Gümüşhane Üniversitesi Fen Bilimleri Dergisi

GUFBD / GUJS (2024) 14(4): 1004-1020 doi: 10.17714/gumusfenbil.1470976 Araştırma Makalesi / Research Article

FEM ve LEM yöntemleri ile Ziğ (Azerbaycan, Bakü) heyelan sahasının incelenmesi

The investigation of the Ziğ (Baku, Azerbaijan) landslide area using FEM and LEM methods

Elvin KARIMOV*

İstanbul Üniversitesi-Cerrahpaşa, Lisansüstü Eğitim Enstitüsü, İstanbul, Türkiye

• Geliş tarihi / *Received*: 19.04.2024 • Kabul tarihi / *Accepted*: 19.08.2024

Öz

Bu çalışmada, limit denge (LEM) ve sonlu elemanlar yöntemleri (FEM) kullanılarak Azerbaycan'ın Başkenti Bakü'de Zığ heyelan sahasının güvenlik faktörünü ve kritik kayma yüzeyini belirlemek için kullanılan yöntemlerin karşılaştırılması amaçlanmaktadır. Çalışmada incelenen heyelan, RocScience tarafından geliştirilen sonlu elemanlar (FEM) tabanlı Phase2 v8.005 ve limit denge (LEM) tabanlı Slide v 6.0 ve yazılımı kullanılarak 2 boyutlu incelenmiştir. Modellerde yenilme ölçütü olarak Mohr-Coulomb kriteri kabul edilmiş, doruk ve kalıcı parametrelerle kullanılmıştır. LEM analizlerinde, Slide 2D yazılımı kullanılarak yapılan statik ve sismik koşullardaki analizlerde, doruk parametrelerle bulunan güvenlik faktörü statik koşullar için 1.331, sismik koşullarda ise 0.981 olarak tespit edilmiştir. Kalıcı parametrelerle yapılan analizlerde ise güvenlik faktörü statik koşullar için 0.97, sismik koşullarda ise 0.71 olarak belirlenmiştir. FEM analizlerinde ise Phase2 yazılımı kullanılarak yapılan statik ve sismik koşullardaki analizlerde, doruk ve kalıcı parametrelerle hesaplanan güvenlik faktörleri sırasıyla 0.97 ve 0.70 olarak belirlenmiştir. Bu sonuçlar, her iki yöntemin de farklı koşullar altında benzer sonuçlar verdiğini göstermiştir. Slide 2D yazılımında doruk parametrelerle yapılan analizlerde bulunan kayma düzlemi, inklinometre ölçümleri ile uyumlu olup, FEM ile bulunan kayma düzlemi ise daha derin seviyelerde yer almıştır. Bu durum, FEM'in daha detaylı ve derinlemesine analiz yapabilme yeteneğini göstermektedir. Zığ bölgesindeki heyelan riskinin yüksek olduğunu ve doygun zemin koşullarının güvenlik faktörlerini olumsuz etkilediğini ortaya koymaktadır. Arazide bulunan bireysel bahçe alanlarının düzensiz sulanması ve kanalizasyon sisteminden kaynaklı kaçakların olması, ek olarak yağışın yeraltı su tablasını yükselterek zeminlerin birim ağırlıklarını artırması, kayma mukavemetini azaltmaktadır. Bu nedenle, kalıcı parametrelerle yapılan analiz sonuçları, FEM ve LEM yöntemleri ile bulunan güvenlik faktörlerinin gerçeği yansıttığını göstermektedir. Bu nedenle, bölgedeki heyelan riskinin azaltılması için düzenli izleme, yeraltı su seviyesinin kontrolü ve uygun mühendislik çözümlerinin uygulanması gerekmektedir.

Anahtar kelimeler: Güvenlik faktörü, Heyelan, Limit denge yöntemi, Sonlu elemanlar yöntemi

Abstract

In this study, the aim is to compare the methods used to determine the safety factor and critical slip surface of the Ziğ landslide area in Baku, the capital of Azerbaijan, using limit equilibrium methods (LEM) and finite element methods (FEM). The landslide under investigation was analyzed in 2D using Phase2 v8.005 (FEM-based software) and Slide v6.0 (LEM-based software), both developed by RocScience. The Mohr-Coulomb criterion was used as the failure criterion in the models, employing both peak and residual parameters. In the LEM analyses, the safety factor determined using Slide 2D software with peak parameters was found to be 1.331 under static conditions and 0.981 under seismic conditions. When residual parameters were used, the safety factor was 0.97 under static conditions and 0.71 under seismic conditions. In the FEM analyses conducted with Phase2 software, the safety factors under static and seismic conditions were 0.97 and 0.70, respectively, using both peak and residual parameters. These results show that both methods provide similar results under different conditions. The slip surface found in the Slide 2D software analysis with peak parameters was consistent with inclinometer measurements, while the slip surface found using FEM was at deeper levels. This indicates FEM's capability for more detailed and in-depth analysis. The high landslide risk in the Zig region is evident, and saturated soil conditions negatively impact safety factors. The irregular watering of individual garden areas, leaks from the sewer system, and rainfall increasing the groundwater table, thus increasing soil unit weights and reducing shear strength, are contributing factors. Therefore, the results from analyses using residual parameters indicate that the safety factors determined by both FEM and LEM methods reflect reality. Regular monitoring, groundwater level control, and appropriate engineering solutions are necessary to reduce landslide risks in the region.

Keywords: Safety factor, Landslide, Limit equilibrium method, Finite element method

*Elvin KARIMOV; elvin.kerimov@ogr.iuc.edu.tr

1. Giriş

1. Introduction

Heyelanlar yapısı itibariyle kayma yüzeyi ve derinliği, zemin türü ve dinamik parametreler gibi birçok mühendislik alanı girmesi nedeniyle kapsamlı bir şekilde değerlendirilmelidir (Öztürk vd., 2021; Sari and Öztürk, 2018). Heyelan stabilitesi yıllardır incelenen bir araştırma konusudur. İnşaat faaliyetleri sırasında oluşturulan şevlerin düzensiz kesilmesi, yağışlar, yeraltı suyu seviyelerindeki değişiklikler ve gerilme koşullarındaki farklılıklar gibi çeşitli faktörler, heyelan stabilitesini etkileyebilmektedir. Doğal olarak stabil olan uzun vadeli şevlerde, geometrik değişiklikler, dış etkenler ve kesme mukavemetinin azalması gibi faktörlerin birleşimi beklenmedik kayma olaylarına yol açabileceği görülebilmetedir (Abramson vd., 2002).

Limit denge (LEM) ve sonlu elemanlar (FEM) yöntemleri uzun yıllardır mühendisler tarafından çeşitli heyelan stabilitesi problemleri için kullanılmaktadır. LEM, heyelan analizlerinde yaygın olarak kullanılan geleneksel bir yöntemdir. Bu yöntem, zemini dikey dilimlere ayırarak her dilim için güvenlik faktörünü (Fs) ve gerilmeleri statik denge denklemleri kullanarak hesaplar (Sari, 2023). LEM, mühendislik uygulamalarında sıklıkla tercih edilir çünkü hesaplamalar nispeten basittir ve farklı kayma yüzeyleri üzerinde analiz yapılmasına olanak tanır (Abramson vd., 2002; Fell vd., 2014, Alemdağ, 2016; Alemdağ vd.,2019). Ancak, LEM yöntemleri gerilmeşekil değiştirme ilişkisinin temel fiziksel özelliklerini göz ardı eder ve bu nedenle gerilme dağılımını gerçekçi bir şekilde hesaplayamaz (Duncan & Wright, 2005). FEM, son yıllarda zemin stabilitesi analizlerinde giderek daha fazla ilgi görmektedir. Bu yöntem, zeminin gerilme-deformasyon davranışını daha gerçekçi bir şekilde incelenmesini sağlar. Ayrıca, FEM ile yapılan analizler, şev stabilitesini etkileyen dinamik ve statik yüklemelerin etkilerini de kapsayabilir (Griffiths & Lane, 1999; Fredlund & Rahardjo, 1993). Zeminin gerilme-deformasyon davranışını modelleme yetenekleri nedeniyle, FEM analizleri son yıllarda daha fazla ilgi görmektedir (Sari, 2023).

Zığ heyelan sahası Azerbaycan'ın başkenti Bakü'nün Yeni Güneşli yerleşim bölgesinin güneydoğu kesiminde, Zığ gölünün kuzeyinde, Zığ-Hövsan karayolunun başlangıcında, Zığ platosunun güneydoğu yamacında yer almaktadır (Şekil 1).



Şekil 1. Zığ Heyelan Çalışma Alanının Google Earth Üzerinde Yer Bulduru Haritası Figure 1. Location Map of Zığ Landslide Study Area on Google Earth

Zığ heyelan alanı, 1981 yılında yapılan gözlem çalışmaları sırasında belirlenmiştir. Jeoloji kesitini oluşturan yüksek gözenekli ve çatlaklı zeminler ve kayaların eğim yönünde uzaması, özel konut yapımı için yamacın keskin bir şekilde kesilmesi, düzensiz suvarma ve yetersiz kanalizasyon sistemleri nedeniyle atık sularının yamaca akması sonucu boşluk suyu basıncının artmasına ve zemin kohezyonunun azalmasına neden olmuştur (Niftiyev & Veliyev, 2016).

Yer yer jips mercekleri içeren kesimlerde su ile temas eden jipsin çözünmesi, boşluk suyu basıncını artırarak zeminin kayma direncini düşürür ve heyelanların daha kolay tetiklenmesine yol açar. Özellikle Zığ bölgesinde, düzensiz suvarma ve atık sularının yamaca akması jipsin daha hızlı çözünmesine neden olmaktadır. Bu çözünme, yer altı suyu seviyesinde ani değişikliklere ve zemin yapısının stabilitesinin bozulmasına yol açabilir. Yer altı suyu seviyesindeki dalgalanmalar, zeminde boşluklar oluşturarak yapısal bütünlüğü zayıflatır (Gutiérrez vd., 2014).

2. Çalışma alanının jeolojisi

2. Geology of the study area

Bakü bölgesinin jeolojik yapısı, Neojen sisteminin orta ve üst Pliyosen yaşlı birimleri ve Kuvaterner dönemine ait çökeller kompleksleri içermektedir. Kuvaterner (Q) çökelleri Bakü bölgesinde tüm bölümleriyle yaygın olarak temsil edilmektedir (İsrafilbeyov vd., 1983) (Şekil 2).

Bakü çökelleri litolojik olarak killi-kum, kumlu-kil, kireçtaşı ve yumuşak kumtaşlarından oluşur. Çökellerin toplam kalınlığı 50-60 m'dir. Hazar çökelleri, Bakü bölgesinde ve geniş bir alanı kaplamaktadır. Litolojik olarak kum, kil, kumtaşı, kireçtaşı ve konglomera ardalanmasından oluşur. Bu çökellerin toplam kalınlığı 40 m'dir. Daha eski kökenli teraslarda bulunmuştur (İsrafilbeyov vd., 1983) (Şekil 2).

Çalışma alanında ağırlıklı olarak Abşeron tabanı eski çökellerinden oluşmuştur. Abşeron çökelleri litolojik olarak kum, kireçtaşı, silt ve kilden oluşur (İsrafilbeyov vd., 1983).

3. Malzeme ve yöntem

3. Material and method

Analiz yöntemlerinin kullanımıyla ilgili çalışmalar, arazi, laboratuvar ve ofis çalışmaları olmak üzere üç aşamada gerçekleştirilmiştir.

Çalışma sahasında birimlerin, mühendislik özellikleri ile yeraltı su durumunu tespit etmek amacıyla 6 adet (BH-1, BH-2, BH-3, BH-4, BH-5 ve BH-6) 60 m ile 80 m arasında değişen, tam karotlu, 48 adet standart penetrasyon deneyi ve sondajlara inklinometre borusu yerleştirilerek açılan kuyularda toplam olarak 5 adet inklinometre ölçümleri yapılmıştır. İlave olarak, 16 adet 20 m ve 40 arasında değişen tam karotlu sondaj yapılmıştır (İsrafilbeyov vd., 1983) (bkz. Şekil 5).

Laboratuvar çalışmaları kapsamında, çalışma alanlarında, zemin araştırma sondajlarından elde edilen numuneler kullanılarak, indeks ve zemin mekaniği deneyleri yapılmıştır.

3.1 Heyelan stabilite analizler yöntemleri

3.1 Landslide stability analysis methods

Jeoteknik mühendisliği alanında, heyelan stabilitesi analizi önemli bir araştırma konusu olarak öne çıkmaktadır (Zienkiewicz vd., 1975). Heyelan stabilite analizi, çeşitli bakış açılarından incelenmesine rağmen, genel olarak iki ana görevi yerine getirir: güvenlik faktörünün hesaplanması ve kritik kayma yüzeyi konumunun belirlenmesi (Zheng vd., 2005).

Heyelan stabilitesi analizinde limit denge yöntemi (LEM) ve sonlu elemanlar yöntemi (FEM) ana yöntemler olarak kabul edilir ve dünya çapında yaygın olarak kullanılmaktadır (Duncan vd., 2005). LEM, heyelan stabilite analizinde en iyi seçenektir çünkü basit, kullanışlı ve etkilidir. Kayma yüzeyindeki birkaç bloğun statik dengesini varsayarak en önemli kayma yüzeyini ve minimum güvenlik faktörünü hesaplar (Cheng vd., 2007). Bununla birlikte, bu yöntemin, heyelan içindeki gerçek gerilme-deformasyon ilişkisini yansıtamadığı ve kayma yüzeyinin konumunu önceden varsaydığı gibi bazı eksiklikleri olduğu anlaşılmaktadır. Bu nedenle

Zienkiewicz vd. daha avantajlı bir yöntem olan Sonlu elemanlar yöntemi kullanılarak heyelan stabilite analizi yapmak için mukavemet azaltma tekniğini ortaya koymuştur (Zheng vd., 2005).



Şekil 2. Zığ Heyelan Sahasının Jeoloji Haritası Figure 2. Geological Map of Zığ Landslide Area

3.1.1 Limit denge yöntemi (LEM)

3.1.1 Limit equilibrium method (LEM)

Limit denge yöntemi, heyelan duraylılık analiz yöntemlerinin önemli bir kısmını oluşturmaktadır. Bu yöntem, Coloumb Göçme kriterine dayanarak, göçme yüzeyini doğrusal bir çizgi, dairesel bir yay, logaritmik bir spiral veya diğer bir türden birini kabul eder. Limit denge yaklaşımının temel amacı, gerilme durumunu belirlemek için göçme olasılığı bulunan bir yüzey varsaymaktır.

Heyelan stabilite analizleri için çeşitli limit denge (LEM) yöntemleri geliştirilmiştir. Fellenius (1936), dairesel bir kayma yüzeyi için Ordinary veya İsveç yöntemi olarak adlandırılan ilk yöntemi tanıtmıştır. Bishop (1955), temel normal kuvvet için yeni bir ilişki tanıtan ilk yöntemi geliştirmiştir. Aynı zamanda, Janbu (1954), dairesel olmayan yenilme yüzeyleri için potansiyel bir kayan kütleyi birkaç dikey dilime bölen basitleştirilmiş bir yöntem geliştirmiştir. Sonralar, Morgenstern-Price (1965), Spencer (1967), Sarma vd. (1973), dilimler arası kuvvetler için farklı varsayımlarla ilave katkılarda bulunmuşlar. Spencer ve Morgenstern-Price yöntemlerinin bir uzantısı olarak Chugh (1986) tarafından hem moment hem de kuvvet dengesi koşullarını karşılayan bir Genel limit dengesi (GLE) prosedürü geliştirilmiştir (Abramson vd., 2002).

Limit denge yöntemi, bir malzemenin yenilmesinin yalnızca maksimum normal veya kayma gerilmesinden değil, her ikisinin bir kombinasyonundan kaynaklandığını kabul eder. LEM yöntemi, zemin özelliklerini ve heyelan geometrisini belirledikten sonra Mohr-Coulomb kriterini kullanarak heyelan stabilitesini hesaplamaktadır. Bu işlem, statik denge denklemleri kullanarak bir güvenlik faktörünü (Fs) bulmak için kullanılmaktadır.

3.1.2 Güvenlik faktörü

3.1.2 Safety factor

Güvenlik faktörü (F) kaymaya karşı koruyucu kuvvetlerin kaymaya neden olan kuvvetlerin oranı şeklinde tanımlanmaktadır. Güvenlik faktörünün hesaplanması için bir kayma yüzeyi varsayımı yapılarak, her bir varsayılan kayma yüzeyi için gerilmeleri ve güvenlik faktörünü hesaplamak için bir veya daha fazla sayıda statik denge denklemi kullanılır (Duncan vd., 2005).

Duncan ve Wright'a (2005) göre heyelan stabilitesi için en yaygın olarak kullanılan FOS tanımı şöyledir:

$$F = \frac{s}{\tau} \tag{1}$$

Burada, s- mevcut kesme dayanımı ve τ- denge kesme gerilimidir.

Denge kesme gerilmesi, şevin sınır denge durumunda tutulması için gereken kesme gerilmesidir ve aşağıdaki (1) denklemi ile ifade edilir.

 $\tau = \frac{s}{F}$

Güvenlik faktörü, azaltılmış dayanım kesme gerilmesi (τ) ile limit denge durumunda olacak şekilde, kesme dayanımında azaltma yapılması gereken katsayıdır. Bu tür hesaplamalarda kullanılan usullere limit denge yöntemleri denilmektedir.

Kesme dayanımı genellikle Mohr-Coulomb denklemi ile ifade edilir. Toplam gerilmeler cinsinden kesme dayanımının ifade edildiği durumda, (2) eşitliği şu şekildedir:

$$\tau = \frac{c + tan\phi}{F}$$
(3)
$$F = \frac{c + \sigma tan\phi}{F}$$
(4)

Burada, c ve ϕ zeminin kohezyonu ile sürtünme açısı ve σ da kesme yüzeyi üzerindeki normal gerilmedir. Bu denklemdeki kohezyona ve sürtünmeye aynı güvenlik faktörü değerleri uygulanır. (3) eşitliği

$$\tau = cd + \sigma tan\phi d$$
(5)
şeklinde de yazıla bilir.
Burada:

$$cd = \frac{c}{F} \tag{6}$$

$$tan\phi d = \frac{tan\phi}{F} \tag{7}$$

Burada, cd ve ød mobilize olan kohezyon ve sürtünme açısını temsil eder.

(2)

Kesme dayanımının efektif gerilmelerle ifade edilmesi durumunda (yani, drenajlı kesme dayanımlarının kullanılması), yukarıdaki açıklamalardaki tek değişiklik, (3) denkleminin efektif gerilmeler cinsinden yazılması olacaktır:

 $\tau = \frac{c' + (\sigma - u)tan\phi'}{c' + (\sigma - u)tan\phi'}$

(8)

Bu bağlamda, 'c' ve '\u00f6' efektif gerilmelerle ifade edilen kesme dayanımı parametrelerini temsil ederken, 'u' ise boşluk suyu başıncını ifade etmektedir (Duncan vd., 2005).

3.1.3 Sonlu elemanlar vöntemleri (FEM)

3.1.3 Finite element methods (FEM)

Sonlu elemanlar yöntemi terimi ilk olarak Clough (1967) tarafından yapısal analiz üzerine bir makalede ortaya çıktı. Daha sonrasında, bu araştırmaları düzenli bir biçimde birleştirerek ve FEM'in matematiksel formalizminin temel prensiplerini kurulmuştur (Zienkiewicz vd., 1975). O zamandan beri FEM, en genel ve güclü hesaplama tekniklerinden biri haline gelmistir.

Sonlu elemanlar yöntemine (FEM) dayalı heyelan stabilitesi şevlerin, barajların ve yamaçların stabilitesini değerlendirmek için son birkaç on yılda önemli ölçüde geliştirilmiştir (Zienkiewicz vd., 1975).

Sonlu elemanlar yönteminde bir güvenlik faktörü elde etmek için mukavemet azaltma yöntemi (SRM) olarak adlandırılan ve en yaygın olarak kullanılan, mukavemet azaltma yöntemidir (Zienkiewicz vd., 1975). SRM'nin daha geniş bir açıklaması bir sonraki başlıkta verilmiştir.

3.1.4 Mukavemet azaltma yöntemi (SRM)

3.1.4 Strength reduction method (SRM)

1975 yılında zemin şev stabilite analizi için kesme mukavemeti azaltma (SSR) yöntemi kullanılmıştır (Zienkiewicz vd., 1975). Özellikle bilgisayar teknolojisinin gelişmesiyle birlikte kademeli olarak şev stabilite analizini gerceklestirmenin birincil volu haline gelmistir. Mukavemet azaltma vönteminde, kayma mukavemeti parametreleri olan c ve ϕ , sev kayması tamamlanana ve denge çözümü elde edilene kadar azaltılır (Zienkiewicz vd,. 1989). Zemin şevlerinin güvenlik faktörünü, gerçek kayma mukavemetinin, yenilmeyi önlemek için gereken minimum kesme mukavemetine oranı veya bir şevi yenilme durumuna getirmek için kesme mukavemetinin azaltılması gereken faktör olarak tanımlamıştır (Duncan, 1996).

Mohr-Coulomb malzeme modelinde, güvenlik azaltma faktörü (Fs) kullanılarak hesaplanan kayma dayanımı, denklem (9) ile tespit edilebilir. Bu şekilde, malzemenin yeni mukavemet değerleri elde edilir (Griffiths, 1999).

$\frac{t}{1} - \frac{t}{1} + \frac{\tan \varphi}{1}$	(0)
$F_s = F_s + F_s$	(3)
Bu denklem aynı zamanda	
$\frac{\tau}{d} = c' + \tan \phi'$	(10)
F_S	()
seklinde de vazıla bilir. Böyle bir durumda	

şekilinde de yazıla bilir. Boyle bir durumda;

$$C_f = \frac{c}{SRF}$$
(11)
$$\phi_f = tan^{-1} \left[\frac{\tan \phi}{SRF} \right]$$
(12)

seklinde olmaktadır (Griffiths & Lane 1999).

c ve ϕ : kayma mukavemeti parametrelerini, cf ve ϕ f: azaltılan kayma mukavemeti parametrelerini temsil etmektedir.

4. Bulgular

4. Results

4.1. Arazi çalışmaları

4.1. Field studies

Standart penetrasyon deneyleri sonucunda kum ve killi birimlerden elde edilen N darbe sayılarında, delgi çapı, tij uzunluğu ve tüp tipine göre enerji düzeltmesi yapılmış, % 60 enerji oranına karşılık gelen (N60) değerleri hesaplanmıştır. N60 değerlerinin derinlikle değişimi Şekil 3'de sunulmuştur (Clayton, 1995). Bu deneyler sonucunda, kıvam sınıflamasına göre kum birimi gevşek –sıkı, kil düzeyleri yumuşak, katı-çok katı, kıvam aralığındadır (Clayton, 1995).



Şekil 3. Standart penetrasyon testi N60 değerlerinin derinlikle değişimi *Figure 3. Variation of standard penetration test N60 values with depth*

İnceleme alanında olması muhtemel heyelanın geometrisini ve hızını belirleyebilmek amacıyla BH-1, BH-2, BH-3, BH-4, BH-5 ve BH-6 no'lu kuyularda 6 adet toplamda 420.0 m derinliğinde inklinometre borusu yerleştirilerek açılan kuyularda toplam olarak 5 adet inklinometre ölçümleri yapılmıştır (Şekil 4).



Şekil 4. BH-2 inklinometre kuyusunda A, B ekseninde inklinometre okumaları *Figure 4. Inclinometer readings on A, B axis in BH-2 inclinometer borehole*



Şekil 5. Zığ heyelan çalışma alanında sondaj ve inklinometre kuyularının dağılımı *Figure 5. Distribution of boreholes and inclinometer in Zığ landslide study area*

İnklinometre ölçümlerine göre hareket yüzeyden 0,0-15,0; 38,0-42,0; 55,0 m kadar inmektedir. Ölçümlerdeki maksimum 0,34 mm /gün olarak belirlenmiştir (Şekil 4) (Tablo 1).

Tablo 1. İ	nklinometre ölçümleri özet tablosu
Table 1. S	Summary table of inclinometer measurements

Sanda: Na	Daninkli		Kayma I	Haraketi	
Sondaj No	(m)	Ölçüm Süresi (gün)	Max Kayma Miktarı (mm)	Kayma Derinliği (m)	Hareketin hızı (mm/gün)
BH-1 İNC	60	56	19.12	12.0	0.34
BH-2 İNC	60	56	15.08	56.5	0.27
BH-4 İNC	80	21	3.73	27.1	0.18
BH-5 İNC	60	56	11.51	12.0	0.20
BH-6 İNC	80	56	12.01	53.0	0.21

Yapılan 17 sondaj ile yeraltı su tablası (YASS) ölçülerek, statik seviye belirlenmiştir (Şekil 5). Elde edilen veriler Tablo 2'de gösterilmiştir.

 Tablo 2. Yapılan sondajlara ait YASS bilgileri

Table 2. Groundwater information for the conducted drils

Sondaj No	Kuyu Derinliği (m)	YASS derinliği (m)
BH-1	60	5.6
BH-2	60	10.9
BH-3	80	14.3
BH-4	80	7.3
BH-5	60	4.7
BH-6	80	15.1
MGQ-1	20	7.6
MGQ-2	20	5.1
MGQ-3	20	5.8
MGQ-4	20	13.5
MGQ-5	20	5.1
MGQ-6	20	7.9
MGQ-7	20	6.0
MGQ-8	40	7.3
MGQ-9	40	9.0
MGQ-10	40	8.0
MGQ-11	20	6.6

4.2. Laboratuvar çalışmaları

4.2. laboratory studies

Çalışma alanında Abşeron çökellerinde, indeks özelliklerin belirlenmesi amacıyla yapılan, zemin araştırma sondajlarından elde edilen örnekler üzerinde, doğal su içeriği, doğal birim hacim ağırlık, elek analizi ve atterberg limitleri deneyleri yapılmıştır. Abşeron çökellerinde dolgu, kumlu ve killi örnekler üzerinde deneyler yapılmış. Dolgu birimine ait numuneler üzerinde yapılan doğal su içeriği ise yaklaşık %8.5 ile %31.1 arasında, doğal birim hacim ağırlığı deneylerinde 18.3 kN/m³ ile 20.5 kN/m³ arasında değerler tespit edilmiştir. Kum birimine ait numuneler üzerinde yapılan doğal su içeriği ise %7.1 ile %21.5 arasında, doğal birim hacim ağırlığı deneylerinde 19.2 kN/m³ ile 20.5 kN/m³ arasında değerler tespit edilmiştir.

Abşeron çökelleri, killi örneklerinde yapılan, atterberg limitleri deneyi sonuçları plastisite kartında değerlendirilmiştir (ASTM D4318-00, 2018) (Şekil 6). Kil örneklerin %64'i, birleştirilmiş zemin sınıflamasına göre (USCS), düşük ve orta plastisiteli inorganik killer (CL) örneklerin %29'i yüksek plastisiteli inorganik killer (CH) sınıfında olup %7'i gibi az bir oranı ise killi kum, killi silt ve siltli zeminler (ML ve MH) sınıfındadır (ASTM D2487-06, 2006).

Elek analizi sonuçlarına göre; Abşeron çökellerine ait düşük ve orta plastisiteli inorganik killer (CL)% 28.1 kum, %71.9 kil+silt ve yüksek plastisiteli inorganik killer (CH) %7.1 kum ve %92.9 kil+silt dane boyu malzeme içermektedir.

Kil içerikli birimler, birleştirilmiş zemin sınıflamasına göre (USCS) göre 2'e ayrılarak incelenmiştir. Düşük ve orta plastisiteli inorganik killer (CL) Kil-1, yüksek plastisiteli inorganik killer (CH) Kil-2 olarak değerlendirilmiştir.

Düşük ve orta plastisiteli inorganik killer (CL) birimine ait numuneler üzerinde yapılan doğal su içeriği ise %11.2 ile %35.1 arasında, doğal birim hacim ağırlığı deneylerinde genel olarak 18.8 kN/m³ ile 21.5 kN/m³ arasında değerler tespit edilmiştir. Yüksek plastisiteli inorganik killere (CH) ait numuneler üzerinde yapılan doğal su içeriği ise %14.2 ile % 38.2 arasında, doğal birim hacim ağırlığı deneylerinde genel olarak 18.5 kN/m³ ile 21.7 kN/m³ arasında, değerler tespit edilmiştir.



Şekil 6. İnce daneli örneklerin plastisite kartındaki dağılımı *Figure 6.* Distribution of fine-grained samples on the plasticity card

Abşeron çökellerine ait, killi birimlerde ve dolgu malzemesinde konsolidasyonsuz ve drenajsız üç eksenli basınç (UU) (ASTM D 2850-15 2015) ve ΓΟCT 12248 standartına göre konsolidasyonlu ve drenajlı tek yüzeyli kesme deneyleri yapılmıştır (ΓΟCT 12248, 2010) (Tablo 3). Kesme deneyi, ΓΟCT 12248 standartına göre QQP-30 tipi tek yüzeyli kesme cihazında gerçekleştirilir (Şekil 7). Deney sırasında zemin belirli bir düşey yükle (0.1; 0.2; 0.3 Mpa) yüklenir ve yatay kesme yüküyle kesilir.



Şekil 7: a) QQP-30 tipi kesme cihazı, b) Hidroproyekt sıkıştırma cihazı. *Figure 7:* a) QQP-30 type cutting device, b) Hydroproject compression device.

Deney için doğal su içeriğinde veya suya doyurulmuş numuneler kullanılır. Öncelikle zemin numunesinden numune alıcı kullanılarak üç adet zemin numunesi alınır. Numune alıcıların alanı 40 cm²'den (d=7,14 cm) az olmamalıdır. Daha sonra bu numune alıcılar sıkıştırma ünitesine yerleştirilir ve sıkıştırma ünitesinde konsolide olunarak su ile doldurulur. (Şekil 7 b). Zemin numunelerinin suya doyma süresi silt için 6-12 saat, kil (PI<22) için 12 saat, kil (PI>22) için ise 36 saat'dır. Daha sonra numuneler kesme ünitesinde 30 dakika bekletilir. Her üç numuneler de kesme ünitesine sırasıyla yerleştirlerek 0.1; 0.2; 0.3 MPa normal yük verilir. Deney o zaman son buluyor ki, bir sonraki yüklemede zeminin bir kısmı diğer kısmından kopmalı veya kesitin toplam deformasyonu 5 mm'den fazla olmalıdır.

5. Heyelan stabilite değerlendirilmesi

5. Landslide stability evaluation

Doğru sonuçlara ulaşabilmek için dayanıklılık analizlerinde birçok farklı yerden kesitlerin incelenmesi gerekmektedir. Duraylılık analizlerinin yapılması amacıyla Zığ heyelan sahasında en kritik kesit doğrultusu belirlenmiştir (bkz. Şekil 5). Bu çalışmada kritik kesit olarak kabul edilen A-A kesiti incelenmiştir (Şekil bkz.5). Kesiti jeolojilerinin oluşturulması amacıyla 2 adet sondaj logları kullanılmıştır. Aynı zamanda arazi çalışmalarıyla belirlenen kesit güzergahları boyunca heyelan jeolojisi çalışmaları gerçekleştirilmiş ve kullanılacak kesitlerin jeolojik detayları kesitlere aktarılmıştır (Şekil 8).



Şekil 8. İnceleme alanına ait jeolojik kesit (A-A) *Figure 8. Geological section of the study area (A-A)*

Analizler statik ve sismik koşullarda yapılmış, zeminlerin doruk ve kalıcı kohezyon (c) içsel sürtünme açısı (\$)değerlerinin tayini için laboratuvar deneyi sonuçlarından faydalanılmıştır. Zeminlerin elastisite modülü sonuçları literatürden alınmıştır (Bowles 1998). Analiz için poisson oranı, killer için 0.4 ve kum için ise 0.25 olarak alınmıştır (Tablo 3).

Çalışma sahasının bulunduğu Azerbaycan'ın başkenti Bakü'de en büyük deprem 2000 yılında 6.3 büyüklüğünde kaydedilmiştir. Azerbaycan'da en büyük yer ivmesi (PGA) 0.22 g ve Bakü için 0.13-0.16 g olarak bildirilmektedir (Akhundov vd., 2010). Çalışma sahası için PGA 0.15, yatak sismik katsayısı için 0.075 g, dikey sismik katsayısı için 0.037 g olarak kabul edilmiştir.

Model üzerinde hem limit denge hem de sonlu elemanlar analiz yöntemiyle sismik analizler yapılmıştır. Depremli durumu yansıtan kuvvet bileşenlerinin kullanıldığı Psödo-statik analizler Hynes – Griffin ve Franklin (1984) tarafından önerildiği şekli ile inceleme sahalarında etkin olan maksimum yatay yer ivmesinin (PGA) yarısı seçilerek yapılmıştır (Hynes-Griffin & Fraklin, 1984).

Kesitlerin analizleri için (LEM ve FEM), kesit güzergahı ve yakınındaki lokasyonlardan alınan numuneler üzerinde yapılan laboratuvar sonuçları parametreleri aşağıdaki tabloda verilmiştir.

Tablo 3. Limit Denge (LEM) ve Sonlu Elemanlar (FEM) analizlerinde kullanılan jeoteknik parametreleri**Table 3.** Geotechnical parameters used in Limit Equilibrium (LEM) and Finite Element (FEM) analyses

Kesit	Kesit	Birim hacim ağırlık	Poisson Oranı	Elastisite Modülü	Kohezyon c' (kPa)		İçsel Sürtünme Açısı φ' (0)	
INO	Katinamari	γ (kN/m3)	μ	(Mpa)	Doruk	Kalıcı	Doruk	Kalıcı
	Kum	19.9	0.25	26500	5	3	32	28
A-A	Kil-1 (CL)	20.0	0.4	11400	26	20	23	17
	Kil-2 (CH)	19.5	0.4	12600	42	34	18	13

5.1 Sonlu elemanlar yöntemi uygulanarak stabilitesi analizi

5.1 Stability analysis by applying the finite element method

Sonlu elemanlar yöntemi (FEM) ile analizler Phase (RS2) yazılımında yapılmıştır. Statik ve sismik analizler için RS2 yazılımında doruk ve kalıcı parametreler kullanılmıştır (Tablo 3). Modelde yenilme ölçütü olarak Mohr-Coulomb kriteri kabul edilmiş ve güvenlik faktörünü veren Dayanım Azaltma Faktörü (Strength Reduction Factor-SRF) seçilmiştir. Statik ve sismik analizler yapılarak kayma dairesinin yeri ve güvenlik faktörü bulunmuştur (Şekil 9, Tablo 4). Statik ve sismik kesitlere ait sayısal çözümlemeler neticesinde maksimum makaslama birim deformasyon (maxsimum shear strain) Şekil 9'da sunulmuştur.

5.2 Limit denge yöntemi uygulanarak stabilite analizi

5.2 Stability analysis by applying the limit equilibrium method

Slide 2D limit denge programında oluşturulan modeller üzerinde Morgenstern-Price yöntemi esas alınarak statik ve sismik analizler yapılarak kayma dairesinin yeri ve güvenlik faktörü bulunmuştur. İlk önce model kesiti sonlu elemanlar yöntemi ile RS2 yazılımında çözülmüştür. Daha sonra FEM yöntemi için kullanılan RS2 yazılımında oluşturulan dosyadan doğrudan Slide yazılımına aktarılarak analiz edilmiştir. Statik ve sismik analizleri için doruk ve kalıcı kayma mukavemeti laboratuvar sonuçları dikkate alınmıştır (Tablo 3). Modellerde yenilme ölçütü olarak Mohr-Coulomb kriteri kabul edilmiştir. Kesite ait sayısal görselleri Şekil 10, Şekil 11'de ve analiz sonuçları Tablo 5'de sunulmuştur.

Tablo 4. Phase2 programı ile yapılan stabilite analizinin sonuçları	
Table 4. Results of the stability analysis performed with the Phase2 progra	am

Analiz Programı	Malzeme Modeli	Analiz Yöntemi	Statik Durum Fs	Sismik Durum Fs
Phase2	Mohr-Coulomb	SRF	0.97	0.70



Şekil 9. A-A kesiti 2D FEM duraylılık analizi sonucu. (a)Analize Yönelik RS2 modeli (b) Statik koşullarda Güvenlik Faktörü ve Maksimum Makaslama Yer Değiştirmesi, (c) Sismik koşullarda Güvenlik Faktörü ve Maksimum Makaslama Yer Değiştirmesi

Figure 9. C-C section 2D FEM stability analysis result. (a) RS2 model for analysis (b) Number of Safety and Maximum Shear Strain under static conditions, (c) Number of Safety and Maximum Shear Strain under seismic conditions





Şekil 10: A-A kesiti doruk parametrelere statik (a) ve sismik (b) koşullarda duraylılık analizi sonucu *Figure 10: Result of stability analysis for A-A section peak parameters in static (a) and seismic (b) conditions*



Şekil 11. A-A kesiti kalıcı parametrelere statik (a) ve sismik (b) koşullarda duraylılık analizi sonucu *Figure 11. Result of stability analysis on residual parameters of section A-A in static (a) and seismic (b) conditions*

Tablo 5. Slide 2D program: ile yapılan stabilite analizinin sonuçlar**Table 5.** Results of stability analysis performed with Slide 2D program

Analiz	Malzeme Modeli	Analiz Statik Duru Värtami Fs		Ialzeme Analiz St Modeli Väntomi	Durum Fs	Sismik F	Durum ^T s
Program		i ontemi	Doruk	Kalıcı	Doruk	Kalıcı	
Slide 2D	Mohr-Coulomb	Morgenstern- Price	1.331	0.970	0.983	0.710	

Şekil 12'de FEM ve LEM bilgisayar yazılımlarından elde edilen kayma yüzeyleri, gerçekleştirilen inklinometre ölçüm sonuçlarıyla karşılaştırılmıştır. Kayma yüzeylerinin sonuçları arasındaki benzerliklerin ve farklılıkların daha açık bir şekilde görülebilmesi için grafik üzerinde görselleştirilmiştir. Statik koşullarda, Slide 2D yazılımıyla doruk parametreleri kullanılarak belirlenen kayma düzlemi mavi renkte, kalıcı

parametrelerle belirlenen kayma düzlemi ise yeşil renkte gösterilmiştir. Aynı kesit grafikte, FEM ile elde edilen kayma düzlemi ise siyah renkte temsil edilmiştir.



Şekil 12. FEM ve LEM 'e dayalı olarak kayma yüzeyi *Figure 12. Slip surface based on FEM and LEM.*

6.Tartışma

6.Discussion

Bu çalışmada, Zığ heyelan sahasında yapılan analizler sonucunda elde edilen bulgular, limit denge yöntemi (LEM) ve sonlu elemanlar yöntemi (FEM) arasındaki karşılaştırmalı değerlendirmelerle ele alınmıştır. Her iki yöntemin de Mohr-Coulomb yenilme kriterine dayandığı ve doruk ile kalıcı parametreler kullanılarak hesaplamalar yapıldığı görülmüştür.

FEM analizlerinde ise Phase2 yazılımı kullanılarak yapılan statik ve sismik koşullardaki analizlerde, doruk ve kalıcı parametrelerle hesaplanan güvenlik faktörleri sırasıyla 0.97 ve 0.70 olarak belirlenmiştir (Şekil 9). Bu sonuçlar, FEM'in her iki koşulda da daha düşük güvenlik faktörleri sunduğunu ve özellikle sismik koşullarda stabilitenin sağlanamadığını ortaya koymaktadır.

LEM analizlerinde, Slide 2D yazılımı kullanılarak yapılan statik ve sismik koşullardaki analizlerde doruk parametrelerle bulunan güvenlik faktörü statik koşullar için 1.331, sismik koşullarda ise 0.981 olarak tespit edilmiştir (Şekil 10). Kalıcı parametrelerle yapılan analizlerde ise güvenlik faktörü statik koşullar için 0.97, sismik koşullarda ise 0.71 olarak belirlenmiştir (Şekil 11). Bu sonuçlar, LEM'in özellikle doruk parametrelerle yapılan analizlerde daha yüksek güvenlik faktörleri sunduğunu, ancak sismik koşullarda stabilitenin sağlanamadığını göstermektedir.

Bu sonuçlar, daha önce yapılan benzer çalışmalarla karşılaştırıldığında tutarlılık göstermektedir. Abramson vd., (2002) tarafından yapılan çalışmada, LEM analizlerinin genel olarak daha yüksek güvenlik faktörleri sunduğu ve FEM'in daha detaylı ve hassas analiz yapabilme yeteneği vurgulanmıştır. Griffiths & Lane (1999) ise FEM'in, özellikle karmaşık geometrilerde ve heterojen zemin koşullarında daha doğru sonuçlar verdiğini belirtmişlerdir. Bu çalışmalarda da görüldüğü gibi, LEM ve FEM yöntemleri farklı avantajlar sunmaktadır ve her iki yöntemin de kullanılması daha kapsamlı bir değerlendirme sağlamaktadır. Bu çalışma, LEM ve FEM'in birlikte kullanımının heyelan analizlerinde daha kapsamlı ve güvenilir sonuçlar elde edilmesine olanak sağladığını göstermektedir.

7. Sonuç

7. Conclusion

LEM analizlerinde, Slide 2D yazılımı kullanılarak yapılan statik ve sismik koşullardaki analizlerde, doruk parametrelerle bulunan güvenlik faktörü statik koşullar için 1.331, sismik koşullarda ise 0.981 olarak tespit edilmiştir. Kalıcı parametrelerle yapılan analizlerde ise güvenlik faktörü statik koşullar için 0.97, sismik

koşullarda ise 0.71 olarak belirlenmiştir. FEM analizlerinde ise Phase2 yazılımı kullanılarak yapılan statik ve sismik koşullardaki analizlerde, doruk ve kalıcı parametrelerle hesaplanan güvenlik faktörleri sırasıyla 0.97 ve 0.70 olarak belirlenmiştir (Tablo 6).

Analiz	Malzeme	Analiz Statik Durum, Fs Sismik Durum,		urum, Fs		
Program	Modeli	Yöntemi	Doruk	Kalıcı	Doruk	Kalıcı
Slide 2D	Mohr-Coulomb	Morgenstern- Price	1.331	0.970	0.981	0.710
Phase2	Mohr-Coulomb	SRF	0.9	97	0.7	/00

Tablo 6. Analiz sonuçlarının karşılaştırma tablosu*Table 6.* Comparison table of analysis results

Çalışmanın bulgularından biri, LEM analizlerinde Slide 2D yazılımında doruk parametrelerle ve FEM ile yapılan analizlerde bulunan kayma düzlemlerinin inklinometre ölçümleri ile uyumlu olduğunu, Slide 2D yazılımında kalıcı parametrelerle bulunan kayma düzlemi ise daha derin seviyelerde yer aldığını göstermektedir (Şekil 12).

Arazide bulunan bireysel bahçe alanlarının düzensiz sulanması ve kanalizasyon sisteminden kaynaklı kaçakların olması ek olarak da yağışın yeraltı su tablasını yükselterek, zeminlerin birim ağırlıklarını artırarak, kayma mukavemetini azaltmaya yol açmıştır (Niftiyev & Veliyev, 2016). Aynı zamanda gözenek suyu basıncında artışlar güvenlik faktörünü etkilemekte ve yamacın doymuş koşullar altında kaymaya karşı hassas olduğunu göstermektedir.

Heyelan riskinin azaltılması için bölgenin düzenli olarak izlenmesi, yeraltı su seviyesinin kontrol edilmesi ve uygun mühendislik çözümlerinin uygulanması gerekmektedir. Gelecekte yapılacak çalışmalarda, daha detaylı jeoteknik analizler ve farklı modelleme yaklaşımlarının kullanılması, bölgenin stabilitesini daha iyi değerlendirecek ve olası riskleri daha etkin bir şekilde yönetmeyi sağlayacaktır. Bu çalışmanın bulguları, Zığ heyelan sahasında alınacak önlemler ve gelecekte yapılacak araştırmalar için önemli bir rehber niteliği taşımaktadır.

Kaynaklar

References

- Abramson, L. W., Lee, T. S., Sharma, S., & Boyce, G. M. (2002). *Slope stability and stabilization methods*. John Wiley & Sons.
- Akhundov, A, Mammadli, T, Garaveliyev, E, Yetirmishli, Q, and Tanircan.G. (2010) Seismic Hazard Assessment for Azerbaijan," *The NATO Science for Peace and Security Programme*
- Alemdag, S., Zeybek, H. I., & Kulekci, G. (2019). Stability evaluation of the Gümüşhane-Akçakale cave by numerical analysis method. *Journal of Mountain Science*, 16(9), 2150-2158.
- Alemdağ, S. (2016). Toprak dolgulu barajlarda gövde duraylılığının limit denge ve sayısal analiz yöntemleri ile değerlendirilmesi: Türkiye'den bir atık barajı örneği. *Gümüşhane Üniversitesi Fen Bilimleri Dergisi*, 6(2), 157-173.
- ASTM D 2850-15. (2015). Standard Test Method for Unconsolidated-Undrained Triaxial Compression Test on Cohesive Soils
- ASTM D2487-06. Standard Practice for Classification of Soils for Engineering Purposes (Unified Soil Classification System).
- ASTM D4318-00. (2018). Standard Test Methods for Liquid Limit, Plastic Limit, and Plasticity Index of Soils
- Bowles, J. E., & Guo, Y. (1998). Foundation analysis and design (Vol. 5, p. 127). New York: McGraw-hill.
- Cheng, Y. M., Lansivaara, T., & Wei, W. B. (2007). Two-dimensional slope stability analysis by limit equilibrium and strength reduction methods. *Computers and geotechnics*, 34(3), 137-150. https://doi.org/10.1016/j.compgeo.2006.10.011

- Clayton, C. R. (1995). The standard penetration test (SPT): methods and use. Construction Industry Research and Information Association.
- Clough, R. W., & Woodward III, R. J. (1967). Analysis of embankment stresses and deformations. *Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division*, 93(4), 529-549. https://doi.org/10.1061/JSFEAQ.0001005
- Duncan, J. M. (1996). State of the art: limit equilibrium and finite-element analysis of slopes. Journal of Geotechnical engineering, 122(7), 577-596. https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9410(1996)122:7(577)
- Duncan, J. M., Wright, S. G., & Kayabalı, K. (2005). Zemin şevlerinin duraylılığı. Gazi.
- Fell, R., Corominas, J., Bonnard, C., Cascini, L., Leroi, E., & Savage, W. Z. (2008). Guidelines for landslide susceptibility, hazard and risk zoning for land use planning. Engineering geology, 102(3-4), 99-111
- Griffiths, D. V., & Lane, P. A. (1999). Slope stability analysis by finite elements. *Geotechnique*, 49(3), 387-403. https://doi.org/10.1680/geot.1999.49.3.387
- Griffiths, D. V., & Marquez, R. M. (2007). Three-dimensional slope stability analysis by elasto-plastic finite elements. *Geotechnique*, 57(6), 537-546. https://doi.org/10.1680/geot.2007.57.6.537
- Gutiérrez, F., Parise, M., De Waele, J., & Jourde, H. (2014). A review on natural and human-induced geohazards and impacts in karst. Earth-Science Reviews, 138, 61-88.
- Hynes-Griffin, M. E., & Franklin, A. G. (1984). Rationalizing the seismic coefficient method. *Miscellaneous paper* GL-84, 13.
- İsrafilbeyov, İ.A., Listenqarten, V.A., Şahsuvarov, A.S.(1983) Альбом гидрогеологических и инженерногеологических карт Апшеронского полуострова масштаба 1:50000 ГУГК СССР.
- Niftiyev, Ş., Veliyev, S. (2016). Suraxanı rayonun Zığ sahəsində ekzogen geoloji proseslərin öyrənilməsi işlərinin nəticələri haqqında Hesabat. Fövqalədə Hallar Nazirliyi Tikintidə Təhlükəsizliyə Nəzarət Dövlət Agentliyinin "Azərinşaatlayihə" DBLKTİ.
- Öztürk, S., Beker, Y., Sarı, M., & Pehlivan, L. (2021). Estimation of ground types in different districts of Gümüşhane province based on the ambient vibrations H/V measurements. *Sigma Journal of Engineering and Natural Sciences*, 39(4), 374-391.
- Rocscience Inc. Phase2. (2001) 2D finite element program for calculating stresses and estimating support around underground excavations, Rocscience Inc.
- Sarı, M., & Öztürk, S. (2018). Detection of the complex ground problems by ground penetrating radar: Examples from Gümüşhane University. *Sigma Journal of Engineering and Natural Sciences*, 36(4), 1297-1310.
- Sari, M. (2023). Evaluation of stability in rock-fill dams by numerical analysis methods: a case study (Gümüşhane-Midi Dam, Türkiye). Baltica, 36.
- Sari, M. (2024). Geophysical and numerical approaches to solving the mechanisms of landslides triggered by earthquakes: A case study of Kahramanmaraş (6 February, 2023). Engineering Science and Technology, an International Journal, 55, 101758.
- Shang-Yi, Z., Zheng, Y. R., & Zhang, Y. F. (2005). Study on slope failure criterion in strength reduction finite element *method.* Rock and soil mechanics, 26(2), 332-336.
- Zienkiewicz, O. C., Humpheson, C., & Lewis, R. W. (1975). Associated and non-associated visco-plasticity and plasticity in soil mechanics. *Geotechnique*, 25(4), 671-689. https://doi.org/10.1680/geot.1975.25.4.671
- Zienkiewicz, O.C., Taylor, R.L. (1989). The Finite Element Method. Vol.1, 4th Edition, McGrawHill, New York
- ГОСТ 12248. (2010). Методы Лабораторного Определения Характеристик Прочности И Деформируемости