



Teaching the Concept of Prime Numbers Regarding to the Theory of Didactical Situations: An Action Research

Burcu Nur BAŞTÜRK ŞAHİN, Gökhan ŞAHİN, Menekşe Seden TAPAN BROUTIN

Received : 28.07.2017

Accepted : 16.10.2017

Abstract – In this study, an implementation is conducted in regard to the Theory of Didactical Situations in order to teach the concept of prime numbers. The research results are analysed in order to enhance the teaching. At first, the stages of implementation are planned. Then, the plan is implemented in one of the researchers' classroom with his 6th grade students, in Bursa. In this study qualitative research methods are utilised, action research taken as the research design. In this case, one of the researchers was a teacher, and other researchers recorded his classroom implementation of the plan. After the implementation, the video records are transcribed and the data are separated into categories and sub-categories. The results are analysed in regard to the processes in the Theory of Didactical Situations. In addition, the salient points in the implementation is discussed. In conclusion, the Theory of Didactical Situations which is the core of constructivist theory, were found as an appropriate model for teaching prime numbers. When students' responds taken into consideration, one can say that this model have positive effects on students learning of prime numbers.

Key words: Didactical Situations Theory, prime numbers, a-didactical situation.

Summary

In a changing world, mathematics education needs to change according to students needs, that means we need student-centered learning environments. Even if, student-centered learning environments are highly recommended in educational programmes and constructivist approach is popular among academic society, teachers have trouble about leading students through the targeted concept as suggested in constructivist approach. In this regard, didactical situations theory plays a key role that the theory frames the constructivist approach and make it easy to use in the classroom. Didactical situations theory, mentions three didactical situations: (1) didactical, (2) a-didactical and (3) non-didactical situations. In all three situations, a-didactical situations are the key component of constructivist approach. That's why, in this study, a-didactical situations are tried to be lived in the class to lead the prime numbers concept. Prime numbers concept is chosen because of its epistemological issues.

There are several studies on the misconceptions about the prime numbers concept. In this study, it is aimed not to remove these misconceptions, but it is aimed to prepare a lesson plan which does not allow the misconceptions. In this context, each misconception is investigated in the literature, and the a-didactic lesson plan has been created hereunder.

An appropriate a-didactic situation consists of five stages according to Brousseau (1997). First stage is *transferring responsibility* at which teacher transfers the problem to the students and students own the problem properly. The second stage is *action* at which students take the first steps to solve the problem but they do not have to choose the right path to solve the problem. This stage has lots of trial and error situations in it. The third stage is *formulation* at which students try to mention the strategies they found as a rule. The fourth stage is *verification* at which students accept their rule is correct and they try to convince other students. The fifth stage is *institutionalizing* at which teacher mentions the concept in regard to the mathematical literature and the concept becomes an element of the culture of the class.

In this study, it is aimed to analyse students' experiences on prime numbers concept by using a lesson plan prepared according to didactical situations theory and to reveal the effects of it on students.

In this study, it is aimed to use qualitative research methods. The study designed as an action research because it is aimed to analyse the effects of the prepared lesson plan on students by their own teacher. The participants of the study are 25 primary 6th grade students in Bursa. In the selection of the participants, criterion sampling method is utilised. The criteria are as the following; (1) according to the nature of the study the participants should learn the prime numbers concept firstly at the planned lesson, (2) the participants and their families should be voluntary to the study and (3) the participants should admit the researcher as a natural character in their class.

After preparation of the lesson plan, expert opinion is taken according to the didactical situation theory stages. After the expert opinion, the plan is examined by a mathematics teacher to eliminate the points that is hard to understand for the students. After then, the lesson plan is got ready to implement. The prepared lesson plan implemented at the time as mentioned in the educational plan. The implementation is video recorded to avoid data loss. After the recording, all data are transcribed verbatim. While analysing the records, data is separated as categories and sub-categories according to the stages of a-didactical situations.

When data findings are analysed, it is found out that the stages of the a-didactical situations are not happening separately, they are happening in an intricate way most of the time. This situation mentioned in Erdoğan and Özdemir Erdoğan's (2013) study as a remarkable feature. In their study, action and formulation processes were nested, while in this study, transferring responsibility and action processes are nested, too. As a result of this, it can be said that students' didactical contract is changed with this new plan (Reuter, Cohen-Azria, Daunay, Delcambre, ve Lahanier-Reuter, 2013; Yavuz, Arslan ve Kepçeoğlu, 2011). They never meet problems that they can not solve. That's why, they went to action process and back to the transferring responsibility process several times.

In addition, the interview about students' attendance of the class showed that they paid more attention to the a-didactical planned lesson than their prior lessons. The problem situation that they could not find a proper solution was an extraordinary experience for them. This may attract their attendance.

In this study, the results were similar to constructivist implementations in the literature. The reason of this may be that didactical situations theory has a constructivist nature.

In the study, the name of the concept was not given to the students. So they named the concept as "indivisible numbers". Then the teacher mentioned that the name of the concept is "prime numbers". While examining the name that students give to the concept, one can say that this name identifies the concept properly. In this way, this study is coherent with the literature.

Didaktik Durumlar Teorisi Işığında Asal Sayılar Kavramının Öğretimi: Bir Eylem Araştırması

Burcu Nur BAŞTÜRK ŞAHİN, Gökhan ŞAHİN, Menekşe Seden TAPAN BROUTIN

Makale Gönderme Tarihi: 28.07.2017

Makale Kabul Tarihi: 16.10.2017

Özet – Bu çalışmada asal sayılar kavramının kazandırılması için didaktik durumlar teorisi ışığında yürütülen bir uygulama yapılmış ve araştırma çıktıları öğretimin iyileştirilmesi bakımından incelenmiştir. Bu çalışma sırasında öncelikle yapılacak uygulamanın bir planı hazırlanmıştır. Hazırlanan uygulama Bursa ilindeki bir ortaokulda, araştırmacılardan birinin halen dersine girmekte olduğu öğrenciler ile gerçekleştirilmiştir. Araştırmada nitel araştırma yöntemleri kullanılmış ve araştırma deseni olarak eylem araştırması benimsenmiştir. Araştırmacı tarafından asal sayılar konusunun kazandırılması amacıyla didaktik durumlar teorisine uygun olarak bir öğretim uygulaması hazırlanmış, planın gerçekleştirildiği ders video kamera ile kaydedilmiştir. Daha sonra video kamera kayıtları transkript edilmiş ve nitel araştırmalarda yapılması önerildiği şekilde bölümlere ayrılmış ve kodlanmıştır. Öğretimin hazırlığında olduğu gibi verilerin analizi sürecinde de didaktik durumlar teorisinden yararlanılmış ve veriler didaktik durumlar teorisinin aşamaları bakımından betimsel analize tabi tutulmuştur. Bulgular didaktik durumlar teorisindeki süreçler bağlamında incelenmiş ve sınıf içinde dikkat çeken durumlar, dersin anlatımını gerçekleştiren araştırmacı öğretmen ile yardımcı araştırmacının görüşmeleri sonucunda yorumlanmıştır. Sonuç olarak yapılandırmacılığın özüne uygun didaktik durumlar teorisinin evrelerine uygun öğretim uygulamalarının sınıf ortamında uygulanması ve bunların analizleri ile bu modelin asal sayılar kavramının kazandırılmasına uygun bir model olduğu söylenebilir. Ayrıca öğrencilerin dersin sonunda verdikleri tepkiler göz önünde bulundurulduğunda didaktik durumlar teorisi ışığında a-didaktik duruma örnek teşkil edecek bir ders işlemenin öğrenciler üzerinde olumlu etkileri olduğu söylenebilir.

Anahtar kelimeler: Didaktik durumlar teorisi, asal sayı kavramı, a-didaktik durum

1. Giriş

Gelişen dünyaya paralel olarak matematik eğitiminde son yıllarda meydana gelen değişimler dikkate alındığında bu değişimlerin öğrenci merkezli eğitime ve yapılandırmacılığa doğru bir gidişat gösterdiği söylenebilir. Bu durum ayrıca 2005 yılından itibaren güncellenen her ortaokul matematik programında da belirtilmektedir (MEB, 2005; MEB 2013). Öğrenciler için kendi öğrenmelerinin öznesi olabilecekleri ortamların hazırlanması ve buna uygun öğretim yapılması konusu eğitim dünyasında günden güne daha çok yer edinmeye başlamıştır (Baştürk-Şahin, 2015). Öğretimdeki yeni yaklaşımlar aslında oldukça köklü bir öğrenme yaklaşımı olan kavramsal öğrenmeye dikkat çekmekte ve

planlanan öğretim ortamlarının kavramsal öğrenmeye olanak sağlayacak şekilde olmasını önemsemektedir (Skemp, 1976). Beklentiler kavramsal öğrenmeye olanak tanıyacak yapılandırmacı ve öğrenci merkezli uygulamalardan yana olsa da gerçek yaşam uygulamalarında bunlara rastlamak çok nadirdir (Altun, 2014). Bu bağlamda son zamanlarda dikkat çeken bir teori olan didaktik durumlar teorisi yapılandırmacı yaklaşımı bir çerçeveye oturtması ve uygulama kolaylığı sağlaması açısından öne çıkmaktadır (Brousseau, 1997).

Didaktik durumlar teorisi, öğrenme durumlarını didaktik, a-didaktik ve non-didaktik durumlar olarak ele almakta ve özünü yapılandırmacılığın ruhundan almaktadır. Didaktik durumlar teorisi ve uygulamaları ülkemizde oldukça az tanınmakta ve uygulanmaktadır (Gök ve Erdoğan, 2017). Bu çalışma ile hem didaktik durumlar teorisinin uygulama kısmına bir örnek ortaya konulmuş hem de geleneksel olarak süregelen bir öğretim ortamında, yapılandırmacı yaklaşımla a-didaktik bir ortam oluşturmanın etkisi gözlenmiştir.

A-didaktik ortam oluşturmada epistemolojik olarak sıkıntılı olan asal sayılar konusu ele alınmıştır. Asal sayılar matematikte epistemolojik anlamda (kökeni bakımından) sıkıntılı bir konu olmasının yanı sıra, kavramın sınıf içi öğretiminde de öğrenciler tarafından anlaşılmasında da bazı kavram yanlışları yaşanmaktadır (Küçük ve Demir, 2009; Özdeş, 2013). Asal sayılarda 1 sayısının asal sayı olarak alınmaması, asal çarpanlara ayırmada çarpanların katlarının asal olduğunun sanılması, 2 sayısının çift olması nedeniyle asal olmadığını sanılması, tek sayıların 2 ile bölündüklerinde küsüratlı olarak verdiği sonuçları göz önünde bulundurarak asal olmadıklarının zannedilmesi, 0 sayısının kendisinden başka sayılara bölünemediğini zannetme ve bu nedenle asal sayı kabul etme, 0 sayısının bölme işleminin yutan elemanı olduğunu zannetme, asal sayıların negatiflerinin de asal sayı olduğunu zannetme, yanlışları asal sayılara ilişkin öğrencilerin sahip oldukları kavram yanlışları olarak literatürde yer almaktadır (Özdeş, 2013). Bunun yanı sıra aralarında asallık ve asal çarpanlara ayırma ile ilgili de öğrencilerin bir çok kavram yanlışına sahip olduğu literatürde rapor edilmiştir. Aralarında asal sayıların asal sayı olması gerektiğini düşünme, 1'den fazla ortak böleni olmayan sayıların aralarında asal olmadığını zannetme, 1'in diğer doğal sayılar ile aralarında asal olmadığını zannetme, ikiden fazla sayıların (örneğin, üç sayının) aralarında asallığı tartışıldığında sayılardan ikisinin birden fazla ortak böleni olmasının aralarında asallığa engel olduğunu düşünme, asal çarpanlara ayrılması istenen bir sayı verildiğinde sayıyı asal çarpanlarına değil, çarpanlarına ayırma, asal çarpanların yazımında gerekli notasyonu hatalı kullanma (çarpım yerine toplam ile ifade etme) yanlışları da aralarında asallık ve asal çarpanlarına ayırma ile ilgili öğrencilerde olduğu görülen kavram yanlışlarıdır (Özdeş, 2013).

Bu çalışmada uygulanan öğretim, önceden oluşmuş olan güçlükleri önlemek amacıyla değil, güçlükleri oluşmadan engellemek üzere hazırlanmıştır. Planlanan öğretimde didaktik durumlar teorisi esas alınmıştır. Çünkü didaktik durumlar teorisinin a-didaktik durumları asal sayıların epistemolojik sıkıntılarını öğrencilere sınıf içinde yaşatıp, öğrencilerin tarihte bu kavramın keşfinden geçen süreci yaşamalarını sağlamayı hedeflemektedir. Didaktik durumlar teorisinin temel durumları sonraki bölümde kısaca açıklanmıştır.

1.1. Didaktik Durumlar Teorisi

Öğrencilere kendi öğrenmelerinin öznesi olma imkanı sağlamak üzere geliştirilmiş olan didaktik durumlar teorisi yapılandırmacı yaklaşımı temel alır (Brousseau, 1997). Didaktik durumlar teorisi kapsamında tanımlanan durumlardan özellikle a-didaktik durumlar yapılandırmacı yaklaşıma uygunluğu bakımından öne çıkmaktadır. Didaktik durumlar teorisi, öğretim durumlarını, öğrenme amaçlarının varlığı ve bu amaçların öğrenene bildirilip bildirilmemesi ile ayırt etmektedir. Bunun anlaşılabilmesi için öncelikle didaktik durumlar teorisi çerçevesinde sözü geçen tüm durum türlerini tanımakta fayda vardır. Bunlardan birincisi *didaktik durum*dur. *Didaktik durum* bir öğretim amacının olduğu tüm durumlardır. Didaktik durum öğretim amacının olduğu tüm durumlar olduğundan geleneksel ve yapılandırmacı temelli öğretimlerin ayrıştırılmasına ihtiyaç vardır.

Didaktik durumlar teorisi kapsamında ele alınan bir diğer öğretim durumu yapılandırmacı yaklaşıma büyük bir pencere açan, *a-didaktik durum*dur. *A-didaktik durum* öğretmenin öğretim amaçlarının var olduğu ancak ders esnasında öğrenciyi bu amaçlardan haberdar etmediği öğretim durumudur. Bu öğretim durumunda öğrenciler hangi kazanımları elde etmek için dersi işlediklerini dersin sonunda keşfederek öğrenirler. Dersin başında hangi konunun işleneceği ile ilgili bir bilgileri yoktur.

Didaktik durumlar teorisinde ele alınan bir diğer durum *non-didaktik durum*dur. Bu durumda öğretim amacı yoktur. Bir öğrenme gerçekleşmektedir ancak bu öğrenme plansız ve öğretim amacı güdülmeksizin gerçekleşir. Böyle bir durumda öğrencinin hangi davranışları kazanacağı tahmin edilemez.

Didaktik durumlar teorisi kapsamında yapılması planlanan dersin öğrenci merkezli olması ve yapılandırmacı özellik taşıması istendiği için araştırmada a-didaktik durum odak noktası olarak alınmıştır. A-didaktik durum daha önce de belirtildiği gibi dersin başında öğrencilerin öğretim amaçlarından habersiz olduğu öğretim durumudur. Örneğin, öğretmenin “Çocuklar bugünkü konumuz asal sayılar...” şeklinde derse başlaması o dersin a-didaktik

karakterine vurulmuş ciddi ve bu karakteri bozucu bir darbedir. Böyle bir söylem a-didaktik bir öğretim durumunda dersin ancak sonunda yer alabilir. Böylece öğrenciler öğretmenin yönlendirmeleri olmaksızın özgürce konu içinde keşfe çıkabilirler (Warfield, 2006).

Didaktik durumlar teorisine göre öğretmen, öğretmek istediği konuyu kazandıracak olan problem durumunu hazırlayıp öğrencilere tanıtacak kişidir. Öğretmenin görevi sözü edilen problemin tam ve doğru şekilde anlaşılması ve işlenmesidir. Ancak problemi tam olarak anlamış olan öğrenciler, öğretmenin amaç ve yönlendirmelerinden bağımsız olarak probleme çözüm arayabilirler.

Brouseau (1997)'e göre uygun bir a-didaktik durum beş aşamadan oluşmaktadır. Öğrencilerin durumu anlayıp sahiplenmesi için problemin tam ve doğru şekilde sunulmasını gerektiren bu ilk aşamaya teori kapsamında *sorumluluk aktarma* denilmektedir. Bu sürecin sonunda öğrenciler, problem durumunu tam olarak anlamış ve sahiplenmiş olmalıdır.

Bu aşamadan sonra gelen ikinci aşamada problemi çözecek olan öğrencilerin yaşayacağı diğer a-didaktik süreç *eylem* durumudur. Bu süreçte öğrenciler, problemi çözmek için ilk adımı atmışlardır ancak henüz doğru stratejileri bulmamış olabilirler. Bu süreçte öğrenciler birçok deneme ve yanılma yaşayabilirler, diğer öğrenci grupları ile etkileşime girebilirler. Bu sürecin sonlarına doğru öğrenciler doğru stratejileri bulmaya başlamışlardır.

Üçüncü süreç *formüle etme* durumudur. Bu durumda öğrenciler elde ettikleri stratejiyi bir kural halinde belirtmeye çalışırlar.

Dördüncü süreç *doğrulama* durumudur. Bu durumda öğrenciler sözel olarak da olsa ifade etmeye çalıştıkları kuralı, tam doğru olarak kabul ederler ve diğer öğrenci gruplarını da çözümlerinin doğru olduğuna ikna etme çabasına girerler.

A-didaktik bir ortamda son süreç *kurumsallaştırma*dır. Bu durumda öğrencilerin elde ettikleri çözüm öğretmen tarafından matematik literatürüne uygun şekilde ifade edilir ve kurumsal bir statü kazanır. Böylece bilgi sınıfın ortak kültürünün bir elemanı haline gelir.

1.2. Araştırmanın Amacı

Bu araştırmanın amacı, didaktik durumlar teorisi ışığında asal sayı kavramının öğrencilere kazandırılmasında, birbirini takip eden süreçlerde meydana gelen öğrenci ve öğretmen yaşantılarını inceleyerek, öğretim planlanmasında didaktik durumlar teorisini dikkate almanın öğretim sürecine olan etkilerini ortaya çıkarmaktır.

2. Yöntem

Araştırma genelinde didaktik durumlar teorisinin uygulandığı bir sınıf ortamındaki öğretmen ve öğrenci yaşantılarını, evrene genellemek değil, bu yaşantıları derinlemesine incelemek amaçlandığından nitel araştırma yöntemleri kullanılmıştır (Yıldırım ve Şimşek, 2013). Bunun yanı sıra araştırmanın amaçları arasında didaktik durumlar teorisine göre tasarlanmış olan öğretimin, mevcut geleneksel öğretim yapılan bir sınıfta uygulanma süreci de incelenmek istendiğinden ve araştırmacılardan biri öğretmen olarak görev yapmakta olduğundan eylem araştırması deseni uygun görülmüştür.

Araştırmanın katılımcıları araştırmacı öğretmenin halen matematik öğretmeni olarak görev yaptığı Bursa ilindeki bir ortaokulda öğrenim gören 25 ortaokul 6. sınıf öğrencisidir. Araştırmanın katılımcılarının seçiminde amaçlı örnekleme yöntemlerinden ölçüt örnekleme kullanılmıştır. Bu ölçütler; (1) katılımcıların araştırmanın doğasına uygun olacak şekilde asal sayılar konusunu ilk kez öğrenecek öğrenciler olması, (2) katılımcı öğrencilerin ve ailelerinin araştırmaya katılmaya gönüllü olması ve (3) katılımcı öğrencilerin nitel araştırmanın doğası gereği araştırmacıyı doğal ortamlarında kabul etmiş olması (araştırmacı öğretmenin halen görev yaptığı sınıfta yer alması) dır. Araştırmacılardan biri, öğrencilerin halen matematik öğretmeni olduğundan, sınıf içinde öğrencilerin normalden farklı davranışlar göstermeyeceği ve sınıf içinde samimi düşüncelerini ve normal davranışlarını ortaya koyabilecekleri bir ortam olacağı varsayılmıştır. Ayrıca, araştırmacı öğretmenin planlanan dersin gerçekleştirilmesi sırasında ortamda bulunması sebebiyle, ders işlenişinin kayıt altına alındığı video kayıtlarda dikkat çeken noktaların açıklanabilmesi daha anlamlı olmuştur.

Didaktik durumlar teorisi kapsamında hazırlanan ders planı araştırmacı öğretmen tarafından oluşturulduktan sonra, iki matematik eğitimi akademisyeninden uzman görüşü alınmıştır. Alınan uzman görüşünde ders planının didaktik durumlar teorisine uygunluğunun değerlendirilmesi istendiğinden, taslak ders planı ile birlikte uzmanlara didaktik durumlar teorisinin a-didaktik durumlarının aşamaları ile ilgili özet bilgi katalogu verilmiştir. Uzmanların görüşleri doğrultusunda düzenlenen ders planı, öğrenciler tarafından anlaşılmayabilecek noktaların fark edilmesi için bir ortaokul matematik öğretmenin de görüşüne sunulmuştur. Planda öğretmen tarafından anlaşılmayan noktalar (kullanılan dil ve verilen örnekler bakımından) da yeniden düzenlenerek ders planına son hali verilmiştir. Hazırlanan ders planı, araştırmacı öğretmenin matematik öğretmeni olarak görev yaptığı ortaokulda iki matematik dersinde uygulanmıştır. Yapılan çalışmanın, okulun ve öğrencilerin normal düzenini bozmasını önlemek için uygulama, asal sayılar konusunun öğretim programında yer aldığı tarihlerde uygulanmıştır. Uygulama veri kaybını önlemek amacıyla

video kamera ile kayıt altına alınmıştır. Dersin gerçekleştirilmesinin ardından, video kamera ile kayıt altına alınmış olan gözlem verileri kelimesi kelimesine transkript edilmiştir. Verilerin analizi sırasında nitel araştırmalarda yapılması önerildiği gibi, veriler bölümlere ayrılmış ve kodlama işlemi yapılmıştır. Kodlama işlemi betimsel analizin gerektirdiği şekilde ve didaktik durumlar teorisine uygun olarak yapılmış, uygulama sırasında ortaya çıkan diğer durumlar da ayrıca kodlanmıştır.

Araştırmanın uygulama kısmına esas teşkil eden en önemli unsur didaktik durumlar teorisine uygun olarak yapılandırılan ders planıdır. Bu nedenle ders planının detaylı bir şekilde paylaşılması nitel araştırmanın güvenilirliğini artıracak önemli bir unsur olarak görülmektedir. Uygulama öncesinde, öğretimin planlanan işleniş aşamaları bir sonraki bölümde verilmiştir.

2.1. Uygulamanın İşleniş Aşamaları

-Öncelikle 2, 3, 4 ve 5'er kişilik öğrenci grupları oluşturulur. Her bir gruptan birer sözcü belirlemeleri istenir.

-Her bir gruba nesne sayısı asal sayı olacak şekilde renkli küpler dağıtılır. Dağıtılan bu küpleri aralarında eşit olarak paylaşmaları istenir. Daha sonra da belirlenen sözcülerin grubun paylaşım durumunu ortaya koymaları istenir. (Öğrencilere gruptaki öğrenci sayısına göre nesne dağıtımı yapıldığı için öğrenci gruplarının hiç biri eşit paylaşım yapamayacaktır.)

-Bu şekilde paylaşım yapamadığını belirten öğrenci gruplarından, ellerindeki nesne sayısının çarpan ağacını oluşturmaları istenir. (Çarpan ağacını oluşturmaya çalışan grupların ellerindeki sayıların yalnızca 1'e ve kendisine bölündüğünü belirtmeleri beklenir.)

-Daha sonra bu şekilde olan sayılara bir isim vermek isteseler nasıl bir isim verebilecekleri sorusu yöneltilir.

-Ardından öğretmen tarafından asal sayı kavramının tanımı yapılır. Sonrasında asal sayı kavramının özel durumu olan 2 (iki) sayısından bahsedilir. Bu sayının asal sayıların tamamını tek sayı olarak tanımlayamama sebebi olduğu belirtilir. Asal sayılara ilişkin farklı örnekler bulunması istenerek ders bitirilir.

3. Bulgular ve Yorumlar

Öğrencilere yapılan uygulamanın gözlem verileri incelenerek, işleniş didaktik durumlar teorisi bağlamında ele alınmıştır. Didaktik durumlar teorisi kapsamındaki durumlar sınıf içerisinde birbirinden tamamen bağımsız şekilde değil, iç içe gerçekleşmiştir. Hazırlanan ders planının uygulamasının analizi sonucu elde edilen bulgular, didaktik durumlar teorisi dahilinde a-didaktik durumlarda yaşanan süreçler açısından aşağıda verilmiştir.

3.1. Sorumluluk Aktarma

Sorumluluk aktarma aşaması, daha önce de belirtildiği gibi öğretmen tarafından yapılması gereken en önemli aşamalardan biridir. Burada öğretmenden beklenen öğrenciye kurgulanmış olan problem durumunu tam ve doğru biçimde aktarabilmesidir.

Yapılan uygulamada araştırmacı öğretmen, öğrencilere açıkça nesnelere ile ne yapmaları gerektiğini belirttiğini düşünmesine rağmen, öğrenciler eylem durumuna geçip ellerindeki nesnelere paylaşabildiklerini belirttiklerinde, sorumluluk aktarma sürecinin tam olarak gerçekleşmediği fark edilmiştir. Böylece eylem durumunun ortasında öğrencilere sorumluluk aktarma kısmında vurgulanmış olan kalansız ve tam eşit şekilde paylaşım yapılması gerekliliği tekrar hatırlatılmıştır. Araştırmacı öğretmenin dersin ilk dakikalarındaki sorumluluk aktarma süreci şu şekilde gerçekleşmiştir:

“Öncelikle öğrenci grupları eşit olmak zorunda değil. Daha sonra ben gruplara renkli küplerden vereceğim. Küplerin rengi önemli değil. Sadece sayıları önemli küplerin. Şimdi grupları paylaşalım. Siz üçünüz bir grup olun. Burası 5 kişi bir grup olacak. Aynı zamanda grup liderlerinizi seçin. Konuşma yapabilecek bir grup lideri seçmeniz gerekiyor. Siz üçünüz bir grup olun. Siz dördünüz bir grup olun. Siz iki kişi bir grup olun. Siz ikiniz bir grup olun. Siz dördünüz bir grup olun. Sen buraya geç istersen siz üçünüz bir grup olun. Siz üçünüz bir grup olun. Tamam. Şimdi yer değiştirebilirsiniz. Grup üyeleri bir araya gelsin. Grup çalışması olacağı için. Dediğim gibi vereceğim küplerin renkleri şekilleri önemli değil. Siz kaç tane olduğunu sayar mısınız?... Peki... Çocuklar şimdi sizlerden bu küpleri gruptaki arkadaşlarınızla birlikte eşit olarak paylaşmanızı istiyorum. Herkes eşit olarak paylaşmaya çalışsın. Bekleyelim herkes paylaşsın. Eşit olarak paylaşın hiç artmayacak şekilde.”

Araştırmacı öğretmen sınıf içi konuşmalarında hiç artmayacak şekilde eşit olarak paylaşmaya çalışmalarını özellikle vurgulasa da öğrenciler eşit paylaşamadıklarını söylemek yerine; *“Öğretmenim biz paylaştık, ama bir tane arttı.”* demeyi tercih etmişlerdir. Araştırmacı öğretmen, *“bu durumda eşit paylaşabildiniz mi?”* diye sormasına rağmen öğrenciler yine de eşit paylaştıklarını ama ellerinde artan nesnelere olduğunu belirtmişlerdir. Araştırmacı öğretmen, öğrencilerin istenilen şeyi yapamama durumunu kabullenemedikleri için *“yapamadık”* demek yerine böyle bir söylemi tercih ettiğini düşündüğünü belirtmiştir.

Öğrencilerin gruplarına verilen nesne sayılarının çarpan ağacını oluşturmaları sırasında da yine bir sorumluluk aktarımı olduğu düşünülmektedir. Bu bölümde de öğretmen öğrencilere çarpan ağacı oluşturmaları ile ilgili yönlendirmede bulunmaktadır.

“... Her grup kendi defterini çıkarısın. Kendi küp sayılarının çarpan ağaçlarını oluştursun.”

Burada araştırmacı öğretmen, öğrencileri formüle etme durumuna yaklaştırmak için çarpan ağacı oluşturmalarını istediğini belirtmiştir.

3.2. Eylem

Eylem aşaması sorumluluk aktarma aşaması ile iç içe yürümüştür. Sorumluluk aktarma aşamasının hemen ardından başlayan eylem aşaması, içerisine yeniden sorumluluk aktarma bölümünün geçmesiyle devam etmiştir. Bu aşamada öğrenciler öğretmenlerinin verdiği nesnelere grup üyeleri arasında paylaşmaya çalışmışlar, ancak nesne sayılarının asal sayı seçilmesinden dolayı eşit bir şekilde paylaşamamışlardır.

“... ”

Öğretmen: Sizin kaç kişilik grubunuz vardı?

Öğrenci1: 3 kişilik.

Öğretmen: Kaç tane küpünüz vardı? Eşit paylaşabildiniz mi?

Öğrenci2: 11 tane küpümüz vardı. Eşit paylaşamadık. Bir kişinin 1 tane eksik kaldı.

“... ”

İkincil bir eylem aşaması grupların ellerindeki nesne sayılarının çarpan ağacını oluşturmaları sırasında gerçekleşmiştir. Öğrenciler çarpan ağacı oluşturmaları sırasında da zorlanmışlardır.

“... ”

Öğretmen: Şimdi herkes grubundaki küp sayılarının çarpan ağacını oluştursun defterine. (5 dk sonra) Evet, bu grubun çarpan ağacı nasıl oluştu mesela?

Öğrenci3: Öğretmenim bizim küp sayımız 7 çarpan ağacında sadece 7 ve 1 var.

Öğretmen: Tamam. Bu grubun çarpan ağacı nasıl?

Öğrenci4: Bizim küp sayımız 11, çarpan ağacında sadece 11 ve 1 var.

“... ”

3.3. Formüle Etme

Formüle etme aşaması da eylem aşaması ile iç içe geçmiş bir aşamadır. Öğrencilerin çarpan ağacı oluşturmaya çalıştıklarında öncelikle sayıların hiçbir çarpanı olmadığını söylemişlerdir. Ancak daha sonra gruplarındaki nesne sayısının sadece 1'e ve kendisine bölünebildiğini belirtmişlerdir. Buna örnek olabilecek öğrenci cevaplarına bir örnek şu şekilde verilebilir:

“Öğretmenim, bizim küp sayımız 17 taneydi. Ama 17 sadece 1'e ve 17'ye bölünüyor. Yani sadece 1'e ve kendisine bölünüyor.”

3.4. Doğrulama

Bu aşamada öğrenciler kendi grupları için oluşturdukları kuralı arkadaşlarının bulduğu sonuçlar ile karşılaştırmışlar ve tüm gruplar için söylenebilecek ortak kuralı oluşturmuşlardır. “...Sadece 1’e ve kendisine bölünebiliyor.”

3.5. Kurumsallaştırma

Bu aşamada öğrenciler tarafından formüle edilen ve diğer gruplar tarafından da doğrulanan kural öğretmen tarafından formal şekilde ortaya konulmuştur. Öncelikle bu bölümde öğretmen öğrencilere, sadece kendisine ve 1’e bölünebilen sayılara nasıl bir isim verilebileceği sorusunu yöneltmiştir. Öğrencilerden bir kaçını asal sayılar kavramını “bölünemeyen sayılar” şeklinde isimlendirmiş, ancak sınıfta, kurum dışı kaynaklardan konu ile ilgili bilgi edinmiş olan bazı öğrenciler, kendileri isim üretmek yerine direkt olarak matematik literatüründe geçen ve öğretmenin söyleyeceği “*asal sayı*” kavramını söylemişlerdir. Böylece öğretmen ders planında hazırlamış olduğu şekilde olmasa da Asal sayı kavramının tanımını yapmış ve öğrencilere not aldırılmıştır.

Öğretmen asal sayılar konusunu öğrencilerin daha iyi kavrayabilmeleri için her birinden birer asal sayı bulmalarını istemiştir. Daha sonra öğrencileri buldukları asal sayıları incelemeye yönelttik, asal sayıların içinde çift sayı bulunup bulunmadığını araştırmalarını istemiştir. Öğrenciler, asal sayıların çift sayı olamayacağını söylediğinde, öğretmen yalnızca bir tane çift asal sayı olduğunu bunun da 2 sayısı olduğunu belirtmiştir. Daha sonra 2 için çarpan ağacı oluşturarak, 2’nin de yalnızca 1’e ve kendisine bölündüğünü göstermiştir. Bu kısımdan sonra öğrencilerden buldukları asal sayıların çarpan ağacını çizmeleri istenmiştir. Böylece asal sayı olduğu zannedilen sayılar üzerinde daha doğru bir tespit yapılmıştır.

4. Sonuç ve Tartışma

Elde edilen bulgular incelendiğinde, didaktik durumlar teorisinde yer alan durumların gerçek yaşam uygulamalarında, teoride yer aldığı şekliyle birbirinden ayrık ve bağımsız şekilde gerçekleşmediği görülmüştür. Bu durum didaktik durumlar teorisi bağlamında yapılan uygulamaları inceleyen Erdoğan ve Özdemir Erdoğan’ın (2013) çalışmasında da göze çarpan bir özellik olarak gerçekleşmiştir. Erdoğan ve Özdemir Erdoğan’ın çalışmasında eylem ve formüle etme süreçlerinin iç içe ilerlediği görülmektedir. Bu çalışmada ise eylem ve formüle etme süreçlerine ek olarak sorumluluk aktarma ve eylem süreçleri de iç içe geçmiştir.

Sorumluluk aktarma ve eylem süreçlerinin iç içe geçme sebebi olarak öğrencilerin sınıf içi didaktik anlaşmalarının değiştiği bir durumla karşılaşmış olmaları verilebilir (Reuter,

Cohen-Azria, Daunay, Delcambre, ve Lahanier-Reuter, 2013; Yavuz, Arslan ve Kepçeoğlu, 2011). Gerek matematik derslerinde gerek diğer derslerde, öğrenciler yapılan bir etkinliğin olumsuz şekilde sonuçlanmasına alışık olmadıkları ve çoğunlukla öğretmenleri tarafından verilen etkinlikler sonucu tam olarak çıkacak şekilde hazırlanmış olduğundan, bu çalışmada verilen küplerin eşit olarak paylaşılammış olması durumu onlarda bir şaşkınlığa sebep olmuştur. Bu nedenle öğrenciler paylaşamadıklarını söylemek yerine, eşit paylaştıklarını ancak artan elemanlar kaldığını söylemeyi uygun görmüşlerdir. Sonradan öğretmenlerinin yeniden açıklama yapmasıyla eşit bölüşemediklerini belirtmişlerdir. Didaktik anlaşmanın değişmiş olması bunun bir sebebi olabileceği gibi, verilen problem durumunun bağlamsal olması da etkili olmuş olabilir. Verilen problem öğrencilerin günlük yaşamlarında karşılaşılabilecekleri bir problem olduğundan, öğrenciler bu soruya günlük yaşamda buldukları çözümleri (İki kişiye birer küp fazla verme, artan küpleri kenara ayırma, vb.) önermiş olabilirler.

Bunun yanı sıra araştırmacı öğretmen ile verilerin analizi sırasında öğrencilerin derse katılımı ve ilgisi ile ilgili yapılan görüşmede öğrencilerin geleneksel olarak işlenen derslerde de derse katılım sağladığı ancak bu derste olduğu kadar ilgi ile katılmadıkları belirlenmiştir. Araştırmacı öğretmene göre, öğrencilerin bu derste yapılan, nesnelere paylaşma etkinliğinde başarısız olmaları yani verilen görevi yerine getirememiş olmaları, öğrencilerin alışkın olmadığı bir durumdur ve bu durum onları sonuca ulaşmada kamçılayan bir unsur olmuştur. Çünkü araştırmacı öğretmene göre, öğrenciler bu paylaşımın başarısız olmasına bir sebep arama isteği duymuşlar ve dersi daha da sahiplenmişlerdir (Altun, 2014). Bu durumun didaktik durumlar teorisinde belirtilen ve bu çalışmada kullanılan a-didaktik durum ile bağlantılı olduğu söylenebilir. Öğrencilere daha önceden ilgili matematiksel kavramın söylenmemiş olması ve öğrencilerin bu kavrama kendilerinin ulaşmış olmaları itibarıyla yapılan öğretimde yapılandırmacı yaklaşım esas alınmıştır. Bu da yapılandırmacı yaklaşımda görülen etkilerin görülmesine sebep olmuştur denilebilir.

A-didaktik duruma uygun olarak yapılan uygulama sırasında öğrencilere asal sayılar kavramı isim olarak söylenmemiş ve sonradan onların bu kavramı isimlendirmeleri istenmişti. Öğrencilerden bir kaçını asal sayılar kavramını “bölünemeyen sayılar” şeklinde isimlendirmiş. Sonra kavramı kurum dışı kaynaklardan öğrenmiş olan iki öğrenci de kavramın adının “asal sayılar” olduğunu belirtmiştir. Sonrasında öğretmen tarafından, öğrencilerin isimlendirmiş olduğu “bölünemeyen sayılar” ın matematikçiler tarafından “asal sayılar” şeklinde isimlendirilmiş olduğu açıklanmış ve sınıfça kavram ortak bir dille tanınır hale gelmiştir. A-

didaktik durumları hedef alan Erdoğan ve Özdemir Erdoğan'ın (2013) çalışmasında da öğrencilerden, öğretim esnasında ismi verilmeksizin tanıtılmış olan “ağırlık merkezi” kavramını isimlendirmeleri istenmiş ve öğrenciler dersteki uygulamanın doğasına uygun olacak şekilde bu noktaya “hareketsizlik noktası” adını vermişlerdir. Her iki çalışmada verilen isimler incelendiğinde, öğrencilerin yapılan uygulama bağlamında matematiksel kavramın tanımına uygun düşecek isimlendirmeleri yapabildikleri görülmektedir.

Öğrencilerin uygulamanın bağlamına uygun olarak yapmış oldukları çalışmalar ve isimlendirme her ne kadar matematiksel kavramın doğasına uygun olsa da matematiksel kavramın evrensel olarak tanınması ve matematik camiası tarafından verilen ismin ve uygulama alanlarının belirlenmesi dersin en önemli kısmını oluşturmaktadır. Kurumsallaştırma adı verilen bu süreçte, öğretmenin uygulamanın süresi içerisinde etkinlikler ile tanıtılmış olduğu kavramı profesyonel olarak da tanıtması beklenmektedir (Brousseau, 1997).

Bu çalışmada, araştırmacı öğretmen, ders planını hazırlama ve uygulama esnasında sürekli geleneksel yöntemlere yatkın olduğunu hatırladığını ve öğrencilere konuyu söyleme eğiliminde olduğunu belirtmiştir. Ancak daha önceden almış olduğu yapılandırmacılık ile ilgili eğitimlerin, dersini a-didaktik olacak şekilde planlamasında büyük katkısı olduğunu ifade etmiştir (Altun, 2015).

Tüm bu sonuçların yanı sıra, araştırmacı öğretmen uygulamanın bitiminde öğrencilerin dersten çok keyif aldıklarını belirttiklerini, her dersin böyle işlenmesini istediklerini ve bu dersin kendileri için unutulmaz olduğunu söylediklerini bildirmiştir.

Öneriler

İlköğretim matematik öğretimi bağlamında ele alınan didaktik durumlar teorisi matematik eğitiminde gerek literatürde gerekse uygulamada çok fazla vurgulanan bir teorik çerçeve olmamasına rağmen, özellikle içeriğinde yer alan a-didaktik durumların yapılandırmacı yaklaşım ile bağlantılı olması, yapılandırmacı yaklaşımı benimsemiş olan öğretim programımızla paralellik göstermesi bakımından önemsenmektedir (MEB, 2013). Bu nedenle daha fazla konuda didaktik durumlar teorisi kullanılarak öğretimde ortaya çıkan sonuçlar karşılaştırılarak, teoriye katkı olabilecek durumlar belirlenebilir.

Öğretmenlere, öğrencilerin keşfedecekleri şekilde bir öğretim yapmaları bir çok çalışmada önerilse de bu öğretim uygulamada öğretmenleri zorlamaktadır. Bu bakımdan, didaktik durumlar teorisi ışığında, teorideki adımlar takip edilerek yapılan bir öğretimde süreç

adımları birbirinin devamı şeklinde aşamalı olduğundan, öğretmenlere derslerini planlama anlamında kolaylık sağlamaktadır. Bu bağlamda, öğrencilerin keşfederek öğrenmelerini sağlamada didaktik durumlar teorisinden öğretimde yararlanılması faydalı olabilir. Brousseau da 1986 yılındaki tez çalışmasında, “Uygun *temel durumu* bulduktan sonra hiçbir matematik kavram yoktur ki, a-didaktik durum ile öğrenciye anlatılamasın.” demiştir (S.49)

Araştırmanın analizi aşamasında didaktik durumlar teorisinin bir çok açıdan 5E modeli ile benzer yanları olduğu görülmüştür. Bu iki teoriyi benzer ve farklı yönleri açısından inceleyen çalışmalara literatürde yer verilebilir. Yapılan çalışmalarda bir konunun uygulaması ele alınarak her iki teori için uygulamanın sonuçları tartışılabilir. Uygulama sonuçlarının benzer çıkması halinde de didaktik durumlar teorisi ile 5E modelini birleştirmeyi öneren bir çalışma yapılması önerilebilir.

Kaynakça

- Altun, M. (2014). *Ortaokullarda (5, 6, 7 ve 8. Sınıflarda) Matematik Öğretimi*. Bursa: Alfa Aktüel Yayıncılık.
- Baştürk Şahin, B.N. (2015). *İlköğretim matematik öğretmenlerinin ders dokümanı hazırlama süreçlerinin incelenmesi*. Yayımlanmamış yüksek lisans tezi. Uludağ Üniversitesi, Bursa.
- Brousseau, G. (1986). *La théorisation des phénomènes d’enseignement des mathématiques* Thèse d’état. Doktora tezi. Université Sciences et Technologies, Bordeaux.
- Brousseau, G. (1997). *Theory of didactical situations in mathematics* (Edited and translated by N. Balacheff, M. Cooper, R. Sutherland, & V. Warfield). Dordrecht, NL: Kluwer.
- Erdoğan, A. & Özdemir Erdoğan, E. (2013). Didaktik durumlar teorisi ışığında ilköğretim öğrencilerine matematiksel süreçlerin yaşatılması. *Ahi Evran Üniversitesi Kırşehir Eğitim Fakültesi Dergisi (KEFAD) Cilt 14, Sayı 1, Nisan 2013, Sayfa 17-34*.
- Gök, M. & Erdoğan, A. (2017). Sınıf ortamında rutin olmayan matematik problemi çözme: Didaktik durumlar teorisine dayalı bir uygulama örneği. *YYÜ Eğitim Fakültesi Dergisi (YYU Journal Of Education Faculty),2017,Cilt:XIV, Sayı:1,140-18*.
- Küçük, A. & Demir, B. (2009). İlköğretimde 6-8. sınıflarda matematik öğretiminde karşılaşılan bazı kavram yanlışları üzerine bir çalışma. *Dicle Üniversitesi Ziya Gökalp Eğitim Fakültesi Dergisi, 13 (2009), 97-112*.

- MEB (2005). *İlköğretim Matematik Dersi Öğretim Programı ve Kılavuzu: 6-8. Sınıflar*. Ankara: Devlet Kitapları Müdürlüğü.
- MEB (2013). *Ortaokul Matematik Dersi (5, 6, 7 ve 8. Sınıflar) Öğretim Programı*. Ankara: Devlet Kitapları Müdürlüğü.
- Özdeş, H. (2013). *9. Sınıf öğrencilerinin doğal sayılar konusundaki kavram yanlışları*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi. Adnan Menderes Üniversitesi, Aydın.
- Reuter, Y., Cohen-Azria, C., Daunay, B., Delcambre, I. & Lahanier-Reuter, D. (2013). Contrat didactique. Dans Y. Reuter, C. Cohen-Azria, B. Daunay, I. Delcambre & D. Lahanier-Reuter (Dir), *Dictionnaire des concepts fondamentaux des didactiques* (pp. 55-60). Louvain-la-Neuve, Belgique: De Boeck Supérieur.
- Skemp, R. (1976). Relational and instrumental understanding. *Mathematics Teaching*, 77, 20–26.
- Warfield, V. M. (2006). Invitation to didactique. Şu adresten alınmıştır: <http://math.washington.edu/~warfield/Didactique.html>
- Yavuz, İ., Arslan, S. & Kepçeoğlu, İ. (2011). Didaktik antlaşması ve öğretime yansımaları: değerler tablosu örneği. *Uluslararası İnsan Bilimleri Dergisi*, 8, 1, 2011, 385-409.
- Yıldırım, A. & Şimşek, H. (2013). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri*. (8. Baskı). Ankara: Seçkin Yayıncılık.