

CNC Kontrollü Dairesel İnterpolasyon Hareketlerindeki Yuvarlaklık Hatasının En Küçük Kareler Metodu İle Değerlendirilmesi

Ahmet Murat PINAR , Abdulkadir GÜLLÜ
Gazi Üniversitesi, Teknik Eğitim Fakültesi, Makine Eğitimi Bölümü
06500 Teknikokullar, ANKARA

ÖZET

Bu çalışmada, ISO 230-4 “NC Tezgahlar için Dairesel Testler” isimli standarda dayalı yuvarlaklık (dairesellik) hatasının bulunmasına yönelik bir algoritma önerilmektedir. Daireyi, 2 boyutlu düzlemde gerçekleştirilen dairesel interpolasyon hareketine ait konum verisine uydurmak amacıyla en küçük kareler metoduna dayalı Gauss-Newton nümerik çözümleme yöntemi kullanılmıştır. Çok amaçlı ölçüm algoritması Matlab 6.5 yazılımı kullanılarak geliştirilmiş olup, CMM (Coordinate Measuring Machine), lazerli küresel çubuk, ızgara enkoderi gibi cihazlarda rahatlıkla kullanılabilir.

Anahtar Kelimeler : Dairesellik, Dairesellik hatası, ISO 230-4, Daire uydurma, En küçük kareler metodu

The Assessment of Circularity Error in CNC Controlled Circular Interpolation Movement by Least Squares Method

ABSTRACT

In this study, an algorithm is proposed in order to find circularity error based on ISO 230-4 called “Circular tests for numerical controlled machine tools”. For fitting circle to position data of circular interpolation movement in 2 dimensional plane, Gauss-Newton numerical solution method, based on least squares method, is used. Multi functional measuring algorithm is developed by using Matlab 6.5 software and it can be used easily in the devices such as CMM (Coordinate Measuring Machine), laser ball bar and cross grid encoder.

Keywords: Circularity, Circularity error, ISO 230-4, Circle fitting, least squares method

1. GİRİŞ

CNC işleme merkezlerinin ürün kalitesi üzerindeki etkisi yadsınmaz bir gerçektir. Bu kalitenin artırılması ve korunmasında, bu tezgahların hassasiyetlerinin incelenmesi oldukça önemlidir. Hata kaynaklarının daha rahat belirlenmesinden ötürü, çoğunlukla dairesel interpolasyon hareketleri ile oluşturulan eğrisel profiller incelenir. Bu profillerdeki dairesellik hatası aşağıdaki metotlarla elde edilmektedir:

- 1.En küçük kareler metodu (EKK),
- 2.Maksimum iç teğet dairesi metodu (MİTD),
- 3.Minimum dış teğet dairesi metodu (MDTD),
- 4.Minimum radyal ayırım dairesi metodu (MRAD).

EKK metodu, günümüzde özellikle CMM tezgahlarında en sık kullanılan yöntem olup, diğer yaklaşımların karşılaştırılmasında referans alınan bir tekniktir. Bu metotla elde edilen dairenin merkezi, en küçük dış teğet ve en büyük iç teğet dairelerin profile uydurulması için kullanılır. Bu iki daire arasındaki fark dairesellik hatası olarak ifade edilir (1). MİTD metodunda profilin iç kısmında yer alan en büyük dairenin merkezi

bulunur. Sonrasında bu merkez, profilin dış kısmındaki en küçük daireyi bulmak için kullanılır. 2 daire arasındaki radyal mesafe dairesellik hatasını vermektedir (1,2). MDTD metodunda MİTD’ nin aksine ilk olarak profili içeren en küçük daire bulunur. Bu dairenin merkezi iç teğet dairesini bulmak için kullanılır. 2 daire arasındaki radyal fark dairesellik hatasıdır (3, 4). Minimum radyal ayırım dairesi (MRAD) minimum alan daireleri olarak da bilinir. Minimum radyal ayırımı 2 eş merkezli daireler arasındaki fark dairesellik hatasını verir. Bu metotlarda kullanılan algoritmalar nümerik (EKK, Chebyshev yaklaşımı, Simplex taraması, doğrusal/doğrusal olmayan optimizasyon, Monte Carlo Simülasyonu vb.) yada hesaplamalı geometrik teknikleri içermektedir.

Murthy ve Abdin, spiral tarama tekniği için EKK metodunu kullanmışlardır. Bu metoda ek olarak MRAD ile de dairesellik hatasını değerlendirmişlerdir. Bu Araştırmayı gerçekleştirmek için düzenli geometrik şekle dayalı sıralı eğim taraması kullanılmıştır (5).

Kim ve Seung, dairesellik için değiştirilmiş EKK metodunu önermişlerdir. Bu çalışma, hatanın or-

talamasını 0 yapan klasik en küçük kareler özelliğine sadık kalmaktadır. Metot ayrıca hataların toplam varyansını minimize etmektedir (6).

Shunmugan, EKK ve minimum sapma tekniğini kullanarak ideal yüzey ile gerçekleşen yüzey arasındaki lineer ve normal sapmaları karşılaştırmıştır. Dairesellik hatası içinde doğrusal sapma miktarını tanımlamıştır (7).

Cordero-Davillo ve Cornejo, toplam matematiksel işlemi azaltan basitleştirilmiş EKK yöntemini uygulayarak dairesel profilin merkez ve yarıçapını belirlemişlerdir. Normal denklemleri 2 bilinmeyenli doğrusal olmayan denklemlere dönüştürmüşler ve bunları Newton metodu ile çözmüşlerdir. 3 eşit merkezli nokta, iterasyon işlemi için kullanılmak üzere başlangıç merkez koordinatlarına ulaşmak için kullanılmıştır (8).

Chetwynd, dairesellik toleransının değerlendirilmesini içeren birçok form toleransı problemini çözmek için lineer programlama tekniklerini uygulamıştır. Sınırlılıklar kümesi formülize edilmiş ve denklem çiftleri algoritmanın daha hızlı çalışması için çözülmüştür. Değişim algoritması, minimum yarıçap çevrel Limaçonu çözerken temel noktaları değiştirmek için kullanılmıştır (9).

Xiong, doğrusal programlama metodu ve değişim algoritmasının kullanıldığı farklı profillerin incelenmesi için matematiksel model, teori ve algoritma geliştirmiştir. Limaçon yaklaşımı dairenin temsil edilmesi için kullanıldığından çözümün optimum olması garanti değildir (10).

Ventura ve Yeralan, dairesellik problemini doğrusal olmayan optimizasyon problemi olarak formülize etmiş ve optimal sonuç için gerekli şartları belirlemişlerdir. Bu şartlara göre, MRAD' nin dış ve iç daireleri üzerinde en az 4 nokta ve bunlardan en azından biri dış yada iç çemberde olmalıdır. Bu sonuca dayalı olarak sayım metodu, global optimum sonucun hesaplanması amacıyla tüm 4 nokta kombinasyonlarını kontrol etmek için kullanılmıştır (11).

Wang, minimum tolerans alanını, sınırlandırılmış optimizasyon problemi olarak formülize ederek değerlendirmiştir. Problem 2 basamakta çözülmüştür. Bunlar:

1. Tarama yönünün bulunması,
2. Yön boyunca ölçeklenmesidir.

Tarama yönünün belirlenmesi için sıralı ikinci dereceden programlama metodu kullanılmıştır. Her bir iterasyonda, adım boyutunun belirlenmesi için artırılmış Lagrangian fonksiyonu kullanılmıştır (12).

Lin ve arkadaşları, dairesellik hatasını sınırlandırılmış optimizasyon problemi olarak formülize etmişler ve çözmek için sıralı 2. derece programlama algoritmasını kullanmışlardır. Ayrıca sonuçlar EKK metodu,

minmax algoritması ve ortalama minmax algoritması ile karşılaştırılmıştır (13).

Wang ve arkadaşları minimum radyal ayırım kriterine dayalı dairesellik hatasının değerini bulmak için doğrusal olmayan optimizasyona dayalı tekniği sunmuşlardır. Bu çalışmada, belirlenen yeterli ve gerekli şartlara dayalı olarak genelleştirilmiş doğrusal olmayan optimizasyon prosedürü tarif edilmiştir. Hazırlanan simülasyon programı kullanılarak farklı boyuttaki problemler için önerilen algoritma incelenmiştir (14).

Bir çok araştırmacı, CMM sisteminden alınan veri noktalarının ilgili unsur için uydurulmasında Chebyshev yaklaşımını kullanmaktadır (15-18).

Dhanish ve Shunmugan, form hatalarının hesaplanması için Chebyshev yaklaşım fonksiyonunu kullanmıştır. Çalışmada yüzey, gerçek yüzeyi en iyi uyduran doğrusal Chebyshev polinom fonksiyonu olarak modellenmiştir. Şayet F gerçek yüzeyi temsil eden yüzey ise, i noktasındaki hata $e_i = \varphi - F_i$ dir. Chebyshev yaklaşım fonksiyonu φ hatanın mutlak değerinin minimize edildiği maksimum değer olarak bulunur. Noktaların başlangıç kümesi seçilir ve hatanın değeri belirlenir. Hatalar minimize edilene kadar noktalar gözardı edilir ya da değiştirilir (16).

Witzgall ve Howard, gerçek geometrik Chebyshev halkalarının genişliğine çok yakın olan halka genişlikleri ile ilgili referans daire ve kürelerin cebirsel Chebyshev formülasyonları için doğrusal programlama yaklaşımını sunmuşlardır. Ayrıca cebirsel Chebyshev formülünü, popüler cebirsel EKK çözümü ile farklı uygulamalar için karşılaştırmışlardır. Bu uygulamaların çoğunda cebirsel ve geometrik Chebyshev çözümleri uyumaktadır. Ayrıca EKK çözümüne göre eş merkezli daireler arasındaki ayırım daha küçüktür (18).

Hesaplamalı geometri yaklaşımı, geometrik değerlendirmelerde karşılaşılan minimum radyal ayırım dairesi problemlerinin çözümü için diğerlerine göre daha elverişlidir (1).

Lai ve Wang, dairesellik hata analizi için en uzak Voronoi diyagramının kullanımını tanıtmışlardır. Gerçek sonucun, en uzak nokta Voronoi diyagramı ve orta eksenin kesişiminde yer aldığı savunmuşlardır (19).

Le ve Lee, yuvarlaklık hatasının değerlendirilmesi için minimum alan yöntemini incelemişlerdir. Basit çokgenin minimum alan farkı ve merkezini hesaplamak için algoritma sunmuşlar ve merkezin bulunması amacıyla, çokgen için en uzak Voronoi diyagramı ve orta eksen yaklaşımını kullanmışlardır (20).

Lai ve Chen, dairenin düz çizgiye dönüşümünü içeren bir metot geliştirmişlerdir. Sonrasında uygun doğruluk değerlendirme şemasını, kontrol noktalarını ve minimum alan sapmasını elde etmek için kullanmışlardır (21).

Novaski ve Barczak, daha önceden oluşturulan noktalar kümesini incelemek için Voronoi diyagramını

kullanılmışlar ve sonuçları EKK yöntemi ile karşılaştırılmışlar ve aşağıdaki sonuçları elde etmişlerdir (22).

- EKK metodu hatasının birçok gerçek uygulamada ihmal edilebilir olduğu,
- Açısal katsayının ölçüm noktasının 200'ü aştığında daha da küçülmeye eğilimli olduğu,
- Ölçüm noktası sayısı ve imalat kalitesi arttıkça sonuçların birbirine yaklaştığı belirlenmiştir.

Samuel ve Shunmugam, hesaplamalı geometrik yaklaşıma dayalı uygun metodları, CMM ve form verisi ile ilgili olarak geliştirmişlerdir. Konveks kabukların hesaplamalı geometrik yaklaşımları kullanılmış ve içteki kabuğa ulaşmak için yeni bir sezgisel algoritma önerilmiştir. Voronoi ve yeni önerilen eş açısız diyagramlar farklı şartlar altında değerlendirme unsurlarının yapılandırılması için kullanılmıştır (23).

Rajagopal ve Anand problemin çözümü için MRAD metoduna dayalı seçimli veri bölme algoritmasını önermişlerdir. Algoritmada CMM'den elde edilen veri seti çeyrek dilimlere bölünür. Temel noktalar minimum radyal farklı eş merkezli daire çiftinin uydurulması için kullanılır. Ardışık tekrar işlemi, nihai dairesellik hatasını belirlemek için kullanılır. Elde edilen sonuçlar Voronoi diyagramı, MİTD, MDTD ve EKK yöntemleri ile karşılaştırılmıştır. Dairesellik hatasının değeri MİTD, MDTD ve EKK yöntemine göre daha düşük elde edilirken, Voronoi diyagramı ile aynı sonuçlar elde edilmiştir. Ayrıca önerilen algoritma Voronoi diyagramına göre daha basittir ve hesaplama süresini kısaltmaktadır (24).

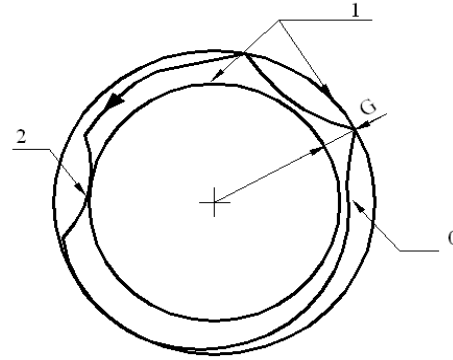
Önerilen algoritmayla, CNC tezgahlarda elde edilen dairesel interpolasyon hareketlerinin kullanıldığı daire ve yay parçalarının dairesellik hatası ISO 230-4 standardına göre incelenmiştir. Algoritma CMM tezgahı, ızgara enkoderi, lazerli küresel çubuk gibi ölçüm cihazlarında kullanılmak üzere çok amaçlı olarak hazırlanmıştır. Bu alanda en popüler olan EKK metoduna dayalı Gauss-Newton nümerik çözümleme tekniği kullanılmaktadır. Gerçekleştirilen yazılımın geçerliliği, literatürdeki veri setlerinin diğer metodlarla ve bu alandaki Rapidform 2004 ticari yazılımının incelenmesi ile test edilmiştir.

2. DAİRESELLİK HATASI

ISO 230-4 "NC Tezgahlar için dairesel testler" isimli standarda göre 3 tip dairesellik hatası mevcuttur (25). Algoritma Dairesel sapma ile ifade edilen hata tipine dayalı olarak hazırlanmıştır.

2.1. Dairesel Sapma, G

Gerçekleşen yolu saran 2 eş merkezli dairenin minimum radyal ayrımıdır. En küçük kareler dairesi etrafındaki maksimum radyal aralık olarak da değerlendirilebilir (Şekil 1).



+ : Merkez, 0 : Başlangıç noktası, 1 : Minimum alan daireleri, 2 : Gerçekleşen yol

Şekil 1. Dairesel sapmanın değerlendirilmesi (25)

3. EKK METODU İLE DAİRE UYDURMA

Önerilen algoritma $N \geq 3$ adet koordinat verisi için geçerlidir. Daireye ait temel eşitlik aşağıdaki gibidir (Eş. 1).

$$r^2 = (x_i - x_0)^2 + (y_i - y_0)^2 \quad (1)$$

Burada; r yarıçapı, x_i ve y_i daire üzerindeki i . noktanın x ve y koordinatını, x_0 ve y_0 da daire merkezinin x ve y koordinatını ifade etmektedir. Elde edilen profil üzerindeki x_i , y_i noktasından uydurulan nominal daireye olan mesafe Eş. 2 ve 3'deki gibi belirlenir .

$$d_i = r_i - r \quad (2)$$

$$d_i = \sqrt{[(x_i - x_0)^2 + (y_i - y_0)^2]} - r \quad (3)$$

En küçük kareler yöntemi veri noktalarından uydurulan profile olan mesafenin kareler toplamını minimum yapmayı amaçlar. Bu fonksiyon Eş. 4 ile ifade edilir

$$F = \sum_{i=1}^N d_i^2 \quad (4)$$

$$d_i = (x_i - x_0)^2 + (y_i - y_0)^2 - r^2 = -2x_i x_0 - 2y_i y_0 + (x_0^2 + y_0^2 - r^2) + (x_i^2 + y_i^2) \quad (5)$$

Fonksiyonun doğrusal olmadığı durumlarda Gauss-Newton metodu kökleri yani merkez ve yarıçap değerinin bulunması için kullanılır. Yukarıdaki denklemde ilk olarak EKK metodu kullanılarak başlangıç değerleri elde edilir (x_0 , y_0 , r). Bu amaçla denklemi basitleştirmek için Eş. 5'in sağ tarafındaki $(x_0^2 + y_0^2 - r^2)$ ifadesi w olarak ifade edilir (Eş. 6).

$$w = x_0^2 + y_0^2 - r^2 \quad (6)$$

d_i 'yi minimize eden N adet denklem EKK metodu ile çözülür. EKK metodu d_i 'yi 0 (sıfır) kabul ederek çözer. Eş. 5'i sıfır kabul eden ifade matris formunda yazılırsa hem algoritma hazırlanması hem de anlaşılabilirliği açısından kolaylık sağlanmış olur (Eş. 7).

$$\begin{bmatrix} 2x_1 & 2y_1 & -1 \\ 2x_2 & 2y_2 & -1 \\ \dots & \dots & \dots \\ 2x_n & 2y_n & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_o \\ y_o \\ w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1^2 + y_1^2 \\ x_2^2 + y_2^2 \\ \dots \\ x_n^2 + y_n^2 \end{bmatrix} \quad (7)$$

\downarrow \downarrow
 K L

Bu işlem sonucunda x_o , y_o ve w başlangıç değerleri bulunur. Bulunan w değerinden r çekilerek yarıçapa ait başlangıç değeri de elde edilmiş olur. Bu işlemi takiben Gauss-Newton algoritmasının ilk basamağı olan Jakoben matrisi oluşturulur (Eş. 8) Matrisin elemanları x_o , y_o , ve r parametrelerine göre d_i 'nin kısmi türevinden oluşmaktadır (Eş. 9).

$$J = \begin{bmatrix} \frac{\partial d_1}{\partial x_o} & \frac{\partial d_1}{\partial y_o} & \frac{\partial d_1}{\partial r_o} \\ \frac{\partial d_2}{\partial x_o} & \frac{\partial d_2}{\partial y_o} & \frac{\partial d_2}{\partial r_o} \\ \dots & \dots & \dots \\ \frac{\partial d_n}{\partial x_o} & \frac{\partial d_n}{\partial y_o} & \frac{\partial d_n}{\partial r_o} \end{bmatrix} \quad (8)$$

$$\frac{\partial d_i}{\partial x_o} = \frac{-(x_i - x_o)}{r_i}, \quad \frac{\partial d_i}{\partial y_o} = \frac{-(y_i - y_o)}{r_i}, \quad \frac{\partial d_i}{\partial r_o} = -1 \quad (9)$$

Matrisin elemanları kısmi türevlere göre yeniden düzenlenirse (Eş. 10)

$$J = \begin{bmatrix} \frac{-(x_1 - x_o)}{r_1} & \frac{-(y_1 - y_o)}{r_1} & -1 \\ \frac{-(x_2 - x_o)}{r_2} & \frac{-(y_2 - y_o)}{r_2} & -1 \\ \dots & \dots & \dots \\ \frac{-(x_n - x_o)}{r_n} & \frac{-(y_n - y_o)}{r_n} & -1 \end{bmatrix} \quad (10)$$

olur. Merkez ve yarıçap için optimum değerlerin bulunmasında $J \cdot \Delta = -d_i$ denklem sisteminin çözülmesi gerekir. Burada Δ , Gauss-Newton metodundaki iterasyon artım miktarlarıdır (Eş. 11).

$$\Delta = \begin{bmatrix} \Delta x_o \\ \Delta y_o \\ \Delta r \end{bmatrix} \quad (11)$$

Artım miktarları olan Δx_o , Δy_o , Δr parametrelerinin belirlenmesi için Eş. 12 matris formunda EKK metodu ile çözülür.

$$\begin{bmatrix} \frac{-(x_1 - x_o)}{r_1} & \frac{-(y_1 - y_o)}{r_1} & -1 \\ \frac{-(x_2 - x_o)}{r_2} & \frac{-(y_2 - y_o)}{r_2} & -1 \\ \dots & \dots & \dots \\ \frac{-(x_n - x_o)}{r_n} & \frac{-(y_n - y_o)}{r_n} & -1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ \dots \\ d_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta x_o \\ \Delta y_o \\ \Delta r \end{bmatrix} \quad (12)$$

Elde edilen Δx_o , Δy_o ve Δr artım miktarları merkezin ve yarıçapın bulunması amacıyla iterasyon işleminde kullanılır (Eş. 13).

$$x_o = x_o + \Delta x_o, \quad y_o = y_o + \Delta y_o, \quad r = r + \Delta r \quad (13)$$

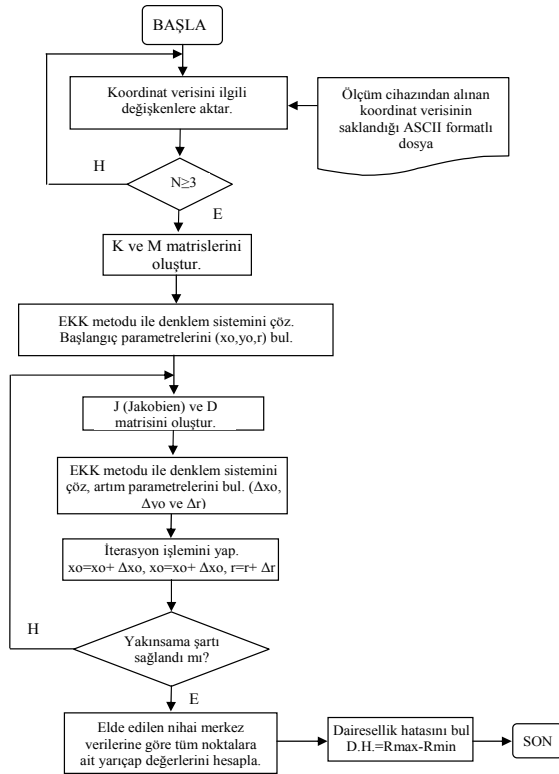
Bu işleme, Gauss-Newton yakınsama şartı sağlanana kadar devam edilir. Kullanılabilecek yakınsama şartları aşağıda verildiği gibidir [26].

1. F'nin değişimi küçük olmalı,
2. İterasyon boyutu küçük olmalı (Örneğin $(\Delta^T \Delta)^{1/2}$),
3. $g = J^T \cdot d$ minimum olmalıdır.

Burada algoritma 2. şart esas alınarak hazırlanmıştır. Kurulan döngü ile $(\Delta^T \Delta)^{1/2}$ sütun matrisi oluşturulur. Ardışık tekrar işlemi matrisin aynı adresteki elemanları arasındaki mutlak fark 0.0001'den küçük olduğunda döngü durdurularak merkez koordinatları elde edilir. Elde edilen nihai merkez ve yarıçap değerlerine göre tüm noktalara ait yarıçap değerleri hesaplanır (Eş. 14).

$$\text{Yarıçaplar} = \begin{bmatrix} \sqrt{(x_1 - x_o)^2 - (y_1 - y_o)^2} \\ \sqrt{(x_2 - x_o)^2 - (y_2 - y_o)^2} \\ \dots \\ \sqrt{(x_n - x_o)^2 - (y_n - y_o)^2} \end{bmatrix} \quad (14)$$

Sütun matrisi olarak hazırlanan Yarıçaplar matrisindeki en büyük eleman ile en küçük eleman arasındaki fark dairesellik hatasını vermektedir. Şekil 2'de algoritmaya ait akış diyagramı görülmektedir.



Şekil 2. Algoritmaya ait akış şeması

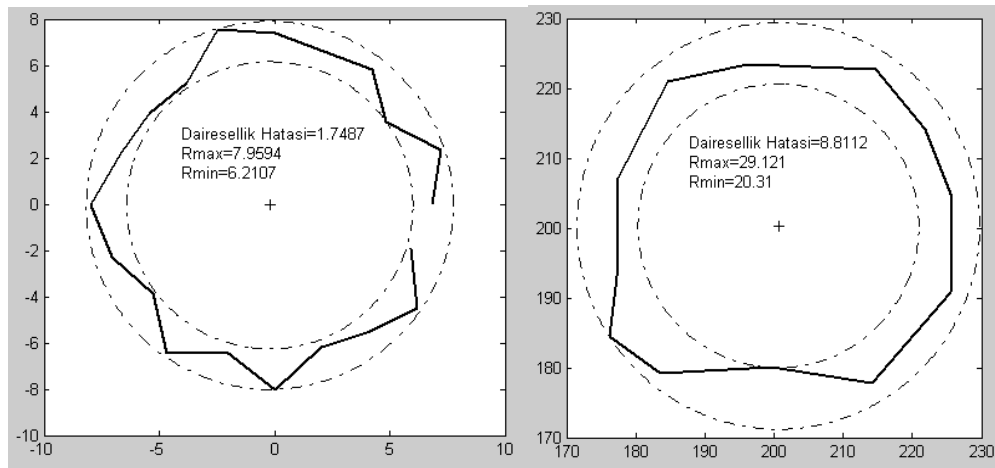
4. ÖRNEK UYGULAMALAR

Algoritmanın geçerliliğinin test edilmesi için 3 adet veri setine (Ek) ait karşılaştırmalı sonuçlar Tablo 1’de sunulmuştur.

Tablo 1. Farklı ölçüm metodlarına ait karşılaştırmalı sonuçlar

| Veri seti no | EKK | Rapidform-2004 (27) | Voronoi Diyagramı | MİTM | MDTM |
|--------------|----------|---------------------|-------------------|-----------|-----------|
| 1 (Tablo 2) | 0.029807 | 0.02981 | - | 0.0296179 | 0.0293501 |
| 2 (Tablo 3) | 1.7487 | 1.74867 | 1.6711 | 1.7287 | 1.7382 |
| 3 (Tablo 4) | 8.8112 | 8.81117 | - | - | - |

Şekil 3’de Tablo 1 ve Tablo 2’deki veri setleri için önerilen algoritmaya ait değerlendirme sonuçları görülmektedir



Şekil 3. Algoritmaya ait dairesellik değerlendirme çıktısı

5. SONUÇ VE TARTIŞMA

Matlab 6.5 yazılımı ile oluşturulan algoritma, dairesel interpolasyon hareketleri ile gerçekleştirilen tam daire veya daire parçalarına ait dairesellik hatasını belirlemektedir. Algoritma, halen CMM tezgahlarda en çok kullanılan ve diğer metodların karşılaştırıldığı referans ölçüm metodu olarak kabul edilen EKK metodunu kullanmaktadır. Yapılan örnek uygulamalarda literatürle paralel olarak EKK metodunda, dairesellik hatasının, MRAD (Voronoi diyagramı), MİTD ve MDTM metodlarına göre daha yüksek elde edildiği görülmektedir. Buna karşın günümüz CAD/CAM sistemindeki yeni yaklaşımlardan “Reverse Engineering” metodunu kullanan RapidForm 2004 yazılımı ile çok yakın sonuçlar elde edilmiştir. Ayrıca veri sayısı arttıkça tüm metodların birbirine yaklaştığı görülmektedir. Algoritma çok amaçlı olarak CMM tezgahlar, ızgara enkoderi, lazerli küresel çubuk, döne/lineer enkoderlerin kullandığı ölçüm sistemle-rinde rahatlıkla kullanılabilir.

6. TEŞEKKÜR

Bu çalışmanın gerçekleştirilmesindeki maddi katkılarından dolayı Gazi Üniversitesi Rektörlüğü Bilimsel Araştırma Projeleri Birimine ve RapidForm 2004 yazılımı konusundaki teknik desteklerinden dolayı Defne Mühendisliğe teşekkür ederiz.

7. KAYNAKLAR

1. Wang, M., Ceraghi, S. H. and Masud, A. S. M., Circularity error evaluation theory and algorithm, Precision Engineering, 23, 164-176, 1999.
2. Toissant, G. T., Computing largest empty circles with location constraints, International Journal of Computer and Information Sciences, 12, 347-358, 1983.
3. Melville, R. C., An implementation study of two algorithms for the minimum spanning circle problem Ing. T. Touissant (Ed), Computational Geometry, 267-285, 1985.
4. Elzinga, J. and Hearn, D. W., Geometrical solutions for some minimax location problems, Transportation Science, 6, 379-394, 1971.

5. Murthy, T. S. R. and Abdin, S. Z., Minimum zone evaluation of surfaces, *International Journal of Machine Tool Design Research*, 20, 123-136, 1980.
6. Kim, N. H., Seung, W. K., Geometrical tolerances: Improved linear approximation of least-squares evaluation of circularity by minimum variance, *Int. J. Machine Tools Manufact*, 36, 355-366, 1996.
7. Shunmugam, M. S., New approach for evaluating form errors of engineering surfaces, *Computer Aided Design*, 19, 368-374, 1987.
8. Cordero-Davilla, C. N. and Cornejo, R., Least squares estimators for the center and radius of circular patterns, *Applied Optics*, 32, 5683-5685, 1993.
9. Chetwynd, D. G., Application of linear programming to engineering metrology, *Proceedings of Institution of Mechanical Engineers*, 199, 93-100, 1985.
10. Xiong, Y. L., Computer-aided measurement of profile error of complex surfaces and curves: Theory and algorithm, *Int J Machine Tools Manufact*, 30, 339-357, 1990.
11. Ventura J. A. Yeralan S., The minimax center estimation problem for automated roundness inspection, *Euro J Op Res*, 41, 64-72, 1989.
12. Wang, Y., Minimum zone evaluation of form tolerances, *Manufacturing Review*, 5, 213-220, 1992.
13. Lin, S. S., Warghese, P., Zhang, C. and Wang H. P., A comparative analysis of CMM form-fitting algorithms, *Manufact Rev*, 8, 47-58, 1995.
14. Wang Y., "Minimum zone evaluation of form tolerances, *Int J Machine Tool Design Res*, 20, 123-136, 1980.
15. Loebritz, D., CMM software-the key issue, *Quality Today*, 1-6, 1993.
16. Dhanish, P. B. and Shanmugam, M. S., An algorithm for form error evaluation using the theory of discrete and linear Chebyshev approximation, *Computer Methods in Applied Mathematics and engineering*, 92, 300-324, 1991.
17. Chatterjee, G and Roth, B., On Chebyshev fits for pairs of lines and polygons with specified internal angles, *Precision Engineering*, 21, 43-56, 1997.
18. Witzgall C. and Howard H. H., Fitting circles and spheres to CMM machine data, *The International journal of Flexible Manufacturing Systems*, 10, 5-25, 1998.
19. Lai, K. and Wang J. A., Computational geometry approach to geometric tolerancing, 16'th North American Manufacturing Research Conference, University of Illinois, 376-379, 1988.
20. Le, V. B. and Lee, D. T., Out of roundness problem revisited. *IEEE Trans Patt Analy Machine Intelligence*, 13, 217-223, 1991.
21. Lai, J. Y. and Chen, I. H., Minimum zone evaluation of circles and cylinders, *International journal of Machine Tool Design Research*, 36, 435-451, 1996.
22. Novaski, O. and Barczak, A. L. C., Utilization of Voronoi diagrams for circularity algorithms, *Precision Engineering*, 20, 188-195, 1997.
23. Samuel, G. L. and Shunmugam, M. S., Evaluation of circularity form coordinate and form data using computational geometric techniques, 24, 251-263, 2000.
24. Rajagopal, K. and Anand, S., Assessment of circularity error using a selective data partition approach, *Int. J. Prod Res*, 37, 3959-3979, 1999.
25. ISO 230-4, Circular tests for numerical controlled machine tools, 1996.
26. [Http://www.udel.edu/HESC/HESC690/SphereFitting.pdf](http://www.udel.edu/HESC/HESC690/SphereFitting.pdf).
27. Rapidform2004, Standard software for 3D Scanners, Inus Technology, 2004.

EK - 1

Tablo 2. Veri Seti 1 (23)

| Noktalar | X | Y |
|----------|--------|--------|
| 1 | 70.015 | 50 |
| 2 | 68.79 | 58.473 |
| 3 | 65.406 | 65.937 |
| 4 | 59.568 | 72.749 |
| 5 | 51.379 | 77.745 |
| 6 | 44.794 | 79.601 |
| 7 | 40.89 | 79.996 |
| 8 | 32.031 | 78.931 |
| 9 | 27.23 | 77.138 |
| 10 | 20.399 | 72.708 |
| 11 | 16.156 | 68.23 |
| 12 | 12.718 | 62.49 |
| 13 | 10.638 | 56.081 |
| 14 | 10.018 | 49.215 |
| 15 | 11.428 | 40.826 |
| 16 | 14.105 | 34.868 |
| 17 | 18.817 | 28.743 |
| 18 | 24.632 | 24.22 |
| 19 | 31.683 | 21.186 |
| 20 | 39.163 | 20.021 |
| 21 | 45.52 | 20.502 |
| 22 | 55.4 | 24.269 |
| 23 | 62.356 | 30.011 |
| 24 | 67.354 | 37.649 |
| 25 | 69.619 | 45.203 |

Tablo3. Veri seti 2 (24)

| Noktalar | X | Y |
|----------|---------|-----------|
| 1 | 6.832 | 0 |
| 2 | 7.1966 | 2.3383 |
| 3 | 4.8646 | 3.5344 |
| 4 | 4.2256 | 5.816 |
| 5 | 2.1437 | 6.5975 |
| 6 | 0 | 7.42 |
| 7 | -2.4616 | 7.5761 |
| 8 | -3.7936 | 5.2214 |
| 9 | -5.4253 | 3.9417 |
| 10 | -6.6774 | 2.1696 |
| 11 | -7.987 | -1.00E-06 |
| 12 | -7.0768 | -2.2994 |
| 13 | -5.2894 | -3.8429 |
| 14 | -4.6823 | -6.4446 |
| 15 | -2.0723 | -6.3778 |
| 16 | 0 | -8.008 |
| 17 | 2.0139 | -6.198 |
| 18 | 4.0157 | -5.5272 |
| 19 | 6.1728 | -4.4848 |
| 20 | 5.9384 | -1.9295 |

Tablo 4. Veri seti 3

| Noktalar | X | Y |
|----------|--------|--------|
| 1 | 225.7 | 204.42 |
| 2 | 221.8 | 214.05 |
| 3 | 214.72 | 222.76 |
| 4 | 196.15 | 223.38 |
| 5 | 184.56 | 221.02 |
| 6 | 177.38 | 207.08 |
| 7 | 177.17 | 193.04 |
| 8 | 176.15 | 184.53 |
| 9 | 183.53 | 179.2 |
| 10 | 199.64 | 180.02 |
| 11 | 214.21 | 177.77 |
| 12 | 225.6 | 190.79 |
| 13 | 225.7 | 204.42 |