Yatay Mesafe (mm)	$x_0$ (mm)	Yatay Mesafe (mm)	$x_0$ (mm)
1	0,00	11	9,54	21	18,00	31	26,00	41	33,00
2	1,00	12	10,00	22	19,00	32	27,00	42	32,00
3	1,98	13	10,54	23	20,00	33	28,00	43	31,00
4	2,83	14	11,48	24	21,00	34	29,00	44	30,53
5	3,71	15	12,00	25	21,53	35	30,00	.	.
6	4,74	16	13,00	26	22,44	36	30,53	.	.
7	5,68	17	14,00	27	23,07	37	31,00	.	.
8	6,64	18	15,00	28	23,57	38	32,00	.	.
9	7,56	19	16,00	29	24,00	39	33,00	78	1,00
10	8,54	20	17,00	30	25,00	40	33,35	79	0,00

Diğer taraftan yukarıdaki hareket denklemlerinin sağ tarafına dikkat edilirse, bu  $x_0$  değerinin türevlerinin, yani zamana bağlı olarak yolun yükselme hızının hesabı gerekir. Bu  $\dot{x}_0$  değerleri, taşıtın yatayda her bir mm yol alışında yolun doğrusal yükseldiği kabulü ile ve ayrıca  $\Delta t$ , 1 mm'lik mesafenin alınması için geçen süre olmak üzere;

$$\dot{x}_{0(i)} = (x_{0(i)} - x_{0(i-1)}) / \Delta t$$

ifadesi ile hesaplanmıştır. Burada  $x_{0(i)}$ , i. adımdaki engel yüksekliğini göstermektedir.  $\Delta t$  zamanı ise, v km/saat olarak taşıt hızını göstermek üzere;

$$\Delta t = YOL / HIZ = 0,0036 / v$$

ifadesiyle hesaplanabilir.

Taşıt hızı  $v=20; 40; 60; 80$  km/saat alınarak taşıtın G kütle merkezinin düşey doğrultudaki  $x_1$  yer değiştirmeleri ve taşıtın  $x_2$  yer değiştirmeleri hesaplanmıştır. Buradan elde edilen değerlerle taşıtın herhangi bir noktasının düşey salınım hareketi hesaplanabilir. Örneğin,

şasi üzerinde ön dingil hizasındaki bir nokta (şasi ön noktası) zamana bağlı olarak;

$$x_{\delta(t)} = x_{1(t)} + L_{\delta} \cdot x_{2(t)}$$

şasi üzerinde arka dingil hizasındaki bir nokta da;

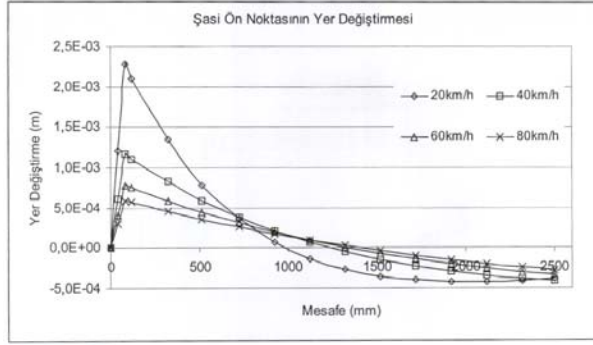
$$x_{a(t)} = x_{1(t)} - L_a \cdot x_{2(t)}$$

ifadeleriyle hesaplanabilen hareketleri yapar.

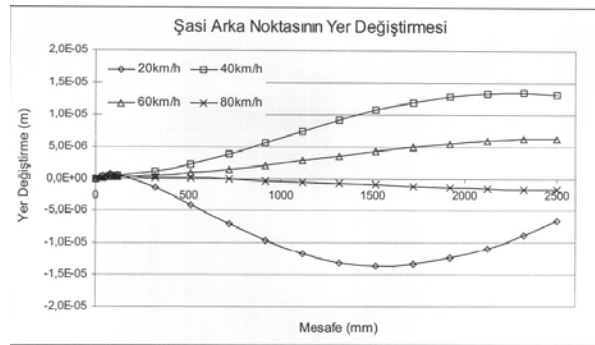
Zamana bağlı olarak hesaplanan  $x_{\delta(t)}$  ve  $x_{a(t)}$  fonksiyonlarının değerleri Şekil 5 ve 6'da verilmiştir. Şekil 5'de taşıt engelle karşılaştığı anda, ön taraf 20 km/h'lik hızda en büyük yer değiştirmeyi göstermektedir. Taşıt hızlandıkça en büyük yer değiştirme miktarının azaldığı grafikten görülmektedir. Ön tekerin engele girmesiyle zorlanmış titreşim yapacak olan taşıtın hızı arttıkça düşey doğrultudaki zorlanma süresi azalacaktır. Bu nedenle 20 km/h hızda ön taraftaki en büyük yer değiştirmenin yüksek hızlardakine göre daha fazla çıkması beklenebilir. Şekil 6'da ise yer değiştirme değerinin ön noktana kıyasla farklı seyrettiği görülmektedir. 20 km/h'de taşıtın arka

tarafı zemine doğru bir yer değiştirme gösterirken, 40 ve 60 km/h'lik hızlarda yer değiştirme değeri yukarı doğru olmakta, hızın 80 km/h olması durumunda, tekrar zemine doğru yönelmektedir. Ön kısmına göre farklı özellik gösteren bu durum, ön tekerin engelden kurtulduğu anda şasinin iki serbestlik dereceli serbest titreşim yapmasıyla açıklanabilir. Hıza bağlı olarak bu serbest titreşim başlangıcında taşıt konumu farklı durumlar gösterir. Nitekim çıktıkların incelenmesinden 20 km/h için engel çıkışında  $x_1=0,00100m$  ve  $x_2=0,00909$  radyan olarak, 80 km/h'de ise  $x_1=0,00026m$  ve  $x_2=0,00023$  radyan olarak görülmektedir.

Benzer çalışmalarda olay, gelişigüzel pürüzlülüğe sahip otoyolları için rasgele titreşim kavramı içinde incelenmiş, sonuçlar yollardaki pürüzlülük değerlerine ve pürüzlülük frekanslarına bağlı olarak ortaya çıkabilecek genlik ve ivme değerleri olarak verilmiştir (4).



Şekil 5. Taşıtın şasi ön noktasının farklı hızlarda yer değiştirmesi



Şekil 6. Taşıtın şasi arka noktasının farklı hızlarda yer değiştirmesi

## 5. SONUÇ

Bu çalışmada iki serbestlik dereceli yarım taşıt modeli ile sınırlı kalmıştır. Dört serbestlik dereceli yarım taşıt modeli (Şekil 1-b) veya yedi serbestlik dereceli tam taşıt modeliyle (Şekil 1-c) çalışılmak istendiğinde, gerek hareket denklemlerinin çıkarılmasında gerekse denklemlerin çözümünde izlenecek yolun burada izlenen yola benzer olacağı açıktır. Araştırmada ön tekerlerin engelle sürekli temas halinde olduğu kabulü yapılmış olup, hesaplamalar arka tekerlerin engele geldiği ana kadar yürütülmüştür. 4. Bölümdeki taşıta ait verilerin kullanımı ile şasinin ön ve arka dingile bağlı noktalarının düşey düzlemde yapmış olduğu yer değiştirme miktarları elde edilmiş ve grafik olarak sunulmuştur. Aynı taşıtın girdileri, elde edilen diferansiyel denklemler ve engel durumu MAT-LAB

programına verilerek çözülmüş ve bu çalışmada elde edilen sonuçların doğruluğu gözlenmiştir.

Bulunan değerlerin güvenilirlik derecesini tam olarak söyleyebilmek için yer değiştirme ölçümleri yapmak gerekmektedir. Ancak bu değerlerin merteye olarak doğruluğu söylenebilir. Aynı taşıt verileriyle, düz asfalt yolda seyreden bir taşıtın asfalttaki pürüzlülüğünden dolayı yapacağı titreşim hareketini araştıran ve lastiklerin yaylanma ve sönüm özelliklerini de dikkate alan bir çalışmada taşıttaki yer değiştirmelerin  $10^{-5}$  m'ler mertebesinde olduğu belirtilmektedir (1).

Bu çalışmada engellerden ne kadar yüksek hızla geçilirse, o kadar az titreşim hissedilir sonucu çıkarılmamalıdır. Zira böyle bir yargıya varabilmek için düşey doğrultudaki ivme değişiminin bilinmesi gerekir. Ayrıca ön tekerin engelle sürekli teması kabulünün belirli bir hızdan sonra gerçekleşmeyeceğinin de hatırdan çıkarılmaması gerekir.

## 6. KAYNAKLAR

1. Demic, M.; "Optimization of the characteristics of the elasto-damping elements of a passenger car by means of a modified Nelder-Mead method", Int. J. of Vehicle Design, vol. 10, no 2, 1989, pp.136-152
2. Elmadany, M.M.; "A Procedure for Optimization of Truck Suspensions", Vehicle System Dynamics, 16, 1987, pp. 297-312
3. Alleya, A.; "Improved Vehicle Performance Using Combined Suspension and Braking Forces", Vehicle System Dynamics, 27, 1997, pp. 235-265
4. Demic, M.; "A Contribution to the Optimization of the Characteristics of Elasto-damping Elements of Passenger Cars", Vehicle System Dynamics, 19, 1990, pp. 3-18
5. Sharp, R.S. and Hassan, S. A.; "An Evaluation of Passive Automotive Suspension Systems with Variable Stiffness and Damping Parameters", Vehicle System Dynamics, 15, 1986, pp. 335-350
6. Thomson, W. T.; Theory of Vibration with Applications, Fourth Edition 1993, Chapman and Hall, London
7. Steidel R. F.; An Introduction to Mechanical Vibrations, 1971, John Wiley and Sons Inc, Newyork
8. Rajalingham, C., Rakheja, S., Influence of suspension damper asymmetry on vehicle vibration response to ground excitation, Journal of Sound and Vibration, 266 (2003) 1117-1129.