

## Performance Evaluation of Eigenvalue Based Detection Methods for Cognitive Radio Systems

C. Çiflikli<sup>1</sup>, F. Y. Ilgın<sup>2\*</sup>

**Abstract:** Nowadays, due to spectrum inadequacy, it is necessary to use the spectrum of the scarce source in the most efficient way. Cognitive radio systems are at the forefront of important technologies that meet this need. Eigenvalue-based detection methods for cognitive radio systems are the reason for much preference because of the low cost of computation. The purpose of this study is to perform detailed performance analyzes of eigenvalue detection methods for cognitive radio systems. For the multi-antenna communication systems in the work done, detection methods are used to detect the presence of the primary user mark in a certain spectrum area. It has been tried to perceive the spectrum in the most accurate way by using randomly generated zero mean primary user and noise signals. In the method, the communication signals received by multiple antennas are spectrally perceived using eigenvalues of covariance matrices. It has been observed that the largest - smallest eigenvector detection method gives more successful results than the other methods (generalized maximum likelihood method, greatest eigenvalue - energy detection method, energy detection method) in simulations made.

**Keywords:** Detection theory, Cognitive radio, Spectrum sensing, Tracy-widom distribution

## Bilişsel Radyo Sistemleri için Özdeğer Tabanlı Algılama Yöntemlerinde Performans Analizi

**Özet:** Günümüzde spektrum yetersizliği nedeniyle kıt kaynak durumundaki spektrumun en verimli şekilde kullanılması gerekmektedir. Özellikle kablosuz haberleşmede sistemlerinde sunulan hizmet standardının geliştirilmesi ve buna bağlı olarak iletilen veri boyutlarının artması bu sonucu doğurmuştur. Bu probleme çözüm olan en önemli teknolojilerin başında bilişsel radyo sistemleri gelmektedir. Bilişsel radyo bulunduğu ortamı algılayan ve ilgili frekansı fırsatçı olarak kullanabilen yeni nesil bir radyo biçimidir. Spektrum algılama ise bilişsel radyonun en önemli ve başlangıç aşamasıdır. Bilişsel radyo sistemlerinde spektrum algılama için farklı yöntemler mevcut olmasına rağmen özdeğer tabanlı algılama yöntemleri diğer yöntemlerin aksine, hesaplama maliyetinin az olması nedeniyle çok fazla tercih sebebidir. Bu çalışmanın amacı bilişsel radyo sistemleri için özdeğer tabanlı algılama yöntemlerinin detaylı performans analizlerinin yapılmasıdır. Yapılan çalışmada çok antenli haberleşme sistemleri için belirli bir spektrum bölgesinde, birincil kullanıcı işaretinin varlığını tespit eden özdeğer tabanlı algılama yöntemleri kullanılmıştır. Rasgele oluşturulan sıfır ortalamalı birincil kullanıcı ve gürültü işaretleri kullanılarak, en doğru şekilde spektrum algılanmaya çalışılmıştır. Yapılan benzetim çalışmaları sonucunda en büyük-en küçük özdeğer tabanlı algılama yönteminin, simüle edilen diğer yöntemlere göre daha başarılı bir algılama yaptığı gözlemlenmiştir.

**Anahtar Kelimeler:** Algılama teorisi, Bilişsel radyo, Spektrum algılama, Tracy-widom dağılımı

### 1. Giriş

Yapılan son ölçümler, frekans spektrumunda çok büyük bir bölümün zamanın önemli bir periyodunda kullanılmadığını ortaya koymaktadır

(Mitola ve Maguire, 1999). Bu durumun en önemli sebebinin, sabit spektrum lisanslama politikası olduğu bilinmektedir. Günümüzde kablosuz haberleşmede sunulan hizmet standardının ve bu hizmetlerden faydalanan kullanıcı sayısının sürekli

<sup>1</sup>Erciyes Üniversitesi, Kayseri MYO, 38000 Kayseri/Türkiye

<sup>2</sup>Erzincan niversitesi, Erzincan MYO, 24000 Erzincan/Türkiye

\*Corresponding author (İletişim yazarı): [fyilgin@erzincan.edu.tr](mailto:fyilgin@erzincan.edu.tr)

Citation (Atf): Çiflikli, C., Ilgın, F.Y. (2017). Bilişsel Radyo Sistemleri için Özdeğer Tabanlı Algılama Yöntemlerinde Performans Analizi. Bilge International Journal of Science and Technology Research, 1 (Special Issue): 32-37.

artması nedeniyle, sabit spektrum politikası artık sürdürülebilir olmaktan çıkmıştır (Ratnarajah ve Vaillancourt, 2005). Bu probleme bir çözüm olmak ve spektrum kıtlığını hafifletmek için günümüzdeki en önemli çözüm yöntemlerinden biri bilişsel radyo(BR) sistemleridir (Sobron vd., 2015). Daha geniş bir tanımla bilişsel radyo bulunduğu ortamı algılayabilen ve algılama sonuçlarına göre otomatik olarak bir karar radyo sistemleridir (Chatterjee vd., 2014). Bu sistemler, algılama teorisi, yapay zeka ve makine öğrenme mekanizmalarını kullanarak çevresiyle iletişimi sağlarlar. Ayrıca dinamik olarak bulunduğu ortama bağlı olarak çalışma ve algılama parametrelerini değiştirebilirler. BR sistemleri frekans spektrumunun geniş bir bölgesini tarayan geniş band spektrum algılama ve sadece frekans spektrumunun belirli bir bölgesini algılayabilen dar band spektrum algılama olarak iki grupta incelenebilir. BR sistemlerinin amacı, frekans boşluklarını belirleyerek lisanstan muaf ikincil kullanıcılara bu frekans boşluklarını tahsis etmektir. Bu teknolojiyi uygulamanın en büyük zorluklarından birisi, spektrumda birincil kullanıcı olup olmadığının en doğru bir şekilde tespit edilmesidir. Bu zorlukla başa çıkabilmek için literatürde farklı yöntemler önerilmiştir. Filtre denkleştirme, enerji algılama, cyclostationary algılama, özdeğer tabanlı algılama, kovaryans tabanlı algılama, spektrum algılama için literatürde önerilen yöntemlerin başında gelmektedir. Bu yöntemlerin kendi içinde avantaj ve dezavantajları mevcuttur. Örneğin filtre denkleştirme yönteminde birincil kullanıcı işaretinin tam olarak bilinmesi gereklidir (Bhargavi ve Murthy, 2010). Cyclostationary algılama yönteminde birincil kullanıcı işaretinin cyclix işaretinin tam olarak bilinmesi gerekli olduğundan yüksek hesaplama maliyetine sahiptir. Enerji algılama yöntemi hesaplama maliyeti açısından oldukça basit olmasına rağmen gürültü varyansının tam olarak kestirilememesinden dolayı uygulama zorluklarını beraberinde getirmektedir. Özdeğer tabanlı algılama ise gürültü işareti ve birincil kullanıcı işareti hakkında hiçbir önsel bilgiye (varyans, modülasyon, kanal bilgisi) ihtiyaç duymadığından diğer yöntemlere göre daha kolay uygulanabilme imkanı sunmaktadır (Zeng ,Liang., 2009). Literatürde özdeğer tabanlı algılama için de farklı yöntemler önerilmiştir. En büyük–en küçük özdeğer oranı, en büyük özdeğer–enerji oranı (EBEK) ve en büyük özdeğer-iz (EBÖİ) ve en küçük özdeğer- enerji (EKÖİ) dedektörler özdeğer tabanlı algılama için en çok kullanılanlarıdır. Bunlara ek olarak daha doğru bir spektrum

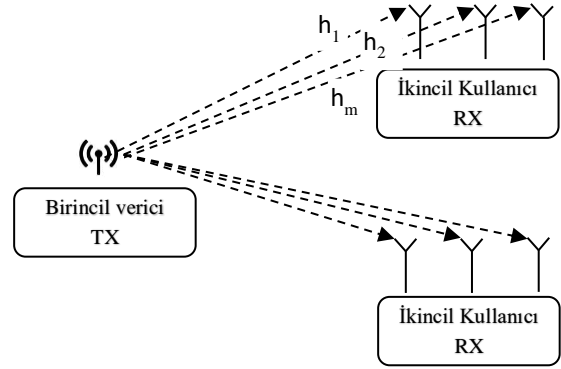
algılama için işbirlikçi algılama yöntemleri de önerilmiştir (Shi-Qi vd., 2012).

Bu çalışmada amaç, literatürde bulunan özdeğer tabanlı algılama yöntemlerinin, algılama olasılıklarının farklı örnek sayılarına göre değerlendirilmesidir. Bu değerlendirme yapılırken en iyi performans sergilen ilk üç yöntem çalışmada kendisine yer bulmuştur.

Bu çalışmada koyu küçük harfler ( $x$ ) matrisleri, normal küçük harfler ( $x$ ) ise vektörleri belirtir.  $x'$  ise değişkenin transpozunu belirtir.

## 2. Özdeğer Tabanlı Spektrum Algılama ve Temel Kavramlar

Özdeğer tabanlı algılama da temel amaç belirli bir spektrum bölgesinde herhangi bir haberleşme işaretinin varlığının veya yokluğunun tespit edilmesidir. Özdeğer tabanlı algılama için genel olarak aşağıdaki senaryo kullanılabilir (Jin vd., 2015).



Şekil 1. Bilişsel radyo sistemleri için önerilen senaryo

Burada çoklu antenlerle donatılmış olan ikincil kullanıcılar mevcut spektrumun dolu/boş olduğunu belirleyerek, boş olduğu durumlarda ilgili spektrumunu kendi aralarında haberleşmek için kullanmaktadırlar (Pillay ve Xu, 2011). Fakat birincil kullanıcı aktif duruma geldiğinde derhal ilgili spektrumunu boşaltmak zorundadırlar. Burada  $h_1$ ,  $h_2$  ve  $h_m$  birincil kullanıcıdan ikincil kullanıcıya olan kanal katsayı vektörünü temsil etmektedir. Bu durum matematiksel olarak;

$$H_0 : x = \eta \quad (1)$$

$$H_1 : x = \eta + s \quad (2)$$

şeklinde ifade edilir. Burada  $x$  matrisi ikincil kullanıcının çoklu antenleri vasıtasıyla algıladığı işareti,  $s$  gauss dağılımlı ve sıfır ortalamalı birincil kullanıcı işaretini,  $n$  ise gauss dağılımlı gürültüyü temsil etmektedir. Dolayısıyla birincil kullanıcının pasif olduğu durumda  $x$  matrisi sadece gürültüden oluşmaktadır. Fakat  $H_1$  durumunda  $x$  matrisi hem birincil kullanıcı işaretinin hem de gürültünün karışımından oluşan işaret topluluğunu algılamaktadır. Böylece  $H_1$  ve  $H_0$  durumları için  $x$  matrisinin kovaryans matrisi özdeğer dağılımları aşağıdaki gibi olur (Çiflikli ve Ilgin, 2018).

$$H_0 : x \sim CN(0, \sigma_n^2 I_m) \quad (3)$$

$$H_1 : x \sim CN(0, \sigma_x^2 h h^H + \sigma_n^2 I_m) \quad (4)$$

Eşitliklere dikkat edilirse arasında birincil kullanıcının aktif/pasif durumuna göre özdeğerlerin olasılık dağılım fonksiyonları ve varyanslarında bir fark oluşacaktır. Özdeğer tabanlı algılama için bu fark kullanılarak  $H_1$  ve  $H_0$  durumları arasında bir karar verilmektedir (Xinzhi ve Feifei, 2015).

### 2.1. EBK yöntemi için eşik ve test istatistiği

Dar band spektrum algılama yöntemlerinde  $H_1$  ve  $H_0$  durumları arasında bir karar verilmesi test istatistiği (TS) ve eşik değerine bağlıdır. Bu durum matematiksel olarak;

$$P_{ya} = P(TS > \gamma_{EBK} | H_0) \quad (5)$$

$$P_{ao} = P(TS > \gamma_{EBK} | H_1) \quad (6)$$

şeklinde ifade edilir. Burada  $P_{ya}$  yanlış alarm olasılığı ve  $P_{ao}$  ise algılama olasılığını belirtir. Eşik değeri hesaplanırken 802.11 kablosuz haberleşme çalışma gurubu tarafından belirlenen 0.1 gibi sınır bir değer bulunmaktadır ve bu değer dikkate alınmalıdır. Eşik değeri oluşturulurken  $P_{ya}$  yani yanlış algılama olasılığından yola çıkılmalıdır. EBK yöntemi için eşik değeri olan  $\gamma_{EBK}$  aşağıdaki matematiksel formüllerle gösterilir.

$$\frac{\lambda_{eb}}{\lambda_{ek}} \underset{H_1}{\overset{H_0}{\geq}} \gamma_{EBK} \quad (7)$$

Burada  $\lambda_{eb}$   $x$ 'in kovaryans matrisinin en büyük özdeğerini,  $\lambda_{ek}$  ise en küçük özdeğerini belirtir.  $H_0$  hipotezi geçerli olduğundan eşitlik yeniden düzenlenirse;

$$\lambda_{eb} > \gamma_{EBK} \lambda_{ek} \quad (8)$$

Eşitliği elde edilir. Eşitliğin bir tarafı 1. Dereceden Tracy-widom dağılımına benzetilmelidir bunun için  $\lambda_{ek}$  'nin ortalama değeri olan  $(\sqrt{n} - \sqrt{p})^2$  değeri yerine yazılmalıdır bu durumda aşağıdaki eşitlik elde edilir. Burada  $n$  örnek sayısını  $p$  ise ikincil kullanıcıdaki anten sayısını belirlemektedir.

$$\lambda_{eb} > \gamma_{EBK} (\sqrt{n} - \sqrt{p})^2 \quad (9)$$

Burada  $\lambda_{eb}$  1. Derecede Tracy-widom dağılımına yakınsayacağından eşitliğin bu tarafı 1. Dereceden Tracy-widom dağılımına benzetilir ve survival fonksiyonu kullanılırsa eşik değeri aşağıdaki gibi elde edilir.

$$\gamma_{EBK} = F_1^{-1}(1 - P_{fa}) \left( \frac{(\sqrt{n} + \sqrt{p})^2}{(\sqrt{n} - \sqrt{p})^2} \right) \left( 1 + \frac{(\sqrt{n} + \sqrt{p})^{-2/3}}{(np)^{1/6}} \right) \quad (10)$$

Burada  $F_1^{-1}$  1.dereceden tracy-widom dağılımını gösterir ki bu dağılım rassal hermit matrisinin en büyük özdeğerinin olasılık dağılımıdır (Deo, 2016). Bu dağılım için belirli değerler aşağıdaki tabloda verilmiştir.

**Tablo 1.** Dereceden tracy-widom dağılımı için nümerik bazı değerler.

$x$	-3.90	-2.78	-1.27	0.45	2.02
$F_1(x)$	0.01	0.10	0.50	0.90	0.99

Burada eşik değerine dikkat edilirse gürültü veya birincil kullanıcı işareti hakkında herhangi bir önsel bilgi gerektirmemektedir. Bu nedenle bu yöntem kör yöntemler içine dahil edilebilir.

### 2.2. EKÖE yöntemi için eşik ve test istatistiği

EKÖE için test istatistiği ve eşik değeri;

$$TS = \frac{T(n)}{\lambda_{ek}} \quad (11)$$

şeklinde ifade edilir. Burada  $T(n)$  alınan işaretin enerjisi olarak tanımlanır. Eşik değerini elde etmek için ise gauss dağılım fonksiyonu kullanılmalıdır. Literatürde kovaryans matrisi en küçük özdeğeri için, tanımlı bir fonksiyon olmaması nedeni ile

gürültünün olasılık dağılımı kullanılmalıdır. Haberleşme sistemleri için gürültü dağılımı normal dağılıma yakınsadığı için bu fonksiyon kullanılabilir.

$$\gamma_{EKÖE} = \frac{Q^{-1}(P_{fa})(\sqrt{2n} + \sqrt{np})}{\sqrt{p}(\sqrt{n} - \sqrt{p})^2} \quad (12)$$

Şeklinde tanımlanır. Burada  $Q^{-1}$  gauss dağılım fonksiyonudur. Yine burada da eşik değerine dikkat edilirse gürültü veya birincil kullanıcı işareti hakkında herhangi bir önsel bilgi gerektirmedikinden kör spektrum algılama olarak tanımlanabilir. Fakat gürültü gücünün önceden kestirilmesi gerekmektedir.

### 2.2. EBÖİ yöntemi için eşik ve test istatistiği

EBÖİ yönteminde alınan işaretin kovaryans matrisinin en büyük özdeğerinin, alınan işaretin izine oranı şeklinde bir test istatistiği mevcuttur.

$$TS = \frac{\lambda_{eb}}{tr(x)} \quad (13)$$

Burada  $tr(x)$  alınan işaretin izini belirtir. Bu yöntemde eşik değerini elde etmek için eşitlik yeniden düzenlenirse;

$$\lambda_{eb} > \gamma_{EBÖİ} tr(x) \quad (14)$$

Şeklinde olacaktır. Burada  $\lambda_{eb}$  yine 1. Dereceden Tracy-widom dağılımına benzetilmelidir. Böylece EBÖİ yöntemi için eşik değeri aşağıdaki gibi tanımlanır.

$$\gamma_{EBÖİ} = \frac{[F_{TW}^{-1}(1-P_{fa}) + (\alpha/\beta)]\beta}{np} \quad (15)$$

Şeklinde tanımlanır. Burada  $\alpha$  ve  $\beta$ , Tracy-widom dağılımı için sakala ve varyans katsayılarını gösterir ve aşağıdaki gibi tanımlanır.

$$\alpha = (\sqrt{n-1} + \sqrt{p})^2 \quad (16)$$

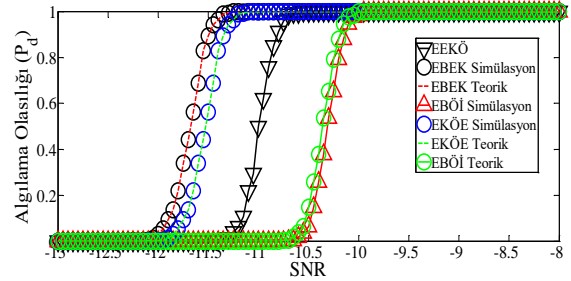
$$\beta = \sqrt{n-1} + \sqrt{p} \left( \frac{1}{\sqrt{n-1}} \right) + \frac{1}{\sqrt{p}} \quad (17)$$

EBÖİ yönteminde yine eşik değerine dikkat edilirse bu yöntemde kör olarak tanımlanacağı görülebilir.

### 3. Benzetim Sonuçları

Bu bölümde, önerilen yöntemlerin başarımını görmek için simülasyon sonuçları verilmektedir. Simülasyonlarda MIMO-OFDM tabanlı haberleşme sistemi kullanılmıştır. Şekil 2' de 4x4 MIMO sistem (4 alıcı, 4 verici anten) için değişen SNR değerlerine karşı önerilen yöntemlerin algılama performansları görülmektedir.  $P_{fa}$  0.1 olarak seçilmiştir.(bu değer WRAN 802.22 çalışma gurubu tarafından izin verilen sınır değeridir). Simülasyonlarda birincil kullanıcı işareti ve gürültü işareti rasgele oluşturulmuş ve monte karlo analizi için her algoritma 1000 kere çalıştırılarak algılama olasılığı değerinin ortalaması alınmıştır. Grafiğe dikkat edildiğinde ilk göze çarpan nokta simüle edilen kör yöntemler arasında EBK yönteminin diğerlerine göre en başarılı performansı sergilemesidir.

EBEK yönteminin -11.5 dB lik bir gürültü varlığında bile algılama olasılığının 1 olduğu görülmektedir. Ayrıca grafikte simülasyon sonuçlarıyla birlikte teorik sonuçlara da yer verilmiştir. EBK yöntemi için simülasyon ve teorik sonuçların neredeyse birebir olarak örtüştüğü görülmektedir.

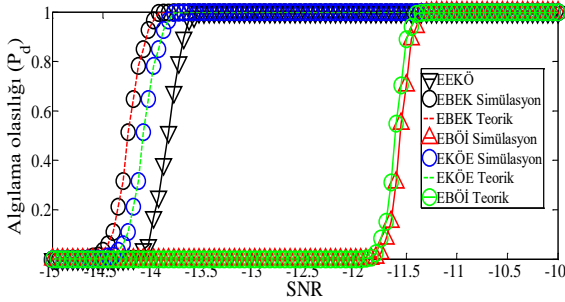


Şekil 1. Bazı özdeğer tabanlı algılama yöntemleri için simülasyon sonuçları:  $n=1000$ ,  $p=4$ ,  $pfa=0.1$

EKÖE yöntemi ise EBK yönteminden daha kötü performans sergilemesine rağmen, EBK yöntemine yakın performans göstermiştir. Grafikten görüldüğü üzere EKÖE yöntemin doğru algılama olabilmesi için gürültü eşiği değeri yaklaşık 11.3 dB olarak görülmüştür.

Bilindiği üzere enerji algılama (ED) yönteminde spektrum algılamada hesaplama kolaylığı açısından oldukça tercih edilebilir bir yöntemdir. Fakat bu yöntemin uygulanabilmesi için gürültü gücünün tam olarak bilinmesi gereklidir (Guo, 2011). Bu nedenle uygulamada özellikle gürültü

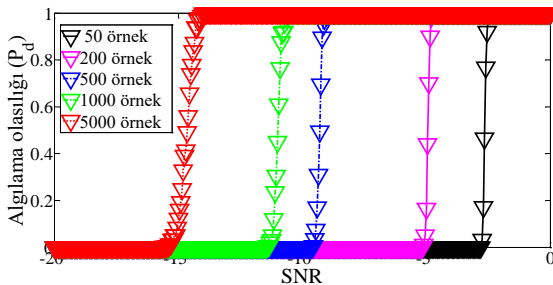
belirsizliği durumlarında performansı düşmektedir. Gürültü belirsizliği uygulamada genellikle 2dB civarlarında karşımıza çıkmaktadır.



**Şekil 2.** Bazı özdeğer tabanlı algılama yöntemleri için simülasyon sonuçları:  $n=1000$ ,  $p=8$ ,  $pfa=0.1$

Yapılan simülasyonlarda MIMO sistemler için anten sayısının algılama olasılığına etkisini göstermek için ise şekil 3'e bakılabilir. Şekil 3' özellikle EBK ve EEKÖ yöntemlerinin anten sayısına göre algılama performanslarında önemli bir artış görülmektedir. EBÖİ yöntemi de 8x8 MIMO sistem için başarımları artırarak bu artış diğer yöntemlere göre daha azdır. Görüldüğü üzere MIMO sistemlerde anten sayısının artması algılama olasılığı değerine pozitif etki etmektedir. Fakat uygulamada anten sayısını artırmak pek mümkün olmayabilir. Sadece günümüz teknolojisi için massive MIMO sistemlerinde bu anten sayılarına ulaşmak mümkün olmaktadır.

Kör spektrum algılama yöntemlerinin örnek uzunluğuna göre başarımları ise şekil 4'te verilmiştir. Burada önceki grafiklerden anlaşıldığı üzere en başarılı yöntem EBK olduğundan örnek uzunluğu için sadece bu yöntem için yer verilmiştir.



**Şekil 3.** EBK yöntemi için değişen örnek sayılarına göre algılama performansının değişimi

Burada artan örnek sayısı ile birlikte algılama olasılığı değerinde doğru orantılı olarak arttığı görülmektedir.

Bilişsel radyo sistemlerinde ilgili frekans fırsatçı olarak kullanılacağı için örnek uzunluğunun artması uygulama da istenmeyen bir durumdur. Çünkü örnek uzunluğunun artması beraberinde spektrumunu algılamak için geçen sürenin de artması anlamına gelmektedir. Bunun için en az örnek uzunluğunda doğru bir algılama yapmak bilişsel radyo sistemleri için önemli bir noktadır.

#### 4. Tartışma ve Sonuçlar

Günümüzde spektrum kıt ve sonlu bir kaynak durumunda olduğundan bu kaynağı verimli şekilde kullanmak, kablosuz haberleşme sistemlerinin geleceği için önemli bir noktadır. Son yıllarda sayısal haberleşme başlığı altında bu problemin çözümü için fazlaca çalışma yapılmaktadır. Spektrum algılama için kör yöntemler, birincil kullanıcı ve gürültü işareti için herhangi bir önsel bilgi gerektirmediğinden son derece umut veren çalışmalar olmuştur. Enerji algılama, durgun durağanlık özelliği gibi farklı spektrum algılama yöntemlerinde genellikle önsel bilgi gerekliliği mevcuttur. Bu durum bu yöntemlerin uygulanmasında zorluk sunmaktadır. Budan dolayı özdeğer tabanlı algılama yöntemleri bu alanda büyük bir açığı kapatmaktadır. Bu nedenle bu çalışmada farklı kör spektrum algılama yöntemlerinin performans analizleri yapılmıştır. Simülasyonlarda EBK yönteminin diğerlerine göre daha başarılı algılama performansı sunduğu belirlenmiştir.

#### Kaynaklar

- Bhargavi, D., Murthy, C.R. (2010). Performance comparison of energy, matched-filter and cyclostationarity-based spectrum sensing. In Signal Processing Advances in Wireless Communications (SPAWC), 2010 IEEE Eleventh International Workshop on (pp. 1-5). IEEE.
- Charan, C., Pandey, R. (2016). Eigenvalue based double threshold spectrum sensing under noise uncertainty for cognitive radio. Optik-International Journal for Light and Electron Optics, 127(15), 5968-5975.
- Chatterjee, S., Banerjee, A., Acharya, T., Maity, S. P. (2014, August). Fuzzy C-means clustering in energy detection for

- cooperative spectrum sensing in cognitive radio system. In *International Workshop on Multiple Access Communications* (pp. 84-95). Springer, Cham.
- Çiflikli, C., Ilgin, F.Y. (2018). Covariance based spectrum sensing with studentized extreme eigenvalue, *Technical gazette* (accepted papers in press).
- Deo, R.S. (2016). On the Tracy–Widom approximation of studentized extreme eigenvalues of Wishart matrices. *Journal of Multivariate Analysis*, 147, 265-272.
- Guo, D., Wu, Y., Shitz, S.S., Verdú, S. (2011). Estimation in Gaussian noise: Properties of the minimum mean-square error. *IEEE Transactions on Information Theory*, 57(4), 2371-2385.
- Jayaweera, S. K. (2014). *Signal Processing for Cognitive Radios*. John Wiley & Sons, Inc., Hoboken, NJ, USA.
- Jin, M., Guo, Q., Xi, J., Li, Y., Yu, Y., Huang, D. (2015). Spectrum sensing using weighted covariance matrix in Rayleigh fading channels. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 64(11), 5137-5148.
- Liu, S.Q., Hu, B. J., Wang, X.Y. (2012). Hierarchical cooperative spectrum sensing based on double thresholds energy detection. *IEEE Communications Letters*, 16(7), 1096-1099.
- Mitola, J., Maguire, G.Q. (1999). Cognitive radio: making software radios more personal. *IEEE personal communications*, 6(4), 13-18.
- Pillay, N., Xu, H.J. (2012). Blind eigenvalue-based spectrum sensing for cognitive radio networks. *IET communications*, 6(11), 1388-1396.
- Ratnarajah, T., Vaillancourt, R., Alvo, M. (2004). Eigenvalues and condition numbers of complex random matrices. *SIAM Journal on Matrix Analysis and Applications*, 26(2), 441-456.
- Sobron, I., Diniz, P. S., Martins, W. A., Velez, M. (2015). Energy detection technique for adaptive spectrum sensing. *IEEE Transactions on Communications*, 63(3), 617-627.
- Xinzhi, Z., Feifei, G., Rong, C., Tao, J. (2015). Matched filter based spectrum sensing when primary user has multiple power levels. *China Communications*, 12(2), 21-31.
- Zeng, Y., Liang, Y.C. (2007). Covariance based signal detections for cognitive radio. In *New Frontiers in Dynamic Spectrum Access Networks, 2007. DySPAN 2007. 2nd IEEE International Symposium on* (pp. 202-207). IEEE.