

## Aritmetik ve Cebir Kavramları ile İlgili Farkındalık\*

Yaşar Akkan\*\*, Pınar Akkan\*\*\*, Bülent Güven\*\*\*\*

Makale Geliş Tarihi:09/10/2017

Makale Kabul Tarihi:08/12/2017

### Öz

Matematiğin aritmetik ile cebir öğrenme alanları arasındaki bağlantıların kurulabilmesinde ve bu iki alanın doğasından kaynaklanan farklılıkların neden olduğu zorlukların giderilmesinde, öğretmenlerin aritmetik ve cebir kavramları ile ilgili derinlemesine bilgi sahibi olması gerekmektedir. Bu bağlamda çalışmanın amacı, ortaokul matematik öğretmenlerinin aritmetik ve cebir kavramları ile ilgili farkındalıklarını belirlemektir. Bu araştırma nitel bir çalışma olarak tasarlanmıştır. Araştırmanın çalışma grubunu, Trabzon, Gümüşhane ve Bayburt illerindeki ortaokullarda matematik öğretmenliği yapan 15 matematik öğretmeni oluşturmaktadır. Araştırmanın verileri; çalışma grubunda yer alan ortaokul matematik öğretmenleriyle yürütülen yarı yapılandırılmış görüşme tekniği ile toplanmıştır. Görüşme yoluyla elde edilen verilerin analizinde içerik analizi tekniğinden yararlanılmıştır. Elde edilen bulgular öğretmenlerin aritmetik, cebir ve aritmetikten cebire geçiş kavramlarını etkili bir şekilde tanımlayamadığını, bu iki alan arasındaki bağlantıları, ilişkileri ve farklılıkları ayırt edemediğini ortaya çıkarmıştır.

**Anahtar Kelimeler:** Aritmetik, cebir, farkındalık, ortaokul matematik öğretmenleri

## Awareness of Arithmetic and Algebra Concepts

### Abstract

Teachers need to have in-depth knowledge of arithmetic and algebraic concepts to establish the connection between arithmetic and algebra fields of mathematics and to eliminate the difficulties caused by differences inherent in these fields. Within this context, the aim of this study is to determine the awareness of middle school mathematics teachers about the concepts of arithmetic and algebra. This study is conducted as a qualitative research. Participants of the study consist of 15 mathematics teachers who teach mathematics at middle schools in Trabzon, Gümüşhane and Bayburt. Semi-structured interview form was used as data collection tool in the study. In the analysis of the data obtained through the interview, content analysis technique was used. Findings revealed that teachers could not effectively define the concepts of arithmetic, algebra and transition from arithmetic to algebra and that they could not distinguish the connections, relationships and differences between these two fields.

**Keywords:** Arithmetic, algebra, awareness, middle school mathematics teachers

\* Bu çalışma, Gümüşhane Üniversitesi Bilimsel Araştırma Projeleri Koordinatörlüğü tarafından desteklenen 16.F5121.02.03 nolu projenin bir kısım verilerinden üretilmiştir.

\*\*Gümüşhane Üniversitesi, Mühendislik ve Doğa Bilimleri Fakültesi, Matematik Mühendisliği Bölümü, Gümüşhane, Türkiye, [akkanyasar61@hotmail.com](mailto:akkanyasar61@hotmail.com)

\*\*\*Gümüşhane Üniversitesi, Gümüşhane MYO, Mekatronik Bölümü, Gümüşhane, Türkiye, [p.akkan@gumushane.edu.tr](mailto:p.akkan@gumushane.edu.tr)

\*\*\*\*Karadeniz Teknik Üniversitesi, Fatih Eğitim Fakültesi, Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Bölümü, Trabzon, Türkiye, [bguven@ktu.edu.tr](mailto:bguven@ktu.edu.tr)

## Giriş

Matematik, sadece kurallar, semboller, şekiller ve işlemlerden ibaret değil aynı zamanda içinde bir anlam bütünlüğü olan düzenler ve ilişkiler ağıdır. Matematiksel kavramlar birbirleriyle ilişkili ve bağlantılı olduğundan, bu bağlantılarda olabilecek kopmaların ileri matematiksel kavramların öğreniminde zorluklara yol açacağı bilinmektedir (Swadener & Soedjadi, 1988). Bu nedenle matematiksel kavramların ilkökul ve ortaokul öğrencilerine olabildiğince somutlaştırılmış bir şekilde verilmesi ve bu kavramlar arası ilişkilerin kurulabilmesi, ileri matematiksel kavramların öğrenilmesini ve anlaşılmasını kolaylaştıracaktır. Özellikle öğrencilerin aritmetik ile cebir öğrenme alanlarını içeren kavramlar arasında ilişki kurabilmeleri üst düzey beceri olan ilişkilendirme becerisi için önemlidir. Matematiğin; en geniş ve en iyi bilinen dalı olan aritmetik; dört temel işlemle bilinmeyi bilinenden yola çıkarak bulmayı; sayılarla, sayılar arası ilişkileri ve sayılarla dört işlemi, bu dört işleme dayalı bütün hesaplamaları içerir (Akkan, 2009). Karşılaştırma, sayma ve sayılarla işlem yapma eylemlerini içeren aritmetiğin soyutlanmasıyla matematiğin önemli bir dalı olan cebir doğmuştur (Akgün, 2006). Kieran (1992) cebirin, genel sayı ilişkilerini ve özelliklerini gösteren, polinom ve denklem çözümleri gibi konuları sembolize eden matematiğin bir alanı olduğunu ve sadece harf sembolleriyle nicelikleri ve sayıları temsil eden değil, aynı zamanda bu sembollerle hesap da yapabilen bir araç olduğunu belirtmiştir. Sutherland ve Rojano'a (1993) göre ise cebir, matematikteki veya başka disiplinlerdeki fikirleri açıklamak için kullanılan bir matematik dilidir.

Cebir aritmetikten köklerini almakta ve güçlü bir aritmetik temele dayanmakta iken; aritmetik sembolleştirme, genelleme, cebirsel muhakeme ve düşünme için gerekli fırsatları sunmaktadır (Akkan, Baki ve Çakıroğlu, 2011). Alan yazında öğrencilerin cebirle ilgili fikirlerini, aritmetikle ilgili daha önceki deneyimlerinden yola çıkarak yapılandırdıklarına dair birçok araştırmaya da rastlamak mümkündür (Booth, 1988; Herscovics & Linchevski, 1994; Kieran & Chalouh, 1993; Linchevski, 1995; Linchevski & Livneh, 1990; McNeil & Alibali, 2005; Sfard, 1995; Sfard & Linchevski, 1994; Stacey & Macgregor, 1997; Williams & Cooper, 2001). Örneğin; Herscovics ve Linchevski (1994) öğrencilerin cebirsel fikirlerini daha önceki yaşantılarında geliştirdikleri aritmetik fikirleriyle ilişkilendirerek yapılandırdıklarını, bu nedenle iki alan arasında yoğun ve karşılıklı bir ilişki olduğuna vurgu yapmışlardır. Van Amerom (2002) ise aritmetiğin temelini sayı kavramının oluşturduğunu, cebirin ise köklerini aritmetikten aldığını ifade etmiştir. French (2002) cebirsel süreçlerde doğru bir anlamaya sahip olmada aritmetik işlemlerin önemine vurgu yapmış, basit sayılarla yapılan zihinsel hesaplamaların cebirsel ifadeleri basitleştirmeye katkı sağlayacağını belirtmiştir. Her ne kadar bu iki alan arasında kuvvetli ilişki olsa da, Sfard (1991) bu iki bilgi çeşidinin, bir metal paranın iki yüzü gibi olduğunu ifade etmiş, öğrencilerin farklı doğaları sahip bu iki alan arasındaki bağlantıları kurmada zorluklara sahip olduklarını belirtmiştir. Nitekim bazı araştırmacılar da öğrencilerin bu iki bilgi türü arasındaki farklılıkları- örneğin; söz dizimsel (Lodholz, 1993), stenografi (alfabenin harfleri, noktalama işaretleri, kelimeleri yerine semboller ve

kısaltmalar kullanma) olarak harflerin kullanımı (Booth, 1988), sayısal ve cebirsel manipülasyonlar (Booth, 1984), bilinmeyenler (Filloy & Rajono, 1989) ve eşit işaretinin kullanımı (Wagner & Parker, 1993), vb. farklılıklar- birleştirmede başarısız olduğunu belirtmişler ve bununda öğretimde bilişsel boşluğa veya öğretisel araya neden olduğunu iddia etmişlerdir (Booth, 1988; English & Halford, 1995; Hersovics, 1989; Hersovics & Linchevski, 1994; Kieran, 1990, 1992; Rosnick, 1999; Sfard, 1991; Wagner & Kieran, 1989). O halde öğrenciler aritmetikten cebire geçiş sürecinde, belirtilen bu boşluğu veya arayı gidermek için birçok adaptasyonu - eşittir işaretini işlem sembolünden ziyade ilişkisel bir sembol olarak görme, hesaplamalarda sonuçtan ziyade ilişkiler üzerine odaklanma, vb. -gerçekleştirmek zorundadır.

Bu bağlamda öğretmenlerin aritmetik ile cebir arasındaki matematiksel bağlantıları vurgulaması, öğrencilerinin matematiği birbirinden bağımsız ayrı parçalar olarak değil de, bu ve benzeri bağlantıların bir düzeni olduğunu görmelerini sağlayabilir. Ayrıca öğretmenlerin aritmetik dille, cebirin daha teknik dili arasında var olan farklılıkları açıklamaları ve bu alanlar arasında bağlantıları kurmaları öğrencilerin anlamlı öğrenmelerine katkıda bulunabilir. Çünkü öğrenciler genellikle öğretmenleri bilgi ve tüm sorulara cevap vericiler olarak düşünürler (Cotton,1993; Gomez-Chacon, 2000; Greeno, Pearson & Schoenfeld, 1996, 1997). NCTM (2000) öğrencilerin matematiksel kavramlarla ilgili anlamalarının, matematiğe yönelik eğilimlerinin ve inançlarının okulda karşılaştıkları öğretmenler tarafından şekillendirildiğine vurgu yapmıştır. Araştırmacılar da son yıllarda öğretmenlerin öğrencilerin öğrenmesinde oynadığı role dikkat çekmişlerdir (Ball, 1992; Ball, Thames & Phelps, 2008; Borko & Shavelson, 1990; Nathan & Koedinger, 2000; Raymond, 1997; Sherin, 2004, 2007). Örneğin Cross'a (2009)göre öğretmenler öğrenme ortamını örgütleyip biçimlendirir; bundan dolayı, öğretmenler öğretilen ve öğrenilen şey üzerinde muazzam bir etkiye sahiptir. Nathan'a (2003) göre ise öğretmenlerin bilgileri, inançları ve farkındalıkları; öğrencilerin öğrenme süreci için karar verici ve harekete geçirici ara buluculardır. Bu nedenle matematiğin her alanında olduğu gibi öğrencilerin aritmetikten cebire geçişini kolaylaştıran en önemli faktörlerden biri öğretmenin bu iki alan ve bu iki alan arasındaki geçiş ile ilgili konu alan bilgisidir. Öğretim için matematik bilgisi modeline göre konu alan bilgisi, matematik öğretmenin etkin öğretim için öğretimini yaptığı konuya ilişkin bilgisidir (Ball, Thames & Phelps, 2008).Ayrıca aritmetik ve cebirin doğası ile ilgili farklı öğrenim seviyelerindeki öğrenci görüşleri üzerine yapılan çalışmalar (Akkan,2009; Bednarz, 2001; Bednarz ve Janvier, 1996; Booth, 1984; Even & Tirosh, 2002; Lee, 2001) olmasına rağmen, bu iki alan ve bu iki alan arasındaki geçiş ile ilgili öğretmen farkındalıkları üzerine çok fazla çalışma (Attorps, 2005; Lee, 2001; Nathan & Koedinger, 2000) yoktur. Yapılan bu çalışmalar ise aritmetik ve cebirin doğası ile ilgili öğretmen görüşleri üzerine değil, daha çok matematiğin doğası ile ilgili öğretmen görüşleri üzerinedir.

Ortaokul matematik öğretmenlerinin aritmetik ve cebir kavramlarına yönelik konu alan bilgilerinin, aritmetik ile cebir arasındaki bağlantılar ve farklılıklarla ilgili

görüşlerinin belirlenmesi bu iki alanı arasındaki geçişi kolaylaştırabilir. Ayrıca matematikle ilgili yapıyı keşfetmede ve aritmetiği de içine alan tüm matematiksel düşünmeyi desteklemede önemli olan cebirsel muhakeme becerisinin gelişimine de yardımcı olabilir. Bu bağlamda çalışmanın amacı; aritmetik ve cebir kavramları ile ilgili ortaokul matematik öğretmenlerinin farkındalıklarını belirlemektir.

### Yöntem

Ortaokul matematik öğretmenlerinin aritmetik ve cebir kavramları ile ilgili farkındalıklarını belirlemeyi amaçlayan bu araştırma nitel bir çalışma olarak tasarlanmıştır. Nitel olarak tasarlanmış araştırmalarda ele alınan konu hakkında derin bir kavrayışa ulaşma çabası vardır. Çünkü nitel araştırma sonucu elde edilen bulgular incelenen konunun derinlemesine keşfedilmesini sağlayacağından, olayların veya durumların anlaşılmasına katkı sunmaktadır. (Yıldırım ve Şimşek, 2013). Bu çalışmada ise nitel araştırma yaklaşımlarından durum çalışması araştırma deseni kullanılmıştır. Durum çalışmalarının temel amacı bir durum hakkında detaylı betimlemeler yapmak ve o durumu var olduğu şekliyle anlamaktır (Büyüköztürk, Çakmak, Akgün, Karadeniz ve Demirel, 2008). Ortaokul matematik öğretmenlerinin öğretim ortamlarında karşı karşıya kaldıkları aritmetik ve cebir kavramları hakkında ne düşündüklerini belirlemek ve bir genelleme yapmadan incelenen konunun biraz daha derinlemesine keşfedilmesi sağlamak amaçlandığından, en uygun nitel yöntemin durum çalışması olacağına karar verilmiştir.

### Çalışma Grubu

Araştırmanın çalışma grubunu Gümüşhane, Trabzon ve Bayburt illerindeki ortaokullarda matematik öğretmenliği yapan 15 matematik öğretmeni (gönüllülük esasına dayalı) oluşturmaktadır. Çalışma grubunun seçiminde amaçlı örnekleme yöntemlerinden, maksimum çeşitlilik yöntemi tercih edilmiştir. Buradaki amaç, görece olarak küçük bir örneklem oluşturmak ve bu örnekleme çalışılan probleme taraf olabilecek bireylerin çeşitliliğini maksimum derecede yansıtmaktır (Yıldırım ve Şimşek, 2013). Bu bağlamda öğretmenler mesleki tecrübelerine göre Burden'in (1982) çalışması dikkate alınarak gruplandırılmış ve öğretmenlerin evrelere göre dağılımları Tablo 1'de verilmiştir.

Tablo 1.

#### *Çalışma Grubunu Oluşturan Öğretmenlerin Evrelere Göre Dağılımı*

Evreler	Mücadele Evresi	Uyum Evresi	Olgunluk Evresi
Öğretmenler (Tecrübe yılı)	Ö6 (1 yıl)	Ö3 (2-4 yıl arası)	Ö1 (5-10 yıl arası)
	Ö7 (1 yıl)	Ö4 (2-4 yıl arası)	Ö2 (5-10 yıl arası)
	Ö10 (1 yıl)	Ö11 (2-4 yıl arası)	Ö5** (5-10 yıl arası)
	Ö12 (1 yıl)	Ö13 (2-4 yıl arası)	Ö8 (15 yıl ve üzeri)
	Ö14 (1 yıl)	Ö15* (2-4 yıl arası)	Ö9 (15 yıl ve üzeri)

\* Matematik eğitimi alanında yüksek lisansını tamamlamış öğretmen.

\*\* Matematik eğitimi alanında yüksek lisans yapan öğretmen.

Çalışmanın ortaokul matematik öğretmenleriyle yürütülmesinin nedeni hem aritmetik hem de cebir öğrenme alanlarını içeren kazanımların çoğunun ortaokul düzeyindeki sınıflarda yer almasıdır. Ayrıca aritmetikle cebir farklı doğalara sahip olmalarına karşın aritmetikle cebir arasında kuvvetli bir zincir halkası vardır (Kieran, 1992; Van Amerom, 2002) ve öğrencilerin bu iki öğrenme alanı arasında ilişki kurabilmeleri üst düzey beceri olan ilişkilendirme becerisi için önemlidir. Bu becerinin en yoğun şekilde yaşandığı dönem yine ortaokul dönemidir.

### Veri Toplama Aracı

Bu araştırmanın verileri; çalışma grubunda yer alan ortaokul matematik öğretmenleriyle yapılan yarı-yapılandırılmış görüşme tekniği ile elde edilmiştir. Yarı-yapılandırılmış görüşme tekniğinde ise, araştırmacı önceden sormayı planladığı soruları içeren görüşme metnini hazırlar, araştırmacı görüşmenin akışına bağlı olarak değişik alt sorularla görüşmenin akışını etkileyebilir ve kişinin yanıtlarını daha kapsamlı inceleyebilir (Türnüklü, 2000). Çalışmadaki görüşme soruları hazırlanırken; aritmetik, cebir ve aritmetikten cebire geçiş ile ilgili ulusal ve uluslararası alan yazın taraması yapılmış, araştırmanın amacı doğrultusunda ve alan yazındaki çalışmalardan (Carragher, Schliemann, Brizuela & Earnest, 2006; Franke & Carey, 1997; Lara Roth, 2006) yararlanılarak yarı-yapılandırılmış görüşme formundaki sorular belirlenmiştir.

Bu soruların amaç, anlam ve kapsam açısından değerlendirilmesini yapmak amacıyla matematik eğitiminde doktorasını tamamlamış üç öğretim üyesi ve çalışma grubu haricinde matematik eğitiminde yüksek lisans yapan üç ortaokul matematik öğretmeniyle görüşülmüştür. Bu aşamalardan sonra forma son hali verilmiş, oluşturulan görüşme soruları araştırma kapsamındaki ortaokul matematik öğretmenlerine yöneltilmiştir. Bu bağlamda çalışmada kullanılan yarı-yapılandırılmış görüşme soruları Tablo 2’de verilmiştir.

Tablo 2.

#### *Yarı Yapılandırılmış Görüşme Sorularının Amacı ve İçeriği*

Soruların Amacı	Soruların İçeriği
Aritmetiğin, cebir’in ve aritmetikten cebire geçişin doğası ile ilgili öğretmen görüşlerini öğrenme	<ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Daha önce aritmetik/cebirle ilgili bilgi sahibi olmayan bir kişiye, aritmetikle/cebirle ilgili ne söyleyebilirsiniz? (Franke &amp; Carey, 1997)</li> <li>✓ Size göre aritmetik ile cebir arasında farklılıklar var mı? Varsa, ne tür farklılıklar var? Örneklendirebilir misiniz?</li> <li>✓ Aritmetik ile cebir arasında ilişki var mı? Varsa, bu ilişkiyi açıklayabilir misiniz? Örneklendirebilir misiniz?</li> <li>✓ Size göre aritmetikten cebire geçişte öğrenciler zorluklar yaşamakta mıdır? Varsa, ne tür zorluklar veya engeller var? Örneklendirebilir misiniz?</li> <li>✓ Daha önce aritmetikten cebire geçiş/cebre geçiş ile ilgili bilgi sahibi olmayan bir kişiye, aritmetikten cebire geçiş/cebre geçiş ilgili ne söyleyebilirsiniz? Örneklendirebilir misiniz?</li> </ul>

## Verilerin Analizi

Çalışmada toplanan verilerin analizinde içerik analizi yöntemi kullanılmıştır. İçerik analizinde amaç, elde edilen bulguları düzenlenmiş ve yorumlanmış bir biçimde okuyucuya sunmaktır (Yıldırım ve Şimşek, 2013). Bu doğrultuda çalışmada elde edilen verilerin analizinde ilk olarak kodlama yapılmıştır. Bu bağlamda ilk önce veriler araştırma sorularının ortaya koyduğu temalara göre düzenlenmiş, analiz için bir çerçeve oluşturulmuştur. Daha sonra görüşmeler sırasında elde edilen veriler yazılı metne dönüştürülmüş ve oluşturulan çerçeveye göre veriler işlenmiştir. Veriler arasında yer alan anlamlı bölümlere isim verilerek kodlama yapılmıştır. Kodlama, işlemeyi kolaylaştırmak amacıyla, verilerin amaca uygun bir biçimde kısa, basit ve açık sembollerle ifade edilmesidir (Karasar, 1998). Kod listesi oluşturulurken ilgili alan yazı ile görüşmelerden elde edilen veriler göz önünde bulundurulmuştur. Kodlama işleminden sonra, elde edilen kodlar bir araya getirilerek ortak yönleri belirlenmiş ve böylece araştırma bulgularının ana hatlarını oluşturacak temalar oluşturulmuştur. Oluşturulan kod listesi ve temalar uzman görüşüne başvurulmuş ve son şekli verilmiştir. Son aşamada ise işlenen veriler tanımlanmış ve yorumlanmıştır. Bu aşamada veriler sunulurken katılımcı 15 öğretmeni nitelikle için “Ö1, ... , Ö15” şeklinde kısaltmalar kullanılmış, gerekli yerlerde doğrudan alıntılara da yer verilmiştir.

## Bulgular

Yapılan içerik analizi sonucunda altı tema elde edilmiş ve bu temalara ait bulgular sırasıyla aşağıda sunulmuştur.

### Öğretmenlerin Aritmetik Kavramı ile İlgili Tanımlamaları

Öğretmenlerin aritmetik kavramının tipik özellikleri hakkında farklı tanımlamalar yaptıkları tespit edilmiştir. Öğretmenlerin aritmetik kavramı ile ilgili tanımlamalarından alıntılar aşağıda sunulmuştur:

Ö1, Ö2, Ö5, Ö11 ve Ö15 öğretmenleri diğer öğretmenlere göre aritmetik ile ilgili daha fazla tanımlama yaptığı tespit edilmiştir. Tanımlamasında, “dört temel işlem, sayılar, sayıları içeren hesaplamalar ve sayılar arasındaki ilişkiler/ kurallar” kodlarını sergilediği belirlenen Ö1’in “*Aritmetik, matematiğin sayılar, sayılar arasındaki ilişkiler ve sayılarla ilgili hesaplamaların problem çözmeye kullanımı ile ilgilenen kısımdır. Yani basit günlük hesaplamalardan, en basit bir dört işlem hesabından, ileri bilimsel ve işletme hesaplarına kadar hepsinin aritmetik içinde yer alır*” ifadeleri bu durumu desteklemektedir. Bu kodların yanı sıra “günlük yaşamdaki temel matematiksel hesaplamalar” kodunu da sergilediği belirlenen Ö2’nin “*Aritmetik, matematikte kullanılan sayılar ve sayılar arasındaki ilişkiler, sayıların problem çözümlerinde kullanılması, dört işlemi kullanılarak yapılan hesaplamaların her biridir. Ayrıca günlük hayatta yapılan matematiksel hesaplamaların çoğu aritmetiktir...*” tanımlaması da bu kodlara yönelik görüş belirttiğini göstermektedir.

Aynı kodların tespit edildiği Ö11 “Hayatımızdaki matematiksel hesaplamaların birçoğunu içeren matematiğin bir alanı... Veya aritmetik; sayılar ve sayılar arasındaki ilişkilerle ilgilenen bir matematik dalıdır. Aritmetikte genellikle toplama, çıkarma, çarpma, bölme gibi dört temel işlemleri içeren sayısal hesaplamalar yapılır” ifadelerine yer vermiştir. “Sayılar, sayıları içeren hesaplamalar, sayılar arasındaki ilişkiler/ kurallar ve günlük yaşamdaki temel matematiksel hesaplamalar” kodlarını sergilediği belirlenen Ö5 de “Aritmetik matematiğin temelidir ve sayılarla ilgilidir... Sayılarla yapılan basit düzeydeki matematiksel hesaplamalar diyebiliriz. Sayıların arasındaki ilişkilerden faydalanarak problemi çözmeye yarayan işlemlerdir... Bununla birlikte her gün yapmış olduğumuz günlük hesaplamaların çoğu aritmetik hesaplamalardır.” ifadelerini kullanmıştır.

Ayrıca matematik eğitiminde yüksek lisansını tamamlayan Ö15 öğretmenin diğer öğretmenlerin ifade etmediği farklı bir tanımlamaya daha vurgu yaptığı belirlenmiştir. Öğretmen “Bana göre aritmetik, matematiğin en önemli alanlarından biridir. Sayıları, sayılarla yapılan işlemleri, sayılar arsındaki özellikleri, dört işlemi ve özellikle dört temel işlemi kullanarak ve sadece sayılarla hesaplamalar yaparak günlük hayattaki bir problemdeki bilinenden bilinmeyeni bulmayla ilgilidir” ifadelerini kullanmıştır.

Ö4 öğretmeni aritmetiğin “sayılar, sayılar arası ilişkiler, sayıları içeren hesaplamalar” şeklindeki ifadelere vurgu yapmıştır. Öğretmenin “Aritmetik; sayıları, sayılara belli kurallar koyup işleyerek ya da sayılar arasında var olan kuralları tespit ederek sayılarla hesaplamaları günlük hayat problemlerinin çözümünde kullanmayı içerir” tanımlamasından bu kodları sergilediği anlaşılmıştır.

Ö6 ve Ö9 öğretmenleri ise aritmetiğin “dört temel işlem, sayılar ve sayıları içeren hesaplamalar” şeklindeki ifadelere vurgu yapmışlardır. Bu öğretmenlerden Ö6, “Aritmetiğin bir sayılar bilimi olduğunu, sayılarla yapılan tüm hesaplamaları aritmetik olarak isimlendirilebileceğini söylerim. Ayrıca günlük hayatta sürekli kullandığımız dört işlemde aritmetiktir...” ifadelerini kullanmıştır. Ö9 ise düşüncesini “Öncelikle, dört işlem yapmayı gerektiren bir alandır... Ayrıca, matematiğin içinde sayılarla ilgili bir alanıdır. Sayılar ve sayılarla ilgili yapılan işlemler (toplama, çıkarma, üs, karekök vb.) olmadan günlük yaşamımızda birçok şey eksik kalır...” cümleleriyle açıklamıştır.

Ö12 ve Ö13 öğretmenleri tanımlamalarında iki farklı duruma vurgu yapmışlardır. Örneğin Ö13 öğretmenin “Aritmetik denilince aklıma, matematiğin sayılarla ve dört işlemle ilgilenen alanı geliyor.” şeklindeki ifadesinden, aritmetiği “dört işlemi ve sayıları” olarak ifade ettiği anlaşılmaktadır. Ö3 ve Ö10 öğretmenleri diğer öğretmenlerden farklı olarak aritmetiği abaküs olarak tarif etmişlerdir. Ö3 öğretmenin “Aritmetiği duymayan birisine basit dört işlem içeren cümleler ya da problemler dışında bir şey söyleyebileceğimi düşünmüyorum. Söylense bile karşıdaki için çok anlamsız olacaktır. Fakat ilk aklıma gelen abaküs aracı oluyor...” ifadesi bu durumun göstergesidir.

Bununla birlikte Ö7, Ö8 ve Ö14 aritmetiğin sadece bir boyutuna vurgu yapmışlardır. Örnek olarak Ö14 öğretmenin “Sadece sayılar arasındaki ilişkilerle ilgilidir...” tanımlaması verilebilir.

Sonuç olarak öğretmenlerin aritmetik kavramı ile ilgili tanımlamalarından oluşturan kodlar ile öğretmenlerin bu kodlara göre dağılımları Tablo 3’te sunulmuştur.

Tablo 3.

*Aritmetik Kavramı ile İlgili Öğretmenlerden Elde Edilen Kodlar*

Aritmetik kavramı ile ilgili tarifler/tanımlar	Ö1	Ö2	Ö3	Ö4	Ö5	Ö6	Ö7	Ö8	Ö9	Ö10	Ö11	Ö12	Ö13	Ö14	Ö15
Dört temel işlem	•	•	•			•			•		•		•		•
Sayılar	•	•		•	•	•		•	•	•	•	•	•		•
Sayıları içeren hesaplamalar	•	•		•	•						•				•
Sayılar arasındaki ilişkiler/ kurallar	•	•		•	•	•	•		•		•			•	•
Abaküs			•							•					
Günlük yaşamdaki temel matematiksel hesaplamalar		•			•						•				
Sadece sayılardan yararlanarak herhangi bir problemde bilinenden bilinmeyene ulaşma															•

### Öğretmenlerin Cebir Kavramı ile İlgili Tanımlamaları

Tüm öğretmenlerin cebirle ilgili tanımlamaları farklılık göstermektedir. Bu bağlamda öğretmenlerin cebir kavramı ile ilgili tanımlamalarından alıntılar aşağıda sunulmuştur:

Ö1,Ö2,Ö3, Ö5,Ö10, Ö11, Ö13 ve Ö15 öğretmenleri cebir ile ilgili birden fazla tanımlamaya vurgu yaptığı tespit edilmiştir. Ö1 ve Ö3 öğretmenleri cebirin “denklem oluşturma ve çözüme, sembol kullanma ve bilinmeyenler” özelliklerine vurgu yapmıştır. Bu vurguyu Ö1 “Cebir, bilinmeyen çoklukların matematik sembolleri ile formüle edilerek kurulan denklemler yardımı ile ifade edilmesini ve bu denklemlerin çözülmesini sağlar.” cümleleriyle açıklarken; Ö3 öğretmeni “Cebir bilinmeyenleri sembolize ederek bulunmasına ve karmaşık problemleri içeren denklemlerin yazılabilmesine ve çözülebilmesine yarar.” cümleleriyle belirtmiştir.

Ö13 öğretmeni de, Ö1 ve Ö3 öğretmenlerinin belirttiği iki özelliğin yanı sıra cebirin “ileri düzeyde matematik” olduğu ile ilgili başka bir özelliğe de vurgu yapmıştır. Öğretmenin şu tanımlamasından bu özelliğe vurgu yaptığı anlaşılmıştır:

“...Cebir ise matematikte aritmetiğin yetmediği durumlarda devreye girer. Bence ileri düzeyde matematiktir. Mesela, “Hangi sayının yarısı, aynı sayının 5 eksiğinin 3 katına



eşittir?” gibi bir soru sorulduğunda işin içinden çıkmak için hangi sayı ifadesine bir bilinmeyen verilir ve şöyle bir denklem elde edilir:  $\frac{x}{2} = 3 \cdot (x - 5)$ ...” [Ö13]

Yüksek lisans eğitimine devam eden Ö5 öğretmeni beş farklı özellikten söz etmiştir. Bu bağlamda Ö5 öğretmenin cebir ile ilgili tanımlaması şöyledir:

“...Cebir’de de aritmetik gibi sayılarla uğraşılır, fakat spesifik bir noktaya hitap etmekten ziyade daha genel terimler içerdiği söylenebilir. Cebir matematiğin temel yapı taşlarından. Sayılar ve bilinmeyen ifadelerle, bir problemin çözümüne ilişkin genel bir ifade yani denklem ortaya koyma ile ilgilidir. Aritmetiğe göre daha ileri düzeyde matematik olduğunu söyleyebiliriz. Denklem ortaya koyduğu için de problemin tek ve basit bir çözümü olmayabilir. Denklemi sağlamayan ekstrem değerler çözümü anlamsız kılabilir... Ancak her şeyden önce değişken kavramını unutmamak lazım. Çünkü temel kavramlardan biridir. Bana göre ayrıca cebir bir dil gibi öğrenilir ve cebir olabildiğince erken öğrenciyle yüzleştirilmelidir. Öğrenciler matematiksel düşüncelerini ifade etmede ve düşünmede cebir dilini kullanımına cesaretlendirilmelidir...” [Ö5]

Yüksek lisansını eğitimini tamamlayan Ö15 öğretmeni ise tanımlamasında cebirin sekiz farklı özelliğine yer vermiştir:

“...Cebir matematiğin en önemli alanlarından biridir. Cebir denince akla, harfli ifadeler, semboller, değişkenler ve bilinmeyenler gelir. Özellikle denklem oluşturma ve çözme cebirin önemli uygulama alanlarıdır. Aslında cebir aritmetiğin genelleştirilmiş halidir. Örneğin  $3+2=2+3$  ifadesi yerine  $a + b = b + a$  yazmak gibi. Ayrıca nicelikler arasındaki ilişkileri belirtmek için de kullanılır. Yani fonksiyonel bir ilişki vardır. Örneğin örüntüler konusunda terim yeri ile terim sayısı arasındaki ilişki gibi. Ayrıca cebir daha etkili bir düşünme sağlamanın bir aracı olarak düşünülebilir. Örneğin imkansız olan problemleri çözmeyi sağlayan bir araç. Buradaki problemler matematiksel, fenle ilgili ve günlük hayattan problemlerdir. Yani eğer araçlar semboller olarak sadece harfleri içerirse, bir araç olarak cebir çok umut verici olmaz. Bir de dil olarak cebir, cebirsel düşünmeyi ifade etmeyle ve cebirsel eylemleri yazmayla var olur...” [Ö15]

Ö2, Ö10 ve Ö11 öğretmenlerinin ise cebirin iki farklı özelliğini içeren bir tanımlamaya vurgu yaptığı belirlenmiştir. Ö2 öğretmenin “... *Cebir matematiğin bir parçasıdır. Daha çok harflerin ve bilinmeyenlerin (x, y, z, a, ...) kullandığı işlemlere cebir diyebiliriz*” şeklindeki ifadesinden, bu öğretmenin “harfleri kullanma ve bilinmeyenler” i cebirin tipik özellikleri olarak ifade ettiği anlaşılmaktadır.

Cebir ile ilgili olarak Ö10 öğretmeni “bilinmeyenler ve aritmetiğin genelleştirilmiş hali” şeklinde iki özelliğe vurgu yapmıştır. Öğretmenin aşağıdaki tanımlamasından bu kodları sergilediği anlaşılmıştır.

“...Bu zor bir soru tabi. Ancak cebirin, aritmetiğin sanki genişletilmiş bir hali olduğunu düşünüyorum. Çünkü aritmetik bilmeyen bir öğrenci zaten cebirsel işlemlerin sonuçlarına da doğru bir şekilde ulaşamaz. Öğrenciye çarpma işleminin çıkarma işlemi

üzerine dağılma özelliğinden bahsederken, bunun katsayılı harfli olan türüyle yapılan işlemin de cebirsel ifadelerle yapılan işlemler olduğunu öğrenciye söylerim. Örneğin;  $10 \times (9 - 5) = 10 \times 9 - 10 \times 5 = 90 - 50 = 40$  işlemini yerine  $10a \times (9 - 5) = 10a \times 9 - 10a \times 5 = 90a - 50a = 40a$  (“a” burada bir yer tutucudur) alma gibi... Bu nedenle cebir bilinmeyenleri içerir...” [Ö10]

Ö11 öğretmeni cebir için “harflerin kullanımı iledeğişken kavramı” özelliklerini içeren bir tanımlamayavurgu yapmıştır. Öğretmenin “*Sayıların değişken olarak kabul edilmesi ve harflerle gösterilmesini cebir olarak tanımlayabilirim. Aslında yapılan şeylerin benzer olduğunu, yalnızca aritmetikteki sayılar yerine cebirde harflerin kullanıldığını ifade ederim*” ifadelerinden bu koda vurgu yaptığı anlaşılmıştır.

Ö4, Ö7, Ö9 ve Ö14 öğretmenleri ise cebirin sadece aritmetiğin genelleştirilmiş hali olduğunu veya sayılarla yapılan işlemleri genelleme ile elde edileceğini ifade etmişlerdir. Bu öğretmenlerden Ö4 “*Cebir, aritmetikte somut gördüğümüz nesnelere sayılara dökülmesi ve sayılar arasında bulunan kuralları kullanarak ya da sayılar arasındaki kuralları genelleyerek problemleri çözmeye ilgilidir.*” cümleleriyle düşüncesini ifade ederken; Ö7 “*Cebir, aritmetikten daha sonra gelen bir öğrenme alanıdır. Dolayısıyla cebiri aritmetik üzerinden öğrencilere tanımlayabiliriz. Cebir, aritmetiğin genelleştirilmiş halidir...*” cümleleriyle düşüncesini belirtmiştir.

Benzer şekilde Ö6, Ö8 ve Ö12 öğretmenleri ise cebirin bir tek ve farklı özelliklerini içeren tanımlamalar yapmışlardır. Örneğin, Ö8 öğretmenin “*ileri düzeyde matematiksel işlemler içeren bir alan*” ve Ö12 öğretmenin “*Aritmetikte sayılardan herhangi birini harfle gösterirsek ve işlemi de bu şekilde sayılar ve harflerle yaparsak, yaptığımız işlemler cebirsel işlemler olur ve bu da cebir denir*” şeklindeki ifadelerinden, bu öğretmenlerin cebirin bir tek tipik özelliğine vurgu yaptıkları anlaşılmaktadır.

Tüm öğretmenlerin cebirin tipik özellikleri hakkında farklı görüşlere sahip oldukları tespit edilmiş ve oluşturan kodlar ile öğretmenlerin bu kodlara göre dağılımları Tablo 4’te sunulmuştur.

Tablo 4.  
*Cebir Kavramı ile İlgili Öğretmenlerden Elde Edilen Kodlar*

<i>Cebir kavramı ile ilgili tarifler/tanımlamalar</i>	Ö1	Ö2	Ö3	Ö4	Ö5	Ö6	Ö7	Ö8	Ö9	Ö10	Ö11	Ö12	Ö13	Ö14	Ö15
Denklemler oluşturulması ve çözümü	•		•		•								•		•
Harflerin kullanımı		•									•				•
Sembol kullanımı	•		•												
Değişken kavramı					•						•	•			•
Bilinmeyen kavramı	•	•	•		•	•				•			•		•
İleri düzeyde matematik					•			•				•			
Fonksiyonel düşünme															•
Matematiksel bir dil					•										•



aritmetik işlemler ve bu işlemlerin altında yatan nedenlere odaklanma olan durum, zaman ilerledikçe cebirin önemli kavramlarının alt yapısını oluşturur. O halde fonksiyonel düşünmenin oluşumunda aritmetik ile cebir arasındaki ilişkinin olduğu söylenebilir...” [Ö15]

Ö1, Ö2, Ö6, Ö12 ve Ö14 öğretmenleri diğer öğretmenlere göre daha yüzeysel cevaplar vererek aritmetiğin cebirin temelini oluşturduğunu ifade etmişlerdir. Öğretmenlerden Ö1 ve Ö6'nın ifadeleri örnek olarak verilebilir:

“...Öncelikle aritmetik ve cebir arasındaki ilişkiye bakacak olursak, aralarında güçlü bir bağ vardır. Çünkü aritmetik cebirin temelini oluşturur yani aritmetik temeli iyi olmayan bir kişinin cebiri anlayabilmesi zordur Aslında biz cebirsel işlemleri yaparken aritmetik işlemlerin bir basamak soyut halini kullanırız. Örneğin en basit haliyle aritmetikte  $3+5=8$  işlemi cebirdeki  $3x+5x=8x$  işleminin temelini oluşturur aynı şekilde aritmetikte kullandığımız dağılıma özelliği cebirsel işlemlerde çokça kullandığımız bir işleme dönüşür. Aritmetik işlemde bunu anlayan birisi cebirde bu işlemi yaparken zorluk çekmez...” [Ö1]

“...Aritmetikle cebirin yakın ilişkili olduğunu düşünüyorum. Çünkü aritmetikteki sayısal işlemler cebirdeki harfli ifadelerin temelini oluşturur. Bunun gibi birçok örnek verebiliriz. O halde ilişki aritmetik cebirin temelini oluşturur...” [Ö6]

Ö3 öğretmeni ise cebirin aritmetiği kapsadığını ifade etmiştir. Öğretmen şu ifadelere yer vermiştir:

“...İlişki vardır. Cebir aritmetiği de içine alan daha karmaşık sayısal ilişkilerle ilgilenir. Aritmetik ile cebir arasında ilişkisiz olan bir boyut yok. Yani aritmetiği cebirin alt kümesi kabul edebiliriz. Bu durumda aritmetiğin her ilgilendiği ile cebirde ilgilenebilir. Ancak cebirin her ilgilendiğiyle aritmetik ilgilenebilir. Örneğin kümeler ile cebir ilgilenebilirken aritmetik ilgilenebilir...” [Ö3]

Ö4 öğretmeni bu iki alan arasındaki ilişkiyi, “*Cebir, aritmetiğin genelleştirilmiş halidir*” şeklinde ifade etmiştir. Öğretmen “*Aritmetikle cebir arasında ilişki vardır. Cebir aritmetiğin sağladığı mantığın ileriye götürülmesidir. Aritmetik somut ilişkiyi tespit eder, cebir ise sayılar arasındaki bu ilişkiyi soyut kurullarla geneller. Yani genelleştirilmiş halidir*” ifadelerini kullanmıştır. Ö5 öğretmeni bu ilişkiyi “*cebiri, aritmetiğin bir üst versiyonudur*” şeklinde ifade etmiştir. Öğretmenin ifadeleri “*Tabii ki ilişki vardır nişanlılar 😊. Cebir aritmetiğin bir üst versiyonu gibidir. Örneğin  $ax+2=10$  ifadesinde  $a=2$  için  $2x+2=10$  ifadesine dönüşür ki burada  $x$  sadece 4 değerini alabilir. Cebirden aritmetiğe geçiş gibi söyleyebiliriz*” şeklindedir.

Ö8 ve Ö13 öğretmenleri ise aritmetik ile cebir arasındaki ilişkiye daha farklı bakış açıları getirmişler ve sırasıyla, “*Cebir, aritmetiğin bir araç olarak kullanıldığı alan*” ve “*cebiri, aritmetiğin yetersiz kaldığı durumlarda devreye giren alan*” olarak ifade etmişlerdir. Ö8'in “*Aradaki farkı bildiğimden emin değilim. Ancak ilişki için cebir dediğimiz de, sadece işlem değil aritmetik işlemleri de kapsayan aritmetiği bir araç*

olarak kullanan bir yapı aklıma geliyor.” ifadeleri bu durumu desteklemektedir. Ö9 öğretmeni ise aritmetik ile cebir arasındaki ilişkiden emin olmadığını ifade etmiştir.

Sonuç olarak aritmetik ile cebir arasındaki ilişkiye dair öğretmenlerin vermiş olduğu cevaplardan sekiz farklı kod oluşturulmuş ve bu oluşturulan kodlar ile öğretmenlerin bu kodlara göre dağılımları ise Tablo 5’te sunulmuştur.

Tablo 5.  
*Aritmetik ile Cebir Arasındaki İlişkiye Dair Öğretmen Görüşlerinden Oluşturulan Kodlar*

<i>Aritmetik-cebir arasındaki ilişkiler</i>	Ö1	Ö2	Ö3	Ö4	Ö5	Ö6	Ö7	Ö8	Ö9	Ö10	Ö11	Ö12	Ö13	Ö14	Ö15
Aritmetik cebirin temelini oluşturur	•	•				•				•	•	•		•	•
Aritmetik cebirin alt kümesidir			•				•				•				
Cebir, aritmetiğin genelleştirilmiş halidir				•			•			•					•
Cebir aritmetiğin bir üst versiyonudur					•										
Cebir aritmetiğin bir araç olarak kullanıldığı alandır								•							
Emin değilim									•						
Aritmetiğin yetersiz kaldığı durumlarda devreye giren bir alandır													•		
Aritmetik işlemlerdeki ilişkileri analiz ederek cebirdeki fonksiyon kavramına geçme															•

### **Aritmetik ile Cebir Arasındaki Farklılıklara Dair Öğretmen Görüşleri**

Aritmetik ile cebir arasındaki farklılıklara dair öğretmenlerin vermiş olduğu cevaplar aşağıda sunulmuştur:

Ö1, Ö2, Ö4, Ö5, Ö13 ve Ö15 öğretmenleri aritmetik ile cebir arasında birden fazla farklılık olduğuna vurgu yapmıştır. Özellikle bu iki alan ile ilgili Ö1, Ö5 ve Ö15 öğretmenlerinin belirttiği farklılıklar diğer öğretmenlere göre daha fazladır. Bu öğretmenlere göre, problem çözümünde bilinenlerden yola çıkarak bilinmeyenleri bulma, işlemlerin sadece sayılarla sınırlı olması aritmetiksel bir bakış açısı iken, problemdeki bilinmeyenlerden denklem oluşturma ve çözmeye, işlemlerin bilinmeyenlerle ve harflerle yapılması ise cebirsel bir bakış açısıdır. Örneğin Ö1 öğretmenin,

“...Aritmetik genel olarak problemlerde bilinenlerden yola çıkarak bilinmeyenlere ulaşmaya çalışır, cebir ise bilinmeyenlerle denklem oluşturma onu hesaplama yoluna

gider. Ayrıca aritmetikte işlemler sayılar ile sınırlı iken, cebirde işlemler bilinmeyenlerle yapılır ...Diğer bir farklılık aritmetik daha çok somut işlemleri içerirken, cebir soyut işlemleri içerir...” [Ö1]

şeklindeki ifadelerinden ve Ö5 öğretmenin,

“...Aritmetik ile cebir arasında farklılıklar vardır. Aradaki temel farklılık ise, birisinde sadece sayılarla işlem yapılırken, diğerinde bilinmeyenler ve harfler de kullanılır. İlkinde, problem çözerken bilinenlerden yararlanılarak bilinmeyenlere ulaşma amaçtır. Cebir ise bilinmeyenlerle işlem yapılır ve denklem yazılır ve çözülür. Yani aritmetikte harf kullanılmaz. İçinde harf varsa o zaman cebir olur. Yani değişken veya bilinmeyen içeren ifadeler cebirsel ifadedir... Aritmetik ile cebir arasındaki ilişki elbette bundan ibaret değildir. Her problem hem aritmetik hem de cebirsel yolla çözülecek diye bir kaidede yoktur. Yani aritmetik yoluyla çözülebilen her problem cebir ile çözülebilirken, cebirsel yolla çözülen her problem aritmetik ile çözülemez...Sadece bilinmeyen içeren ifadeler aritmetik ile çözülebilirken; içerisinde değişken bulunan ifadeler cebirsel yolla çözülebilmektedir...” [Ö5]

şeklindeki ifadelerinden bu iki alan arasındaki farklılıklara dair görüşler belirlenmiştir.

Ö13 ve Ö15 öğretmenleri ise diğer öğretmenlerden farklı olarak harflerin bu iki alandaki kullanımlarındaki farklılıklara vurgu yapmışlardır. Onlar aritmetikteki harflerin yer tutucular olduğunu, cebirdeki harflerin ise değişkenler olduğunu ifade etmişlerdir. Ancak Ö13 öğretmenin harflerin anlamı ile ilgili kavrayışı kavramsal düzeyde değildir. Çünkü bu öğretmenin söylemleri ile örnekleri birbiriyle tutarlı değildir. Ayrıca bu öğretmenler, cebirde harflerin sadece değişken olarak kullanıldığını ifade etmeleri de harflerin anlamları ile ilgili bilgi eksikliklerini ortaya koymaktadır. Ö13’ün ifadeleri şöyledir:

“... Diğer farklılıkların yanı sıra aritmetikte harfler yer tutuculardır. Örneğin,  $10a \times (9 - 5) = 10a \times 9 - 10a \times 5 = 90a - 50a = 40a$  ifadesinde “a” bir yer tutucudur. Cebirde ise harfler sadece değişkenler olarak kullanılır. Vermiş olduğum dağılıma özelliği ile ilgili soruda “a” aynı zamanda değişkendir...” [Ö13]

Ö3, Ö4, Ö6, Ö8, Ö10, Ö11, Ö12 ve Ö14 öğretmenleri ise aritmetik ile cebir arasındaki farklılıklara dair birer özellik bildirmişlerdir. Ö3, Ö10, Ö12 ve Ö14 öğretmenleri aritmetikte işlemlerin sayılarla sınırlı olduğunu, cebirde ise işlemlerin bilinmeyenlerle veya harflerle yapıldığını ifade etmişlerdir. Öğretmenlerin ifadeleri şöyledir:

“... Ancak aritmetik sayılar ve sayılar arası işlemler genel sayılar teorisidir. Ancak cebir dediğimiz de, içine sadece bilinmeyenlerle işlem yapmayı değil aritmetik işlemleri de kapsayan aritmetiği bir araç olarak kullanan bir yapı aklıma geliyor. Diyelim toplama çıkarma çarpma yapma aritmetik iken basit bir denklem daha çok cebirin alanına girer...” [Ö8]

Ayrıca Ö4 öğretmeni aritmetiğin somut işlemleri ve ilişkileri içerdiğini, cebirin ise soyut işlemleri içerdiğini yani sayılar arasındaki bu ilişkileri soyut kurallara genellediğini şu cümlelerle ifade etmiştir.

“... Cebir soyut konular üzerine sembolik ifadelerle işlem yapmaya yarar. Aritmetik ise somut işlemler gerektirir. Problemlere sayılar arasındaki ilişki bağlantı yardımı ile cevap bulmaya yarar... Cebir ise bilinmeyen yani soyut olan ağacın ilk boyuna semboller vererek soruyu baştan ileriye doğru çözer...” [Ö4]

Ö11 öğretmeni ise “... *Cebirle aritmetik arasında farklılık vardır. Aritmetik daha temel matematiktir cebir ise daha karmaşık matematiksel durumları içerir. Cebirde formüller vardır. Örneğin  $ax^2+bx+c=0$  denkleminde  $a$ ,  $b$ ,  $c$  ye farklı değerler verildiğinde  $x$  değeri farklı değerler alır. Aritmetik de ise  $3+x=9$  ifadesinde  $x$  sadece 6 değerini alır...*” şeklindeki ifadeleriyle aritmetiğin daha temel matematik olduğunu, cebirin ise daha karmaşık matematiksel durumları içerdiğini belirtmiştir.

Ö2, Ö7 ve Ö9 öğretmenleri aritmetik ile cebir arasında fark olmadığını ya da çok az fark olduğunu ifade etmiştir. Ö7'nin “... *Birbirinden farklıdır demek yerine birbiri ile yakından ilişkilidir diyebiliriz. Yani fark olduğundan emin değilim ancak ilişki olduğundan eminim...*” şeklindeki ifadesi örnek olarak verilebilir. Ö2 öğretmeni ise başlangıçta bu iki alan arasında fark olup olmadığından emin olmadığını, daha sonra ise aritmetiğin sayılarla, cebirin ise harflerle ilgili olduğunu ifade etmiştir. Öğretmenin “...*Aradaki farkı bildiğimden emin değilim, ancak bence çok fark olmasa da birazcık vardır. Aritmetikte daha çok sayılar konusu üzerinden işlem yapılırken cebirde daha çok bilinmeyen üzerinden işlem yapılır...*” ifadeleri bu durumu desteklemektedir.

Sonuç olarak aritmetik ile cebir arasındaki farklılıklara ilişkin öğretmenlerin görüşlerinden oluşturan kodlar ile öğretmenlerin bu kodlara göre dağılımları ise Tablo 6'da sunulmuştur.

Tablo 6.  
*Aritmetik ile Cebir Arasındaki Farklılıklara Dair Öğretmen Görüşlerinden Oluşturulan Kodlar*

<i>Aritmetik-cebir arasındaki farklılıklar</i>	Ö1	Ö2	Ö3	Ö4	Ö5	Ö6	Ö7	Ö8	Ö9	Ö10	Ö11	Ö12	Ö13	Ö14	Ö15
Aritmetikte, problem çözümünde bilinenlerden yola çıkarak bilinmeyenleri bulma söz konusu iken, cebirde, problemdeki bilinmeyenlerden denklem oluşturma ve çözüme söz konusudur.							•	•						•	

Aritmetik işlemler sayılarla sınırlı iken, cebirde işlemler bilinmeyenlerle ve harflerle yapılır	• • • • • • • • • •
Aritmetik somut ilişkiyi gösterir, cebir sayılar arasındaki bu ilişkiyi soyut kurallara geneller yani aritmetik somut işlemleri içerirken cebir soyut işlemleri içerir	• •
Aritmetik daha temel matematiktir, cebir ise daha karmaşık matematiksel durumları içerir	• • • •
Fark yoktur/ emin değilim/ Çok fark yok	• • •
Aritmetikte eşit işareti sonuç bildirir, cebirde ise denkliği gösterir	•
Aritmetikte harfler yer tutucular iken, cebirde harfler değişkenlerdir	• •

### Aritmetikten Cebire Geçişte Öğrencilerin Yaşayabileceği Zorluklara Dair Öğretmen Görüşleri

Aritmetikten cebire geçişte öğrencilerin yaşayabileceği zorluklara dair öğretmenlerin görüşleri aşağıda sunulmuştur.

Diğer öğretmenlere nazaran aritmetikten cebire geçişte öğrencilerin yaşayabileceği zorluklara ilişkin Ö1 ve Ö8 öğretmenlerinin üç, Ö5 öğretmeninin dört, Ö15 öğretmeninin ise altı farklı görüşe sahip olduğu anlaşılmaktadır. Özellikle Ö15 öğretmeni diğer öğretmenlerden farklı olarak eşittir işaretinin kullanımı ile ilgili zorluklardan bahsetmiştir.

Ö1 öğretmeni ise yine diğer tüm öğretmenlerden farklı olarak görünmez çarpma işlemine vurgu yapmıştır. Ö5 öğretmeni ise “sayılarla yapılan işlemlerin harflerle yapılamayacağına inanma” şeklinde daha farklı bir zorluğa dikkat çekmiştir. Örneğin Ö1 öğretmenin,

“...Bana göre en önemli zorluklardan birisi denklem kuramama. Mesela ben sınıfta bir problem veriyorum, öğrencilerin çoğu bir denklem kurmaya çalışıyor ancak başarılı olamıyor ve sayılarla işlem yapmaya çalışıyorlar. Bazıları ise hiç denklemle uğraşmıyor, direk sayılarla işlem yapmaya çalışıyor... Tabi ki sayıları deneyerek... Aslında bunu başaramayan öğrenciler problem durumundaki fazla, eksik ve kat gibi



ifadeleri denkleme aktaramıyor... Birde ortaokul yıllarının başında öğrenciler en çok çarpma işlemi işaretinin kullanımını karıştırıyor. İşarete x bilinmeyen diyen var. Nokta yazıyorsun ondalık sayı mı bunlar diyen var. Araya hiçbir işaret koymuyorsun taban aritmetiği diyen var... Ama bu sıkıntı zamanla atlatılıyor...” [Ö1]

şeklindeki ifadeleri ile Ö15 öğretmenin,

“... En önemlilerinden biri öğrencilerin sayılarla çalışma isteğinin devam etmesi. Bu da sonuçta denklem kurmada sıkıntı yaşamalarına neden oluyor. Özellikle öğrenciler problem durumunu analiz edemiyor... Nasıl mı fazla ve kat kavramlarını bazen karıştırıyorlar ya da ne zaman bölünecek ne zaman çarpılacak vb. ... Ben bir de eşit işaretini öğrencilere kavratmakta zorlandım. Örneğin öğrencilere “ $x + 2 = ?$ ” değerini sorun, çoğu  $2x$  diyecek. Çünkü kafa eskide kalmış, yani sonuç bulma mantığı işliyor. Hele bu biraz daha ileri gidince yani denklem çözmeye işler daha da karışıyor. Eşit işaretinin denge belirttiğini bilmiyor, sonuca odaklanıyor... Sonuç denklem çözülemiyor... Başka var mı? Aklıma gelen diğer bir sıkıntı her harfin sadece bir değerine olduğuna inanma. Bunu yapan öğrenci sayısı daha az. Örneğin bir önceki soruda  $x=2$  bulunca daha sonraki sorulara 2’yi uydurmaya çalışıyor. Kafa da  $x$  sadece 2 olur var. Hatta bir öğrenci kafasına göre sayısal değerler veriyor harflere. Diğeri ise alfabeyi sayıyor... Diğer bir sıkıntı değişken kavramı gelince yaşanıyor. Yahu öğrenciler bu kavramı anlamıyor... Nasıl mı? Anlamıyor işte...” [Ö15]

şeklindeki ifadeleri bu durumları ortaya koymaktadır.

İki farklı zorluğa dikkat çeken Ö2 ve Ö3 öğretmenlerinin zorluklara dair görüşleri diğer öğretmenlerden çok farklı değildir. Örneğin “... *Benim birkaç öğrencim bazen harflerin değerlerini bulamayınca alfabedeki sırasına bakıyor. Hemen sayıyor kaç bulduysa onu alıyor... Şöyle ki çoğu zaman öğrenciler a için 1, b için ise 2 değerini yerine yazıyor...*” şeklinde görüş bildiren Ö2 öğretmeni de Ö15 öğretmeni gibi öğrencilerin harf sembollerinin değerlerini alfabedeki pozisyonlarına göre algılama sıkıntısını yaşadıklarını ifade etmiştir.

Bununla birlikte Ö4, Ö7, Ö10 ve Ö14 öğretmenleri öğrencilerin, sayılar arasındaki ilişkilerden yararlanarak genellemeye ulaşamamalarından şikâyetçi iken, Ö6, Ö9, Ö11 ve Ö12 öğretmenleri ise öğrencilerin değişken kavramını anlayamamasından şikâyetçiler. Örneğin Ö4 öğretmenin,

“... Bazen öğrencileri anlamıyorum... Niye ki öğrencilere “ $3 + 2 = 2 + 3$ ” benzer işlemleri yaptırıyorum. Onlardan değişme özelliği ile ilgili “ $a + b = b + a$ ” şeklinde bir genelleme istiyorum, ama yok, çoğu yapamıyor...” [Ö4]

şeklindeki ifadeleri, Ö10 öğretmenin,

“...Öğrencilere bir sayı dizisi ya da örüntüsü veriyorsun. Bununla ilgili ne yapması gerektiğini anlatıyorsun ve bir sembolik sonuç istiyorsun yani genelleme yapmasını

istiyorsun ama birkaç öğrenci haricinde çoğu zorlanıyor. Aslında mantık sayılar arası ilişkilerden sembollere geçme ama yok...” [Ö10]

şeklindeki ifadeleri ve Ö9 öğretmenin,

“...Ben onu bunu bilmem bu öğrenciler değişken kavramını anlamıyor. Kitaplar mı sıkıntılı, ben mi anlatamıyorum, anlamıyorum. Sayılardan değişkenlere geçme işte bu, bütün mantık bu olmalı...” [Ö9]

şeklindeki ifadeleri bu durumları ortaya koymaktadır.

Özellikle öğretmenlerin çoğunluğu kat, fazla, eksik gibi söz dizimsel ifadelerden sembolik dile geçememede ve değişken kavramının anlayamadığı öğrencilerin zorluk yaşadıklarını ifade etmişlerdir. Ancak görüşmeler esnasında öğrencilerin değişken kavramını niçin anlayamadıkları ile ilgili öğretmenlere yöneltilen sorulara, çoğu öğretmen geçerli bir cevap verememiş, öğretmenler yüzeysel cevaplarla durumu geçiştirmeye çalışmışlardır.

Sonuç olarak aritmetikten cebire geçişte öğrencilerin yaşayabileceği zorluklara ilişkin öğretmenlerin görüşlerinden oluşturulan kodlar ile öğretmenlerin bu kodlara göre dağılımları ise Tablo 7’de sunulmuştur.

Tablo 7.

*Aritmetikten Cebire Geçişte Öğrencilerin Yaşayabileceği Zorluklara Dair Öğretmen Görüşlerinden Oluşturulan Kodlar*

<i>Yaşanabilecek zorluklar</i>	<i>Ö1</i>	<i>Ö2</i>	<i>Ö3</i>	<i>Ö4</i>	<i>Ö5</i>	<i>Ö6</i>	<i>Ö7</i>	<i>Ö8</i>	<i>Ö9</i>	<i>Ö10</i>	<i>Ö11</i>	<i>Ö12</i>	<i>Ö13</i>	<i>Ö14</i>	<i>Ö15</i>
Sayılarla çalışma isteği nedeniyle verilen sözel probleme uygun sembolik denklem kuramama,	•		•		•			•							•
Eşit işaretinin sadece sonuç bildirdiğine inanma															•
Eşit işaretinin denge anlamını anlayamama															•
Harf sembollerinin değerlerini alfabedeki pozisyonlarına göre algılama		•													•
Sayılarla yapılan işlemlerin harflerle yapılamayacağına inanma						•									
Her harfin sadece bir değerinin olduğuna inanma ve harflerin yerine keyfi bir sayısal değer alma		•											•		•
Değişken kavramının anlayamama					•	•		•	•		•	•			•
Görünmez çarpma işlemi	•														

“Kat, fazla, eksik” gibi söz dizimsel ifadelerden	•	•	•	•	•
sembolik dile geçememe					
Sayılar arasındaki ilişkilerden yararlanarak genellemeye ulaşamama		•	•	•	•

### Aritmetikten Cebire Geçiş Kavramı ile İlgili Öğretmen Tanımlamaları

Yapılan analizler sonucunda, “...*Aslında geçiş var ama... Bu geçişi cümlelerle nasıl tanımlayacağımı bilmiyorum. Belki örneklerle tanımlayabilir. Fakat şuan aklıma gelmiyor...*” şeklinde cevap veren Ö9 öğretmeni hariç diğer tüm öğretmenlerin aritmetikten cebire geçiş kavramı ile ilgili farklı özellikleri içeren tanımlamalar yaptıkları tespit edilmiştir.

Örneğin, Ö15 öğretmeni dört farklı özelliğe, Ö1 ve Ö5 öğretmenleri üç farklı özelliğe, Ö6 ve Ö14 öğretmenleri ise iki farklı özelliğe vurgu yapmışlardır. Ö6 ve Ö14 öğretmenleri sayılardan harflere veya bilinmeyenlere geçme özelliğinde birleşmelerine rağmen, Ö6 öğretmeni sayılar arası ilişkilere odaklanarak genellemeleri sembol ile ifade etme özelliğini, Ö14 öğretmeni ise aritmetik ile cebir arasında bağlantıyı kurma özelliğine de vurgu yapmışlardır. Ö6 öğretmenin tanımlaması şöyledir:

“...Örneğin sayıların özelliklerini genelleme geçiştir. Yani  $2+3 = 3+2$  değişme özelliğini sembolle gösterme geçiştir. O halde sayısal işlemlerden genellemelere ulaşma geçiştir... Sadece bu tipler değil farklı şekillerde de geçişler olabilir... O halde sayılardan harflere veya bilinmeyenlere geçiş gibi...” [Ö6]

Ö1 öğretmeni denklem kurma ve çözme ile aritmetik ile cebir arasında bağlantı kurma özelliklerine daha ön plana çıkarmıştır. Öğretmen şu tanımlamayı yapmıştır:

“...Aslında ilk aklıma gelen bu iki alan arasında bağlantı kurma. Yani geçiş aritmetik ile cebir arasındaki bağlantıyı kurmayla ilgilidir... Örneğin verilen bir problemi sayılarla çözmek yerine x değişkeni yardımıyla denklem kurarak çözmek gibi... Bunu şöyle diyebiliriz önce aritmetik altyapı gerekli bu altyapı ile problem için kurulan denklemi çözme bu geçişi tanımlar galiba...” [Ö1]

Yüksek lisans yapan Ö5 ve tamamlayan Ö15 öğretmenleri ise diğer tüm öğretmenlerden farklı olarak bu geçişi aritmetik ile cebir arasındaki farklı adaptasyonların gerçekleştirildiği alan olarak tanımlamışlardır. Ö15 öğretmenin tanımlaması şu şekildedir:

“...Aslında geçiş farklı şekillerde tanımlanabilir. Örneğin aritmetik ile cebir arasında bağlantı kurma... Örneğin; Ayrıca aritmetik kavramlar yardımıyla cebirsel kavramları oluşturmada cebire geçiştir... Sonuç olarak şöyle diyebiliriz; aritmetikte var olan durumlar ile cebirde var olan durumlar arasındaki adaptasyonların sağlandığı alan geçiştir. Böyle birçok adaptasyon vardır...” [Ö15]

Bununla birlikte Ö2, Ö3, Ö4, Ö7, Ö8, Ö10, Ö11, Ö12 ve Ö13 öğretmenleri ise aritmetikten cebire geçiş kavramı ile ilgili bir tek ve farklı özelliklerine vurgu yapmışlardır. Örneğin; Ö2, Ö3, Ö12, Ö13 öğretmenleri bu geçişi sadece sayılardan harflere veya bilinmeyenlere geçme olarak tanımlamıştır. Öğretmenlerden Ö2 “*Aritmetik sayılarla ilgili olduğundan, cebiri ise harfleri veya bilinmeyenleri içerdiğinden, mantıken şöyle söylenebilir; sayılardan harflere veya bilinmeyenlere geçme...*” ifadelerini kullanmıştır.

Ö4, Ö7 ve Ö10 öğretmenleri ise bu geçişi sadece sayılar arası ilişkilere odaklanarak genellemeleri sembol ile ifade etme olarak ifade etmiştir. Öğretmenlerden Ö4 “*Şöyle okumuştum. Örüntüler yardımıyla sembollere geçme. O halde sayılardan oluşan örüntüler yardımıyla genelleme yapma ve bu genellemeleri sembollerle gösterme işte bu aritmetikten cebire geçiştir.*” ifadeleriyle düşüncesini açıklamıştır. Ö8 ise aritmetik kavramlar yardımıyla cebirsel kavramları yapılandırma anlamına vurgu yapmıştır. Öğretmen “*... Yani sonuç olarak bana göre geçiş aritmetikte öğrendiğimiz kavramlar yardımıyla cebirsel kavramları yapılandırmamızdır...*” ifadeleriyle düşüncesini ifade etmiştir. Aritmetik ile cebir arasında bağlantıyı kurma koduna vurgu yapan Ö11 öğretmenini ise “*Cebire geçmek için aritmetiği iyi bilmek gerekir. Önce aritmetik öğrenilmeli daha sonra bu aritmetik yapılarla cebirsel yapılara arasında bağlantı kurulmalı. Bu bağlantının kurulması geçiş olarak adlandırılabilir.*” ifadelerini kullanmıştır.

Sonuç olarak öğretmenlerin görüşlerinden oluşan kodlar ile öğretmenlerin bu kodlara göre dağılımları Tablo 8’de sunulmuştur.

Tablo 8.  
*Aritmetikten Cebire Geçiş ile İlgili Öğretmen Görüşlerinden Oluşturulan Kodlar*

<i>Aritmetikten Cebire Geçiş kavramı ile ilgili tarifler/ tanımlamalar</i>	Ö1	Ö2	Ö3	Ö4	Ö5	Ö6	Ö7	Ö8	Ö9	Ö10	Ö11	Ö12	Ö13	Ö14	Ö15
Sayılar ve sayılar arası ilişkilere odaklanarak genellemeleri sembol ile ifade etme				•		•	•			•					•
Aritmetik ile cebir arasında bağlantının kurulduğu alan	•										•			•	
Aritmetik kavramlar yardımıyla cebirsel kavramları yapılandırma								•							•
Problemleri denklem kurarak çözüme	•	•	•												
Sayılardan harflere veya bilinmeyenlere geçme					•	•						•	•	•	•
Denklem çözmek için gerekli olan aritmetik altyapı	•				•										

Aritmetik ile cebir arasındaki farklı adaptasyonların gerçekleştirildiği alan	•	•
Geçiş var fakat çok fazla bilgi sahibi değilim	•	

### Tartışma ve Sonuç

Genel olarak ortaokul matematik öğretmenleri aritmetik ve cebir kavramları ile ilgili birçok farklı özelliğe vurgu yapmışlardır. Öğretmenler aritmetiğin daha çok dört temel işlem, sayılar ve sayılar arası ilişkiler özelliklerine değinmişlerdir. Aritmetiği günlük yaşamdaki temel hesaplamalar olarak ifade eden üç öğretmen mevcut iken, aritmetiği sadece sayılardan yararlanarak problemdeki bilinenden bilinmeyi bulma şeklinde yorumlayan bir öğretmen mevcuttur. Özellikle literatürdeki aritmetik ile ilgili tanımlamalar (Akkan, 2009; NCTM, 1991; Mason 1996) - aritmetik; sayıları, sayılar arası ilişkileri, sayılarda dört işlemi ve dört işleme dayalı diğer hesaplamaları içerir (NCTM, 1991) veya dört temel işlemi kullanarak bilinenden bilinmeyi bulmak için yapılan işlemleri içerir (Mason, 1996) - ile ortaokul matematik öğretmenlerinden elde edilen aritmetiğin tipik özellikleriyle ilgili kodları içeren tanımlamaları benzerlik göstermektedir. Ancak öğretmenlerin aritmetiğin tipik özellikleri ile ilgili tanımlamaları genel olarak alışlagelmiş ve yüzeyseldir. Bununla birlikte ortaokul matematik öğretmenleri daha çok cebirin bilinmeyen ve değişken kavramı ile genelleştirilmiş aritmetik özelliklerine değinmişlerdir. Cebiri fonksiyonel düşünme, matematiksel bir dil ve araç bağlamında düşünen ve yorumlayan iki öğretmen bulunmaktadır. Özellikle cebiri matematiksel bir dil ve araç olarak yorumlayan öğretmenlerin azlığı dikkat çekici bir sonuçtur. Oysa literatürdeki tanımlamalarda üzerinde çokça durulan kavramlardan ikisi; cebirin matematikteki veya başka disiplinlerdeki fikirleri açıklamak için kullanılan matematiksel bir dil olduğu (Sutherland & Rojano, 1993), cebirin genelleştirilmiş aritmetik veya aritmetiği genelleştirmek için gerekli bir dil olduğu (Vance, 1996) ve daha etkili bir düşünmeyi sağlamanın ve farklı disiplinlerdeki problemleri çözenin matematiksel bir aracı olduğu (Kieran, 1992; Lee, 2001) şeklindedir. Bu durumda Ö5 ve Ö15 öğretmenleri haricindeki öğretmenlerin cebirin tipik özellikleri ile ilgili tanımlamaları yine alışlagelmiş ve yüzeysel olmuştur. Ayrıca öğretmenlerle yapılan görüşmeler daha ayrıntılı bir şekilde incelendiğinde öğretmenlerin aritmetik ile ilgili görüşlerinin sayısal belirliliği içerdiği, cebir ile ilgili görüşlerinin ise sayısal belirsizliği içerdiği tespit edilmiştir. Elde edilen bu temel fark Radford'un (2006) çalışmasını destekler niteliktedir.

Öğretmenlerin neredeyse tamamı aritmetikle cebir arasında bir ilişki olduğunu ifade etmişlerdir. Ancak öğretmenlerin çok azı bu ilişkiyi farklı açılardan tanımlayabilmiş, hatta örnekler vererek ilişkiyi tanımlayabilen öğretmenlerin sayısı oldukça azdır. Genel olarak öğretmenler aritmetiğin cebirin temelini oluşturduğuna

ve cebirin aritmetiğin genelleştirilmiş hali olduğuna vurgu yapmışlardır. Üç öğretmen ise aritmetiğin cebirin alt kümesi olduğunu ifade etmiştir. Ö15 öğretmeni ise diğer öğretmenlerden farklı olarak, aritmetik işlemlerdeki ilişkileri analiz ederek cebirdeki fonksiyon kavramına geçiş bağlamında bir ilişki olduğunu belirtmiştir. Benzer şekilde birçok araştırmacı, öğrencilerin cebirsel fikirleri ile daha önceki yaşantılarında geliştirdikleri aritmetik fikirleri ilişkilendirdiklerine ve aritmetiğin temelini sayı kavramının oluşturduğunu ve cebirin ise kökünü aritmetikten aldığına vurgu yapmışlar (Carpenter & Levi, 2000; Cooper, Boulton-Lewis, Athew, Wilssi & Mutch, 1997; Herscovics & Linchevski, 1994; Van Amerom, 2002) ve bu iki alan arasında var olan ilişkiyi tanımlayan birçok farklı örnek sunmuşlardır (Akkan, Baki ve Çakıroğlu, 2011; Armstong, 1995; Bell, 1996; Carpenter & Levi, 2000; Demana & Leitzel, 1988; French, 2002; Kieran, 1990; Linchevski & Hersovics, 1996; Nathan & Koellener, 2007; Ohlson, 1993; Van Amerom, 2002). Her ne kadar bu çalışmada öğretmenler literatürdeki gibi aritmetik ile cebir arasında ilişki olduğuna vurgu yapmışlarsa da, öğretmenlerin birçoğu bu ilişkiyi ortaya koyan veya tanımlayan örnekler konusunda yetersiz kalmışlardır. Öğretmenlerin aritmetik ile cebir arasındaki matematiksel ilişkileri veya bağlantıları örneklerle vurgulaması, öğrencilerinin matematiği birbirinden bağımsız ayrı parçalar olarak değil de, bu ve benzeri ilişkilerin ve bağlantıların bir düzeni olduğunu görmelerini sağlayacağından, elde edilen sonuç bu bağlamda çok umut verici değildir.

Ortaokul matematik öğretmenlerinin çoğu aritmetik ile cebir arasında farklılıklar olduğuna vurgu yapmışlar, ancak bu farklılıkları örneklendirme de çoğu yetersiz kalmış ya da tatmin edici bir cevap verememişlerdir. Genel olarak öğretmenlerin üzerinde durduğu en önemli farklılık, “aritmetikte işlemler sayılarla sınırlı iken, cebirdeki işlemler bilinmeyenlerle ve harflerle yapılır” şeklindedir. Öğretmenlere göre diğer önemli farklılık ise; aritmetiğin daha temel matematik olduğu, cebirin ise daha karmaşık matematiksel durumları içerdiği şeklindedir. Bununla birlikte üç ortaokul matematik öğretmeni bu iki alan arasındaki farklılıklarla ilgili görüşleri oldukça yetersiz kalmış, hatta Ö9 öğretmeni “Emin değilim!” şeklinde bir cevap vermiştir. Ö13 ve Ö15 öğretmenleri diğer öğretmenlerden farklı olarak, harflerin bu iki alandaki kullanımlarındaki farklılıklara vurgu yapmışlardır. Onlar, aritmetikteki harflerin yer tutucular olduğunu, cebirdeki harflerin ise değişkenler olduğunu ifade etmişlerdir. Ancak Ö13 öğretmenin harflerin anlamı ile ilgili kavrayışı kavramsal düzeyde gözükmemektedir. Çünkü bu öğretmenin söylemleri ile örnekleri birbiriyle tutarlı değildir. Ayrıca öğretmenlerin bir kaçının, cebirde harflerin sadece değişken olarak kullanıldığını ifade etmeleri, öğretmenlerin harflerin anlamları ile ilgili bilgi eksikliklerini ortaya koymaktadır. Ek olarak Ö15 öğretmeni aritmetik ile cebir arasındaki farklılığı eşittir işareti bağlamında değerlendirmiş; aritmetikte eşittir işareti sonuç bildirdiğini, cebirde ise denkliliği veya eşliği gösterdiğini ifade etmiştir. O halde birkaç öğretmen hariç diğer ortaokul matematik öğretmenlerinin bu iki alan arasındaki farklılıklara dair bilgi düzeyleri çok düşük gözükmemektedir. Hâlbuki literatürde bu iki alan arasında; söz dizimsel (Lodholz, 1993), stenografi (alfabenin harfleri, noktalama işaretleri, kelimeleri yerine semboller ve kısaltmalar kullanma) olarak harflerin

kullanımı (Booth, 1988), sayısal ve cebirsel manipülasyonlar (Booth, 1984), bilinmeyenler (Filloy & Rajono, 1989) ve eşit işaretinin kullanımı (Wagner & Parker, 1993), vb. farklılıkların olduğuna vurgu yapılmıştır. Ayrıca birçok çalışmada öğrencilerin bu iki bilgi türü arasındaki farklılıkları birleştirmede başarısız olduğu belirtilmiş ve bununda öğretimde bilişsel boşluğa veya öğretisel araya neden olduğu iddia edilmiştir (Booth, 1988; English & Halford, 1995; Hersovics, 1989; Hersovics & Linchevski, 1994; Kieran, 1990, 1992; Rosnick, 1999; Sfard, 1991; Wagner & Kieran, 1989). Hatta yine birçok çalışmada öğrencilerin belirtilen bu boşluğu veya arayı gidermek için bu iki alan arasındaki geçiş ile ilgili birçok adaptasyonu gerçekleştirmek zorunda olduğuna vurgu yapılmıştır (Booth, 1984; Hersovics ve Linchevski, 1994; Kieran, 1992; Rosnick, 1999). Bu bağlamda ortaokul matematik öğretmenlerinden elde edilen sonuç çok iç açıcı değildir. Unutulmamalıdır ki öğretmenlerin aritmetik dille, cebirin daha teknik dili arasında var olan farklılıkları açıklamaları ve bu alanlar arasında bağlantıları kurmaları öğrencilerin anlamlı öğrenmelerinin gelişimine katkıda bulunabilir.

Öğretmenlerin birçoğu öğrencilerin aritmetikten cebire geçişte yaşadıkları zorluklara dair görüş bildirmişlerdir. Öğretmenlerin bu konu ile ilgili görüşleri diğer konularda belirttikleri görüşlerinden sayısal olarak daha fazladır. Ancak öğretmenler diğer konularda olduğu gibi bu konuya ait örnekler vermekte de sıkıntı yaşamışlardır. Genel olarak bu geçiş ile ilgili öğretmenlerin üzerinde durduğu en önemli zorluk öğrencilerin değişken kavramını anlayamaması ile ilgilidir. Ancak görüşmeler esnasında öğrencilerin değişken kavramını niçin anlayamadıkları ile ilgili öğretmenlere yöneltilen sorulara, çoğu öğretmen geçerli bir cevap verememiş, öğretmenler yüzeysel cevaplarla durumu geçiştirmeye çalışmışlardır. Ayrıca öğretmenlerin yarıya yakını; kat, fazla, eksik gibi söz dizimsel ifadelerden sembolik dile geçememede ve sayılarla çalışma isteği nedeniyle verilen sözel probleme uygun sembolik denklem yazamama konularında öğrencilerin zorluk yaşadıklarını ifade etmişlerdir. Özellikle Ö15 öğretmeni diğer öğretmenlerden farklı olarak eşittir işaretinin kullanımı ile ilgili zorluklardan, Ö1 öğretmeni ise yine diğer tüm öğretmenlerden farklı olarak görünmez çarpma işlemine vurgu yapmıştır. Ö5 öğretmeni ise sayılarla yapılan işlemlerin harflerle yapılamayacağına inanma bağlamında bir zorluğa dikkat çekmiştir. Ö2 ve Ö15 öğretmenleri ise öğrencilerin harf sembollerinin değerlerini alfabeadaki pozisyonlarına göre algılama sıkıntısını yaşadıklarını ifade etmişlerdir. Her ne kadar öğretmenlerin çoğu bu iki alan arasındaki ilişkilerden ve farklılıklardan bihaber olsalar bile, bu geçişte yaşanabilecek zorluklara dair bilgileri daha iyi düzeyde gözükmektedir. Bunun nedenlerinden biri, öğretmenlerin öğretim sürecinde bu tür zorluklarla karşı karşıya kalmalarından kaynaklanabilir.

Görüşmeler sonucunda, “...Aslında geçiş var ama... Bu geçişi cümlelerle nasıl tanımlayacağımı bilmiyorum. Belki örneklerle tanımlayabilir. Fakat şu an aklıma gelmiyor...” şeklinde cevap veren Ö9 öğretmeni hariç diğer tüm öğretmenlerin aritmetikten cebire geçiş kavramı ile ilgili farklı özellikleri içeren görüşlere sahip

oldukları tespit edilmiştir. Öğretmenlerin altısı bu geçişi sayılardan harflere geçme olarak tanımlamışken, beşi bu geçişi sayılar arası ilişkilere odaklanarak genellemeleri sembol ile ifade etme olarak tanımlamıştır. Ö5 ve Ö15 öğretmenleri ise diğer öğretmenlerden farklı olarak aritmetikten cebire geçiş kavramını, aritmetik ile cebir arasındaki farklı adaptasyonların gerçekleştirildiği alan olarak ifade etmişlerdir. Literatürde ise birçok araştırmacı aritmetikten cebire geçişin önemine vurgu yapmış, araştırmacılar bu geçişi, öğrencilerin aritmetik bir ortamda aritmetik ve geometrik bilgilerini kullanmalarına imkan tanıyarak cebirsel kavramlar ve prosedürleri informal olarak anlamlandırmalarına fırsat sağlayabilme; informal sembolleştirmeyi ve denklem çözümünde ihtiyaç duyulan aritmetik temelleri genişletme ve güçlendirme olarak tanımlamışlardır (Akkan, 2009; Kieran, 1991, 1992; Kieran & Chalouh, 1993; Linchevski, 1995; Lodholz, 1993; Van Amerom, 2002). Fakat elde edilen sonuçlardan öğretmenlerin yine birçoğunun aritmetikten cebire geçiş kavramı ile ilgili çok fazla bilgi sahibi olmadıkları ve örneklendirme yapamadıkları tespit edilmiştir.

Sonuç olarak ortaokul matematik öğretmenleri kısmen aritmetik ve cebir kavramları hariç diğer kavramlarla ilgili farkındalıklarının genel olarak düşük olduğu tespit edilmiştir. Bununla birlikte öğretmenlerin aritmetikten cebire geçiş ile ilgili farkındalıklarının ise çok daha yetersiz olduğu, ancak aritmetikten cebire geçişte yaşanan zorluklara dair farkındalıklarının diğer kavramlara veya konulara göre daha iyi düzeyde olduğu belirlenmiştir. Özellikle matematik eğitiminde yüksek lisansını tamamlayan Ö15 öğretmeni ile yüksek lisans yapmakta olan Ö5 öğretmenin tüm kavramlarla ilgili farkındalık ve örneklendirme durumları diğer öğretmenlere göre daha fazladır.

### Öneriler

Hem uluslararası hem de ulusal düzeyde yapılan birçok çalışmada, öğrencilerin aritmetik düşünmeden cebirsel düşünmeye geçişte genel olarak başarısız olduğu, bunun da öğretimde bilişsel boşluğa neden olduğu ve bu boşluğun cebirsel düşünmenin gelişiminde öğrencilere engeller çıkarttığı ifade edilmiştir. Bu nedenle; aritmetik ile cebir öğrenme alanları arasındaki bağlantıların kurulabilmesinde ve bu iki alanın doğasından kaynaklanan farklılıkların neden olduğu zorlukların giderilmesinde, öğretmenlerin aritmetik, cebir ve aritmetikten cebire geçiş kavramları ile ilgili derinlemesine bilgi sahibi olması gerekmektedir. Çünkü öğretmenler, aritmetik düşünmeden cebirsel düşünmeye geçiş sürecinde, belirtilen bu boşluğu gidermek için bu iki alan arasında birçok adaptasyonu gerçekleştirecek etkinlikleri öğrencilerine sunmak zorundadırlar. Bu bağlamda, öğretmenlere bu iki alanın özellikleri ile ilgili hizmet içi seminerler ve çalıştaylar yapılarak farkındalıkları artırılabilir, bu sayede öğrencilerin cebirsel muhakeme becerileri ve aritmetikten cebire geçişleri geliştirilebilir. Ayrıca hizmet içi seminerlerde ve çalıştaylarda aritmetik ile cebir arasındaki matematiksel bağlantılara etkinlik ve örneklerle vurgu yapılması, öğrencilerin matematiği birbirinden bağımsız ayrı parçalar olarak değil de,



bu ve benzeri bağlantıların bir düzen oluşturduğunu görmelerini sağlayabilir. Bununla birlikte öğretmen adaylarına lisans eğitimleri süresince cebir öğretimi altında dersler verilerek, bu iki alan ile ilgili farkındalıkları artırılabilir.

Alan yazında aritmetik ve cebirin doğası ile ilgili farklı öğrenim seviyelerindeki öğrenci görüşleri üzerine yapılan çalışmalar olmasına rağmen, bu iki alan ile ilgili öğretmen görüşleri üzerine çok fazla çalışma yoktur. Yapılan bu çalışmalar ise aritmetik ve cebirin doğası ile ilgili öğretmen görüşleri üzerine değil, daha çok matematiğin doğası ile ilgili öğretmen görüşleri üzerinedir. Bu nedenle bu iki alanla ilgili öğretmenlerin inançları, pedagojik alan bilgisi vb. konular üzerine çalışmaların yapılması önem arz etmektedir. Bu çeşit çalışmalar, aritmetik ile cebir arasındaki geçişi kolaylaştıracağı gibi matematikle ilgili yapıyı keşfetmede ve aritmetiği de içine alan tüm matematiksel düşünmeyi desteklemede önemli olan cebirsel muhakeme becerisinin gelişimine de yardımcı olabilecektir.

### **Teşekkür**

Bu çalışma, Gümüşhane Üniversitesi Bilimsel Araştırma Projeleri Koordinatörlüğü tarafından desteklenen 16.F5121.02.03 nolu projenin bir kısım verilerinden üretilmiştir. Bu nedenle Gümüşhane Üniversitesi Bilimsel Araştırma Projeleri Koordinatörlüğüne katkılarından dolayı teşekkür ederiz.

### **Kaynakça**

- Akgün, L. (2006). Cebir ve değişken kavramı üzerine. *Journal of Qafqaz University*, 17(1), 25-29.
- Akkan, Y. (2009). *İlköğretim öğrencilerinin aritmetikten cebire geçiş süreçlerinin incelenmesi* (Yayımlanmamış doktora tezi). Karadeniz Teknik Üniversitesi, Trabzon.
- Akkan, Y., Baki, A. ve Çakıroğlu, Ü. (2011). Aritmetik ile cebir arasındaki farklılıklar: Cebir öncesinin önemi. *İlköğretim Online*, 10(3), 812-823.
- Armstrong, B. (1995). Teaching patterns, relationships, and multiplication as worthwhile mathematical tasks. *Teaching Children Mathematics*, 1(7), 446-450.
- Attorps, I. (2005). *Secondary school teachers' conceptions about algebra teaching*. Paper presented at the Fourth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education. Sant Feliu de Guíxols, Spain. Retrieved October 5, 2005, from <http://cerme4.crm.es/Papers%20definitius/12/attorps.pdf>.
- Ball, D.L. (1992). Teaching mathematics for understanding: What do teachers need to know about subject matter? In M. Kennedy (Ed.), *Teaching academic subjects to diverse learners* (pp. 63-83). New York, NY: Teachers College.
- Ball, D.L., Thames, M.H., & Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: What makes it special? *Journal of Teacher Education*, 59(5), 389-407.
- Bednarz, N. (2001). A problem solving approach to algebra: Accounting for reasonings and notations developed by students. In H. Chick, K. Stacey, J. Vincent, & J. Vincent (Eds.),

- Proceedings of the 12th ICMI study conference: The future of the teaching and learning of algebra* (pp. 69-78). The University of Melbourne.
- Bednarz, N., & Janvier, B. (1996). Emergence and development of algebra as a problem-solving tool: Continuities and discontinuities with arithmetic. In N. Bednarz, C. Kieran, & L. Lee (Eds.), *Approaches to algebra: Perspectives for research and teaching* (pp. 115-136). Boston: Kluwer Academic Publishers.
- Bell, A. (1996). Problem solving approaches to algebra: Two aspects. In N. Bernardz, C. Kieran, & L. Lee (Eds.), *Approaches to algebra. perspectives to research and teaching dordrecht* (pp.167-187). The Netherlands: Kluwer Academic Publishers.
- Booth, L. (1984). *Algebra: Children's strategies and errors*. Windsor, UK: NFER-Nelson.
- Booth, L. (1988). Children's difficulties in beginning algebra. In A. F. Coxford (Eds.), *The ideas of algebra, K-12* (pp. 20–32). Reston, VA: NCTM.
- Borko, H., & Shavelson, R. (1990). Teacher decision making. In B. F. Jones, & L. Idol (Eds.), *Dimensions of thinking and cognitive instruction* (pp. 311–346). Elmhurst, IL: North Central Regional Educational Laboratory and Hillsdale, NJ: Erlbaum.
- Burden, P.R. (1982). Implications of teacher career development: new roles for teachers, administrators and professors. *Action in Teacher Education*, 4(3-4), 21-26.
- Büyüköztürk, Ş., Çakmak, E.K., Akgün, Ö.E., Karadeniz, Ş. ve Demirel, F. (2008). *Bilimsel araştırma yöntemleri*. Ankara: Pegem Akademi Yayınları.
- Carpenter, T.P., & Levi, L. (2000). *Developing conceptions of algebraic reasoning in the primary grades*. Retrieved March 11, 2008 from [www.wcer.wisc.edu/ncisla/publications/index.html](http://www.wcer.wisc.edu/ncisla/publications/index.html).
- Carraher, D., Schliemann, A.D., Brizuela, B., & Earnest, D. (2006). Arithmetic and algebra in early mathematics education. *Journal for Research in Mathematics Education*, 37(2), 87-115.
- Cooper, T., Boulton-Lewis, G., Athew, B., Wilssi L., & Mutch, S. (1997). The transition arithmetic to algebra: Initial understandings of equals, operations and variable. *International Group for the Psychology of Matematics Education*, 21(2), 89-96.
- Cotton, T. (1993). Children's impressions of mathematics. *Mathematics Teacher*, 143, 14-17.
- Cross, D.I. (2009). Alignment, cohesion, and change: Examining mathematics teachers' beliefs structures and their influence on instructional practices. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 12, 325-346.
- Demana, F., & Leitzel, J. (1988). Establishing fundamental concepts through numerical problem solving. In A.F. Coxford (Ed.), *The ideas of algebra, K-12* (pp. 61-68). Reston, VA: NCTM.
- English, L.D., & Halford, G.S. (1995). *Mathematics education: Models and processes*. Mahwah, NJ: Erlbaum.
- Even, R., & Tirosh, D. (2002). Teacher knowledge and understanding of students' mathematical learning. In L. English (Ed.), *Handbook of international research in mathematics education* (pp. 219–240). Mahwah, NJ: Laurence Erlbaum.

- Filloy, E., & Rojano, T. (1989). Solving equations: The transition from arithmetic to algebra. *For the Learning of Mathematics*, 9(2), 19-25.
- Franke, M.L., & Carey, D. A. (1997). Young children's perceptions of mathematics in problem-solving environments. *Journal for Research in Mathematics Education*, 28(1), 8-25.
- French, D. (2002). *Teaching and learning algebra*. London: Continuum.
- Gomez-Chacon, I. (2000). Affective influences in the knowledge of mathematics. *Educational Studies in Mathematics* 43, 149-168.
- Greeno, J.G., Pearson, P.D., & Schoenfeld, A.H. (1996). *Implications for NAEP of research on learning and cognition*. Menlo Park, CA.
- Greeno, J.G., Pearson, P.D., & Schoenfeld, A.H. (1997). *Implications for NAEP of research on learning and cognition. Assessment in transition: Monitoring the nation's educational progress*. Washington DC: National Academy Press
- Herscovics, N. (1989). Cognitive obstacles encountered in the learning of algebra. In S. Wagner, & C. Kieran (Eds.), *Research issues in the learning and teaching of algebra* (pp. 60-92). Reston, VA: NCTM, Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum.
- Herscovics, N., & Linchevski, L.A. (1994). Cognitive gap between arithmetic and algebra. *Educational Studies in Mathematics*, 27(1), 59-78.
- Karasar, N. (1998). *Bilimsel araştırma yöntemi: Kavramlar, ilkeler, teknikler*. Ankara: Nobel Yayıncılık.
- Kieran, C. (1990). Cognitive processes involved in learning school algebra. In P. Nesher, & J. Kilpatrick (Eds.), *Mathematics and cognition* (pp. 96-112). Cambridge: Cambridge University Press.
- Kieran, C. (1992). The learning and teaching of school algebra. In D.A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 390-419). New York: Macmillan.
- Kieran, C.A. (1991). Procedural-structural perspective on algebra research. *Proceedings of the Fifteenth International Conference for the Psychology of Mathematics Education Genoa*. Italy.
- Kieran, C., & Chalouh, L. (1993). Pre-algebra: The transition from arithmetic to algebra. In P. S. Wilson (Ed.), *Research ideas for the classroom: Middle grades mathematics* (pp. 119-139). New York: Macmillan.
- Lara Roth, S.M. (2006). *Young children's beliefs about arithmetic and algebra* (Unpublished doctoral dissertation). Tufts University, Medford, Massachusetts, United States.
- Lee, L. (2001). Early algebra: But which algebra? In Chick, H., K. Stacey, J. Vincent, & J. Vincent (Eds.), *Proceedings of the 12th ICMI Study Conference: The Future of Teaching and Learning Algebra* (pp. 392-398). Australia: The University of Melbourne.
- Linchevski, L. (1995). Algebra with numbers and arithmetic with letters: A definition of pre-algebra. *The Journal of Mathematical Behaviour*, 14, 113-12.

- Linchevski, L., & Herscovics, N. (1996). Crossing the cognitive gap between arithmetic and algebra: Operating on the unknown in the context of equations. *Educational Studies in Mathematics*, 30, 38–65.
- Linchevski, L., & Livneh, D. (1990). Structure sense: The relationship between algebraic and numerical contexts. *Educational Studies in Mathematics*, 40, 173-196.
- Lodholz, R.D. (1990). The transition from arithmetic to algebra. In E.L. Edwards (Ed.), *Algebra for everyone* (pp. 24-33). Reston, VA: NCTM.
- Mason, J. (1996). Expressing generality and roots of algebra. In N. Bednarz, C. Kieran, & L. Lee (Eds.), *Approaches to algebra* (pp.65-111). London: Kluwer Academic Publishers.
- McNeil, N.M., & Alibali, M.W. (2005). Why won't you change your mind? Knowledge of operational patterns hinders learning and performance on equations. *Child Development*, 76, 883-899.
- Nathan, M.J. (2003). *Confronting teachers' beliefs about algebra development: Investigating an approach for professional development*. Boulder, CO: University of Colorado, Institute of Cognitive Science.
- Nathan, M.J., & Koedinger, K.R. (2000). An investigation of teachers' beliefs of students' algebra development. *Cognition and Instruction*, 18(2), 209–237.
- Nathan, M.J., & Koellner, K.A. (2007). Framework for understanding and cultivating the transition from arithmetic to algebraic reasoning. *Mathematical Thinking and Learning*, 9(3), 179-192.
- National Council of Teachers of Mathematics (1991). *Professional standards for teaching mathematics*. Reston, Va: NCTM.
- National Council of Teachers of Mathematics (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: NCTM.
- Ohlsson, S. (1993). Abstract schemas. *Educational Psychologist*, 28(1), 51-66.
- Radford, L. (2006). Algebraic thinking and the generalization of patterns: A semiotic perspective. In S. Alatorre, J.L. Cortina, M. Saiz, & A. Mendez (Eds.), *Proceedings of the 28th annual meeting of the north American chapter of the international group for the psychology of mathematics education* (pp. 2–21). Merida, Mexico: Universidad Pedagógica Nacional.
- Raymond, A.M. (1997). Inconsistency between a beginning elementary school teacher's mathematics beliefs and teaching practices. *Journal for Research in Mathematics Education*, 28(6), 552-575.
- Rosnick, P. (1999). Some misconceptions concerning the concept of variable. In B. Moses (Ed.), *Algebraic thinking: Grades 9-12* (pp. 313-315). Reston, Va: National Council of Teachers of Mathematics.
- Sfard, A. (1991). On the dual nature of mathematical conceptions: Reflections on processes and objects as different sides of the same coin. *Educational Studies in Mathematics*, 21, 1-36.

- Sfard, A. (1995). The development of algebra: Confront historical and psychological perspectives. *Journal of Mathematical Behavior*, 14, 15-39.
- Sfard, A., & Linchevski, L. (1994). The gain and the pitfalls of reification: The case of algebra. *Educational Studies in Mathematics*, 26, 191-228.
- Sherin, M.G. (2004). New perspectives on the role of video in teacher education. In J. Brophy (Ed.), *Using video in teacher education* (pp. 1–28). Amsterdam: Elsevier.
- Sherin, M.G. (2007). The development of teachers' professional vision in video clubs. In R. Goldman, R. Pea, B. Barron, & S. Derry (Eds.), *Video research in the learning sciences* (pp. 383-395). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum.
- Stacey, K., & MacGregor, M. (1997). Building foundations for algebra. *Mathematics in the Middle School*, 2, 253 – 260.
- Sutherland, R., & Rojano, T.A. (1993). Spreadsheet approach to solving algebraic problems. *The Journal of Mathematics Behavior*, 12(4), 353-383.
- Swadener, M., & Soedjadi, R.. (1988). Values, mathematics education and the task of developing pupils' personalities: An Indonesian perspective. *Educational Studies in Mathematics*, 19(2), 193-208.
- Türnüklü, A. (2000). Eğitimbilim araştırmalarında etkin olarak kullanılabilir nitel bir araştırma tekniği: Görüşme. *Kuram ve Uygulamada Eğitim Yönetimi Dergisi*, 24, 543-559.
- Van Amerom, B. (2002). *Reinvention of early algebra: Developmental research on the transition from arithmetic to algebra* (Unpublished doctoral dissertation). University of Utrecht, The Netherlands.
- Vance, J. (1998). Number operations from an algebraic perspective. *Teaching Children Mathematics*, 4, 282-285.
- Wagner, S., & Kieran, C. (1989). *Research issues in the learning and teaching of algebra*. Reston, VA: NCTM.
- Wagner, S., & Parker, S. (1993). Advancing algebra. In P. S. Wilson (Ed.), *Research ideas for the classroom: High school mathematics* (pp. 120–139). New York: Macmillan.
- Williams, A. M., & Cooper, T.J. (2001). Moving from arithmetic to algebra under the time pressures of real classrooms. In H. Chick, K. Stacey, J. Vincent, & J. Vincent (Eds.), *Proceedings of the 12th ICMI study conference: The Future of the teaching and learning of algebra* (pp. 665-662). Melbourne: University of Melbourne.
- Yıldırım, A. ve Şimşek, H. (2013). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri*. Ankara: Seçkin Yayıncılık.

### Extended Abstract

As it is known; the mathematical concepts are connected like rings of the chain so a rupture in the chain will cause difficulties in teaching mathematics concepts in the future. To make mathematical concepts as concrete as possible for primary school students not only enables meaningful learning but also facilitates learning further

mathematical concepts. If meaningful learning occurs at the targeted level, arithmetic and algebra knowledge, needed to solve the encountered problems in both daily life and the other disciplines, can be used properly, thereby, transition process from arithmetic to algebra may be achieved in an appropriate way. Therefore, teachers need to have in-depth knowledge of arithmetic and algebraic concepts to establish the connection between arithmetic and algebra field of mathematics and to eliminate the difficulties caused by differences inherent in these fields. The aim of this study is to determine the awareness of middle school mathematics teachers about the arithmetic, algebra and transition from arithmetic to algebra.

This study is conducted as a qualitative research. It was thought that the most appropriate method would be a qualitative research method since it was aimed to determine what middle school mathematics teachers think about the concepts of algebraic transition from arithmetic, algebra and arithmetic in teaching environments, and to a little more deeply explore the studied subject without making a generalization. Participants of the study are composed of 15 mathematics teachers who teach mathematics at middle schools in Trabzon, Gümüşhane and Bayburt. The fact that the study is conducted by middle school mathematics teachers is mainly due to the fact that most of the learning outcomes of both arithmetic (numbers) and algebra learning fields are included in the middle school level classes. In addition, algebra has a different nature of arithmetic, but there is a strong chain of chains between arithmetic and algebra and it is important for students to be able to establish a relationship between these two learning fields. This is the most intense period of experience, again in the middle school level classes. Semi-structured interview form was used as data collection tool in the study. In the analysis of the data obtained through the interview, the Nvivo-11 qualitative data analysis program was first used to determine the codes. Then, finally, content analysis technique determining the codes and categories is utilized.

From the data obtained, it has been found out that mathematics teachers generally give very few opinions about the typical features of arithmetic and algebra, and most of them have similar opinions. Most of the mathematics teachers have stated that there are differences and connections/relations between arithmetic and algebra. But very few teachers were able to define the relationship and differences. As a result, it has been determined that middle school mathematics teachers reported very little about the transition from arithmetic to algebra and these opinions were not very deep. It has also been understood that teachers' specific knowledge about the transition from arithmetic to algebra is inadequate. However, a teacher who has completed his / her master's degree in mathematics education and a teacher who is in the graduate thesis phase have more opinions on both fields than the other teachers.

Findings revealed that teachers could not effectively define the concepts of arithmetic, algebra and transition from arithmetic to algebra and that they could not distinguish the connections, relationships and differences between these two fields. In

many studies, it has been stated that students generally fail in transition from arithmetic to algebra, which leads to cognitive gap in teaching, and that this gap prevents students from developing algebraic thinking. Therefore; for the establishment of connections between arithmetic and algebra learning fields and the elimination of the difficulties caused by differences arising from the nature of these two fields; teachers must have in-depth knowledge of the concepts of arithmetic, algebra and transition from arithmetic to algebra because, in the process of transition from arithmetic to algebra, teachers have to present their activities to the students by making many adaptations between these two fields in order to fill this stated gap. However, as a result of the research, it has been determined that the teachers' opinions about these two fields are very limited and superficial. In this context, in-service seminars and workshops on the characteristics of these two fields can be held by the teachers to improve their knowledge levels, thereby improve the students' algebraic reasoning skills and transition from arithmetic to algebra. However, the level of knowledge about these two fields can be increased by giving lessons under the instruction of algebra to the mathematics teachers candidates during the undergraduate education.

