

Evolvent profilli harmonik iç ve dış dişli temaslarında farklı basınç açıları ve profil kaydırmanın diş dibi ve diş yan yüzey mukavemeti güvenliği üzerindeki etkilerinin incelenmesi

Investigation of the effects of different pressure angles and profile shifting on the tooth root and gear tooth surface strength safety in involute profile harmonic internal and external gear contacts

Can ÇİVİ*¹, Recep KARAMAN¹

¹Manisa Celal Bayar Üniversitesi, Mühendislik ve Doğa Bilimleri Fakültesi, Makine Mühendisliği Bölümü, 45100, Manisa

• Geliş tarihi / Received: 22.05.2024

• Kabul tarihi / Accepted: 18.03.2025

Öz

Bu çalışmada, tek kademede yüksek çevrim oranı sağlamak üzere 60-58 ve 60-57 diş sayıları içeren, evolvent profil yapısında rijit harmonik redüktörler tasarlanmıştır. Çalışma kapsamında, dişli çiftleri farklı basınç açıları (15°, 20°, 25° ve 30°), farklı diş başı modifikasyonlarında, profil kaydırma yapılmadan ve ayrıca profil kaydırma yapılarak ayrı ayrı tasarlanmış ve oluşan diş dibi güvenlik değerleri ile diş yan yüzey mukavemet güvenlik değerlerinin değişimi incelenmiştir. Bu vesileyle, 16 model arasından en uygun tasarımın oluşturulması hedeflenmiştir. Sistem tasarımında KISSsoft® yazılımı kullanılmış ve optimum sistemin üretimi, harmonik hareketi doğrulamak üzere 3D yazıcı ile yapılmıştır. Çalışma sonucunda, gerçekleştirilen diş profil modifikasyonlarıyla tek kademede 29 çevrim oranına harmonik hareketi başarıyla uygulayarak ulaşılabildiği görülmüştür.

Anahtar kelimeler: Evolvent profil, Harmonik redüktör, KISSsoft®

Abstract

In this study, rigid harmonic reducers with involute profile structure containing 60-58 and 60-57 teeth numbers were designed to provide high conversion ratio in a single stage. Within the scope of the study, gear pairs were designed separately at different compression angles (15°, 20°, 25° and 30°), with different tooth head modifications, without profile shifting and also with profile shifting, and the changes in the resulting tooth bottom safety values and tooth side surface stress safety values were examined. On this occasion, it was aimed to create the most suitable design among 16 models. KISSsoft® software was used in the system design and the production of the optimum system was carried out with a 3D printer to verify harmonic motion. As a result of the study, it was seen that with the tooth profile modifications, 29 ratio could be achieved in a single stage by successfully applying harmonic motion.

Keywords: Harmonic gearbox, Involute profile, KISSsoft®

*Can ÇİVİ; can.civi@cbu.edu.tr

1. Giriş

1. Introduction

Tarih boyunca insanlar, farklı yöntemlerle hareket enerjisi üretmeye ve bu enerjiyi belirli amaçlar için kullanmaya çalışmışlardır. Geçmişten günümüze bu sürece baktığımızda, hareket enerjisinin büyük bir kısmının genellikle dönme hareketine dayandığı görülmektedir. Bu bağlamda türbinler, yel değirmenleri, motorlar ve su değirmenleri gibi örnekler vermek mümkündür. Dönme hareketinin makinelerde etkin bir şekilde kullanılabilmesi için enerjiyi iletecek dişli mekanizmaları geliştirilmiştir. Bu ihtiyaçtan dolayı, geçmişte binlerce farklı amaç için çeşitli dişli mekanizmaları ortaya çıkmıştır.

Diş dibi (diş kökü) güvenliği ve yan yüzey güvenliği, dişli çark tasarımı ve analizinde dikkate alınması gereken önemli hususlardır. Kök güvenliği, dişli çarkın diş kökünün yüklere ve gerilmelere karşı arıza olmadan dayanma kabiliyetini ifade eder. Diğer yandan yan yüzey güvenliği, dişli çarkın diş yanağının aşınma, yorulma ve çalışma sırasındaki diğer hasar biçimlerine karşı direnciyle ilgilidir. Hem kök güvenliği hem de yan yüzey güvenliği, çeşitli uygulamalarda dişli çarkların güvenilirliğini, dayanıklılığını ve performansını sağlamak için kritik öneme sahiptir.

Dişli çarklarda yük taşıma kapasitesinin belirlenmesinde, önemli bir faktör olarak kabul edilen, bir dişte meydana gelen gerilme miktarıdır. Diş üzerindeki gerilme az olursa, dişli çarkın yük taşıma kapasitesi artar. Dişli-lerde bu kapasiteyi artırmak için yapılan çalışmalar, dişlinin geometrisine bağlı parametrelerin değiştirilmesi ile diş üzerindeki gerilmelerin azaltılmasını amaçlanır (Doğan vd., 2018).

Dişli tasarımının önemli bir bileşeni diş kısmının dibinde meydana gelen eğilme gerilmesi ve bu gerilmenin değişken olması sebebiyle diş dibinin yorulma mukavemetinin tam olarak tanımlanabilmesi ve diş dibi güvenlik değerlerinin belirlenebilmesidir (Bonaiti & Gorla, 2022). Diş dibi eğilmesinin neden olduğu yorulma hasarını önlemek için tasarımcılar uluslararası düzeyde standartlaşmış hesaplama tekniklerini kullanırlar (Bonaiti & Gorla, 2021). Ayrıca dişli çarklarda meydana gelen diğer önemli hasar mekanizması da dişli yüzeylerinde meydana gelen basma şeklindeki Hertz gerilmeleridir (Güllü & Yılmaz, 2017; W. Li & Liu, 2018). Her iki gerilmenin hesabında da tasarımcılar, KISSSoft® gibi, her tasarım değişikliği için tüm gerilim değerlerinin hızlı bir şekilde elde edilmesini sağlayan önemli tasarım araçlarını kullanabilmektedirler. Literatürdeki çalışmalar, KISSSoft® programı ile, maksimum %8'e kadar düşük sapmalarla doğru sonuca yakın sonuçlar elde edilebildiğini göstermektedir (Irsel, 2021).

Sonlu elemanlar yöntemi, mühendislik problemlerinin çözümünde yaygın olarak kullanılmaktadır. Bu yöntemde, problem, "mesh" olarak tabir edilen ve birbirine bağlı sonlu sayıda eleman topluluğuna bölünür ve belirli sınır şartlar altında uygulanır. Çözümün sonucunda modelin davranışı simülasyon ortamında incelenir, böylece üretimi yapılmadan önce varsa problemler öngörülmüş olur ve problemlerin giderilmesi için tasarım değişikliğine gidilir. Dişli çarkların diş profilleri ile ilgili literatürde yapılan çalışmalar bulunmaktadır. Fetvacı ve İmrak (2004) çalışmasında, dişli çarklarda diş sayısı ve diş kalınlığı için optimum parametreleri belirlemiş ve yaptıkları analizler sonucunda diş dibi gerilmelerini hesaplamak için bir ifade oluşturmuşlardır (Fetvacı & İmrak, 2004).

Buckingham (1949), yazdığı kitapta çeşitli dişli sistemlerinin temaslarını ve diş profillerini incelemiştir (Buckingham, 1949). Colbourne (1987), kitabında farklı türdeki evolvent profil yapısındaki dişlilerin denklemlerini ifade etmiştir (Colbourne, 1987). Litvin ve Fuentes (2004), yapmış oldukları çalışmada dişli gerilmelerinin sonlu elemanlar yöntemiyle hesaplanmasını detaylı bir şekilde açıklamışlardır ve ayrıca dişli çarklar için tasarım ve üretim metotları ayrıntılı bir şekilde anlatmışlardır (Litvin & Fuentes, 2004).

Dişli çarkların diş dibi gerilme hesaplamalarında, DIN, ISO, AGMA gibi çeşitli standartlarda analitik, deneysel ve sayısal yöntemler bulunmaktadır. Jammi (2013), çalışmasında dişli çarklardaki gerilmeleri hesaplamak için AGMA standartlarını ve sonlu elemanlar yöntemini kullanmıştır. Aynı zamanda, kavrama rijitliği ve statik iletim hatası değerlerini de hesaplamıştır. Yapılan analizlerde, AGMA ve sonlu elemanlar yöntemi arasında %10 ile %15 arasında farklılık olduğu görülmüştür. Dişlinin yük taşıma kapasitesini artırmak için, dişin sağ ve sol taraflarında farklı basınç açıları kullanarak kritik diş kalınlığını artırma yöntemine dayanan bir yaklaşım önerilmiştir. Simetrik olan 20° basınç açısı daha büyük bir açı ile değiştirildiğinde dişin dayanımının arttırıldığı gözlemlenmiştir (Jammi, 2013). Çavdar vd. (2005), yaptıkları çalışmada dişli çarkların yük taşıma kapasitesini

arttırmak için asimetrik dişli profilleri kullanmışlardır ve diş dibi gerilmesinin hesaplanmasında yeni bir yöntem önerilmiştir. Kullandıkları metodu bilgisayar programına dönüştürülerek elde edilen sonuçlar standartlar ile kıyaslanmıştır ayrıca sonlu elemanlar yöntemi ile analiz sonuçlarını doğrulamışlardır. Yaptıkları çalışmada basınç açısı ile kavrama oranı arasındaki değişimi de incelemişlerdir (Çavdar vd., 2005).

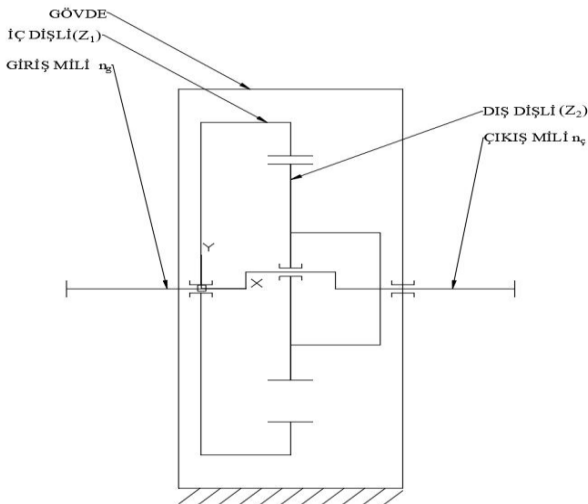
Flodin ve Andersson (2013), çalışmalarında toz metal yöntemiyle imal edilen dişli çarklarda diş dibinde meydana gelen gerilimi azaltmak amacıyla kesici takım uç yarıçapı optimizasyonu gerçekleştirmişlerdir. Bu çalışmada, standart, tam yuvarlak, optimize edilmiş ve asimetrik kök şekilleri için sonlu elemanlar analizleri yapılarak sonuçlar karşılaştırılmıştır. Optimize edilen kök bölgesi, statik gerilmelerde %18 ve dinamik gerilmelerde %22 oranında azalma sağlayarak standart dişlilere göre daha iyi bir performans sergilemiştir (Flodin & Andersson, 2013).

Dişli çarklardaki diş dibi gerilme hesapları deneysel olarak hesaplanabilmektedir. Lisle vd. (2017), yaptıkları çalışmada Özel bir aparat kullanarak 50 mm modüllü tek bir diş üzerinde oluşan gerilmeleri ölçmüşlerdir. Ölçüm noktaları, ISO ve AGMA standartlarına uygun şekilde belirlenmiştir. Ayrıca yapılan deneyler, ANSYS® sonlu elemanlar analiz programı kullanılarak tekrarlanmış ve deneysel sonuçlar ile nümerik sonuçlar karşılaştırılmıştır (Lisle vd., 2017).

Patil vd. (2016), yaptıkları çalışmada çalışan dişlilerde oluşan temas gerilmelerini ölçmek amacıyla özel bir test düzeneği oluşturmuş ve bu test düzeneği ile elde edilen değerleri sonlu elemanlar yöntemi analizleri ile karşılaştırmışlardır. Kritik kesitin tespiti için fotoelastik yöntemden faydalanmışlardır (Patil vd., 2016).

Wang (2003), çalışmasında dişli üzerindeki maksimum eğilme gerilmesi ve diş dibindeki kök yarıçapında oluşan kritik kesiti dijital fotoelastik sistem kullanarak gerçek zamanlı olarak hesaplamıştır. Farklı hızlar, torklar ve temas noktaları için eğilme gerilmesinin davranışını incelemiştir. Elde ettiği sonuçları literatürdeki değerlerle karşılaştırmış ve AGMA standartlarına uyumlu olduğunu tespit etmiştir (Wang, 2003).

Bu çalışmada, ilk aşamada KISSsoft® paket programı kullanılarak $Z_1:60$, $Z_2:58$ ve $Z_1:60$, $Z_2:57$ diş sayıları için 15° , 20° , 25° ve 30° kavrama açlarına sahip dişli çiftleri hem profil kaydırma yapılmadan hem de profil kaydırmalı tasarımları yapılmıştır. İkinci aşamada ise KISSsoft® paket programında bulunan modül içerisinde sonlu eleman analizleri gerçekleştirilmiştir. Çalışmanın amacı, harmonik hareket vasıtasıyla tek kademede yüksek çevrim oranlarının elde edilebilmesidir. İkincil amaç da tasarlanan harmonik dişli mekanizmasında meydana gelen diş gerilmelerinin tespiti, emniyet incelemeleri ve gerçekleştirilen profil modifikasyonlarıyla optimize edilmesidir.



Şekil 1. Tasarlanan harmonik redüktör mekanizması
Figure 1. Designed harmonic reducer mechanism

Çalışma kapsamında incelenen harmonik redüktör mekanizması Şekil 1’de gösterilmiştir. Redüktör, temel olarak bir adet iç dişli ve bir adet dış dişlinin eksantrik bir dönüş sağlayarak yüksek bir çevrim oranına sahiptir.

Z_1 = İç dişli diş sayısı

Z_2 = Dış dişli diş sayısı

$$i_{12} = \frac{Z_2}{Z_1 - Z_2} \text{ çevrim oranı, Denklem 1'de ifade edilen bağıntıdan hesaplanmaktadır.} \quad (1)$$

Buna göre $Z_2 = 58$, $Z_1 = 60$ dişli çiftinde çevrim oranı Denklem 2'deki bağıntıdan hesaplanmıştır.

$$i_{12} = \frac{Z_2}{Z_1 - Z_2} = \frac{58}{60 - 58} = 29 \text{ bulunmuştur.} \quad (2)$$

Buna göre $Z_2 = 57$, $Z_1 = 60$ dişli çiftinde çevrim oranı Denklem 3'deki bağıntıdan hesaplanmıştır.

$$i_{12} = \frac{Z_2}{Z_1 - Z_2} = \frac{57}{60 - 57} = 19 \text{ bulunmuştur.} \quad (3)$$

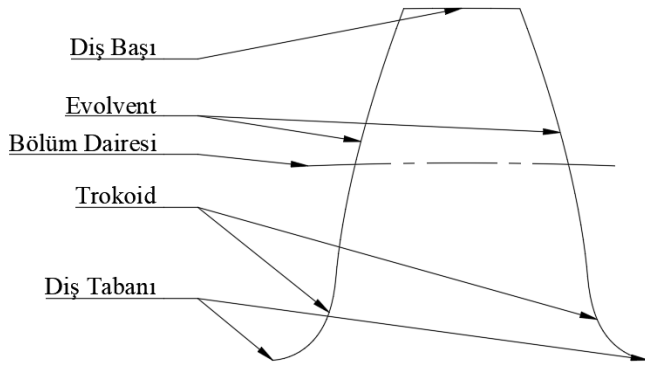
2. Materyal ve yöntem

2. Material and method

2.1. Diş geometrisinin KISSsoft® programında oluşturulması

2.1. Creating tooth geometry in KISSsoft® program

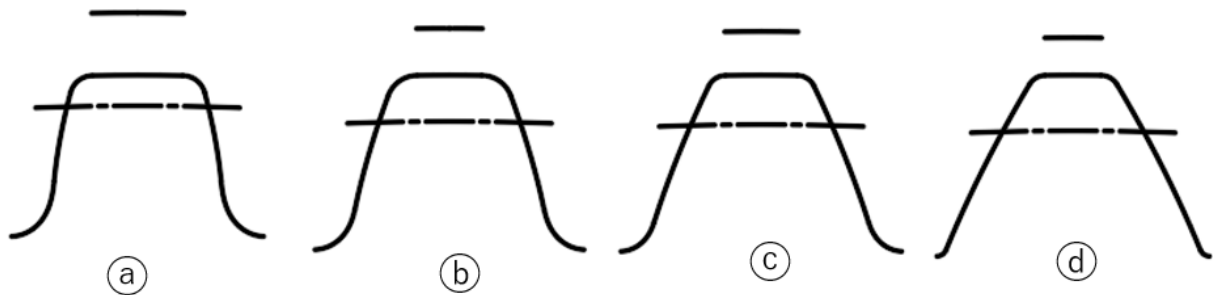
Çalışmada, dişli geometrisinin oluşturulması temel olarak profil kaydırmaz ve profil kaydırmalı grup olmak üzere iki kısımda incelenmiştir. Şekil 2'de görüldüğü üzere, evolvent profil yapısına sahip dişli geometrisi, birbirinden farklı eğrilerin bir araya gelmesiyle oluşmaktadır.



Şekil 2. Evolvent profilli diş geometrisi (Fetvacı & İmrak, 2004).

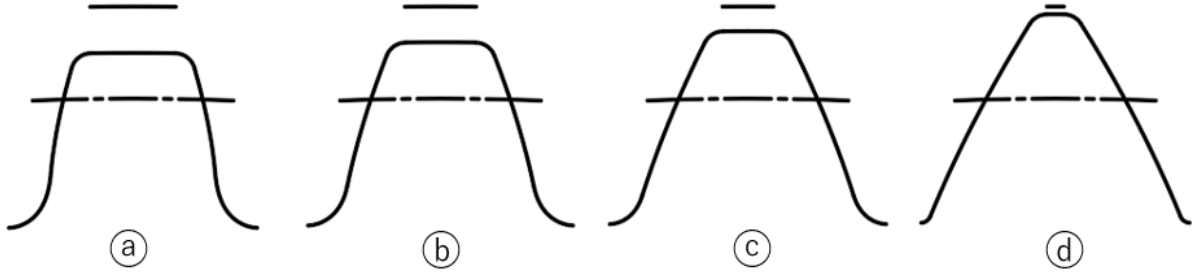
Figure 2. Involute profiled tooth geometry (Fetvacı & İmrak, 2004).

İlk grupta Z58 pinyon dişlide profil kaydırma yapılmadan basınç (kavrama) açıları sırasıyla 15°, 20°, 25°, 30° olduğu durumlarda oluşan dişli geometrileri Şekil 3'te verilmiştir. Aynı şekilde Z57 pinyon dişli içinde profil kaydırma yapılmadan basınç açıları sırasıyla 15°, 20°, 25°, 30° olduğu durumlarda oluşan dişli geometrileri Şekil 4'te verilmiştir.



Şekil 3. Z58 pinyon dişlide profil kaydırmaz dişli geometrileri. (a) 15° dişli geometrisi. (b) 20° dişli geometrisi. (c) 25° dişli geometrisi. (d) 30° dişli geometrisi.

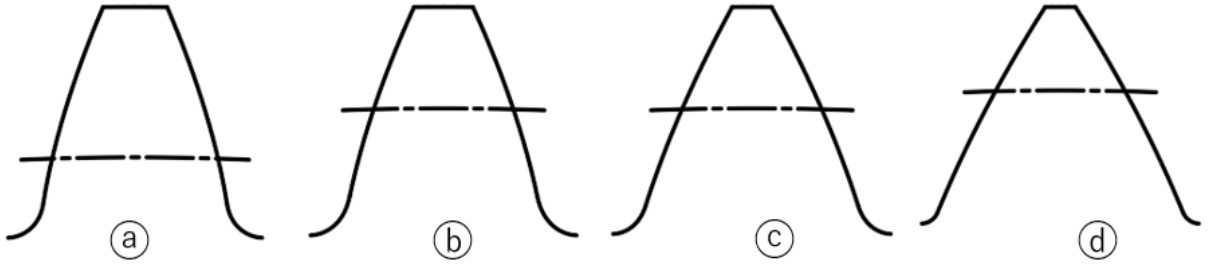
Figure 3. Gear geometries without profile shifting in Z58 pinion gear. (a) 15° gear geometry. (b) 20° gear geometry. (c) 25° gear geometry. (d) 30° gear geometry.



Şekil 4. Z57 pinyon dişlide profil kaydırmaz dişli geometrileri. (a) 15° dişli geometrisi. (b) 20° dişli geometrisi. (c) 25° dişli geometrisi. (d) 30° dişli geometrisi.

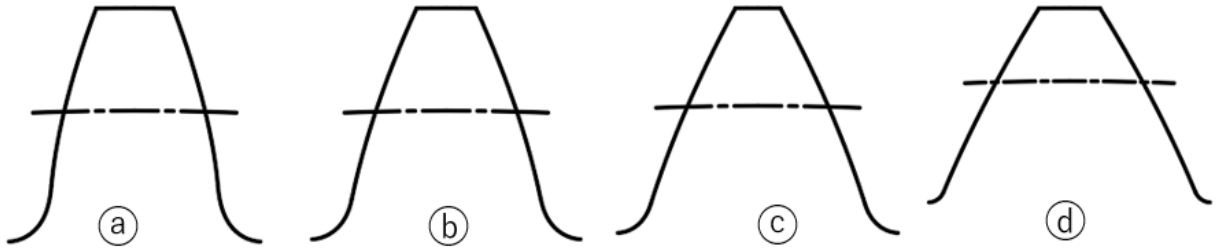
Figure 4. Gear geometries without profile shifting in Z57 pinion gear. (a) 15° gear geometry. (b) 20° gear geometry. (c) 25° gear geometry. (d) 30° gear geometry.

Profil kaydırma yapılan Z58 pinyon dişlide, basınç açıları sırasıyla 15°, 20°, 25°, 30° olduğu durumlarda oluşan dişli geometrileri Şekil 5'te verilmiştir. Profil kaydırma yapılan Z57 pinyon dişlide, basınç açıları sırasıyla 15°, 20°, 25°, 30° olduğu durumlarda oluşan dişli geometrileri ise Şekil 6'da verilmiştir.



Şekil 5. Z58 pinyon dişlide profil kaydırmalı dişli geometrileri (a) 15° dişli geometrisi. (b) 20° dişli geometrisi. (c) 25° dişli geometrisi. (d) 30° dişli geometrisi.

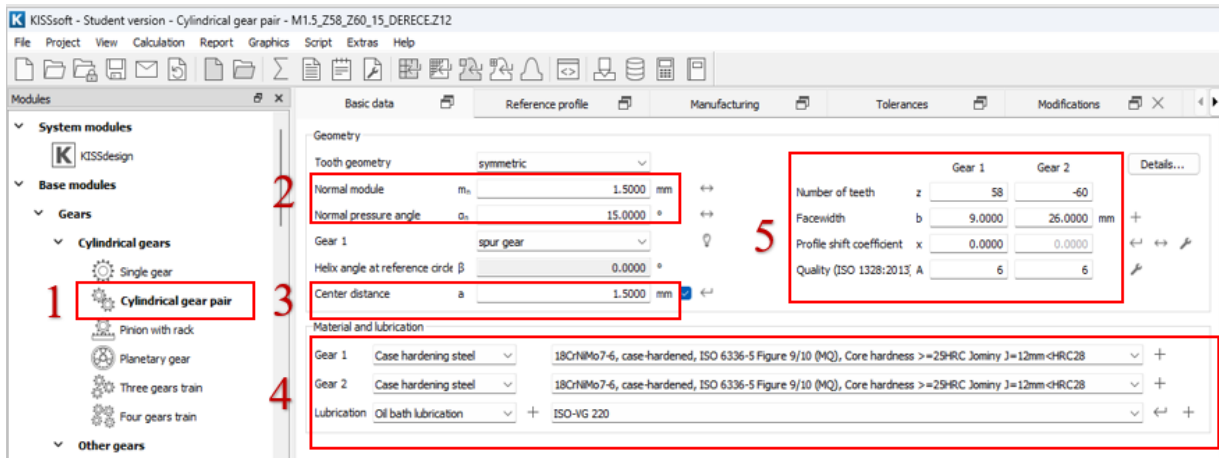
Figure 5. Gear geometries with profile shift in the Z58 pinion gear (a) 15° gear geometry. (b) 20° gear geometry. (c) 25° gear geometry. (d) 30° gear geometry.



Şekil 6. Z57 pinyon dişlide profil kaydırmalı dişli geometrileri (a) 15° dişli geometrisi. (b) 20° dişli geometrisi. (c) 25° dişli geometrisi. (d) 30° dişli geometrisi.

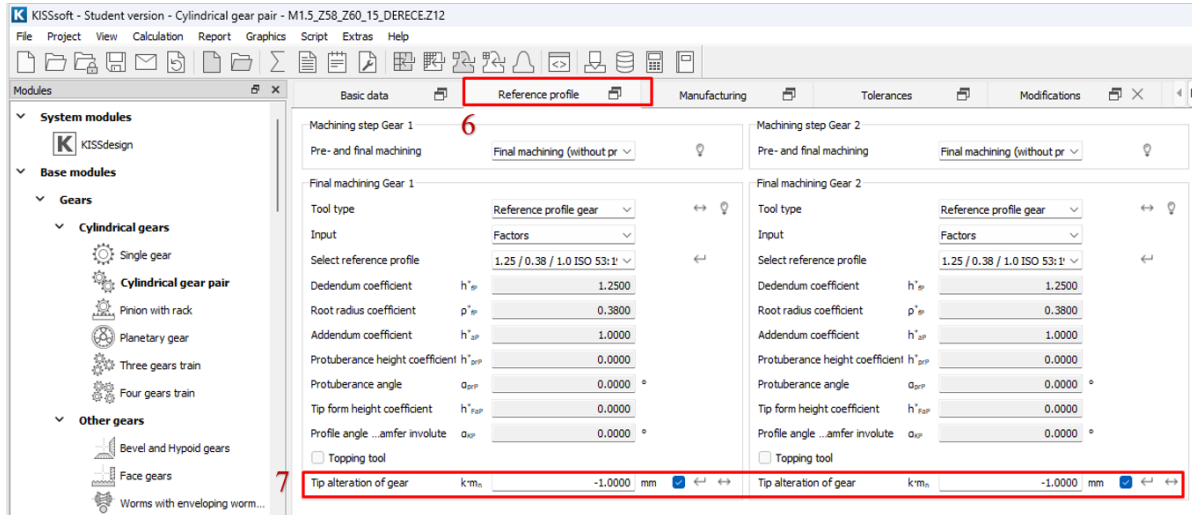
Figure 6. Gear geometries with profile shift in the Z57 pinion gear (a) 15° gear geometry. (b) 20° gear geometry. (c) 25° gear geometry. (d) 30° gear geometry.

KISSsoft® programında dişli geometrisinin oluşturulması Şekil 7'de gösterilmiştir. 1 numaralı bölümden çalışılacak dişli tipi olarak "Cylindrical gear pair" (silindirik dişli çifti) seçilmiştir. 2 numaralı bölümden modül ($m=1,5$ mm) ve basınç açısı ($\alpha=15^\circ$) seçilmiştir. 3 numaralı bölümden dişliler arası eksen mesafesi hesaplatılmıştır. 5 numaralı bölümden pinyon dişli $Z_1=58$ diş sayısı ve iç dişli $Z_2=60$ diş sayısı ile dişli kalınlık değerleri girilmiştir. 4 numaralı bölümden dişli malzemeleri olarak sementasyon çeliği AISI 4820, yani 18CrNiMo7-6 malzemesi seçilmiştir.



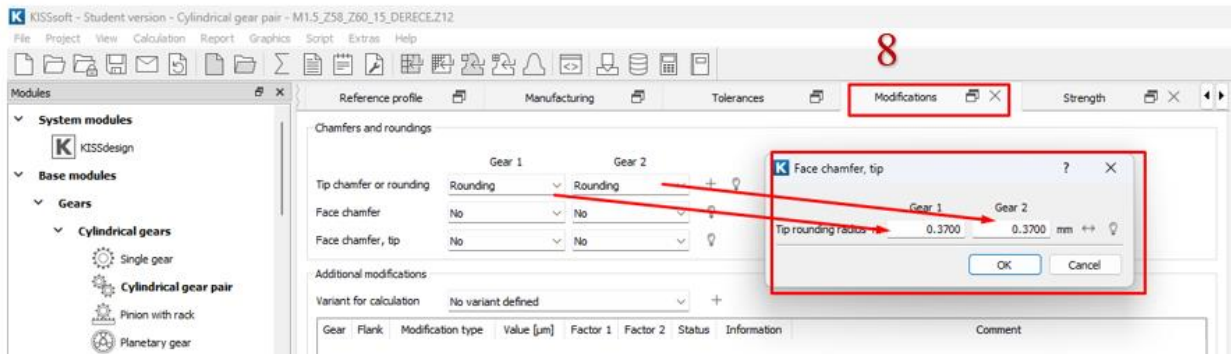
Şekil 7. Dişli geometrisinin KISSsoft® programında oluşturulması: 1. Adım
Figure 7. Creation of the gear geometry in KISSsoft® program: Step 1

Şekil 8'de verilen Reference profil kısmından, 7 numaralı bölümden (Z_1) ve (Z_2) için -1 mm uç değişikliği tanımlanmıştır. Bu çalışmada hem profil kaydırmasız hem de profil kaydırmalı durumlar incelenmiştir. Profil kaydırma yapılmayan durumlarda, diş uçlarından kesme yapılmıştır.



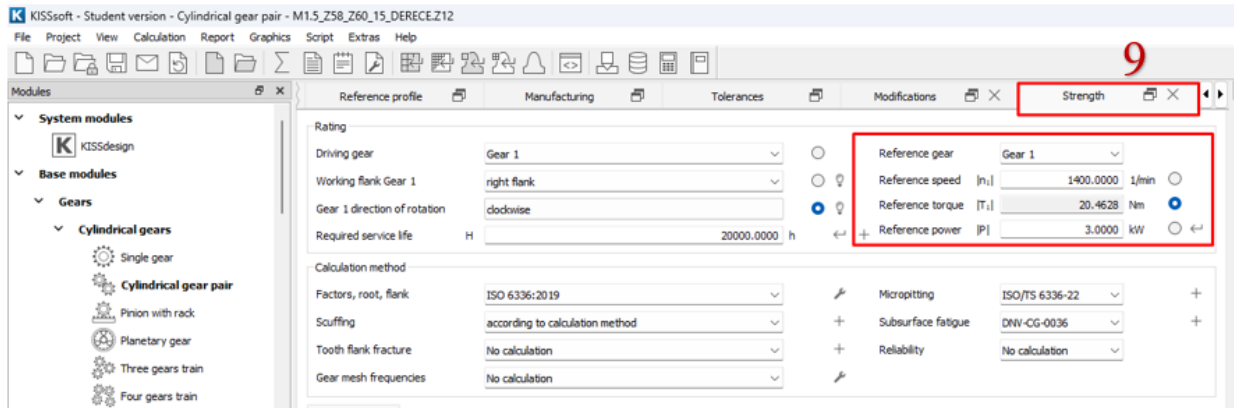
Şekil 8. Dişli geometrisinin KISSsoft® programında oluşturulması: 2. Adım
Figure 8. Creation of the gear geometry in KISSsoft® program: Step 2

Şekil 9'da verilen Modifications kısmından, 8 numaralı bölümden (Z_1) ve (Z_2) için diş uçlarına 0,370 mm'lik bir radius tanımlanmıştır.



Şekil 9. Dişli geometrisinin KISSsoft® programında oluşturulması: 3. Adım
Figure 9. Creation of the gear geometry in KISSsoft® program: Step 3

Bu çalışmada, redüktör için kabul edilen motor devri 1400 dev/dak ve 3 kW'lık piyasada bulunabilen motora göre değerler kabul edilmiştir. Şekil 10'da verilen Strength kısmından, 9 numaralı bölümden (Z_1) pinyon dişliye 1400 dev/dak ve 3 kW'lık devir ve güç tanımlanmıştır.



Şekil 10: Dişli geometrisinin KISSsoft® programında oluşturulması: 4. Adım

Figure 10: Creation of the gear geometry in KISSsoft® program: Step 4

Bu çalışma kapsamında tasarımı yapılan dişli çiftlerine ait sayısal veriler Tablo 1'de yer almaktadır. İlk grupta, profil kaydırma yapılmadan durum incelenmiştir ve bu durumda diş üstü çaplarından kesme uygulanmıştır. Ayrıca, profil kaydırma yapıldığı durumlarda profil kaydırma değerleri de Tablo 1'de belirtilmiştir.

Tablo 1. Harmonik redüktör tasarım bilgileri

Table 1. Design information of harmonic reducer

Grup No	Model	Profil Basınç Açısı (°)	İç Dişli (Z_2)	Dış Dişli (Z_1)	Profil Kaydırma (Z_1)	Profil Kaydırma (Z_2)	Dişli Uç Değişikliği (mm)		Dişliler Arası Eksenriklik Mesafesi (mm)	Çevrim Oranı
1. Grup	Model 1	15			0	0	-1	-1	1,5	
	Model 2	20	60	58	0	0	-0,75	-0,75	1,5	29
	Model 3	25			0	0	-0,70	-0,70	1,5	
	Model 4	30			0	0	-0,60	-0,60	1,5	
	Model 5	15			0	0	-0,75	-0,75	2,25	
	Model 6	20	60	57	0	0	-0,58	-0,58	2,25	19
	Model 7	25			0	0	-0,40	-0,40	2,25	
	Model 8	30			0	0	-	-0,1250	2,25	
2. Grup	Model 9	15			0,528	-1,2	0	0	1,99	
	Model 10	20	60	58	0	-0,5578	0	0	2	29
	Model 11	25			0	-0,4324	0	0	1,955	
	Model 12	30			-0,093	-0,2073	0	0	1,86	
	Model 13	15			0	-0,5515	0	0	2,71	
	Model 14	20	60	57	0	-0,3923	0	0	2,6555	19
	Model 15	25			0	-0,2471	0	0	2,55	
	Model 16	30			0,05	-0,05	0	0	2,25	

2.2. Diş mukavemet hesaplarının yapılması

2.2. Performing of gear stress calculations

Dişlilerin mukavemet hesaplarında standartların belirttiği üzere, incelenmesi gereken önemli parametreler; diş dibi (diş kökü) güvenlik değeri ve dişli yan yüzey mukavemet güvenlik değeridir. Dişliler, üzerine gelen diş eğilme gerilmeleri dolayısıyla ani şekilde kırılabilirler ya da dişlilerin çalışma koşulları nedeniyle belirli bir süreden sonra yüzeylerinde oluşan ezilmeden dolayı çukurcuk (pitting) hasarı oluşabilir. Bu nedenle, bu iki parametre dişlilerin tasarımında büyük önem taşımaktadır.

Dişlilerde mukavemet hesaplamaları için DIN, ISO, AGMA, TGL, EN gibi birçok standart bulunmaktadır. ISO standardının dişli çark hesaplamalarında yaygın şekilde kullanıldığı ve pratik verilerin standart çerçevesinde gerçekleştirilen hesap değerlerini doğruladığı bilinmektedir (Uzay & Geren, 2017). Bu çalışma kapsamında, dişlilerin mukavemet hesaplamaları ISO 6336:2019 standardı kullanılarak gerçekleştirilmiştir. Mukavemet hesaplarının yanı sıra, sonlu elemanlar analizleri de çalışma kapsamında gerçekleştirilmiştir. Dişli çarklarda mukavemet hesaplamalarında, yüzey basıncı (Hertz gerilmesi) ve diş dibi gerilmesine göre iki temel kriter üzerinden hesaplamalar yapılmıştır.

2.2.1. Diş dibi gerilmesine göre mukavemet hesaplamaların yapılması

2.2.1. Stress calculations according to tooth root stress

Diş dibi gerilmesine göre ISO 6336:2019 standardına uygun mukavemet hesaplarında kullanılan bağıntılar Denklem 5 ile Denklem 13'de ifade edilmiştir.

$$\sigma_{F0} = \frac{F_t}{b.m} \cdot Y_F \cdot Y_S \cdot Y_\beta \text{ nominal diş dibi gerilme bağıntısı Denklem 4'te ifade edilmiştir.} \quad (4)$$

$$\sigma_F = \sigma_{F0} \cdot K_A \cdot K_V \cdot K_{F\beta} \cdot K_{Fa} \leq \sigma_{FP} \text{ diş dibi gerilme bağıntısı Denklem 5'de ifade edilmiştir.} \quad (5)$$

Dişli form faktörü Y_F , diş formu ve diş sayısına bağlı bir katsayıdır ve Denklem 6'da ifade edilmiştir.

$$Y_F = \frac{\frac{6.h_{Fe}}{m_n} \cdot \cos a_{Fen}}{\left(\frac{s_{Fn}}{m_n}\right)^2 \cdot \cos a_n} \quad (6)$$

Diş dibi çentik faktörü Y_S , değerinin hesaplanması, Denklem 7 ve Denklem 8'de verilmiştir.

$$Y_S = (1,2 + 0,3.L) \cdot q_s^{\left[1,21 + \frac{2,3}{L}\right]^{-1}} \quad (7)$$

$$L = \frac{s_{Fn}}{h_{Fe}}, \quad q_s = \frac{s_{Fn}}{2\rho_F} \quad (8)$$

Taşlanmış dişliler için Y_{Sg} , değerinin hesaplanması, Denklem 9'da verilmiştir.

$$Y_{Sg} = \frac{1,3.Y_S}{1,3 - 0,6 \cdot \sqrt{\frac{t_g}{r_g}}} \quad (9)$$

Müsaade edilen diş dibi gerilmesi σ_{FP} , hesaplanması Denklem 10'da verilmiştir.

$$\sigma_{FP} = \frac{\sigma_{Flim} \cdot Y_{ST} \cdot Y_{NT}}{S_{Fmin}} \cdot Y_{\delta relT} \cdot Y_{R relT} \cdot Y_X = \frac{\sigma_{FG}}{S_{Fmin}} \quad (10)$$

Burada kritik olan minimum diş dibi katsayısı (Minimal Root Safety) değeridir. S_{Fmin} değerini çektiğimizde oluşan ifade Denklem 11’de verilmiştir.

$$S_{Fmin} = \frac{\sigma_{FG}}{\sigma_{FP}} \quad (11)$$

Diş dibi emniyeti (Root Safety) değeri S_F değerinin hesaplanmasında kullanılan ifade, Denklem 12’de verilmiştir.

$$S_F = \frac{\sigma_{FG}}{\sigma_F} \quad (12)$$

Denklemlerdeki K Katsayıları;

Uygulama Katsayısı K_A

Dinamik yük katsayısı K_V

Helis yönünde yük dağılım faktörleri; $K_{H\beta}$ (Diş yüzeyi), $K_{F\beta}$ (Diş dibi)

Profil yönünde yük dağılım faktörleri; $K_{H\alpha}$ (Diş yüzeyi), $K_{F\alpha}$ (Diş dibi)

olarak ifade edilmektedir. Denklemdaki diğer unsurlar semboller kısmında verilmiştir.

2.2.2. KISSsoft® programından diş dibi gerilmesine göre hesaplanan değerler

2.2.2. Calculated values according to tooth root stress from KISSsoft® program

Yapılan analizlerde diş dibi gerilmesine göre mukavemet değerlerinin KISSsoft® programından elde edilen sonuçları, Tablo 2’de paylaşılmıştır.

Tablo 2. Diş dibi gerilmesine göre analiz sonuçları
Table 2. Analysis results according to tooth root stress

	F_t (N)	σ_{F0} (MPa)	σ_F (MPa)	σ_{FP} (MPa)	σ_{FG} (MPa)	σ_{Flim} (MPa)	S_{Fmin}	S_F
Model 1	470,4	111,38	201,82	553,78	719,91	430	1,3	3,567
Model 2		102,42	195,03	555,08	721,6			3,7
Model 3		96,19	187,7	556,36	723,26			3,853
Model 4		166,98	333,67	591,44	768,87			2,304
Model 5	478,7	125,93	231,71	553,73	719,85			3,107
Model 6		115,61	217,47	555,03	721,54			3,318
Model 7		107,71	207,43	556,31	723,2			3,486
Model 8		171,57	342,76	591,4	768,81			2,243
Model 9	470,4	128,22	261,36	557,46	724,69			2,773
Model 10		105,94	241,36	555,08	721,6			2,99
Model 11		95,11	207,21	556,36	723,26			3,49
Model 12		99,73	202,26	562,52	731,28			3,616
Model 13	478,7	76,89	216,4	553,73	719,85			3,327
Model 14		96,47	251,37	555,03	721,54			2,87
Model 15		87,78	205,82	556,31	723,2			3,514
Model 16		108,23	214,65	562,75	731,58			3,408

2.2.3. Yüzey basıncı (Hertz Gerilmesi) kontrolü

2.2.2. Surface pressure (Hertz stress) control

Yüzey basıncı sonucu oluşan Hertz gerilmeleri ve pitting hasarı kontrolüne ilişkin ISO 6336:2019 standardına göre yapılan mukavemet hesaplamalarında kullanılan formül, Denklem 13 ile Denklem 16’de ifade edilmiştir.

$$\sigma_H = Z_B \cdot \sigma_{HO} \cdot \sqrt{K_A \cdot K_V \cdot K_{H\beta} \cdot K_{H\alpha}} \cdot \epsilon \sigma_{HP} \quad \sigma_{HO} = Z_H \cdot Z_E \cdot Z_\epsilon \cdot Z_\beta \cdot \sqrt{\frac{F_t}{d_1 \cdot b} \cdot \frac{u+1}{U}}$$

$$\sigma_H = \text{Yüzey gerilmesi (MPa)} \quad (13)$$

$$\sigma_{HO} = \text{Taksimat dairesindeki yüzey gerilmesi (MPa)}$$

Müsaade edilen yüzey gerilemesinin σ_{HP} , hesaplanmasında kullanılan formül Denklem 14’de verilmiştir.

$$\sigma_{HP} = \frac{\sigma_{Hlim} \cdot Z_{NT}}{S_{Hmin}} \cdot Z_L \cdot Z_V \cdot Z_R \cdot Z_W \cdot Z_X = \frac{\sigma_{HG}}{S_{Hmin}} \quad (14)$$

Kritik olan minimum yan yüzey güvenliği (Minimal Flank Safety) S_{Hmin} , değerinin hesaplanmasında kullanılan bağıntı Denklem 15’de verilmiştir.

$$S_{Hmin} = \frac{\sigma_{HG}}{\sigma_{HP}} \quad (15)$$

Yan yüzey güvenliği (Flank Safety) S_{HBD} , değerinin hesaplanmasında kullanılan formül Denklem 16’da verilmiştir.

$$S_{HBD} = \frac{\sigma_{HG}}{\sigma_{HBD}} \quad (16)$$

Denklemdaki diğer unsurlar semboller kısmında verilmiştir.

2.2.4. KISSsoft® programında yüzey basıncına göre (Hertz Gerilmesi) göre hesaplanan değerler

2.2.4. Calculated values according to surface pressure (Hertz stress) in KISSsoft® program

Yüzey basıncına göre KISSsoft® programında elde edilen mukavemet değerleri sonuçları Tablo 3’te paylaşılmıştır.

Tablo 3. Yüzey basıncına göre analiz sonuçları

Table 3. Analysis results according to surface pressure

	σ_{Hlim} (MPa)	σ_H (MPa)	σ_{HBD} (MPa)	σ_{HO} (MPa)	σ_{HP} (MPa)	σ_{HG} (MPa)	S_{Hmin}	S_H
Model 1	1500	105,44	114,25	75,97	1511,31	1435,74	0,95	12,567
Model 2		95,68	104,27	67,01	1522,58	1446,46		13,872
Model 3		88,97	96,81	61,38	1531,2	1454,64		15,025
Model 4		84,96	91,25	57,73	1538,08	1461,18		16,013
Model 5		132,56	162,25	94,68	1493,71	1419,02		8,746
Model 6		118,7	138,58	83,51	1504,85	1429,61		10,316
Model 7		110,26	125,02	76,36	1513,37	1437,7		11,5
Model 8		103,24	112,09	69,64	1520,17	1444,16		12,883
Model 9		54,52	181,96	36,41	1562,81	1484,67		8,159
Model 10		56,87	188,92	35,73	1564,45	1486,23		7,867
Model 11		58,36	149,41	37,46	1564,04	1485,84		9,945
Model 12		60,7	123,24	40,42	1561,79	1483,7		12,039
Model 13		81,77	81,77	46,01	1534,99	1458,24		17,8331
Model 14		84,3	226,71	49,31	1534,68	1457,95		6,431
Model 15		87,11	169,04	53,77	1532,71	1456,07		8,614
Model 16		104,58	114,04	71,03	1520,17	1444,16		12,664

KISSsoft® programına göre, metal malzemeler için ISO/DIN normlarına ve AGMA normlarına uygun olarak kabul edilen güvenli değerler Tablo 4 ve Tablo 5'te sunulmuştur.

Tablo 4. ISO/DIN standartlarına göre belirlenen emniyet değerleri
Table 4. Safety values according to ISO/DIN standards

	m≤ 0,5	m=1	m≥2
Root Safety (Diş Dibi Güvenliği)	0,6	1,2	1,4
Flank Safety (Yan Yüzey Güvenliği)	0,6	0,9	1

Tablo 5. ISO standartlarına göre belirlenen emniyet değerleri
Table 5. Safety values according to ISO standards

	m≤ 0,5	m=1	m≥2
Root Safety (Diş Dibi Güvenliği)	0,43	0,85	1
Flank Safety (Yan Yüzey Güvenliği)	0,6	0,9	1

Dişli çarkların analizlerinde kullanılan malzeme olarak sementasyon çeliği olarak bilinen DIN 1.6587 (18CrNiMo7-6) seçilmiştir. Bu malzemenin mekanik özellikleri Tablo 6'da yer almaktadır.

Tablo 6. 18CrNiMo7-6 malzeme özellikleri
Table 6. 18CrNiMo7-6 material properties

Yüzey Sertliği	HRC 61
Diş dibi gerilmesi için sonsuz ömür dayanımı (MPa)	430
Hertz basıncı için sınır dayanımı (MPa)	1500
Young Modülü (MPa)	206000
Poisson Oranı	0,3
Çekme Dayanımı (MPa)	1200
Akma Dayanımı (MPa)	850

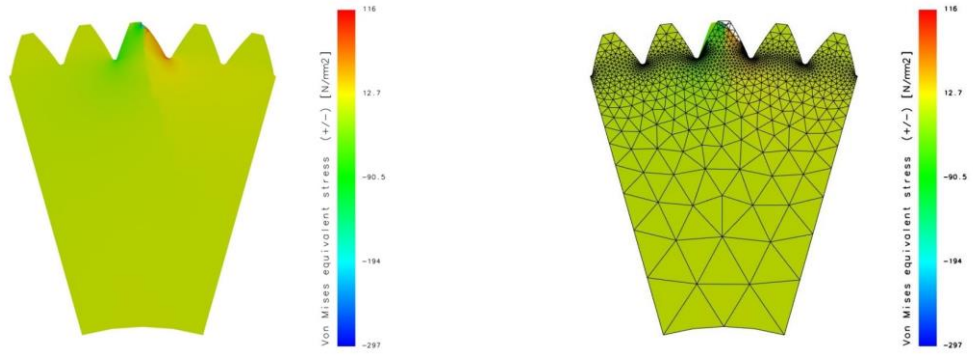
Sonlu elemanlar analizlerinde mesh doğruluğu yapmak için model 1'de kaba, orta ve ince mesh olmak üzere 3 farklı mesh tipinde analiz yapılmış ve sonuçları Tablo 7'de paylaşılmıştır. Tablo 7'deki sonuçlar incelendiğinde mesh tipi değiştiğinde analiz sonuçlarında çok küçük değişiklikler olduğu görülmüştür ve bu çalışma kapsamında tüm sonlu elemanlar analiz sonuçları ince mesh parametrelerinde yapılmıştır.

Tablo 7. Model 1 sonlu elemanlar mesh doğrulama analiz sonuçları
Table 7. Model 1 finite element mesh validation analysis results

	Kaba Mesh	Orta Mesh	İnce Mesh
Düğüm Sayısı	5037	5229	5409
Eleman Sayısı	2376	2468	2554
$\sigma_{\max}$ (MPa)	109,28	109,43	109,06
$\sigma_{\min}$ (MPa)	-124,05	-124,73	-124,14

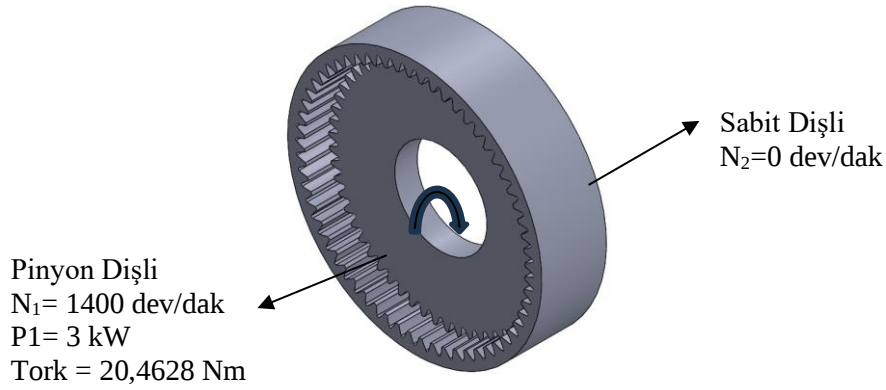
KISSsoft® programında sonlu elemanlar analizleri de dişliler üzerinde gerçekleştirilmiştir. Program, Quadratic mesh yapısı kullanılmaktadır. Quadratic mesh yapısı diğer mesh tiplerine göre daha yüksek doğruluk sağlarlar. Her bir elemanın daha fazla dengesi ve daha yüksek dereceli polinomlar kullanarak daha hassas sonuçlar verirler. Karmaşık geometri ve dinamik problemler için daha doğru ve güvenilir sonuçlar elde etmeyi sağlar. Örnek bir tasarım için mesh yapısı ve Von Mises gerilme dağılımları (Model 16) Şekil 11'de sunulmuştur. Bu analizlere göre, tasarımların tümünde ISO 6336 standardı kapsamında yapılan hesaplara paralel şekilde, emniyetli değerler içerisinde kalındığı görülmüştür. Analiz sonuçlarında en yüksek gerilme değerleri, 16 nolu modelde -275,57 MPa (basma şeklinde) olarak hesaplanmıştır. 18CrNiMo7-6 malzemesinin akma dayanımı 850 MPa ve diş dibi gerilmesi için sonsuz ömür dayanımı değeri olan 430 MPa değerinin çok altında değerler

elde edilmiştir. Gerçekleştirilen tüm tasarımlarda sonlu eleman analizlerinde emniyetli bölge içerisinde kalındığı belirlenmiştir. Ayrıca bu çalışma kapsamında yapılan diğer modeller için de yapılan sonlu elemanlar analiz sonuçları Tablo 8’de paylaşılmıştır.



Şekil 11. Sonlu elemanlar analiz resmi (Model 1)
Figure 11. Image of finite element analysis (Model 1)

Sonlu eleman analiz parametreleri Şekil 12’de ifade edilmiştir. Pinyon dişliye $n_1=1400$ dev/dak devir ve $Tork_1= 20,4628$ Nm’lik değer tanımlanmıştır. İç dişli sabit olarak kabul edilmiştir. Sonlu elemanlar analizleri statik analiz olarak gerçekleştirilmiştir.



Şekil 12. Sonlu elemanlar model parametreleri
Figure 12. Finite element model parameters

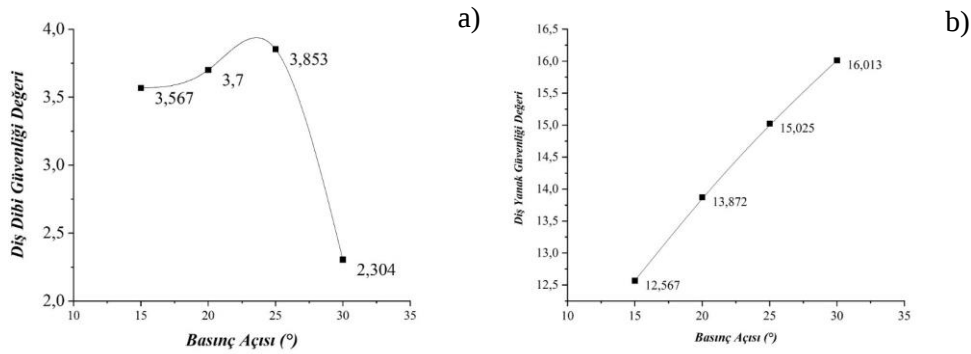
Tablo 8. Sonlu Elemanlar Analiz Sonuçları
Table 8. Finite element analysis results

	Model Adı	σ_{Max} MPa	σ_{Min} MPa	Mesh Tipi (Quadratic)	
				Düğüm Sayısı	Eleman Sayısı
Z58-Z60 Profil Kaydırmaz Çifti	Model 1 (15°)	109,06	-124,14	5409	2554
	Model 2 (20°)	96,84	-118	5143	2434
	Model 3 (25°)	176,36	-151,65	5634	2537
	Model 4 (30°)	130,99	-181,15	7011	3340
Z57-Z60 Profil Kaydırmaz Dişli Çifti	Model 5 (15°)	121,81	-140,18	5385	2540
	Model 6 (20°)	108,84	-131,84	5240	2471
	Model 7 (25°)	101,37	-130,9	5326	2519
	Model 8 (30°)	137,01	-189,24	6885	3282
Z58-Z60 Profil Kaydırmalı Dişli Çifti	Model 9 (15°)	119,09	-142,48	4662	2225
	Model 10 (20°)	99,84	-121,69	4316	2059
	Model 11 (25°)	90,6	-117,38	5977	2870
	Model 12 (30°)	102,68	-143,21	5098	2441
Z5-Z60 Profil Kaydırmalı Dişli Çifti	Model 13 (15°)	54,08	-61,31	4019	1912
	Model 14 (20°)	92,6	-112	4392	2095
	Model 15 (25°)	85,79	-112,15	5955	2858
	Model 16 (30°)	156,09	-275,57	5828	2771

Tablo 9. Diş dibi ve yüzey basıncı hesap sonuçları
Table 9. Results of the root and flank safety

	Model Adı	Basınç Açısı (°)	Root Safety (Diş Dibi Güvenliği)	Flank Safety (Yan Yüzey Güvenliği)
Z58-Z60 Profil Kaydırmaz Dişli Çifti	Model 1	15	3,567	12,567
	Model 2	20	3,7	13,872
	Model 3	25	3,853	15,025
	Model 4	30	2,304	16,013
Z57-Z60 Profil Kaydırmaz Dişli Çifti	Model 5	15	3,107	8,746
	Model 6	20	3,318	10,316
	Model 7	25	3,486	11,5
	Model 8	30	2,243	12,883
Z58-Z60 Profil Kaydırmalı Dişli Çifti	Model 9	15	2,773	8,159
	Model 10	20	2,99	7,867
	Model 11	25	3,49	9,945
	Model 12	30	3,616	12,039
Z57-Z60 Profil Kaydırmalı Dişli Çifti	Model 13	15	3,327	17,8331
	Model 14	20	2,87	6,431
	Model 15	25	3,514	8,614
	Model 16	30	3,408	12,664

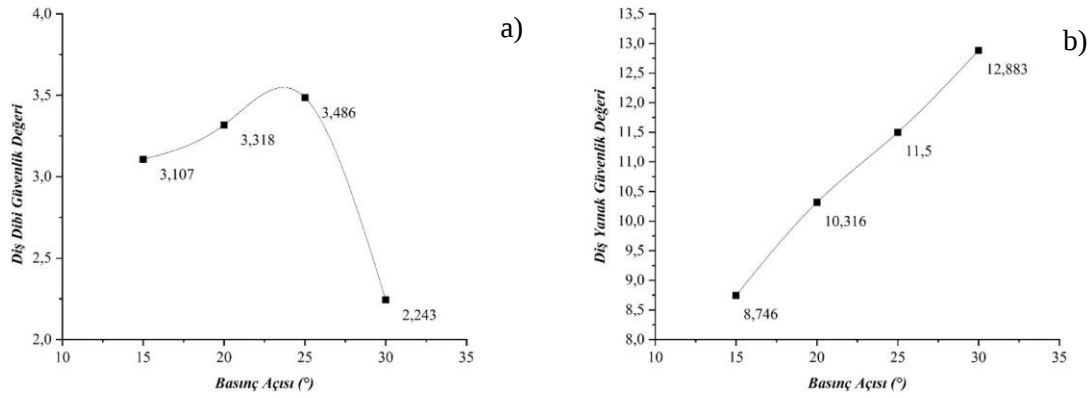
Tablo 9’da bütün modeller için diş dibi (kök) güvenlik değeri (Root Safety) ve diş yan yüzey güvenlik değeri (Flank Safety) sonuçları verilmiştir. ISO/DIN normlarına göre ve AGMA normlarına göre bakıldığında kök güvenlik değerleri ve yan yüzey güvenlik değerleri yüksek çıktığı görülmektedir.



Şekil 13. Z58 – Z60 profil kaydırmaz dişli çiftinde diş dibi güvenlik değeri ve diş yan yüzey güvenlik değerlerinin basınç açısına göre grafikleri. (a) Diş dibi güvenlik değerinin basınç açısına göre grafiği. (b) Diş yan yüzey güvenlik değerinin basınç açısına göre grafiği.

Figure 13. Graphs of tooth bottom safety value and tooth sidewall safety values according to pressure angle for the Z58 - Z60 profile non-profile shifted gear pair. (a) Graph of tooth bottom safety value according to pressure angle. (b) Graph of tooth sidewall safety value according to pressure angle.

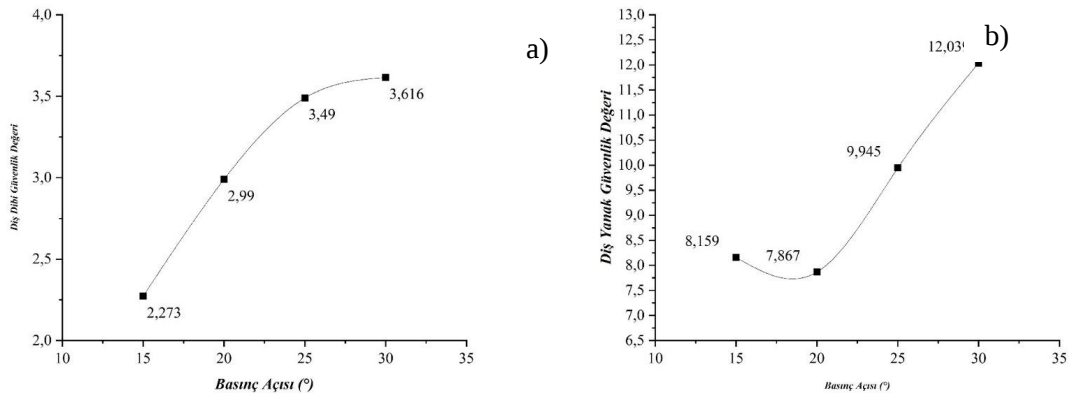
Z58 – Z60 dişli çiftinde profil kaydırma yapılmadığı durumu özelinde incelendiğinde, Şekil 13’te görüldüğü üzere analiz sonuçlarına göre yan yüzey güvenlik değerleri ile basınç açısı arasında doğrusal bir artış görülmektedir. Basınç açısı arttıkça yan yüzey güvenlik değerleri de artış göstermektedir. Diş dibi güvenlik değerlerine baktığımızda ise, 15°, 20° ve 25° için basınç açısının artmasıyla diş dibi güvenlik değerlerinin de arttığı görülmektedir. Ancak, 30° için elde edilen 2,304 değeri, ISO/DIN standartlarıyla karşılaştırıldığında yüksek emniyetli bir değer olduğu gözlemlenmektedir.



Şekil 14. Z57 – Z60 profil kaydırmaz dişli çiftinde diş dibi güvenlik değeri ve diş yan yüzey güvenlik değerlerinin basınç açısına göre grafikleri. (a) Diş dibi güvenlik değerinin basınç açısına göre grafiği. (b) Diş yan yüzey güvenlik değerinin basınç açısına göre grafiği.

Figure 14. Graphs of tooth bottom safety value and tooth sidewall safety values according to pressure angle for the Z57 - Z60 profile non-profile shifted gear pair. (a) Graph of tooth bottom safety value according to pressure angle. (b) Graph of tooth sidewall safety value according to pressure angle.

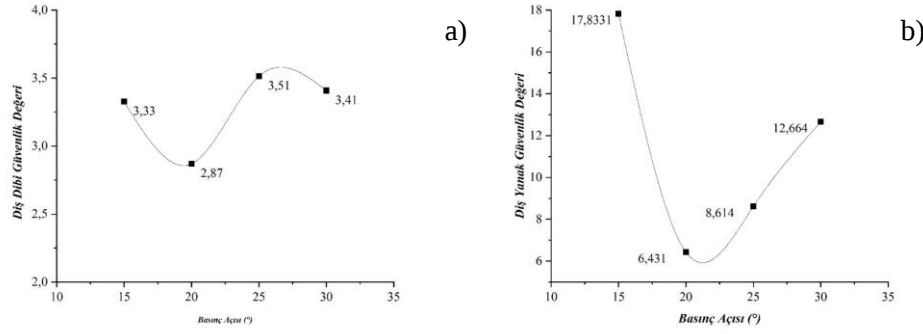
Z57 – Z60 dişli çiftinde profil kaydırma yapılmadığı durumu özelinde incelendiğinde, Şekil 14'te görüldüğü üzere analiz sonuçlarına göre yan yüzey güvenlik değerleri ile basınç açısı arasında doğrusal bir artış gözlemlenmektedir. Basınç açısı arttıkça yan yüzey güvenlik değerleri de artmaktadır. Diş dibi güvenlik değerlerine baktığımızda ise, 15°, 20° ve 25° için basınç açısının artmasıyla diş dibi güvenlik değerlerinin de arttığı görülmektedir. Ancak, 30° için elde edilen 2,243 değeri, ISO/DIN standartlarıyla karşılaştırıldığında yüksek emniyetli bir değer olduğu anlaşılmaktadır.



Şekil 15. Z58 – Z60 profil kaydırmalı dişli çiftinde diş dibi güvenlik değeri ve diş yan yüzey güvenlik değerlerinin basınç açısına göre grafikleri. (a) Diş dibi güvenlik değerinin basınç açısına göre grafiği. (b) Diş yan yüzey güvenlik değerinin basınç açısına göre grafiği.

Figure 15. Graphs of tooth bottom safety value and tooth sidewall safety values according to pressure angle in Z58 - Z60 profile shifted gear pair. (a) Graph of tooth bottom safety value according to pressure angle. (b) Graph of tooth sidewall safety value according to pressure angle.

Z58 – Z60 dişli çiftinde profil kaydırma yapıldığı durumu özelinde incelendiğinde, Şekil 15'te görüldüğü üzere analiz sonuçlarına göre yan yüzey güvenlik değerleri ile basınç açısı arasında 20° basınç açısında bir düşüş olduğu gözlemlenmektedir. Ancak, değerler standartlarla kıyaslandığında yüksek çıkmaktadır. Diş dibi güvenlik değerlerine baktığımızda ise, basınç açısı arttıkça diş dibi güvenlik değerlerinin de arttığı görülmektedir. ISO/DIN standartlarına göre kıyaslandığında, bu değerlerin yüksek emniyetli olduğu anlaşılmaktadır.



Şekil 16. Z57 – Z60 profil kaydırmalı dişli çiftinde diş dibi güvenlik değeri ve diş yan yüzey güvenlik değerlerinin basınç açısına göre grafikleri. (a) Diş dibi güvenlik değerinin basınç açısına göre grafiği. (b) Diş yan yüzey güvenlik değerinin basınç açısına göre grafiği.

Figure 16. Graphs of tooth bottom safety value and tooth sidewall safety values according to pressure angle in Z57 - Z60 profile shifted gear pair. (a) Graph of tooth bottom safety value according to pressure angle. (b) Graph of tooth sidewall safety value according to pressure angle.

Z57 – Z60 dişli çiftinde profil kaydırma yapıldığı durumu özelinde incelendiğinde, Şekil 16'da görüldüğü üzere analiz sonuçlarına göre yan yüzey güvenlik değerleri ile basınç açısı arasında 20° basınç açısında bir düşüş olduğu gözlemlenmektedir. Ancak, değerler standartlarla kıyaslandığında yüksek çıkmaktadır. Diş dibi güvenlik değerlerine baktığımızda ise, basınç açısı arttıkça diş dibi güvenlik değerlerinin de arttığı görülmektedir. ISO/DIN standartlarına göre kıyaslandığında, bu değerlerin yüksek emniyetli olduğu anlaşılmaktadır.

2.3. Kavrama oranlarının basınç açısına göre değişiminin incelenmesi

2.3. Investigation of the change of contact ratios according to pressure angle

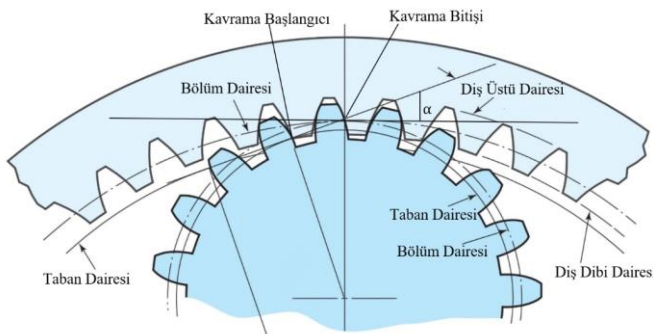
Kavrama oranı, dişlilerde önemli bir parametredir ve kavrama boyunun dişli taksimatına oranı olarak ifade edilebilir. Dişlilerde kavrama oranı arttıkça, daha fazla dişin temas etmesi anlamına gelir ve bu durum güç iletimini artırır. Kavrama oranı, dişli çarkın dayanıklılığı ve performansını etkiler. Kavrama oranının düşük olduğu durumlarda, diş dibinden kırılma ihtimali yüksektir. Dolayısıyla, hareketin ve verimliliğin yüksek olması istenilen yerlerde kavrama oranının da yüksek olması arzu edilir. Tablo 8’de, KISSsoft® programında hesaplatılan kavrama oranları verilmiştir.

Düz dişliler için kavrama oranının hesaplanmasında kullanılan bağıntı Denklem 18’de verilmiştir (Şeber, 2002).

$$\text{Kavrama oranı, } \varepsilon_a = \frac{\sqrt{r_{k1}^2 - r_{g1}^2} + \sqrt{r_{k2}^2 - r_{g2}^2} - a \sin \alpha_b}{\pi m \cos \alpha_0} \quad (18)$$

r_g = referans yarı çapı (mm), r_k = diş üstü yarı çapı (mm), a = merkez mesafesi (mm), α_b = çalışma basınç açısı (°)

α_0 = referans basınç açısı (°), m = modül



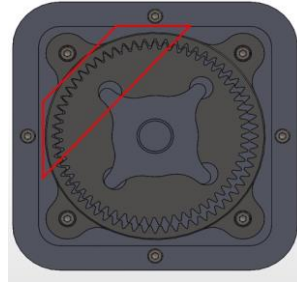
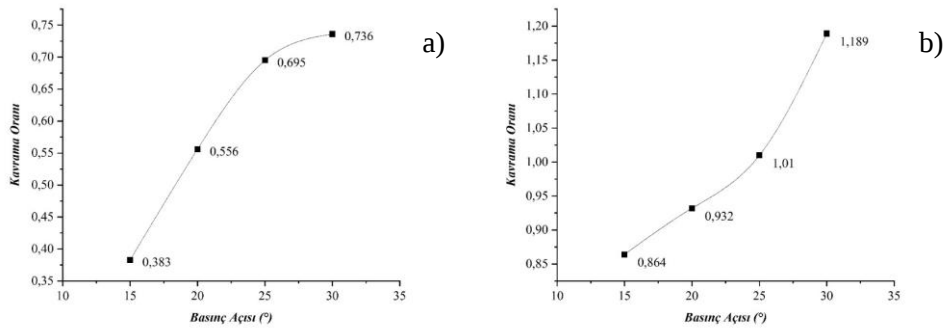
Şekil 17. Dişlilerde kavrama oranı ilişkisi (Budynas & Nisbett, 2014).

Figure 17. Profile shifting ratio relationship in gears (Budynas & Nisbett, 2014).

Tablo 10. Kavrama oranının, basınç açısıyla olan ilişkisi.**Table 10.** Relationship between contact ratio and pressure angle.

	KISSsoft® Kavrama Oranı	Toplam Kavrama Oranı
Model 1 (15°)	0,383	6,894
Model 2 (20°)	0,556	10,008
Model 3 (25°)	0,695	12,51
Model 4 (30°)	0,736	13,248
Model 5 (15°)	0,864	15,552
Model 6 (20°)	0,932	16,776
Model 7 (25°)	1,01	18,18
Model 8 (30°)	1,189	21,402
Model 9 (15°)	1,579	28,422
Model 10 (20°)	1,641	29,538
Model 11 (25°)	1,523	27,414
Model 12 (30°)	1,39	25,02
Model 13 (15°)	2,031	36,558
Model 14 (20°)	1,816	32,688
Model 15 (25°)	1,613	29,034
Model 16 (30°)	1,076	19,368

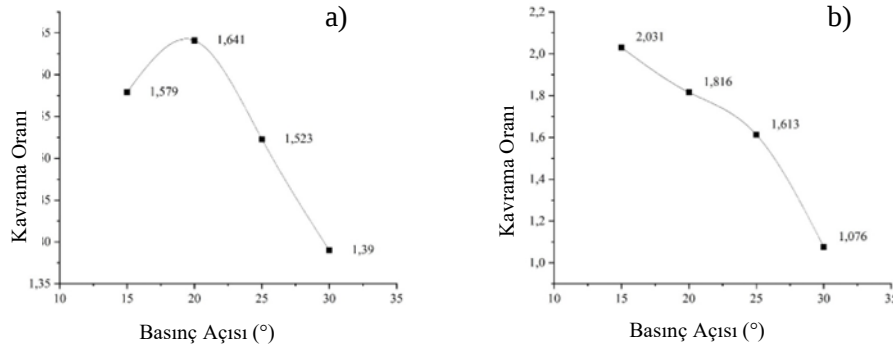
KISSsoft® programı, sadece temas noktasının olduğu yerleri hesapladığı için hesaplamalar düşük çıkmaktadır. Ancak, bu redüktörün çalışma yapısı gereğince, kavrama anında 18 dişlinin kavradığı Şekil 18’de görülmektedir. Dolayısıyla redüktörde gerçekte oluşan kavrama oranı yaklaşık 18 kat daha fazla olmaktadır. Gerçekte kabul edilmesi önerilen kavrama oranı değerleri de Tablo 8’de verilmiştir.

**Şekil 18.** Redüktörde temas eden diş sayısı.**Figure 18.** Number of contacting teeth in the reducer.**Şekil 19.** Profil kaydırmaz dişli çiftlerinde basınç açısı ile kavrama oranı arasındaki ilişki grafiği.

(a) Z58 – Z60 dişli çifti (b) Z57 – Z60 profil dişli çifti

Figure 19. Graph of the relationship between pressure angle and engagement ratio for gear pairs without profile shift (a) Z58 – Z60 gear pair (b) Z57 – Z60 profile gear pair.

Z58 – Z60 profil kaydırma yapılmayan dişli çiftlerinde, Şekil 19’daki grafikler incelendiğinde basınç açısı arttıkça kavrama oranının da arttığı görülmektedir. En yüksek kavrama oranı her iki dişli çiftinde de 30° basınç açısında elde edildiği görülmüştür.



Şekil 20. Profil kaydırmalı dişli çiftlerinde basınç açısı ile kavrama oranı arasındaki ilişki grafiği.

(a) Z58 – Z60 dişli çifti (b) Z57 – Z60 dişli çifti

Figure 20. Graph of the relationship between pressure angle and engagement ratio for gear pairs with profile shifting. (a) Z58 – Z60 gear pair (b) Z57 – Z60 gear pair

Profil kaydırma yapılan dişli çiftlerinde, Şekil 20'deki grafikler incelendiğinde basınç açısı arttığında kavrama oranının da azaldığı görülmektedir. En yüksek kavrama oranı 15° basınç açısında Z57 – Z60 dişli çiftinde 2,031 olduğu görülmüştür.

Çalışma kapsamında nihai olarak, profil kaydırma vasıtasıyla harmonik hareketin oluşturulabildiği, bunun yanı sıra literatürde yapılan çalışmalardan. (Li vd., 2022; Mo vd., 2022) farklı ve daha basit bir bakış açısıyla, geometrik modifikasyonlara gerek kalmadan sadece profil kaydırma ile diş dibi gerilmelerinin ve yüzey basıncı değerlerinin azaltılabildiği, ayrıca bu iki olgunun birlikte gerçekleştirilebildiği görülmüştür. Harmonik hareket, tek kademede elde edilen çevrim oranını artırmaktadır. Elde edilen sonuçların detaylı analizi tartışma ve sonuçlar kısmında yer almaktadır.

3. Tartışma ve sonuçlar

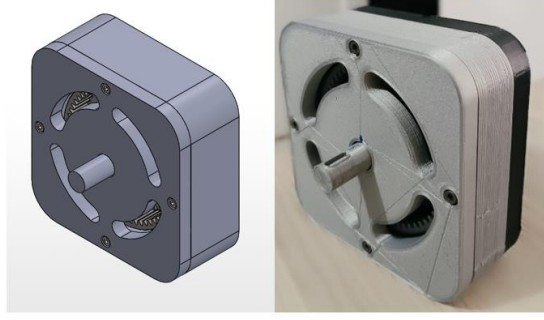
3. Discussion and conclusions

Bu çalışmada, evolvent profil yapısına sahip rijit harmonik redüktör dişli çiftinde farklı kavrama açıları ile diş dibi (kök) güvenliği (root safety) ve diş yan yüzey güvenliği (flank safety) değerleri arasındaki ilişkiler incelenmiştir. Basınç açısı arttıkça genel olarak diş dibi (kök) güvenlik değerlerinin arttığı tespit edilmiştir. Yapılan karşılaştırmalar sonucunda, ISO 6336 standardının belirttiği minimum güvenlik değerleri ile kıyaslandığında yüksek diş dibi (kök) güvenlik değerlerine ulaşıldığı görülmüştür. Aynı şekilde, basınç açısının artmasıyla genel olarak diş yan yüzey güvenlik değerlerinin de yükseldiği gözlemlenmiştir.

Harmonik redüktörde hem profil kaydırmaz dişli çifti hem de profil kaydırmalı durum incelenmiştir. Her iki durumda da Z58 – Z60 dişli çifti ve Z57 – Z60 dişli çifti analiz edilmiştir. Profil kaydırma yapılmadığı durumlarda diş başlarından kesme yapılmıştır. Bu durumda kavrama oranı, diş dibi güvenlik değerleri ve diş yan yüzey güvenlik değerleri düşük değerler sergilemiştir.

Profil kaydırmanın yapılmadığı dişli çiftlerinde kavrama açıları ile kavrama oranı arasında açı arttıkça kavrama oranlarında bir artış gözlenmiştir. Diğer taraftan, profil kaydırma yapıldığı dişli çiftlerinde ise Z58 – Z60 dişli çiftinde 20° basınç açısında en yüksek kavrama oranının 1,641 olduğu tespit edilmiştir. Z57 – Z60 profil kaydırmalı dişli çiftinde ise 15° basınç açısında kavrama oranının 2,031 olduğu görülmüştür.

Profil kaydırmalı dişli çiftlerinde yapılan analizler sonucunda daha yüksek kavrama oranları elde edilmiştir. Özellikle Z58 – Z60 dişli çiftinde çevrim oranı 29, kavrama açısı 20° ve kavrama oranı 1,641 olarak tespit edilmiştir. Bu durum, dişli çiftinin seçilmesinin daha uygun olduğunu göstermektedir. Ayrıca, 20° basınç açısının avantajlarından biri, standart kesici takımlarla üretilebilmesidir. Farklı kavrama açılarının kullanılması durumunda özel kesici takımların üretilmesi gerekebilir ki bu da maliyet ve zaman açısından dezavantaj oluşturabilir.



Şekil 21. 3B yazıcıda üretilmiş harmonik redüktör görseli
Figure 21. Image of harmonic gearbox produced with 3D printer

Tasarlanan sistemin harmonik hareket kontrolleri, KISSsoft® programı kullanılarak, 3D tasarım programında ve seçilen bir tasarımı 3D yazıcıyla oluşturularak çapraz şekilde doğrulanmıştır. Bu kapsamda Şekil 21’de görseli verilen redüktör Z58 – Z60 dişli çifti ve profil kaydırmalı, basınç açısı 20° olan 3B yazıcıda PLA malzemeden üretilmiş ve montajı yapılmıştır. Üretilen redüktörün kinematik anlamda başarıyla çalıştığı görülmüştür.

Semboller

Symbols

a	Merkez mesafesi (mm)	σ_{FP}	Emniyetli diş dibi gerilmesi (MPa)
m_n	Normal modül (mm)	F_t	Teğetsel dişli yükü (N)
b	Dişli genişliği (mm)	d_1	Taksimat dairesi çapı (mm)
σ_F	Diş dibi gerilmesi (MPa)	r_k	Diş üstü çapı (mm)
σ_{FP}	Müsaade edilen diş dibi gerilmesi (MPa)	r_g	Referans çapı (mm)
σ_{F0}	Nominal diş dibi gerilmesi (MPa)	α_b	Çalışma basınç açısı (°)
σ_{HG}	Herz Gerilmesi Limiti (MPa)	α_o	Referans enine basınç açısı (°)
σ_{HBD}	Temas Gerilimi (MPa)	u	Çevrim oranı
σ_H	Yüzey gerilmesi (MPa)	Y_{ST}	Gerilim düzeltme katsayısı
σ_{HO}	Taksimat dairesindeki yüzey gerilmesi (MPa)	Y_{NT}	Ömür faktörü
σ_{HP}	Müsaade edilen referans yüzey gerilmesi (MPa)	$Y_{\sigma_{relT}}$	Çentik hassasiyet faktörü
σ_{Hlim}	Müsaade edilen yüzey gerilmesi (MPa)	Y_{RrelT}	Yüzey pürüzlülük faktörü
S_{Fmin}	Gerekli emniyet katsayısı	Y_X	Malzeme büyüklük faktörü
S_F	Diş dibi (kökü) güvenliği değeri (Root safety)	Y_F	Diş dibi form faktörü
S_H	Diş yan yüzey güvenliği değeri (Flank safety)	Y_S	Çentik faktörü
σ_{FG}	Müsaade edilen düzeltilmiş diş dibi gerilmesi (MPa)	Y_β	Helis açısı faktörü
σ_{Flim}	Müsaade edilen referans diş dibi gerilmesi (MPa)	Z_B	Tek dişli temas faktörü
		Z_H	Referans dairesinden taksimata dönüştürme katsayısı
		Z_E	Elastite modül katsayısı
		Z_e	Kavrama oranı katsayısı
		Z_β	Helis açısı faktörü

Yazar katkısı*Author contribution*

Bu makalede Can ÇİVİ fikir ve tasarımı ile revizyon ve onay kısımlarında, Recep KARAMAN veri analizi ve makale yazımı konusunda katkı sağlamıştır.

Etik beyanı*Declaration of ethical code*

Bu makalenin yazarları, bu çalışmada kullanılan materyal ve yöntemlerin etik kurul izni ve / veya yasal-özel izin gerektirmediğini beyan etmektedir.

Çıkar çatışması beyanı*Conflicts of interest*

Yazarlar herhangi bir çıkar çatışması olmadığını beyan eder.

Kaynaklar*References*

- Bonaiti, L., & Gorla, C. (2021). Estimation of gear SN curve for tooth root bending fatigue by means of maximum likelihood method and statistic of extremes. *International Journal of Fatigue*, 153, 106451. <https://doi.org/10.1016/j.ijfatigue.2021.106451>
- Bonaiti, L., & Gorla, C. (2022). Gear Tooth Root Bending Strength Estimation under the Assumption of Fatigue Limit Existence. *Material Design and Processing Communications*, 2022. <https://doi.org/10.1155/2022/5056057>
- Buckingham, E. (1949). *Analytical Mechanics of Gears*. Dover Publications.
- Budynas, R. G., & Nisbett, J. K. (2014). *Shigley's Mechanical Engineering Design* (Tenth Edition). McGraw-Hill Education.
- Cavdar K., Karpat F., & Babalık F.C. (2005). Computer Aided Analysis of Bending Strength of Involute Spur Gears with Asymmetric Profile. *Journal of Mechanical Design*, 127, 477-484. <https://doi.org/10.1115/1.1866158>
- Colbourne J.R. (1987). *The Geometry of Involute Gears*. Springer-Verlag, New Jersey. USA
- Doğan, O., Yılmaz, T. G., & Karpat, F. (2018). Farklı parametrelere sahip evolvent düz dişli çarkların sonlu elemanlar yöntemi ve grafik metot ile gerilme analizi. *Journal of the Faculty of Engineering and Architecture of Gazi University*, 33(4), 1493-1504. <https://doi.org/10.17341/gazimmfd.416445>
- Fetvacı, M. C., & İmrak, C. E. (2004). Diş dibi gerilmelerinin analizi için düz dişli çarkların sonlu eleman modellenmesi. *Gazi Üniversitesi Mühendislik Mimarlık Fakültesi Dergisi*, 19(2), 199-203.
- Flodin A., & Andersson M. (2012). Tooth root optimization of powder metal gears: reducing stress from bending and transient loads. *Proceedings of PM2012*, Yokohama, Japan.
- Güllü, E., & Yılmaz, T. G. (2017). İç ve dış dişli çarklarda meydana gelen yüzey basınçlarının ve deformasyonların incelenmesi. *Journal of the Faculty of Engineering and Architecture of Gazi University*, 32(2), 585-591. <https://doi.org/10.17341/gazimmfd.322185>
- Irsel, G. (2021). Bevel Gears Strength Calculation: Comparison ISO, AGMA, DIN, KISSsoft and ANSYS FEM Methods. *Journal of the Chinese Society of Mechanical Engineers*, 42(3), 315-323
- Jammi, S. (2013, August). Gear Tooth Stresses From Finite Element Analysis Compared With AGMA Standards. *In International Design Engineering Technical Conferences and Computers and Information in Engineering Conference* (Vol. 55928, p. V005T11A005). American Society of Mechanical Engineers. <https://doi.org/10.1115/DETC2013-12037>

- Li, D., Liu, Y., Gong, J., Wei, Y., & Zhao, G. (2022). A novel method for longitudinal modification and tooth contact analysis of non-circular cylindrical gears. *Journal of Mechanical Science and Technology*, 36(12), 6157-6170. <https://doi.org/10.1007/s12206-022-1130-6>
- Li, W., & Liu, B. (2018). Experimental investigation on the effect of shot peening on contact fatigue strength for carburized and quenched gears. *International Journal of Fatigue*, 106, 103-113. <https://doi.org/10.1016/j.ijfatigue.2017.09.015>
- Lisle T.J., Shaw B.A., & Frazer R.C. (2017). External spur gear root bending stress: a comparison of ISO 6336:2006, AGMA 2101-D04, ANSYS finite element analysis and strain gauge techniques. *Mechanism and Machine Theory*, 111, 1-9. <https://doi.org/10.1016/j.mechmachtheory.2017.01.006>
- Litvin F.L., & Fuentes A. (2004). Gear Geometry and applied theory. *Cambridge University Press*.
- Mo, J., Luo, S., Fu, S., & Chang, X. (2022). Meshing principle and characteristics analysis of an abnormal cycloidal internal gear transmission. *Journal of Mechanical Science and Technology*, 36(10), 5165-5179. <https://doi.org/10.1007/s12206-022-0929-5>
- Patil S.S., Karuppanan S., & Atanasovska I. (2016). Experimental measurement of strain and stress state at the contacting helical gear pairs. *Measurement*, 82, 313-322. <https://doi.org/10.1016/j.measurement.2015.12.046>
- Şeber, M. (2002). *Selçuk Redüktör'ün Bilgisayar Destekli Tasarımı ve Çeşitli Örneklerinin İmalatı* [Yüksek Lisans Tezi, Osmangazi Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü].
- Uzay, Ç., & Geren, N. (2017). Maliyet Etkin Düz Dışlı Çark Tasarımı Gerçekleştirmek İçin ISO ve AGMA Standartlarından Uygun Olanının Kullanımı. *Mühendislik Bilimleri ve Tasarım Dergisi*, 5(3), 643-655. <https://doi.org/10.21923/jesd.325429>
- Wang M.J. (2003). A new photoelastic investigation of the dynamic bending stress of spur gears. *Journal of Mechanical Design*, 125(2), 365-372. <https://doi.org/10.1115/1.1563636>