



International Journal of Social
Science Research
www.ijssr.net
ijssresearch@gmail.com
ISSN: 2146-8257



Portfolio Optimization with Fuzzy Mean Absolute Deviation Model: Evidence from BİST 30

Ömer İSKENDEROĞLU¹,
Niğde Ömer Halisdemir University, FEAS

Saffet AKDAĞ²
Bozok University, Akdağmadeni VC.

ABSTRACT

Research Article

The purpose of this paper is to test the success of the fuzzy mean absolute deviation model in determining optimal portfolios. The model is formed by using mean absolute deviation model, developed in Konno and Yamazaki (1991) study and fuzzy logic . With the fuzzy mean absolute deviation model, portfolio optimization was carried out with the monthly percentage returns of the 30 stocks in the BİST 30 index that were traded on the stock exchange between January 2011 and December 2016. As a result of the analysis, it was determined that the level of satisfaction of the optimal portfolio and the return of the optimal portfolio are higher than the mean return of stocks, included in analysis. In this respect, it is possible to say that the fuzzy mean absolute deviation model is successful in determining the optimal portfolios.

Keywords:
Portfolio
Optimization, Mean
Absolute Deviation
Model, Fuzzy Logic

¹ Assoc.Prof. Dr.

² Corresponding author

Dr

saffet.akdag@bozok.edu.tr



Bulanık Ortalama Mutlak Sapma Modeli İle Portföy Optimizasyonu: BİST 30 Örneği

Ömer İSKENDEROĞLU¹,
Niğde Ömer Halisdemir Üniversitesi, FEAS

Saffet AKDAĞ²
Bozok Üniversitesi, Akdağmadeni Meslek Yüksekokulu.

ÖZET

Araştırma Makalesi

Bu çalışmanın amacı optimal portföyleri belirlemede bulanık ortalama mutlak sapma modelinin başarısını test etmektir. Model, bulanık mantık ile Konno ve Yamazaki (1991) çalışmasında geliştirilen ortalama mutlak sapma modelinin birlikte kullanılmasıyla oluşturulmaktadır. Bulanık ortalama mutlak sapma modeli ile BİST 30 endeksinde yer alan ve Ocak 2011 – Aralık 2016 tarihleri arasında borsada sürekli işlem gören 30 hisse senedinin aylık yüzdelik getirileri ile portföy optimizasyonu gerçekleştirilmiştir. Analiz sonucunda optimal portföyün memnuniyet seviyesinin yüksek olduğu ve optimal portföyün getirisinin analize dâhil edilen hisse senetlerinin ortalama getirisinden yüksek olduğu saptanmıştır. Bu doğrultuda bulanık ortalama mutlak sapma modelinin, optimal portföyleri belirlemede başarılı olduğunu söylemek mümkündür.

Anahtar Kelimeler:

Portföy
Optimizasyonu,
Ortalama Mutlak
Sapma, Bulanık
Mantık

Giriş

Yatırımcıların yatırım kararlarının temel belirleyicileri, yatırımdan beklenen getiri ve yatırımdan kaynaklanan risktir. Finansal anlamda risk, beklenen getirilerdeki sapma olarak ifade edilebilir. Bu bağlamda yatırımcıların riskten kaçınmak için tek bir varlığa yatırım yapmak yerine çeşitli varlıklardan oluşan bir portföye yatırım yapma düşüncesi finans literatüründe çeşitli teorilerin doğuşuna zemin hazırlamıştır. Bu kapsamda portföyde yer alacak yatırım araçları ne kadar çok çeşitlendirilirse portföyün riskinin de o derece azalacağını ifade eden geleneksel portföy yönetim teorisi, bu alandaki ilk teori olarak görülmektedir. Matematiksel bir temele dayanan ve Markowitz (1952) çalışmasıyla literatüre giren modern portföy teorisinde ise rastgele çeşitlendirme yerine çeşitlendirmenin portföyü oluşturacak menkul kıymetler arasındaki korelasyon derecesine göre yapılması gerektiği ifade edilmiştir.

¹ Doç. Dr.

² Sorumlu yazar iletişim bilgileri:
Dr.
saffet.akdag@bozok.edu.tr

Teoriye göre, optimal portföyde yer alan menkul kıymetler arasında korelasyon ne kadar düşükse, optimal portföyün riskinin de o derece düşük olacağı ifade edilmiştir. Modern portföy teorisi optimal portföy oluşturma sürecinde risk ölçütü olarak portföyün varyansını esas almış, bu nedenle kurulan model ortalama varyans modeli olarak finans literatürüne girmiştir. Ortalama varyans modelinde kullanılan kareli programlama, büyük ölçekli portföylere uygulanmasının zorluğu nedeniyle eleştirilmiş ve bu eleştiriler birçok portföy optimizasyon modelinin ortaya çıkmasını sağlamıştır. Bu modellerden biri olan ve Konno ve Yamazaki (1991) çalışmasında geliştirilen ortalama mutlak sapma modeli, doğrusal programlama gerektirmesi ve büyük ölçekli portföylere uygulanmasının kolaylığı nedeniyle tercih edilen bir model olmuştur.

Bu çalışmada bulanık mantık temelli ortalama mutlak sapma modeli ile portföy optimizasyonu gerçekleştirilip, sonuçların karşılaştırılması amaçlanmaktadır. Bu amaçla BİST 30 endeksinde yer alan ve Ocak 2011 – Aralık 2016 yılları arasında sürekli işlem gören 30 hisse senedinin aylık verileri ile portföy optimizasyonu gerçekleştirilmiştir. Bu bağlamda çalışma dört bölümden oluşmaktadır. Birinci bölümde literatür başlığı altında bulanık ortalama mutlak sapma modeli ile yapılan portföy optimizasyonuna yönelik çalışmalara yer verilmiştir. İkinci bölümde portföy optimizasyonunda kullanılan veriler tanıtılmış ve analizde kullanılan bulanık mantık, ortalama mutlak sapma ve bulanık ortalama mutlak sapma modeline ilişkin bilgiler verilmiştir. Üçüncü bölümde bulanık ortalama mutlak sapma modeli ile gerçekleştirilen portföy optimizasyonuna ilişkin analiz sonuçları yer almaktadır. Dördüncü bölümde ise analiz sonuçlarına dair bulgular özetlenerek, elde edilen bulgular yorumlanmış ve hem yatırımcılar için hem de bundan sonra yapılacak çalışmalar için öneriler sunulmuştur.

Literatür

Literatür taraması sırasında bulanık ortalama mutlak sapma modeli ile yapılan az sayıda çalışma ile karşılaşılmıştır. Bu bağlamda ilgili çalışmaların kimler tarafından ne zaman yapıldığı, kapsadığı dönem, hangi borsada gerçekleştirildiği ve elde edilen sonuçlar aşağıda özetlenmiştir.

Bekçi (2001) çalışmasında BİST 100 endeksinde yer alan ve 1 Ocak 1999 – 30 Haziran 2001 tarihleri arasında borsada sürekli işlem gören 63 hisse senedinin aylık verileri kullanılmıştır. Bulanık ortalama mutlak sapma modeli ile gerçekleştirilen analiz sonucunda 6 şirketin hisse senedinden oluşan optimal portföyün beklenen getirisi %5,53, portföyün riski ise %11,77 olarak hesaplanmıştır. Modelin özellikle riske karşı duyarlı olan yatırımcılar için oluşturulacak optimal portföylerin belirlenmesinde tercih edilebilecek bir model olduğu ifade edilmiştir.

Güngör vd. (2005) çalışmasında, Haziran 2000 – Mart 2005 tarihleri arasında Borsa İstanbul'da işlem gören 261 hisse senedi içinden, piyasa faiz oranları üzerinde getirisi olan 114 hisse senedinin üç aylık verileri kullanılmıştır. Bulanık ortalama mutlak sapma modeli ile gerçekleştirilen analiz sonucunda, yatırımcılar için üçer aylık dönemlerde %15 üzerinde getiri sunan ve 14 farklı hisse senedinden oluşan 11 farklı portföy belirlenmiştir. Modelin, yatırımcıların tercih ettikleri yatırım dönemine uygun optimal portföyleri belirlemede başarılı olduğu ifade edilmiştir.

Pelitli (2007) çalışmasında, Ekim 2001- Eylül 2006 tarihleri arasında BİST 50'de sürekli olarak işlem gören 35 hisse senedinin aylık verileri kullanılmıştır. Hem ortalama mutlak sapma hem de bulanık ortalama mutlak sapma modeli ile gerçekleştirilen analiz sonucunda 9 hisse senedinden oluşan optimal portföyün beklenen getirisi % 4,54; riski ise

%8,54 düzeyinde gerçekleşmiştir. Bulanık ortalama mutlak sapma modelinin, optimal portföyleri belirlemede daha başarılı olduğu ifade edilmiştir.

Aliev vd., (2008) alışmasında, bir simülasyon oluşturmak amacıyla Borsa İstanbul'da işlem gören, farklı sektörlerden ve ekonomik özelliklerine bağlı olarak seçilen 12 farklı hisse senedinin aylık getirileri ile 12 aylık bir dönem üzerinde bulanık ortalama mutlak sapma modeli ile portföy optimizasyonu gerçekleştirmiştir. Çeşitli memnuniyet seviyelerine göre sekiz hisse senediyle çeşitli optimal portföyler oluşturulmuştur. Modelin optimal portföyleri belirlemede yüksek etkinlik gösterdiği ifade edilmiştir.

Pai ve Michel (2010) alışmasında, Bombay borsasında BSE 200 endeksinde yer alan hisse senetlerinin Temmuz 2001 – Temmuz 2006 tarihleri arasındaki aylık verileri ve Tokyo borsasında Nikkei 225 endeksinde yer alan hisse senetlerinin Mart 2002 – Mart 2007 tarihleri arasındaki aylık verileri kullanılmıştır. Bulanık ortalama mutlak sapma modeli ile gerçekleştirilen analiz sonucunda 20 hisse senedinden oluşan optimal portföyler oluşturulmuştur. Modelinin optimal portföyü oluşturmadaki performansının oldukça başarılı olduğu ifade edilmiştir.

Cebeci (2011) alışmasında, BİST30 endeksinde yer alan, Ocak 2007 ile Aralık 2009 dönemleri arasında sürekli işlem gören hisse senetlerinin aylık verileri kullanılmıştır. Bulanık ortalama mutlak sapma modeli ile gerçekleştirilen analiz sonucunda 6 hisse senedinden oluşan portföyün beklenen getirisi % 4, riski ise %7,43 düzeyinde gerçekleşmiştir. Modelin optimal portföyleri belirlemede başarılı olduğu ifade edilmiştir.

Sarokolaei vd. (2013) alışmasında, 2005 ile 2011 yılları arasında Tahran borsasında işlem gören ve rastgele seçilen on beş hisse senedinin aylık verileri kullanılmıştır. Bulanık ortalama mutlak sapma modeline altı farklı risk kriteri uygulanmıştır. Bu kriterler asimetrik riske maruz değer, simetrik riske maruz değer, aralıklı (%5-%95) riske maruz değer, aralıklı (%10-%90) riske maruz değer, normal riske maruz değer ve riske maruz değer temelli ortalama mutlak sapma risk fonksiyonudur. Bu altı kriter çerçevesinde bulanık ortalama mutlak sapma modelinin optimal portföyleri belirlemede başarılı olduğu ifade edilmiştir.

Solatikia vd., (2014) alışmasında, Frankfurt DAX endeksinde yer alan 6 farklı sektörden seçilen altı farklı hisse senedinin Ocak 2011 - Ocak 2014 tarihleri arasındaki günlük verileri kullanılmıştır. Çalışmada üç farklı yatırımcı tipi belirlenmiştir. İlk yatırımcı tipi portföyün getirisine de, portföyün riskine de eşit derecede önem vermekte, ikinci yatırımcı tipi ise portföyün getirisine, üçüncü yatırımcı tipi ise portföyün riskine daha fazla önem vermektedir. Bulanık ortalama mutlak sapma modeli ile gerçekleştirilen portföy optimizasyonu sonucunda, modelin üç farklı yatırımcı tipi için optimal portföyü belirlemede en uygun çözümü sunduğu ifade edilmiştir.

Erdaş ve Demir (2016) alışmasında, BİST 30 endeksine dâhil olan Ocak 2012 - Aralık 2014 dönemlerinde sürekli işlem gören 30 hisse senedinin aylık verileri kullanılmıştır. Çalışmada hem ortalama mutlak sapma hem de bulanık ortalama mutlak sapma modeli kullanılmıştır. Bulanık ortalama mutlak sapma modeli ile gerçekleştirilen analiz sonucunda 7 hisse senedinden oluşan optimal portföyün riski %1,72, beklenen getirisi ise %4,33 düzeyinde gerçekleşmiştir. Bulanık ortalama mutlak sapma modelinin diğer modele kıyasla yatırımcı ve portföy yöneticileri için daha anlamlı sonuçlar verdiği ifade edilmiştir.

Konak ve Bağcı (2016) alışmasında, FTSE 100 endeksi içinden rastgele seçilen 8 farklı hisse senedinin aylık verileri kullanılmıştır. Bulanık ortalama mutlak sapma modeli ile

gerçekleştirilen analiz sonucunda, 2 varlıktan oluşan optimal portföyün beklenen getirisi %0,1 portföyün riski ise %1 düzeyinde gerçekleşmiştir.

Yöntem

Veriler

Çalışmada BİST 30 endeksinde yer alan ve Ocak 2011 ile Aralık 2016 tarihleri arasında borsada sürekli olarak işlem gören 30 hisse senedinin aylık yüzdelik getirileri kullanılmıştır. Analize konu olan hisse senetlerinin modelde kullanılan değişkenleri ve Borsa İstanbul'da kullanılan hisse senedi adları Tablo 1'de verilmiştir.

Tablo 1. BİST 30 Yer Alan Hisse Senetleri

Değişken	Hisse Adı	Değişken	Hisse Adı
X1	Akbank	X16	Sabancı
X2	Arçelik	X17	Soda
X3	BİM	X18	Şişecam
X4	Coca Cola	X19	TAV Havalimanı
X5	Doğuş Oto	X20	Tekfen
X6	Emlak Konut	X21	Tofaş
X7	Enka İnşaat	X22	Tüpraş
X8	Ereğli DÇ	X23	THY
X9	Ford Oto.	X24	T.Telekom
X10	Garanti Bankası	X25	Türkcell
X11	Kardemir	X26	T.Halkbank
X12	Koç Holding	X27	T. İşbank C
X13	Koza	X28	Vakıfbank
X14	Otokar	X29	Ülker
X15	Petkim	X30	Yapı Kredi

Model

Çalışmada portföy optimizasyonu için bulanık mantık ile ortalama mutlak sapma modeli bir arada kullanılarak oluşturulan bulanık ortalama mutlak sapma modeli kullanılmıştır.

Bulanık Mantık:

Bulanık mantık yapay zekâ çalışmalarının bir alt dalı olarak kullanılmaktadır. Model bir olay hakkında kesin ve net bilgiye ulaşamadığı durumlarda daha doğru bir karar verilmesine yardımcı olur. (Şen, 1999:6). Zadeh (1965) çalışması bulanık mantık modeli alanındaki ilk çalışmalardan biri olup ilgili çalışmada bulanık mantığı, dar anlamda yaklaşımsal uslamlama biçimlendirmesi olarak mantık sistemine fayda sağlayan bir yapı, geniş anlamda ise bulanık küme teorisinin eş anlamlısı olarak ifade etmiştir. Bulanık mantık iki durumda geçerlidir. Birincisi üzerinde çalışılan konunun çok karmaşık olması ve o konuyla ilgili yeterince bilgi ve verinin olmaması nedeniyle kişilerin görüş ve değer yargılarına başvurulduğu durumlar; ikincisi ise insanların kavrayış ve yargısına gerek duyulan durumlardır (Baykal ve Beyan, 2004:39).

Ortalama Mutlak Sapma Modeli:

Konno ve Yamazaki (1991) çalışmasında geliştirilen bir modeldir. Çalışmada, ortalama varyans portföy optimizasyon modelinin kareli programlama gerektirdiği, kareli programlamanın ise kovaryans matrislerinin oluşturulmasında büyük zorluklara neden olduğu ve özellikle büyük ölçekli portföylere uygulanmasının zor olduğu ifade edilmiştir. Konno ve Yamazaki (1991) çalışmasında alternatif olarak ortalama mutlak sapma modeli önerilmiştir (İskenderoğlu ve Karadeniz, 2011:239).

Ortalama mutlak sapma modeli ile ortalama varyans modeli birbirlerine benzemelerine karşın, risk hesaplaması noktasında farklılık arz etmektedir. Ortalama varyans modeli optimizasyon çözümünde risk hesabı olarak kareli programlamayı tercih ederken; ortalama mutlak sapma modelinin, doğrusal programlamayı tercih ederek, ortalama varyans modelinin karşılaştığı birçok zorluğun üstesinden geldiği ileri sürülmektedir. Konno ve Yamazaki (1991) çalışmasında, ortalama varyans modelinin, kareli programlamayla optimal çözüme ulaşmasının daha zor olduğu ve yatırımcıların risk ölçümünde standart sapma yerine genellikle mutlak sapmayı tercih ettikleri belirtilmiştir (Konno ve Yamazaki, 1991: 521). Risk ve beklenen getirilerin normal dağıldığı varsayımı altında ortalama mutlak sapma modeli, Tablo 6'da verilmiştir (Wang ve Xia, 2002:7; Fabozzi vd., 2007:56).

Portföyün riski:

$$w(x) = E \left(\left| \sum_{j=1}^N \mu_j w_j - E(\sum_{j=1}^N \mu_j w_j) \right| \right) \quad (1)$$

Portföyün Beklenen Getirisi

$$(R_p) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \sigma_p \quad (2)$$

E : Parantez içindeki rastgele değişkenin beklenen değeri,

μ_j : j varlığının getiri oranı,

w_j : j varlığının portföy içerisindeki ağırlığı,

$w(x)$: Riski temsil eden ve minimize edilecek olan getirilerin ortalama mutlak sapma fonksiyonu.

σ_p : Portföyün standart sapması,

(R_p) : Portföyün beklenen getirisi.

Ortalama mutlak sapma modeli ortalama varyans modeline göre aşağıdaki avantajlara sahiptir (Konno ve Yamazaki, 1991:524-525):

- Ortalama mutlak sapma modelinde, modeli oluşturmak için varyans kovaryans matrisi hesaplanmak zorunda değildir.
- Yeni veri eklendiğinde modeli güncellemek daha kolaydır.
- Doğrusal bir programlama ile çözmek kuadratik programa göre daha kolaydır. Ayrıca modele dâhil edilen menkul kıymet sayısı ne olursa olsun, fonksiyonel kısıtların sayısı sabit kalır, böylece binden fazla varlık için bile optimizasyon gerçekleştirilebilir.
- Optimal bir çözüm $x^* = (x_1^*, \dots, x_n^*)$ eğer $\mu_j = \infty$ (μ_j : Yatırım yapılabilecek maksimum tutar), $j=1, \dots, n$ ise en fazla $2T+2$ pozitif bileşen içerir. Burada n adet varlık içerisinde bir optimal portföyün, hangi genişlikte olursa olsun, en fazla $2T+2$ kısıttan oluşacağı anlamına gelir. Böylelikle ortalama mutlak sapma modelinde, ortalama varyans modeline göre daha az kısıt kullanılmaktadır.

- Portföydeki varlık sayısı kısıtlanmak istendiğinde, T kontrol değişkeni olarak kullanılabilir.

Bulanık Ortalama Mutlak Sapma Modeli:

Bulanık ortalama mutlak sapma modeli, ortalama mutlak sapma modeli ve bulanık mantık özelliklerini içeren ve klasik doğrusal programlama modelinin genişletilmiş ve bulanıklaştırılmış bir hâlidir. Bulanık ortalama mutlak sapma modeli, doğrusal programlama tekniğiyle çözülebilen; ancak karar sürecinde görülen belirsizlikler nedeniyle kullanılan bir yöntemdir (Hansen, 1996: 32; Çevik ve Yıldırım, 2010: 18). Bulanık ortalama mutlak sapma modelinde amaç, en yüksek memnuniyet derecesine sahip optimal karara ulaşmaktır. Model, amaç fonksiyonunu maksimum veya minimum yapmak yerine, amaç fonksiyonunun karar vericiyi belirli bir tatmin derecesi ile tatmin eden yaklaşım tarzıyla problemleri inceleyen daha gerçekçi bir yaklaşımdır (Tuncel, 1997:45-48).

Bulanık ortalama mutlak sapma modeli ile ortalama mutlak sapma modeli arasındaki temel fark, modeldeki bulanık parametreleri göstermek için “~” simgesinin kullanılması ve bulanıklığın olduğu kısımlar için [0,1] aralığında tanımlı bir memnuniyet derecesini gösteren üyelik fonksiyonunun belirlenmesidir. Örneğin, “ \lesssim ” yaklaşık olarak daha küçük veya eşit, “ \cong ” yaklaşık olarak eşit, “ \gtrsim ” yaklaşık olarak daha büyük veya eşit gibi kesinlik içermeyen anlamlar ifade etmektedir. Genel olarak bir bulanık ortalama mutlak sapma modelinin amaç ve kısıtlayıcılarının bulanık olduğu varsayıldığında en genel haliyle gösterimi aşağıdaki gibidir (Gülcan, 2012:63):

Amaç fonksiyonu:

$$\max Z = \sum_{j=1}^n \tilde{r}_j x_j \quad (3)$$

Kısıtlar:

$$\sum_{j=1}^n \tilde{a}_{ij} x_j \leq \tilde{b}_i \quad (i = 1, 2, \dots, m) \quad x \geq 0 \quad (4)$$

Bulanık ortalama mutlak sapma modelinin çözümünde kullanılan bulanık doğrusal programlama modelinde, üç farklı çözüm yaklaşımı bulunmaktadır. Bunlar Verdegay (1982), Zimmermann (1983) ve Werners (1987) yaklaşımlarıdır. Werners (1987) yaklaşımının diğer yaklaşımlara kıyasla, maksimum ve minimum memnuniyet derecelerinin modeldeki max-min işlemi kullanılarak belirlenmesi, bu yaklaşımın daha çok tercih edilmesini sağlamıştır (Verdegay, 1982; Werners, 1987; Zimmermann, 1991).

Bulanık ortalama mutlak sapma modeli, portföy optimizasyonlarına yönelik uygulama kısmında Konno Yamazaki doğrusal programlama modeli ile kullanılmaktadır. Amaç fonksiyonunun bulanıklaştırılması sonucu ortalama mutlak sapma modeli bulanık kaynaklı ortalama mutlak sapma modeline dönüşür. Bulanık ortalama mutlak sapma modelinin çözümünde bulanık doğrusal programlama modeline Werners (1987) yaklaşımının uygulanmasıyla oluşturulan amaç fonksiyonu ve kısıtlar aşağıdaki gibi ifade edilebilir (Kocadağlı, 2006:133).

Amaç Fonksiyonu:

$$\min Z \sum_{t=1}^T \frac{y_t}{T} \quad (5)$$

Kısıt 1:

$$y_t - \sum_{j=1}^n a_{tj}x_j \geq 0 \quad t = 1,2, \dots, T \quad (6)$$

Kısıt 2:

$$y_t + \sum_{j=1}^n a_{tj}x_j \geq 0 \quad t = 1,2, \dots, T \quad (7)$$

Kısıt 3:

$$\sum_{j=1}^n r_j x_j \geq \rho M_0 + \alpha \tau \quad \alpha \in [0,1] \quad (8)$$

Kısıt 4:

$$\sum_{j=1}^n x_j = M_0 \quad (9)$$

Model aracılığıyla $\alpha \in [0,1]$ olmak üzere, model portföy optimizasyonu için uygulandığında portföyün beklenen getirisi farklı memnuniyet seviyelerine göre çözülerek belirlenen memnuniyet seviyesinde hangi hisse senetlerine ne kadar oranda yatırım yapılması gerektiği tespit edilebilir. Bu aşamada belirli bir memnuniyet seviyesine karşılık gelen beklenen hedef getiri ve risk değerleri belirlenebilir. Ancak model, çeşitli getiri ve risk kombinasyonları arasından optimal portföyün belirlenmesi için tam olarak çözüm sunamamaktadır. Bu bağlamda model öncelikle ρM_0 ($\alpha = 0,1$) ve $\rho M_0 + \tau$ ($\alpha = 1$) beklenen getiriler için çözülerek Z^0 ve Z^1 amaç fonksiyonu değerleri bulunur. Modeldeki beklenen getiri düzeyi arttıkça risk de artacağından $Z^1 > Z^0$ olacaktır. Z^0 ve Z^1 değerlerinin kullanılmasıyla oluşturulacak üyelik fonksiyonu aşağıdaki gibi ifade edilebilir (Kocadağlı, 2006:134):

$$\mu_z(x) = \begin{cases} 1, & Z < Z^0 \\ 1 - [Z - Z^0]/Z^1 - Z^0, & Z^0 \leq Z \leq Z^1 \\ 0, & Z > Z^1 \end{cases} \quad (10)$$

$$\mu_k(x) = \begin{cases} 0, & \sum_{j=1}^n r_j x_j < \rho M_0 \\ [\sum_{j=1}^n r_j x_j - \rho M_0]/\tau, & \rho M_0 \leq \sum_{j=1}^n r_j x_j \leq \rho M_0 + \tau \\ 1, & \sum_{j=1}^n r_j x_j > \rho M_0 + \tau \end{cases} \quad (11)$$

Beklenen getirinin üyelik fonksiyonu ($\mu_k(x)$) ile amacın üyelik fonksiyonunun $\mu_z(x)$, max-min operatörü kullanılmasıyla oluşturulan bulanık ortalama mutlak sapma modelinin amaç fonksiyonu ve kısıtları aşağıdaki gibi gösterilebilir (Wang, 1997:385).

Amaç fonksiyonu:

$$\text{Max } \alpha \quad (\mu_z(x) \geq \alpha, \mu_k(x) \geq \alpha, x \geq 0, \alpha \in [0,1]) \quad (12)$$

Kısıt 1:

$$\sum_{t=1}^T y_t/T + \alpha(Z^1 - Z^0) \leq Z^1 \quad (13)$$

Kısıt 2:

$$y_t - \sum_{j=1}^n a_{tj}x_j \geq 0 \quad t = 1,2, \dots, T \quad (14)$$

Kısıt 3:

$$y_t + \sum_{j=1}^n a_{tj}x_j \geq 0 \quad t = 1,2, \dots, T \quad (15)$$

Kısıt 4:

$$\sum_{j=1}^n r_j x_j \geq \rho M_0 + \alpha \tau \quad \alpha \in [0,1] \quad (16)$$

Kısıt 5:

$$\sum_{j=1}^n x_j = M_0 \quad (17)$$

$$(0 \leq x_j \leq \mu_j, y_t \geq 0)$$

Modelin kullanılmasıyla kabul edilebilir bir memnuniyet seviyesinde ($\alpha \in [0,1]$) hangi hisse senetlerine hangi oranda yatırım yapılacağı hesaplanabilir. Modelde kullanılan parametrelerin neyi ifade ettiği aşağıda belirtilmiştir:

- T : İncelenen dönem sayısı,
- t : T dönemi içindeki herhangi bir t. dönem,
- ρ : Beklenen getiri oranı,
- r_j : j. hisse senedinin ortalama getiri oranı,
- r_{jt} : j hisse senedinin t döneminde gerçekleşen getiri oranı
- a_{tj} : j. hisse senedinin riski ($r_{jt} - r_j$)
- x_j : j. hisse senedine yapılan yatırımın payı,
- μ_j : j. hisse senedine yapılan yatırımın üst sınırı,
- M_0 : Toplam yatırım miktarı,
- ρM_0 : Beklenen getiri miktarı,
- y_t : Yardımcı değişken,
- τ : Beklenen getirinin önceden bilinen tolerans değeri
- α : Memnuniyet seviyesi

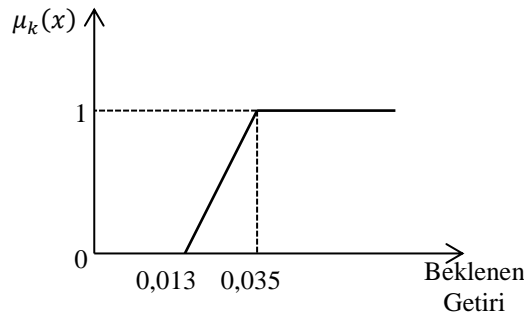
Bulgular

Bulanık ortalama mutlak sapma modeli ile analize dâhil edilen 30 hisse senedinin aylık frekanstaki verileri ile portföy optimizasyonu gerçekleştirilmeye çalışılmıştır. Bu bağlamda analize konu olan 30 hisse senedinin Ocak 2011 ile Aralık 2016 tarihleri arasındaki toplamda 72 aylık verisi ile analiz gerçekleştirilmiştir. Analize konu olan hisse senetlerinin aylık getirilerinin hesaplanmasından sonra beklenen getiri diğer bir ifadeyle hisse senetlerinin ortalama getiri oranlarının ortalaması (ρ) 0,013, hisse senetlerinin beklenen maksimum getiri oranı (ρ_{\max}) 0,035 bulunmuştur. Beklenen getirinin toleransı (τ) ise 0,022 ($\tau = 0,035 - 0,013$) olarak hesaplanmıştır. Beklenen getirinin üyelik fonksiyonu ($\mu_k(x)$) $M_0=1$ alınarak aşağıdaki şekilde oluşturulmuştur:

$$\mu_k(x) = \begin{cases} 0, & \sum_{j=1}^{30} r_j x_j < 0,013 \\ [\sum_{j=1}^{58} r_j x_j - 0,013] / 0,022, & 0,013 \leq \sum_{j=1}^{58} r_j x_j \leq 0,035 \\ 1, & \sum_{j=1}^{58} r_j x_j > 0,035 \end{cases} \quad (18)$$

Beklenen getirinin üyelik fonksiyonu Şekil 1'deki gibidir.

Şekil 1. Ocak 2011 – Aralık 2016 Dönemi Beklenen Getirinin Üyelik Fonksiyonu



Şekil 1’de görüldüğü üzere portföyün beklenen getirisi, 0,013 ortalama getiri düzeyinden, 0,035 maksimum ortalama getiriye doğru ilerledikçe memnuniyet seviyesi 0’dan 1’e doğru artmaktadır.

Werners yaklaşımı ile amaç fonksiyonu bulanık hale getirilen modelde, farklı memnuniyet seviyeleri sırasıyla ρM_0 ($\alpha = 0$) ve $\rho M_0 + \tau$ ($\alpha = 1$) beklenen getiriler çözülerek Z^0 ve Z^1 amaç fonksiyonu değerleri bulunur.

Modeldeki amaç fonksiyonu her bir dönem için hesaplanan y_t fonksiyonunun toplamının minimizasyonudur. y_t fonksiyonu, t dönemindeki hisse senetlerinin getiri oranlarının, ilgili hisse senedinin ortalama getiri oranından çıkarılması suretiyle elde edilen değeri, karar değişkenlerinin katsayıları olarak kabul edilip, bu sonucun mutlak değerinin alınması şeklinde hesaplanmıştır. Buradan hareketle her dönem için hesaplanan y_t fonksiyonu kullanılarak 72 dönem için minimize edilecek amaç fonksiyonu oluşturulur. Yukarıda sözü geçen y değişkeni, her bir hisse senedinin t dönemdeki getiri oranı ile ilgili hisse senedinin ortalama getirisi arasındaki farkın mutlak değerini ifade eden $a_{tj} = (r_{jt} - r_j)$, $\sum_{t=1}^T |\sum_{j=1}^n a_{tj} x_j|$ şeklinde ifade edilmektedir. Buradan hareketle mutlak değer pozitif ve negatif değerleri birinci ve ikinci kısıt olarak modele ilave edilir. Üçüncü kısıt ise her bir hisse senedine yapılacak yatırım payı ile yine her bir hisse senedinin ortalama getirilerinin çarpımlarının toplamının, ortalama getiri veya beklenen getiri ile toplam yatırım tutarı çarpımından büyük veya eşit olması gerektiği kısıttır. Buna göre bahsedilen kısıt $\alpha = 0$ için Z^0 ve $\alpha = 1$ için Z^1 için ayrı ayrı hesaplanacaktır. Dördüncü kısıt ise toplam yatırım tutarı 1 TL olarak alındığı zaman, yatırım paylarını temsil eden x değişkenleri toplamının 1’e eşit olması gerektiğini gösteren kısıttır (Bekçi 2001:83-86).

Modelin çözülmesiyle amaç fonksiyonu $Z^0=0,016$ ve $Z^1=0,040$ değerleri elde edilir. Bu değerlerin, amacın üyelik fonksiyonunda $\alpha = 0$ için Z^0 ve $\alpha = 1$ için Z^1 değerlerinin yerine yazılmasıyla amacın üyelik fonksiyonu aşağıdaki şekilde oluşturulabilir.

$$\mu_z(x) = \begin{cases} 1, & Z < 0,016 \\ 1 - [Z - 0,016]/0,040 - 0,016, & 0,016 \leq Z \leq 0,040 \\ 0, & Z > 0,040 \end{cases} \quad (19)$$

Üyelik fonksiyonun yerine konmasıyla bulanık amaçlı ve kaynaklı doğrusal programlama modeli, standart doğrusal programlama modeline dönüşür. Bu doğrultuda amaç fonksiyonu $Max \alpha$ olurken standart doğrusal programlamada her bir dönem için hesaplanan y_t fonksiyonunun toplamının minimizasyonunu ifade eden amaç fonksiyonu burada değişikliğe uğrayarak kısıta dönüşmektedir.

Bulanık ortalama mutlak sapma ile kurulan model Lingo 17 optimizasyon programı ile çözüldüğünde optimal portföyü oluşturacak memnuniyet derecesi $\alpha=0,703$ bulunmuştur. Elde edilen α seviyesine karşılık gelen optimal portföyün minimize edilen risk oranı üyelik fonksiyonundan aşağıdaki gibi elde edilir.

$$\begin{aligned} \mu_z(x) \Rightarrow \quad 0,703 &= 1 - \left[\frac{Z - 0,016}{0,024} \right] \\ 1 - 0,703 &= \left[\frac{Z - 0,016}{0,024} \right] \\ 0,297 &= \left[\frac{Z - 0,016}{0,24} \right] \\ 0,007 &= Z - 0,016 \end{aligned}$$

$$0,023 = Z$$

$\alpha=0,703$ memnuniyet seviyesinde minimize edilen risk oranı %2,3 olarak bulunmuştur. Bu memnuniyet seviyesinde beklenen getiri oranı ise aşağıdaki şekilde bulunur.

$$\begin{aligned} \text{Beklenen Getiri Oranı} &= \rho M_0 + \alpha \tau \\ &= 0,013 * 1 + 0,703 * 0,022 \\ &= 0,013 + 0,015 \\ &= 0,028 \end{aligned}$$

$\alpha=0,703$ memnuniyet seviyesinde minimize edilen risk oranı %2,3 iken beklenen getiri oranı %2,8 olarak gerçekleşmiştir. Optimal portföyün getirisi ile hem bulanık ortalama mutlak sapma modeline göre hem de ortalama varyans modeline hesaplanan optimal portföyün riski Tablo 2’de verilmiştir.

Tablo 2. Optimizasyon Sonucuna İlişkin Veriler

	Portföyde Yer Alan Varlık Sayısı	Portföyün Getirisi	Bulanık Ortalama Mutlak Sapma Modeline Göre Portföyün Riski	Ortalama Varyans Modeline Göre Portföyün Riski
Optimal Portföy	3	0,028	0,023	0,057

Tablo 2’de görüldüğü üzere bulanık ortalama mutlak sapma modeline göre oluşturulan optimal portföy 3 farklı hisse senedinden oluşmaktadır. Optimal portföyün getirisi %2,8, ortalama mutlak sapma modeline risk %2,3, ortalama varyans modeline göre ise risk %5,7 düzeyinde gerçekleşmiştir. Tablo 3’de optimal portföyde yer alan hisse senetlerinin ilgili dönemdeki ortalama getirileri ve standart sapmaları ile portföy içindeki ağırlıkları verilmiştir.

Tablo 3. Portföyde Yer Alan Hisse Senetleri ve Ağırlıkları

Değişkenler	Hisse Senetleri	Portföy İçindeki Ağırlığı	İlgili Dönemdeki Ortalama Getirisi	İlgili Dönemdeki Standart Sapması
X14	OTOKAR	0,282	0,035	0,107
X17	SODA	0,692	0,026	0,063
X21	TOFAŞ	0,026	0,024	0,091

Analiz sonuçlarına göre Ocak 2011 ile Aralık 2016 tarihleri arasında $\alpha = 0,703$ memnuniyet seviyesinde %2,3 risk oranı ve %2,8 beklenen getiri oranı için oluşturulacak portföy içerisinde yer alması gereken hisse senetleri şunlardır: %28,2 ile Otokar, %69,2 ile Soda ve %2,6 ile Tofaş hisse senetleridir.

Sonuç ve Öneriler

Bu çalışmada BİST 30’da yer alan ve Ocak 2011 – Aralık 2016 tarihleri arasında borsada sürekli işlem gören 30 hisse senedinin aylık verileri kullanılarak bulanık ortalama mutlak sapma modeli ile optimal portföyler belirlenmiştir. Analiz sonucunda birim risk başına en yüksek getirinin göstergesi olan memnuniyet derecesi $\alpha=0,703$ olarak gerçekleşmiştir. Bu memnuniyet seviyesinde 3 farklı hisse senedinden oluşan optimal portföyün riski %2,3, beklenen getirisi ise %2,8 seviyesinde gerçekleşmiştir. Optimal portföyü oluşturan hisse senetleri ise sırasıyla %28,2 ile Otokar, %69,2 ile Soda ve %2,6 ile Tofaş hisse senetleri olup bu üç hisse senedi de aynı zamanda BİST Sınai endeksinde yer almaktadır. Memnuniyet

derecesi olarak 0 değeri tatminsizliği, 1 değeri tam tatmini ifade ettiğinden 0,703 memnuniyet derecesi, optimizasyon sonucunun yatırımcılar açısından tatminkâr bir seviyede olduğunu göstermektedir. Ayrıca model aracılığıyla oluşturulan optimal portföyün getirisinin analize konu olan hisse senetlerinin ortalama getirisinden daha yüksek bir getiri sunması da modelin optimal portföyleri belirlemede başarılı olduğunun göstergesi olarak görülebilir. Analiz bulanık ortalama mutlak sapma modeli ve BİST 30 endeksinde yer alan hisse senetleri ile nispeten kısa bir dönem üzerinde gerçekleştirilmiştir. Analizin farklı piyasalarda, farklı optimizasyon modelleri ile karşılaştırmalı şekilde ve daha uzun dönemleri kapsayacak biçimde uygulanması bundan sonra yapılacak çalışmaların konusunu oluşturabilir.

KAYNAKÇA

- Aliev, R., Abiyev, R. and Menekay, M. (2008). Fuzzy approach to portfolio selection using genetic algorithms. *Intelligent Automation and Soft Computing*, 14(4), 525-540.
- Baykal, N. ve Beyan, T. (2004). *Bulanık Mantık İlke ve Temelleri*. Ankara: Bıçaklar Kitabevi.
- Bekçi, İ. (2001). *Optimal Portföy Oluşturulmasında Bulanık Doğrusal Programlama Modeli ve İMKB'de Bir Uygulama* (Yayımlanmamış Doktora Tezi). Süleyman Demirel Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, Isparta.
- Cebeci, M. (2011). *Bulanık Doğrusal Programlama ile Portföy Optimizasyonu* (Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi). Selçuk Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Konya.
- Çevik, O. ve Yıldırım, Y. (2010). Bulanık doğrusal programlama ile süt ürünleri işletmesinde bir uygulama. *Karamanoğlu Mehmetbey Üniversitesi Sosyal ve Ekonomik Araştırmalar Dergisi*, 12(18),15-26.
- Erdaş, M.L. ve Demir, Y. (2016). Bulanık doğrusal programlama yöntemiyle bir portföy optimizasyonu modelinin geliştirilmesi: bist30 endeksinde bir uygulama. *Uluslararası Sosyal Araştırmalar Dergisi*, 9(45), 768-789.
- Fabozzi, F.J., Kolm, P.N., Pachamanova, D.A. and Focardi, S.M. (2007). *Robust Portfolio Optimization and Management* (1. Edition). New Jersey: John Wiley & Sons.
- Gülcan, B. (2012). *Bulanık Doğrusal Programlama ve Bir Bisküvi İşletmesinde Optimum Ürün Formülü Oluşturma* (Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi). Karamanoğlu Mehmetbey Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, Karaman.
- Güngör, İ., Aycan, M. ve Demir, Y. (2005). Bulanık Ortamda Portföy Optimizasyonu. *Sosyal Ekonomik Araştırmalar Dergisi*, 10:104-120.
- Hansen, K. B. (1996). *Fuzzy Logic and Linear Programming Find Optimal Solutions for Meteorological Problems*. Novo Scotia: Terms Paper for Fuzzy Course at Technical University of Nova Scotia.
- İskenderoğlu, Ö. ve Karadeniz, E. (2011). Optimum portföyün seçimi: imkb 30 üzerinde bir uygulama. *Cumhuriyet Üniversitesi İktisadi ve İdari Bilimler Dergisi*, 12(2), 235-257.

- Kocadağlı, O. (2006). *Bulanık Matematiksel Programlama ve Portföy Analizi Uygulaması* (Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi). Mimar Sinan Güzel Sanatlar Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.
- Konak, F. ve Bağcı, B. (2016). Fuzzy linear programming on portfolio optimization: empirical evidence from ftse 100 index. *Global Journal of Management and Business Research: C Finance*, 16(2), 65-69.
- Konno, H. and Yamazaki, H. (1991). Mean-Absolute Deviation Portfolio Optimization Model and Its Applications to Tokyo Stock Market. *Management Science*, 37(5), 519-531.
- Markowitz, H. (1952). Portfolio Selection. *The Journal of Finance*, 7(1), 77-91.
- Pai, G.A.V. and Michel, T. (2010). *Fuzzy Decision Theory Based Optimization Of Constrained Portfolios Using Metaheuristics*. University Grants Commission. Major Research Project 2010, F.No. 39-125/2010(SR).
- Pelitli, D. (2007). *Portföy Analizinde Bulanık Mantık Yaklaşımı ve Uygulama Örneği* (Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi). Pamukkale Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, Denizli.
- Sarokolaei, M.A., Salteh, H.M. and Edalat, A. (2013). Presenting a fuzzy model for fuzzy portfolio optimization with the mean absolute deviation risk function. *European Online Journal of Natural and Social Sciences.*, 2(3), 1793-1799.
- Solatikia, F., Kiliç, E. and Weber, G.W. (2014). Fuzzy optimization for portfolio selection based on embedding theorem in fuzzy normed linear spaces. *Organizacija Journal of Management, Informatics and Human Resources*, 47(2), 90-97.
- Şen, Z. (1999). *Mühendislikte Bulanık (Fuzzy) Modelleme İlkeleri*. İstanbul: İ.T.Ü. Uçak Ve Uzay Bilimleri Fakültesi.
- Tuncel, S. Ö. (1997). *Bulanık Doğrusal Programlama* (Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi). Hacettepe Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Ankara.
- Verdegay, J.L. (1982) *Fuzzy Mathematical Programming*, in: M.M. Gupta, E. Sanchez (Eds.), *Fuzzy Information and Decision Processes*, Amsterdam:North-Holland.
- Wang, L.X. (1997). *A Course in Fuzzy-Systems and Control* (1. Edition). Eastbourne: Prentice Hall Inc.
- Wang, S. and Xia, Y. (2002). *Portfolio Selection and Asset Pricing* (1.Edition). Berlin: Springer-Verlag.
- Werners, B. (1987). An Interactive Fuzzy Programming System. *Fuzzy Sets and Systems*, 23:131-147.
- Zadeh, L. A. (1965). Fuzzy sets. *Information and Control*, 8(3), 338-353.
- Zimmermann, H.J. (1983). Fuzzy mathematical programming. *Computers & Operations Research*, 10(4), 291-298.
- Zimmermann, H.J. (1991). *Fuzzy Set Theory and Its Applications*. Massachusetts: Kluwer Academic Publishers.