



Mukavemet ve burkulma koşulları gözetiminde kutu kolonlar için optimum en kesit tasarım modeli

Oğur İYNEN^{1*}, Mirali NURALİYEV¹

¹Yozgat Bozok Üniversitesi, Mühendislik-Mimarlık Fakültesi, Makine Mühendisliği Bölümü, Yozgat, Türkiye

MAKALE BİLGİSİ

Makale Tarihleri:

Geliş tarihi

03.05.2024

Kabul tarihi

11.06.2024

Yayın tarihi

30.06.2024

Anahtar Kelimeler:

Optimum tasarım

Kutu kesit

Yerel burkulma

Genel burkulma

Mukavemet dayanımı

ÖZET

Kutu şekilli kısa ve uzun kolonların en uygun-optimum en kesit tasarımı için, analitik bir prosedür geliştirilmiştir. En uygun/optimum kutu kesitin dizayn edilmesi, iki şart gözetiminde gerçekleştirilmiştir. Söz konusu tasarım, kısa kolonlar için hem mukavemeti hem de lokal burkulmanı kendinde ihtiva eden kombine dayanım şartı gözetiminde gerçekleştirilirken uzun kolonlar için bu tasarım, hem mukavemeti hem de global burkulmanı kendinde ihtiva eden kombine dayanım şartı gözetiminde yapılmıştır. Optimizasyon problemi, kutu kesitin değişken parametreleri ile burkulma katsayıları arasında fonksiyonel bağıntılar oluşturularak, kısa kolonlarda kesit alanının minimize edilmesi, uzun kolonlarda ise normal gerilmenin maksimize edilmesi şeklinde ele alınmıştır. Söz konusu problemin çözümü için bir "Geometrik En Kesit Tasarım Modeli" önerilmiştir. Kombine dayanım şartlarını sağlayan en uygun/optimum kutu kesitin, aynı boyutlarda dolu bir dikdörtgen kesitin orta kısmının simetrik şekilde çıkartılarak tamamının veya bir kısmının dikdörtgenin iki yanlarına eşit olarak eklenmesi yoluyla elde edilen bir kutu kesitten ibaret olduğu varsayılmıştır. Bu varsayım, "Geliştirilen Geometrik Tasarım Modeli" aracılığıyla doğrulanmıştır. Dolu dikdörtgen kesitten çıkartılan kısmı, onun yanlarına ne kadar az eklenirse, kutu kesit alanından elde edilen tasarruf da o kadar büyük olur öngörüsü analitik olarak ispat edilmiş ve sayısal örneklerle de doğrulanmıştır.

Optimum cross-section design model for box columns considering strength and buckling conditions

ARTICLE INFO

Article history:

Received

03.05.2024

Accepted

11.06.2024

Published

30.06.2024

Keywords:

Optimal design

Box section

Local buckling

Global buckling

Adequate-strength

ABSTRACT

An analytical procedure was developed for the optimal cross-section design of both long and short box columns. The most suitable/optimum box section was designed considering adequate strength and buckling conditions. While the optimal design of short columns was accomplished by considering a combined strength condition that accounts for both adequate strength and local buckling requirements, the optimal design of long columns was achieved by considering a combined strength condition that takes into consideration adequate strength and global buckling requirements together. The optimization problem was addressed by establishing functional correlations between the variable parameters of the box section and buckling coefficients, minimizing the cross-sectional area in short columns, and maximizing the normal stress in long columns. A "Geometric Cross-Section Design Model" was proposed to resolve the addressed design problem. It was assumed that the most suitable/optimum box section, which satisfies the combined strength conditions, is attained by symmetrically subtracting the middle part of a solid rectangular section with identical dimensions and adding all or part of it equally to both sides of the rectangle. This assumption was validated through the "Developed Geometric Design Model." The postulation that adding the subtracted part of the rectangular solid section as few as possible to its sides will lead to increased savings in the cross-sectional area was analytically proved and confirmed with numerical results.

1. GİRİŞ

Kutu kesitli elemanlar (kolon, kiriş, çubuk vb.); yüksek dayanım-ağırlık oranı ve düşük maliyeti nedeniyle kule vinçlerinde, açık deniz yapılarında, kablolu köprülerde, inşaat mühendisliğinde, otomotiv mühendisliğinde, gemi yapımında ve çeşitli mühendislik

ORCID ID: Oğur İyner: 0000-0003-1096-1836; Mirali Nuraliyev: 000-0002-3063-8414

*Sorumlu yazar(lar)/Corresponding author(s): Yozgat Bozok Üniversitesi, Mühendislik-Mimarlık Fakültesi, Makine Mühendisliği Bölümü, Yozgat, Türkiye

Tel:+90 354 242 10 01

E-mail: ogur.iyner@bozok.edu.tr

Bu makaleye atıfta bulunmak için/To cite this article: İyner O., Nuraliyev M., "Mukavemet ve Burkulma Koşulları Gözetiminde Kutu Kolonlar İçin Optimum En Kesit Tasarım Modeli", Bozok Journal of Engineering and Architecture, vol. 3, no. 1, pp. 52-67, 2024.

tasarımlarında yaygın olarak kullanılmaktadır [1]. Farklı malzemelerden yapılmış dairesel, kare, dikdörtgen veya çok köşeli kesitlere sahip tüplerin farklı yüklemeler altında optimizasyonuna yönelik literatürde birçok sayıda çalışma bulunmaktadır. Örneğin, Kilkki vd., çelik I kesitli kolonların kesitlerinin optimizasyonuna diferansiyel evrim algoritmasının (DE) uygulanmasını çalışmışlardır. Dayanım ve sehimin sınır koşulları olarak dikkate aldıklarını belirtmişlerdir. Ayrıca, amaç fonksiyonu olarak toplam kütle ve sehim kullanılarak kaynaklı veya kenarlı bir çelik kolonun kesitinin optimize edildiğini ifade etmişlerdir [2]. Wang vd., eksenel olarak sıkıştırılmış yüksek mukavemetli çelik kutu kolonların davranışı üzerine deneysel ve sayısal bir çalışma yapmışlardır. Kaynaklı yüksek mukavemetli çelik (HSS) kutu kolonların genel burkulma davranışını incelemek amacıyla, eksenel basınç uygulayarak kaynaklı kutu kolonların nihai mukavemetini deneysel olarak incelemişlerdir. Daha sonra, kapsamlı bir parametrik çalışma gerçekleştirmek amacıyla, gerçekte ölçülen geometrik kusurları ve artık gerilmeleri dikkate alan doğrusal olmayan bir ANSYS sonlu eleman modeli ile doğrulandığını raporlamışlardır [3]. Jármai ve Farkas, kaynaklı ve haddelenmiş takviyeli hücresel plakalardan oluşan dikdörtgen ve kare kutu kolonların karşılaştırılmasını çalışmışlardır. Dikdörtgen kesitin kare kesite göre daha ekonomik olduğunu ifade etmişlerdir. Ele almış oldukları kolonların, bir bası kuvveti ve bir yatay kuvvetin neden olduğu eğilme momenti tarafından yüklendiği belirtilmektedir. Bu çalışmada, gerilme ve yatay deformasyon kısıtlamaları formüle edilerek maliyet amaç fonksiyonunun minimize edildiği raporlamıştır [4]. Tamboli vd., Parçacık Sürü Optimizasyonu (PSO) kullanılarak sütunlu delme makinesi için çelik kutu kolonun optimizasyonu çalışmışlardır. Bu makalede sütun tipi bir delme makinesinin ince kaplamalı çelik kutu kolonunun optimum tasarımını ele almışlardır. Dinamik koşullar altında, deformasyondan kaynaklanan izin verilen maksimum matkap eğimi göz önünde bulundurularak yazılan davranışsal ve geometrik kısıtlama denklemleri PSO aracılığıyla çözülür. Elde edilen sonuçlar minimum kolon ağırlığı için kesit boyutlarının optimum değerleri şeklinde sunulmuştur [5]. Nuraliyev ve İynen, eğik eğilme ile birlikte burulmaya zorlanan dikdörtgen kesitlerin optimum boyutlandırılmasını incelemişlerdir. Bu çalışmada mukavemet koşullarına göre yazılan kısıtlamalar göz önünde bulundurularak kesit alanı minimize edildiğini belirtmişlerdir [6]. Nuraliyev, çalışmasında, farklı yüklemeye sonucu yalnızca eğik eğilmeye ve çekme (veya basma) ile birlikte eğik eğilmeye zorlanan dikdörtgen kesitli prizmatik kirişlerin optimum kesit boyutlarının belirlenmesi üzerine analitik incelemeler yapmıştır. Daha sonra, minimum kesit alanı, optimizasyon kriteri olarak kabul edilmiş ve mukavemet koşulları esas alınarak Lagrange Belirsiz Çarpınlar yöntemiyle optimum kesit boyutlarının belirlenmesi için analitik formüller elde etmiştir [7]. Jármai ve Petrik, eksenel basmaya zorlanan kaynaklı kutu kolonlar için mevcut standartların karşılaştırılmasını ve optimizasyonunu çalışmışlardır. Bu çalışmada; kutu kesit boyutları, kolonun genel ve yerel burkulması üzerindeki kısıtlamalar kullanılarak minimum kütleye göre optimize edilmişlerdir [8]. Thevega vd., güçlendirilmiş çelik kutu kolonların yanal çevrimsel yükler altında mukavemetini ve sünekliğini incelemişlerdir. Bu çalışmada, ince cidarlı çelik kutu kolonların mukavemetini, sünekliğini ve enerji yutma kapasitesini arttırmak amacıyla farklı kesit konfigürasyonlarına sahip güçlendiriciler sunulmuştur. Tüm kesitler, farklı takviye düzenlemeleri için aynı kesit alanı ve yükseklikte tasarlanmıştır. Bu kolonları, sabit eksenel yük ve yanal değişken yüklemeye altında hem malzeme hem de geometrik doğrusal olmayan durumları içeren sonlu elemanlar yöntemiyle analiz etmişlerdir. Ayrıca, kırılma modlarını anlamak için kolonların yerel burkulma desenleri farklı yer değiştirme seviyelerinde incelenmiştir [9]. Aref ve Mahdi, soğuk şekillendirilmiş çelik cidarlı kesitlerin (kare, altıgen, C şeklinde) Genetik Algoritma kullanılarak optimizasyonunu çalışmışlardır. Genetik bir algoritma kullanarak farklı çelik mukavemet sınıflarındaki çatı kafesleri için farklı yüklerin (basma, eğilme, burkulma) uygulanmasıyla optimize edilmiş kesitler oluşturmayı amaçlamışlardır [10]. Nuraliyev vd., polimer bazlı dikdörtgen içi boş profillerin hem yeterli dayanım hem de yerel burkulma kriterlerine göre optimal boyutlarının belirlenmesini analitik ve ABAQUS sonlu elemanlar modelleme yoluyla incelemişlerdir. Yeterli mukavemet ve yerel burkulma koşullarını aynı anda karşılayan optimal kesit boyutlarını veren analitik ifadeler, birleşik eksenel basınç ve basit eksen eğilmesi gibi iki farklı yüklemeye konfigürasyonu için türetilmiştir. Daha sonra analitik olarak elde edilen sonuçlar, sonlu elemanlar kodunda uygulanan doğrusal elastik özdeğer burkulması ve burkulma sonrası analizlerinden elde edilen sayısal tahminlere göre doğrulandığını ifade etmişlerdir [11]. Sulpinas ve Daniūnas, Eurocode 3 standardına göre eksenel olarak basılmış yapısal ince cidarlı kolon kesitlerinin optimizasyonunda ara takviyelerin etkisini araştırmışlardır. Bu çalışmada, eksenel olarak sıkıştırılmış ince cidarlı C ve sigma şekilli profillerin birleştirilmesinden elde edilen kutu kolonların genel ve yerel burkulma modlarını kapsayan performansını hesaplamak için bir optimizasyon çözme algoritmasını kullanmışlardır [12]. Chepurnenko vd., eğik eğilme ve eksenel basmada dikdörtgen ve kutu kesitlerin optimizasyonunu çalışmışlardır. Çalışmada, eğik eğilme ve eksenel basma durumunda dikdörtgen ve kutu şeklindeki bir kesit için kesit yüksekliğinin genişliğe optimal oranının bulunması sorununa bir çözüm sunmuşlardır. Ele alınan yüklemeler için, göre optimizasyon yapılırken mukavemet kriterlerini gözönünde bulundurmuşlardır [13]. Selvaraj ve Madhavan, soğuk şekillendirilmiş çelik yapısal kapalı kesitli kolonların yapısal davranışının değerlendirilmesi (parametrelerin ve tasarım yöntemlerinin etkisi) üzerine bir çalışma yapmışlardır. Genel, yerel ve genel-yerel etkileşimli göçmeye maruz kalan kapalı kesitli çelik kolonların yapısal davranışı araştırılmaktadır. AISI kodlaması da dâhil olmak üzere çeşitli araştırmacılar tarafından önerilen altı farklı Doğrudan Güçlendirme Yöntemi (DSM) tabanlı tasarımın uygunluğu değerlendirilmiştir. Son olarak makalede, kapalı kesitli kolonların hassas tasarımı için DSM'nin nasıl gelişmesi gerektiğine dair gelecekteki talimatları sunmuşlardır [14]. Nuraliyev ve Dundar, eğik eğilme altındaki dikdörtgen içi boş profiller (RHS)'in optimum kesit boyutlarını, analitik ve ABAQUS sonlu elemanlar yöntemi ile sayısal olarak incelemişlerdir. Bu çalışmada, mukavemet koşulları gözetiminde malzeme maliyetlerini azaltmak amacıyla, uygulanan eğik eğilme momentinin neden olduğu RHS'deki maksimum etkili gerilimi en aza indirme konseptine dayalı bir analitik prosedür geliştirilmiştir [15]. Dundar ve Nuraliyev, düzgün olmayan cidar kalınlığına sahip delikli kare içi boş profillerin eksenel basınç altında yerel burkulma davranışının

değerlendirilmesi üzerine parametrik bir çalışma yapmışlardır. Düzgün olmayan cidar kalınlığına sahip içi boş kare kesitliler (SHSs)'in yerel burkulma davranışı üzerinde deliklerin etkisini incelemişlerdir. Doğrusal elastik özdeğer burkulması ve elastoplastik burkulma analizleri ABAQUS mühendislik sonlu elemanlar kodu kullanılarak uygulanmış ve analitik çözümleri doğruladığını raporlamışlardır [16]. Literatür incelenmesi sonucu, kutu şekilli kısa kolonların optimum en kesit tasarımının sadece mukavemet dayanımına göre, kutu şekilli uzun kolonların ise sadece genel burkulma koşulları gözetiminde yapıldığı görülmüştür. Mevcut çalışmalardan farklı olarak bu makalede kutu şekilli kısa kolonların en kesit tasarımı; hem mukavemet dayanımı hem de yerel burkulma koşulları gözetiminde, kutu şekilli uzun kolonların en kesit tasarımı ise hem mukavemet dayanımı hem de genel burkulma koşulları gözetiminde yapılmıştır. Bunun için mukavemet ve burkulma koşulları tek bir denklemde birleştirilerek her bir kolon için kombine dayanım şartı tanımlamıştır. Geliştirilen geometrik en kesit tasarım modeli kullanılarak kısa ve uzun kolonların en kesit parametrelerini belirlemek için yeni bir analitik prosedür önerilmiştir.

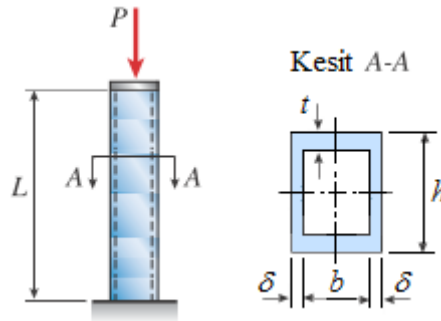
2. KISA KUTU KOLONLARIN OPTİMUM EN KESİT TASARIMI

Makine ve yapı elamanlarının esas tasarım ilkelerinden biri, onların kütlelerini azaltmakla daha hafif ve daha az maliyetli konstrüksiyonların elde edilmesidir. Buna erişmek için genelde bu elamanların en kesit alanlarının minimize edilmesi yolu izlenilmektedir. Ele alınan kutu kesitli kısa kolonun (Şekil 1) kütsel olarak optimum sayılabilmesi için genel mukavemet ve lokal burkulma dayanımlarını tek bir denklem ile ifade ederek elde edilen kombine dayanım şartı, denklem 1 gözetiminde seçilen en kesit parametreleri, minimum kesit alanı denklem 2'yi sağlamış olması gerekmektedir.

$$\left. \begin{array}{l} \sigma_{\max} \leq \sigma_{\text{allow}} \\ \frac{\sigma_{\text{cr1}}}{S} \geq \sigma_{\max} \end{array} \right\} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \sigma_{\max} \leq \frac{\sigma_{\text{cr1}}}{S} \leq \sigma_{\text{allow}} \\ \sigma_{\max} \leq \sigma_{\text{allow}} \leq \frac{\sigma_{\text{cr1}}}{S} \end{array} \right. \quad (1)$$

$$A(h, b, \delta, t) = A_{\min} \quad (2)$$

Burada σ_{\max} , kutu kesitte oluşan maksimum basma gerilmesi, σ_{cr1} , kritik lokal burkulma gerilmesi, S , emniyet katsayısı, σ_{allow} , emniyet gerilmesi, A_{\min} , kutu kesitin minimum alanı, h, b, δ ve t , sırasıyla kutu kesitin yüksekliği, genişliği, web ve flanş kalınlıklarıdır.



Şekil 1. Kutu şekilli kısa kolon

Kombine dayanım şartı denklem 1'den görüldüğü üzere, mukavemet dayanım şartını ($\sigma_{\max} \leq \sigma_{\text{allow}} = \frac{\sigma_{\text{yield}}}{S}$) sağlayan gerçek bir kısa kutu kolon tasarımı, aynı zamanda bu kolonu oluşturan web ve flanş için lokal (yerel) burkulma şartını da ($\frac{\sigma_{\text{cr1}}}{S} \geq \sigma_{\max}$) sağlamak zorundadır. Bu şartlar tek bir denklem ile yazılarak birleştirildiğinde iki farklı durum ortaya çıkmaktadır. Durumların birinde $\frac{\sigma_{\text{cr1}}}{S} \leq \sigma_{\text{allow}}$ ($\sigma_{\text{cr1}} \leq \sigma_{\text{yield}}$) olurken, diğerinde de $\frac{\sigma_{\text{cr1}}}{S} \geq \sigma_{\text{allow}}$ ($\sigma_{\text{cr1}} \geq \sigma_{\text{yield}}$) olmaktadır. Denklem 1'den görüldüğü üzere kombine dayanım şartı ile tasarlanan sağlam bir kısa kutu kolonda σ_{cr1} lokal burkulma gerilmesi, malzemenin σ_{yield} basma akma sınırından küçük olabilir. Bununla birlikte, σ_{cr1} gerilmesinin, malzemenin σ_{yield} basma akma sınırından çok küçük olması hiç de arzu edilemez. Çünkü bu zaman $\sigma_{\text{cr1}} < \sigma_{\max}$ durumu ortaya çıkabilir ve mukavemet dayanımına göre taşıma kapasitesine ulaşmadan malzemenin lokal stabilizesi erken bozulur ki, bu da ekonomik açıdan uygun sayılamaz. Buna göre, bu çalışmada kutu kolonun en kesit parametrelerini optimize etmek suretiyle, σ_{cr1} gerilmesinin yükseltilmesine ve aynı zamanda lokal stabilitenin de sağlanmasına çalışılmıştır. Bu nedenle (1) kombine dayanım şartı, kısa kutu kolonlarda sınır durumu için denklem 3 şeklinde ele alınmıştır.

$$\sigma_{\max} = \frac{\sigma_{\text{cr1}}}{S} = \sigma_{\text{allow}} \quad (3)$$

Eksenel merkezi P yüküyle basılan bir kutu kolonda ortaya çıkan maksimum normal gerilme denklem 4'de verilmiştir.

$$\sigma_{\max} = \frac{P}{A} = \frac{P}{2(\delta h + tb)} \quad (4)$$

Kutu kesit elemanları olan web ve flanş lokal burkulmaya zorlayan normal gerilmenin kritik değerleri (5) ve (6) denklemleri ile hesaplanabilmektedir.

$$\sigma_{\text{crw}} = k_w \frac{\pi^2 E}{12(1-\nu^2)} \left(\frac{\delta}{h}\right)^2 = k_w c S \left(\frac{\delta}{h}\right)^2 \quad (5)$$

$$\sigma_{\text{crf}} = k_f \frac{\pi^2 E}{12(1-\nu^2)} \left(\frac{t}{b}\right)^2 = k_f c S \left(\frac{t}{b}\right)^2 \quad (6)$$

Burada k_w , k_f - sırasıyla web ve flanş için burkulma katsayıları, ν - poisson oranıdır. c - bir sabit olup aşağıdaki ifadeyi temsil etmektedir.

$$c = \frac{\pi^2 E}{12(1-\nu^2)S} \quad (7)$$

(4), (5) ve (6) denklemleri sınır durumu için (3) kombine dayanım şartında yazılarak A , t ve δ 'nın minimum emniyetli değerleri (8), (9) ve (10) şeklinde yazılmıştır.

$$A_{\min} = \frac{P}{\sigma_{\text{allow}}} \quad (8)$$

$$t_{\min} = b \left(\frac{\sigma_{\text{allow}}}{ck_f}\right)^{1/2} \quad (9)$$

$$\delta_{\min} = h \left(\frac{\sigma_{\text{allow}}}{ck_w}\right)^{1/2} \quad (10)$$

(9) ve (10) denklemlerini taraf tarafa bölüp sınır durumu için $\frac{k_w}{k_f}$ lokal burkulma katsayıları oranı ile $\frac{h}{b}$ ve $\frac{t}{\delta}$ boyutsuz kutu kesit parametreleri arasındaki bağıntı, (11) şeklinde yazılmıştır.

$$\left(\frac{h}{b}\right)^2 \left(\frac{t}{\delta}\right)^2 - \frac{k_w}{k_f} = 0 \quad (11)$$

Lokal burkulma katsayıları için Kroll tarafından sunulan diyagramlar incelendiğinde, gerçek bir $\frac{k_w}{k_f}$ lokal burkulma katsayıları oranına karşılık gelen ve (11) eşitliğini sağlayan, birçok $\left(\frac{h}{b}, \frac{t}{\delta}\right)$ kombinasyonlarının olduğunu görebiliriz [17]. Fakat bu kombinasyonlardan, yalnızca kutu kesit alanı için (2) kriterini ($A = A_{\min}$) sağlayan $\frac{h}{b}$ ve $\frac{t}{\delta}$ değerleri, en uygun/optimum boyutsuz kutu kesit parametreleri olacaktır. (11) bağıntısını kullanarak kutu kesit alanı, (12) ve (13) amaç fonksiyonları aşağıdaki şekillerde yazılmıştır.

$$A = 2(\delta h + tb) = 2\delta b \left[\frac{h}{b} + \frac{b}{h} \left(\frac{k_w}{k_f}\right)^{1/2} \right] \rightarrow \min \quad (12)$$

$$A = 2(\delta h + tb) = 2ht \left[\frac{\delta}{t} + \frac{t}{\delta} \left(\frac{k_f}{k_w}\right)^{1/2} \right] \rightarrow \min \quad (13)$$

Minimum kesit alanını sağlayan $\left(\frac{h}{b}\right)$ ve $\left(\frac{t}{\delta}\right)$ boyutsuz kesit parametreleri, aşağıdaki $\frac{\partial A}{\partial(h/b)} = 0$ ve $\frac{\partial A}{\partial(\delta/t)} = 0$ denklemlerinden belirlenebilirler.

$$\frac{\partial A}{\partial(h/b)} = 0 \Rightarrow 2\delta b \left[1 - \frac{b^2}{h^2} \left(\frac{k_w}{k_f}\right)^{1/2} \right] = 0 \quad (14)$$

$$\frac{\partial A}{\partial(\delta/t)} = 0 \Rightarrow 2ht \left[1 - \frac{t^2}{\delta^2} \left(\frac{k_f}{k_w}\right)^{1/2} \right] = 0 \quad (15)$$

(14) ve (15) denklemleri çözülerek boyutsuz kesit parametreleri için (16) eşitlikleri bulunmuştur.

$$\frac{h}{b} = \left(\frac{k_w}{k_f}\right)^{1/4}, \quad \frac{t}{\delta} = \left(\frac{k_w}{k_f}\right)^{1/4} \quad (16)$$

En uygun/optimum kutu kesitini belirlemek için $A(h, b, \delta, t) = A_{\min}$ optimizasyon kriteri, (8) ve (16) denklemleri dikkate alınmakla birlikte (17) şeklinde yazılmıştır

$$A(h, b, \delta, t) = A_{\min} \Rightarrow 4\delta h = \frac{P}{\sigma_{\text{allow}}} \quad (17)$$

Son eşitlikten en uygun/optimum kutu kesitin yüksekliği, (10) denklemi dikkate alınarak aşağıdaki şekilde elde edilmiştir.

$$h = \frac{1}{2} \left(\frac{P^2 c k_w}{\sigma_{\text{allow}}^3} \right)^{1/4} \quad (18)$$

(18) denklemi, (16)'da yerine yazılarak optimum kutu kesitin en uygun genişliği için (19) denklemi bulunmuştur.

$$b = \frac{1}{2} \left(\frac{P^2 c k_f}{\sigma_{\text{allow}}^3} \right)^{1/4} \quad (19)$$

En uygun/optimum kutu kesit parametrelerini (h, b, δ, t) belirlemek için (9), (10), (18) ve (19) denklemlerinin içerdiği k_w ve k_f burkulma katsayılarının bilinmesi gerekir. Fakat bu katsayıların kendilerinin de bilinmeyen h, b, δ, t kesit parametrelerine bağlı olmasıyla daha karmaşık hale gelen söz konusu optimum tasarımın gerçekleştirilebilmesi için bir sıra matematik ve geometrik işlemler yapılmıştır. (16) eşitliklerinden görüldüğü üzere, eksenel merkezi basınca zorlanan en uygun/optimum kutu kesitin parametreleri arasında (20) şeklinde bir bağıntı vardır.

$$\frac{h}{b} = \frac{t}{\delta} \Rightarrow \frac{\delta}{b} = \frac{t}{h} = m \quad (20)$$

Burada m , en uygun/optimum kutu kesiti karakterize eden boyut faktörü olup $m > \frac{1}{2}$ değerlerini alabilir. $t = mh$ ile (9) denkleminin ve $\delta = mb$ ile de (10) denkleminin eşitlenmesinden $\frac{h}{b}$ boyutsuz kutu kesit parametresi, m faktörüne bağlı olarak iki eşdeğer denklem ile yazılmıştır.

$$\frac{h}{b} = \frac{1}{m} \left(\frac{\sigma_{\text{allow}}}{c k_f} \right)^{1/2} = m \left(\frac{c k_w}{\sigma_{\text{allow}}} \right)^{1/2} \quad (21)$$

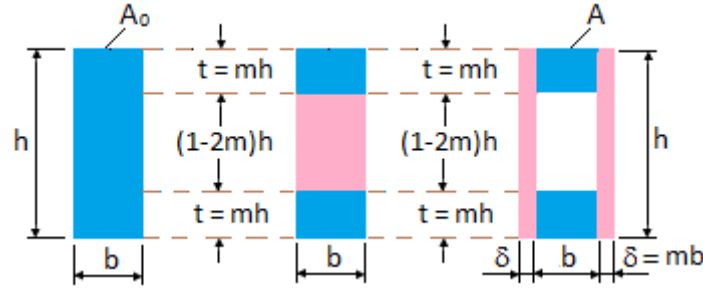
Son (21) eşitliğinden $\frac{\sigma_{\text{cr1}}}{S} = \sigma_{\text{allow}}$ veya $\sigma_{\text{cr1}} = \sigma_{\text{yield}}$ sınır durumu için optimum kutu kesitin lokal stabilitesini karşılayan burkulma katsayılarının çarpımı, aşağıdaki şekilde elde edilmiştir.

$$k_w k_f = \left(\frac{1}{m}\right)^4 \left(\frac{\sigma_{\text{allow}}}{c}\right)^2 \quad (22)$$

m boyut faktörüne sahip olan en uygun/optimum kutu kesitin bir özelliği, onu oluşturan web ve flanşların alanlarının bir birine eşit olması ($\delta h = tb$) ise, diğer bir önemli özelliği onun en kesit alanının (A), $h \times b$ boyutlarında dolu bir dikdörtgenin alanının (A_0), $4m$ katına eşit olmasıdır. Bunu (23) denkleminde kolayca görebiliriz.

$$A = 2bh \left(\frac{\delta}{b} + \frac{t}{h} \right) = 4mbh = 4mA_0 \quad (23)$$

(23) eşitliğinin geometrik anlamı, Şekil 2'de sunulan "Geometrik En Kesit Tasarım Modeli" üzerinden izah edilebilir. Bu tasarım modeline göre, m boyut faktörüne sahip en uygun/optimum kutu kesit, $h \times b$ boyutlarında dolu bir dikdörtgen kesitin orta kısmının $(1 - 2m)h$ yükseklikte simetrik çıkarılarak, dikdörtgenin kendi yanlarına eklenmesi yoluyla elde edilen kutu kesittir.



Şekil 2. Kutu için geometrik en kesit tasarım modeli

Eklenen alanın (A_{ek}), çıkarılan alana ($A_{çık}$) oranı geometrik en kesit tasarım modeli üzerinden aşağıdaki gibi yazılmıştır.

$$\frac{A_{ek}}{A_{çık}} = \frac{2mbh}{(1-2m)bh} = \frac{2m}{(1-2m)} \quad (24)$$

Dolu dikdörtgen ile mukayesede kutu en kesit alanından elde edilen tasarruf, denklem 25 ile belirlenebilmektedir.

$$\frac{A_0 - A}{A_0} = \frac{A_{çık} - A_{ek}}{A_0} = 1 - 4m \quad (25)$$

Örneğin, (24) ile $m = 1/4$ boyut faktörü için $\frac{A_{ek}}{A_{çık}} = 1$, $m = 1/8$ boyut faktörü için ise $\frac{A_{ek}}{A_{çık}} = 1/3$ bulunur. Bunlar o anlama gelir ki, $m = 1/4$ boyut faktörüne sahip en uygun kutu kesit elde etmek için dolu dikdörtgenden çıkarılan alanın tamamı, dikdörtgenin yanlarına eklenmelidir. Eğer $m = 1/8$ boyut faktörüne sahip en uygun kutu kesit elde etmek istenir ise o halde, çıkarılan alanın yalnız 1/3 kısmı, dikdörtgenin yanlarına eklenmelidir. m boyut faktörünün bazı değerleri için (23), (24) ve (25) denklemleri ile yapılan hesaplamaların sonuçları, Tablo 1'de verilmiştir.

Tablo 1. Geometrik tasarım modeli ile oluşturulan en uygun bazı kutu kesit alanları

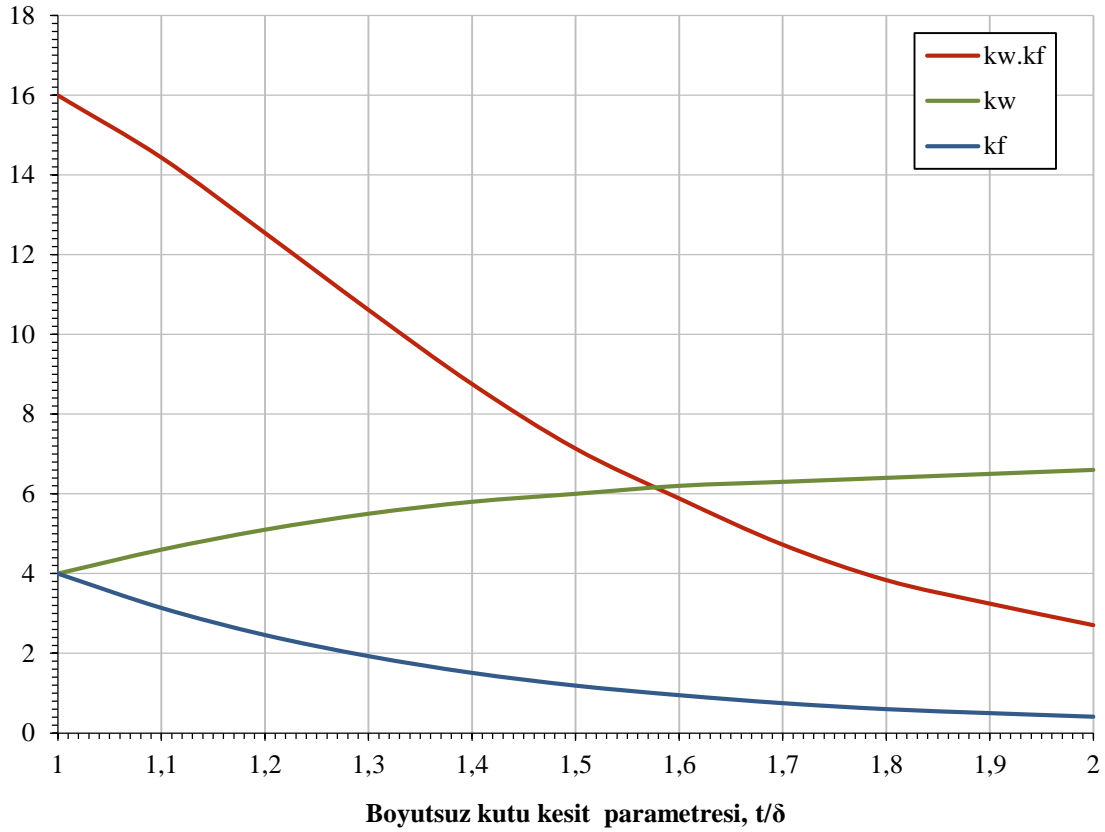
Boyut Faktörü, m	Çıkarılan Alan, $A_{çık}$	Eklenen Alan, A_{ek}	$A_{ek}/A_{çık}$ Oranı	En Uygun Kutu Kesit Alanı, A	Elde Edilen Tasarruf, $\frac{A_0 - A}{A_0}$
1/3	$1/3 A_0$	$2/3 A_0$	2	$4/3 A_0$	-
1/4	$1/2 A_0$	$1/2 A_0$	1	$1/1 A_0$	0
1/5	$3/5 A_0$	$2/5 A_0$	$2/3$	$4/5 A_0$	$1/5 A_0$
1/6	$2/3 A_0$	$1/3 A_0$	$1/2$	$2/3 A_0$	$1/3 A_0$
1/7	$5/7 A_0$	$2/7 A_0$	$2/5$	$4/7 A_0$	$3/7 A_0$
1/8	$3/4 A_0$	$1/4 A_0$	$1/3$	$1/2 A_0$	$1/2 A_0$
1/10	$4/5 A_0$	$1/5 A_0$	$1/4$	$2/5 A_0$	$3/5 A_0$

Tablo 1'den görüldüğü üzere, m boyut faktörüne bağlı olarak, farklı A alanına sahip çoklu sayıda kutu kesit elde edilebilir. Fakat $\frac{1}{4} < m < \frac{1}{2}$ aralığına giren m değerleri için elde edilen kutu kesitlerin hiçbiri en uygun kutu kesitler sayılamaz. Çünkü bu aralıkta $A > A_0$ olduğundan ortaya çıkan zarardan dolayı ekonomik açıdan arzu olunan bir durum değildir. Şöyle ki, Geometrik Tasarım Modeline göre en uygun/optimum kutu kesitin alanı (A) en fazla, dolu dikdörtgen kesitin alanına (A_0) eşit olabilir. Bu durum ($A = A_0$), m boyut faktörü $1/4$ alındığında ortaya çıkar. Eğer $m = 1/5$ alınırsa, kutu kesitin alanı, dolu dikdörtgen kesitin alanının %80 ini, $m = 1/8$ alınırsa ise %50'sini teşkil eder. Bununla birlikte $1 \leq t/\delta \leq 2$ aralığına giren bir tasarım durumu için m boyut faktörü, (22) stabilite denkleminden, $2.71 \leq k_w k_f \leq 16$ aralığını sağlayacak şekilde seçilmelidir (Bakınız Tablo 2 veya Şekil 3).

Eksenel basınca maruz en uygun/optimum kutu kesit için k_w lokal burkulma katsayısı, bazı $t/\delta = h/b \geq 1$ değerleri için, Kroll tarafından sunulan diyagramlar üzerinden okunmuş, k_f ise (11) denklemiyle hesaplanarak Tablo 2'de ve grafiksel olarak da Şekil 3'de verilmiştir.

Tablo 2. En uygun kutu kesit için lokal burkulma katsayıları ve $k_w \cdot k_f$ çarpımı

Kutu kesit cidar kalınlıkları oranı	Kroll Diyagramları üzerinden okunan, k_w değerleri	(11) formülü ile hesaplanan, k_f değerleri	Burkulma katsayılarının çarpımı
t/δ	k_w	k_f	$k_w k_f$
1.00	4.00	4.00	16.00
1.10	4.60	3.14	14.44
1.20	5.10	2.46	12.55
1.30	5.50	1.93	10.62
1.40	5.80	1.51	8.76
1.50	6.00	1.19	7.14
1.60	6.20	0.95	5.89
1.70	6.30	0.75	4.73
1.80	6.40	0.60	3.84
1.90	6.50	0.50	3.25
2.00	6.60	0.41	2.71

**Şekil 3.** En uygun kutu kesit için $k_w = f\left(\frac{t}{\delta}\right)$, $k_f = f\left(\frac{t}{\delta}\right)$ ve $k_w k_f = f\left(\frac{t}{\delta}\right)$ diyagramları

3. UZUN KUTU KOLONLARIN OPTİMUM EN KESİT TASARIMI

Uzun kolonların optimum tasarımı için, özünde hem genel mukavemeti ve hem de global (genel) burkulma koşullarını ihtiva eden kombine dayanım şartı aşağıdaki şekilde ele alınmıştır.

$$\sigma_{\max} = \frac{\sigma_{\text{crg}}}{S} \leq \sigma_{\text{allow}} \quad (26)$$

Burada σ_{crg} , uzun kolonlarda kritik global burkulma gerilmesidir. S, emniyet katsayısı için statik yüklemde 3...6, değişken veya dinamik yüklemde ise 8...10 değerleri alınmaktadır.

(26) kombine dayanım şartında yer alan $\frac{\sigma_{crg}}{S} = \sigma_{allow}$ veya $\sigma_{crg} = S\sigma_{allow} = \sigma_{yield}/2$ eşitliği, yalnızca kolon narinlik oranının λ_0 limit değerinin belirlenmesinde geçerli olup, uzun veya Euler Kolonlar için $\lambda > \lambda_0$ şartının sağlanması söz konusudur. Kısa kutu kolonlar için oluşturulan en kesit tasarım modeli, uzun kolonların optimum tasarımında da geçerlidir. Aralarındaki fark, uzun kolonlarda $\frac{\delta}{b}$ ve $\frac{t}{h}$ boyut faktörlerinin her zaman birbirine eşit olmamasıdır. Uzun kolonların optimum tasarımında izlenen yol; önerilen tasarım modeline göre, en kesit alanı, aynı boyutlara sahip (h, b) dolu bir dikdörtgenin alanının belli bir yüzdesine eşit olan, öyle bir kutu kesitin aranmasından ibarettir ki, bu kutu kesitte ortaya çıkan global burkulma gerilmesi, kendisinin en büyük değerine ulaşmış olsun ve aynı zamanda (26) kombine dayanım şartı da sağlanmış olsun. Söylenilenlere uygun olarak, en iyi optimum tasarım için gerekli amaç fonksiyonu, (27) denklemi ile yazılmıştır.

$$\sigma_{crg} = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2} = \frac{\pi^2 E}{(L_e/r)^2} = \frac{\pi^2 EI}{AL_e^2} \Rightarrow \text{Max} \quad (27)$$

Burada $\lambda = L_e/r$, narinlik oranı, $L_e = kL$, kolonun etkili veya serbest burkulma boyu, k, etkili boy faktörü, L, kolonun uzunluğu, $r = \sqrt{I/A}$, eğilme düzlemindeki kutu kesitin atalet yarıçapı, I, eğilme düzlemindeki kutu kesitin atalet momentidir.

En kesit tasarım modeli üzerinden, dolu dikdörtgen kesitle mukayesede tasarım gereksinimi istenen, kolon en kesit alanındaki azalma oranı veya tasarruf, (28) şeklinde yazılmıştır.

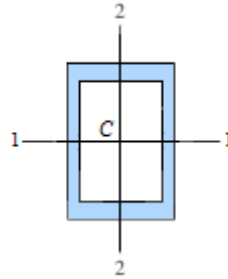
$$\frac{A_0 - A}{A_0} = \frac{A_{cık} - A_{ek}}{A_0} = \frac{A_0 \left[\left(1 - 2\frac{t}{h}\right) - 2\frac{\delta}{b} \right]}{A_0} = 1 - 2 \left(\frac{\delta}{b} + \frac{t}{h} \right) \Rightarrow \alpha = 2 \left(\frac{\delta}{b} + \frac{t}{h} \right) \quad (28)$$

Burada $\alpha = \frac{A}{A_0}$, kutu kesit alanının, dolu dikdörtgen kesit alanının ne kadarını kapsadığını gösteren katsayı olup teorik olarak en fazla $\alpha = 1$ değerini alabilir.

(27) amaç fonksiyonunu, (26) ve (28) şartlarını sağlayan en uygun/optimum kutu kesit aynı zamanda mesnetlenme şekillerine bağlı olarak kolonların 1-1 ve 2-2 simetri eksenlerinden geçen eğilme düzlemlerinde burkulması ihtimali göz önünde bulundurularak, her iki burkulma modu için global kritik gerilmelerin eşitliğini de sağlamak zorundadırlar (Şekil 4).

$$\sigma_{crg1} = \sigma_{crg2} \Rightarrow \lambda_1 = \lambda_2 \Rightarrow \frac{L_{e1}}{r_1} = \frac{L_{e2}}{r_2} \Rightarrow I_1 = \left(\frac{L_{e1}}{L_{e2}} \right)^2 I_2 \quad (29)$$

Burada $L_{e1} = k_1 L$ ve $L_{e2} = k_2 L$, sırasıyla 1 ve 2 burkulma modunda kolonun serbest burkulma boyları, k_1 ve k_2 , sırasıyla 1 ve 2 burkulma modunda etkili boy faktörleri, r_1 ve r_2 , sırasıyla 1 ve 2 burkulma modunda atalet yarıçapları, I_1 ve I_2 , sırasıyla 1 ve 2 burkulma modunda kesit atalet momentleridir.



Şekil 4. 1-1 ve 2-2 merkezi simetrik eksenlere sahip kutu kolon kesiti

(29) eşitliğini sağlayan en uygun kutu en kesit parametreleri arasındaki bağıntı, (31) denklemi şeklinde belirlenmiştir.

$$I_1 = \left(\frac{L_{e1}}{L_{e2}} \right)^2 I_2 \Rightarrow \frac{bh^3}{12} \left[1 + \frac{2\delta}{b} - \left(1 - \frac{2t}{h} \right)^3 \right] = \left(\frac{L_{e1}}{L_{e2}} \right)^2 \frac{hb^3}{12} \left[\left(1 + \frac{2\delta}{b} \right)^3 + \frac{2t}{h} - 1 \right] \quad (30)$$

$$\frac{h}{b} = \frac{L_{e1}}{L_{e2}} \left[\frac{(1+2\delta/b)^3 + 2t/h - 1}{1+2\delta/b - (1-2t/h)^3} \right]^{1/2} \quad (31)$$

En uygun/optimum kutu en kesit parametreleri aynı zamanda (26) kombine dayanım şartında yer alan $\sigma_{max} = \frac{\sigma_{crg}}{S}$ eşitliğini sağlamak zorundadırlar. Bu eşitlik; burkulma modu 2 için (32) şeklinde yazılmıştır

$$\sigma_{crg2} = S\sigma_{max} \Rightarrow \frac{\pi^2 EI_2}{AL_{e2}^2} = \frac{SP}{A} \Rightarrow I_2 = \frac{SPL_{e2}^2}{\pi^2 E} \Rightarrow$$

$$\frac{hb^3}{12} \left[\left(1 + \frac{2\delta}{b}\right)^3 + \frac{2t}{h} - 1 \right] = \frac{SPL_{e2}^2}{\pi^2 E} \quad (32)$$

(31) ve (32) denklemlerini birlikte çözerek en uygun kutu en kesit genişliği için aşağıdaki analitik ifade elde edilmiştir.

$$b = \left\{ \frac{12SPL_{e2}^3 [1 + 2\delta/b - (1 - 2t/h)^3]^{1/2}}{\pi^2 EL_{e1} [(1 + 2\delta/b)^3 + 2t/h - 1]^{3/2}} \right\}^{1/4} \quad (33)$$

Kutu en kesit parametreleri arasında elde edilen (31) ve (33) bağıntıları, dört değişkenli optimum dizayn problemini, δ/b ve t/h boyut faktörleri ile ilgili iki değişkenli bir probleme düşürmeye imkan sağlamaktadır. Optimum dizayn probleminin çözümü için Lagrange Bilinmeyen Çarpanlar yöntemi kullanılmıştır. (27) ve (28) denklemleri ile Lagrangenin dönüştürülmüş amaç fonksiyonu, (34) yazılmıştır.

$$\Phi = \left\{ \frac{E\pi^2 h^2 [1 + 2\delta/b - (1 - 2t/h)^3]}{24L_{e1}^2 (\delta/b + t/h)} + \lambda \left[\frac{A_0 - A}{A_0} + 2 \left(\frac{\delta}{b} + \frac{t}{h} \right) - 1 \right] \right\} \Rightarrow \text{Max} \quad (34)$$

(34) fonksiyonunun ekstrem değerini sağlayan δ/b ve t/h boyutsuz kesit parametrelerinin optimum değerleri, $\frac{\partial \Phi}{\partial (\delta/b)} = 0$ ve $\frac{\partial \Phi}{\partial (t/h)} = 0$ denklemleri çözülerek belirlenebilirler.

$$\begin{cases} \frac{\partial \Phi}{\partial (t/h)} = \frac{E\pi^2 h^2 [6(1 - 2t/h)^2 (\delta/b + t/h) - 1 - 2\delta/b + (1 - 2t/h)^3]}{24L_{e1}^2 (\delta/b + t/h)^2} + 2\lambda = 0 \\ \frac{\partial \Phi}{\partial (\delta/b)} = \frac{E\pi^2 h^2 [2(\delta/b + t/h) - 1 - 2\delta/b + (1 - 2t/h)^3]}{24L_{e1}^2 (\delta/b + t/h)^2} + 2\lambda = 0 \\ \frac{\partial \Phi}{\partial \lambda} = \frac{A_0 - A}{A_0} + 2 \left(\frac{\delta}{b} + \frac{t}{h} \right) - 1 = 0 \end{cases} \quad (35)$$

(35) sisteminin 1. ve 2. denklemleri birlikte çözülerek t/h optimum boyut faktörü için 0.2 ve 0.8 değerleri elde edilmiştir.

$$6(t/h)^2 - 6(t/h) + 1 = 0 \Rightarrow t/h \approx 0.20 \text{ ve } t/h \approx 0.80 \quad (36)$$

t/h boyut faktörü için bulunan 0.80 değeri, gerçek bir değer olmadığı için, yalnızca $t/h = 0.20$ boyut faktörüne sahip olan kutu kesitin, en uygun/optimum kutu kesit olduğu görülmüştür. Söz konusu kutu kesit için optimum δ/b oranı (35) denklem sisteminin 3. denkleminde belirlenebilir.

$$\frac{\delta}{b} = \frac{1}{2}\alpha - \frac{t}{h} = \frac{1}{2}\alpha - 0.20 \quad (37)$$

Son eşitlikten görüldüğü üzere en uygun/optimum kutu kesitin alanı, dolu dikdörtgen kesitin alanının %40'ından daha az olamaz ($0.4 < \alpha \leq 1.0$). Yani dolu kesit ile mukayesede en fazla %60'ın altında bir tasarruf elde edilebilir. Söz konusu tasarrufu sağlayan en uygun/optimum kutu kesitin diğer boyutsuz faktörü olan $\frac{\delta}{b}$ 'nin aldığı değerler, (0, 0.3] aralığından ibarettir.

4. ÖRNEK UYGULAMALAR

4.1 Kısa kutu kolon için optimum en kesit tasarım örneği

Şekil 1'de verilen farklı duvar kalınlıklarına sahip kutu şekilli kısa kolonun optimum en kesit tasarımı istenmektedir. Verilenler: Kutu kolon malzemesi PLA (poliaktik asit plastik malzeme), elastik modülü $E = 1444$ MPa, akma dayanımı $\sigma_{yield} = 77$ MPa, poisson oranı $\nu = 0.4$, emniyet katsayısı $S = 1.5$, emniyet gerilmesi $\sigma_{allow} = 77/1.5 = 51.33$ MPa, eksenel basınç kuvveti $P = 50$ kN, boyut faktörü $m = \frac{1}{6}$.

$$c = \frac{\pi^2 E}{12(1-\nu^2)S} = \frac{\pi^2 1444}{12(1-0.4^2)1.5} = 942.57 \text{ N/mm}^2$$

$$m = \frac{1}{6} \text{ için } k_w k_f = \left(\frac{1}{m}\right)^4 \left(\frac{\sigma_{\text{allow}}}{c}\right)^2 = \left(\frac{1}{1/6}\right)^4 \left(\frac{51.33}{942.57}\right)^2 = 3.84$$

Tablo 2'den veya Şekil 3'de verilen diyagramlardan $k_w = 6.4$, $k_f = 0.6$ olarak okunur.

$$h = \frac{1}{2} \left(\frac{P^2 c k_w}{\sigma_{\text{allow}}^3}\right)^{1/4} = \frac{1}{2} \left(\frac{50000^2 \cdot 942.57 \cdot 6.4}{51.33^3}\right)^{1/4} = 51.38 \text{ mm}$$

$$b = \frac{1}{2} \left(\frac{P^2 c k_f}{\sigma_{\text{allow}}^3}\right)^{1/4} = \frac{1}{2} \left(\frac{50000^2 \cdot 942.57 \cdot 0.6}{51.33^3}\right)^{1/4} = 28.43 \text{ mm}$$

$$t = b \left(\frac{\sigma_{\text{allow}}}{c k_f}\right)^{1/2} = 28.43 \left(\frac{51.33}{942.57 \cdot 0.6}\right)^{1/2} = 8.57 \text{ mm}$$

$$\delta = h \left(\frac{\sigma_{\text{allow}}}{c k_w}\right)^{1/2} = 51.38 \left(\frac{51.33}{942.57 \cdot 6.4}\right)^{1/2} = 4.74 \text{ mm}$$

$$A = 2(\delta h + tb) = 2(4.74 \cdot 51.38 + 8.57 \cdot 28.43) = 974 \text{ mm}^2$$

$$A_0 = bh = 28.43 \cdot 51.38 = 1461 \text{ mm}^2$$

$$\frac{A_0 - A}{A_0} \cdot \%100 = \frac{1461 - 974}{1461} \cdot \%100 = \%33.3$$

Optimum parametrelere sahip, kutu kesitte oluşan maksimum basma gerilmesi ve kritik lokal burkulma gerilme değerleri:

$$\sigma_{\text{max}} = P/A = \frac{50000}{974} = 51.33 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{\text{crw}} = k_w c_s \left(\frac{\delta}{h}\right)^2 = 6.4 \cdot 942.57 \cdot 1.5 \cdot \left(\frac{4.74}{51.38}\right)^2 = 77 \text{ MPa}$$

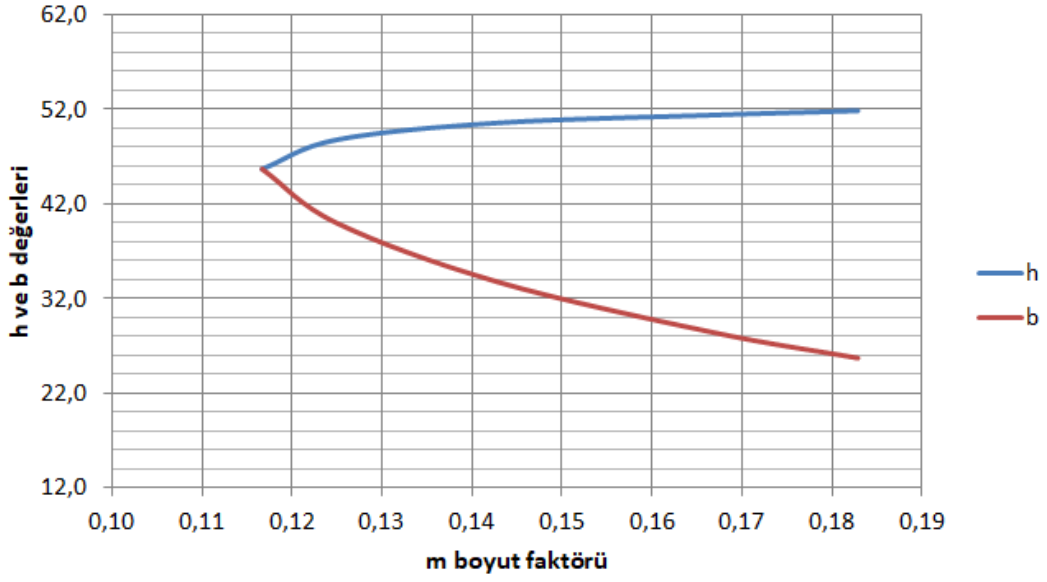
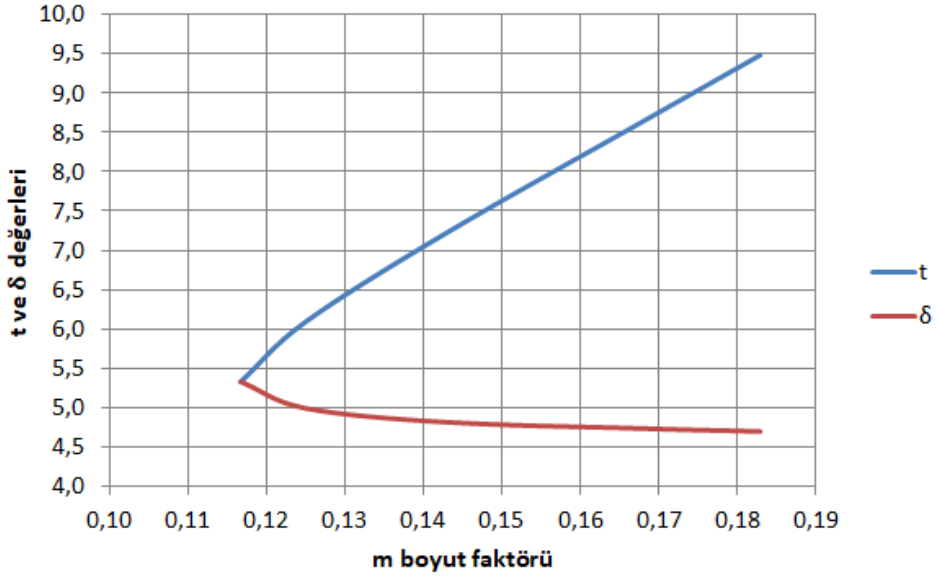
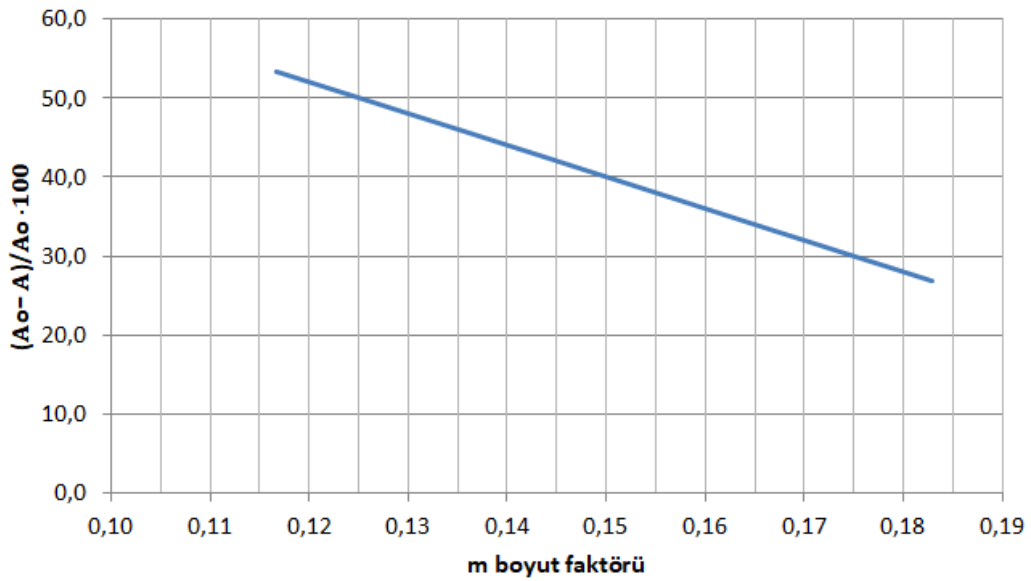
$$\sigma_{\text{crf}} = k_f c_s \left(\frac{t}{b}\right)^2 = 0.6 \cdot 942.57 \cdot 1.5 \cdot \left(\frac{8.57}{28.43}\right)^2 = 77 \text{ MPa}$$

Görüldüğü üzere, kısa kutu kolon tasarımı için kabul edilmiş olan, sınır mukavemet dayanımını ve lokal stabiliteni kendinde ihtiva eden (3) kombine dayanım şartı, $\sigma_{\text{max}} = \frac{\sigma_{\text{cr1}}}{S} = \sigma_{\text{allow}} = 51.33 \text{ MPa}$ sağlanmış bulunmaktadır. Dolu dikdörtgen kesit ile mukayesede $\frac{A_0 - A}{A_0} \cdot \%100 = \frac{1461 - 974}{1461} \cdot \%100 = \%33.3$ tasarruf elde edilmiştir.

m boyut faktörünün diğer değerleri için yapılan hesap sonuçları, Tablo 3'te ve diyagram olarak da Şekil 5-7'de verilmiştir.

Tablo 3. Kısa kutu kolona ait m boyut faktörünün farklı değerleri için yapılan hesap sonuçları

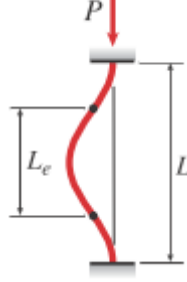
Sıra no	$m=t/h=\delta/b$	$k_w \cdot k_f$	k_w	k_f	h	b	t	δ	σ_{max}	σ_{crw}	σ_{crf}	$\frac{A_0 - A}{A_0} \cdot 100$
1	0,1829	2,65	6,63	0,40	51,836	25,690	9,479	4,698	51,33	77	77	26,9
2	0,1667	3,84	6,40	0,60	51,381	28,431	8,565	4,740	51,33	77	77	33,3
3	0,1429	7,12	6,00	1,19	50,558	33,740	7,218	4,817	51,33	77	77	42,9
4	0,1250	12,15	5,20	2,34	48,782	39,954	6,095	4,992	51,33	77	77	50,0
5	0,1167	16,00	4,00	4,00	45,685	45,685	5,331	5,331	51,33	77	77	53,3

Şekil 5. $h=f(m)$ ve $b=f(m)$ diyagramlarıŞekil 6. $t=f(m)$ ve $\delta=f(m)$ diyagramları

Şekil 7. m boyut faktörüne bağlı elde edilen tasarruf

4.2 Uzun kutu kolon için optimum en kesit tasarım örneği

Şekil 5'de görülen her iki ucu ankastre kutu kolonun en uygun-optimum en kesit tasarımı istenmektedir. Verilenler: Plastik malzeme PLA, $E = 1444 \text{ MPa}$, $\sigma_{\text{yield}} = 77 \text{ MPa}$, $S = 3$, $\sigma_{\text{allow}} = \frac{\sigma_{\text{yield}}/2}{S} = \frac{77/2}{3} = 12.83 \text{ MPa}$, $P = 4.50 \text{ kN}$, $L_{e1} = L_{e2} = 0.5 \cdot 500 = 250 \text{ mm}$, $\alpha = 0.90$



Şekil 8. Her iki ucu ankastre kutu kolon

$$\frac{t}{h} = 0.2, \quad \frac{\delta}{b} = \frac{1}{2}\alpha - \frac{t}{h} = \frac{0.90}{2} - 0.20 = 0.25$$

$$\frac{h}{b} = \frac{L_{e1}}{L_{e2}} \left[\frac{(1+2\delta/b)^3 + 2t/h - 1}{1+2\delta/b - (1-2t/h)^3} \right]^{1/2} = \frac{250}{250} \left[\frac{(1+2 \cdot 0.25)^3 + 2 \cdot 0.2 - 1}{1+2 \cdot 0.25 - (1-2 \cdot 0.2)^3} \right]^{1/2} = 1.47$$

$$b = \left\{ \frac{12SPL_{e2}^3 [1+2\delta/b - (1-2t/h)^3]^{1/2}}{\pi^2 E L_{e1} [(1+2\delta/b)^3 + 2t/h - 1]^{3/2}} \right\}^{1/4} = \left\{ \frac{12 \cdot 3 \cdot 4500 \cdot 250^3 [1+2 \cdot 0.25 - (1-2 \cdot 0.2)^3]^{1/2}}{\pi^2 \cdot 1444 \cdot 250 [(1+2 \cdot 0.25)^3 + 2 \cdot 0.2 - 1]^{3/2}} \right\}^{1/4} = 20.4 \text{ mm}$$

$$h = 1.47b = 1.47 \cdot 20.4 = 30 \text{ mm}$$

$$\delta = 0.25b = 0.25 \cdot 20.4 = 5.1 \text{ mm}$$

$$t = 0.2h = 0.2 \cdot 30 = 6 \text{ mm}$$

$$A = 2(\delta h + tb) = 2(5.1 \cdot 30 + 6 \cdot 20.4) = 550.8 \text{ mm}^2$$

$$A_0 = bh = 20.4 \cdot 30 = 612 \text{ mm}^2$$

$$\sigma_{\text{max}} = \frac{P}{A} = \frac{4500}{550.8} = 8.17 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{\text{cr}} = \frac{P_{\text{cr}}}{A} = \frac{P \cdot S}{A} = \frac{4500 \cdot 3}{550.8} = 24.5 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{\text{cr}} = \frac{E\pi^2 h^2 [1+2\delta/b - (1-2t/h)^3]}{24L_{e1}^2 (\delta/b + t/h)} = \frac{1444\pi^2 \cdot 30^2 [1+2 \cdot 0.25 - (1-2 \cdot 0.2)^3]}{24 \cdot 250^2 (0.25 + 0.2)} = 24.4 \text{ MPa}$$

$$I_1 = I_2 = \frac{hb^3}{12} \left[\left(1 + \frac{2\delta}{b}\right)^3 + \frac{2t}{h} - 1 \right] = \frac{30 \cdot 20.4^3}{12} [(1 + 2 \cdot 0.25)^3 + 2 \cdot 0.2 - 1] = 58897 \text{ mm}^4$$

$$r_1 = r_2 = \sqrt{\frac{I_2}{A}} = \sqrt{\frac{58897}{550.8}} = 10.34 \text{ mm}$$

$$\lambda_0 = \left(\frac{2\pi^2 E}{\sigma_{\text{yield}}} \right)^{1/2} = \left(\frac{2\pi^2 \cdot 1444}{77} \right)^{1/2} = 19.24$$

$$\lambda_1 = \lambda_2 = \frac{L_{e2}}{r_2} = \frac{250}{10.34} = 24.18 > \lambda_0 = 19.24$$

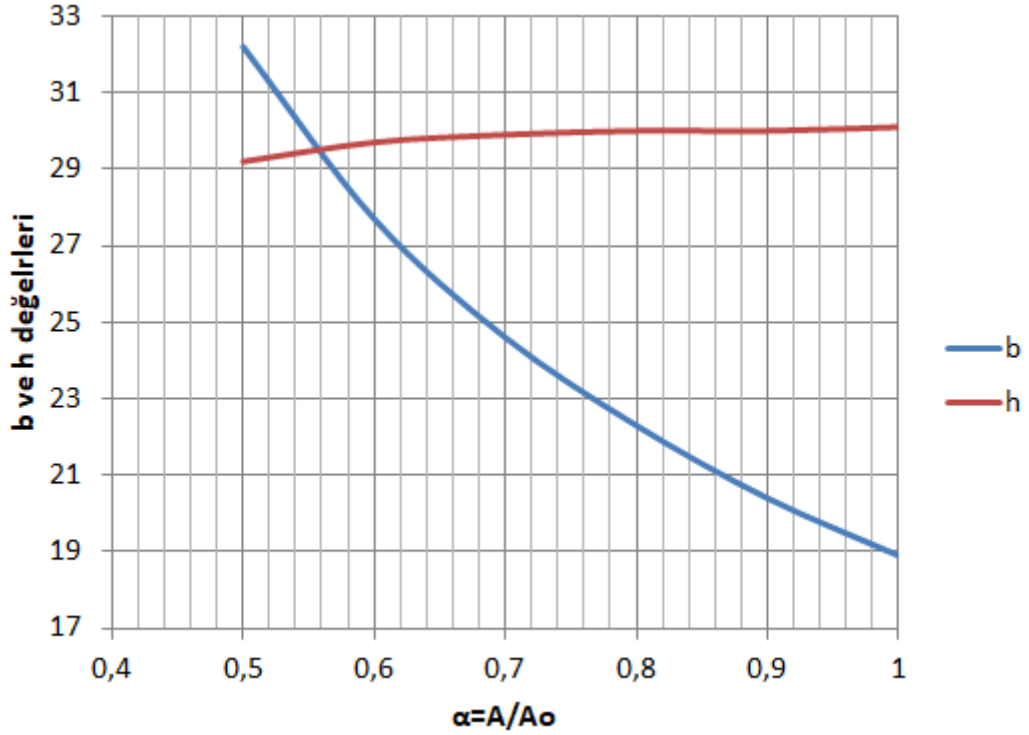
$$\frac{A_0 - A}{A_0} \cdot \%100 = \frac{612 - 550.8}{612} \cdot \%100 = \%10$$

Görüldüğü üzere, uzun kutu kolon tasarımı için kabul edilmiş olan, sınır mukavemet dayanımını ve global stabiliteni kendinde ihtiva eden (26) kombine dayanım şartı, $\sigma_{\max} = \frac{\sigma_{cr}}{S} = 8.17 \text{ MPa} < \sigma_{\text{allow}} = 12.83 \text{ MPa}$ sağlanmış bulunmaktadır. Dolu dikdörtgen kesit ile mukayesede $\frac{A_0 - A}{A_0} \cdot \%100 = \frac{612 - 550.8}{612} \cdot \%100 = \%10$ tasarruf elde edilmiştir.

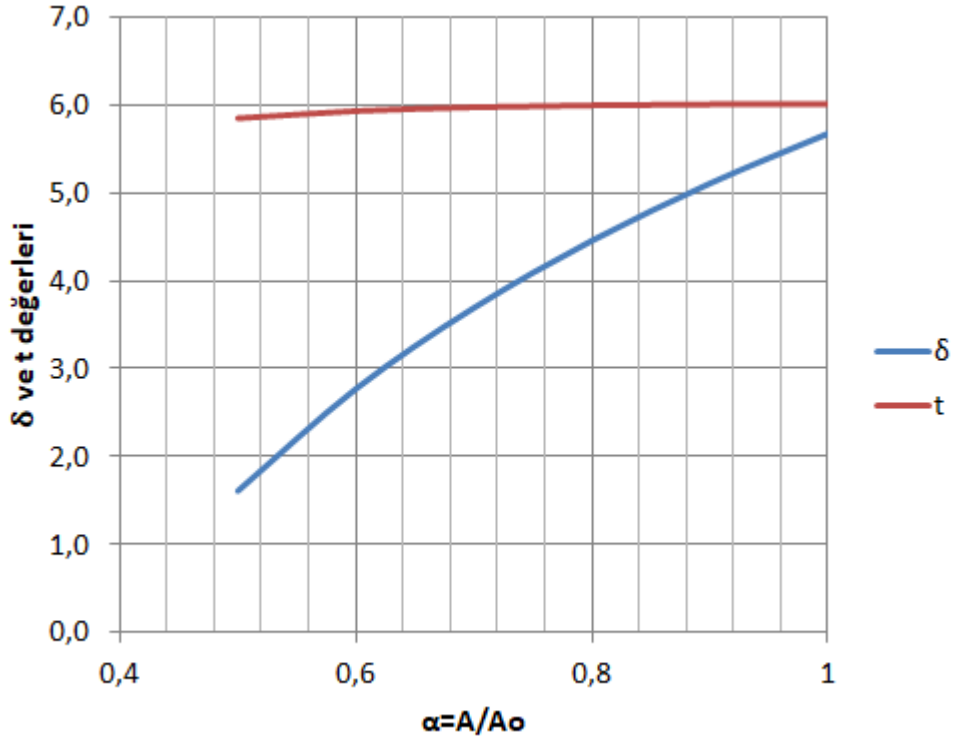
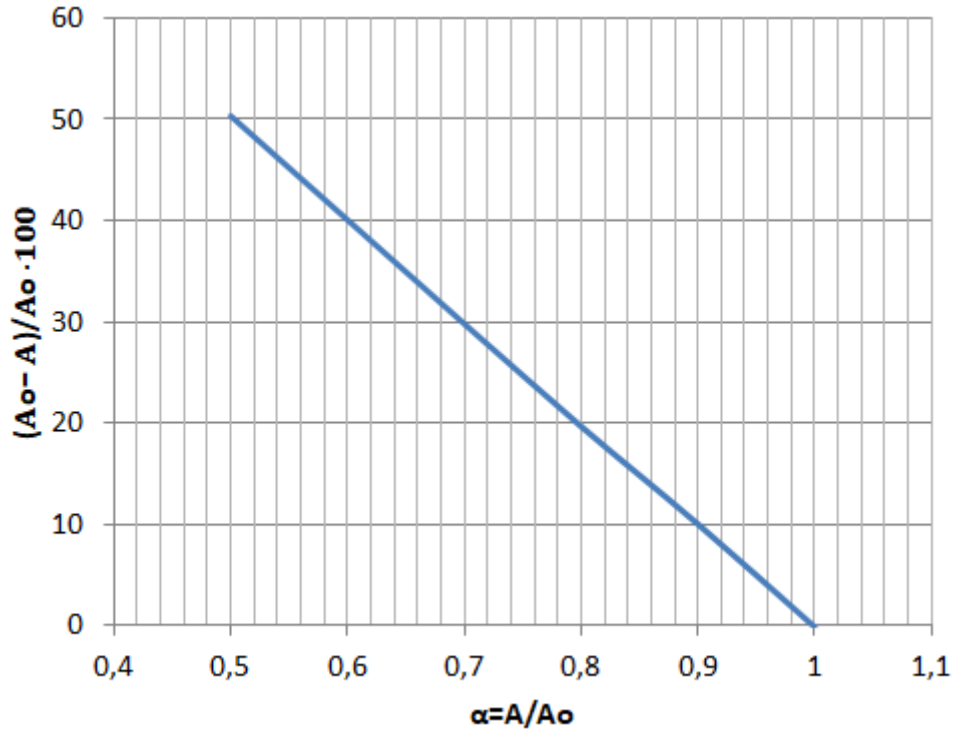
α faktörünün diğer değerleri için yapılan hesap sonuçları, Tablo 4'te ve diyagram olarak da Şekil 9-11'de verilmiştir.

Tablo 4. Uzun kutu kolona ait α faktörünün farklı değerleri için yapılan hesap sonuçları

Sıra no	α	δ/b	h/b	b	h	δ	t	σ_{\max}	σ_{cr}	$I_1=I_2$	$r_1=r_2$	$\lambda_1=\lambda_2$	$\frac{A_0 - A}{A_0} \cdot 100$
1	0,5	0,05	0,91	32,2	29,2	1,6	5,8	9,64	28,9	59386	11,28	22,17	50
2	0,6	0,10	1,07	27,7	29,7	2,8	5,9	9,12	27,4	59337	10,97	22,79	40
3	0,7	0,15	1,21	24,6	29,9	3,7	6,0	8,71	26,1	59238	10,71	23,34	30
4	0,8	0,20	1,35	22,3	30,0	4,5	6,0	8,37	25,1	59440	10,52	23,78	20
5	0,9	0,25	1,47	20,4	30,0	5,1	6,0	8,17	24,5	58897	10,34	24,18	10



Şekil 9. α faktörüne bağlı h ve b değerleri

Şekil 10. α faktörüne bağlı t ve d değerleriŞekil 11. α faktörüne bağlı elde edilen tasarruf

5. SONUÇLAR

Kısa ve uzun kolonların optimum en kesit tasarımında elde edilen bulgulara dayanarak aşağıdaki sonuçlar çıkarılabilir:

- Kısa ve uzun kutu kolonların mukavemet ve burkulma koşulları gözetiminde en uygun/optimum en kesit tasarımı için analitik bir prosedür geliştirilmiştir.
- Kısa ve uzun kutu kolonların optimum en kesit parametrelerini (h, b, t, δ) belirlemek için analitik formüller elde edilmiştir.
- Kutu kolonların en uygun/optimum en kesit tasarımının yapılandırılması için bir geometrik model geliştirilmiştir.

- Geliştirilen geometrik model yardımıyla, en kesit ana boyutları (h, b) ve duvar kalınlıkları (t, δ) arasında $\frac{\delta}{b} = \frac{t}{h} = m$ şeklinde bağıntıya sahip olan en uygun/optimum kutu kesitin yapılandırma şekilleri belirlenmiştir.
- Web ve flanş alanları bir birine eşit olan m boyut faktörüne sahip en uygun/optimum kutu kesitin alanı, aynı h x b boyutlarında dolu dikdörtgen kesitin alanının 4m katına eşit olduğu belirlenmiştir.
- Önerilen geometrik tasarım modeline göre elde edilen optimum kutu kesit ile aynı boyutlara sahip olan dolu dikdörtgen kesit mukayese edildiğinde, birincinin $(1 - 4m) \cdot \%100$ büyüklükte bir tasarruf sağladığı görülmüştür.
- $\frac{t}{h} = 0.20$ boyut faktörüne sahip olan kutu kesitin, uzun kolonlar için en uygun/optimum kutu kesit olduğu görülmüştür. Bu kutu kesitin alanı, onunla aynı boyutlarda olan dolu dikdörtgen kesitin alanının %40'den az olmayacağı tespit edilmiştir.
- Uzun kolonlar için dizayn edilen optimum kutu kesit, dolu dikdörtgen kesitle mukayesede en fazla %60'ın altında bir tasarruf sağlayabilmektedir. Bu tasarrufu sağlayan kutu kesit, δ/b boyut faktörünün $0 < \delta/b \leq 0.30$ aralığına giren değerleri ile elde edilebilir.

ÇIKAR ÇATIŞMASI

Bu çalışmada çıkar çatışması bulunmamaktadır.

ETİK

Bu makalenin yayınlanmasında herhangi bir etik sorun bulunmamaktadır.

KAYNAKLAR

- [1] J. Y. R. Liew, N. E. Shanmugam ve S.-L. Lee, "Optimum Design of Thin-Plated Steel Box Columns", Eng. Opt., vol. 16, pp. 291-313, Jan. 1990, doi: 10.1080/03052159008941178.
- [2] J. Kilkki, J. Lampine ve H. Martikka, "Applying the Differential Evolution Algorithm to the Optimisation of Cross Sections of Steel Columns", in Computer Aided Optimum Design of Structures VII, WIT Press, 2001, pp. 87-96, doi: 10.2495/OP010081.
- [3] Y. -B. Wang, G. -Q. Li, C. Su-Wen ve S. Fei-Fei, "Experimental and Numerical Study on the Behavior of Axially Compressed High Strength Steel Box-Columns", Engineering Structures, vol. 58, pp. 79-91, Nov. 2014, doi: 10.1016/j.engstruct.2013.10.013.
- [4] K. Jármai ve J. Farkas, "Comparison of Rectangular and Square Box Columns Composed from Cellular Plates with Welded and Rolled Stiffeners", Engineering Structures, vol. 60, pp. 199-205, Jan. 2014, doi: 10.1016/j.engstruct.2013.12.034.
- [5] K. Tambolia, P. M. George ve R. Sanghvi, "Optimization of Steel Box Column for a Pillar-type Drilling Machine using Particle Swarm Optimization", Procedia Technology, vol.14, pp. 473-479, Dec. 2014, doi: 10.1016/j.protcy.2014.08.060.
- [6] M. Nuraliyev ve O. İynen, "Eğik Eğilme ile Birlikte Burulmaya Zorlanan Dikdörtgen Kesitlerin Optimum Boyutlandırılması", Journal of Bartın University Engineering and Technological Sciences, vol. 5, Issue. 2, pp. 59-64, Jan. 2017.
- [7] M. Nuraliyev, "Eğik Eğilme ve Eksenel Yüke Maruz Prizmatik Kirişlerin Optimum Kesit Boyutlarının Belirlenmesi", Journal of Bartın University Engineering and Technological Sciences, vol. 6, Issue. 2, pp. 68-72, Jan. 2018.
- [8] K. Jármai ve M. Petrik, "Optimization and Comparison of Different Standards for Compressed Welded Box Columns", POLLACK PERIODICA An International Journal for Engineering and Information Sciences, vol. 15, no. 1, pp. 3-14, Sep.2020, doi: 10.1556/606.2020.15.1.1.
- [9] T. Thevega, K. Rajavijayan, J. A. S. C. Jayasinghe ve K. A. S. Susantha, "Strength and Ductility of Stiffened Steel Box Columns of Various Cross-Sectional Configurations under Lateral Cyclic Loadings", ENGINEER, vol. LIV, no. 02, pp. 25-32, Jul. 2021, doi: 10.4038/engineer.v54i2.7440.
- [10] S. Aref ve M. Mahdi, "Optimization of Cold-formed Steel Sections using Genetic Algorithm", Master's Thesis, Chalmers University of Technology, Gothenburg, Sweden, 2022.
- [11] M. Nuraliyev, M. A. Dundar ve D. E. Sahin, "Determination of Optimal Dimensions of Polymer-based Rectangular Hollow Sections based on both Adequate-Strength and Local Buckling Criteria: Analytical and Numerical Studies", Mechanics Based Design of Structures and Machines, vol. 52, no. 2, pp. 1159-1189, Nov. 2022, doi:10.1080/15397734.2022.2139720.
- [12] M. Sulpinas ve A. Daniūnas, "Effect of Intermediate Stiffeners in an Optimization of Axially Compressed Built-up Thin-Walled Column Cross-Sections According to the Eurocode 3", ce/papers, vol. 6, no. 3-4, pp. 1972-1977, Sep. 2023, doi: 10.1002/cepa.2738.
- [13] A. S. Chepurpenko, V. S. Turina ve V. F. Akopyan, "Optimization of Rectangular and Box Sections in Oblique Bending and Eccentric Compression", vol. 6 (5), 2, 14 pages, Aug. 2023, doi: 10.58224/2618-7183-2023-6-5-2.

- [14] S. Selvaraj ve M. Madhavan, “Structural Behaviour of Cold-Formed Steel Built-Up Closed Cross section Columns - Assessing the Influence of Parameters and Design Methods”, *Engineering Structures*, vol. 294, 116600, Aug.2023, doi: 10.1016/j.engstruct.2023.116600.
- [15] M. Nuraliyev ve M. A. Dundar, “Determination of Optimal Cross-Section Dimensions of Rectangular Hollow Sections under Oblique Bending: Analytical and Numerical Study”, vol. 4, Issue. 1, pp. 198-219, Jan. 2024, doi: 10.61112/jiens.1383887.
- [16] M. A. Dundar ve M. Nuraliyev, “Parametric Study on the Assessment of the Local Buckling Behavior of Perforated Square Hollow Sections with Non-Uniform Wall Thickness under Axial Compression”, *J. Innovative Eng. Nat. Sci.*, vol. 4, no. 2, pp. 326-353, Feb. 2024. doi:10.61112/jiens.1397391.
- [17] W. D. Kroll, G. P. Fisher ve G. J. Heimerl, “Charts for the Calculation of the Critical Stress for Local Instability of Columns with I, Z, Channel and Rectangular Tube Sections”, *NACA Wartime Reports, NTRS - NASA Technical Reports Server*, 1943.