

# Ağır Ticari Bir Vasıtanın Sürülebilirliğinin Araştırılması Amacıyla Aktarma Organlarının Elastik Elemanlarla Modellenmesi

Ziya CABA, Orhan ATABAY, Ahmet GÜNEY

İTÜ Makina Fakültesi, 34437 Gümüşsuyu İstanbul / TÜRKİYE

(Geliş / Received : 01.12.2014 ; Kabul / Accepted : 09.03.2015)

## ÖZ

Son yıllarda ağır ticari taşıt pazarında ortaya çıkan talep, imalatçıları daha yüksek motor gücüne ve anma momentine sahip araçları üretmeye yöneltmektedir. Bu talep kullanıcıların asıl beklentileri olan tekerleklerle aktarılan momentin büyüklüğü ile ilgili performans ihtiyacına yöneliktir. Performansın artmasına ek olarak, ses – titreşim – gürültü, taşıt dinamiği gibi diğer taşıt özelliklerinde de müşteri beklentileri artmıştır. Bunun yanında sürülebilirlik (driveability) de aracın önemli özelliklerinden biri olmuştur. Ürün geliştirme çalışmalarının erken fazlarında sürülebilirliğin ve aktarma organlarındaki yüksek tahrik kuvvetlerinin etkisi ile müşteri tarafından daha rahat fark edilebilecek olası sürülebilirlik kusurlarının analiz edilmesi zorunlu hale gelmiştir.

Bu çalışmada, sürülebilirlik ve sürülebilirlik kusurları ile ilgili analizleri yapabilmek amacıyla Matlab/Simulink ortamında farklı aktarma organları bileşenlerini üç farklı detay seviyesinde yansıttak araç modelleri oluşturulmuştur. Oluşturulan bu modellerin analizleri ile elde edilen geçici hal manevra sonuçları, taşıt test sonuçları ile karşılaştırılmıştır. Aks millerinin de elastik olarak modellendiği taşıt modeli sonuçlarının sürülebilirliğin ve sürülebilirlik kusurlarının analizi için yeterli olduğu ve detaylı bir lastik modelinin gerekli olmadığı gösterilmiştir.

**Anahtar Kelimeler:** Sürülebilirlik, Taşıt Modeli, Aktarma Organları Modeli, Ağır Ticari Taşıt

## Modelling of The Driveline of A Heavy Duty Vehicle With Elastic Components for Investigating Its Driveability

### ABSTRACT

Market demand has been pushing the truck manufacturers to provide trucks with more engine power and torque to the market. This demand is essentially related to the performance expectation of the customers to have high wheel torques available. In addition to the performance increase, also the customer expectations have increased on other attributes such as Noise Vibration Harshness (NVH), vehicle dynamics and etc. Driveability has also become an important attribute of the vehicle. A product needs to be developed to satisfy these expectations related to the stated attributes. This necessity brings up the need of analysis of driveability and driveability error states, which will be more obvious because of high torques in the driveline. High torques in the driveline is a result of the high transmission ratio and engine torques in the driveline.

Within the scope of the presented work, three vehicle models reflecting driveline components in different detail levels are created in Matlab environment in order to perform the mentioned analysis of driveability and driveability error states. The transient maneuver results obtained from these models are compared to test results of the real vehicle. The results show that in order to analyze the driveability and driveability error states, the elastic driveline model where the drive shafts are modelled is sufficient. The contribution of the tire models to reflect driveability is limited.

**Keywords:** Drivability, Vehicle Model, Driveline Model, Heavy-Duty Vehicle

### 1.GİRİŞ (INTRODUCTION)

Günümüzde artan pazar rekabeti, üreticilerin taşıt özelliklerini iyileştirme açısından yaptıkları çalışmaları daha da önemli kılmıştır. Yapılan iyileştirmelerde performans ve yakıt ekonomisi, taşıt dinamiği, ses, gürültü ve titreşim karakteristiği vb. özelliklerin incelenmesinin yanı sıra sürülebilirliğin de diğer bir araştırma konusu olduğu görülmektedir. Sürülebilirlik, en genel anlamda,

“sürücünün araca verdiği komutlara aracın SAE (Society of Automotive Engineers) sistemine göre x-yönünde verdiği tepki” olarak tanımlanır. Bunun yanında müşterinin taşıttan beklediği cevap ile aracın gerçekte verdiği cevap arasındaki fark, diğer bir ifadeyle “uyumluluk” olarak da tanımlanmaktadır [1]. Sürülebilirlik, bir aracın dinamik davranışına yaptığı etki bakımından başlıca dört ana başlık altında incelenmektedir; hızlanma, yavaşlama, kalkış ve vites değiştirme. Bu başlıklar yükün kullanıcı tarafından değiştirilmesi ile ilintilidir. Aniden gaza basış ya da ayağı gazdan çekiş gibi anlarda ak-

\* Sorumlu Yazar (Corresponding Author)

e-posta: ziyacaba@hotmail.com

Digital Object Identifier (DOI) : 10.2339/2015.18.3 155-164

tarma organlarındaki yükler aniden değişeceğinden, aktarma organları titreşime maruz kalmaktadır. Bu titreşimler, aracın davranışını olumsuz yönde etkilediği gibi, sürücü tarafından da hissedilmektedir. Söz konusu titreşimler ağır ticari vasıtalarda 1-10 Hz aralığında, binek taşıtlarda ise 1-5 Hz aralığında ortaya çıkmaktadır [2]. Bu frekanslar insan gövdesinin farklı bölgelerine ilişkin doğal frekanslarla örtüştüğünden, özellikle de ağır vasıtalarda burulma rezonanslarına neden olduğundan, konuyla ilgili kullanıcı şikayetlerinin giderek artmasına yol açmıştır. İnsan gövdesinin sırt bölgesindeki doğal frekansı 4-6 Hz, mideninki 4-8 Hz ve üst gövdeninki ise 3-6 Hz'dir [3]. Buna göre, aktarma organlarında oluşan 1-10 Hz aralığındaki titreşimlerin, şasi ve taşıt gövdesi üzerinden aktarılması esnasında sürücü tarafından hissedileceğini söylemek kaçınılmaz bir gerçektir.

Ani yük değişimlerinde sürülebilirliği olumsuz etkileyen diğer bir faktör ise, aktarma organları arasındaki ve iç yapılarındaki boşluklardır (driveline backlash). Bu boşluklar, yük değişimi anında dişlilerin ve aktarma organlarının birbirileri ile teması kaybolduktan sonra tekrar temas sağlanana kadar geçen sürede belirgin olmaktadır. Örneğin, sürücü gaza bastığı anda motor tekerlekleri çevirmekte, dişliler bir tarafa doğru temas etmekte ve aktarma organları gücü aktarmaktadır. Sürücü ayağını gazdan çektiğinde ise tekerlekler motoru çevirene kadar önce temas kesilecektir. Bundan sonra dişliler ve aktarma organlarının arasındaki boşluk alınacak, daha sonra ise dişlilerin ve aktarma organları arasındaki bağlantıların diğer tarafında temas başlayacaktır. Bu süreçte; önce aynı hızda dönen dişliler arasındaki tahrik iletimi sıfıra düşecek, takibinde de dişli hızlarının farklılaşması aktarma organları üzerinde bir çarpma momenti etkisi söz konusu olacaktır. Bu nedenle motorun elektronik kontrol ünitesinin, tahrik iletimi kesintisini ve çarpma momenti etkisini en aza indirecek şekilde işlevini yerine getirmesi gerekmektedir [4,5,6].

Bütün bu sorunların incelenmesine yönelik olarak oluşturulacak sistem modeli, aktarma organlarının gerçek davranışlarını sürülebilirlik açısından tam olarak yansıtılabilmelidir. Oluşturulacak sistem modelleri, aktarma organlarının titreşim karakteristiğine etki edecek elastik elemanların tümünü içermelidir. Ayrıca aktarma organları arasındaki ya da içindeki boşluklar ile pnömattik lastiklerin etkilerini de yansıtılabilmelidir. Literatürde önden çekişli taşıtlar için kullanılan modeller [7,8] kardan milini içermediğinden bu mili modelleyecek bir yay ve sönüm de mevcut değildir. Bu nedenle, belirtilen bu modeller arkadan itişli taşıtlarda kullanılmaya uygun değildir. Diğer taraftan literatürde kullanılan sistemlerde aktarma organlarının boşluklarının modellenmesi için "ölü bölge modeli" kullanılmaktadır [9]. Ancak Lagerberg ve Egardt (2002) tarafından yapılan çalışmada, bu modelin tam olarak sistem davranışını yansıtamadığı belirtilmiştir. Bunun yerine milin burulmasını da içeren ve "fiziksel model" olarak adlandırılan bir model kullanılmıştır [10]. Ancak bu modelde ana konu boşluğun modellenmesi olduğundan, taşıt modeli indirgenmiş bir model olarak alınmış, sistemdeki yaylar teke indirgen-

miş ve lastikler de modellenmemiştir. Sürülebilirliğin incelenmesi için modelde başlangıç varsayımı olarak lastiğin de modellenmesi gerektiği düşünülmektedir [7,8]. Diğer taraftan arkadan itişli taşıtlar için [11] numaralı çalışmada yapılan çalışmada, kardan mili modellenmemiş ve sadece sönümden oluşan basit lastik modeli kullanılmıştır. [12] numaralı çalışmada ise her ne kadar bütün elastik elemanları içeren modeller kullanılmışsa da boşluk modeli kullanılmamıştır. Diğer taraftan literatürdeki modellerde görülebilecek bazı genel eksiklikler; bu modellerin boşluk geçişlerini ya ihmal etmeleri ya da gerçekçi "fiziksel boşluk modelini" içermemeleri, sadece sönümden oluşan basit lastik modeli içermeleri ve aktarma organlarındaki elastik elemanlarının tamamını modellememeleri olarak özetlenebilmektedir. Ayrıca literatürdeki taşıt modellerinde, aktarma organlarının parametreleri taşıt testlerinde elde edilmiş sonuçlardan yola çıkılarak, model parametrelerini test verisine uydurma metoduna göre belirlenmektedir.

Bu çalışmada; aktarma organlarındaki tüm elastik elemanların modellenmesi, aktarma organları boşluğu modelinin kurulması ve pnömattik lastik modelinin de eklenmesi ile sürülebilirliğin incelenmesi amaçlanmıştır. Bu amaç doğrultusunda, önce aktarma organ elemanlarının fiziksel parametreleri imalatçılardan tedarik edilerek üç farklı aktarma sistemi modeli oluşturularak modellerin gerçek sisteme uyumluluğu açısından etkileri incelenmiş ve gerçek fiziksel sistemin davranışına en uyumlu modelin saptanması yolu seçilmiştir. Böylece sistem davranışının kontrolü açısından yapılacak çalışmalara zemin hazırlanmıştır.

## 2. AKTARMA ORGANLARININ MODELLENMESİ (POWERTRAIN MODELLING)

Aktarma organları kavramı, motordan başlamak üzere tekerleğe kadar güç aktaran tüm elemanları kapsamaktadır. Bu elemanlar arasında debriyaj yayları, kardan mili, akslar ve lastikler ağır ticari vasıtalarda mevcut olan elastik elemanlardır. Bu elemanların yanı sıra, elastik olmadığı varsayılan şanzıman ve diferansiyel elemanları da aktarma organları arasında yer almaktadır. Çalışma kapsamında bu elemanlar alt modeller olarak modellenip, bu alt modellerin birleştirilmesi ile aktarma organları sistemi modelleri meydana gelmektedir. Çalışma kapsamında üç farklı sistem modeli oluşturulacak ve bu modeller detay seviyesine bağlı olarak aktarma organları elemanlarını temsil eden alt modelleri içerecektir;

**2.1. Basit elastik model'de** kardan mili ve debriyaj yayları elastik elemanlar olarak modellenmiştir. Bütün aktarma organlarının boşlukları, kardan mili üzerine indirgenerek modellenmiştir. Bu elemanlara ilişkin alt modeller, oluşturulacak her üç modelde de ortak olarak alınmıştır. Bu model kapsamında akslar ve lastikler rijit elemanlar olarak alınmış, ayrıca modellenmemiştir. Bu nedenle sadece bu modelde, kardan milinden aktarılan momentin diferansiyel vasıtasıyla tekerleklerdeki tahrik momentine dönüştürüldüğü varsayılmıştır. Varsayımda

aks milindeki elastisite ve lastik karakteristikleri ihmal edilmiştir. Modelin yapısı Şekil 1’de verilmiştir.

**Tüm aktarma organlarını içeren model**, aksları içeren modele ek olarak tekerlekleri (jantları) ve pnömatik



Şekil 1: Model 1 yapısı (Structure of Model 1)

**2.2. Aksları içeren model** yüksek tahrik momentlerine maruz kalan aks millerinin de burulduğu ve sisteme

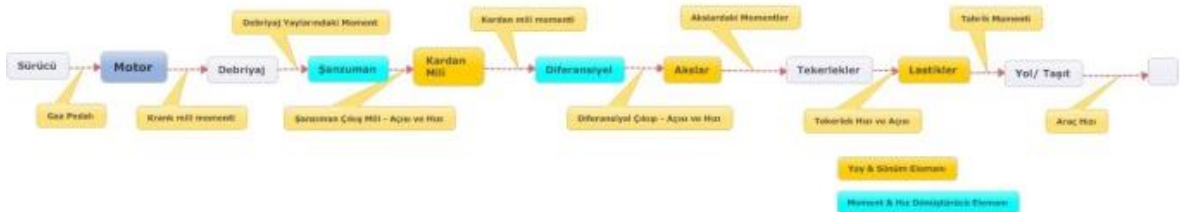
lastikleri de içeren modeldir. Bu modelin yapısı Şekil 3’te gösterilmiştir.



Şekil 2: Model 2 yapısı (Structure of Model 2)

elastikiyet kazandırdığı kabul edilen model. Bu modelde de ortak varsayıma ek olarak akslardaki toplam momentin tahrik momentine eşit olduğu varsayılmıştır.

Her üç modelde de Motor, Debriyaj, Şanzıman ve Kardan Mili alt modelleri ortak olarak alınmış olup, her üç modelin kapsadığı aktarma organları elemanlarının



Şekil 3: Model 3 yapısı (Structure of Model 3)

Model 2’nin yapısı Şekil 2’de verilmiştir.

alt modelleri Çizelge 1’de verilmiştir.

Çizelge 1: Üç modelde kullanılan alt modeller (Sub-models used in three models)

Aktarma Organları – Alt Modelleri	Model 1	Model 2	Model 3
Motor Modeli	√	√	√
Debriyaj Modeli	√	√	√
Şanzıman Modeli	√	√	√
Kardan Mili Modeli	√	√	√
Aktarma Organları Boşlukları Modeli	√	√	√
Diferansiyel Modeli	√	√	√
Aks Milleri Modeli	-	√	√
Tekerlek (Jant) Modeli	-	-	√
Lastik Modeli	-	-	√

### 2.3.Motor Modeli (Engine Model):

Günümüz araçlarında kullanılan motor kontrol üniteleri (Engine Control Unit – ECU), sürücünün gaz pedalına basma miktarına bağlı olarak, sürücünün talep ettiği yakıt miktarını veya motor momentini belirlemektedir. Bu nedenle motor alt modeli, sürücünün gaz pedalı girdisine karşılık gelecek yakıt miktarı ile başlamaktadır. Bu yaklaşımdaki amaç, motor kontrol ünitesinin çalışma prensibinin modele yansıtılmasıdır. Motor dinamometresinde yapılan testlerde püskürtülen yakıt miktarına ve motor devrine bağlı olarak üretilen momentler ölçülmüştür. Ölçülen bu değerler bir tablo (look-up table) halinde düzenlenmiş ve motorun üreteceği öngörülen moment değerleri olarak modelde kullanılmıştır. Bu yaklaşım, motor kontrol ünitesinde yanma modeli mevcut olmadığından, püskürtülen yakıt miktarından gerçekleşen momentin hesaplanmasında veya sürücünün talep ettiği momentten püskürtülecek yakıtın hesaplanmasında uygulamada da kullanılmaktadır. Benzer şekilde, motorun sürtünme kayıpları her devir için motor dinamometresinde ölçülerek püskürtülen yakıtı karşılık gelecek indike momentten sürtünme momentleri çıkarılarak krank milindeki moment de hesaplanmıştır. Günümüzde gerek yakıt temelli olsun gerek moment temelli olsun motor kontrol ünitelerinde bu yaklaşım kullanılmaktadır. Sürücü talebine karşılık gelen yakıt veya moment miktarı, motor kontrol ünitesinde sürücü talebi olarak değerlendirilmekte ve eğer motor kontrol ünitesinin kapsamındaki diğer bir işlevi (ör: motor parçalarının korunması, hız sınırı vb.) ile etkileşim neticesinde kısıtlama yok ise belirli miktarda yakıt, uygun zamanda püskürtülerek, sürücü talebi gerçekleştirilmektedir.

Modelde sürücü talebine karşılık gelen yakıt miktarı / motor momenti bir tablo vasıtası ile belirlendiğinden ve bu tablonun girdileri gaz pedalı ve motor hızı olduğundan, motor devrindeki salınımlar tablonun girdisinde de etkili olmaktadır. Tablo çıktısı olan sürücü talebi de salınım girmektedir. Sürücü talebi salınım girince de motor devri salınmakta ve gerçekte olmaması gereken bir durum ortaya çıkmaktadır. Günümüzde bunun önüne geçmek için motor kontrol ünitelerinde filtreler kullanılmaktadır. Benzer şekilde motor devrine bağlı sürücü talebindeki aşırı titreşimleri engellemek ve motorun aşırı doldurmalı karakteristiğini göstermek amacı ile bir zaman sabitini içeren gecikme uygulanmıştır.

Yapılan bu açıklamalar doğrultusunda sistemin matematiksel modelini içeren fonksiyonlar aşağıda motorun temel hareket denklemi ile birlikte verilmiştir. Denklemlerde M momenti, q yakıtı,  $t_s$  örnekleme zamanını  $t_c$  ise filtre sabitini göstermektedir.

$$M_{eng,ind} = f(w_{eng}, q_{inj}) \quad (1)$$

$$q_{driv req} = f(w_{eng}, app) \quad (2)$$

$$q_{lim} = f(w_{eng}) \quad (3)$$

$$q_{lim req} = \min(q_{driv req}, q_{lim}) \quad (4)$$

$$t_{c,eng} = f(w_{eng}, q_{lim req}) \quad (5)$$

$$q_{inj}^i = f(q_{lim req}, t_{c,eng}, t_s) = \frac{(q_{lim req}^i - q_{lim req}^{i-1}) \cdot t_s}{\max(t_s, t_{c,eng})} + q_{lim req}^{i-1} \quad (6)$$

$$M_{eng,fri} = f(w_{eng}) \quad (7)$$

$$(J_{cra} + J_{fly} + J_{clu,pri}) \cdot \dot{w}_{eng} = M_{eng,cra} - M_{clu} \quad (8)$$

Yukarıda kullanılan ve çalışmanın devamında kullanılacak fonksiyon ve denklemlerdeki simgelerin anlamları semboller kısmında verilmiştir.

### 2.4.Debriyaj Modeli (Clutch Model):

Debriyaj alt modeli, aralarında yay ve sönüm bulunan iki ana eylemsizlik kütesinden meydana gelen ve momentin yay vasıtası ile iletiği bir eleman ile gerçekleştirilmiştir. Debriyaj yaylarının karakteristikleri doğrusal olmamakla beraber, kullanılan modelin Balluchi modelinden [13] temel farkı, yayların titreşimlerini sönümlemek için hızlar farkına bağlı bir momentin hesaba dahil edilmesidir. Sönüme bağlı olan bu moment yaylar vasıtası ile iletilmemektedir. Debriyaj modelinde [13] numaralı referansta verilen matematik model baz alınmıştır. Bununla beraber modele sönüm amacıyla  $M_{damp}$  eklenmiştir.

$$M_{clu} - M_{spr} - M_{damp} = J_{clu,sec} \cdot \dot{w}_{clu} \quad (9)$$

$$M_{clu} = M_{eng,cra} \cdot \frac{J_{clu,sec}}{J_1} + (M_{spr} + M_{damp}) \cdot \frac{J_{cra} + J_{fly} + J_{clu,pri}}{J_1} \quad (10)$$

$$J_1 = J_{cra} + J_{fly} + J_{clu,pri} + J_{clu,sec} \quad (11)$$

$$\dot{\alpha}_{spr} = w_{clu} - w_{tra,in} \quad (12)$$

$$M_{spr} = f(\alpha_{spr}) \quad (13)$$

$$M_{damp} = f(\dot{\alpha}_{spr}) = \dot{\alpha}_{spr} \cdot b_{rot} \quad (14)$$

$$M_{spr} = J_{tra} \cdot \dot{w}_{tra,in} + \frac{M_{tra,out}}{i_{gear}} + M_{tra,loss} \quad (15)$$

### 2.5.Şanzıman Modeli (Transmission Model):

Şanzıman modeli, moment ve hız değiştirici görevi yapan bir eleman olarak gerçekleştirilmiştir. Moment aktarımındaki kayıplar, viskoz kayıplar olarak modellenmiştir.

$$M_{spr} = J_{tra} \cdot \dot{w}_{tra,in} + \frac{M_{tra,out}}{i_{gear}} + M_{tra,loss} \quad (16)$$

$$w_{tra,in} = i \cdot w_{tra,out} \quad (17)$$

$$M_{tra,out} = (J_{tra,sec} + J_{prop}) \cdot \dot{w}_{tra,out} + M_{prop} \quad (18)$$

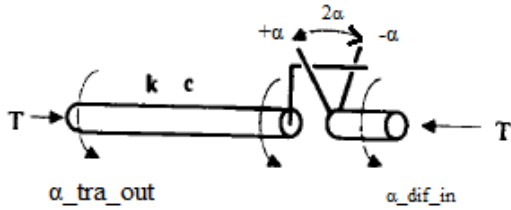
Modelde, ikinci şaftı simgeleyen eylemsizlik kısmında kardan milinin eylemsizliği de dahil edilmiştir. Bu indirgeme ile kardan milinin kütesiz bir yay gibi modellenmesi mümkün olmuştur.

### 2.6.Kardan Mili Modeli (Propeller Shaft Model):

Kardan mili alt modeli, burulmaya karşı çalışan yay ve sönüm olarak modellenmiştir. Aynı zamanda bu alt

model, aktarma organlarının tüm boşluklarının modellendiği kısım olarak alınmıştır. Bunun nedeni, kardan mil denklemlerinde açı ve hızın girdi olarak alınması ile moment ve boşluk hesabında kolaylık sağlayacak olmasıdır. Böylece iki ayrı işlevin tek bir elemanla gerçekleştirilmesi mümkün olmuştur.

[13] numaralı referansta kullanılan boşluk modelinden farklı olarak aktarma organları arasındaki boşlukların modeli, [14] numaralı referansta verilen “fiziksel modele” göre yapılmıştır. Ölü bölge modelinin çalışmalar sırasında gerçekte olana kıyasla daha fazla fiziksel değişimi gerçekleştirdiği görülmüş, bu durum da fiziksel modelin, ilgili referansta verilen bulguları ile örtüşmüştür. Bu sebeple boşluk modeli olarak bazı manevralarda ölü bölge modeli gibi hatalı sonuçlar vermeyen “fiziksel model” (denklem 19-28) kullanılmıştır ve boşluk modellenmesindeki yaklaşım Şekil 4’te gösterilmiştir [14].



Şekil 4: Boşluk modeli yaklaşımı [14] (Backlash model approach)

Kardan milinde moment aktarımı ancak aktarma organlarındaki boşluk geçilip, temas sağlandığında gerçekleştirilmektedir. Boşluğun alınıp temasın sağlandığı yöne bağlı olarak, pozitif temas ve negatif temas tanımları yapılmıştır. Motorun tekeri çevirdiği duruma pozitif temas, tekerleğin motoru çevirdiği duruma negatif temas denmektedir. Bu tanımlara bağlı olarak üç farklı durum için boşluğun hızı ( $\dot{\alpha}_{lash,actual}$ ) denklemleri aşağıda verilmiştir.

*Pozitif temas için:*

$$\dot{\alpha}_{lash,actual} = \min(0, (\alpha_{prop,tot} - \alpha_{lash,actual}) \cdot \frac{k_{prop}}{c_{prop}} + \dot{\alpha}_{prop,tot}) \quad (19)$$

*Negatif temas için:*

$$\dot{\alpha}_{lash,actual} = \max(0, (\alpha_{prop,tot} - \alpha_{lash,actual}) \cdot \frac{k_{prop}}{c_{prop}} + \dot{\alpha}_{prop,tot}) \quad (20)$$

*Boşluk anı için:*

$$\dot{\alpha}_{lash,actual} = (\alpha_{prop,tot} - \alpha_{lash,actual}) \cdot \frac{k_{prop}}{c_{prop}} + \dot{\alpha}_{prop,tot} \quad (21)$$

Yukarıda gösterilen boşluğun hızı denklemleri kullanılarak, başlangıç koşulu bilinmek kaydıyla boşluğun açısal değeri ( $\alpha_{lash,actual}$ ) entegrasyon yoluyla elde edilmektedir. Boşluğun açısal değerinin aracın aktarma organlarındaki boşluk büyüklüğü ( $\alpha_{lash,tot,driveline}$ ) ile kıyaslanmasından da boşluğun konumu ve temasın gerçekleşip gerçekleşmediği;

$$\alpha_{prop,tot} = \alpha_{tra,out} - \alpha_{dif,in} + \alpha_{eng,susp} \quad (22)$$

$$\alpha_{lash,tot,driveline} = f(gear) \quad (23)$$

$$\alpha_{lash,actual} < abs(\alpha_{lash,tot,driveline}) : \text{Şaft boşlukta} \quad (24)$$

$$\alpha_{lash,actual} = \alpha_{lash,tot,driveline} : \text{Pozitif temas} - \text{motor tekerleği çeviriyor} \quad (25)$$

$$\alpha_{lash,actual} = -\alpha_{lash,tot,driveline} : \text{Negatif temas} - \text{tekerlek motoru çeviriyor} \quad (26)$$

$$-\alpha_{lash,tot,driveline} < \alpha_{lash,actual} < \alpha_{lash,tot,driveline} \quad (27)$$

ile belirlenmektedir.

Aktarma organlarındaki toplam boşluk miktarı vitese bağlı ölçülebilir bir büyüklüktür. Bu büyüklük modele tablo (look-up table) şeklinde girilmiştir. Eğer boşluk geçişi yapılmış ve temas sağlanmış ise kardan milindeki moment aktarma organları arasındaki açı ( $\alpha_{prop,tot}$ ) ve hız farkları ( $\dot{\alpha}_{prop,tot}$ ) ile boşluğun açısı ve hızı kullanılarak aşağıda verilen denklemle hesaplanmaktadır:

$$M_{prop} = k_{prop} \cdot (\alpha_{prop,tot} - \alpha_{lash,actual}) + c_{prop} \cdot (\dot{\alpha}_{prop,tot} - \dot{\alpha}_{lash,actual}) \quad (28)$$

Buraya kadar açıklananlar bütün modellerde ortak olarak bulunmaktadır. Birinci modelde, burada hesaplanan kardan mili momenti tahrik momentine çevrilerek benzetişim (simülasyon) manevraları yaptırılacaktır. Diğer modellerde kullanılan aktarma elemanları modelleri aşağıda açıklanmıştır.

## 2.7. Diferansiyel Modeli (Differential Model):

Diferansiyel modeli, moment ve hız değiştiricisi görevi gören bir eleman olarak modellenmiştir. Şanzımandakine benzer şekilde kayıplar viskoz ve hıza bağlı kayıplar olarak alınmıştır.

## 2.8. Aks Modeli (Half-shaft Model):

Aks alt modelinde kullanılan yaklaşım, aksların burulmaya karşı çalışan yay ve sönüm elemanları olduğu, eylemsizliklerin ise diferansiyelde modellendiğidir. Bu yaklaşım Balluchi [13] modelindeki aksların yay ve sönüm elemanları olarak modellenmesine benzese de, sağ ve sol millerdeki momentlerin ayrı ayrı hesaplanmasına olanak sağlamaktadır. Bu olanak sayesinde, lastik modelinin de katkısıyla tek tekerleğin asfaltta diğer tekerleğin toprak zeminde olması gibi farklı sürüş koşullarını modellemeye imkan sağlayacak bir alt yapı kurulmuş olmaktadır.

$$M_{hst,rig} = k_{hst,rig} \cdot (\alpha_{dif,out} - \alpha_{whe,rig}) + c_{hst,rig} \cdot (\dot{\alpha}_{dif,out} - \dot{\alpha}_{whe,rig}) \quad (29)$$

$$M_{hst,lef} = k_{hst,lef} \cdot (\alpha_{dif,out} - \alpha_{whe,lef}) + c_{hst,lef} \cdot (\dot{\alpha}_{dif,out} - \dot{\alpha}_{whe,lef}) \quad (30)$$

$$M_{hst,rig} + M_{hst,lef} = M_{dif,out} \quad (31)$$

İkinci modelde aks momentlerinin toplamının tahrik momentine eşit olduğu varsayımı yapılmıştır. Burada ayrı bir lastik ve tekerlek modeli kullanılmamıştır.

## 2.9. Lastik – Tekerlek Modelleri (Wheel and Tire Models):

Lastik ve tekerlek alt modelleri olarak LuGre lastik modelleri [15] ve tekerleklerin (jantların) atalet elemanları olarak kabul edildiği model kullanılmıştır. Kullanılan karakteristik parametrelerin deneysel olarak belirlenmesinin güç olması, imalatçılardan tedarik edilememesi ve lastiğin güç aktarmadaki davranışından ziyade, elastikliğinin etkisinin bu çalışmanın içeriğinde olması sebebi ile, lastik parametreleri [15] numaralı çalışmadaki binek aracın lastik parametreleri ağır ticari aracın kütlelerine göre orantı kurulacak şekilde değiştirilerek kullanılmıştır. Aşağıda LuGre lastik modelinin [15] denklemleri aşağıda verilmiştir:

$$v_r = wr - v \quad (32)$$

$$g(v_r) = F_N \cdot \left( \mu_k + (\mu_s - \mu_k) \cdot e^{-\left(\frac{|v_r|}{v_s}\right)^y} \right) \quad (33)$$

$$\frac{dz}{dt} = v_r - \left[ \frac{\sigma_0 |v_r|}{g(v_r)} + \frac{k}{L} r |w| \right] \cdot z \quad (34)$$

$$F_{traction/braking} = \varphi \cdot \left( \sigma_0 \cdot z + \sigma_1 \cdot \frac{dz}{dt} + \sigma_2 \cdot v_r \right) \quad (35)$$

$$M_{dif,out} - M_{traction} = J_{whe} \cdot \dot{w}_{whe} \quad (36)$$

Lastik modelinin ve bu modelde uygulanan parametrelerin gerçek sistemi yansıtmaya yeteneğinin bir ölçüsü kayma – aracın ağırlığına oranlanmış tahrik kuvveti eğrisidir. Bu çalışmada kullanılan ağır ticari vasıtaya uyarlanmış lastik parametrelerinin bu eğri çizdirilerek değerlendirilmesi çalışmanın bu aşamasında yerinde olacaktır. Söz konusu eğri Şekil 5a'da verilmiştir. X eksenini kaymayı, Y eksenini tahrik/fren kuvvetinin düşey kuvvete oranını vermektedir. Eğriden görüleceği üzere, incelemeye alınan denklemler ve uygulanan parametreler neticesinde lastiğin davranışı, bir örneği Şekil 5b'de verilmiş olan literatürden bilinen davranışla uyum içindedir [16].

## 2.10. Taşıt Modeli (Vehicle Model):

Taşıt alt modelinde yol dirençleri gözletilmiştir. Aşağıdaki denklemler yol dirençleri için kullanılmıştır:

$$F_{trac} = \frac{M_{trac}}{r_{dynamic}} \quad (37)$$

$$F_{rolling} = m_{total} \cdot g \cdot \cos\theta \cdot f_R \quad (38)$$

$$F_{aero} = \frac{1}{2} \cdot \rho_{air} \cdot C_D \cdot v^2 \quad (39)$$

$$F_{climbing} = m_{total} \cdot g \cdot \sin\theta \quad (40)$$

$$F_{trac} = F_{rolling} + F_{aero} + F_{climbing} + m_{total} \cdot a \quad (41)$$

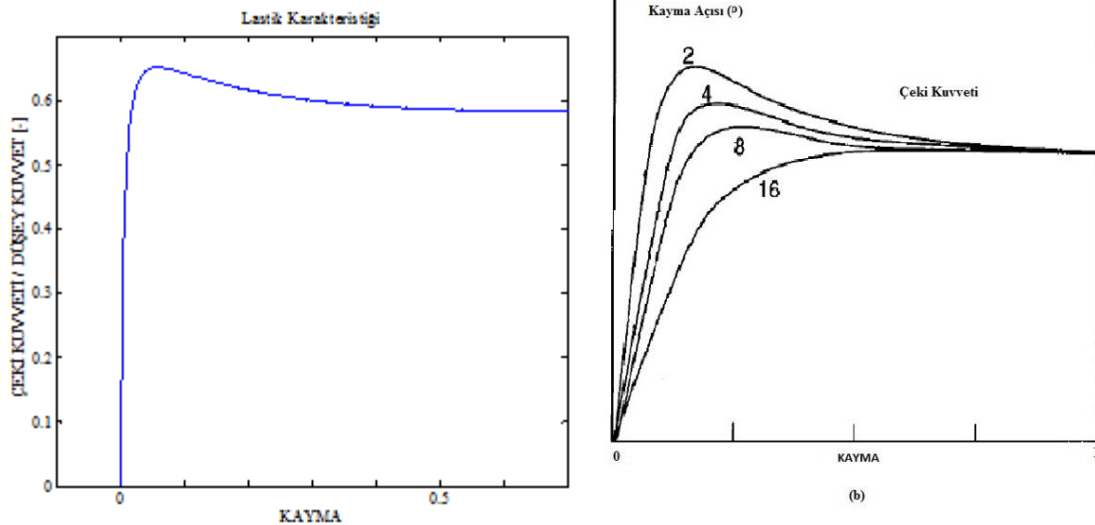
Taşıt modelinin çıktısı taşıt hızı ve ivmesidir.

## 3. DENEY - ARAÇ TESTLERİ (EXPERIMENTS – VEHICLE TESTS)

Çalışma kapsamında geliştirilen üç farklı modelin, aracın ve aktarma organlarının davranışını yansıtabilme yeteneğinin kıyaslanması amaçlanmıştır. Bu amaçla araç testleri, trafiğe kapalı bir test pistinde gerçekleştirilmiştir. Testlerde kullanılan aracın anma değerleri ve özellikleri EK 1'de verilmiştir.

Araç testleri sırasında, aracın üzerindeki kontrol ünitelerinin (örnek: motor kontrol ünitesi, ABS kontrol ünitesi vb.) haberleştiği CAN-BUS hattından araç verileri, uygun bir veri toplama sistemi vasıtasıyla alınmıştır. Araçtan alınan veriler; motor hızı, araç hızı, sürücünün gaz pedalına basma miktarı, motor kontrol ünitesinin püskürttüğü yakıt miktarı bilgileridir.

Veriler toplanırken, standart bir manevra tanımı da ortaya konulmaya çalışılmıştır. Bu manevra tanımı ortaya konulurken, manevranın hem geçici hali içermesi, hem de aktarma organlarının titreşiminin bittiği, kararlı bir davranışı da içermesi uygun görülmüştür. Buradaki amaç, geçici hal davranışı ile, aktarma organlarındaki elastikliğinin ne kadar başarılı modellendiğinin karşılaştı-



Şekil 5: a. Lastik modeli kayma – çeki kuvveti/düşey kuvvet oranı eğrisi b. Örnek eğri [16] (a. Tyre slip vs. Longitudinal Force/Vertical Force Ratio b. Sample curve from literature [16])

rabilmesini yapabilmek, ani davranışın etkisinin geçtiği anda ise, aracın kendisinin ne kadar gerçeğe yakın modellendiğinin karşılaştırmasını yapabilmek. İşte bu nedenlerden ötürü, testlerde araç farklı viteslerde aşağıdaki manevra adımlarında test edilmiştir:

- 1) Belirli bir motor devrinde ayak gaz pedalından çekilerek daha düşük başka bir motor devrine kadar yol dirençleri etkisi altında aracın yavaşlaması;
- 2) Bu motor devrinde gaz pedalına tamamen basılarak, motorun o devirde üretebileceği azami moment altında aktarma organlarının yüke bindirilmesi;
- 3) Bu yük altında motorun ve aracın belirli bir motor hızına kadar ivmelenmesi;
- 4) Ayağın aniden gaz pedalından çekilmesi neticesinde aktarma organlarındaki yükün aniden kaldırılması.

Bu manevra stratejisi izlenerek 1 ve 3 no'lu adımlarda kararlı bir yük durumu oluşturulmuştur. Bu durumda aracın hızlanma ve yavaşlama davranışı incelenerek araç modelinin gerçek araç davranışını yansıtabilme yeteneğinin irdelenmesi amaçlanmıştır. Benzer şekilde 2 ve 4 no'lu adımlarda motorun ve dolayısı ile aktarma organlarının yükü aniden artırılarak / azaltılarak aktarma organları sistemi titreşime sokulmuştur. Sistemin titreşim altındaki davranışı incelenerek, geliştirilen modellerin aktarma organlarının yük değişimi anındaki titreşimlerini yansıtabilme yeterliliğinin değerlendirilmesi amaçlanmıştır, çünkü elastik bir sistemin modelinin titreşim davranışının gerçek sistemin titreşim davranışına benzer olması modelin gerçek sistemi yansıtabilme kapasitesinin bir ölçütüdür.

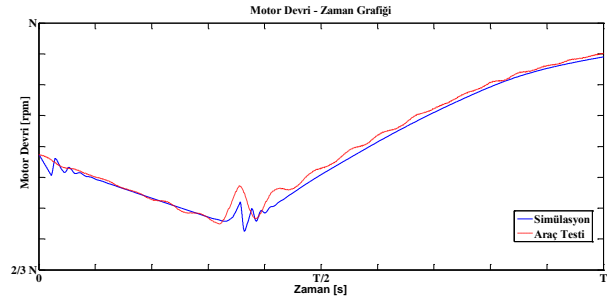
#### 4.DENEY VE BENZETİŞİM SONUÇLARI (TEST AND SIMULATION RESULTS)

Yukarıda matematiksel denklemleri verilen alt modellerin parametreleri tedarik edilerek oluşturulan üç modelin MATLAB'de gerçekleştirilen sayısal benzetişim sonuçları, taşıtta gerçekleştirilen test sonuçları ile karşılaştırılmıştır. Aktarma organları sisteminin karakteristiğini ortaya çıkarabilmesi amacı ile taşıt testinde değişken manevralar yapılmıştır. **Değişken manevra**, aktarma organlarının yükünün ani olarak değiştiği ve *sabit yükte belirli bir süre gidilmeyen manevra* anlamında alınmıştır. Bu anlamdaki manevralara, ani gaza basma, aniden gazdan ayağı çekme ve vites değiştirme manevraları örnek olarak gösterilebilir. Bütün bu tür manevra örneklerinde aktarma organlarının yükü aniden değişmekte bunun sonucunda da sistem titreşim yapmaya zorlanmaktadır.

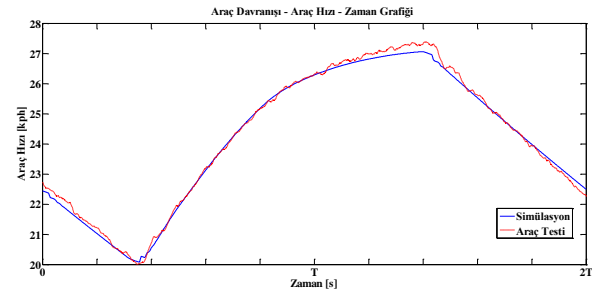
Model sonuçlarını değerlendirmek amacı ile, arka arkaya ani gaza basma ve aniden gazdan ayağı çekme manevrası yüklü taşıtta 8. vitesinde yapılmıştır. Taşıt ağır ticari çekici vasıta olup, 16 kademeli şanzıman, hacim olarak 8 litreden büyük bir motor bulundurmaktadır. Motor 300 – 400 beygir gücü aralığında güç verme kapasitesindedir.

Model sonuçları ile test sonuçlarının karşılaştırılmasında izlenen yöntem, aynı başlangıç koşullarında modeli ve testi başlatıp, aynı yakıt miktarlarını vermektir. Beklenen, modelin çıktısı olarak verdiği taşıt hızının ve motor devrinin test sonuçları ile benzer şekilde davranmasıdır.

Model 1'in davranış karakteristiği Şekil 6 ve Şekil 7'de gösterilmiştir



Şekil 6: Motor devri – zaman karşılaştırma sonucu Model 1: dolu çizgi benzetişim ile elde edilen motor hızı, kesikli çizgi gerçek testler elde edilen motor hızıdır. (Engine speed – time comparison results Model 1)



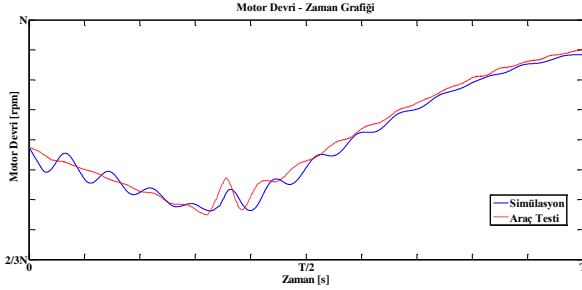
Şekil 7: Taşıt hızı – zaman karşılaştırma sonucu Model 1 (benzetişim ile elde edilen araç hızı, kesikli çizgi gerçek testler elde edilen araç hızıdır) (Vehicle speed – time comparison results Model 1)

Şekil 6'da motor devrinin benzetişim ve test sonucu karşılaştırılmaları verilmiş olup, karakteristikten görüleceği üzere Model 1'in motor hızının ani yük değişimine karşılık geçici olarak titreştiği, ancak gerçek titreşimi yansıtmakta yetersiz kaldığı görülmektedir. Diğer taraftan ani yük değişiminde gerçekleşen titreşimin hem genliği hem de süresi gerçek test sonuçlarında daha fazladır. Modelin benzetişiminden alınan sonuçlar ise daha az genlikli daha kısa süren bir yapıya sahiptir. Bu sebeple Model 1'in aktarma organlarındaki titreşimleri göstermekte yeterli olmadığı sonucuna varmak mümkündür.

Şekil 7'de ise taşıt hızının zamanla değişimi verilmiştir. Model 1'in ivmelenme açısından test ve benzetişim sonuçlarının birbiri ile uyduğu görülmektedir. Buradan çıkarılacak bir başka sonuç da hem yakıtın momente çevriminin, hem de taşıt modelinin gerçek davranışını yansıttığıdır.

Model 1'in benzetişimde aktarma organlarının titreşimini gösterme kapasitesinin yetersiz olduğu saptanması ile Model 2 ile benzer çalışma yapılmıştır.

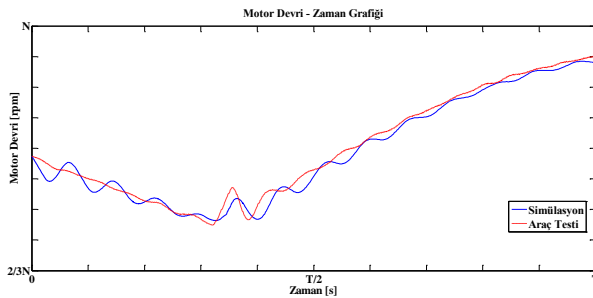
Şekil 8'de motor devrinin model sonuçları ve test sonuçları ile karşılaştırması verilmiştir.



Şekil 8: Motor devri – zaman karşılaştırma sonucu Model 2: dolu çizgi benzetişim ile elde edilen motor hızı, kesikli çizgi gerçek testler elde edilen motor hızıdır. (Engine speed – time comparison results Model 2)

Şekil 8'de görüldüğü üzere Model 2'nin sonuçları Model 1'e kıyasla yük değişimi anındaki titreşimi gerek salınım süresi, gerek salınım miktarları, gerek genlikler açısından gerçek araç testi sonuçlarına daha yakın şekilde bir davranış göstermektedir. Gerek titreşimin ilk tepesinin genliği, gerekse titreşimin süresi gerçek test sonuçları ile örtüşmektedir. İkinci ve üçüncü tepenin genlikleri de doğru olmakla beraber, sönümün modelde daha az olduğu da görülmektedir. Elde edilen bulgular, bir çalışmada ağır ticari taşıtların sürülebilirlik modelinde aks milinin modellenmesi gerektiğinin belirtilmesi [12] nolu kaynaktaki çalışma ile de uyumludur. Lastik modelinin sönüme olan etkisi üçüncü modelde irdelenecektir.

Şekil 9'da üçüncü modelin motor devri sonuçları test sonuçları verilmiştir.

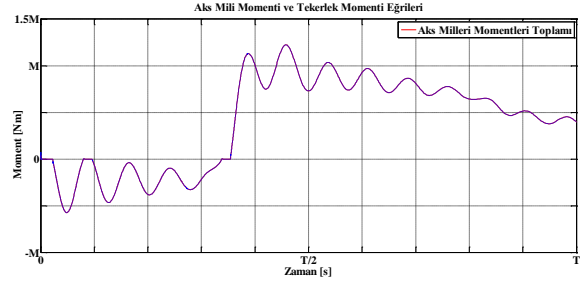


Şekil 9: Motor devri – zaman karşılaştırma sonucu Model 3: dolu çizgi benzetişim ile elde edilen motor hızı, kesikli çizgi gerçek testler elde edilen motor hızıdır. (Engine speed – time comparison results Model 3)

Beklentinin aksine Şekil 9'da gösterilen sonuçlar Şekil 8 ile karşılaştırıldığında fark görülmemektedir. Model 3 sonuçlarından beklenti, titreşimin sönümlenmesi ve test sonuçları ile daha iyi örtüşmesi yönünde idi.

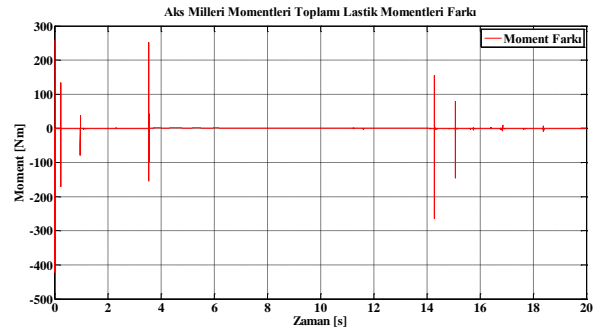
Bunun neden olmadığını anlamak için, aks momentleri toplamı ile lastik modelinden çıkan momentler karşılaştırıldığında Şekil 10'daki eğri elde edilmiştir. Bu eğri-

den de görüldüğü üzere; lastik, üzerine gelen momentleri hemen hemen hiç değiştirmeden iletmıştır, dolayısı ile eğriler üst üste çakışmaktadır. Şekil 10'daki gösterim ile momentleri karşılaştırmak ve olası farklarını ayırt etmek mümkün olmadığından, bu momentlerin birbirlerinden farkı Şekil 11'de incelenmiştir.



Şekil 10: Aks momentleri toplamı – lastik momentini karşılaştırması – normalize / birimsiz (Halfshaft torques vs. tyre torque – normalized / unitless)

Şekil 11'de aks momentleri toplamının lastik momentinden çıkarılması grafiği verilmiştir.



Şekil 11: Aks momentleri toplamı – lastik momentini farkı (Difference between halfshaft torques and tyre torques)

Şekil 11'de gözüktüğü üzere aks momentlerinin toplamı ile lastiğin ilettiği momentin farkı 300 Nm ile -500 Nm arasında sadece yükün ani değiştiği noktalarda değişmektedir. İlk yük değişimi atlatıldıktan sonra fark 0 Nm mertebelerine düşmektedir. Buradan çıkan sonuç, lastiğin 8. viteste katı eleman gibi davrandığı ve sönüm davranışı göstermediğidir. Ayrıca ani yük değişiminin olduğu anlardaki 300 – 500 Nm mertebesindeki momentler de, çevrim oranı ve aracın yüklü olduğu (yaklaşık 40 ton) hesaba katıldığında çok küçük kalmaktadır.

## SONUÇ (CONCLUSION)

Ağır ticari bir taşıtın sürülebilirliğinin incelenmesi amacıyla ile aracın aktarma organlarının üç farklı modeli oluşturulmuştur. Üç farklı model, basit elastik model – Model 1, aksları içeren model – Model 2 ve bütün aktarma organlarını içeren model – Model 3'tür. Çalışma kapsamında, bu üç modelin benzetişim sonuçları araç testlerinden elde edilen sonuçlar ile karşılaştırılmıştır. Bu karşılaştırmalar neticesinde ortaya koyulan modellerin sürülebilirlik analizlerinde kullanılmaya uygun olup



olmadığı ve ne detay seviyesinde bir modele ihtiyaç duyulduğu ortaya konulmuştur.

Benzetişim sonuçlarına göre, aks milinin olmadığı Model 1'in elde edilen sonuçlarda gerçek davranışı tam anlamı ile yansıtmaması, aktarma organları modelinin kapsamında aks millerinin modellenmesinin önemini ortaya koymaktadır. Model 1'deki alt modellere ek olarak aks millerini de içeren Model 2 ani yük değişimlerinin aktarma organları üzerindeki etkisini gerçek test sonuçlarına benzer şekilde yansıtabilmiştir. Elde edilen bulgular, ağır ticari taşıtların sürülebilirlik modelinde aks milinin modellenmesi gerektiğini göstermektedir. Lastik ve tekerlek modelini de içeren Model 3'ün benzetişim sonuçları incelendiğinde elde edilen sonuç, lastiğin kayma yapmadığı momentlerde, katı eleman gibi davrandığı ve aktarma organlarının titreşimlerinin sönmülmesinde aktif rol oynamadığıdır.

Bu çalışmada elde edilen iki numaralı matematiksel model ile, sürülebilirliğin incelenebilmesinde gerçek sistem davranışını yansıtmaya açısından, bütün aktarma organlarının ve bunlar arasındaki ve içindeki boşlukların matematiksel modellerini içeren esnek, doğrusal olmayan bir model ortaya konulmasının gerekliliği anlaşılmıştır.

#### SEMBOLLER (SYMBOLS)

c	: burulma sönümü [Nm.s/rad]
$c_D$	: aerodinamik direnç katsayısı [-]
$f_R$	: yuvarlanma direnci [-]
g	: yerçekimi [ $m/s^2$ ]
k	: burulma yay kat sayısı [Nm/rad]
b	: açısal sönüm kat sayısı [Nm.s/rad]
i	: dişli oranı [-]
J	: atalet momenti [ $kgm^2$ ]
m	: kütle [kg]
M	: tork - döndürme momenti [Nm]
r	: lastik yarıçapı [m]
$t_c$	: filtre sabiti
$t_s$	: ölçümleme süresi
q	: yakıt debisi [mg/strok]
w	: açısal hız [rad/s]
v	: taşıt hızı [m/s]
z	: LuGre modeli – lastik sıkışması [m]

#### Alt İndis (Indices)

<i>act</i>	: aktüel
<i>air</i>	: hava
<i>cra</i>	: krank mili
<i>climbing</i>	: tırmanma
<i>clu</i>	: debriyaj
<i>dif, diff</i>	: diferansiyel
<i>damp</i>	: sönmülmüş
<i>driv, driver</i>	: sürücü

<i>eng</i>	: motor
<i>fly</i>	: volan
<i>fri</i>	: sürtünme
<i>gear</i>	: dişli
<i>hst</i>	: diferansiyel çıkış mili
<i>in</i>	: giriş
<i>ind</i>	: indike
<i>inj</i>	: püskürtülen
<i>lash</i>	: boşluk
<i>lef</i>	: sol
<i>lim</i>	: limitlenen
<i>loss</i>	: kayıp
<i>max</i>	: maksimum
<i>min</i>	: minimum
<i>out</i>	: çıkış
<i>pri</i>	: primer
<i>prop</i>	: kardan mili
<i>rig</i>	: sağ
<i>req</i>	: istenen
<i>rolling</i>	: yuvarlanma
<i>rot</i>	: dönel
<i>sec</i>	: sekonder
<i>spi</i>	: dönüş
<i>spr</i>	: debriyaj yayları
<i>tot</i>	: toplam
<i>tra</i>	: şanzıman
<i>trac</i>	: tahrik
<i>whe</i>	: tekerlek

#### Yunan Harfleri (Greek Letters)

$\alpha$	: açı [rad]
$\theta$	: yol eğimi [rad]
$\mu$	: sürtünme katsayısı
$\rho$	: özkütle [ $kg/m^3$ ]

#### EK 1 (ATTACHMENT 1)

Çizelge 2: Araç Özellikleri

Motor Hacmi	9.0 lt
Motor Silindir Sayısı	6
Anma Gücü	350PS
Anma Momenti	1400 Nm
Şanzıman	16 Kademeli – Manuel
Tahrik Konfigürasyonu	4x2
Son Dişli Oranı	3.73
Lastik	295/80/R22.5
Tip	Çekici
Yüklü Ağırlık	40 t

**5.KAYNAKLAR (REFERENCES)**

1. Berriri, M., Chevrel, P., Lefebvre, D., ve Yagoubi, M., "Active damping of automotive powertrain oscillations by a partial torque compensator", *Proceedings of the 2007 American Control Conference*, pp. 5718-5723, (2007)
2. Fredriksson, J., Weifors, H., ve Egardt, B., "Powertrain control for active damping of driveline oscillations", *Vehicle System Dynamics*, 37:5., pp. 359-376, (2002)
3. Griffin M. J., Handbook of human vibration, *Academic Press*, London, (1990)
4. Lagerberg, A., Egardt B.S., "Backlash Estimation With Application to Automotive Powertrains", *IEEE Transactions On Control Systems Technology*, VOL. 15, NO. 3,pp:483-493, Mayıs (2007)
5. Lagerberg, A., Control and Estimation of Automotive Powertrains with Backlash, *Doktora Tezi*, Department of Signals and Systems, Chalmers University of Technology, Göteborg, Sweden, (2004)
6. De La Salle, S., Jansz, M., ve Light, D., "Design of feedback control system for damping of vehicle shuffle", *In Proceedings of the EAEC conference*, Barcelona, (1999)
7. Sorniotti, A., "Driveline Modeling, Experimental Validation and Evaluation of the Influence of the Different Parameters on the Overall System Dynamics", *SAE Technical Paper*, No. 2008-01-0632, (2008)
8. Hayat, O., Lebrun, M., ve Domingues, E., "Powertrain Driveability Evaluation: Analysis and Simplification of Dynamic Models", *SAE Technical Paper*, No. 2003-01-1328, (2003)
9. Lagerberg, A., "A literature survey on control of automotive powertrains with backlash", *Chalmers University*, Technical Report R013/2001, (2001)
10. Lagerberg, A., Egardt B.S., "Evaluation of control strategies for automotive powertrains with backlash", *In: 6th International Symposium on Advanced Vehicle Control. Hiroshima*, Japan. pp. 517-522, (2002)
11. Templin, P., "Simultaneous estimation of driveline dynamics and backlash size for control design", *Proceedings of the 2008 IEEE International Conference on Control Applications – CCA2008*, pp 13-18, (2008)
12. Pettersson M., Driveline Modeling and Principles for Speed Control and Gear-Shift Control, *Doktora Tezi*, Linköping Studies in Science and Technology Thesis No. 564, Division of Vehicular Systems Department of Electrical Engineering Linköping University, Sweden, (1996)
13. Balluchi, A., Benvenuti, L., Lemma, C., Murrieri, P., ve Sangiovanni Vincentelli, A. L. , "Hybrid models of an automotive driveline", *Teknik Rapor., PARADES*, Rome, December, (2004)
14. Nordin M., Galic J. ve Gutman P., "New models for backlash and gearplay", *International Journal of Adaptive Control and Signal Processing*, Vol. 11, 49-63, (1997)
15. Tsiotras, P., Velenis, E., ve Sorine, M., "A LuGre tire friction model with exact aggregate dynamics", *Vehicle System Dynamics*, pp. 1-16, (2004)
16. Gillespie, T., D., *Fundamentals of Vehicle Dynamics*, *Society of Automotive Engineers*, Warrendale, (1992)