



Farklı Eğitim Seviyelerindeki Katılımcıların Sosyo-Kritik Matematiksel Modelleme Etkinliği Çözüm Süreçlerinin İncelenmesi¹

Investigation of the Solution Processes of Social Problem-Oriented Mathematical Modelling Activity of Participants at Different Educational Levels

Amine Nur YANAR

Yüksek Lisans ◆ Sakarya Üniversitesi, Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Bölümü ◆
amineyanarnur@gmail.com ◆ ORCID: 0009-0003-7479-646X

Özkan ERGENE

Doç. Dr. ◆ Sakarya Üniversitesi, Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Bölümü ◆
ozkanergene@sakarya.edu.tr ◆ ORCID: 0000-0001-5119-2818

Özet

Bu araştırmanın amacı, farklı eğitim seviyelerindeki katılımcıların sosyo-kritik bir modelleme etkinliği çözüm süreçlerini modelleme yeterlikleri ve temsil kullanımı bağlamında incelemektir. Nitel araştırma yöntemlerinden durum çalışmasına uygun olarak yürütülen araştırmanın katılımcılarını Anadolu ve Fen Lisesi öğrencileri, matematik öğretmeni adayları ve matematik öğretmenleri oluşturmaktadır. Araştırmanın verileri araştırmacılar tarafından tasarlanan geçerlik ve güvenilirlik çalışmaları gerçekleştirilmiş ilaç kullanımına yönelik sosyal odaklı bir modelleme etkinliğiyle toplanmıştır. Katılımcıların çoğunun problemi anlama yeterliğinde yüksek başarı sergilediği, doğrulama basamağında ise güçlük yaşadıkları tespit edilmiştir. Tüm yeterlik düzeylerinde en yüksek başarıyı öğretmenlerin gösterdiği ve benzer şekilde öğretmen adaylarının, lise öğrencilerine göre yeterlik düzeylerinde daha yüksek başarı gösterdikleri bulgusuna varılmıştır. Modelleme etkinliği çözüm sürecinde en fazla sözel temsil, en az ise grafiksel temsil kullanıldığı sonucuna ulaşılmıştır. Araştırma sonunda katılımcıların eğitim seviyesi arttıkça modelleme yeterlik düzeylerinde daha yüksek performans gösterdiği sonucuna ulaşılmıştır. Katılımcıların büyük çoğunluğunun çözümlerinde tek bir temsil kullanımına yer verdiği ortaya çıkmıştır. Cebirsel temsil kullanımında en yüksek başarıyı öğretmen adaylarının gösterdiği, Anadolu lisesi öğrencilerinin Fen Lisesi öğrencilerine ve öğretmen adaylarına göre tablo kullanımında daha başarılı olduğu bulgusuna varılmıştır. Lise öğrencileri, öğretmen adayları ve öğretmenlerin modelleme yeterliklerinin farklı bağlam içeren birden çok modelleme etkinlikleri ile karşılaştırmalı olarak incelenmesi bu araştırmanın önerileri olarak ön plana çıkmaktadır.

Anahtar Kelimeler: Matematiksel modelleme etkinliği, lise öğrencileri, öğretmen adayı, öğretmen, modelleme yeterlikleri, temsiller

Abstract

This study aims to examine the solution processes of participants at different educational levels in terms of their modelling competencies and the use of representations in a model-eliciting activity with a social problem focus. The research design of the study was a case study, and the participants were Anatolian and science high school students, and pre-service and in-service mathematics teachers. The data of the study were collected through a social problem-focused model-eliciting activity for medicine use. The activity was designed by the researchers and found valid and reliable. The findings indicated that most of the participants were successful in understanding the problem but had difficulties at the validating stage. In-service teachers had the highest success scores at all levels of competence, and similarly, pre-service teachers were found to

¹ Bu çalışma, ERPA International Congresses on Education 2024'de sözlü bildiri olarak sunulan çalışmanın genişletilmiş halidir.

have higher levels of competence than high school students. Verbal representations were used the most, while graphical representations were used the least in the process of solving the model-eliciting activity. Moreover, it was found that the higher the level of education of the participants, the higher the level of modelling competence they had. The majority of participants used a single representation in their solutions. Pre-service teachers showed the highest success in using algebraic representations. Anatolian high school students were found to be more successful in using tables compared to science high school students and pre-service teachers. The study suggests that the modelling competencies of high school students, pre-service and in-service teachers should be comparatively examined in several model-eliciting activities in different contexts.

Keywords: Mathematical modelling eliciting activity, high school students, pre-service teacher, in-service teacher, modelling competencies, representation

1. Giriş

Matematik bireylerin gerçek hayattaki karmaşık problem durumlarına olası çözümler geliştirebilmesi sürecinde önemli bir rol oynamaktadır (Lesh, 1981). Akıl yürütme, ilişkilendirme ve analitik düşünme gibi becerileri kullanarak matematiğin gerçek hayattaki problemlere çözüm üretebilen bireyler yetiştirilmesi matematik eğitiminin amaçları arasında yer almaktadır (English & Watters, 2004). Bu amaçların gerçekleştirilebilmesi için matematik eğitiminde matematiksel modelleme gibi öğretim yöntemleri ortaya atılmıştır. Matematiksel modelleme, gerçek dünyadaki olayları, sistemleri ve süreçleri matematiksel ifadeler, denklemler ve algoritmalar aracılığıyla temsil etmeye imkân sağlamaktadır. Matematiksel modellemeyi anlamlandırmak için öncelikle model, matematiksel model ve modelleme kavramları üzerinde durulmalıdır (Erbaş vd. 2014). Model, karmaşık biçimdeki sistem ve yapıları anlamlandırmak, yorumlamak için zihinde bulunan kavramsal yapılarla bu yapıların dış temsillerinin bütünü olarak tanımlanabilir (Lesh & Doerr, 2003). Matematiksel model ise gerçek hayattan bir nesnenin ya da bir duruma ait yapısal özelliklerin ve çalışma sürecinin açıklanmasına yardımcı olur (Lehrer & Schauble, 2003; Lesh & Doerr, 2003). Modelleme ise gerçek hayattan alınan bir obje veya durumun prototipini meydana getirmek olarak kullanılan geniş kapsamlı bir kavramdır. Model bir süreç sonunda ortaya çıkarılan ürün anlamına gelirken, modelleme ise bir duruma ait model oluşturma süreci olarak tanımlanmaktadır (Sriraman, 2006). Dünya'nın Güneş etrafındaki hareketini açıklamak için kullanılan Nicolaus Copernicus tarafından geliştirilmiş ve Johannes Kepler'in yasaları ile rafine edilmiş heliosentrik model, gezegenlerin Güneş etrafında eliptik yörüngelerde döndüğünü öne sürmektedir. Bu model, Dünya'nın ve diğer gezegenlerin hareketlerini anlamamızı sağlayan bir soyutlamadır. Dünya'nın Güneş etrafındaki hareketi ile ilgili genel modeli Kepler'in yasalarını ve Newton'un evrensel kütle çekim yasasını kullanarak matematiksel model oluşturulabilir. Bu matematiksel model, Dünya'nın yörünge hızını, Güneş'e olan uzaklığını ve yörünge dönemi boyunca bu değerlerin nasıl değiştiğini hesaplamak için kullanılabilir.

Matematiksel modelleme mühendislik, fizik, biyoloji, ekonomi ve sağlık bilimleri gibi çeşitli disiplinlerde önemli bir rol oynar. Matematiksel modelleme sayesinde, bilim insanları ve mühendisler, deney yapmadan veya gerçek dünyada uygulamadan önce tahminlerde bulunabilir, stratejiler geliştirebilir ve potansiyel sonuçları değerlendirebilirler. Böylelikle zaman ve maliyet açısından verimlilik sağlanır, aynı zamanda yeni teknolojilerin, ilaçların ve politikaların geliştirilmesine olanak tanır. Bahsedilen teknolojik ve politik gelişimler hızlı bir şekilde ilerlemekte, toplum ise bu gelişimlere adapte olabilmek için teknolojiyi benimseyen, eleştirel ve analitik düşünme becerilerine sahip bireylere ihtiyaç duymaktadır, modelleme ise bireylere bu becerileri kazandırmakta önemli yer tutmaktadır (Lingefjard, 2006). Matematik öğrenme ve öğretmeyi desteklemede matematiksel modelleme önemli bir araç olarak görülmektedir (Lesh & Doerr, 2003). Matematiksel modelleme matematiksel dünya ile

gerçek hayat arasındaki dönüşümlerden meydana gelen karmaşık ve döngüsel bir süreçtir (Borromeo Ferri, 2006). Haines ve Crouch (2007) matematiksel modellemeyi, gerçek hayat problemlerinin soyutlanarak matematik diline aktarıldığı, çözümlendiği ve çözümün test edildiği döngüsel bir süreç olarak tanımlamaktadır. Verschaffel vd. (2002) ise matematiksel modellemenin, gerçek hayat durumundaki olayları ve bunlar arasındaki ilişkileri matematiksel olarak ifade etme ve matematiksel örüntüleri ortaya çıkarma süreci olduğunu belirtmektedir. Her iki görüşte de bir gerçek hayat durumunun matematik yardımıyla incelenmesine işaret edilmektedir. Buradan hareketle matematiksel modellerin, soyutlama ve genelleme yoluyla bireylerin karmaşık sorunları anlamasına, analiz etmesine ve problem çözme becerisi kazanmasına olanak sağladığı söylenebilir. Matematiksel modelleme sürecinde gerçek hayattan alınan problem durumları açık uçlu senaryolar içerebileceğinden bireyler tek bir çözüme odaklanmak yerine kendi varsayımlarını kurarak çok yönlü düşünme gerçekleştirebilirler. Böylelikle, bireyler farklı disiplinler arası bağlantılar kurabilir, alternatif çözüm yollarını değerlendirebilir ve soyut kavramları pratik uygulamalarla bütünleştirebilir, bu süreç bireylerin analitik düşünme, problem çözme ve yaratıcı çözüm geliştirme yeteneklerini artırır. Bu nedenle matematik eğitimcileri ve müfredat geliştiricileri matematiksel modellemenin öğretim düzeylerinin tüm kademelerinde yer alması gerektiğini düşünmektedirler (Borromeo Ferri, 2013; Lesh & Doerr, 2003; Common Core State Standards for Mathematics, 2011; National Council of Teachers of Mathematics, 2014).

Matematiksel modelleme etkinlikleri [MME], bireylerin analitik düşünme becerilerinin gelişmesine, gerçek hayata ait problemler durumlarını içselleştirmelerine, sahip oldukları matematiksel bilgiyi toplumsal problemler ile ilişkilendirmelerine olanak sağladığı için önemlidir (Lesh & Doerr, 2003; Verschaffel, Greer & De Corte, 2002). MME ile öğretimin gerçekleştirilmesi, matematiğin gerçek hayattaki işlevselliğini ortaya koyarak bireylerin içinde buldukları toplumu, sosyal hayatı ve sosyal hayata ait problemleri daha iyi anlamlandırmalarına yardımcı olmaktadır (Zbiek & Conner, 2006). MME bireylerin gerçek hayat matematiği ve soyut matematik arasında bağlantı kurmalarını sağlamaktadır (Henn, 2007). Modelleme etkinlikleri öğrencilerin ilgisini çeken ve onlar için önem taşıyan temalar çevresinde geliştirilmelidir (Fox, 2006).

Modelleme etkinlikleri bağlam, temsil gibi farklı sınıflandırma türlerine uygun olarak tasarlanmaktadır. Modelleme etkinliklerini bağlam boyutunda, beş farklı yaklaşımda sınıflayan Kaiser ve Sriraman (2006), bu yaklaşımları “Gerçekçi/Uygulamalı Modelleme, Eğitimsel Modelleme, Bağlamsal Modelleme, Epistemolojik Modelleme, Sosyo-Kritik (Eleştirel) Modelleme” olarak ele almıştır. Bu sınıflamalardan olan sosya-kritik (eleştirel) modelleme yaklaşımı eleştirel bir matematik eğitimi görüşünden hareketle MME’nde toplumsal olaylara ve durumlara eleştirel bir bakış açısıyla yaklaşarak değerlendirmeyi amaçlamaktadır. Sosyo-kritik yaklaşımın öncülerinden Barbosa (2006) toplumdaki çıkarımlara dayanarak oluşturulan matematiksel modeller sayesinde matematiğin sosyal yaşamdaki rolünün bireylerce daha iyi anlaşılacağı görüşündedir. Sosyo-kritik modelleme yaklaşımı matematik öğretimi ile bireylere kendi yaşadıkları topluma ve kültürel yapıya özgü kullanabilecekleri eleştirel düşünme becerileri kazandırılması gerektiğini vurgular (Erbaş vd., 2014). Modelleme problemlerinin bağlam ve nitelikleri bireylerin ilgisini daha fazla çekmekte, onları motive etmekte aynı zamanda edindikleri bilgileri anlamlandırmalarını sağlamaktadır (Lesh & Harel, 2003; Maaß vd., 2020; Maaß, 2006). Sosyo-kritik modelleme yaklaşımın önemli yönü bireylerin sadece problem çözmeleri ya da alternatif matematik sistemlerini anlamaları değil aynı zamanda toplumdaki matematiğin doğal rolünü anlamalarını sağlamaktır (Orey & Rosa, 2010). Sosyo-kritik modellemenin önemli özelliklerinden biri matematiksel düşüncenin sınırlarını genişleterek akademik matematikle gerçek hayatı ilişkilendirmek ve aralarında bir köprü kurmaktır (Umbara vd., 2021). Dolayısı ile sosyo-kritik

modelleme yaklaşımında MME ile bireylerin gerçek hayattaki sorunlara dair çözüm yaklaşımları incelenebilir. Bu bağlamda çözümün doğruluğu-yanlılığı, günlük hayata uyarlanması, çözüm sürecinde kullanılan temsil türleri gibi farklı incelemeler gerçekleştirilebilir.

MME'nin temsil türü boyutunda ise çözüm sürecine odaklanılmaktadır. Bu etkinliklerin çözümünde grafiksel, sayısal, şekilsel, cebirsel ve sembolik gösterim biçimleri yer almaktadır (Maaß, 2010). Bu görüşe uygun olarak MME'nin çözümlerinde de sözel, cebirsel, grafiksel ve tablo gibi temsil türlerini içeren sınıflandırmalar yapılmıştır (Blomhoj & Hojgaard Jensen, 2003; Özgen & Şeker, 2020). Bireylerin matematiksel durumları anlamlandırabilmeleri ve zihinsel olarak yapılandırabilmeleri açısından temsil kullanımı önemlidir (Gürmen vd., 2024 National Council of Teachers of Mathematics, 2000). Problem durumuna uygun temsil kullanımı, problemi çözme sürecini doğrudan etkilemektedir (Montague, 2008). Temsil kullanımının, problem çözme sürecine (Cifarelli, 1998; Lesh vd., 1987), matematiksel anlamının gelişmesine (Duval, 1993) olumlu etkisi vardır. Dolayısıyla süreç ve strateji içeren matematiksel problemlerin çözüm süreçlerinde bireylerin temsil kullanımları da ön plana çıkmaktadır. Bireyler karşılaştıkları problemlere farklı bakış açıları ile yaklaşarak çözüm süreçlerinde temsil türlerini esnek şekilde kullanabilmelidir (Lesh vd., 1987). Bu çalışmada tasarlanan "Hangi İlacı Kullanmalı" modelleme etkinliği çözüm sürecinde temsil türlerinin incelenebileceği sosyo-kritik bir MME olarak ele alınacaktır.

Matematiksel modelleme üzerinde yapılan çalışmalar incelendiğinde kullanılan modelleme etkinliklerin genellikle bir eğitim düzeyine uygun olarak tasarlandığı görülmektedir. Ulaşılabilir alanyazında, tek bir eğitim düzeyinde; ilköğretim, ortaokul, ortaöğretim öğrencilerinin ya da matematik öğretmeni adaylarının modelleme yeterliklerinin incelendiği araştırmalara rastlanılmıştır (Kertil, 2008; Bukova Güzel & Uğurel, 2010; Deniz & Akgün 2014; Hıdıroğlu vd., 2014; Karahan & Ergene, 2023; Tekin Dede & Yılmaz, 2014; Urhan & Dost, 2016; Uzun vd., 2023). İncelenen çalışmalarda bireylerin problemi anlama basamağında daha başarılı olduğu (Bukova Güzel & Uğurel, 2010; Hıdıroğlu vd. 2014) ancak öğrencilerin modelleme sürecinde en zorlandıkları basamakların yorumlama ve doğrulama basamakları olduğu sonucuna ulaşılmıştır (Hıdıroğlu vd., 2014; Tekin Dede & Yılmaz 2014). Alanyazında, birden çok eğitim düzeyinde katılımcının yer aldığı bir çalışmaya rastlanılmıştır (Özer & Bukova Güzel, 2016). Özer ve Bukova Güzel (2016) öğretmen, öğretmen adayı ve lise öğrencileri ile yaptıkları çalışmalarında daha çok lise öğrencilerinin modelleme etkinliklerine yönelik kavram yanılgılarına sahip olduğu, öğretmenlerin ise modelleme kavramına ilişkin yanılgılarının olmamasına rağmen gerçek hayat ile ilgili ve model oluşturmayı gerektiren bütün problemlerin modelleme problemi olacağına yönelik kısıtlı algılara sahip oldukları sonucuna ulaşmışlardır. Temsil kullanımına yönelik çalışmalar incelendiğinde literatürde öğretmenler, öğretmen adayları ve lise öğrencileri gibi farklı eğitim seviyesindeki üç farklı grubun karşılaştırmalı olarak incelendiği bir çalışmaya rastlanılmamakla birlikte çalışmaların çoğunlukla öğretmen adayları ile yapıldığı bu sıralamayı ortaokul-lise öğrencileri, öğretmenler ve en az çalışmanın yapıldığı ilkokul öğrencilerinin takip ettiği görülmektedir. Şengül ve Mançoğlu Kaplan (2021) ve Yeşildere İmre (2017) öğretmenler ile yapmış oldukları çalışmada öğretmenlerin temsil oluşturma ve temsiller arası geçiş yapmada başarılı oldukları ve en fazla tablo temsil kullanımını tercih ettikleri sonucuna ulaşmışlardır. Egin (2010) lise öğrencileri ile yaptığı çalışmada öğrencilerin grafik temsil kullanımında fazlaca kavram yanılgılarına sahip olduğu sonucuna ulaşmıştır. Işık vd. (2011) öğretmen adayları ile yaptıkları çalışmada bireylerin sözel ve görsel temsil kullanımında daha başarılı olduklarını gözlemlemişlerdir. Sosyo-kritik modelleme yaklaşımına yönelik çalışmalar incelendiğinde gerçekleştirilen çalışmalarda matematiksel modelleme öğrencilerin matematiği nasıl kullandıkları amaçlanmıştır (Gibbs, 2019; Gibbs & Park, 2022). Bununla birlikte ulaşılabilir literatürde sosyo-kritik modelleme yaklaşımı kullanarak MME'lerin tasarlandığı bir

araştırmaya rastlanılmamıştır. Fakat bazı araştırmalarda tasarlanan MME'lerin sosyo-kritik modelleme ile ilişkili olduğu gözlemlenmiştir (Şahin & Eraslan, 2012; Kaya & Keşan, 2022). Bu araştırmada anadolu ve fen lisesi öğrencileri, matematik öğretmeni adayları ve matematik öğretmenlerinin sosyo-kritik MME'ne yönelik çözümlerinin incelenmesi amaçlanmıştır. Sosyo kritik MME'nde, bireyleri ilgilendiren bir sorun olarak, gerçek hayatta karşılaşılan hastalıklara karşı bireylerin ilaç tercihlerinde ne derece bilinçli olduğunu incelemek amacıyla "Hangi İlacı Kullanmalı" modelleme etkinliği tasarlanmıştır. Hangi İlacı Kullanmalı MME farklı eğitim seviyesindeki bireylerin çoklu temsillerden bir veya birden fazlasını kullanarak çözüm geliştirebileceği sosyo-kritik bir MME olarak tasarlanmıştır. Dolayısıyla farklı eğitim seviyesindeki bireylerin MME'ye olan çözümlerinin de farklılık gösterebileceği düşüncesiyle çözümler modelleme yeterlikleri ve temsil kullanımları olmak üzere iki başlık altında ayrıntılı olarak ele alınmak istenmiştir. Bu araştırmayı benzerlerinden ayıran önemli bir noktanın farklı eğitim seviyelerindeki katılımcılara uygulanabilir olmasıdır. Bu bağlamda bu araştırmada öncelikle, lise öğrencileri, matematik öğretmen adayları ve matematik öğretmenleri için uygulanabilecek sosyal odaklı bir matematiksel modelleme etkinliğinin tasarlanacaktır. Literatür incelendiğinde modelleme yeterliklerinin farklı eğitim düzeylerinde incelendiği yalnızca bir çalışmaya rastlanılması, temsil kullanımının farklı eğitim düzeylerince incelendiği bir çalışmaya ise rastlanılmamış olması alanyazının bir sınırlılığı olarak görülmektedir. Dolayısıyla bu çalışmanın tasarlanan etkinlik yardımı ile farklı eğitim düzeylerindeki katılımcıların modelleme yeterliklerini ve temsil kullanımlarını karşılaştırılarak ilgili literatüre katkı sağlayacağı düşünülmektedir. Bu doğrultuda bu araştırmmanın amacı, farklı eğitim seviyesindeki katılımcıların sosyal odaklı bir modelleme etkinliği çözüm süreçlerinin incelenmesidir. Bu amaç doğrultusunda aşağıdaki sorulara yanıt aranmıştır.

- i. "Hangi İlacı Kullanmalı?" etkinliği çözüm sürecinde katılımcıların eğitim düzeyleri ile matematiksel modelleme yeterlikleri arasındaki ilişki nasıldır?
- ii. "Hangi İlacı Kullanmalı" matematiksel modelleme etkinliği çözüm sürecinde kullanılan temsiller nasıldır?

2. Yöntem

Bu bölümde araştırmmanın modeli, katılımcılar veri toplama araçları, uygulama süreci ve verilerin analizi ile ilgili ayrıntılar yer almaktadır.

2.1 Araştırma Deseni

Bu araştırma, farklı eğitim seviyesindeki katılımcıların sosyo-kritik MME çözüm süreçlerinin incelenmesi amacıyla nitel araştırma yöntemlerinden durum çalışmasına uygun olarak tasarlanmıştır. Durum çalışmalarında bir ya da birden fazla durumu detaylı bir şekilde tanımlama, açıklama ve bir sonuca ya da yargıya varma hedeflenmektedir (Merriam, 2013). Araştırmada katılımcıların modelleme etkinliği çözüm süreçlerinde modelleme yeterliklerinin ve temsillerin biçimlerinin belirlenmesi birer durum olarak kabul edilmiştir (Yin, 1994).

2.2 Katılımcılar

Araştırmanın katılımcılarını seçkisiz olmayan örnekleme yöntemlerinden uygun örnekleme yöntemi (Patton, 1987) kullanılarak Marmara Bölgesi'nde bulunan bir fen lisesindeki 68 öğrenci ve bir anadolu lisesindeki 53 öğrenci, bir üniversitenin ilköğretim matematik öğretmeni programına kayıtlı 27 birinci sınıf öğrencisi ve farklı bölgelerde görev yapmakta olan 23 matematik öğretmeni oluşturmaktadır. (Anadolu lisesi öğrencileri A_1, A_2, \dots, A_{53} ; fen lisesi öğrencileri F_1, F_2, \dots, F_{68} ; öğretmen

adayları (lisans öğrencileri) L_1, L_2, \dots, L_{27} ; öğretmenler $\bar{O}_1, \bar{O}_2, \dots, \bar{O}_{23}$ şeklinde kodlanmıştır.) Katılımcılara ait demografik özellikler Tablo 1’de verilmiştir.

Tablo 1. Katılımcılara İlişkin Betimsel İstatistikler

Katılımcılar	N	%
Anadolu Lisesi	53	30,9
Fen Lisesi	68	39,7
Öğretmen Adayı	27	15,7
Öğretmen	23	13,4
Toplam	171	100,0

Tablo 1 incelendiğinde katılımcıların %30,9’u anadolu lisesi (n=53), %39,7’si fen lisesi (n=68), %15,7’si öğretmen adayı (n=27), %13,4’ü öğretmenlerden (n=23) oluşmaktadır. Lise öğrencileri 11.sınıf, öğretmen adayları birinci sınıflardan seçilmiş olup öğrencilerin %93,3’ü (n=113), öğretmen adayların %33,3’ü (n=9) ve öğretmenlerin %13’ü (n=3) daha önce modelleme etkinliği çözmediklerini belirtmişlerdir.

2.3 Veri Toplama Süreci

Araştırmanın verileri araştırmacılar tarafından tasarlanan “Hangi İlacı Kullanmalı?” modelleme etkinliği yardımıyla toplanmıştır.

2.3.1 “Hangi İlacı Kullanmalı?” Modelleme Etkinliği

“Hangi İlacı Kullanmalı?” modelleme etkinliği, Tekin Dede ve Bukova Güzel (2014) tarafından geliştirilen model oluşturma etkinliği prensiplerine uygun olarak hazırlanmıştır. Model oluşturma etkinliği prensipleri, gerçeklik, model oluşturma, öz değerlendirme, yapı belgelendirme, model genelleme ve etkili prototip olmak üzere altı başlıkta ele alınmaktadır. Bu prensipler yalnızca düzeyi yüksek öğrencilere değil aynı zamanda başarı düzeyi daha alt seviyede olan öğrenciler için de uygulanabilir modelleme etkinliklerinin tasarlanabileceğini göstermektedir. (Lesh & Kelly, 2000).

“Hangi İlacı Kullanmalı?” modelleme etkinliğinin tasarlanması ve uygulamaya hazır hale getirilmesi sürecinde öncelikle alanyazında yer alan matematiksel modelleme etkinlikleri içeren farklı çalışmalar (Didiş Kabar & İnan, 2018; Ergene, 2019; Tekin Dede & Bukova Güzel, 2013; Tekin Dede & Bukova Güzel, 2014; Özaltun Çelik & Bukova Güzel, 2020; Uzun vd., 2023) incelenmiştir. Ardından, model oluşturma prensiplerinden ilki olan gerçeklik prensibine uygun olacak şekilde sosyal odaklı bir matematiksel modelleme etkinliği tasarlamak amacı ile gerçek hayat durumuna ait, öğrencilerin çözümlerine ihtiyaç duyabilecekleri bir etkinlik planlanmıştır. Gerçek hayatta karşılaşılabilecek sorunlardan biri olan hastalıklar, ilaçlar ve yan etkiler düşünülerek bir ilaç etkinliği oluşturulmuştur. Bir ilaç firmasının birbirinin muadili olan farklı yan etki, kullanım sıklığı ve etki gücüne sahip ilaçlar arasından hastalarına tavsiye edebileceği en uygun ilacı bulmak için bir sıralama sistemi geliştirmeleri için katılımcılardan yardım istenmiştir. Model oluşturma etkinliği prensiplerinin ikincisi olan model oluşturma adımı hangi ilacın daha kullanılır hangi ilacın daha kullanılmaz olacağı konusunda yalnızca sözel ifade veya yalnızca sayısal yanıt yerine bir model oluşturma gerekliliği aranmıştır. Araştırmacılar tarafından oluşturulan etkinlik, grup çalışması olarak da uygulanabilir olmasına karşın bu araştırmadaki amaç katılımcıların eğitim seviyeleri ve modelleme yeterlikleri arasındaki ilişkinin incelenmesi olduğundan katılımcıların bireysel olarak çözmelerine uygun olarak tasarlanmıştır.

Seçilecek olan ilaç, yan etki, kullanım sıklığı, etki gücü gibi değişkenleri içeren ve tüm değişkenlerin kullanıldığı bir sistem geliştirilmesi veya uygun açıklamalar ile doğru sadeleştirmeler yapılarak daha az değişkenin kullanıldığı bir sistemin geliştirilmesi ile belirlenecektir. Bu doğrultuda öz değerlendirme prensibince tasarlanan etkinlik her katılımcının kendi varsayımlarıyla karar verebileceği niteliktedir. Ayrıca hangi ilacın neden daha kullanılabilir olduğuna dair sıralama sistemi geliştirilirken hangi değişkenlerin kullanılacağı katılımcıların detaylı düşüncelerince şekillenecek olup varsayımlarını detaylı biçimde açıklamalarına olanak sağladığı için tasarlanan etkinliğin yapı belgelendirme prensibine uygun olduğu görülmektedir. Katılımcıların “Hangi İlacı Kullanmalı?” etkinlik çözümünde belirleyecekleri varsayımlar ve geliştirecekleri sıralama sistemleri benzer durumlarda da geçerli olacak bir prototip olarak düşünülebilir. Bu sayede hastalığın veya ilacı kullanan kişilerin değişkenlik göstermesi halinde farklı durumlara genellenebilir. Bu durum etkinliğin model genelleme ve etkili prototip oluşturma prensibine uygun biçimde hazırlanmış olduğunu gösterir niteliktedir. “Hangi İlacı Kullanmalı?” modelleme etkinliği için uygulama öncesinde matematik eğitimi alanında doçent ünvanına sahip üç uzman ve doktora derecesine sahip iki öğretim üyesinin görüşleri alınmıştır. Uzman görüşleri doğrultusunda modelleme etkinliğinin ortaöğretim öğrencileri, öğretmen adayları ve öğretmenler için uygun seviyede olduğu ve araştırmanın amacını karşıladığı düşünülmektedir. Tasarlanan etkinliğin pilot uygulaması lise seviyesindeki üç öğrenciye ve üç matematik öğretmenine uygulanmıştır. Deneme uygulamasında, katılımcıların yorumlama ve doğrulama basamağına dair açıklamalara yer vermemesi göz önünde bulundurularak etkinliğe “puanlama sisteminizi neden oluşturduğunuzu, nasıl çalıştığını ve neden iyi bir sistem olduğunu düşündüğünüzü açıklamalısınız” görevi eklenmiştir. Deneme uygulamasında katılımcıların etkinliği ortalama 40-50 dakika sürede tamamladıkları gözlenmiş olup asıl uygulamada da bu sürenin yeterli olabileceği düşünülmüştür ancak tamamlayamayan katılımcılara ek 10-15 dakika arası ek süre verilmiştir. “Hangi İlacı Kullanmalı?” modelleme etkinliğinin uygulamaya hazır hali EK 1’de yer almaktadır. Tasarlanan modelleme etkinliğinin uygulama öncesinde katılımcılara matematiksel modelleme etkinlikleri/problemleri hakkında bilgilendirme yapılmamış olup etkinlik bireysel olarak uygulanmıştır.

2.4 Veri Analizi

“Hangi İlacı Kullanmalı?” matematiksel modelleme etkinliğinin uygulamasından elde edilen veriler betimsel analiz tekniği kullanılarak analiz edilmiştir. Verilerin analizi sürecinde Tekin Dede ve Bukova Güzel (2014) tarafından oluşturulan olan Modelleme Yeterlikleri Değerlendirme Rubriği revize edilerek Matematiksel Modelleme Sürecini Değerlendirme Rubriği [MMR] (Tablo 2) kullanılmıştır.

MMR’nin ilk basamağı olan problemi anlama basamağında, katılımcılardan problemde verilen ve istenenleri belirleyerek aralarında uygun ilişki kurmaları beklenmektedir. Problemi anlama basamağında gerçek hayat tecrübelerinin problem durumuna aktararak problem durumunun anlaşıldığına yönelik açıklamalar yapmaları gerekmektedir. Sadeleştirme basamağında katılımcılardan, problemde yer alan bilgilerin gerekli ve gereksiz olanlarını tespit ederek uygun sadeleştirmeler yapmaları ve gerçekçi varsayımlarda bulunmaları istenmektedir. Sadeleştirme basamağı, problemin içerdiği gerçek hayat durumuna yönelik değişkenlerin belirlendiği basamaktır.

Matematikselleştirme basamağında ise sadeleştirme basamağında yapılan gerçekçi varsayımlar doğrultusunda problem durumuna yönelik bir model oluşturulması ve oluşturulan bu modelin açıklanması gerekmektedir. Dördüncü basamak olan matematiksel olarak çalışma basamağında ise katılımcılardan doğru oluşturmuş olduğu model ve modelleri doğru biçimde çözmeleri beklenmektedir. Matematiksel olarak çalışma basamağında, oluşturulan matematiksel modellerin çözülerek problemin içerdiği gerçek hayat durumuna ilişkin sonuçlar elde edilir. Yorumlama basamağı,

matematiksel çözümler doğrultusunda elde edilen sonuçların gerçek hayat bağlamında doğru biçimde yorumlandığı basamaktır. Doğrulama basamağında ise elde edilen sonuçlar yorumlanmalı, doğrulukları sorgulanmalı ve olası farklı durumlarla kıyaslanmalıdır.

Tablo 2. Matematiksel Modelleme Sürecini Değerlendirme Rubriği

Modelleme Becerisi	Düzyerler	Tanımlama
Problemi Anlama	D1	Problemi anladığına dair ifadelere yer vermeme, verilenleri-istenenleri belirleyememe ve aralarında ilişki kuramama.
	D2	Problemi bir ölçüde anladığını gösteren ifadelere yer verme, verilen-istenenleri bir ölçüde belirleme ancak aralarında uygun ilişki kuramama veya eksik ilişki kurma.
	D3	Problemi tam olarak anlamlandırıldığını gösteren ifadelere yer verme, verilen-istenenleri belirleme ancak aralarında uygun ilişki kuramama veya eksik ilişki kurma.
	D4	Problemi tam olarak anlamlandırıldığını gösteren ifadelere yer verme, verilen-istenenleri belirleme ve aralarında uygun ilişki kurma.
Sadeleştirme	D1	Problemi sadeleştirmeme, değişkenleri belirleyememe ve varsayımda bulunamama.
	D2	Problemi bir ölçüde sadeleştirme, değişkenleri bir ölçüde belirleme ancak eksik varsayımda bulunma.
	D3	Problemi sadeleştirme, değişkenleri belirleme ve bir ölçüde kabul edilebilir varsayımda bulunma.
	D4	Problemi sadeleştirme, değişkenleri belirleme ve gerçekçi varsayımda bulunma.
Matematikselleştirme	D1	Matematiksel model oluşturamama.
	D2	Eksik varsayımlar doğrultusunda eksik/hatalı model oluşturma.
	D3	Gerçekçi varsayımlar doğrultusunda model oluşturma.
	D4	Gerçekçi varsayımlar doğrultusunda doğru model oluşturma, modeli açıklayarak genelleme ve birbiri ile ilişkilendirme.
Matematiksel Olarak Çalışma	D1	Matematiksel çözüm sunamama, oluşturulan modeli matematiksel olarak çözememe.
	D2	Eksik/ hatalı oluşturulan matematiksel modeli doğru çözüme.
	D3	Bir ölçüde kabul edilebilir matematiksel modelleri doğru çözüme.
	D4	Doğru oluşturulan matematiksel modeli kullanarak doğru matematiksel çözüme ulaşma.
Yorumlama	D1	Elde edilen matematiksel çözümü gerçek hayat bağlamında yorumlayamama.
	D2	Eksik/hatalı veya bir ölçüde kabul edilebilir matematiksel çözümü gerçek hayat bağlamında doğru yorumlama.
	D3	Elde edilen doğru matematiksel çözümü gerçek hayat bağlamında eksik yorumlama.
	D4	Elde edilen doğru matematiksel çözümü gerçek hayat bağlamında doğru yorumlama.
Doğrulama	D1	Doğrulama yaklaşımında bulunamama veya yanlış doğrulama yapma.
	D2	Kısmen/bir ölçüde doğrulama yaklaşımında bulunma.
	D3	Doğrulama yaklaşımında bulunma.
	D4	Doğrulama yaklaşımında bulunarak hatalar belirleme, belirlenen hataları düzeltme.

Araştırmanın ikinci alt probleminde, katılımcıların temsil kullanımlarına ilişkin analizi araştırmacılar tarafından geliştirilen Matematiksel Modelleme Sürecinde Temsil Kullanımını Değerlendirme Rubriği [MTR] (Tablo 3) yardımı ile yapılmıştır. MTR oluşturulurken Janvier (1987) ve Lesh vd. (1987) tarafından geliştirilen temsil sınıflamaları temel alınmış ve katılımcıların modelleme etkinliği çözümünde kullandıkları temsiller sözel, cebirsel, grafiksel ve tablo olmak üzere dört grupta sınıflandırılmıştır. MTR'nin araştırmaya uygunluğu hakkında matematik eğitimi alanında yüksek lisans derecesi almış iki matematik öğretmenin ve matematik eğitimi alanında doçent ünvanına sahip iki öğretim üyesinden uzman görüşü alınmıştır.

Tablo 3. Matematiksel Modelleme Sürecinde Temsil Kullanımını Değerlendirme Rubriği

Temsil Biçimi	Seviyeler	Tanımlama
Sözel	S1	Sözel ifadelere yer vermeme.
	S2	Problemi anladığına dair kısmen sözel ifadelere yer verme, verilen- istenenler arasındaki ilişkiyi kısmen açıklama, çözümü kısmen yorumlama.
	S3	Problemi anladığına dair sözel ifadelere yer verme, verilen- istenenler arasındaki uygun ilişkiyi sözel ifadelerle açıklama, çözümü yorumlama.
Cebirsel	S1	Cebirsel gösterim kullanmama.
	S2	Probleme uygun, eksik cebirsel gösterim kullanma.
	S3	Probleme uygun doğru cebirsel gösterim kullanma.
Grafik	S1	Grafik çizimi yapmama.
	S2	Probleme uygun eksik/ bir ölçüde kabul edilebilir grafik çizimi yapma.
	S3	Probleme uygun doğru grafik çizimi yapma.
Tablo	S1	Tablo oluşturmama.
	S2	Eksik/bir ölçüde kabul edilebilir tablo oluşturma.
	S3	Probleme uygun doğru tablo oluşturma.

MTR'nin ilk kategorisi olan sözel temsil kullanım basamağında, katılımcılardan problem durumuna dair düşüncelerine, çözüm planlarına ve yapmış oldukları çözüme dair sözel açıklamalara yer vermeleri beklenmektedir. MTR'nin ikinci kategorisi olan cebirsel temsil kullanım basamağında katılımcılardan çözümlerini cebirsel ifadeler ile destekleyerek matematikselleştirmeleri istenmektedir. Üçüncü kategori olan grafik kullanım basamağı probleme dair durumun grafikler ile aktarıldığı, çözümlerin grafikler ile desteklendiği basamaktır. Son kategori olan tablo kullanım basamağı problemde verilenlerin-değişkenlerin tablo ile sunulduğu ve çözümün sistematikleştirildiği basamaktır.

2.5 Araştırmanın Geçerliliği ve Güvenirliği

Nitel araştırmalarda geçerlik çalışmaları yapılırken, "inandırıcılık" iç geçerlik yerine, "aktarılabirlik" ise dış geçerlik yerine kullanılmaktadır (Lincoln & Guba, 1985).

2.5.1 İnanırıcılık

Araştırma amacı ve sürecinin ayrıntılı aktarımı yapılmış, katılımcıların modelleme etkinliğine verdiği cevaplar doğrultusunda temalar detaylı bir şekilde açıklanmış ve araştırma süreci gözlem ve notlarla belgelenmiştir. Ayrıca, "Hangi İlacı Kullanmalı?" modelleme etkinliği, MMR ve MTR

oluşturulurken uzman görüşlerinden yararlanılmıştır. Çalışmada, katılımcıların cevapları sunulurken, verilerin genelini yansıtacak doğrudan alıntılara yer verilmiştir.

2.5.2 Aktarılabirlik

Çalışmanın nitel yöntemlerle yürütülmesi ve genelleme kaygısı taşımaması nedeniyle, tasarlanan modelleme etkinliğinin bu çalışmanın öğrenci grubuna benzer gruplarla ve benzer şartlarda uygulanması durumunda benzer sonuçların elde edilmesi olasıdır. Öğrencilerin yanıtlarından elde edilen veriler, oluşturulan MMR ve MTR aracılığıyla aşamalar ve seviyelere göre analiz edilmiştir. Araştırmanın nitel yöntemlerle yapılması ve genelleme amacının bulunmaması nedeniyle, Hangi İlacı Kullanmalı modelleme etkinliğinin, bu çalışmadaki öğrenci grubuna benzer bir grup ile benzer koşullar altında gerçekleştirildiğinde benzer sonuçlar ortaya koyacağı öngörülebilir. Öğrencilerin verdikleri cevaplardan elde edilen veriler, oluşturulan rubrik yardımıyla aşamalar ve düzeyler doğrultusunda analiz edilmiştir. Pilot uygulamada elde edilen veriler rubrikler yardımıyla analiz edilmiştir.

Araştırmada veri analizi güvenilirliğini sağlamak amacıyla, araştırmacılar ve matematik eğitimi alanında yüksek lisans derecesi almış üç matematik öğretmeni tarafından katılımcılara ait verilerden 15 tanesi rastgele birbirinden bağımsız olarak değerlendirilmiştir. Yapılan değerlendirmeler sonrasında kodlayıcılar arası güvenilirlik katsayısı %87,7 bulunmuştur. Bu oranın %80'nin üzerinde olması veri analizinin güvenilirliğini göstermektedir (Miles & Huberman, 1994). Ayrıca katılımcıların çözüm kâğıtlarından kesitler doğrudan alıntılar ile araştırma bulguları desteklenmiştir.

2.6 Araştırmanın Etiği

Araştırma sürecinde katılımcılardan gönüllülük esasına dayalı olarak çalışmaya katılabilecekleri bildirilmiştir. Araştırma verilerinin raporlanmasında katılımcıların doğrudan isimleri kullanılmamıştır. Bu araştırmanın yürütülebilmesi için Sakarya Üniversitesi Eğitim Araştırmaları ve Yayın Etik Kurulu tarafından 10.05.2024 tarihinde 360054 sayılı ile etik izin verilmiştir.

3. Bulgular

Bu bölümde araştırmaya ait bulgular iki başlık halinde sunulacaktır. Öncelikle, katılımcıların “Hangi İlacı Kullanmalı?” modelleme etkinliğine dair çözümlerindeki modelleme yeterliklerinden elde edilen bulgular aktarılacaktır. Sonrasında ise modelleme etkinliğindeki çözümlerinden kullanmış oldukları temsil biçimlerinden elde edilen bulgular verilecektir.

3.1 Katılımcıların Matematiksel Modelleme Yeterliklerine Ait Bulgular

Katılımcıların “Hangi İlacı Kullanmalı?” modelleme etkinliğinin çözümlerinin değerlendirilmesi sonucunda matematiksel modelleme yeterliklerinden ilki olan gerçek hayat problemini anlama yeterliğine yönelik elde edilen bulgular Tablo 4’te sunulmuştur.

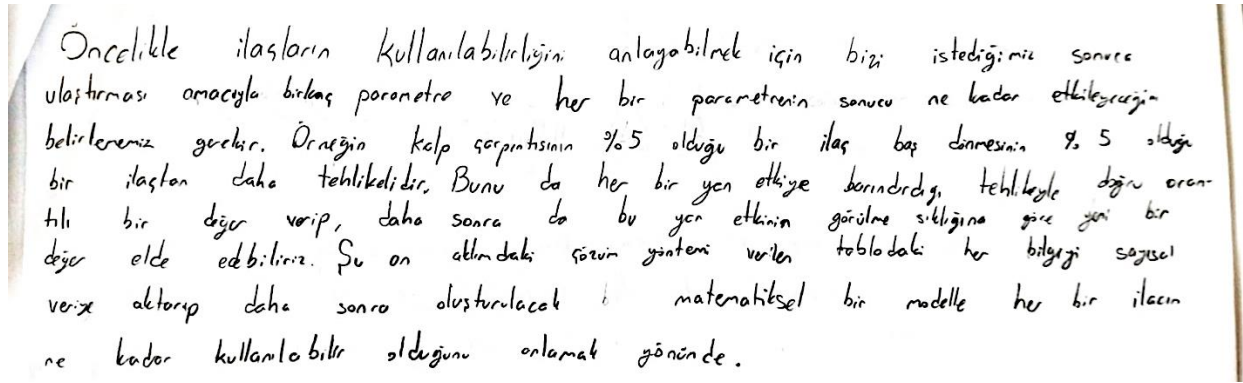
Tablo 4. Katılımcıların Problemi Anlama Yeterliğine Ait Dağılımları

Düzeyley	Anadolu Lisesi	Fen Lisesi	Öğretmen Adayı	Öğretmen	Toplam
Düzeyley 1	3 (% 5,6)	2 (% 2,9)	0 (% 0)	0 (% 0)	4 (% 2,3)
Düzeyley 2	19 (% 35,8)	23 (% 33,8)	7 (% 25,9)	2 (% 7,4)	51 (% 29,8)
Düzeyley 3	11 (% 20,7)	13 (% 19,1)	4 (% 14,8)	0 (% 0)	25 (% 14,6)
Düzeyley 4	20 (% 37,7)	30 (% 44,1)	16 (% 59,2)	21 (% 91,3)	91 (% 53,2)

Tablo 4 incelendiğinde, katılımcıların yarısından fazlasının (n=91; %53,2) problemi kendi cümleleri ile ifade ettikleri, verilenleri/istenenleri belirledikleri ve aralarında uygun ilişki kurdukları görülmüş ve problemi anlama yeterliğinde Düzey 4'te oldukları tespit edilmiştir. Katılımcılardan yalnızca 4 tanesinin ise bu yeterlikleri gösteremeyerek (%2,3) Düzey 1'de olduğu tespit edilmiştir. Katılımcıların bir kısmının (n=51; %29,8) ise problemi anladıklarına dair açıklamalara yer verdikleri ancak verilen-istenenler arasında uygun ilişki kuramadıkları için Düzey 2'de oldukları belirlenmiştir.

Katılımcılar öğretim seviyelerine göre incelendiğinde ise öğretmen adaylarının ve öğretmenlerin hiçbirinin Düzey 1'de yer almadığı, öğretmenlerin neredeyse tamamının (n=21; %91,3) anlama yeterliğinde Düzey 4'te oldukları görülmektedir. Düzey 4'te yer alan F₃₀ kodlu katılımcının çözüm kâğıdından bir kesit Şekil 1'de sunulmuştur.

Şekil 1. F₃₀ Kodlu Katılımcının Çözüm Kâğıdından Bir Kesit



Şekil 1 incelendiğinde, F₃₀ kodlu katılımcının problemi anladığına dair cümlelere yer verdiği, verilen-istenenleri belirlediği görülmüştür. Bu nedenle F₃₀ kodlu katılımcının gerçek hayat problemini anlama yeterliğinde Düzey 4'te yer aldığı belirtilmiştir.

Matematiksel modelleme yeterliklerinin ikinci basamağı olan problemi sadeleştirme yeterliğinde, problem çözümünde yer alan değişkenleri belirleyerek problemin çözümü için gerekli-gereksiz bilgileri tespit etmeleri gerekmektedir. Katılımcıların problemi sadeleştirme yeterliğine yönelik sergiledikleri davranışlardan elde edilen bulgular Tablo 5'te sunulmuştur.

Tablo 5. Katılımcıların Problemi Sadeleştirme Yeterliğine Ait Dağılımları

Düzeyler	Anadolu Lisesi	Fen Lisesi	Öğretmen Adayı	Öğretmen	Toplam
Düzey 1	4 (% 7,4)	8 (% 11,7)	1 (% 3,7)	0 (% 0)	13 (% 7,6)
Düzey 2	25 (% 47,1)	24 (% 35,9)	7 (% 25,9)	1 (% 4,3)	57 (% 33,3)
Düzey 3	11 (% 20,7)	17 (% 25)	6 (% 22,2)	1 (% 4,3)	35 (% 20,4)
Düzey 4	13 (% 24,5)	19 (% 27,9)	13 (% 48,1)	21 (% 91,3)	66 (% 38,5)

Tablo 5 incelendiğinde, katılımcıların çoğunun (n=66; %38,5) problemi sadeleştirebildiği, gerekli-gereksiz bilgileri tespit ederek varsayımlarda bulunabildiği ve sadeleştirme yeterliğinde Düzey 4'te olduğu görülmektedir. Çok az bir kısmının ise (n=13; %7,6) problemi sadeleştiremediği, gerekli-gereksiz bilgileri tespit edemediği ve varsayımlarda bulunamadığı tespit edilerek yeterlik düzeyleri Düzey 1 olarak belirlenmiştir. Problemi bir ölçüde sadeleştiren, değişkenleri bir ölçüde belirleyen ancak eksik varsayımda bulunan katılımcıların problemi sadeleştirme yeterlik düzeyleri Düzey 2 olarak tespit edilmiş olup Düzey 4'ten sonra en çok katılımcının Düzey 2'de yer aldığı bulgusuna ulaşılmıştır.

Düzy 1 basamağında hiçbir öğretmen yer almadığı ve öğretmenlerin neredeyse tamamının (n=21; %91,3) Düzy 4'te yer aldığı görülmektedir. Öğretmen adaylarından sadece 1 kişinin Düzy 1'de yer aldığı, neredeyse yarısının (n=13; %48,1) Düzy 4'te yer aldığı görülmektedir. Öğretmen adayı ve öğretmenlerden farklı olarak anadolu ve fen lisesi öğrencilerinin büyük çoğunluğunun (n=25, % 47,1; n=24, %35,9) problemi sadeleştirme yeterliğinde Düzy 2'de oldukları bulgusuna ulaşılmıştır. Sadeleştirme yeterliği Düzy 1 seviyesinde yer alan A₇ kodlu katılımcının çözüm kâğıdından bir kesit şekil 2'de sunulmuştur.

Şekil 2. A₇ Kodlu Katılımcının Çözüm Kâğıdından Bir Kesit

A, B, C ilaçlarını şu şekilde sıralayınız.

Yaygın ve çok yaygın yan etkileri olan ilaçları şu şekilde puanlayalım

Kalp çarpıntısı → -15	Tehlike simalarına göre: (-) puan alıyoruz.
Görmede bozukluk → -20	yani kalp çarpıntısı yaygın ve çok yaygın ise
Bas Dönməsi → -10	-15 puan alıyor ve en çok - puan olan
Atarijik Redasyon → -20	ilacı tercih edilmemeli.
Titreme → -10	

Şekil 2 incelendiğinde, A₇ kodlu katılımcının çözümünde değişkenlerden yalnızca ilaçların yan etkilerini (eksik yan etki) ve etki güçlerini göz önünde bulundurarak çözüm yaptığı, kullanım sıklığını göz ardı etme nedenini açıklamadığı görülmüş ve bu durum katılımcının problemi bir ölçüde sadeleştirerek değişkenleri bir ölçüde belirlediğini ve eksik varsayımda bulunduğunu göstermiştir. Bu nedenle A₇ kodlu katılımcının sadeleştirme yeterlik düzeyi Düzy 2 olarak belirlenmiştir. Sadeleştirme yeterlik düzeyinde Düzy 3'te yer alan F₂₈ kodlu katılımcıya cevap kâğıdından bir kesit Şekil 3'te sunulmuştur.

Şekil 3. F₂₈ Kodlu Katılımcının Çözüm Kâğıdından Bir Kesit

A ilacı en kullanılabilir ilaçtır çünkü insanı bi taraftan toparlamaya çalışırken bi taraftan kalp problemleriyle başa çıkamayı beklelemeyiz

Sonraki kullanılabilir ilaç ise B ilacıdır. Evet görmede hangi etkisi yaptığını biliyoruz ama C ilacında olduğu kadar Hızlı bir riski bulunmuyor.

Etki güçlerini kıyaslamadım çünkü bana göre bu çok önemli bir şey değil 4 hafta kullanmak yerine 2 hafta kullanırız. Ama diğer ilaçların sonuçları daha ağır

Şekil 3 incelendiğinde, F₂₈ kodlu katılımcının ilaçların yan etki ve etki gücü değişkenlerini çözümünde kullanmak üzere tespit ettiği ancak kullanım sıklığını sebebini açıklayarak çözümünde kullanmadığı görülmektedir. F₂₈ kodlu katılımcı için problemi sadeleştirebildiği, değişkenleri belirlediği ve bir ölçüde kabul edilebilir varsayımda bulunduğu söylenebilir. Bu durum F₂₈ kodlu katılımcının problemi sadeleştirme yeterlik düzeyinin Düzy 3 olduğunu göstermektedir.

Modelleme yeterlikleri düzeylerinin üçüncüsü olan matematikselleştirme yeterliğinde, katılımcılardan problem durumuna yönelik olarak grafik çizimi yapmaları, tablo oluşturmaları ve uygun denklemler kurmaları gibi matematiksel modeller inşa etmeleri beklenmektedir. Katılımcıların matematikselleştirme yeterliğine yönelik sergilediği davranışlara ait bulgular Tablo 6'da sunulmuştur.

Tablo 6. Katılımcıların Matematikselleştirme Yeterliğine Ait Dağılımları

Düzeyle	Anadolu Lisesi	Fen Lisesi	Öğretmen Adayı	Öğretmen	Toplam
Düzeyle 1	26 (% 49)	42 (% 61,7)	6 (% 22,2)	3 (% 13)	77 (% 45)
Düzeyle 2	14 (% 26,4)	9 (% 13,2)	9 (% 33,3)	3 (% 13)	35 (% 20,4)
Düzeyle 3	5 (% 9,4)	3 (% 4,4)	4 (% 14,8)	2 (% 8,6)	14 (% 8,1)
Düzeyle 4	8 (% 15)	14 (% 20,5)	8 (% 29,6)	15 (% 91,3)	45 (% 26,3)

Tablo 6 incelendiğinde, katılımcıların neredeyse yarısının (n=77; %45) probleme ilişkin hiçbir matematiksel model oluşturmadığı görülmüş matematikselleştirme yeterlik düzeyleri Düzeyle 1 olarak tespit edilmiştir. Katılımcı grupları kendi içinde incelendiğinde anadolu lisesi öğrencilerinin neredeyse yarısının (n=26; %49) fen lisesi öğrencilerinin ise yarısından fazlasının (n=42; %61,7) matematikselleştirme yeterliğinde Düzeyle 1'de oldukları bulgusuna varılmıştır. Öğretmenlerin ise diğer gruplardan farklı olarak neredeyse tamamının (n=15; %91,3) probleme uygun gerçekçi modeller oluşturdukları görülmüş olup matematikselleştirme yeterlik düzeyleri Düzeyle 4 olarak tespit edilmiştir. Şekil 4'te matematikselleştirme yeterliğinde Düzeyle 4 seviyesinde yer alan L₁₅ kodlu katılımcıya ait çözüm kâğıdından bir kesit sunulmuştur.

Şekil 4. L₁₅ Kodlu Katılımcıya Ait Çözüm Kâğıdından Bir Kesit

En kullanılabilir ilaç → 3 puan
kullanılabilir ilaç → 2 puan
kullanılmaması gereken ilaç → 1 puan

	A ilacı	B ilacı	C ilacı
1. ölçüt	2 puan	3 puan	1 puan
2. ölçüt	1 puan	3 puan	2 puan
3. ölçüt	1 puan	2 puan	3 puan
toplam puan	4 puan	8 puan	6 puan

Tablo verileri sonucunda en yüksek puanı alan ilacın en kullanılabilir ilaç olduğuna karar verilir.

Şekil 4 incelendiğinde, L₁₅ kodlu katılımcının problem durumuna ilişkin uygun modeller oluşturduğu ve çözümünü genellediği görülmektedir. Bu durum L₁₅ kodlu katılımcının matematikselleştirme yeterlik düzeyinin Düzeyle 4 olduğunu gösterir niteliktedir.

Matematiksel modelleme yeterlikleri düzeylerinin dördüncüsü olan matematiksel olarak çalışma yeterliğinde, katılımcılardan oluşturdukları matematiksel modelleri doğru şekilde uygun matematiksel işlemler yaparak çözmeleri beklenmektedir. Katılımcıların bu yeterliğe dair sergilediği davranışlara ait bulgular Tablo 7'de verilmiştir.

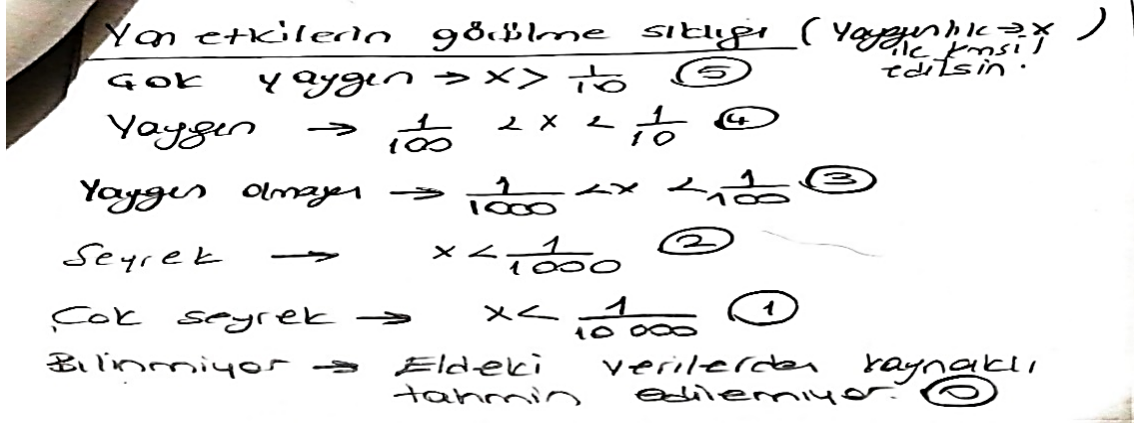
Tablo 7. Katılımcıların Matematiksel Olarak Çalışma Yeterliğine Ait Dağılımları

Düzeyle	Anadolu Lisesi	Fen Lisesi	Öğretmen Adayı	Öğretmen	Toplam
Düzeyle 1	38 (% 71,9)	47 (% 69,1)	15 (% 55,5)	6 (% 26)	106 (% 64,9)
Düzeyle 2	4 (% 7,5)	5 (% 7,3)	4 (% 14,8)	2 (% 8,6)	15 (% 8,7)
Düzeyle 3	5 (% 9,4)	1 (% 1,4)	2 (% 7,6)	0 (%0)	8 (% 4,6)
Düzeyle 4	6 (% 11,3)	15 (% 22)	6 (% 22,2)	15 (% 65,2)	42 (% 24,5)

Tablo 7 incelendiğinde, katılımcıların çok büyük bir kısmının (n=106; %64,9) matematiksel olarak çalışma sergileyemediği ve matematiksel olarak çalışma yeterliklerinin Düzeyle 1 olduğu

görülmektedir. Anadolu Lisesi öğrencileri, fen lisesi öğrencileri ve öğretmen adayları matematiksel olarak çalışma yeterliğinde düşük başarı göstermişlerdir. Buna karşın, öğretmenlerin neredeyse üçte ikilik kısmının (n=15; %65,2) doğru matematiksel model oluşturarak oluşturdukları modeller üzerinde matematiksel olarak çalışma sergiledikleri ve Düzey 4'te yer aldıkları tespit edilmiştir. Düzey 2'de yer alan Ö₆ kodlu katılımcıya ait çözüm kâğıdından bir kesit Şekil 5'te sunulmuştur.

Şekil 5. Ö₆ Kodlu Katılımcıya Ait Çözüm Kâğıdından Bir Kesit



Şekil 5 incelendiğinde, Ö₆ kodlu katılımcının eksik oluşturmuş olduğu matematiksel model üzerinde matematiksel olarak çalışma sergilediği görülmüş ve matematiksel olarak çalışma yeterliği Düzey 2 olarak tespit edilmiştir.

Matematiksel modelleme yeterliklerinden problemi yorumlama yeterliğinde, katılımcılardan ulaştıkları çözüme dair gerçek hayat bağlamında yorumlar yapmaları beklenmektedir. Katılımcıların bu yeterliğe yönelik sergilediği davranışlara ait bulgular Tablo 8'de aktarılmıştır.

Tablo 8. Katılımcıların Problemi Yorumlama Yeterliğine Ait Dağılımları

Düzeyler	Anadolu Lisesi	Fen Lisesi	Öğretmen Adayı	Öğretmen	Toplam
Düzey 1	29 (% 54,7)	22 (% 32,3)	2 (% 7,4)	5 (% 21,7)	58 (% 33,9)
Düzey 2	20 (% 37,7)	27 (% 39,7)	13 (% 48,1)	0 (% 0)	60 (% 35)
Düzey 3	1 (% 1,8)	11 (% 16,1)	3 (% 11,1)	6 (% 26)	21 (% 12,2)
Düzey 4	3 (% 5,5)	8 (% 11,7)	9 (% 33,3)	12 (% 52,1)	32 (% 18,7)

Tablo 8 incelendiğinde, katılımcıların büyük bir kısmının oluşturdukları modelleri yorumlayamadıkları ya da eksik modeller üzerinden eksik yorumlamalar yaptıkları görülerek yorumlama yeterlik düzeyleri Düzey 1 (n=58; %33,9) ve Düzey 2 (n=60; %35) olarak tespit edilmiştir. Katılımcıların çözümleri, eğitim seviyelerine göre incelendiğinde, başarısı en düşük grubun (n=4; %5,5) anadolu lisesi öğrencileri olduğu, başarısı en yüksek (n=12; %52,1) grubun ise öğretmenlerin olduğu bulgusuna varılmıştır. Düzey 1'de yer alan L₉ kodlu katılımcıya ait çözüm kâğıdından bir kesit Şekil 6'da sunulmuştur.

Şekil 6. L₉ Kodlu Katılımcıya Ait Çözüm Kâğıdından Bir Kesit

İfade	Kullanım Sıklığı	Kalp Garpintisi		Görmede., Beuzuluk		Baş Dönmesi		Alerjik Reaksiyon		Titreme	
		Y	E	X	E	Y	E	Y	E	Y	E
A	Günde iki kez	$\frac{1}{1000} < x < \frac{1}{100}$	50%	$x < \frac{1}{1000}$	50%	$\frac{1}{10} \leq x$	50%	$\frac{1}{100} < x < \frac{1}{10}$	50%	$x < \frac{1}{1000}$	50%
B	Haftada bir kez	$\frac{1}{100} < x < \frac{1}{10}$	70%		70%	$\frac{1}{10} \leq x$	70%	$\frac{1}{1000} < x < \frac{1}{100}$	70%	$x < \frac{1}{1000}$	70%
C	iki günde bir	$x < \frac{1}{1000}$	80%	$\frac{1}{1000} < x < \frac{1}{100}$	80%	$\frac{1}{100} < x < \frac{1}{10}$	80%	$x < \frac{1}{1000}$	80%	$\frac{1}{10} \leq x$	80%

Şekil 6 incelendiğinde, L₉ kodlu katılımcının matematiksel bir model oluşturduğu ancak oluşturduğu modeli yorumlamadığı görülmüş ve bu durumda yorumlama yeterlik düzeyinin Düzey 1 olduğu tespit edilmiştir.

Matematiksel modelleme yeterliklerinden son yeterlik olan problemi doğrulama yeterliğinde, katılımcıların oluşturmuş oldukları matematiksel modelleri ve elde ettikleri matematiksel çözümlerin gerçek hayat durumlarına uygunluğunu sorgulamaları beklenmektedir. Katılımcıların bu yeterlik doğrultusunda sergilediği davranışlara ilişkin bulgular Tablo 9'da sunulmuştur.

Tablo 9. Katılımcıların Problemi Doğrulama Yeterliğine Ait Dağılımları

Düzyerler	Anadolu Lisesi	Fen Lisesi	Öğretmen Adayı	Öğretmen	Toplam
Düzey 1	35 (% 66)	49 (% 72)	12 (% 44,4)	6 (% 26)	102 (% 59,6)
Düzey 2	13 (% 24,5)	14 (% 20,5)	10 (% 37)	7 (% 30,4)	44 (% 25,7)
Düzey 3	2 (% 3,7)	1 (% 1,4)	1 (% 3,7)	3 (% 13)	7 (% 4)
Düzey 4	3 (% 5,6)	4 (% 5,8)	4 (% 14,8)	7 (% 30,4)	18 (% 10,5)

Tablo 9 incelendiğinde, katılımcıların büyük çoğunluğunun (n=102; %59,6) doğrulama yapamadığı ve yeterlik düzeylerinin Düzey 1 olduğu bulgusuna ulaşılmıştır. Düzey 4'te yer alan F₃₀ kodlu katılımcının çözüm kâğıdına ait bir kesit Şekil 7'de aktarılmıştır.

Şekil 7. F₃₀ Kodlu Katılımcının Çözüm Kâğıdına Ait Bir Kesit

Şimdi bu modeli gözden geçirirken farklılık en başından beri her itenin sadece 1 yan etkisi varmış gibi düşünerek hareket ettim. Oysa ki ilaç başına 5 yan etki var. O zaman izlenecek yol şöyle olmalı:

Toplam Yan Etki Sayısal Değeri (TYESD) adında yeni bir değer oluşturulmuş. Sadece en son model daha deli toplu düşünün diye böyle yapıyorum yoksa yanlış değil.

$$TYESD = Yan Etki_1 \times Yagginlik_1 + Yan Etki_2 \times Yagginlik_2 + \dots + Yan Etki_5 \times Yagginlik_5$$

Şekil 7 incelendiğinde, F₃₀ kodlu katılımcının öncelikle bir model geliştirdiği ardından modelindeki eksikliği fark ettiği ve bu eksikliğin sebebini açıklayarak yeni bir model oluşturduğu görülmektedir. F₃₀ kodlu öğrenci modelini gerçek hayat bağlamında sorguladığı ve doğruladığı ve doğrulama yeterlik düzeyinin Düzey 4 olduğu bulgusuna varılmıştır. Düzey 3'te yer alan L₃ kodlu katılımcının çözüm kâğıdından bir kesit Şekil 8'de sunulmuştur.

Şekil 8. *L₃ Kodlu Katılımcının Çözüm Kâğıdından Bir Kesit*

③ Puanlama sistemin arkadaki tablodan oluşmuştur. Her bir seferde karşılaştırma yapabileceğim bir puanlama anahtarı olsun diye oluşturdum. En fazla iyi özelliklerin ilacı iyidir. Bence sistem iyi fakat daha fazla ön-cözüme ihtiyacı var. Karşılaştırma için verilen ölçütler yetersiz kalıyor.

Şekil 8 incelendiğinde, L₃ kodlu katılımcının problem durumuna ait model oluşturarak doğru matematiksel işlemler ile çözüme ulaşmış olup çözümün gerçek hayat bağlamında “daha fazla bilgiye ihtiyaç olduğunu bu sistemin bir seferlik kullanılabilir olduğunu” ifade ederek kısmen doğrulama yaklaşımında bulunmuş olduğu tespit edilmiştir ve L₃ kodlu katılımcının doğrulama yeterlik düzeyinin Düzey 3 olduğu bulgusuna varılmıştır.

3.2 Katılımcıların Kullandıkları Temsil Biçimlerine Ait Bulgular

Katılımcıların “Hangi İlacı Kullanmalı?” modelleme etkinliğinin çözümünde kullanmış oldukları temsil biçimlerine yönelik bulgular Tablo 10’da verilmiştir.

Tablo 10. *Katılımcıların Temsil Kullanma Yeterliklerine Ait Dağılımları*

Temsil	Anadolu Lisesi	Fen Lisesi	Öğretmen Adayı	Öğretmen	Toplam
Sözel	S1 7 (%13,2)	2 (%2,9)	2 (%7,4)	3 (%13)	13 (%7,6)
	S2 30 (%56,6)	32 (%47)	2 (%7,4)	5 (%21,7)	68 (%39,7)
	S3 16 (%30,1)	34 (%50)	23 (%85,1)	15(%65,2)	88 (%51,4)
Cebir	S1 29 (%54,7)	41 (%60,2)	13 (%48,1)	5 (%21,7)	88 (%51,4)
	S2 10 (%18,8)	9 (%13,2)	6 (%22,2)	2 (%8,6)	27 (%15,7)
	S3 14 (%26,4)	18 (%26,4)	8 (29,6)	16(%69,5)	56 (%32,7)
Tablo	S1 35 (%66)	56 (%82,3)	17 (%62,9)	12(%52,1)	120(%70,1)
	S2 6 (%11,3)	6 (%8,8)	5 (%18,5)	0 (%0)	17 (%9,9)
	S3 12 (%22,6)	6 (%8,8)	5 (%18,5)	11(%47,8)	34 (%19,8)
Grafiksel	S1 53 (%100)	67 (%98,5)	27 (%100)	22(%95,6)	169 (%98,8)
	S2 0 (%0)	0 (%0)	0 (%0)	0 (%0)	0 (%0)
	S3 0 (%0)	1 (%1,4)	0 (%0)	1 (%4,3)	2 (%1,1)

Tablo 10 incelendiğinde, katılımcıların yarısından fazlasının (n=88; %51,4) sözel temsil kullanma yeterliğinde Seviye 3’te oldukları ve çok az bir kısmının (n=13; %7,6) ise çözümlerinde hiçbir sözel açıklamaya yer vermeyerek Seviye 1’de yer aldıkları tespit edilmiştir. Sözel temsil kullanımında en başarılı grubun öğretmen adayları (n=23 %85,1) olduğu bulgusuna ulaşılmıştır. Cebirsel temsil kullanma yeterliğinde ise anadolu lisesi öğrencileri, fen lisesi öğrencileri ve öğretmen adaylarının Seviye 1’de yoğunlaştığı, buna karşın öğretmenlerin %69,5’lik oranla Seviye 4’de yoğunlaşarak cebirsel kullanım yeterliğinde en başarılı grup oldukları bulgusuna ulaşılmıştır. Tablo temsili kullanımı incelendiğinde ise katılımcıların büyük çoğunluğunun Seviye 1’de yer aldığı görülmektedir. Tablo temsili, kullanımında en düşük başarıyı (n=6; %8,8) fen lisesi öğrencilerinin gösterdiği, en yüksek başarıyı ise (n=11; %47,8) öğretmenlerin gösterdiği bulgusu elde edilmiştir. Araştırmanın ilgi çekici bulgularından bir tanesi grafik

temsili kullanımına ilişkin ortaya çıkmıştır. Sadece bir fen lisesi öğrencisi (F₁₆) ile bir tane öğretmenin (Ö₂) modelleme etkinliği çözüm sürecinde grafik temsili kullandığı tespit edilmiştir.

Sözel temsil kullanım yeterliğinde Seviye 3'te yer alan A₁₇ kodlu katılımcının çözüm kâğıdından bir kesit şekil 9'da aktarılmıştır.

Şekil 9. L₁₇ Kodlu Katılımcının Çözüm Kâğıdından Bir Kesit

A ilacında diğerlerine göre etki gücü daha az günde ikiye katlanmasında daha çok bas dönmesi sıkı yan etkisini gösteriyor. Bu ilacın bas dönmesi için kullanıldığını gösteriyor etki gücünün az olması, bas dönmesine yeterince engellemekte (kullanılmamalıdır. A ilacı)

B ilacı diğerlerine göre haftada üç kere kullanılması A'ya göre etki gücünü artırıyor. Bu ilaç kalp çarpıntısı için yaygın olarak kullanılıyor. A'da olduğu gibi bunda da bas dönmesi çok yaygın. Bunda bu ilacın daha çok kalp çarpıntısı ve bas dönmesi için tercih ettiğini gösteriyor. Haftada üç kere kullanılması ve %90 etki gücünün olması kullanılabilir olduğunu gösteriyor.

C ilacı bas dönmesinde yaygın olarak kullanılıyor. Titremede ise çok yaygın olarak kullanılıyor. Bunda ilacın daha çok bas dönmesi ve titreme için kullanıldığını gösteriyor. Bu ilaç iki günde bir kullanılması etki gücünün fazla olduğunu gösteriyor. %80 etki gücünün olması bunun kanıtıdır. İlacın kullanılabilir olduğunu ifade ediyor.

Önerim = A ilacının etki gücünün artırılması, B ilacı için haftada kullanım sıklığının azaltılması, C ilacı kullanmaya en uygun ilaç olduğu yönünde.

Şekil 9 incelendiğinde, A₁₇ kodlu katılımcının problemi anladığına dair açıklamalara yer verdiği, verilen ve istenilenleri belirlediği ve problemdeki etki gücü – kullanım sıklığı-yaygınlık olmak üzere değişkenlerin tümünü birbiri ile ilişkilendirerek çözümünü yorumladığı görülmüş ve sözel temsil kullanım yeterliğinin Seviye 3 olduğu tespit edilmiştir. Buna ek olarak A₁₇ kodlu katılımcının çözümünde hiçbir matematiksel ifade kullanmadığından matematiksel olarak çalışma yeterliğinin Düzey 1 olduğu ancak sözel temsil kullanım yeterliğinin Seviye 3 olduğu bulgusuna ulaşılmıştır. Sözel temsil kullanım yeterliği Seviye 1 olan Ö₈ kodlu katılımcının çözüm kâğıdından bir kesit Şekil 10'da sunulmuştur.

Şekil 10. Ö₈ Katılımcının Çözüm Kâğıdından Bir Kesit

$$\begin{array}{l}
 \text{A} \\
 \text{K.G} \rightarrow -3.5 = -15 \\
 \text{G.B} \rightarrow -2.4 = -8 \\
 \text{B.D} \rightarrow -5.1 = -5 \\
 \text{A.R} \rightarrow -4.3 = -12 \\
 \text{T} \rightarrow -1.2 = -2 \\
 \left. \begin{array}{l} \\ \\ \\ \\ \end{array} \right\} -42 \quad \text{Toplam: } 50 - 42 = 8
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 \text{B} \\
 \text{K.G} \rightarrow -4.5 = -20 \\
 \text{G.B} \rightarrow 0.4 = 0 \\
 \text{B.D} \rightarrow -1.1 = -1 \\
 \text{A.R} \rightarrow -2.2 = -4 \\
 \text{T} \rightarrow -2.2 = -4 \\
 \left. \begin{array}{l} \\ \\ \\ \\ \end{array} \right\} -34 \quad \text{Toplam: } 70 - 34 = 36
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 \text{C} \\
 \text{K.G} \rightarrow -2.5 = -10 \\
 \text{G.B} \rightarrow -2.4 = -12 \\
 \text{B.D} \rightarrow -4.1 = -4 \\
 \text{A.R} \rightarrow -2.3 = -6 \\
 \text{T} \rightarrow -5.2 = -10 \\
 \left. \begin{array}{l} \\ \\ \\ \\ \end{array} \right\} -42 \quad \text{Toplam: } 80 - 42 = 38
 \end{array}$$

Yapılan hesaplamalar doğrultusunda bu ifadeler kullanılmamalıdır.

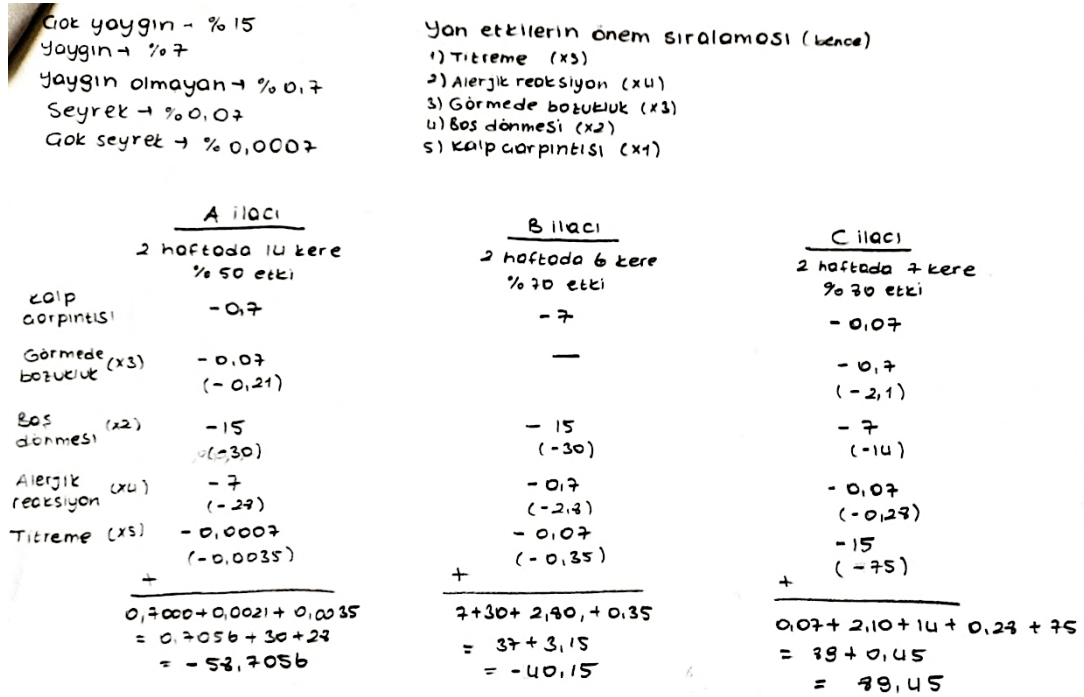
Şekil 10 incelendiğinde, Ö₈ kodlu katılımcının problem durumuna uygun bir model oluşturarak modelini matematiksel olarak çözdüğü ancak sözel ifadelerle hiç yer vermediği görülmektedir. Bu durumda Ö₈ kodlu katılımcının sözel temsil kullanım yeterliği Seviye 1 olarak tespit edilmiştir. Buna ek olarak Ö₈ kodlu katılımcının matematikselleştirme ve matematiksel olarak çalışma yeterliklerinde Düzey 4'te yer aldığı ancak sözel kullanım yeterliğinde Seviye 1'de yer aldığı bulgusu dikkat çekmektedir.

Cebirsel temsil kullanım yeterliğinde Seviye 2'de yer alan F₄₅ kodlu katılımcının çözüm kâğıdından bir kesit Şekil 11'de aktarılmıştır.

Şekil 11. F₄₅ Kodlu Katılımcının Çözüm Kâğıdından Bir Kesit

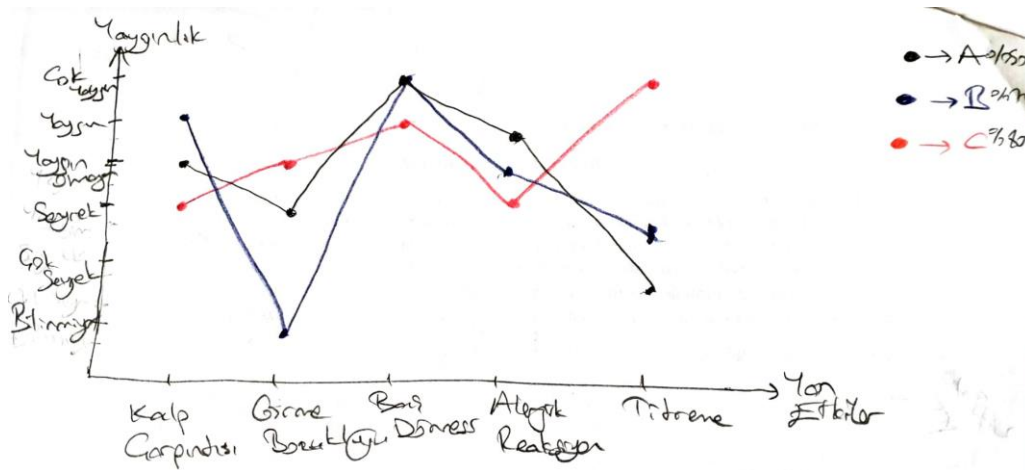
	A	B	C
Etki sözü:	En etkisiz	Etkili	En etkili
Yasarılık:	3+2+7+5+4=75	4+7+5+3+2=74	2+3+4+2+5=76

Şekil 11 incelendiğinde, F₄₅ kodlu katılımcının ilaçların değişkenlerini puanladığı ve puanları topladığı görülmektedir. Çözümünde yalnızca bir işlem ile sınırlı kaldığı ve çözümünü sistematikleştirmediği için cebirsel temsil kullanım yeterliğinin Seviye 2 olduğu tespit edilmiştir. Cebirsel temsil kullanım yeterliği Seviye 3 olan A₆ kodlu öğrencinin çözüm kâğıdından bir kesit Şekil 12'de aktarılmıştır.

Şekil 12. A₆ Kodlu Katılımcının Çözüm Kâğıdından Bir Kesit

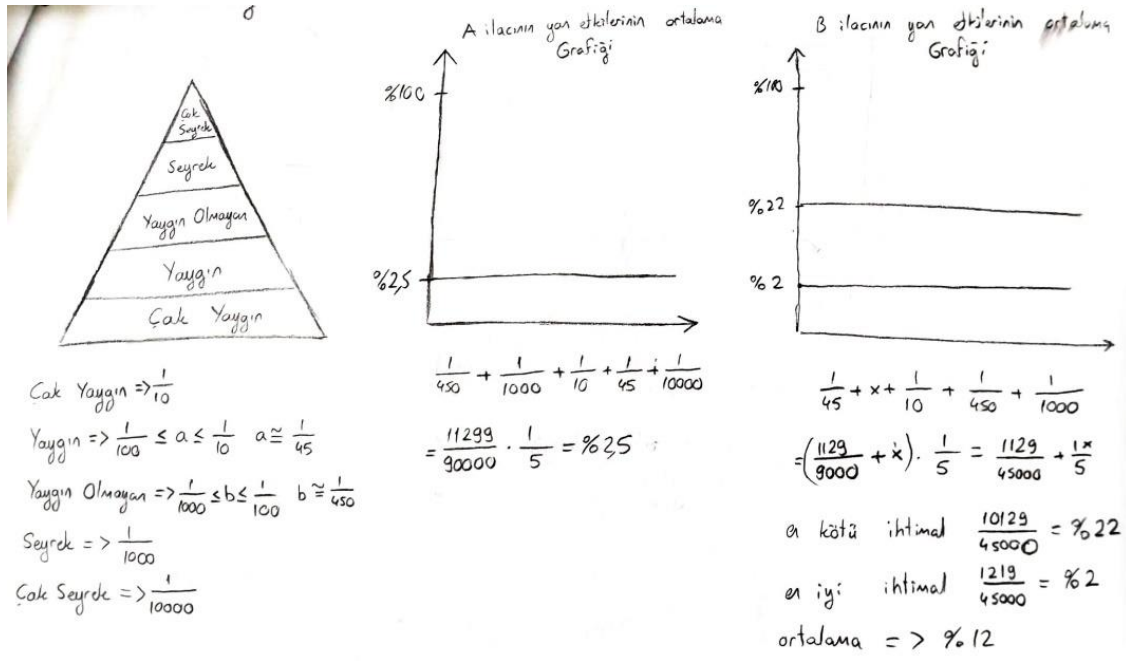
Şekil 12 incelendiğinde, A₆ kodlu katılımcının değişkenlere puanlar atayarak bir puanlama sistemi geliştirdiği ve birden fazla matematiksel işlem yaparak çözüme ulaştığı görülmektedir. Bu durumda A₆ kodlu katılımcının cebirsel kullanım yeterliği Seviye 3 olarak tespit edilmiştir.

Katılımcıların grafiksel temsil kullanım yeterlikleri incelendiğinde yalnızca iki katılımcının grafiksel temsiller kullandığı bulgusuna ulaşılmıştır. Grafiksel temsil kullanımında Seviye 3 de yer alan Ö₂ ve F₁₆ kodlu katılımcıların çözüm kâğıtlarından kesitler Şekil 13 ve Şekil 14'te sunulmuştur.

Şekil 13. Ö₂ Kodlu Katılımcının Çözüm Kâğıdından Bir Kesit

Şekil 13 incelendiğinde, Ö₂ kodlu katılımcının çözümünde ilaçların yaygınlık ve yan etkilerinden oluşan bir çizgi grafiğinden yararlandığı görülmüş ve grafiksel temsil kullanım yeterliğinin Seviye 3 olduğu bulgusuna varılmıştır. Buna ek olarak Ö₂ kodlu katılımcının çözümünde yalnızca grafik çizimi ve sözel açıklamalara yer verdiği ancak matematiksel işlemlere yer vermediği tespit edilmiştir.

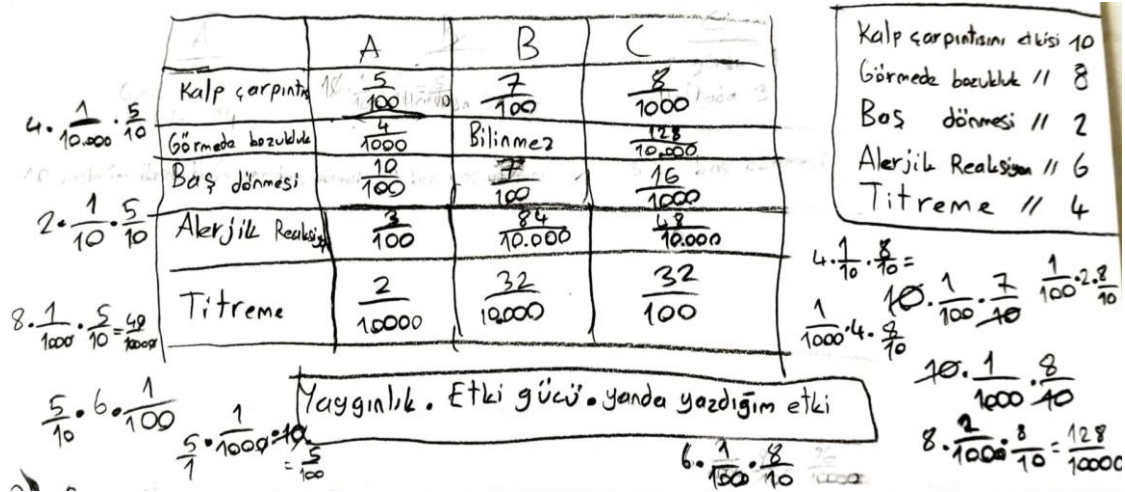
Şekil 14. F₁₆ Kodlu Katılımcının Çözüm Kâğıdından Bir Kesit



Şekil 14 incelendiğinde, F₁₆ kodlu katılımcının çözümünde ilaçların yan etkilerinin ortalamasına ait çizgi grafiklerinden yararlandığı görülmektedir.

Temsil biçimlerinden olan tablo temsil kullanımında Seviye 3'te yer alan F₇ kodlu katılımcının çözüm kâğıdından bir kesit Şekil 15'te sunulmuştur.

Şekil 15. F₇ Kodlu Katılımcının Çözüm Kâğıdından Bir Kesit



Şekil 15 incelendiğinde, F₇ kodlu katılımcının probleme uygun şekilde ilaçlar ve yan etkilere ait sayısal veriler içeren bir tablo oluşturduğu görülerek tablo kullanım yeterliğinin Seviye 3 olduğu tespit edilmiştir. Tablo kullanım yeterliğinde Seviye 2'de yer alan A₃₀ kodlu katılımcının çözüm kâğıdından bir kesir Şekil 16'da aktarılmıştır.

Şekil 16. A₃₀ Kodlu Katılımcının Çözüm Kâğıdından Bir Kesit

<u>Kalp Çarpıntısı</u>	en çok B	en az C
<u>Görme</u>	C	A
<u>Baş Dönmesi</u>	A - B (Bekti gücü fazla)	C
<u>Alerjik Reaksiyon</u>	A	C
<u>Titreme</u>	C	A

Şekil 16 incelendiğinde, A₃₀ kodlu katılımcının probleme dair eksik/kısmen kabul edilebilir bir tablo oluşturduğu görülmüş ve tablo kullanım yeterliğinin Seviye 2 olduğu tespit edilmiştir.

4. Sonuç, Tartışma ve Öneriler

Bu araştırmada, anadolu ve fen lisesi öğrencilerinin, matematik öğretmen adaylarının ve matematik öğretmenlerinin sosyal odaklı “Hangi İlacı Kullanmalı?” matematiksel modelleme etkinliğine yönelik çözümleri matematiksel modelleme yeterlikleri ve temsil kullanım yeterlikleri doğrultusunda incelenmiştir. Katılımcıların matematiksel modelleme yeterlikleri, altı alt başlıktan oluşan MMR ile üç alt başlıktan oluşan MTR kullanılarak incelenmiştir.

Araştırmada elde edilen sonuçlar her yeterlik düzeyi için dört grubun ayrı ayrı incelenmesi ile elde edilmiştir. Matematiksel modelleme yeterliklerinden ilki olan gerçek hayat durumu içeren problemi anlamada; lise öğrencilerinin yarısından azı, öğretmen adayların yarısından fazlası ve öğretmenlerin neredeyse tamamı Düzey 4’e ulaşmıştır. Bu yeterlik düzeyinde öğretmen ve öğretmen adaylarından hiçbirinin ise Düzey 1’de yer almadığı görülmüştür. Dolayısı ile problemi anlama düzeyinde katılımcıların kabul edilebilir bir yaklaşım gösterme eğiliminde oldukları söylenebilir. Literatür incelendiğinde; bu sonucu destekleyici nitelikte çalışmalar olduğu görülmektedir (Çoksöyler & Bozkurt, 2021; Deniz & Yıldırım, 2018; English, 2009; Hıdıroğlu vd. 2014; Tekin-Dede & Yılmaz, 2013; Uzun vd., 2023). English (2009) tarafından yapılan çalışmada öğrencilerin problem durumuna dair istenileni anladığı, değişkenleri ve değişkenler arasındaki ilişkileri tespit edebildikleri ve gerçek hayat doğrultusunda gerekçi varsayımda bulanabildikleri sonucunu ortaya koymuştur. Bununla birlikte, literatürdelise öğrencileriyle (Sağırlı, 2014), öğretmen adaylarıyla (Şahin & Eraslan, 2016; Hıdıroğlu & Özkan-Hıdıroğlu, 2017; English & Watters, 2004), öğretmenlerle (Akgün, 2013) yapılmış çalışmalarda bireylerin modelleme süreçlerinde problem durumunu anlamakta güçlük yaşadıkları sonucuna ulaşılmıştır. Problemi anlamada sorun yaşamayan katılımcıların çoğunun ise daha önce MME ile karşılaşmış oldukları gözlenmiştir. Katılımcıların problemi anlama basamağında sorun yaşamaları diğer basamaklarda sergileyecekleri yeterlikleri etkileyebilir (Karahana & Ergene, 2023; Tekin-Dede & Yılmaz, 2013). Anadolu ve fen lisesi öğrencilerinin öğretmen adayları ve öğretmenlere göre problemi anlamada

daha düşük başarı göstermelerinin bir nedeni olarak “Hangi İlacı Kullanmalı?” modelleme etkinliğine benzer etkinlikler ile çok fazla karşılaşmalarını olabilir (Deniz & Akgün, 2018).

Matematiksel modelleme yeterliklerinin ikinci basamağı olan sadeleştirme yeterliğinde, Anadolu ve fen lisesi öğrencilerinin problemi geçerli gerekçeler doğrultusunda sadeleştiremediği ve eksik varsayımlarda bulunduğu tespit edilmiştir. Matematiksel modelleme sürecinin başarılı bir şekilde gerçekleştirilebilmek problemi doğru anlamak ve sadeleştirebilmekten geçmektedir (Lesh & Doerr, 2003). Bireylerin kavram bilgisine sahip olsalar dahi, matematiksel modelleme problemlerinin çözümünde bu bilgileri kullanmada zorluklar yaşadıkları, problem durumunu tam olarak anlamadan matematiksel işlem yaptıkları, problem durumuna uygun temsil oluşturmakta güçlük yaşadıkları ve geçerli model oluşturamadıkları görülmüştür (Blum & Borromeo-Ferri, 2009; Genç & Karataş, 2017; Gündüzalp, 2019; Hıdıroğlu vd., 2014; Özer & Bukova-Güzel, 2020). Bu durumun bireylerin problem durumunu tam olarak benimsememeleri, problemin çözümüne geçmeden önce uygun planı yapmamaları, problem durumundaki sayısal değerleri kullanarak sayısal bir değere ulaşma eğilimlerinden kaynaklandığı söylenilebilir (Çoksöyler & Bozkurt, 2021; Genç & Karataş, 2017; Hıdıroğlu vd., 2014). Anadolu ve fen lisesi öğrencilerinin problemdeki değişkenleri tespit edememeleri, eksik tespitte bulunmaları ve değişkenleri çözüme dâhil edememeleri model kuramamalarına ya da eksik varsayımlar doğrultusunda eksik modeller oluşturmalarına sebep olmuştur. Öğretmen ve öğretmen adaylarının problemi sadeleştirme yeterliğinde lise öğrencilerine göre daha fazla başarı gösterdiği tespit edilmiştir. Bu durumun nedeni olarak öğretmen adayı ve öğretmenlerin lise öğrencilerine göre matematik deneyimlerinin fazlalığı olabilir. Çünkü bu yeterlik düzeyinde bireylerin, problemde istenilene ulaştıklarında değişkenleri belirledikleri ve değişkenler arasında seçim yaparak problemi daha basit düzeye getirdikleri görülmektedir (Doerr & English, 2003; Karataş & Tuna, 2021; İnan-Tutkun & Didiş-Kabar, 2018; Şahin & Eraslan, 2016; Tekin Dede & Yılmaz, 2013).

Araştırmada elde edilen sonuçlardan bir diğeri ise katılımcıların matematikselleştirme ve matematiksel olarak çalışma yeterliği ile ilgilidir. Öğretmen adaylarının matematikselleştirme yeterliği düzey dağılımları arasında büyük fark olmadığı ancak matematiksel olarak çalışma yeterliğinde üçte birinin eksik/hatalı modeller oluşturdukları sonucuna ulaşılmıştır. Problem çözümlerinin bireysel olarak kendi matematiksel anlamaları, varsayımları doğrultusunda verilen probleme uygun matematiksel model oluşturdukları ve bu modele uygun matematiksel işlemler yaptıkları görülmüştür (Doerr & English, 2003). Fen lisesi öğrencilerinin ise büyük bir çoğunluğu problemi anlamada ve sadeleştirmede başarı gösterebilmelerine rağmen problem durumuna uygun model oluştur(a)madan matematiksel işlemler ile probleme yönelik çözüm sergilemişlerdir. Varsayım oluşturmak uygun model kurmanın temelini oluşturmakla beraber matematikselleştirme basamağını doğrudan etkilemektedir (Blum & Borromeo-Ferri, 2009). Araştırmanın ilgi çekici sonuçlarından birisi, farklı eğitim seviyelerindeki katılımcıların matematiksel olarak çalışma yeterliğinde başarı düzeyleri matematikselleştirme yeterliği başarı düzeylerinden daha düşük olmasıdır. Öğretmenlerin, öğretmen adayları ve lise öğrencilerine göre daha yüksek başarı göstermelerinin sebebinin matematiksel tecrübelerinin ve modelleme hakkındaki tecrübelerinin fazla olmasından kaynaklı olabileceği düşünülmektedir. Benzer şekilde lise öğrencilerinin (neredeyse tamamının) daha önce matematiksel modelleme etkinliği ile karşılaşmamış olmalarından dolayı matematiksel modelleme tecrübelerinin az olması bu duruma neden olarak gösterilebilir. Okul içinde ve okul dışında öğrencilerin modelleme ile ilgili etkinlik deneyimlerinin sınırlı olması öğrencilerin modelleme süreç basamaklarında istenilen düzeyde performans göstermelerini olumsuz etkilemektedir (Blum & Borromeo-Ferri, 2009).

Katılımcıların büyük bir kısmının elde ettikleri matematiksel sonuçları farklı bağlamlarda yorumlayabilmede, bir durum yönelik çözümleri farklı durum ve koşullar için genellemede istenilen

yeterliği sergileyemedikleri belirlenmiştir. Bunun bir örneği olarak her yeterlik düzeyinde Düzey 4'te yoğunlaşan öğretmenlerin doğrulama yeterliğinde farklı düzeylerde yer aldığı sonucu verilebilir. Literatürde yer alan çalışmalar incelendiğinde aynı şekilde yorumlama basamağında güçlükler yaşandığı görülmüş ve araştırma ile tutarlılık sağlanmıştır (Çakmak-Gürel & Işık, 2018; Şahin & Eraslan, 2016). Lise öğrencilerinin ve öğretmen adaylarının çok az bir kısmının probleme dair yorumlama yeterlik düzeyinde Düzey 2' de yer aldığı görülmektedir. Katılımcıların modelleme problemlerini yorumlama ve doğrulamada bazı güçlükler ile karşılaştığı sonucuna ulaşılmış ve bu sonucun alan yazında yer alan birçok çalışmanın sonuçları ile benzerlik göstermektedir (Blum & Borromeo-Ferri, 2009; Çakmak-Gürel & Işık, 2018; Çoksöyler & Bozkurt, 2021; Deniz & Yıldırım, 2018; Özgen & Şeker, 2021; Şahin & Eraslan, 2016).

Katılımcıların temsil kullanımlarına ilişkin elde edilen sonuçlar incelendiğinde, özellikle sözel temsil biçimini cebirsel, grafiksel ve tablo temsillerine göre daha yoğun bir şekilde kullandıkları tespit edilmiştir. Öğretmen adaylarının oluşturdukları modellerin özellikleri incelendiğinde en çok sözel ve cebirsel tarzda modeller oluşturdukları ortaya çıkmıştır. Çalışmadan elde edilen bu gösterim şekilleri literatür ile benzerlik göstermektedir (Duran vd., 2016). Bununla birlikte NCTM (2000) sözel ve cebirsel temsilin matematik derslerinde ağırlıklı kullanıldığını ve grafik, sembol, denklem gibi gösterimlerin kullanılmalarının ise aynı zaman yerine farklı zamanlarda olduğunu, bu durumun öğrencilerin farklı temsiller kullanmalarını ve temsiller arasında ilişki kurmalarını zorlaştırdığını ifade etmiştir (Akın vd., 2020). Sözel temsil kullanımına hem problemi anlama hem de yorumlama ve doğrulama basamağında başvuran katılımcılar olduğu kadar problemi matematiksel olarak çözen ancak hiçbir sözel temsil kullanmayan katılımcılara da rastlanmıştır. Katılımcıların cebirsel temsil oluşturmada sözel temsil oluşturmaya nazaran daha başarılı oldukları tespiti (Eroğlu & Gürel, 2020) bu sonucu destekler niteliktedir. Benzer şekilde bireylerin problem çözümlerinde önce cebirsel işlem yapmayı tercih ettiği görülmüştür (Edwards, 2008; Kartallıoğlu, 2005; Orhun, 2000). Sözel temsil biçimini en fazla kullanan grubun öğretmen adayları olduğu görülmüştür. Katılımcıların sözel temsil türünü özellikle problemi anlama aşamasında yoğun bir biçimde kullandıkları tespit edilmiştir. Bu sonuç İpek ve Okumuş'un (2012) çalışmasındaki sonuç ile benzerlik göstermektedir. Katılımcıların cebirsel temsil kullanımları bütün olarak incelendiğinde grubun yarısından fazlasının seviye 1'de yer aldığı görülmektedir. Lise öğrencileri ve öğretmen adayları cebirsel temsil kullanımında benzer oranda başarı gösterirken öğretmenlerin ise en yüksek başarıyı sergiledikleri tespit edilmiştir. Problemin sunum biçimi ve soru türü bireylerin temsil kullanımlarını etkilemektedir (Akkuş & Çakıroğlu, 2006; Özhan & Turhan, 2011; Özgün Koca, 1998). Hangi İlacı Kullanmalı MME'nin, sözel ifadelerin sayısal ifadelere oranla daha yoğun bir etkinlik olarak tasarlanması katılımcıların sözel ve cebirsel temsili ağırlıklı kullanmalarını etkilemiş olabilir.

Araştırmanın ilgi çekici sonuçlarından bir diğeri ise grafik temsil kullanımında ortaya çıkmıştır. Yalnızca Ö2 kodlu öğretmenin ve F16 kodlu fen lisesi öğrencisinin grafik çizimi yaptığı diğer katılımcıların grafik kullanmadıkları tespit edilmiştir. Bu nedenle katılımcıların etkinlik çözüm sürecinde grafik temsil türünü çok fazla kullanmadıkları bunun yerine tablo temsil kullanımına yöneldikleri tespit edilmiştir. Özellikle öğretmenlerin tablo temsil türünü yoğun şekilde kullandığı görülmüştür. Benzer şekilde Şengül ve Mançoğlu Kaplan (2021) ve Yeşildere İmre (2017) çalışmalarında öğretmenlerin tüm temsil biçimleri içerisinde en fazla tablo temsili biçimini kullandığı sonucuna ulaşmışlardır. Katılımcıların geneline bakıldığında tablo temsili kullanımında grafik temsili kullanımına göre daha başarılı oldukları tespit edilmiştir. Elde edilen bu bulgu alan yazındaki çalışmalarla paralellik göstermektedir (Akkuş & Çakıroğlu, 2006; Bal, 2015). Öğrencilerin grafik okuma, çizme ve yorumlama becerilerinin yeteri kadar iyi olmadığı, bu konuda kavram yanılgılarına sahip oldukları ve grafiksel temsil

kullanımında sınırlılıkları olduğu alanyazındaki diğer çalışmlarca belirtilmiştir (Beichner, 1994; Demirci & Uyanık, 2009; Egin, 2010; Güven vd., 2012; Hadjidemetriou & Williams, 2002; Hotmanoğlu, 2014; Özgün-Koca, 2008; Sülün & Kozcu, 2005). Tablo temsil kullanımı incelendiğinde anadolu lisesi öğrencilerinin fen lisesi öğrencilerine ve öğretmen adaylarına göre tablo kullanımında daha başarılı oldukları tespit edilmiştir. Araştırma grubunun temsil kullanımlarına ait sonuçlar bütüncül olarak incelendiğinde matematiksel modelleme etkinliği çözüm sürecinin her bir aşamasında oldukça yoğun bir şekilde temsil kullanımı söz konusudur. Katılımcıların en fazla sözel temsile ve sırasıyla cebirsel, tablo ve grafiksel temsillere başvurduğu tespit edilmiştir. Bu duruma ek olarak katılımcıların büyük çoğunluğunun tek bir temsil kullanımına yer verdiği görülmüştür. Elde edilen bu sonuca paralel olacak şekilde alan yazında birçok çalışmada MME çözümlerinde tek temsil kullanımının baskın olduğu vurgusu yapılmıştır. (Hacıömeroğlu, 2007; İpek & Okumuş, 2012; Pehlivan, 2013; Montenegro vd., 2017). Bireylerin temsil tercihlerinin geçmiş deneyim ve bilgiler, inançlar, kişisel tercihler, yoğun cebirsel öğrenme, problemin sunuluş biçimi gibi pek çok faktörden etkilenebileceği söylenebilir (Özgün & Koca, 1998). Modelleme problemi çözme sürecinde katılımcıların temsillerle ilgili öne çıkan sorunları; temsiller arasında geçiş yapamama ve problemde verilen temsili durumla ilişkilendirememesi olarak sıralanabilir. Bu duruma neden olarak neredeyse tüm düzeylerdeki matematik derslerinde problem çözme sürecinin sonuç odaklı olması ve sistematik bir yaklaşım ile yürütülmemesi olarak gösterilebilir. Öte yandan öğretmenlerin temsil kullanımında diğer katılımcılara oranla daha başarılı olmasının nedeni geçmiş deneyimlerinin ve matematiksel tecrübelerinin fazla olması olabilir. Akbaş ve Gök (2018) öğrencilerin temsil etme ile ilgili kavram yanlışlarını sınıf seviyelerine göre inceledikleri ve sınıf seviyesi arttıkça kavram yanlışları oranının azaldığını aynı zamanda doğru cevap sayısının arttığını gözlemledikleri çalışmaları bu sonucu destekleyici niteliktedir. Dolayısıyla eğitim seviyesi arttıkça çoklu temsil kullanımında gerekli temel bilgiye sahip olan öğretmen ve öğretmen adaylarının kavramsal anlamalarının yüksek olmasının bu sonuçta etkili olduğu söylenebilir.

Bu araştırmada “Hangi İlacı Kullanmalı?” modelleme etkinliği yardımıyla farklı eğitim seviyesindeki katılımcıların matematiksel modelleme yeterli düzeyleri ve temsil kullanım biçimleri incelenmiştir. Sosyo-kritik modelleme yaklaşımında bireylerin matematiği kullanarak yaşadıkları toplum ve kültürü eleştirel bir bakışla anlamaya çalışmaları vurgulanmaktadır. Bireye yaşadığı toplum ve kültüre özgü eleştirel düşünme becerisi kazandıran bu bakış açısında gerçek hayattaki kurallar ve kabuller eleştirel bir yaklaşımla ele alınırken anahtar role sahip matematiksel modeller ortaya konmaktadır (Bukova Güzel vd., 2016). Sosyo-kritik modelleme yaklaşımında kullanılan MME’lerinin katılımcılar için alıştırmaya değil bir problem olması ve pür matematikten değil gerçek hayat ve diğer disiplinlerden elde edilmesi olmak üzere iki temel özelliği olması gerekmektedir (Barbosa, 2016). Bu açıdan, farklı disiplinlerle ilişkilendirilerek gerçek hayattan alınan bir durumu yansıtan Hangi İlacı Kullanmalı MME ile matematiğin sosyo-kültürel boyutlarına odaklanılmıştır. Katılımcıların “bu etkinliğe dair bir çözüm geliştirme çabasında olduğu, farklı disiplinleri işe koşarak probleme dair varsayımlarda bulunmaya çalıştıkları, sözel-cebirsel-grafiksel-tablo biçimlerinden bir veya birden fazlasına başvurarak akıl yürüttükleri ve problem durumuna dair bir çalışma gerçekleştirdikleri görülmüştür. Dolayısıyla sosyo-kritik MME’nin bireylerin problem durumunu içselleştirmelerinde ve çözüm için harekete geçmelerinde olumlu bir etkiye sahip olduğu söylenebilir. Bu durum katılımcıların gerçek hayattan alınmış toplumsal sorun odaklı problemlere ilgili yaklaşım gösterdikleri ve bu etkinliğin ortaöğretim ve daha üst seviyelerde uygulanabilir sosyo-kritik MME olduğunu kanıtlar niteliktedir. Öte yandan çalışmada öğretmen adayları ve öğretmenlerin birçoğunun MME tecrübelerinin olması ancak lise öğrencilerinin çoğunun MME tecrübelerinin olmaması araştırmanın sınırlılıkları arasında verilebilir. Bu doğrultuda katılımcıların MME tecrübelerinin incelendiği başka çalışmalar yapılması önerilebilir.

Araştırmanın sonuçları incelendiğinde elde edilen sonuçlar doğrultusunda anadolu lisesi ve fen lisesi öğrencilerinin, öğretmen adayları ve öğretmenlerin modelleme yeterlikleri farklı bağlam içeren birden çok etkinlik uygulanarak detaylı olarak incelenebilir. Bununla birlikte matematiksel modelleme yeterliklerine ilişkin duyuşsal özelliklerin bir bileşen olarak ele alındığı (Çaylan Ergene & Ergene, 2024) farklı eğitim seviyesindeki katılımcıların MME çözüm süreçleri incelenebilir. Bununla birlikte matematiksel modelleme yeterlikleri ile problem kurma ve problem çözüme becerileri (Ergene, 2023; Ergene & Çaylan Ergene, 2023) arasında ilişkiler incelenebilir. Bu çalışmada lise ve daha üst seviyelerde uygulandığı gibi “Hangi İlacı Kullanmalı?” modelleme etkinliği ortaokul öğrencilerine uygulanarak yeterlik düzeyleri ve temsil biçimleri karşılaştırmalı olarak incelenebilir. Tüm gruplarda en çok güçlük yaşanan basamakların yorumlama ve doğrulama olması yalnızca bu yeterlikleri ortaya çıkaracak şekilde düzenlenmiş etkinlikler ile çalışma yapılarak gruplar arasındaki farkların daha net görülmesini sağlayabilir.

Kaynaklar

- Akgün, L., Çiltaş, A., Deniz, D., Çiftçi, Z. & Işık, A. (2013). İlköğretim matematik öğretmenlerinin matematiksel modelleme ile ilgili farkındalıkları. *Adıyaman Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Dergisi*, 12, 1–34. <https://doi.org/10.14520/adyusbd.410>
- Akkuş, O., & Çakıroğlu, E. (2006). Seventh grade students' use of multiple representations in pattern related algebra tasks. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 31(31), 13–24.
- Altun, M. (2009). *Liselerde matematik öğretimi*. Alfa Basım Yayım Dağıtım.
- Baki, A. (2006). *Kuramdan uygulamaya matematik eğitimi*. Derya Kitabevi.
- Barbosa, J. C. (2006). Mathematical modelling in classroom: a socio-critical and discursive perspective. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik (ZDM)*, 38(3), 293–301. <https://doi.org/10.1007/BF02652812>
- Berry, J., & Houston, K. (1995). *Mathematical modelling*. Gulf Professional Publishing.
- Billings, E. M. H., & Klanderma, D. (2000). Graphical representations of speed: Obstacles preservice K-8 teachers experience. *School Science and Mathematics*, 100(8), 440–451. <https://doi.org/10.1111/j.1949-8594.2000.tb17332.x>
- Blomhoj, M. & Hojgaard Jensen, T. (2003). Developing mathematical modelling competence: Conceptual classification and educational planning. *Teaching Mathematics and Its Applications*, 22(3), 123–139. <https://doi.org/10.1093/teamat/22.3.123>
- Blum, W., & Borromeo-Ferri, R. (2009). Mathematical modelling: Can it be taught and learnt? *Journal of Mathematical Modelling and Application*, 1(1), 45–58.
- Borromeo, R. (2006). Theoretical and empirical differentiations of phases in the modelling process. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik (ZDM)*, 38(2), 86–95. <https://doi.org/10.1007/bf02655883>
- Borromeo-Ferri, R., & Blum, W. (2013). *Barriers and motivations of primary teachers for implementing modelling in mathematics lessons*. In *Eighth Congress of European Research in Mathematics Education (CERME 8)*, Antalya, Turkey.
- Bukova Güzel, E. (2021). *Matematik eğitiminde matematiksel modelleme: Araştırmacılar eğitimciler ve öğrenciler için*. Pegem Akademi.

- Cifarelli, V. V. (1998). The development of mental representations as a problem solving activity. *Journal of Mathematical Behavior*, 17 (2), 239–264. [https://doi.org/10.1016/S0364-0213\(99\)80061-5](https://doi.org/10.1016/S0364-0213(99)80061-5)
- Common Core State Standards. (2015). Common core standards initiative. Retrieved from <http://www.corestandards.org/>. Erişim tarihi: 11.05.2024.
- Çakmak-Gürel, Z., & Işık, A. (2018). İlköğretim matematik öğretmen adaylarının matematiksel modellemeye ilişkin yeterliklerinin incelenmesi. *e-Uluslararası Eğitim Araştırmaları Dergisi*, 9(3), 85–103. <https://doi.org/10.19160/ijer.477651>
- Çaylan Ergene, B., & Ergene, Ö. (2024). Mathematical modeling self-efficacy of middle school and high school students. *Participatory Educational Research*, 11(4), 99-114. <https://doi.org/10.17275/per.24.51.11.4>
- Çelik, D., & Sağlam-Arslan, A. (2012). Öğretmen adaylarının çoklu gösterimleri kullanma becerilerinin analizi. *İlköğretim Online*, 11(1), 239–250
- Çoksöyler A., & Bozkurt, G. (2021). Bilişsel perspektif bağlamında matematiksel modelleme süreci: Altıncı sınıf öğrencilerinin deneyimleri. *Buca Eğitim Fakültesi Dergisi*, 52(52), 480–502. <https://doi.org/10.53444/deubefd.930216>
- Deniz, D., & Akgün, L. (2018). İlköğretim matematik öğretmeni adaylarının matematiksel modelleme becerilerinin incelenmesi. *Akdeniz Eğitim Araştırmaları Dergisi*, 12(24), 294–312. <https://doi.org/10.29329/mjer.2018.147.16>
- Deniz, D., & Yıldırım, B. (2018). Fen bilgisi öğretmeni adaylarının matematiksel modelleme becerilerinin incelenmesi. *Anemon Muş Alparslan Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi*, 6(STEMES'18), 87–93. <https://doi.org/10.18506/anemon.463533>
- Didiş-Kabar, M. G., & İnan-Tutkun, M. (2018). Ortaokul matematik öğretmenlerinin matematiksel modelleme problemini uygulama sürecinin incelenmesi: Uygulamayı planlama ve öğretmen müdahaleleri. *International Journal of Educational Studies in Mathematics*, 8(2), 98–123. <https://doi.org/10.17278/ijesim.878364>
- Doerr, H. M., & English, L. D. (2003). A modeling perspective on students' mathematical reasoning about data. *Journal for Research in Mathematics Education*, 34(2), 110–136. <https://doi.org/10.2307/30034902>
- Duval, R. (1993). Registres de représentation sémiotique et fonctionnement cognitif de la pensée. *Annales de Didactiques des Sciences Cognitives*, 5, 37–65.
- Edwards, B. (2008). *Using task-based interviews to discover college physics majors' mathematical thinking and problem-solving skills*. Retrieved from <https://mathed.asu.edu/crume2008/Proceedings/BEwards%20LONG.pdf> on 28/05/2015. Erişim tarihi: 12.05.2024.
- English, L. D. (2009). Promoting interdisciplinarity through mathematical modelling. *Zentralblatt Für Didaktik Der Mathematik (ZDM)*, 41(1–2), 161–181. <https://doi.org/10.1007/s11858-008-0106-z>
- English, L. D., & Watters, J. J. (2004). Mathematical modelling with young children. In M. J. Hoines & A. B Fuglestad (Eds.), *Proceedings of the 28th annual conference of the international group for the psychology of mathematics education* (pp. 335–342). PME.

- Eraslan, A., & Kant, S. (2015). Modeling processes of 4th-year middle-school students and the difficulties encountered. *Educational Sciences: Theory ve Practice*, 15(3), 809–824. <https://doi.org/10.12738/estp.2015.3.2556>
- Erbaş, A. K., Kertil, M., Çetinkaya, B., Çakıroğlu, E., Alacacı, C., & Baş, S. (2014). Mathematical modeling in mathematics education: Basic concepts and approaches. *Educational Sciences: Theory & Practice*, 14(4), 1621–1627.
- Ergene, Ö. (2019). *Matematik öğretmeni adaylarının Riemann toplamlarını kullanarak modelleme yoluyla belirli integrali anlama durumlarının incelenmesi*. (Yayımlanmamış Doktora Tezi). Marmara Üniversitesi.
- Ergene, Ö. (2023). Problem kurma ve çözüme ilişkisi. K. Özgen, T. Kar, S. Çenberci, & Y. Zengin (Ed.). *Matematikte problem çözüme ve problem kurma* (ss. 309 – 326). Pegem Akademi.
- Ergene, Ö. & Çaylan Ergene, B. (2023). Posing problems and solving self-generated problems: the case of convergence and divergence of series. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 55(10), 2573-2600. <https://doi.org/10.1080/0020739X.2023.2170292>
- Eroğlu, D., & Tanışlı, D. (2015). Ortaokul matematik öğretmenlerinin temsil kullanımına ilişkin öğrenci ve öğretim stratejileri bilgileri. *Necatibey Eğitim Fakóltesi Elektronik Fen ve Matematik Eğitimi Dergisi*, 9(1), 275–307. <https://doi.org/10.17522/nefmed.53039>
- Eroğlu, D. (2020). Ortaokul matematik öğretmen adaylarının sözel-sembolik temsil dönüşümlerinin ve süreçte yaptıkları hataların incelenmesi. *Yükseköğretim ve Bilim Dergisi*, 10(3), 438–450.
- Fox, J. (2006). A justification for mathematical modelling experiences in the preparatory classroom. In P. Grootenboer, R. Zevenbergen, & M. Chinnappan (Eds.), *Identities cultures and learning spaces* (pp. 221–228). Mathematics Education Research Group of Australasia.
- Genç, M., & Karataş, İ. (2017). Problem çözüme süreçlerinde öğrencilerin modelleme seviyelerinin belirlenmesi. *Ahi Evran Üniversitesi Kırşehir Eğitim Fakóltesi Dergisi*, 18(3), 608–632.
- Gibbs, A. M. (2019). *Socio-critical mathematics modeling and the role of mathematics in society* (unpublished doctoral dissertation). Florida Institute of Technology.
- Gibbs, A.M., Park, J.Y. Unboxing mathematics: creating a culture of modeling as critic. *Educational Studies in Mathematics*. 110(110), 167–192 (2022). <https://doi.org/10.1007/s10649-021-10119-z>
- Greer, B. (1997). Modelling reality in mathematics classrooms: The case of word problems. *Learning and Instruction*, 7(4), 293–307. [https://doi.org/10.1016/S0959-4752\(97\)00006-6](https://doi.org/10.1016/S0959-4752(97)00006-6)
- Gürmen, S., Mardani, N., & Broutin, M. S. T. (2024). 8. ve 9. Sınıf Matematik Ders Kitaplarının Çoklu Temsiller Bağlamında İncelenmesi. *SSD Journal*, 9(44), 35–55. <https://doi.org/10.5281/zenodo.11212740>
- Hacıömeroğlu, E. S. (2007). *Calculus students' understanding of derivative graphs: Problems of representations in calculus*. (Unpublished Doctoral dissertation). Florida State University.
- Haines, C., & Crouch, R. (2007). Mathematical modeling and applications: Ability and competence frameworks. In W. Blum, P. L. Galbraith, H. Henn, & M. Niss (Eds.), *Modelling and applications in mathematics education: The 14th ICMI study* (pp. 417–424). New York, NY: Springer

- Henn, H. W. (2007). Modelling in school-chances and obstacles. *The Montana Mathematics Enthusiast, Monograph*, 3(3), 125–138.
- Hıdıroğlu, Ç. N., Tekin Dede, A., Kula, S., & Bukova Güzel, E. (2014). Öğrencilerin kuyruklu yıldız problemi'ne ilişkin çözüm yaklaşımlarının matematiksel modelleme süreci çerçevesinde incelenmesi. *Mehmet Akif Ersoy Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 31(31), 1–17.
- Hıdıroğlu, Ç. N., & Özkan-Hıdıroğlu, Y. (2017). Altıncı sınıf öğrencilerinin matematiksel modellemede oluşturdukları gerçek hayat problem durumu modelleri. *İlköğretim Online*, 16(4), 1720–1731. <https://doi.org/10.17051/ilkonline.2017.342986>
- İnan Tutkun, M., & Didiş Kabar, M. G. (2018). Ortaokullarda matematiksel modelleme: 7. sınıf öğrencilerinin “hava durumu” modelleme problemi ile deneyimi. *Adıyaman Üniversitesi Eğitim Bilimleri Dergisi* 8(2). 23–52. <https://doi.org/10.17984/adyuebd.456200>
- İpek, A.S., & Okumuş, S. (2012). İlköğretim matematik öğretmen adaylarının matematiksel problem çözümede kullandıkları temsiller. *Gaziantep Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi*, 11(3), 681–700.
- Janvier, C. (1987). Representation system and mathematics. In C. Janvier (Ed.), *Problems of representations in the learning and teaching of mathematics*, (pp. 19–27). Lawrence Erlbaum Associates.
- Kaiser, G., & Sriraman, B. (2006). A global survey of international perspectives on modelling in mathematics education. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik (ZDM)*, 38(3), 302–310. <https://doi.org/10.1007/BF02652813>
- Kal, F. M. (2013). *Matematiksel modelleme etkinliklerinin ilköğretim 6.sınıf öğrencilerinin matematik problemi çözme tutumlarına etkisi* (Yayımlanmamış yüksek lisans tezi). Kocaeli Üniversitesi.
- Karahan, M. & Ergene, Ö. (2023). Bitkisel ürün sigortası modelleme etkinliği bağlamında matematik öğretmen adaylarının modelleme süreçlerinin incelenmesi. *Sakarya Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 23(1), 1-22. <https://doi.org/10.53629/sakaefd.1271618>
- Kartallıoğlu, S. (2005). *İlköğretim 3. ve 4. Sınıf öğrencilerinin sözel matematik problemlerini modellemesi: Çarpma ve bölme işlemi*. (Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi). Abant İzzet Baysal Üniversitesi.
- Kaya, D., & Keşan, C. (2022). İlköğretim matematik öğretmeni adaylarının matematiksel modelleme süreçleri: Su israfı örneği. *Van Yüzüncü Yıl Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 19(3), 1068-1097. <https://doi.org/10.33711/yyuefd.1177845>
- Lesh, R. (1981). Applied mathematical problem solving. *Educational Studies in Mathematics*. 12(12), 235–264. <https://doi.org/10.1007/BF00305624>
- Lesh, R., & Doerr, H. M. (2003). Foundations of a models and modelling perspective on mathematics teaching, learning and problem solving. In R. Lesh and H. M. Doerr (Eds.), *Beyond constructivism: Models and modelling perspectives on mathematics problem solving, learning and teaching* (pp. 3–33). Lawrence Erlbaum Associates Publishers.
- Lesh, R., & Kelly, A. (2000). Multi-tiered teaching experiments. In A. Kelly & R. Lesh (Ed.), *Handbook of research in mathematics and science Education* (pp. 197–230).

- Lesh, R., Post, T. R., & Behr, M. (1987). Dienes revisited: Multiple embodiments in computer environments. In I. Wirsup, & R. Streit (Eds.), *Development in School Mathematics Education Around The world* (pp. 647–680). Reston.
- Lesh, R., Post, T., & Behr, M. (1987). Representations and translations among representations in mathematics learning and problem solving. In C. Janvier (Ed.), *Problems of Representation in the Teaching and Learning of Mathematics* (pp. 33–40).
- Lingefjärd, T. (2006). Faces of mathematical modeling. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik (ZDM)*, 38(2), 96–112. <https://doi.org/10.1007/BF02655884>
- Maaß, K. (2006) What are modelling competencies? *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik (ZDM)*, 38(2), 113–142. <https://doi.org/10.1007/BF02655885>
- Maaß, K. (2010). Classification scheme for modelling tasks. *Journal für Mathematik Didaktik*, 31(31),285–311. <https://doi.org/10.1007/s13138-010-0010-2>
- Miles, M. B., & Huberman A. M. (1994). *An expanded sourcebook qualitative data analysis*. Sage Publications.
- Montague, M. (2006). *Math problem solving for middle school students with disabilities*. The Access Center: Improving Outcomes for all Students K-8. Retrieved on May 3, 2011, from <http://www.k8accesscenter.org/>
- Montenegro, P., Costa, C., & Lopes, B. (2017). Transformações de representações visuais de múltiplos e divisores de um número. *Comunicações*, 24(1), 55.
- National Council of Teachers of Mathematics. (2014). *Principles to actions: Ensuring mathematical success for all*. Reston, VA.
- National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principles and standards for school mathematics*. NCTM.
- Orey, Daniel C. & Rosa, Milton (2010). Ethnomodeling: A pedagogical action for uncovering ethnomathematical practices. *Journal of Mathematical Modelling and Application*, 1(3), 58-67.
- Özer, A. Ö., & Bukova-Güzel, E. (2020). Bisim matematiksel modelleme etkinliğinin sınıf içi ve sınıf dışı uygulaması. *International Journal of Educational Studies in Mathematics* 7(4), 289–308. <https://doi.org/10.17278/ijesim.837316>
- Özgen, K., & Şeker, İ. (2021). 6. sınıf öğrencilerinin farklı matematiksel modelleme problemlerindeki beceri gelişimlerinin incelenmesi. *Milli Eğitim Dergisi*, 50(230), 329–358. <https://doi.org/10.37669/milliegitim.680760>
- Özgün-Koca, S.A. (1998). Students use of representations in mathematics education. *North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, Raleigh.
- Özturan Sağırılı, M. (2010). *Türev konusunda matematiksel modelleme yönteminin ortaöğretim öğrencilerinin akademik başarıları ve öz-düzenleme becerilerine etkisi* (Yayınlanmamış Doktora Tezi). Atatürk Üniversitesi.
- Şahin, N., & Eraslan, A. (2016). İlkokul öğrencilerinin modelleme süreçleri: Suç problemi. *Eğitim ve Bilim*, 41(183), 47–67. <http://dx.doi.org/10.15390/EB.2016.6011>

- Şengül, S., Mançoğlu Kaplan, E., Atabay, Y., Tutkun, N., & Yıldız, B. (2021). 21. yüzyıl becerileri bağlamında ortaöğretim matematik dersi öğretim programlarının incelenmesi. *Pearson Journal*, 6(16), 113–134. <https://doi.org/10.46872/pj.412>
- Tekin Dede, A., & Bukova Güzel, E. (2013). Examining the mathematics teachers' design process of the model eliciting activity: Obesity problem. *Elementary Education Online*, 12(4), 1100–1119.
- Tekin-Dede, A., & Yılmaz, S. (2013). İlköğretim matematik öğretmeni adaylarının modelleme yeterliliklerinin incelenmesi. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education*, 4(3), 185–206.
- Tekin Dede, A., & Bukova Güzel, E. (2014). Model oluşturma etkinlikleri: Kuramsal yapısı ve bir örneği. *Öndokuz Mayıs Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 33(1), 95–111.
- Umbara, U., Wahyudin, W. & Prabawanto, S. (2021). Exploring ethnomathematics with ethnomodeling methodological approach: How does cigugur indigenous people using calculations to determine good day to build houses. *EURASIA Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 17(2), 1–19. <https://doi.org/10.29333/ejmste/9673>
- Uzun, H., Ergene, Ö., & Masal, E. (2023). İlköğretim beşinci sınıf öğrencilerinin matematiksel modelleme süreçlerinin incelenmesi: Matematik Köyü'ne gidiyoruz etkinliği. *Kocaeli Üniversitesi Eğitim Dergisi*, 6(2), 494–521. <https://doi.org/10.33400/kuje.1316782>
- Verschaffel, L., Greer, B., & Corte, E. D. (2002). Everyday knowledge and mathematical modeling of schoolword problems. In *Symbolizing, modeling and tool use in mathematics education* (pp. 257–276). Springer, Dordrecht.
- Yeşildere, S. (2007). İlköğretim matematik öğretmen adaylarının matematiksel alan dilini kullanma yeterlilikleri. *Boğaziçi Üniversitesi Eğitim Dergisi*, 24(2), 61–70.
- Yeşildere-İmre, S., Akkoç, H., & Baştürk-Şahin, B. N. (2017). Ortaokul öğrencilerinin farklı temsil biçimlerini kullanarak matematiksel genelleme yapma becerileri. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education*, 8(1), 103-129.
- Yıldırım, Z., & Albayrak, M. (2016). Ortaokul öğrencilerinin farklı temsil biçimlerine göre doğrusal ilişki konusunu anlama düzeylerinin incelenmesi. *Adnan Menderes Üniversitesi Eğitim Fakültesi Eğitim Bilimleri Dergisi*, 7(2), 11–26.
- Yin, R. K. (1994). *Case study research methods*. Sage Publications.
- Zbiek, R. M., & Conner, A. (2006). Beyond motivation: Exploring mathematical modeling as a context for deepening students' understandings of curricular mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 63(63), 89–112. <https://doi.org/10.1007/s10649-005-9002-4>

EKLER

Ek 1. Hangi İlaç Kullanmalı Modelleme Etkinliği

Bir ilaç firması, hasta insanlara yardımcı olmak ve onlara tavsiyelerde bulunmak amacıyla bir sistem geliştirmek istiyor. Kullanıcılarının birbirinin muadili olan ilaçlar arasından en uygun olanı seçerken yararlanılacak olan tavsiye (bilgilendirme) sistemini geliştirmek için ilaç firmasının sizin yardımınıza ihtiyaç duymaktadır. Kullanıcıların dikkate alması gereken yan etki-kullanım sıklığı- etki gücü- yaygınlık gibi birçok değişken mevcut. İlaç firması aşağıdaki tabloda birbirinin muadili üç farklı ilaç olan A, B ve C ilaçları hakkında bazı bilgiler topladı.

Yan etkiler aşağıdaki kategorilerde gösterildiği şekilde sınıflandırılmıştır.

Çok Yaygın: 10 hastanın en az birinde görülebilir.

Yaygın: 10 hastanın birinden az fakat 100 hastanın birinden fazla görülebilir.

Yaygın Olmayan: 100 hastanın birinden az fakat 1000 hastanın birinden fazla görülebilir.

Seyrek: 1000 hastanın birinden az görülebilir.

Çok Seyrek: 10000 hastanın birinden az görülebilir.

Bilinmiyor: Eldeki verilerden hareketle tahmin edilemiyor.

İLAÇLAR YAN ETKİLER	A			B			C		
	Yaygınlık	Kullanım Sıklığı	Etki Gücü	Yaygınlık	Kullanım Sıklığı	Etki Gücü	Yaygınlık	Kullanım Sıklığı	Etki Gücü
Kalp Çarpıntısı	Yaygın Olmayan	GÜNDE İKİ KERE	50%	Yaygın	HAFTADA ÜÇ KERE	70%	Seyrek	İKİ GÜNDE BİR	80%
Görmede Bozukluk	Seyrek			Bilinmiyor			Yaygın Olmayan		
Baş Dönmesi	Çok Yaygın			Çok Yaygın			Yaygın		
Alerjik Reaksiyon	Yaygın			Yaygın Olmayan			Seyrek		
Titreme	Çok Seyrek			Seyrek			Çok yaygın		

Sizin göreviniz;

- 1- Bu ilaçlardan hangisinin daha kullanılabilir olduğunu karşılaştırırken sıralama sistemi geliştiriniz. Oluşturmuş olduğunuz sistemin ilaçları değerlendirirken ilaç firmasına gerçekten yardımcı olacağından emin olunuz.
- 2- Kullanıcılara, ilaç firmasına tavsiyelerinizi de içeren bir mektup yazınız. İlaçları ***en kullanılabilir***, ***kullanılabilir***, ***kullanılmamalıdır*** olarak üç gruba ayırınız. Böylece hastalar kullanabilecekleri ve kaçınmaları gereken ilaçları bileceklerdir.
- 3- Mektubunuzda puanlama sisteminizin nasıl çalıştığını ve oluşturduğunuz bu sistemin neden iyi bir sistem olduğunu ilaç firmasına açıklayınız.

Extended Abstract

Introduction

Mathematical modelling allows the representation of real-world events, systems, and processes through mathematical expressions. It is seen as an important tool to support the learning and teaching of mathematics. Since problem situations derived from real life in the mathematical modelling process can include open-ended scenarios, individuals can engage in multi-dimensional thinking by making their own assumptions rather than focusing on a single solution. This allows individuals to make interdisciplinary connections, evaluate alternative solutions, and integrate abstract concepts with practical applications. Mathematical model-eliciting activities are important because they allow individuals to develop analytical thinking skills, to internalize real life problem situations, and to relate their accumulated mathematical knowledge to their social lives and societal issues. Including mathematical model-eliciting activities in mathematics education and teaching through these activities helps to demonstrate the functionality of mathematics in real life and helps individuals to better understand their society, social life, and the problems related to social life (Zbiek & Conner, 2006). Mathematical model-eliciting activities enable individuals to connect real-life mathematics and abstract mathematics (Henn, 2007). Model-eliciting activities are designed according to different classification types, such as context and representation.

The aim of this study is to examine the solutions of Anatolian and science high school students, in-service and pre-service mathematics teachers in a model-eliciting activity with a social problem focus. In this regard, "Which Medicine to Use" activity was designed to investigate how conscious individuals are in their choice of medicines since the use of medicines for common ailments in daily life is increasing, a problem that affects all individuals. The literature review reveals some studies that have examined the modeling skills of high school students, pre-service and in-service teachers, but a key point that distinguishes this study from others is that it was applied across all levels of education, allowing for the comparability of the solution approaches and competencies of the groups. In this context, the study was conducted with high school students, in-service and pre-service mathematics teachers. Diversifying the participant groups is believed to contribute to the literature by showing the applicability of the activity developed for different educational levels and the different perspectives at various educational stages. Accordingly, this study aims to examine the solution processes of participants at different academic levels in a model-eliciting activity with a social problem focus. In line with this aim, the following questions were sought:

- i. What is the relationship between the educational level of the participants and their mathematical modelling competencies in the solution process of the activity "Which Medicine to Use"?
- ii. What types of representations are used in the solution process of the mathematical model-eliciting activity "Which Medicine to Use"?

Method

The research design is a case study, one of the qualitative research methods. In the study, the determination of modelling competencies and the types of representations in the solution processes of the participants of the model-eliciting activity were considered as cases (Yin, 1994). The participants of the study were selected by convenient sampling method, which is one of the non-random sampling methods (Patton, 1987). The participants of the study consisted of 68 students in a science high school, 53 students in an Anatolian high school, 27 first-year students enrolled in the elementary mathematics

teacher education program of a university in the Marmara Region, and 23 mathematics teachers working in different regions. The data for the study were collected using the model-eliciting activity “Which Medicine to Use?” which was designed by the researchers. The model-eliciting activity was designed through a comprehensive process involving research, design, creation, validity and reliability. This activity was designed using the principles outlined by Tekin Dede and Bukova Güzel (2014), which include reality, model construction, self-assessment, documentation of constructs, model generalization and effective prototyping. A model-eliciting activity was designed according to the principle of reality, considering social problems, such as diseases, medicines, and side effects that may be encountered in everyday life. The participants were asked to develop a ranking system to find the most suitable medicine that a pharmaceutical company could recommend to its patients from among different medicines that are equivalent but have different side effects, frequency of use and efficacy. The participants’ solutions to the model-eliciting activity were analyzed using the descriptive analysis method (Yıldırım & Şimşek, 2018) through a rubric based on the modelling competencies that was developed by examining the rubrics used by Berry and Houston (1995), Borromeo Ferri (2006), and Hıdıroğlu et al. (2014) and made suitable for use in the current research. The Mathematical Modelling Process Representation Usage Evaluation Rubric, which was also developed by the researchers, was used.

Findings

More than half of the participants ($n=91$; 53.2%) expressed the problem in their own words, identified the given and required elements, and established appropriate relationships between them, demonstrating Level 4 competence in understanding the problem. The majority of participants ($n=66$; 38.5%) could simplify the problem, distinguish between necessary and unnecessary information, and make assumptions, demonstrating Level 4 competency in simplification. A small proportion ($n=13$; 7.6%) could not simplify the problem, identify necessary and unnecessary information, or make assumptions and were therefore identified as Level 1 in competencies.

Almost half of the participants ($n=77$; 45%) could not create a mathematical model related to the problem, indicating Level 1 competence in mathematization. When analyzed within their own groups, it was found that almost half of the Anatolian high school students ($n=26$; 49%) and more than half of the science high school students ($n=42$; 61.7%) were at Level 1 in mathematization competence. On the other hand, almost all teachers ($n=15$; 91.3%) created realistic models and were found to be at Level 4 in mathematization competence.

A significant number of the participants ($n=106$; 64.9%) were unable to work mathematically, indicating Level 1 competence. High school students and pre-service teachers were also less successful at working mathematically. Participants were often unable to interpret the models they created or made incomplete interpretations, identified as Level 1 ($n=58$; 33.9%) and Level 2 ($n=60$; 35%).

When the solutions of the participants were analyzed according to their level of education, it was found that the group with the lowest success ($n=4$; 5.5%) was Anatolian high school students, while the group with the highest success ($n=12$; 52.1%) was the teachers. The majority of the participants ($n=102$; 59.6%) were not able to perform the validation, and their competence level was determined to be Level 1. It was observed that teachers, who were mostly at Level 4 in all other competencies, could not demonstrate the same success in the validation competency.

More than half of the participants ($n=88$; 51.4%) were at Level 3 in verbal representation competence, while a small number ($n=13$; 7.6%) did not include any verbal explanations in their solutions, placing them at Level 1. The most successful group in using verbal representation was pre-service teachers ($n=23$; 85.1%).

In terms of algebraic representation competence, it was found that Anatolian and science high school students and pre-service teachers were at Level 1. In contrast, in-service teachers, with 69.5%, were at Level 4, making them the most successful group in this competence.

Regarding the use of table representation, the majority of the participants were found to be at Level 1. The lowest level of success in using table representation was observed among science high school students ($n=6$; 8.8%), while the highest level of success was observed among teachers ($n=11$; 47.8%).

Conclusion, Suggestions and Recommendations

In understanding the problem, the first competency of mathematical modelling, 37.7% of Anatolian high school students, 44.1% of science high school students, 59.2% of pre-service teachers, and 91.3% of in-service teachers reached Level 4. It was observed that none of the teachers and pre-service teachers were at Level 1 in this competence. In the second stage of mathematical modelling competence, simplification, it was found that Anatolian and science high school students were unable to simplify the problem with valid justifications and made incomplete assumptions. Anatolian and science high school students' inability to determine the variables in the problem, their incomplete determination and their inability to include the variables in the solution caused them not to construct models or to construct incomplete models in line with incomplete assumptions. In-service teachers and pre-service teachers showed more success in simplification than high school students.

It was found that there was no significant difference in the distribution of levels of mathematization competence among pre-service teachers, but one-third of them created incomplete/erroneous models when working mathematically. Although the majority of science high school students succeeded in understanding and simplifying the problem, they failed to mathematize appropriately for the problem situation, not creating models but rather solving it through mathematical operations. A striking finding of the research is that the mathematical working success levels of each group in the study were lower than their mathematization success levels.

The higher success of teachers compared to pre-service teachers and high school students may be due to their greater mathematical experience and experience with modeling. Similarly, the lack of modeling experience among high school students may be a contributing factor. It was found that a significant proportion of the participants did not demonstrate the desired competence in interpreting mathematical results obtained in different contexts and in generalizing solutions for one situation to different situations. One reason for this finding could be that the participants accepted mathematical results without the need for interpretation and validation.

Looking at the findings obtained in terms of the participants' use of representations, it was found that they used verbal representations more intensively than algebraic, graphical, and tabular representations. There were participants who used verbal representations both in the step of understanding the problem and in the steps of interpretation and validation, as well as those who solved the problem mathematically without using any verbal representation. The group that used verbal representations the most was pre-service teachers.

One of the interesting results of the research was the use of graphical representations. It was found that only the teacher coded O2 and the science high school student coded F16 used graphical representations, while other participants did not use graphs. Therefore, the participants did not use graphical representations much in the process of solving the activity.

When examining the use of tabular representation, it was found that Anatolian high school students were more successful in using tables compared to science high school students and pre-service teachers.

When the findings of the participants' use of representations are examined holistically, it is evident that the use of representations is quite intense at each stage of the solution process of the mathematical model-eliciting activity. It was found that the participants mostly used verbal representations, followed by algebraic, tabular, and graphical representations. It was also observed that the majority of participants used only one type of representation. Participants demonstrated an effort to develop a solution to the "Which Medicine to Use?" model-eliciting activity, reasoning by using one or more types of representations and engaging in problem solving.

This indicates that the participants show a relevant approach to socially focused problems taken from real life and proves that the model-eliciting activity "Which Medicine to Use?" is applicable at secondary and higher levels. Based on the research findings, the modelling competencies of Anatolian and science high school students, pre-service, and in-service teachers can be studied in detail with multiple activities involving different contexts, not just in a single activity context.

As in this study, which included high school and above, the "Which Medicine to Use?" model-eliciting activity can be used with middle school students to examine their levels of competence and use of representations. Besides, it is recommended to provide more opportunities for high school students to engage in model-eliciting activities to increase their experience and improve their competencies. Given that the steps where all groups had the most difficulty were interpretation and validation, activities specifically designed to highlight these competencies can be implemented to clearly see the differences between groups.

Yayın Etiği Beyanı

Bu araştırma, Sakarya Üniversitesi Eğitim Araştırmaları ve Yayın Etik Kurulu tarafından 10.05.2024 tarih ve 360054 sayılı karar ile etik açıdan uygun bulunmuştur. Bu araştırmanın planlanmasından, uygulanmasına, verilerin toplanmasından verilerin analizine kadar olan tüm süreçte “Yükseköğretim Kurumları Bilimsel Araştırma ve Yayın Etiği Yönergesi” kapsamında uyulması belirtilen tüm kurallara uyulmuştur. Yönergenin ikinci bölümü olan “Bilimsel Araştırma ve Yayın Etiğine Aykırı Eylemler” başlığı altında belirtilen eylemlerden hiçbirini gerçekleştirilmemiştir. Bu araştırmanın yazım sürecinde bilimsel, etik ve alıntı kurallarına uyulmuş; toplanan veriler üzerinde herhangi bir tahrifat yapılmamıştır. Bu çalışma herhangi başka bir akademik yayın ortamına değerlendirme için gönderilmemiştir.

Araştırmacıların Katkı Oranı Beyanı

Araştırmanın yazarları araştırmanın tüm süreçlerine eşit derecede katkı sağlamıştır.

Çatışma Beyanı

Makalenin herhangi bir aşamasında maddi veya manevi çıkar sağlanmamıştır. Araştırmanın yazarları olarak herhangi bir çıkar/çatışma beyanımız olmadığını ifade ederiz.