



Equal Sign and Relational Thinking in Elementary Mathematics Textbooks

Nilüfer Yavuzsoy KÖSE* and Dilek TANIŞLI

Anadolu University, Eskişehir, TURKEY

Received : 13.05.2011

Accepted : 05.11.2011

Abstract – This paper intends that the determining of how and to what extend the use of equal sign and relational thinking are supported in the mathematics course books for the primary education and students work books taught from 1st grade to 5th grade in for the primary education. In this study, the document analysis approach, which is one of the method, qualitative research was used for the data collection. This contexts/samples including equal sign in course book were examined and in this procedure, the operations-equal-answer and non-standard context used by McNeil et al (2006) were adapted. After completing of coding for equal sign, the samples supporting the relational thinking were determined and these samples were coded under the principal titles. As a result, it is determined that the equal sign is excessively used in the four series of the primary education 1.-5. grades mathematics course books and student work books as operations-equality-answer and, in these context, the samples emphasizing the relational meaning of equal sign required level.

Key words: Mathematic education, mathematics textbooks, equal sign, relational thinking.

Summary

Introduction

Equality and relational thinking are the fundamental of algebraic learning. The meanings attributed to equal signs and deficiency of relational thinking could prevent the development of algebraic thinking and success in algebra (Stephen, 2004). As a matter of fact, the studies on this issue in mathematics education literature have indicated that the students perceive “equal sign” as an operational sign rather than a relational sign (Behr, Erlwanger &

* Corresponding author: Nilüfer Yavuzsoy KÖSE, Assistant professor in Elementary Mathematics Education, Faculty of Education, Anadolu University, Yunusemre Campus, Eskişehir, TURKEY.
E-mail: nyavuzsoy@anadolu.edu.tr

Nichols, 1975; Yaman, Toluk & Olkun, 2003; Carpenter, Levi, Franke & Zeringue, 2005) and this influences their algebraic learning a lot (Kieran, 1981; Knuth, Alibali, McNeil, Weinberg & Stephens, 2005; Knuth, Stephens, McNeil & Alibali, 2006). The textbooks are of great significance to help students make sense of equal sign and interpreted it as well as improve their relational thinking. The course books are the primary sources for both students and teachers. In that sense, we defend the premise that the course books and student workbooks used in teaching-learning process should help students to comprehend the equal signs and develop their relational thinking strategies. Since mathematics teaching curriculum was renewed with a constructive approach in Turkey in 2005-2006 academic year, mathematics textbooks were rewritten. Considering the fact that mathematics textbooks are often used as the main source at mathematics teaching and the relational thinking and the concept of equality are crucial for algebra teaching/learning, it is important to determine how the equal sign is used in these books, also to examine how and to what extent the relational thinking is supported in these books.

Methodology

The aim of the study is to determine that how and to what extent the use of equal sign and relational thinking are supported in mathematics course books for the primary education and student workbooks taught from 1st grade to 5th grade in Turkey (four textbooks series). Document analysis techniques out of qualitative research methods were used for the data collection; the contexts/samples including the equal signs were examined and in this procedure, operations-equal-answer and non-standard context coding, used by McNeil et al (2006) were adapted. While coding, two field experts studied independently and the context involving the equal signs at each page of 32 books were analyzed. After the coding on the equal signs was completed, the samples supporting the relational thinking were determined and these samples were coded under two main titles. After the coding procedure was over, the inter-coder reliability study on the contexts involving the equal signs and relational thinking was conducted (Miles & Huberman, 1994).

Results and Conclusions

Presentation of the context/samples including the equal signs in the books

The contexts including the equal signs in the analyzed four textbooks series were mostly used as operation-equality-answer like in two studies in literature (McNeil et al., 2006; Li et al., 2008). For the contexts with this manner, standard number sentences is given more intensively than true/false and open number sentences. As stated in literature, the intensity of

standard number sentences encourages students to make students comprehend the equal sign as an operational sign rather than a relational sign (McNeil et al., 2006). Thus, it causes the impression that the contexts in the series of course books and student workbooks are not prepared to help students for gaining of the relational meaning of the equal sign. On the other hand, there a considerable amount of true/false and open number sentences in the analyzed four series at each class level. Many researchers have stated that these number sentences, which present the explicit discussion opportunities regarding the relations between the numbers and sentences, support the meaning of equal sign and development of relational thinking more than the standard number sentences (Carpenter, Franke & Levi, 2003; Koehler, 2004; Molina & Ambrose, 2006). Considering this, it is important to involve the true/false and open number sentences at least as many as the standard number sentences or more.

In the books, the non-standard contexts are used as well as the contexts given as operations-equality-answer (McNeil et al., 2006; Li et al, 2008). On the other hand, within the non-standard contexts, the analyzed books rarely involve the operations on both sides and fill-in missing numbers, which are considered to support the relational thinking as stated by Carpenter, Franke and Levi (2003). When these non-standard contexts are examined, it is noticed that the operations without the equal signs are used especially in the books of one publishing company. Li et al (2008) stated that this type of contexts is mostly used in the course books in the USA and argued that this is the reason of the American students' misconceptions in relational understanding of the equal sign.

The contexts/samples supporting the relational thinking in the books

Introduction to the Relational Thinking

Arithmetical operation and the properties of operations lay on the basis of the relational thinking. Considering this, the analysis, properties of operation and the relations between the operations at the each class of the analyzed series are explained with the examples according to the outcomes of the teaching programs. Unfortunately, these examples are most appropriate to explain the properties of operations. It is certain that although the presented examples are considered as a step to develop the relational thinking strategies, it can be stated that these contexts remain limited to support the relational thinking on the basis of literature (Koehler, 2004).

The Relational Thinking

It can be claimed that the analyzed book series slightly support the relational thinking as in McNeil et al's (2006) study. The contexts supporting the relational thinking in the textbooks mostly depend on breaking the numbers and using more than one strategies while breaking. Thus, these contexts can contribute to students to acquire the relational thinking. On the other hand, at 4th and 5th grades, in the context where the associative for addition is used to add the successive natural numbers, the relational thinking strategies are mostly used. Another context that draws attention for the acquisition of the relational thinking is the examples in which the distributive property is used at the multiplication and division (breaking the operation of 27×14 as 4×7 , 4×20 , 10×7 , 10×20). However, these examples not having any association, in other words, not providing the equality as $27 \times 14 = 4 \times 7 + 4 \times 20 + 10 \times 7 + 10 \times 20$ can be regarded as a limitation on enabling students' thinking as relationally. The limitation encountered in the textbooks can be resulted from lack of distributive property at the outcomes of mathematics education program. Although it is not included in the outcomes of the program, evoking the distributive property to the students is important for the relational thinking.

Out of the textbook series examined in the study, the interesting examples in which different strategies in the context of relational thinking (e.g. $5400:60 = (5400:10):6$) are used at the books of two publishing company. On the other hand, some contexts, which are accepted as the starting point of relational thinking in literature (such as; $a+b-b=a$, $a+b-(b \pm 1) = a \pm 1$, $4+4+4+4+4+4=6 \times 4 = 5 \times 4 + 4$), are not unfortunately encountered.

Consequently, to have weak contexts emphasizing the relational meaning of the equal sign in the four series of primary education 1.-5. grade mathematics course books and student workbooks is a limitation to enable the development of students' algebraic thinking. Within the context of the findings, it can be suggested to involve the contexts emphasizing the relational meaning of equal sign in the course books. On the other hand, qualitative and quantitative studies can be designed in order to reveal the primary education students' relational thinking strategies and how they support these strategies.

İlköğretim Matematik Ders Kitaplarında Eşit İşareti ve İlişkisel Düşünme

Nilüfer Yavuzsoy KÖSE[†] & Dilek TANIŞLI

Anadolu Üniversitesi, Eskişehir, TÜRKİYE

Makale Gönderme Tarihi: 13.05.2011

Makale Kabul Tarihi: 05.11.2011

Özet – Bu araştırma ile, Türkiye’de 1. sınıftan 5. sınıfa kadar okutulan dört seri ilköğretim matematik ders ve öğrenci çalışma kitaplarının eşit işaretinin kullanımını ve ilişkisel düşünmeyi nasıl ve ne derece desteklediğini belirlemek amaçlanmıştır. Araştırmada verilerin toplanmasında nitel araştırma yöntemlerinden doküman incelemesi yaklaşımı kullanılmıştır. Verilerin analizinde ders kitabındaki eşit işaretinin bulunduğu içerikler/örnekler incelenmiş ve bu incelemelerde McNeil ve arkadaşlarının (2006) kullandıkları işlemler-eşitlik-yanıt ve standart olmayan içerik kodlaması esas alınmıştır. Eşit işareti ile ilgili kodlamalar tamamlandıktan sonra her bir ders kitabında ilişkisel düşünmeyi destekleyecek örnekler belirlenmiş, belirlenen bu örnekler ana başlıklar altında kodlanmıştır. Araştırma sonucunda incelenen dört seri ilköğretim 1-5 matematik ders ve öğrenci çalışma kitaplarında eşit işaretinin ağırlıkla işlemler-eşitlik-yanıt biçiminde kullanıldığı ve bu içeriklerde eşit işaretinin ilişkisel anlamını vurgulayıcı örneklerin istenilen düzeyde olmadığı belirlenmiştir.

Anahtar kelimeler: Matematik eğitimi, matematik ders kitapları, eşit işareti, ilişkisel düşünme.

Giriş

Cebir ve cebirsel düşünmenin doğal bir uzantısı aritmetiksel düşünmedir. Aritmetikteki sayı ve işlem özellikleri bilgisi ve sembollere yüklenen anlamlar cebir öğrenmenin temelidir (Kieran, 1981, Knuth, Alibali, McNeil, Weinmberg & Stephens, 2005; Knuth, Stephens, McNeil & Alibali, 2006). Şüphesiz aritmetikteki bilgi eksikliği ve kavram yanılgıları cebirsel düşünme gelişimini ve cebirdeki başarıyı engeller (Kieran, 2007; Stephens, 2004). Nitekim Stephens (2004) cebirde öğrencilerin yaşadıkları zorluklarının temel nedenlerinden ikisinin öğrencilerin eşit işarete yükledikleri anlamdan ve ilişkisel düşünebilme eksikliğinden kaynaklanabildiğine dikkati çeker. Matematik eğitimi alanyazınında özellikle ilköğretim ve

[†] İletişim: Nilüfer Yavuzsoy KÖSE, Yard. Doç. Dr., İlköğretim Matematik Eğitimi ABD, Eğitim Fakültesi, Anadolu Üniversitesi, Yunusemre Kampüsü, Eskişehir, TÜRKİYE.
E-mail: nyavuzsoy@anadolu.edu.tr

Not: Bu makalenin bir kısmı ‘34th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education (PME34)’da sözlü bildiri olarak sunulmuştur.

ortaöğretim öğrencileri üzerinde eşitlik kavramı, eşit işaretinin anlamı, cebir ve aritmetik arasındaki ilişki üzerine gerçekleştirilmiş çalışmalara rastlanmaktadır. Bu çalışmalar öğrencilerin “eşit işaretini” ilişkisel bir sembolen ziyade işlemsel bir sembol olarak gördüklerini göstermektedir (Behr, Erlwanger & Nichols, 1975; Yaman, Toluk & Olkun, 2003; Carpenter, Levi, Franke & Zeringue, 2005). Örneğin, Falkner, Levi ve Carpenter (1999) ilköğretim öğrencileri üzerinde gerçekleştirdikleri araştırmalarında, $8+4= _+5$ eşitliğinde kutu yerine gelecek sayı için öğrencilerden bazıları 12, bazıları 17, bazıları ise hem 12 hem 17 yanıtlarını vermişlerdir. Araştırmada çok az sayıda öğrenci eşit işaretinin bir ilişkiyi temsil ettiğini anlamış ve eşit işaretinin her iki tarafının da aynı sayıyı temsil etmesi gerektiğini ifade etmiştir. Eşit işaretinin bir ilişkiyi temsil ettiğinin anlaşılması ve eşit işaretinin uygun biçimde kullanılması matematiksel ilişkiler ile ilgili düşünmenin öğrenilmesinde önemli bir ölçüttür (Carpenter ve diğer., 2005). Araştırmalar öğrencilerin, genel olarak eşit işaretini “işaretin önündeki hesaplamının gerçekleştirilmesi ve işareten sonra gelen sayının hesaplamının sonucu olması” biçiminde anlamlandırdıklarını ortaya koymuştur (Kieran, 1981). Bu durum McNeil ve Alibali'nin (2005) çalışmalarında 3., 4. ve 5. sınıf öğrencilerinin eşit işaretini işlemsel bir sembol olarak gördükleri ve bu işareti “toplam” ya da “yanıt” olarak tanımlamaları ile daha net görülmektedir. Eşit işaretinin bir ilişkiyi temsil ettiğini anlamayan, eşit işaretini toplam ya da yanıt olarak yorumlayan öğrencilerin ileri cebir konularında çeşitli güçlüklerle ve kavram yanlışlarına sahip olmaları da şaşırtıcı değildir. Örneğin Kieran (2007, s.2) eşit işaretini sol tarafın hesaplanması ve bu hesaplamının sonucunu eşit işaretinden hemen sonra yazma olarak yorumlayan öğrencilerin, $2x+3=7$ biçimindeki cebirsel denklemleri doğru yorumlayabilirken, $2x+3=x+4$ biçimindeki denklemleri doğru yorumlayamadıklarını belirtmektedir. 6.-8. sınıf öğrencileri üzerinde gerçekleştirilen bazı araştırmalarda da benzer bulgular dikkati çekmektedir. Bu araştırmalarda öğrencilerin eşit işaretini ilişkisel bir sembol olarak görememelerinin onların cebir öğrenmelerini yakından etkilediği vurgulanmaktadır (Kieran, 1981; Knuth, Alibali, McNeil, Weinberg & Stephens, 2005; Knuth, Stephens, McNeil & Alibali, 2006). Kieran (1981) öğrencilerin cebirsel stratejileri kullansınlar ya da kullanmasınlar eşit işaretini anlamlandırmaları ile cebirsel denklemleri çözmeleri arasında güçlü bir ilişkinin olduğunu ifade etmektedir. Bu nedenle eşit işaretinin anlamlandırılması ve yorumlanmasında bu sembolün sonuçtan ziyade bir ilişkiyi temsil ettiğinin vurgulanması cebir öğrenme açısından son derece önemlidir.

Öğrencilerinin eşit işaretini anlamlandırmaları ve yorumlamalarında ayrıca ilişkisel düşünebilmelerinde sınıf içi tartışmaları yönlendiren öğretmenlerin önemli bir rolü vardır

(Falkner ve diğer., 1999). Öğretmenlerin öğretme-öğrenme sürecinde en büyük destekçileri ise ders kitaplarıdır. Ders kitapları hem öğretmenlerin hem de öğrencilerin yararlandığı birincil kaynaklardır. Biz de bu çalışmada öğretme-öğrenme sürecinde kullanılan ders ve öğrenci çalışma kitaplarının öğrencilerin eşit işaretini anlamalarına ve ilişkisel düşünme becerilerin gelişimine yardımcı olması gerektiğini savunuyoruz. Alanyazın incelendiğinde ilköğretim matematik ders kitaplarında eşit işaretinin nasıl kullanıldığının araştırıldığı çalışmalar da bulunmaktadır (Örneğin, McNeil, Grandau, Knuth, Alibali, Stephens, Hattikudur & Krill, 2006; Li, Ding, Capraro & Capraro, 2008). McNeil ve diğerlerinin (2006) gerçekleştirdikleri çalışmada ders kitaplarında eşit işaretinin sıklıkla standart işlemler-eşitlik-yanıt biçiminde (örn. $3+4=7$), nadiren standart olmayan her iki taraflı işlemler biçiminde (örn. $3+4=5+2$) sunulduğu, ayrıca standart olmayan diğer biçimlere de (örn. $7=7$) yer verildiği belirlenmiştir. Araştırmada eşit işaretinin anlaşılmasında standart olmayan her iki taraflı işlemlerin daha etkili olduğu önemle vurgulanmıştır. Ayrıca kitaplarda eşit işaretinin nadiren ilişkisel bir yorum ortaya çıkaracak biçimde sunulduğu sonucuna da ulaşılmıştır. Bir diğer çalışmada, Amerika ve Çin’de öğrenim gören 6. sınıf öğrencilerinin eşit işaretini yorumlamaları incelenmiş, ayrıca Çin’de okutulan öğrenci ders ve öğretmen kılavuz kitapları ile öğretmen eğitimi materyalleri ve Amerika’daki öğretmen eğitimi materyalleri karşılaştırmalı olarak analiz edilmiştir. Araştırma sonucunda Amerika’da okutulan öğretmen eğitimi kitaplarının eşit işaretini nadiren eşitlik olarak yorumladığı, Çin’de okutulan ders kitaplarında ise eşit işaretinin denge, aynılık ya da eşitlik olarak yorumlanarak eşit işaretinin bulunduğu içeriklerin ağırlıklı olarak “işlemler-eşitlik-yanıt” (%36.6) ve standart olmayan biçimlerden “eşitliğin olmadığı durumlar” (%33.1) biçiminde sunulduğu belirlenmiştir (Li ve diğer., 2008). Seo ve Ginsburg’un (2003; aktaran; Li ve diğer., 2008) gerçekleştirdikleri çalışmada ise, ilköğretim ders ve öğrenci çalışma kitaplarında eşit işaretinin nasıl sunulduğunu incelenmiştir. Araştırma sonunda eşit işaretinin kitaplarda işlemsel olarak ele alındığı, bu nedenle de eşit işaretinin nadiren, artı ya da eksi işaretleri olmadan ortaya çıktığı belirlenmiştir. Kitaplarda pek çok sayı cümlesinin de $a+b=c$ ya da $a-b=c$ gibi standart biçimde sunulduğu saptanmıştır. Araştırmada ayrıca Amerika’da okutulan ders kitaplarının öğrencilerin eşit işaretini ilişkisel olarak anlamalarını desteklemediği, buna karşın öğrencilerin eşit işaretini işlem olarak görmelerini sağladığı da vurgulanmıştır.

Türkiye’de 2005-2006 öğretim yılında matematik dersi öğretim programı yapılandırıcı bir yaklaşımla yenilenmiştir. Buna paralel olarak da matematik ders kitapları yeniden yazılmıştır. Matematik öğretiminde sıklıkla temel kaynak olarak matematik ders

kitaplarının kullanıldığı yanı sıra cebir öğrenme ve öğretme sürecinde eşitlik kavramı ve ilişkisel düşünmenin önemli bir rolü olduğu da göz önüne alındığında bu kitaplarda eşit işaretinin nasıl kullanıldığının yanı sıra ilişkisel düşünmeyi nasıl ve ne derecede desteklediğinin belirlenmesi de önemlidir. Bu bağlamda, bu araştırmanın amacı Türkiye'deki birinci sınıftan beşinci sınıfa kadar olan ilköğretim matematik ders kitaplarının ve öğrenci çalışma kitaplarının eşit işaretinin kullanımını ve ilişkisel düşünmeyi ne derece desteklediğini belirlemektir.

Kuramsal Çatı

İlişkisel Düşünme ve Eşitlik

Bir hedef yapı bağlamında bir problemi analiz etmek ve ardından bu hedefe doğru ilerlemeyi kolaylaştırmak için aritmetiksel işlemlerin ve eşitliğin temel özelliklerinin kullanılmasına ilişkisel düşünme denir (Carpenter, Franke, Levi, & Zeringue, 2005). İlişkisel düşünme cebirsel ifadeleri ve denklemleri adım adım yürütülen bir süreç olarak değil bir bütün olarak incelemeyi gerektirir. Ayrıca önceden tanımlanmış bir dizi işlemi izleyerek yanıtı hesaplamak yerine matematiksel ifadeleri dönüştürebilmek için sayıların temel özelliklerini ve işlemleri kullanmayı içerir. Örneğin, $8+4= _+5$ açık sayı cümlesinde öğrenciler 8 ile 4'ü topladıktan sonra, 12'ye ulaşmak için 5'e hangi sayıyı eklemeleri gerektiğini düşünerek doğru yanıtı bulabilirler. Sonuç doğru olmasına karşın bu durum problemdeki yanıtın bulunması için belirtilen hesaplamalara güvenildiği göstermektedir. Diğer taraftan verilen eşitliği bir bütün olarak görebilen bir öğrencinin 4 ile 5 arasındaki 1 farkı dikkate alarak kutu yerine gelecek sayının 8 den 1 eksik olduğunu görebilmesi ise ilişkisel düşünebildiğini gösterir. Öğrenci bu ilişkilendirme doğrultusunda toplamın birleşme özelliğini kullanarak problemi $8+4=(7+1)+4=7+(1+4)$ biçiminde çözebilir (Carpenter ve diğer., 2005, s.54). Bu çözümlerde temel özelliklerin kullanımı açık olabildiği gibi öğrencilerin muhakeme mantığı içine dahil de olabilir (Empson, Levi & Carpenter, 2010). Buna ilişkin olarak iki kesrin toplamından örnek verecek olursak, $\frac{1}{2} + \frac{3}{4}$ toplamını bulmak için bir öğrenci önce $\frac{3}{4}$ kesrini $\frac{1}{2} + \frac{1}{4}$ toplamına eşit olarak düşünebilir ve $\frac{1}{2}$ lerin toplamını 1 e, daha sonra 1 ile kalan $\frac{1}{4}$ toplamının da $1\frac{1}{4}$ e eşit olduğunu muhakeme edebilir. Bu örneğe ilişkin öğrencilerin düşüncelerindeki gizli olarak kullanılan mantık toplamının birleşme özelliğidir. Bu durum aşağıda verilen eşitlikle açık olarak gösterilebilir:

$$\frac{1}{2} + \frac{3}{4} = \frac{1}{2} + \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4}\right) = \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\right) + \frac{1}{4} = 1 + \frac{1}{4} = 1\frac{1}{4}$$

Koehler (2004, s.4-5), ilişkisel düşünmeyi hesaplamının değiştirilmesi için sayısal işlemleri yeniden yapılandırma ve temel aritmetik özellikleri kullanarak sayı cümlesini dönüştürme olmak üzere iki ana başlıkta açıklamaktadır. Örneğin $85+69+15$ işlemi ile karşılaşan bir öğrenci soldan sağa doğru toplama işlemini yaparken, ilişkisel düşünen bir diğer öğrenci toplamanın birleşme özelliğini kullanarak işlemi $85+15+69$ biçiminde değiştirerek sonuca ulaşabilir. $9+8$ ile karşılaşıldığında ise öğrenci hesaplamayı kolaylaştırmak için sayı cümlesini $10+8-1$ biçimine dönüştürerek sonuca ulaşabilir (Koehler, 2004). Dolayısıyla ilişkisel düşünmeyi kullanan öğrenciler tüm hesaplamaları yapmak yerine verilen işlemlerdeki ya da eşitliklerdeki sayılar arasındaki ilişkilere odaklanırlar ve aritmetik işlemlerin birleşme, değişme, dağılma gibi temel özelliklerini kullanabilirler. Bu temel özelliklerin kullanılması ise halihazırda ilişkisel düşünmeyi güçlü kılan bir durumdur. Bu durum şu örnek ile daha net açıklanabilir. $7a+4a$ gibi iki cebirsel ifadenin toplamı olan $11a$ ifadesi, $7a+4a=(7+4)a=11a$ şeklinde çarpmanın toplama üzerine dağılma özelliğinin uygulanmasıyla basitleşir. Aynı özellik $\frac{7}{5} + \frac{4}{5} = \frac{11}{5}$ işleminin doğrulanmasında da $\frac{7}{5} + \frac{4}{5} = 7 \times \frac{1}{5} + 4 \times \frac{1}{5} = (7+4) \times \frac{1}{5} = 11 \times \frac{1}{5} = \frac{11}{5}$ kullanılabilir. Ne yazık ki kesirlerde toplama işlemi öğrencilere çoğu zaman “öncelikle ortak paydanın bulunması sonra iki payın toplanması” şeklinde işlem özellikleri ezberletilerek öğretilir. Bu süreci pek çok öğrenci bir seri adımı uygulamak olarak hatırlar. Bu durum öğrencilere açıklanırken aslında uygulanan işlemin dağılma özelliği olduğu vurgulanmaz. Bu yüzden pek çok öğrenci daha sonra karşılaşacakları $7a+4a$ cebirsel ifadesinin neden $11a$ ya eşit, $7a+4b$ cebirsel ifadesinin neden $11ab$ ye eşit olmadığını savunmaya hazır olamazlar (Empson, Levi & Carpenter, 2010).

İlişkisel düşünmede eşitlik kavramı ve eşit işaretinin farklı kullanımları önemli bir rol oynar. Stephens (2006a) eşitlik kavramının, ilişkisel düşünmeye izin verdiğini ancak tam olarak tanımlamadığını belirtir. Ona göre ilişkisel düşünmenin tanımlanması için doğru-yanlış ve açık sayı cümlelerinin kullanımı daha belirleyicidir. Örneğin Koehler (2004) 2. ve 3. sınıf öğrencileri üzerinde gerçekleştirdiği çalışmada, bir dizi doğru-yanlış ve açık sayı cümlelerine dayalı öğretim sürecinin, öğrencilerin sayılar arasındaki ilişkilere dikkat etmelerini sağladığını ve ilişkisel düşünmeyi desteklediğini ortaya koymuştur. İlköğretim üçüncü sınıf öğrencilerinin eşit işaretinin anlamını çeşitli doğru-yanlış sayı cümleleri ile ilgili sınıf tartışmaları sırasında inceleyen bir çalışmada da (Molina&Ambrose, 2006) öğrencilerin

bu tartışmalar sürecince ilişkisel düşünmelerini geliştirip geliştirmedikleri incelenmiştir. Tartışmalar sürecince öğrencilerin bazılarının ilişkisel düşünmeye başladıkları gözlenmiştir. Örneğin öğrencilerin $34=34+12$ şeklinde verilen sayı cümlesinin yanlış olduğu ve “ $34+12$, 34 'den büyüktür” şeklinde ifade ettikleri, $51+51=50+52$ sayı cümlesinin doğru olduğu ve “eğer her iki 51 'den birer alırsak, $50+52$ elde ederiz” dedikleri belirlenmiştir. Araştırmanın bulgularında bazı sayı cümlelerinde öğrencilerin eşit işaretinin anlamını anlamalarına karşın, ilişkisel düşünmedikleri de görülmüştür (Molina&Ambrose, 2006). Dolayısıyla doğru/yanlış ve açık sayı cümlelerinin öğretim sürecinde kullanılmasının öğrencilerin ilişkisel düşünmelerini geliştirici ve zenginleştirici birer etmen ve dolayısıyla cebirsel düşünme için de önemli bir başlangıç noktası olduğu söylenebilir.

Yöntem

Araştırmada verilerin toplanmasında nitel araştırma yöntemlerinden doküman incelemesi yaklaşımı kullanılmıştır. Nitel araştırmalarda tek başına bir veri toplama yöntemi olarak da kullanılabilen doküman incelemesi, araştırılması hedeflenen olgu veya olgular hakkında bilgi içeren yazılı materyallerin analizini kapsar (Yıldırım & Şimşek, 2005).

Tablo 1. İncelenen Matematik Ders Kitapları Dizilerinin Sayfa Sayıları

Serinin Adı	Sınıf	Sayfa Sayısı (Ders Kitabı+Öğrenci Çalışma Kitabı)
Milli Eğitim Bakanlığı Yayınları	1. Sınıf	177+112
	2. Sınıf	190+129
	3. Sınıf	207+150
	4. Sınıf	199+141
	5. Sınıf	224+168
Öğün Yayınları	1. Sınıf	183+120
	2. Sınıf	194+132
	5. Sınıf	228+159
Koza Yayın Dağıtım	1. Sınıf	140+112
	2. Sınıf	184+115
	3. Sınıf	160+125
	4. Sınıf	208+127
	5. Sınıf	208+119
Mutlu Yayıncılık	1. Sınıf	165+104
	2. Sınıf	182+120
	3. Sınıf	171+131

Bu araştırmada ilköğretim matematik ders ve öğrenci çalışma kitaplarının eşit işaretinin kullanımını ve ilişkisel düşünmeyi nasıl ve ne derece desteklediğinin belirlenmesi amacıyla kullanılan doküman incelemesi, araştırmacıların buldukları ilde 2009-2010 öğretim yılında okutulan dört seri ilköğretim (1.-5. sınıflar) matematik ders ve öğrenci çalışma kitabı üzerinde gerçekleştirilmiştir. Bu dört serinin biri Milli Eğitim Bakanlığına ait olup, diğer üç seri ise Milli Eğitim Bakanlığı Talim Terbiye Kurulu Başkanlığı tarafından kabul edilmiş özel yayınevlerinin kitaplarıdır. Bu kitaplar araştırmanın yürütüldüğü il merkezindeki Milli Eğitim Müdürlüğü'nden temin edilmiştir. Bu kitap serilerinden Milli Eğitim yayınları dışında özel yayınevlerinin 6.-8. sınıflara ait yayınları bulunmadığı için incelemeler 1.-5. sınıflara ilişkin ders ve öğrenci kitapları ile sınırlı kalmıştır. İncelenen serilerdeki matematik ders ve öğrenci çalışma kitaplarına ilişkin bilgiler Tablo 1'de verilmiştir. Ders kitabı serilerinin ait olduğu yayınevleri bulgular bölümünde A, B, C, D olarak kodlanarak sunulacaktır.

Veri analizi

İlköğretim 1., 2., 3., 4., 5. sınıflarda okutulmakta olan dört seri matematik ders ve öğrenci çalışma kitaplarının eşit işaretinin kullanımını ve ilişkisel düşünmeyi nasıl ve ne derece desteklediğinin ortaya koyulması amacıyla öncelikle her bir ders kitabındaki eşit işaretinin bulunduğu içerikler/örnekler incelenmiştir. Bu incelemede McNeil ve arkadaşlarının (2006) kullandıkları işlemler-eşitlik-yanıt içeriği ($3+4=7$) ve standart olmayan içerik ($3=2+1$, $1=1$, $1m=100$ cm, vs) kodlaması esas alınmış, işlemler-eşitlik-yanıt içeriği ise standart biçim ($a+b=?$, $axb=?$, vs.), doğru/yanlış sayı cümlesi ($a+b=c$) ve açık sayı cümlesi ($a+?=c$, $+=b=c$) şeklinde alanyazında tanımlanan üç alt kategoride toplanmıştır. Standart olmayan içerik de her iki taraflı işlem ($a+b=c+d$), sağ taraflı işlem ($c=a+b$), işlemlerin olmadığı eşitlikler ($1m=100$ cm, $a=3$, vs), eşitliğin olmadığı durumlar ($<$, $>$ uygun olanı yerleştirin), eşitliğin yerine çizgi ve okları kullanma, eşitliğin verilmediği işlemler ($8+3$ ün sonucunu bulunuz.) ve en az iki bilinmeyenli eşitlikler ($+=10$) olmak üzere alanyazında tanımlanan 7 alt kategoride toplanmıştır (McNeil ve diğer., 2006; Li ve diğer., 2008). Kodlamada iki ayrı alan uzmanı birbirinden bağımsız olarak çalışmış, toplam 32 kitabın her sayfasındaki eşit işareti içeren içerik incelenerek kodlanmıştır. Eşit işareti ile ilgili kodlamalar tamamlandıktan sonra her bir ders kitabında ilişkisel düşünmeyi destekleyecek örnekler belirlenmiş, belirlenen bu örnekler iki ana başlık altında kodlanmıştır. Kodlamalar tamamlandıktan sonra hem eşit işareti ile ilgili içeriklere hem de ilişkisel düşünmeyi destekleyen içeriklere ilişkin kodlayıcılar arası güvenilirlik çalışması yapılmıştır (Miles & Huberman, 1994). Bulgular

bölümünde kodlanan bu veriler, her bir kitaptaki eşit işareti içeren içerik/örnek sayısına göre yüzde ve frekans olarak tablo ile sunulmuştur. Ayrıca bulgulara ilişkisel düşünmeyi destekleyici içeriklerin fotoğraflarından da alıntılara yer verilmiştir.

Bulgular ve Yorumlar

Araştırmada elde edilen bulgular, kitaplardaki eşit işareti içeren içeriklerin/örneklerin sunumu ve ilişkisel düşünmeyi destekleyen içerikler/örnekler olmak üzere iki ana başlıkta sunulmuştur.

Kitaplardaki eşit işareti içeren içerik/örneklerin sunumu

İlişkisel düşünmenin temelinde eşitlik kavramı ve bu kavramın anahtarı olan eşit işaretinin anlaşılması yer alır. Eşit işaretinin bir sembolden öte bir ilişkiyi temsil ettiğinin anlaşılmasında ise öğrencilerin eşit işaretini içeren farklı içeriklerle ve örneklerle karşılaşmaları önemlidir. Bu doğrultuda incelenen ders kitapları serilerinde eşit işaretinin bulunduğu içerikler/örnekler Tablo 2’de işlemler-eşitlik-yanıt ve standart olmayan biçim olmak üzere iki ana başlık altında ayrıntılı olarak verilmiştir. Bu başlıklar altında ele alınan alt kategorilere ait yüzdeler, her bir yayınevinin her bir sınıfındaki kitaplarda toplam eşit işareti içeren içerik ve örnek sayısı temel alınarak hesaplanmıştır.

Tablo 2 incelendiğinde A, B, C yayınevlerine ait incelenen tüm serilerde eşit işaretinin bulunduğu içeriklerin standart olmayan biçime oranla büyük bir farkla işlemler-eşitlik-yanıt biçiminde, D yayınlarının 2. sınıf serisi hariç 1., 3., 4. ve 5. sınıf serilerinde ise içeriklerin büyük bir oranla standart olmayan biçimde sunulduğu belirlenmiştir.

Ders kitapları serilerinde eşit işaretinin sunumunda sıklıkla kullanılan işlemler-eşitlik-yanıt biçimi kendi içerisinde standart sayı cümlesi (örn. $3+4=?$, $10-4=_$, $6+2=_$), doğru/yanlış sayı cümlesi (örn. $3+4=7$, $5-2=2$) ve açık sayı cümlesi (örn. $3+_ =7$, $_ -4=6$) olmak üzere üç alt kategoride incelenmiştir. İşlemler-eşitlik-yanıt biçiminin üç alt kategoride ele alınmasının başlıca nedeni, eşit işaretinin anlaşılması ve ilişkisel düşünme ile ilgili araştırmalarda doğru/yanlış ve açık sayı cümlelerinin standart sayı cümlelerine oranla ilişkisel düşünmeyi daha fazla desteklemesidir (Carpenter, Franke & Levi, 2003). Bu doğrultuda incelendiğinde B yayınlarının 1. ve 3. sınıfında doğru/yanlış ve açık sayı cümleleri ile standart sayı cümlelerine ait yüzdelerin hemen hemen birbirine yakın, 4. sınıfta doğru/yanlış ve açık sayı cümlelerinin, 2. ve 5. sınıfta ise standart sayı cümlelerinin yoğun olduğu görülmüştür. A yayınları incelendiğinde 1. ve 3. sınıfta doğru/yanlış ve açık sayı cümlelerinin, 2. sınıfta

standart sayı cümlelerinin büyük bir oranla yoğun olduğu belirlenmiştir. C yayınlarının 1. sınıfında doğru/yanlış ve açık sayı cümlelerinin, 2. ve 5. sınıfında ise standart sayı cümlelerinin yoğun olduğu görülmüştür. D yayınları ele alındığında ise 1. ve 2. sınıfta standart sayı cümlelerinin, 3., 4. ve 5. sınıfta ise doğru/yanlış ve açık sayı cümlelerinin yoğunluklu olarak yer aldığı saptanmıştır.

Matematik ders kitapları serilerinde eşit işaretinin sunumunda kullanılan diğer biçim standart olmayan biçimdir. Standart olmayan biçim kendi içerisinde her iki taraflı işlem (örn. $3+4=4+3$, $2 \times 10=10+10$, $2+3=4+1$), sağ taraflı işlem (örn. $7=3+4$, $C=4xa$), işlemlerin olmadığı eşitlikler (örn. $7=7$, $1m=100cm$, $a=2$), eşitlik olmayan durumlar (örn. Uygun olan $<, >$ sembolü kullanınız. $3 \dots 4$), eşitlik yerine çizgi ya da okları kullanma, eşitliğin olmadığı işlemler (örn. $3+4$ işleminin sonucunu bulunuz.) ve en az iki bilinmeyenli eşitlikler (örn. $-+=10$) olmak üzere 7 alt kategoride incelenmiştir. Tablo 2’de de görüldüğü gibi standart olmayan biçimler kapsamında işlemlerin olmadığı eşitlikler, eşitlik olmayan durumlar, eşitlik yerine çizgi ya da okları kullanma ve eşitliğin olmadığı işlemler kategorilerin diğer kategorilere oranla daha yoğun bir biçimde kullandığı görülmektedir. Buna karşın eşit işaretinin ilişkisel anlamını ortaya koymada etkili olduğu McNeil ve arkadaşlarının (2006) gerçekleştirdikleri araştırma sonucunda belirtilen “her iki taraflı işlem” kategorisine bazı sınıflarda hiç rastlanmamış, bazı sınıflarda ise bu kategoriye nadiren yer verildiği belirlenmiştir. Benzer şekilde ders kitapları serilerinde eşit işaretinin sunumunda nadiren kullanılan diğer iki kategori ise sağ taraflı işlem ve en az iki bilinmeyenli eşitliklerdir. Oysa ki Li ve arkadaşları (2008) $_{-+}=10$ (en az iki bilinmeyenli eşitlikler) biçiminde verilen eşitliklerin birden fazla olası yanıtı sahip olmasının, öğrencilerin eşit işaretine ve işlemlere daha fazla odaklanmalarını sağladığını ifade etmektedirler. Ayrıca bu içeriklerin standart sayı cümlesine göre daha açık bir biçimde verilmesinin öğrencilerin bu eşitlikleri yanıtlamada çeşitli ilişkisel düşünme stratejilerini kullanabilmelerini sağladığını da vurgulamaktadırlar.

İncelenen ders kitapları serilerinde sayıca az olmakla birlikte eşit işaretinin özellikle çift taraflı işlemlerde yanlış kullanımlarına da rastlanmıştır. Örneğin B yayınları 2. sınıf öğrenci çalışma kitabında toplama ve çıkarma ile ilgili alıştırmalarda aşağıda verilen örnekteki gibi hatalar, eşitliğin ilişkisel anlamının kazandırılmasını güçleştirmektedir.

$$“ \dots + 9 = 13 - \dots = 10 + \dots = 17 ”$$

Tablo 2 Ders Kitaplarında Eşit İşaretinin Kullanıldığı İçeriklerin Örneklemin Frekans ve Yüzdeleri

Sınıf	Yayın yılı	Toplam eşit işaret içeren örnek içelik	İşlemler-eşitlik-yanıt biçimi										Standart olmayan biçim		
			Standart sayı cümlesi $a=b$, $a=b=$	Doğru yanıt sayı cümlesi $a=b=c$	Açık sayı cümlesi $a=c$ $-b=c$	Her iki tarafta işlem $a+b=c+d$	Sağ tarafta işlem $c=a+b$	İşlemlerin olmadıkları eşitlikler $1=100cm$	Eşitlik olmayan durumlar ($<$, $>$)	Eşitlik yerine için çığı/oldu kullanma	Eşitlik için olmadıkları işlemler "3-4 ün sonucu"	En az 2 bilinmeyenli eşitlikler +_ =a			
1	D	457	78	29	7	-	-	5	-	202	136	-			
	B	709	238	120	134	19	2	-	144	16	36				
	C	372	117	83	57	14	-	-	72	19	10				
2	A	437	128	106	94	5	6	4	-	29	30	35			
	D	862	350	203	32	1	-	-	11	113	96				
	B	926	451	161	91	10	8	-	-	77	119	9			
3	C	723	436	61	55	3	-	14	-	42	32	80			
	A	951	468	141	62	-	-	10	-	103	157	10			
	D	935	176	146	82	-	1	44	98	155	200	33			
4	B	1140	421	212	183	3	6	128	58	30	82	17			
	A	865	242	185	115	-	20	35	76	39	133	20			
	D	1081	155	160	76	8	10	236	80	32	313	11			
5	B	631	187	89	58	6	20	111	43	43	57	17			
	C	1696	732	147	117	9	70	232	81	127	112	69			
	D	1373	238	196	71	4	62	154	130	125	359	34			

Kitaplarda ilişkisel düşünmeyi destekleyen içerikler/örnekler

İlişkisel düşünme aritmetik işlemlerin, işlemler ve işlem özellikleri dikkate alınarak dönüştürülmesi olarak tanımlanabilir. Dolayısıyla ilişkisel düşünmenin odağında toplama, çıkarma, çarpma ve bölme gibi aritmetik işlemler bulunmaktadır. İlköğretim 1.-5. sınıflara yönelik hazırlanan ders ve öğrenci çalışma kitabı serilerinin incelendiği bu çalışmada ilişkisel düşünmeyi destekleyen içerikler, ilişkisel düşünmeye giriş ve ilişkisel düşünme olmak üzere iki ana başlıkta ele alınmıştır.

İlişkisel Düşünmeye Giriş

İlişkisel düşünmenin amaçlarından biri öğrencilerin yapmaları gereken hesaplamaları azaltmaktır. İlişkisel düşünmenin bir diğer amacı ise, öğrencileri sayılar arasındaki ilişkiyi ve verilen sayı cümlesinin sayılarını ya da işlemlerini dönüştürmede çeşitli yollar aramaları yönünde cesaretlendirmektir (Koehler, 2004). İlişkisel düşünen bir öğrenci örneğin 4×6 olarak verilen bir sayı cümlesini $2 \times 6 + 2 \times 6$ biçimine parçalara ayırabildiği gibi, $4 \times (5+1)$, $4 \times 5 + 4$ ya da $4 \times 4 + 2 \times 4$ biçiminde parçalayarak da sonuca ulaşabilir. Öğrencinin bu sonuca ulaşabilmesi için öncelikle işlemler ve işlemler arası ilişkiler bilgisine sahip olması gerekmektedir. İlköğretim matematik dersi öğretim programı incelendiğinde 1. sınıfta toplama ve çıkarma ile 2. sınıfta çarpma ve bölme işlemlerinin verildiği görülmektedir. Bu doğrultuda hazırlanan serilerde, çarpmanın tekrarlı toplama (örneğin $4+4+4=3 \times 4$), bölmenin tekrarlı çıkarma (örn. $12-6=6$ ve $6-6=0$: $12/2=6$) olarak verilmesi ilişkisel düşünmenin kullanımını içermese de işlemler arası ilişkileri kapsadığından ilişkisel düşünmeye giriş olarak ele alınmıştır. Özellikle her sınıf seviyesinde ve hemen hemen her yayınevinde işlemler arası ilişkinin (toplama-çıkarma, toplama-çarpma, çıkarma-bölme ve çarpma-bölme ilişkileri), işlem özelliklerinin (1 ve 0'ın etkisi, toplamanın ve çarpmanın değişme/birleşme özellikleri) ve zihinden işlem yapmanın (örneğin $2 \times 3=6$ iken $20 \times 30=600$, $10/5$ ve katları ile işlem yapma) kazandırılmasına yönelik içeriklerle oldukça yoğun bir biçimde karşılaşmıştır. Bu durum öğrencilerin işlemler arası ilişkilere ve işlem özelliklerine odaklanmalarına ve bu ilişkileri kullanmalarına yol açabilir. Ayrıca onları farklı matematiksel etkinliklerde yapacakları hesaplamalarda ilişkisel düşünme stratejilerini kullanmaya cesaretlendirebilir (Molina, Castro&Ambrose,2005, 2006).

İncelenen tüm ders kitapları serilerinde bu özelliklerin toplama ve çarpma işlemleri temel alınarak modellemelerle sunulduğu ve değişme/birleşme özelliklerin verildiği içeriklerde standart, doğru/yanlış ve açık sayı cümlelerinin sıklıkla kullanıldığı, ayrıca içeriklerde az da olsa her iki taraflı işlemlere yer verildiği de belirlenmiştir. (EK-1) Bu

içeriklerde açık sayı cümleleri ile her iki taraflı işlemlere yer verilmesi öğrencilerin ilişkisel düşünme stratejilerini kullanabilmeleri açısından önemli bir bulgudur.

İlişkisel Düşünme

İşlemler arası ilişkiler ve işlem özelliklerinin verildiği giriş aşamasının ardından ders kitabı serileri ilişkisel düşünme kapsamında sayısal işlemlerin yeniden yapılandırılması ve aritmetik işlemlerde işlem özelliklerinin kullanılması temel alınarak incelenmiştir. Bu doğrultuda incelenen serilerin her bir yayınevinin her sınıf düzeyinde yer verdiği ilişkisel düşünme içeriklerinin sayısı Tablo 3’de verilmiştir. Daha önce Tablo 2’de verilen her bir yayınevinin her sınıf düzeyinde toplam eşit işareti içeren içeriklerin sayısı düşünüldüğünde Tablo 3’deki ilişkisel düşünmeyi içeren içeriklerin sayısı oldukça azdır. Buna karşın yayınevleri arasında bir karşılaştırma yapıldığında D yayınlarının 3. sınıfı hariç diğer sınıflarda diğer yayınevlerine göre ilişkisel düşünmenin kullandığı içeriklerin sayısının daha fazla olduğu belirlenmiştir. İncelenen ilişkisel düşünmeyi destekleyen içerikler doğal sayılarla ve kesirlerle işlemlerde ilişkisel düşünme olmak üzere iki ana kategoride ele alınarak açıklanmıştır.

Tablo 3 Ders Kitaplarında İlişkisel Düşünmenin Olduğu İçeriklerin/Örneklerin Sayısı (Doğal sayılar+Kesirler)

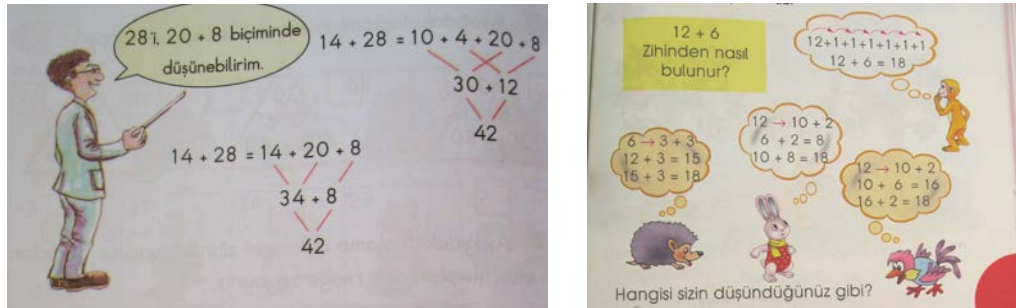
<i>Yayınevi</i>	1. Sınıf	2. Sınıf	3. Sınıf	4. Sınıf	5. Sınıf
<i>D</i>	29	18	35	25+2	51+12
<i>B</i>	6	17	44	12	10+4
<i>C</i>	0	11	-	-	41+4
<i>A</i>	0	0	60	-	-

Not: (-) gösterimi yayınevinin o sınıfta kitabı olmadığını simgeler.

Doğal sayılarla işlemlerde ilişkisel düşünme

Doğal sayılarla işlemlerde ilişkisel düşünme, problemlerde ya da işlemlerde verilen sayı cümlesinin parçalanarak yeni bir sayı cümlesine dönüştürülmesidir. İlişkisel düşünmenin kullanıldığı içerikler incelendiğinde sayı cümlelerinin ilişkisel düşünmeyi destekleyecek biçimde parçalandığı ve bu parçalamada birden fazla stratejinin kullanıldığı görülmüştür. Şekil 1’de 1. sınıf düzeyinde iki farklı yayınevinin, $12+6$ ve $20+8$ işlemleri için verdikleri örnekler sunulmuştur. Bu örneklerde öncelikli olarak sayıların basamak değerlerine ayrıldığı, bununla birlikte sayı cümlesinin yapısına uygun olarak, $12+6$ işleminde olduğu gibi $12+6=(12+3)+3=15+3$ biçiminde de parçalandığı belirlenmiştir. Bu durum öğrencilerin

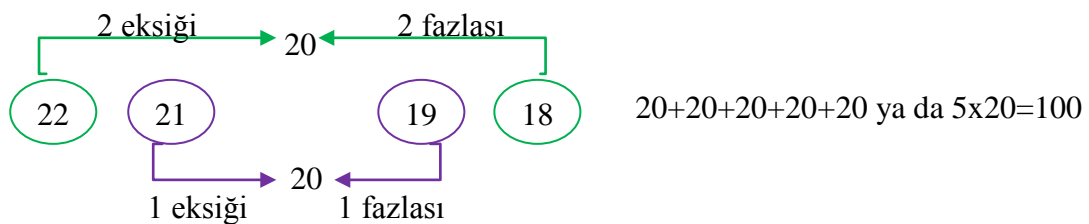
verilen sayı cümlelerini onlu gruplara ayırarak toplama ya da çıkarma yapmanın sağladığı kolaylığın görülmesi açısından önemlidir.



Şekil 1. İki Farklı Yayınevinden Örnek

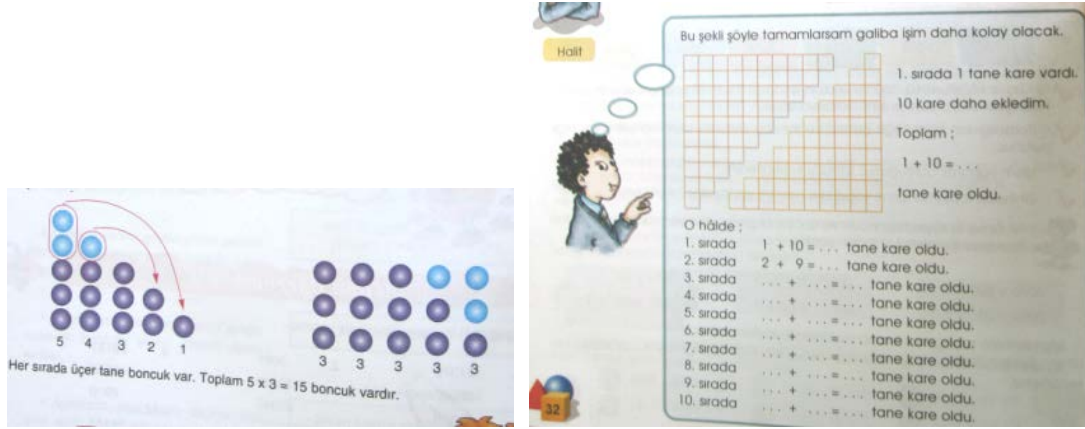
Diğer sınıf düzeylerinde ise, örneğin B yayınları 3. sınıf ders kitabında $580-270$ işleminin “ $580-200=380$, $380-70=310$ ”, “ $580-70=510$, $510-200=310$ ”, “ $580-300=280$, $280+30=310$ ” ve “ $500-200=300$, $80-70=10$, $580-270=310$ ” biçiminde 4 farklı yol ile çözüldüğü, öğrencilerden işlemler için farklı stratejiler geliştirmeleri istendiği belirlenmiştir. D yayınları 4. sınıf serisinde ise $1199+200=?$ işlemi “ $1100+99+200=1300+99=1399$ ” ve “ $1199+1=1200$, $1200+200=1400$, $1400-1=1399$ ” biçiminde ilişkisel düşünmenin kullanıldığı iki farklı strateji ile açıklanmıştır. Bu içeriklerde sayı cümlesinin uygun biçimde parçalanmasının ardından birleşme ve değişme gibi işlem özelliklerinin kullanıldığı görülmektedir.

İşlem özellikleri açısından incelendiğinde ders kitaplarında formal tanım verilmeden örnekler ile işlem özellikleri kazandırılmaya çalışılmaktadır. Özellikle toplamının birleşme özelliğinin kullanıldığı içeriklerin 4. ve 5. sınıfta yoğunlaştığı, B, D ve C yayınevlerinin 4. ve 5. sınıf ders ve öğrenci kitaplarında, özellikle ardışık doğal sayıların toplanması ile ilgili işlem ve problemlerde ilişkisel düşünme stratejilerinin sıklıkla kullanıldığı görülmüştür. Şekil 2’de bir yayınevinin 4. sınıf ders kitabındaki ardışık doğal sayıların toplamı ile ilgili bir problemin çözüm aşamasında uygulanan strateji örnek olarak sunulmuştur.



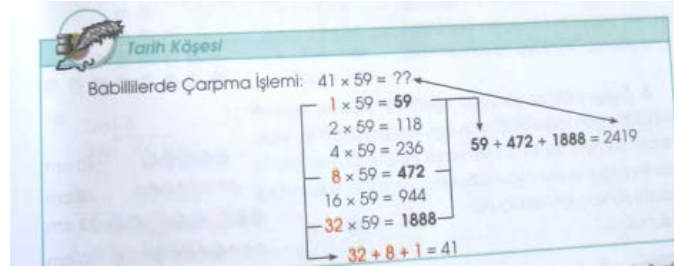
Şekil 2 Problemin Çözüm Aşamasında İlişkisel Düşünme Stratejisi Örneği

Ayrıca tüm yayınevlerinin 4.-5. sınıf ders ve öğrenci kitaplarında, ardışık doğal sayıların toplamının aritmetik işlemlerle verildiği, bunun yanı sıra küplerle ya da sayı boncuklarıyla modellenerek gösterildiği, öğrencilerden ise verilen stratejilerden farklı stratejiler geliştirmeleri beklendiği belirlenmiştir. Şekil 3’de iki farklı yayınevinin 5. sınıf ders kitaplarından örnekler verilmiştir.



Şekil 3. Ardışık Doğal Sayıların Toplamının Modellenmesi

İncelenen ders kitabı serilerinin özellikle 3., 4. ve 5. sınıf düzeylerinde ilişkiyel düşünmenin kullanıldığı diğer içerikler ise informal olarak dağılma özelliğinin hissettirildiği işlemlerdir. Dağılma özelliğinin özellikle çarpma işleminde hissettirilmesi ilişkiyel düşünme stratejilerinin kullanımı için oldukça önemlidir. D yayınları 4. sınıf ders kitabında 27×14 işleminin, EK-2’de görüldüğü gibi, dikey olarak verilmesi ve her adımın 4×7 , 4×20 , 10×7 ve 10×20 olarak parçalanması, 5. sınıf C yayınları ders kitaplarında 11×13 işleminin 11×10 ve 11×3 olarak parçalanması ve 5. sınıf B yayınlarda ise 23×24 işleminin çözümlenerek verilmesi öğrencilerin ilişkiyel düşüncelerini destekleyici örneklerdir. Bununla birlikte ders kitaplarında bu parçalı işlemler ile çarpma işlemi arasında $11 \times 13 = 11 \times 10 + 11 \times 3$ gibi bir ilişkilendirme ile karşılaşılmamıştır. Sadece D yayınlarda Şekil 4’de verilen 41×59 işlemi ile toplamları 41 i veren sayıların 59 ile çarpımının oklarla ilişkilendirildiği bir örnek ile karşılaşmıştır. Bu örnek ile öğrenci $(1+8+32) \times 59 = (1 \times 59) + (8 \times 59) + (32 \times 59)$ ilişkilendirmesine ulaşabilir. Ancak bu örneğin tarih köşesinde Babillilerde çarpma işlemi olarak verilmesi de oldukça ilginçtir.



Şekil 4. Tarih Köşesi

Dağılma özelliğinin hissettirildiği içeriklerden bir diğeri de bölme işlemleridir. Sayıca çok az olmakla birlikte B yayınları 3. sınıf öğrenci çalışma kitabında $28 \div 4 = 7$ işleminin “ $20 \div 4 = 5$ ve $8 \div 4 = 2$ ” olarak alt alta gelecek şekilde parçalandığı ve 7 ile 5 ve 2 sayılarının ilişkilendirildiği görülmüştür. Bu örnek 28 in $20 + 8$ olarak parçalanması ve parçalanmış sayıların aynı sayıya bölümünün sonuç ile ilişkilendirilmesi açısından önemli bir örnektir. Diğer örneklerde ise dağılma özelliği yerine ağırlıklı olarak birleşme ve değişme özellikleri kullanılmış, sayıların parçalanmasında toplam yerine kata odaklanılmıştır. C ve D yayınları 5. sınıf ders kitaplarında $5400 \div 60 = 90$ işleminin “ $5400 \div 10 = 540$ ve $540 \div 6 = 90$ ” ile “ $1600 \div 800 = (1600 \div \dots) \div 100$ ” ve “ $63000 \div 3000 = (63000 \div 3) \div \dots = \dots$ ” biçimindeki örneklerinde farklı ilişkiyi düşünme stratejilerinin kullanıldığı görülmüştür. Bu stratejilerde öğrenci, örneğin $100 \div 20$ işleminde öncelikle 20 nin çarpanlarını belirler ve her bir çarpanın bölünen sayıyı bölmesi gerektiğini anlayabildiği gibi $100 \div (2 \times 10) = (100 \div 2) \div 10$ eşitliğini de hissedebilir.

Koehler (2004) ilişkiyi düşünmenin ilk kanıtının $a + b - b = a$ biçiminde verilen problemlerde ya da işlemlerde ortaya çıktığını belirtir. İncelenen serilerde özellikle ilk sınıflarda $a - a = 0$ biçiminde doğru sayı cümleleri ile sıklıkla karşılaşılmasına karşın, hiçbir sınıf düzeyinde $a + b - b = a$ ya da $a + b - (b \pm 1) = a \pm 1$ biçimindeki içeriklerle karşılaşmamıştır. Çarpma ve bölme işlemlerinde hissettirilen dağılma özelliğinin dışında incelenen serilerin hiçbir sınıf düzeyinde Koehler’in (2004, s.33) çalışmasında kullandığı $3 \times 6 = 2 \times 6 + \dots$, $4 + 3 \times 8 = 4 \times 8 - 4$, $5 \times 9 = 10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 - \dots$, $2 \times 7 + 2 \times 7 = \dots + 7$ gibi örneklere de rastlanamamıştır.

Kesirlerle işlemlerde ilişkiyi düşünme


Kesirlerde ilişkiyi düşünme doğal sayılardaki gibi kesirlerin yeni bir sayı cümlesine dönüştürülmesidir. Bu dönüşümde temel özelliklerin kullanımının anlaşılması ve güçlendirilmesi amacıyla, öğrencinin parça-bütün, kesir büyüklüğü ve kesirlerde işlemler ile ilgili muhakemelerini yönlendirmek esastır (Empson, Levi & Carpenter, 2010). Kesirlerde işlemler ilköğretim matematik dersi öğretim programı doğrultusunda hazırlanan ders kitapları

serilerinde 4. ve 5. sınıfta yer almaktadır. Kesirlerle işlemlerde, D yayınlarında 4. sınıf ders kitabında ve her üç yaynevinin 5. sınıf ders kitaplarında sayıca çok az olmakla beraber ilişkisel düşünmenin kullanıldığı içeriklere rastlanmıştır. Özellikle kesir ve bölme arasındaki ilişkinin vurgulandığı örneklerde ilişkisel düşünme stratejilerinin kullanıldığı görülmüştür. Örneğin D yayınları 5. sınıf ders kitabında verilen bir paylaşırma probleminin “15÷5” olan işlemleri 15/5 olarak ifade edilmiş ve $15/5=5/5+5/5+5/5=1+1+1=3$ olarak parçalanmıştır. B yayınları 5. sınıf ders kitabında ise başka bir paylaşırma probleminin işlemleri 5/4 olarak ifade edilerek $5÷4=5/4=4/4+1/4$ sonucuna ulaşılmıştır. Kesir ile bölme arasındaki ilişkinin vurgulandığı bu örneklerin ardından verilen işlemlerde ilişkisel düşünme stratejilerinin kullanımına ise oldukça sınırlı sayıda örnekte yer verildiği belirlenmiştir. Aşağıda bir yaynevinin 5. sınıf ders kitabından bir örnek sunulmuştur.

• İşlemleri $2 - \frac{7}{10} = 1 \frac{10}{10} - \frac{7}{10} = 1 \frac{3}{10}$ şeklinde yapabiliriz. Ya da

$\frac{20}{10} - \frac{7}{10} = \frac{13}{10} = 1 \frac{3}{10}$ şeklinde yaparız.

Birinci yol bana daha kolay geldi.



Şekil 5 Kesirlerde İlişkisel Düşünme

D yayınları 5. sınıf ders kitabında ayrıca kesirlerde toplama ve çıkarma ile ilgili kısımda müzik ve matematiğin ilişkilendirildiği bir örnekte ve tarih köşesinde ilişkisel düşünme stratejilerinin kullanıldığı görülmüştür (EK-3). Mısırlıların kesirleri birim kesirlerin toplamı şeklinde ifade ettikleri tam olarak ilişkisel düşünmeye uygun olan örneğin tarih köşesinde verilmesi de oldukça ilginçtir. Örnekte 7/9 kesri $1/3+1/3+1/9$ olarak; 3/8 kesri ise $1/4+1/8$ olarak yazılmış, kesirler arasındaki ilişkinin keşfedilmesi özendirilmiştir.

Sonuç ve Tartışma

Bu bölümde ders kitap serilerinde yer alan eşit işareti içeren içeriklerin ilişkisel düşünmeyi ne derece desteklediği, ilişkisel düşünme içeriklerine ne kadar ve nasıl yer verildiği yayın evleri ve sınıf düzeyleri arasında karşılaştırma yapılmaksızın tartışılmaktadır.

Eşit İşareti

Ders kitaplarının analizi sonucunda incelenen dört seride eşit işareti içeren içerikler alanyazında verilen iki çalışmada olduğu gibi (McNeil ve diğer., 2006; Li ve diğer., 2008) ağırlıklı olarak işlemler-eşitlik-yanıt biçiminde kullanılmaktadır. İşlemler-eşitlik-yanıt biçimindeki içeriklerde ise standart sayı cümleleri, doğru/yanlış ve açık sayı cümlelerine oranla daha

yoğun biçimde verilmektedir. Standart sayı cümlelerinin yoğunluğu, alan-yazında da ifade edildiği gibi, öğrencilerin eşit işaretini ilişkisel bir sembolden ziyade işlemsel bir sembol olarak anlamalarını güçlendirmektedir (McNeil ve diğer., 2006). Dolayısıyla ders ve öğrenci çalışma kitap serilerindeki içeriklerin öğrencilerin eşit işaretinin ilişkisel anlamını kazanmalarına yardımcı olma konusunda düzenlenmediği izlenimi vermektedir. Diğer taraftan incelenen dört serinin her sınıf düzeyindeki içeriklerde doğru/yanlış ve açık sayı cümlelerine azımsanmayacak bir oranda yer verilmektedir. Öğrencilere sayılar ve işlemler arasındaki ilişkiler ile ilgili çok açık tartışma ortamları sunan bu sayı cümlelerinin, eşit işaretinin anlamını ve ilişkisel düşünmenin gelişimini standart sayı cümlelerine oranla daha çok desteklediği çeşitli araştırmacılar tarafından ifade edilmektedir (Carpenter, Franke & Levi, 2003; Koehler, 2004; Molina & Ambrose, 2006). Bu durum dikkate alındığında ders kitapları serilerinde en azından standart sayı cümleleri kadar ya da daha fazla doğru/yanlış ve açık sayı cümlelerine yer verilmesi önemlidir.

Kitaplarda işlemler-eşitlik-yanıt biçiminde verilen içeriklerin yanı sıra standart olmayan biçimler de kullanılmaktadır (McNeil ve diğer., 2006; Li ve diğer., 2008). Diğer taraftan standart olmayan içerikler kapsamında Carpenter, Franke ve Levi'nin (2003) ilişkisel düşünmeyi daha çok desteklediğini ifade ettikleri her iki taraflı sayı cümlesi ile en az iki bilinmeyenli eşitliklere incelenen kitaplarda nadiren yer verilmektedir. Standart olmayan içerikler incelendiğinde, ders kitapları serilerinde eşitliğin olmadığı işlemlerin özellikle bir yayın evine ait kitaplarda yoğun biçimde kullanıldığı dikkati çekmektedir. Bu tip içeriklerin Amerika'daki ders kitaplarında da yoğun olarak kullanıldığını ifade eden Li ve diğerleri (2008) Amerikalı öğrencilerin eşit işaretini ilişkisel anlamadaki kavram yanlışlarının nedeni olarak bu içerikleri göstermektedirler. Bu içerikler ile öğrenci $3+5$ in sonucunu bulurken hesap makinesinde olduğu gibi sayıları girer ve eşit işarete basarak yanıtı elde eder. Hesap makinesi kullanılmasa bile bu benzer mantıksal süreç öğrencilerin eşit işaretini bir operatör olarak yorumlamalarına neden olabilir.

İlişkisel Düşünmeye Giriş

İlişkisel düşünmenin temelinde aritmetiksel işlem ve işlem özellikleri bilgisi yatar. Bu durum göz önüne alındığında, incelenen dört serinin her sınıf düzeyinde çözümleme, işlem özellikleri (değişme/birleşme) ve işlemler arası ilişkiler (toplama-çıkarma, toplama-çarpma, çıkarma-bölme ve çarpma-bölme) öğretim programındaki kazanımlar doğrultusunda çok sayıda örnekle açıklanmaktadır. Ne yazık ki bu örnekler daha çok işlem özelliklerini açıklamaya yöneliktir. Şüphesiz sunulan örnekler ilişkisel düşünme stratejilerinin

geliştirilmesi için bir basamak olarak düşünülse de alanyazına dayalı olarak bu içeriklerin ilişkisel düşünmeyi desteklemede sınırlı kaldığı söylenebilir (Koehler, 2004). Örneğin, ders kitaplarında çarpma işleminin tekrarlı toplama olarak ele alındığı, “ $2+2+2=6$ ve $3 \times 2=6$ ” gibi işlemler arası dönüşümlere sıklıkla rastlanmaktadır. Buna karşın ilişkisel düşünmeye bir başlangıç olarak ele alınan “ $3+3=2 \times 3$ ” biçimindeki içeriklere ders kitaplarında ne yazık ki çok az sayıda örnekte karşılaşılmaktadır.

İlişkisel Düşünme

İlişkisel düşünme gelişiminde sayısal işlemlerin yeniden yapılandırılması ve aritmetik işlemlerde işlem özelliklerinin kullanılması esastır. Bu durum göz önüne alındığında, incelenen ders kitapları serilerinin McNeil ve arkadaşlarının (2006) çalışmasında olduğu gibi ilişkisel düşünmeyi çok az desteklediği söylenebilir. Ders kitaplarında ilişkisel düşünmeyi destekleyen içerikler çoğunlukla sayıların parçalanmasına ve bu parçalamada birden fazla stratejinin kullanılmasına dayanmaktadır. Dolayısıyla bu içerikler öğrencilerin ilişkisel düşünme edinimlerine olumlu yönde katkı sağlayabilir. Diğer taraftan özellikle 4. ve 5. sınıfta ardışık doğal sayıların toplanmasında toplamının birleşme özelliğinin kullanıldığı içeriklerde yoğun olarak ilişkisel düşünme stratejileri kullanılmaktadır. İlişkisel düşünmenin ediniminde göze çarpan diğer bir içerik ise çarpma ve bölme işlemlerinde çarpmanın toplama üzerine dağılma özelliğinin kullanıldığı (27×14 işleminin $4 \times 7, 4 \times 20, 10 \times 7, 10 \times 20$ olarak parçalanması) örneklerdir. Ancak bu örneklerde bir ilişkilendirmenin yapılmaması, diğer bir deyişle $27 \times 14 = 4 \times 7 + 4 \times 20 + 10 \times 7 + 10 \times 20$ şeklinde bir eşitliğin verilmemesi öğrencilerin ilişkisel düşünebilmelerini sağlama açısından bir sınırlılık olarak ele alınabilir. Ders kitaplarında karşılaşılan bu sınırlılık ise aslında matematik dersi öğretim programında dağılma özelliği ile ilgili kazanımlara yer verilememesinden kaynaklanıyor olabilir. Her ne kadar programda bu kazanımlara yer verilmese de dağılma özelliğinin öğrencilere hissettirilmesi ilişkisel düşünme açısından oldukça önemlidir.

İncelenen ders kitabı serilerinde özellikle iki yayınevinde ilişkisel düşünme kapsamında farklı stratejilerin kullanıldığı ilginç örneklere de rastlanmaktadır (Örneğin $5400:60=(5400:10):6$ gibi). Diğer taraftan alanyazında ilişkisel düşünmenin başlangıç noktası olarak ifade edilen bazı içeriklere ise ne yazık ki yer verilmemektedir. Örneğin kitaplarda $a+b-b=a$ ya da $a+b-(b \pm 1)=a \pm 1$ ile çarpma işlemlerin parçalandığı “ $4+4+4+4+4+4=6 \times 4=5 \times 4+4$ ” gibi örnekler görülmemektedir.

Sonuç olarak araştırma kapsamında incelenen dört seri ilköğretim 1-5 matematik ders ve öğrenci çalışma kitaplarında eşit işaretinin ilişkisel anlamını vurgulayıcı içeriklerin zayıf kalması öğrencilerin cebirsel düşünme gelişimlerini sağlama açısından bir sınırlılıktır.

Öneriler

İlköğretim 1.-5. sınıflar matematik dersi öğretim programının dört öğrenme alanından biri olan “sayılar öğrenme alanı” programın büyük bir bölümünü kapsamaktadır. Bu öğrenme alanının temel amacı çocuklarda zengin ve sağlam bir sayı kavramının oluşturulması ve işlem becerilerinin geliştirilmesidir (MEB, 2009). Bu temel amaç doğrultusunda hazırlanan ilköğretim matematik ders/çalışma kitaplarının, öğrencilerin aritmetik işlemleri ve özelliklerini öğrenirken bu işlemlerin basit bir hesaplamanın ötesinde ilişkisel bir anlam taşıdıklarını görebilmelerini sağlayan içerikler sunmaları önemlidir. Bu önem doğrultusunda hazırlanacak ders kitapları serileri için öneriler şunlardır:

Ders kitapları serilerinde;

- Eşit işareti içeren içerikler, standart sayı cümlesi ($a+b=c$), doğru/yanlış ($a+b=c / a-c=d$) ve açık sayı cümleleri ($a+...=c$) olarak eşit oranda verilmelidir.
- Öğrencilerin eşit işaretinin ilişkisel anlamını keşfedebileceği “her iki taraflı işlem” ve “en az iki bilinmeyenli eşitlikler” içeriklerine daha fazla yer verilmelidir.
- Sayılar ve işlemler arası ilişkilerin anlaşılmasında ve ilişkisel düşünmenin gelişiminde önemli rol oynayan doğru/yanlış ve açık sayı cümlelerine ilişkin içeriklerde öğrencilerin düşünme yollarını çeşitlendirici daha fazla örnek sayı cümleleri sunulmalıdır.

İlişkisel düşünme ile ilgili yapılacak araştırmalara yönelik ise şu şekilde önerilerde bulunulabilir:

- İlköğretim öğrencilerinin ilişkisel düşünme stratejilerinin ortaya çıkarılmasına ve ilköğretim öğretmenlerinin öğrencilerindeki bu stratejileri destekleme durumlarının belirlenmesi yönelik nitel ya da nicel araştırmalar desenlenebilir.

Kaynakça

- Behr, M., Erlwanger, S., & Nichols, E. (1975). *How children view the equals sign*(Report no. PMDC-TR-3). Tallahassee, Fla.:Florida State University, (ERIC Document Reproduction Service No.ED 144 802). Retrieved January 6,2010, from ERIC database.
- Carpenter, T. P., Franke, M. L. Levi, L. (2003). *Thinking mathematically: Integrating arithmetic and algebra in the elementary school*. Portsmouth, NH: Heinemann.
- Carpenter,T. P., Levi, L., Franke, M. L., & Zeringue, J. K. (2005) Algebra in elementary school: Developing relational thinking, *ZDM*, 37(1), 53-59
- Empson, S. B., Levi, L., & Carpenter, T. P. (2010). The algebraic nature of fractions: Developing relational thinking in elementary school. In J. Cai& E. Knuth (Eds.), *Early Algebraization: Cognitive, Curricular, and Instructional Perspective*. New York: Springer, Retrieved from <http://www.edb.utexas.edu/empson/wp-content/uploads/2010/05/empsonlevicarpenterAlgFracFinal1.pdf>
- Falkner, K. P., Levi, L., & Carpenter, T. P. (1999). Children's understanding of equality: A foundation for algebra. *Teaching Children Mathematics*, 6, 232-236.
- Kieran, C. (1981). Concepts associated with the equality symbol. *Educational Studies in Mathematics*, 12(3), 317-326
- Kieran,C.(2007). What do students struggle with when first introduced to algebra symbols?, *Algebra Research Brief*, Retrieved from NCTM: <http://www.nctm.org/news/content.aspx?id=12332>
- Knuth, E. J., Alibali, M. W., McNeil, N. M., Weinberg, A. & Stephens, A. C. (2005). Middle school students' understanding of core algebraic concepts: Equivalence & Variable, *ZDM*, 37(1), 68-76.
- Koehler, J.L. (2004). *Learning to think relationally: Thinking relationally to learn* (University of Wisconsin-Madison) Retrieved from ProQuest Dissertations & Theses. (AAT 314 3187)
- Li, X., Ding,M., Capraro, M.M., & Capraro,R.M. (2008). Sources of differences in children's understanding of mathematical equality: Comparative analysis of teacher guides and students texts in China and the United States, *Cognition and Instruction*, 26, 195-217.
- McNeil, N. M. & Alibali, M. W. (2005). Knowledge change as a function of mathematics experience: All contexts are not created equal, *Journal of Cognition and Development*, 6(2), 285-306.

- McNeil, N. M., Grandau, L., Knuth, E. J., Alibali, M. W., Stephens, A. C., Hattikudur, S., & Krill, D. L. (2006). Middle-school students' understanding of the equal sign: The books they read can't help, *Cognition and Instruction*, 24 (3), 367-385.
- McNeil, N. M., Grandau, L., Stephens, A. C., Krill, D. L., Alibali, M. W., & Knuth, E. J. (2004). Middle-school experience with the equal sign: *Saxon Math* does not equal *Connected Mathematics*. In D. McDougall (Ed.), *Proceedings of the Twenty-sixth Annual Meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*. October 2004, 271-275.
- MEB. (2009) Matematik dersi (1.-5. sınıflar) öğretim programı, <http://ttkb.meb.gov.tr/program.aspx?tur=ilkogretim&lisetur=&sira=derse&ders=Matematik> adresinden alınmıştır.
- Miles M., & Huberman, M. (1994). *An expanded sourcebook qualitative data analysis* (2nd. Ed.). CA: Sage Publications.
- Molina, M., & Ambrose, R. C. (2006). Fostering relational thinking while negotiating the meaning of the equals sign. *Teaching Children Mathematics*, 13(2), 111-117.
- Molina, M., Castro, E. & Ambrose, R. (2005). Enriching arithmetic learning by promoting relational thinking, *The International Journal of Learning*, 12(5), 265-270.
- NCTM (2000). Curriculum and evaluation standards for school mathematics. Retrieved September, 14, 2005, from <http://www.nctm.org/standards.html>.
- Stephens, A. C. (2006). Equivalence and relational thinking: Preservice elementary teachers' awareness of opportunities and misconceptions, *Journal of Mathematics Teacher Education*, 9, 249-278. DOI: 10.1007/s10857-006-9000-1
- Stephens, M. (2006a). Describing and exploring the power of relational thinking. Available from <http://www.merga.net.au/documents/RP552006.pdf>.
- Yaman, H., Toluk, Z., & Olkun, S. (2003) İlköğretim öğrencileri eşit işaretini nasıl algılamaktadırlar?. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 24, 142-151.
- Yıldırım, A., & Şimşek, H. (2003). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri*. Ankara: Sözkese Matbaacılık.

EK-1

ÜNİTE 4 Doğal Sayılarla Toplama İşlemi İşlemler

1. Boşluklara uygun sayıları yazınız.

a. $5 + \square = 7$ b. $5 + \square = 11$
 $2 + \square = 7$ $6 + \square = 11$

c. $6 + 3 = \square$ ç. $8 + 4 = \square$
 $3 + 6 = \square$ $4 + 8 = \square$

d. $10 + \square = 15$ e. $7 + \square = 16$
 $\square + 10 = 15$ $9 + \square = 16$

f. $2 + \square = 9$ g. $9 + \square = 19$
 $\square + 2 = 9$ $10 + \square = 19$

h. $18 + \square = 20$ ı. $7 + \square = 17$
 $\square + 18 = 20$ $10 + \square = 17$

i. $\square + \square = 13$ j. $\square + \square = 18$
 $\square + \square = 13$ $\square + \square = 18$

01/07/2010

76

c) Toplama İşleminde Toplananın Yerlerini Değiştirme

Aşağıdaki işlemlerde boş bırakılan yerleri tamamlayınız. Sayılara ait harfleri, şifre kutularına yerleştiriniz.

$2 + 3 = \square + 2$ $4 + 9 = 9 + \square \rightarrow D$
 F

$8 + 1 = \square + 8$ $11 + \square = 2 + 11$
 S i C

$\square + 6 = 6 + 5$

$8 + 2 = 2 + \square \rightarrow K$ $U \leftarrow \square + 4 = 4 + 11$

$1 + 12 = \square + 1$ $17 + 2 = 2 + \square$
 O U

Şifre:

8 17 17 2 17 8 3 9 2 8
 C C I I
 1 1 4 12 11
 C L
 11 5 11 2
 T R

01/07/2010

EK-2

Örnek

Seda, yaptığı resimleri dosyalıyor. Bunun için 14 tane dosya kullanıyor. Her dosyaya 27 resim koyduğuna göre Seda'nın kaç tane resmi vardır?

	Yüzler	Onlar	Birler
b.	b.	b.	b.
4×7	2	7	
4×20	8	0	
10×7	7	0	
10×20	2	0	0
	3	7	8

1. Adım $\begin{array}{r} 27 \\ \times 14 \\ \hline 108 \end{array}$ 2. Adım $\begin{array}{r} 27 \\ \times 14 \\ \hline 108 \\ 270 \end{array}$ 3. Adım $\begin{array}{r} 27 \\ \times 14 \\ \hline 108 \\ 270 \\ \hline 378 \end{array}$

Seda'nın 378 tane resmi vardır.

Örnek

Bir market sahibi, tanesi 34 YKr olan sakız oyuncak kutularından 108 tane almıştır. 100 tane alındığında 3 YTL indirim yapıldığına göre market sahibi sakızlara kaç YTL ödemiştir?

	Binler	Yüzler	Onlar	Birler
b.	b.	b.	b.	b.
4×8			3	2
4×0			0	0
4×100	4	0	0	0
30×8		2	4	0
30×0			0	0
30×100	3	0	0	0
	3	6	7	2

3672 YKr = 36 YTL 72 YKr
 3 YTL indirim yapıldığına göre, sakızlara 33 YTL 72 YKr ödemiştir.

Örnekler

Aşağıdaki işlemleri modellerle yapalım:

1. 10×231

2. 100×21

3. 1000×2

Etkinlik

Çarpma İşlemi

Araç ve Gereç: onluk taban bloklar

• 4×23 ve 12×15 işlemlerini şekillerdeki gibi onluk taban bloklarıyla modelleyelim.
 • 4×26 , 23×37 , 32×41 , 13×124 , 15×136 , 12×205 işlemlerini model yardımıyla yapalım. İşlemleri nasıl yaptığınızı açıklayınız.

$4 \times 23 = 92$

$12 \times 15 = 180$

198

EK-2 Devam

Araç - gereçler : Onluk taban blokları.

11 x 13 işlemini onluk taban blokları kullanarak yapalım.

Aşağıdaki modellemeyi inceleyiniz.

11 x 10 3 x 11

1 tane yüzük blok = 100
4 tane onluk blok = 40
3 tane birlik = + 3
143

11 x 13 = 143

Siz de yukarıdaki yolu izleyip aşağıdaki çarpma işlemlerini onluk taban blokları kullanarak yapınız.

1) 12 x 13 = ? 2) 10 x 23 = ? 3) 32 x 15 = ?

Aşağıdaki çarpma işlemlerinde, noktalı yerleri tamamlayınız. Her iki çarpma işlemlerinin sonuçlarını karşılaştırınız.

1. İşlem

1	7	1	8					
x	3	0	4					
4 x 1718	→			
...	x 1718	→	0	0	0	0	0	
300 x ...	→	+	.	1	.	4	0	0
			5	2	2	7	2	

2. İşlem

1	7	1	8					
x	3	0	4					
4 x ...	→	6	.	7	2			
...	x 1718	→	5	1	5	4	0	0
		

Birinci ve ikinci işlemin sonuçları aynıdır. Birinci işleminde, ikinci çarpanın onlar basamağı olan "0" sayısının 1718 doğal sayısıyla çarpma işleminde elde edilen sıfır toplamın sonucunu etkilemediği için ikinci işleminde yazılmamıştır. 5154 doğal sayısının rakamları birer basamak sola kaydırılarak yazılmıştır.

Aşağıdaki basamak tablosunda, noktalı yerleri tamamlayınız.

Yüz binler basamağı	On binler basamağı	Binler basamağı	Yüzler basamağı	Onlar basamağı	Birler basamağı
x		2	9	4	8
	
+

İki basamaklı iki doğal sayının çarpma işlemi

Gruplar oluşturunuz. İşlemleri inceleyiniz. Nasıl yapıldığını anlatınız.

1.

23	yüzler b.	onlar b.	birler b.
x 24		2	3
		2	4
4 x 3		1	2
4 x 20		8	0
20 x 3		6	0
20 x 20	4	0	0
+	5	5	2

2.

38	yüzler b.	onlar b.	birler b.
x 23		3	8
		2	3
3 x 8		2	4
3 x 30		9	0
20 x 8	1	6	0
20 x 30	6	0	0
+	8	7	4

EK-3

Basit Notalar

1 vuruşluk nota
2 vuruşluk nota
3 vuruşluk nota
4 vuruşluk nota

Birleşik Notalar

$\frac{1}{2}$ vuruşluk nota
 $\frac{1}{4}$ vuruşluk nota

$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$

$\frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$

$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{4}{4} = 1$ vuruşluk nota

Tarih Köşesi

Mısırlılarda kesirler, kesir birimlerinin toplamı şeklinde ifade edilirdi

$\frac{7}{9} \rightarrow \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{9}$

$\frac{3}{8} \rightarrow \frac{1}{4} + \frac{1}{8}$

$\frac{4}{15} \rightarrow \frac{1}{5} + \frac{1}{15}$

$\frac{5}{24} \rightarrow \frac{1}{6} + \frac{1}{24}$