

# Hill48 akma kriteri kullanarak alüminyum alaşımlarının anizotropik davranışlarının modellenmesi ve optimizasyonu

## Modeling and optimization of the anisotropic behavior of aluminum alloys by using the Hill48 yield criterion

Süleyman Kılıç<sup>1</sup> 

<sup>1</sup>Kırşehir Ahi Evran Üniversitesi, Mühendislik-Mimarlık Fakültesi, Makine Mühendisliği Bölümü, 40000 Kırşehir, Türkiye

**Özet:** Bu çalışmada, Hill48 akma kriteri kullanılarak alüminyum alaşımı AL7075'in anizotropik davranışı modellenmiştir. Hill48 akma kriteri, malzemelerin plastik deformasyon başlangıcını tahmin etmek için geliştirilmiş bir matematiksel modeldir. Anizotropik malzemelerin sonlu elemanlar analizlerinde parametre sayısının az olması nedeniyle günümüzde de yaygın olarak kullanılmaktadır. AL7075 alaşımının deneysel verilerinden elde edilen mekanik özellikler (anizotropi katsayıları ve akma gerilmesi değerleri) kullanılarak model katsayıları hesaplanmıştır. Model parametreleri olan F, G, H ve N katsayıları, anizotropi ve gerilme oranlarına bağlı olarak iki farklı şekilde belirlenmiştir. Ayrıca, optimizasyon tekniği ile bu katsayıların daha hassas belirlenmesi sağlanmış ve hata miktarı %2 olarak tespit edilmiştir. Bu çalışma, Hill48 kriterinin mühendislik uygulamalarındaki etkinliğini vurgulamakta ve optimizasyonun parametre belirlemedeki önemini ortaya koymaktadır. Sonuç olarak, optimizasyon tekniğinin model parametrelerinin belirlenmesinde daha başarılı sonuçlar verdiği gösterilmiştir.

**Anahtar Kelimeler:** Hill48 akma kriteri, model parametreleri, optimizasyon teknikleri

**Abstract:** In this study, the anisotropic behavior of aluminum alloy AA7075 was modeled using the Hill48 yield criterion. The Hill48 yield criterion is a mathematical model developed to predict the onset of plastic deformation of materials. It is still widely used today in finite element analyzes of anisotropic materials due to the small number of parameters. Model coefficients were calculated using the mechanical properties (anisotropy coefficients and yield stress values) obtained from the experimental data of AA7075 alloy. Model parameters F, G, H and N coefficients were determined in two different ways depending on anisotropy and stress rates. In addition, with the optimization technique, these coefficients were determined more precisely and the error amount was determined as 2%. This study emphasizes the effectiveness of the Hill48 criterion in engineering applications and reveals the importance of optimization in parameter determination. As a result, it has been shown that the optimization technique gives more successful results in determining the model parameters.

**Keywords:** Hill48 yield criterion, model parameters, optimization techniques

## 1. Giriş

Hill48 akma kriteri, malzemelerin plastik davranışlarının modellenmesinde yaygın olarak kullanılan bir kriterdir. Rodney Hill tarafından 1948 yılında geliştirilen kriter, özellikle anizotropik (farklı yönlere farklı özellikler gösteren) malzemeler için gerilme durumlarında akma (kalıcı şekil değişikliği, plastik deformasyon) başlangıcını tahmin etmek için kullanılmaktadır (Hill, 1948). Özellikle sac metal levhaların şekillendirilmesi gibi işlemlerde kullanımının kolay olması ve kapsamlı test verilerine ihtiyaç duymaması nedeniyle önemli bir rol oynamaktadır (Abspoel ve ark., 2017; Pijlman, 2001). Sac malzeme özellikleri çoğunlukla anizotropik davranış sergilemekte ve izotropik malzemeler (yöne göre mekanik özellikleri

değişmeyen) için geliştirilmiş von Mises denklemi bu konuda yetersiz kalmaktadır. Anizotropik malzemeler için daha karmaşık bir yapıya sahip olan akma kriteri, sonlu elemanlar yöntemi simülasyon doğruluğunu etkileyen önemli bir faktördür (Yan ve ark., 2015; Ozturk ve ark., 2014). Anizotropik malzemelerin şekillendirilmesinde Hill48 akma kriterinin kullanımı ve modelin geliştirilmesi, mühendislik uygulamalarında büyük önem taşımaktadır (Park ve ark., 2017; Zhang ve Liu, 2017).

Deneysel veriler kullanılarak malzemenin şekillendirilebilme kabiliyetini belirlemek için malzemenin farklı açılarda mekanik özelliklerini incelemek gereklidir. Bu da her bir açı değeri için ayrı ayrı deneyler yapılmasını zorunlu kılmaktadır (Zhang ve ark., 2013). Bu süreç, ol-

<sup>1</sup>İletişim Yazarı / Corresponding author. Eposta/Email : suleymankilic@gmail.com

Geliş / Received: 05.06.2024, Revizyon / Revised: 19.06.2024

Kabul / Accepted: 26.06.2024



dukça zahmetli ve maliyetli olup, laboratuvar ortamında ciddi zaman ve kaynak gerektirmektedir (Jeong ve ark., 2024). Özellikle, geniş bir açı yelpazesinde testlerin tekrarlanması, araştırmacılar için büyük bir iş yükü oluşturmaktadır. Bu nedenle, mühendislik alanlarında, malzemenin akma davranışını öngörebilmek için teorik akma kriterleri geliştirilmiştir (Hosford, 1985). Bu kriterler kullanılarak, deneysel verilerden elde edilen sonuçlar doğrultusunda malzemenin şekillendirilebilme kabiliyeti tahmin edilebilmektedir. Akma kriterlerinin kullanılması, deneysel çalışmaların getirdiği zorlukları ve maliyetleri azaltarak, daha hızlı ve etkili sonuçlar elde edilmesini sağlamaktadır.

Havacılık, otomotiv, beyaz eşya ve savunma sanayilerinde sac metal şekillendirme uygulamaları oldukça yaygındır. Bu gibi sektörlerde kullanılan sac metallerin şekillendirilmesi esnasında, malzemenin akma davranışının doğru bir şekilde tahmin edilmesi büyük önem arz etmektedir. Bu bağlamda, model katsayılarının doğru belirlenmesi, mühendislik tasarımlarının güvenilirliğini ve performansını artırmaktadır (Banabic, 2010; Banabic, 1997). Abaqus, AutoForm, Ls-Dyna, Pam Stamp gibi sonlu elemanlar analiz programlarında Hill48 kriteri kullanılabilmektedir. Model katsayılarının belirlenmesi, Hill48 akma kriterinin doğru uygulanabilmesi için kritik bir adımdır. Bu katsayılar, malzemenin mekanik testlerinden elde edilen veriler kullanılarak hesaplanmaktadır. Bu hesaplamalar genellikle karmaşık ve zaman alıcıdır. Bu nedenle, model katsayılarının belirlenmesinde çeşitli yaklaşımlar önerilmektedir (Zhang ve Liu, 2017; Mu ve ark., 2022; Yan ve ark., 2015). Abspoel ve arkadaşları (Abspoel ve ark., 2017), geleneksel Hill'48 modelinin, çeşitli gerilme durumlarını tam olarak tanımlamakta yetersiz kaldığını ve daha gelişmiş bir modelin gerektiğini vurgulamışlardır. An ve arkadaşları (An ve ark., 2011), Hill48 akma fonksiyonunun plastik anizotropi R-değerleri ile uyumlu olmadığı belirlemişlerdir. Hariharan ve arkadaşları (Hariharan ve ark., 2010), ticari bir çelik numunesi üzerinde sınırlayıcı kubbe yüksekliği testi yapmışlar ve Hill48 akma kriterinin düzlem gerilme modundaki tahminlerin deneysel verilerle uyuşmadığını göstermişlerdir. Hosford yaptığı çalışmada (Hosford, 1985), Hill'in 1948 kriterinin akma mukavemetinin açıyla ilgili değişiminin abartıldığını ifade etmiştir. Akşen ve arkadaşları (Akşen ve ark., 2024), Hill48 akma kriterinin yalnızca belirli yönlerdeki r değerlerini ve akma gerilme oranlarını yakalayabildiğini vurgulamışlardır. Zhang ve arkadaşları (ZhangDuan ve ark., 2024), soğuk haddelenmiş DC04 derin çekme çeliğinde Hill48 akma kriterini incelemişlerdir. Ayrıca, klasik Hill48 modeline ek olarak, anizotropik sertleşmeyi dikkate alan ve bağlı olmayan akış kuralı (non-AFR) ile birleştirilmiş bir model geliştirmişlerdir. Geliştirdikleri modeli deneysel derin çekme işlemi ve sonlu elemanlar analizleri ile doğrulamışlardır. Tomoyuki ve arkadaşları (Hakoyama ve ark.), Hill48 kriterinin kalınlık yönündeki kayma anizotropisini dikkate alarak deformasyon davranışını daha doğru bir şekilde tahmin edebilmek için çalışma yapmışlardır. Plastik de-

formasyon süreçlerinde daha doğru tahminler sunan bir model geliştirilmişlerdir. Jeong ve arkadaşları (Jeong ve ark., 2024), kriter parametrelerini belirlemek için yapay sinir ağı tabanlı bir sistem geliştirmişlerdir. Aynı zamanda, sonlu elemanlar simülasyonları kullanılarak bir veri tabanı oluşturmuşlar ve bu veri tabanı kullanılarak yapay sinir ağını eğitmişlerdir. Geliştirdikleri yöntem ile daha hızlı ve etkili bir şekilde malzeme parametrelerini belirlediklerini vurgulamışlardır.

Bu çalışmada, Hill48 akma kriteri için model katsayılarının belirlenmesinde daha verimli ve doğru yöntemlerin tespit edilmesi amaçlanmıştır. Bu kapsamda, Al7075 alaşımının deneysel verilerinden elde edilen mekanik özellikler kullanılarak model katsayıları hesaplanmıştır. Anizotropi ve gerilme oranlarına dayalı olarak hesaplanan model katsayıları ile optimizasyon teknikleri kullanılarak hesaplanan model katsayıları karşılaştırılmıştır. Optimizasyon yöntemi ile hesaplanan katsayılar sayesinde sonuçlar hassaslaştırılmış ve hata oranı düşürülmüştür. Deneysel verilerle doğrulanan bu yöntemlerin, Hill48 akma kriteri için model katsayılarının belirlenmesinde etkin olduğu gösterilmiştir.

## 2. Teorik Arka Plan

### 2.1. Hill48 Akma Kriteri

Hill48 kriteri (Hill, 1948), Eşitlik 1'de ki gibi ifade edilen genel akma fonksiyonu ile tanımlanmaktadır.

$$F(\sigma_{ij}) = f(\sigma_{11}, \sigma_{22}, \sigma_{33}, \sigma_{12}, \sigma_{13}, \sigma_{23}) \quad 1$$

Bu fonksiyon, malzemenin gerilme bileşenlerine bağlı olarak değişen bir akma yüzeyini tanımlamaktadır. Anizotropik malzemeler için bu fonksiyonun şekli, malzemenin kristal yapısına ve yönelmiş mikroyapısına bağlı olarak değişmektedir. Hill48 akma fonksiyonu Eşitlik 2.'de verilmiştir (Hill, 1948).

$$2f(\sigma_{ij}) \equiv F(\sigma_{22} - \sigma_{33})^2 + G(\sigma_{33} - \sigma_{11})^2 + H(\sigma_{11} - \sigma_{22})^2 + 2L\sigma_{23}^2 + 2M\sigma_{31}^2 + 2N\sigma_{12}^2 = 1 \quad 2$$

Denklemden  $\sigma_{11}$ ,  $\sigma_{22}$ ,  $\sigma_{33}$ ,  $\sigma_{12}$ ,  $\sigma_{23}$ ,  $\sigma_{31}$  gerilme tensörünün bileşenlerini,  $F$ ,  $G$ ,  $H$  anizotropik model katsayılarını ve  $L$ ,  $M$  ve  $N$  ise kayma gerilmesi katsayılarını ifade etmektedir. Düzlem gerilme durumu altında da gerekli sadeleştirmeler yapıldığında Eşitlik 3.'de ki ifade yazılabilmektedir (Hill, 1948).

$\sigma_{eq}^2 = (G + H)\sigma_{11}^2 + (F + H)\sigma_{22}^2 - 2H\sigma_{11}\sigma_{22} + 2N\sigma_{12}^2$   $\sigma_{eq}$ , eşdeğer gerilme değerini ifade etmektedir. Eğer bu değer malzemenin akma gerilmesine eşit veya büyük olursa, malzemede akmanın (plastik deformasyona uğraması) meydana geldiğini ifade etmektedir.

### 2.2. Model Katsayılarının Belirlenmesi

Hill48 akma kriterinde kullanılan katsayılar, malzemenin mekanik testlerinden elde edilen veriler kullanılarak hesaplanmaktadır. 3 numaralı eşitlikte yer alan  $G$ ,  $H$ ,  $F$

ve  $N$  katsayıları hem anizotropi hem de akma gerilmelerine bağlı olarak çözülebilmektedir. Eşitlik 4.'te ki denklemlerde deneysel olarak belirlenen anizotropi değerleri ( $r_0, r_{45}, r_{90}$ ) kullanılarak katsayılar elde edilebilmektedir (Hill, 1948).

$$\begin{aligned} F &= \frac{r_0}{r_{90}(1+r_0)} \\ G &= \frac{1}{(1+r_0)} \\ H &= \frac{r_0}{(1+r_0)} \\ N &= \frac{(r_0+r_{90})+(1+2r_{45})}{2r_{90}(1+r_0)} \end{aligned} \quad 4$$

Bu katsayılar için gerilme bazlı çözümler için Eşitlik 5.'de ki denklemler kullanılmaktadır (Yu ve ark., 2021; Wang ve ark., 2013).

$$\begin{aligned} F &= \frac{1}{2} \left[ \left( \frac{\sigma_0}{\sigma_{90}} \right)^2 - 1 + \left( \frac{\sigma_0}{\sigma_b} \right)^2 \right] \\ G &= \frac{1}{2} \left[ 1 - \left( \frac{\sigma_0}{\sigma_{90}} \right)^2 + \left( \frac{\sigma_0}{\sigma_b} \right)^2 \right] \\ H &= \frac{1}{2} \left[ 1 + \left( \frac{\sigma_0}{\sigma_{90}} \right)^2 - \left( \frac{\sigma_0}{\sigma_b} \right)^2 \right] \\ N &= \frac{1}{2} \left[ \left( \frac{2\sigma_0}{\sigma_{45}} \right)^2 - \left( \frac{\sigma_0}{\sigma_b} \right)^2 \right] \end{aligned} \quad 5$$

Bazı malzemelerde Eşitlik 6.'da verilen denklem çözümünde iki olumsuz durum ortaya çıkabilmektedir.

$$\begin{aligned} \left( \frac{\sigma_b}{\sigma_0} \right)^2 &= \frac{1+r_n}{2} \\ \left( \frac{\sigma_{90}}{\sigma_0} \right)^2 &= \frac{r_{90}(1+r_0)}{r_0(1+r_{90})} \end{aligned} \quad 6$$

Bu iki denkleme göre  $r_n > 1$ ,  $\sigma_b > \sigma_0$ ,  $\sigma_{90} > \sigma_0$ ,  $r_{90} > r_0$  olması gereklidir. Bu şartın ihlal olması birinci ve ikinci anormal davranışlar olarak adlandırılmaktadır (Banabic, 2010).

Yukarıda görüldüğü gibi bu akma kriterinin model tahminin yapılabilmesi için hadde yönüne göre üç yöndeki ( $0^\circ, 45^\circ, 90^\circ$ ) deneylerin yapılması yeterlidir. Bu kriterin en büyük avantajlarından birisi de budur (Khalifallah ve ark., 2015).

### 3. Malzeme ve Yöntem

Bu çalışmada, Al7075 alaşımı üzerinde Hill48 akma kriterinin model katsayılarının belirlenmesi için yazarın daha önce literatürde yayınlanan çalışmasındaki deneysel veriler kullanılmıştır. Bu kapsamda AA7075 alaşımlarının mekanik özellikleri Tablo 1.'de verilmiştir (Kilic, 2019).

**Tablo 1.** Al7075 alaşımının farklı yönlerdeki mekanik özellikleri.

Malzeme	$r_0$	$r_{45}$	$r_{90}$	$\sigma_0$ (MPa)	$\sigma_{45}$ (MPa)	$\sigma_{90}$ (MPa)
AA7075	0,38	0,69	0,47	523,5	500,9	530,1

Model katsayıları ( $F, G, H$  ve  $N$ ) Tablo 1.'de ki deneysel veriler kullanılarak Eşitlik 4 ve 5.'te verilen denklemler yardımıyla anizotropiye ve gerilme oranına bağlı olarak hesaplanabilmektedir. Malzemelerin akma mukavemeti ve anizotropilerinin açıyla değişimlerini bulmak için Eşitlik 7.'de verilen denklemlere göre çözümlemenin yapılması gerekmektedir.

$$\begin{aligned} \sigma_{11} &= Y_\theta \cos^2 \theta \\ \sigma_{22} &= Y_\theta \sin^2 \theta \\ \sigma_{12} &= \sigma_{21} = Y_\theta \sin \theta \cos \theta \\ \sigma &= Y_\theta F_\theta \\ r_\theta &= \frac{F_\theta}{\frac{d\sigma}{d\sigma_{11}} + \frac{d\sigma}{d\sigma_{22}}} - 1 \end{aligned} \quad 7$$

Bu denklemlerdeki  $Y_\theta$ : akma mukavemetinin açıyla değişimini,  $r_\theta$  ise anizotropinin açıyla değişimini ifade etmektedir.

Çalışma kapsamında model katsayılarının belirlenmesi için ayrıca optimizasyon algoritması kullanılmıştır. Optimizasyon, mühendislik ve bilimsel araştırmalarda yaygın olarak kullanılan bir tekniktir. Özellikle mühendislikte, malzemelerin mekanik özelliklerinin belirlenmesi ve modellenmesi için optimizasyon teknikleri kritik bir rol oynamaktadır. Bu çalışmada, optimizasyon yöntemi olarak *fmincon* fonksiyonu kullanılmıştır. *fmincon*, kısıtlar altında doğrusal olmayan minimizasyon problemlerini çözen bir fonksiyondur (Byrd ve ark., 2000). Bu fonksiyon, aşağıdaki genel formdaki problemleri çözmek için kullanılmaktadır:

$$\min_x f(x) \quad 8$$

Kısıtlar:

$$Ax \leq b$$

$$A_{eq}x \leq b_{eq}$$

$$lb \leq x \leq ub \quad 9$$

Burada:  $f(x)$ : Amaç fonksiyonunu,  $Ax \leq b$ : Doğrusal eşitsizlik kısıtlarını,  $A_{eq}x \leq b_{eq}$ : Doğrusal eşitlik kısıtlarını,  $lb \leq x \leq ub$ : Değişkenlerin alt ve üst sınırlarını ifade etmektedir.

Optimizasyon problemi, deneysel veriler ile teorik hesaplamalar arasındaki farkın minimize edilmesi şeklinde tanımlanmıştır. Hedef fonksiyon, deneysel ve teorik değerler arasındaki hata olarak tanımlanmıştır (Eşitlik 10). Optimizasyon işleminde tanımlanan hata miktarı,

deneyel veriler ile model arasında en iyi uyumu sağlayacak katsayıların bulunmasını sağlamaktadır (Tang ve Lou, 2019).

$$Hata = \sum_{i=1}^n \left( \frac{\sigma_{teo,i} - \sigma_{deney,i}}{\sigma_{deney,i}} \right)^2 + \sum_{i=1}^n \left( \frac{r_{teo,i} - r_{deney,i}}{r_{deney,i}} \right)^2 \quad 10$$

Burada:  $\sigma_{deney,i}$ : deneysel gerilme değerini,  $\sigma_{teo,i}$ : teorik gerilme değerini,  $r_{deney,i}$ : deneysel anizotropi değerini,  $r_{teo,i}$ : teorik anizotropi değerini ifade etmektedir.

## 4. Sonuçlar ve Tartışma

Çalışmada, Hill48 akma kriteri için model katsayılarının belirlenmesi amacıyla sayısal ve analitik yöntemlerin etkinlikleri incelenmiştir. Eşitlik 4 ve 5'te verilen denklemlere Tablo 1'de verilen deneysel değerler yazılarak Tablo 2.'de ki katsayılar elde edilmiştir.

**Tablo 2.** Model katsayıları.

Katsayı belirleme yöntemi	F	G	H	N
Anizotropi	0,3991	0,7246	0,2754	1,5806
Gerilme	0,4882	0,5118	0,4882	1,6883
Optimizasyon	0,5400	0,8423	0,3559	1,3559

Optimizasyon yönteminde hata miktarı %2 olarak belirlenmiş optimizasyon işlemi 1 saniye içerisinde tamamlanmıştır. Hata miktarının düşürülmesi optimizasyon sürelerini artırmakta ve çözüm süreleri uzamaktadır. Tablo 3.'de optimizasyon işlemi sonucu elde edilen değerler ve deneysel değerlerle karşılaştırılması verilmiştir. Gerilme değerleri hadde yönüne göre normalize edilmiş değerlerdir.

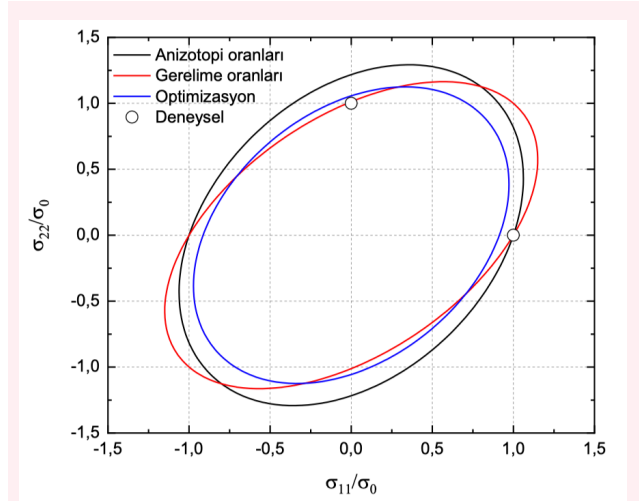
**Tablo 3.** Optimize edilen sonuçlar.

Açı	Deneysel Gerilme	Hesaplanan Gerilme	Deneysel Anizotropi	Hesaplanan Anizotropi
0°	1	0,9135	0,38	0,4225
45°	0,956	0,9884	0,47	0,4808
90°	1,012	1,0564	0,69	0,6590

Elde edilen grafiklerinin analizi hem sac metal şekillendirme süreçlerinde hem de sonlu elemanlar analizlerinde (FEA) önemli bir yere sahiptir. Bu grafiklerin yorumlanması, malzemenin mekanik davranışını anlamada ve bu davranışın matematiksel modellerle ifade edilmesinde önemli bilgiler sağlamaktadır.

Akma yüzeyinin şekli, malzemenin akma kriterlerini ve gerilme durumları altındaki davranışını ifade etmektedir. Akma yüzeyinin farklı şekilleri, malzemenin farklı

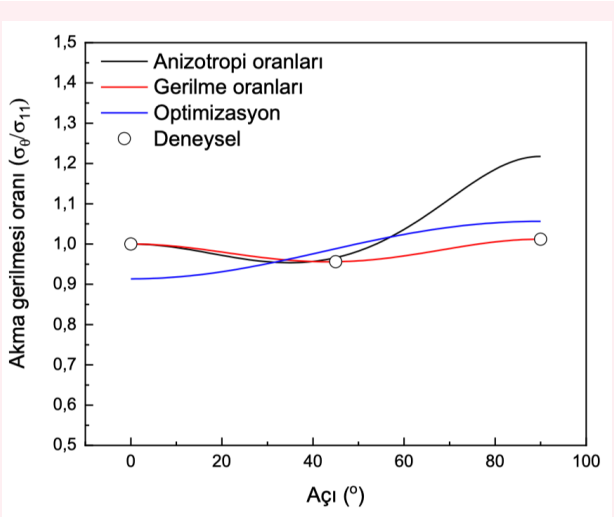
gerilme yollarında nasıl akma (plastik deformasyon) gösterdiğini belirlememizi sağlamaktadır. Şekil 1.'de farklı yöntemler sonucu elde edilen akma yüzeyleri verilmiştir. Kriterin, anizotropi ve gerilme oranlı çözümlerinin farklı akma yüzeylerinin oluşmasına sebep olduğu görülmektedir. Gerilme oranlı denklemlerin deneysel değerlere daha uyumlu olduğu, optimizasyon sonuçlarının ise anizotropi oranlı sonuçlardan daha iyi olduğu görülmektedir.



**Şekil 1.** Akma yüzeyleri karşılaştırması.

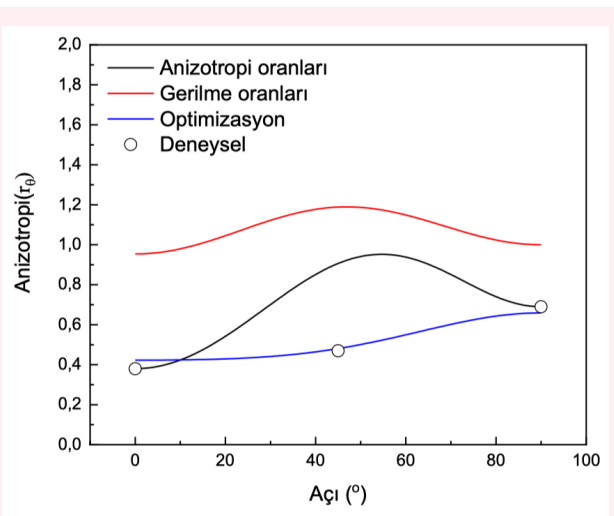
Akma mukavemeti, malzemenin plastisiteye girmeden önce dayanabileceği maksimum gerilme miktarını temsil etmektedir. Açığa bağlı olarak akma mukavemetinin değişiminin elde edilmesiyle malzemenin farklı yönlerdeki mukavemet özellikleri belirlenmiş olmaktadır. Bu sayede, sac metal şekillendirme süreçlerinde malzemenin hangi yönlerde daha dayanıklı olduğunu ve hangi yönlerde daha kolay deforme olabileceğini belirlemektedir. Böylelikle, şekillendirme işlemlerinde malzemenin optimal yönelimi ve kesme stratejileri belirlenmektedir. Sonlu elemanlar analizlerinde ise gerçeğe yakın simülasyonlar yapılmasını sağlamaktadır.

Şekil 2.'de akma mukavemetinin açıyla değişim grafiği verilmiştir. Gerilme oranlı denklemlerin deneysel verilerle uyumlu olduğu görülmektedir. Bu uyum, gerilme oranlı denklemlerin anizotropik malzemelerin gerilme-altındaki davranışını daha doğru bir şekilde temsil etmesiyle açıklanabilir. Anizotropi oranlı denklemlerin ise 0° ve 45° açılarında iyi fakat 90° açısında çok hatalı sonuçlar verdiği görülmektedir. Bu durum, anizotropi oranlı denklemlerin belirli yönlerde malzemenin gerçek davranışını tam olarak yansıtamamasıyla açıklanabilir. Optimizasyon yönteminin ise bütün açılarda bir hata miktarına sahip olduğu görülmektedir. Ancak genel olarak en düşük hata oranını sağlamaktadır. Bu yöntemin her açı için belirli bir hata miktarına sahip olmasının nedeni, optimizasyon algoritmasının tüm yönlerde en iyi uyumu sağlamaya çalışırken, bazı açılarda küçük hatalar yapmasından kaynaklanmaktadır.



Şekil 2. Akma gerilmesi oranının açıyla değişimi.

Anizotropi katsayısı, malzemenin farklı yönlerdeki mekanik özelliklerinin değişimini ifade etmektedir. Açığa bağlı olarak anizotropinin değişimi, malzemenin iç yapısal yönelimlerinin mekanik davranış üzerindeki etkisini ortaya koymaktadır. Anizotropi grafikleri, malzemenin farklı yönlerde nasıl davranacağını ve deformasyon sırasında hangi yönlerde daha fazla dirence sahip olacağını belirlemektedir. Şekil 3.'de anizotropinin açıyla değişim grafiği verilmiştir. Burada diğer durumların aksine gerilme bazlı denklemler çok yüksek oranda hatalı tahminler yaptığı görülmektedir. Bu hataların nedeni, gerilme bazlı denklemlerin anizotropik malzemelerin belirli açılardaki karmaşık iç yapısal ve kristal yönelim özelliklerini yeterince temsil edememesinden kaynaklanmaktadır. Bu nedenle, gerilme bazlı denklemler belirli açılarda yüksek oranda hatalı tahminler yapmaktadır. Anizotropi oranlı denklemlerin 0° ve 90° için iyi tahmin yaptığı fakat 45° için hatalı tahmin yaptığı görülmektedir. Optimizasyon yöntemi ise en az hatayla tahmin yapan model olmuştur.



Şekil 3. Anizotropinin açıyla değişimi.

Literatürde de bulgularımızı destekleyen çalışmalar bulunmaktadır (Yu ve ark., 2021). Klasik Hill48 akma kriterinin sonuçların hata oranının yüksek olduğu ve geliştirilmesi gerektiği (ZhangDuan ve ark., 2024), dört parametrenin kalibre edilmesi gerektiği gösterilmiştir (ZhangLi ve ark., 2024). Hill48 kriterinin, akma gerilmesindeki yöne bağlı değişimi ve düzlemsel anizotropiyi aynı anda doğru bir şekilde tahmin etmekte zorlanmakta ve daha fazla parametre eklenerek güncellenmesi gerektiğinden bahsedilmiştir (Jeong ve ark., 2024). Bu konuda Lian ve arkadaşları tarafından (Lian ve ark., 2018) yapılan çalışmada da model parametreleri gerilme oranlı ve anizotropi oranlı genişletilerek plastisite modeli olarak önerilmiştir. Shahid'de yaptığı çalışmada parametreleri optimizasyonla kalibre etmiş ve hata oranını azaltmıştır (Shahid ve Gukhool, 2020). Optimizasyon sonuçları, deneysel ve teorik değerler arasındaki hatayı minimize ederek, malzemenin mekanik davranışının daha doğru bir şekilde modellenmesini sağlamaktadır. Hata oranlarının düşürülmesiyle çözüm süresi artacak fakat daha yakın sonuçlar elde edilebilecektir.

## 5. Sonuçlar

Hill48 akma kriteri, sac metal şekillendirme ve sonlu elemanlar analizlerinde az parametre ile tahmin yapılabilmesi nedeniyle yaygın olarak kullanılmaktadır. Kriterin model parametrelerinin belirlenmesinde literatürde birçok yöntem bulunmaktadır. Bu çalışmada, Hill48 akma kriteri kullanılarak Al7075 alaşımının anizotropik davranışları modellenmiş ve optimizasyon yöntemi kullanılarak katsayılar elde edilip karşılaştırılmıştır.

Deneysel verilerden elde edilen anizotropi katsayıları ve akma gerilmesi değerleri kullanılarak model parametreleri hesaplanmıştır. Anizotropi oranlarına göre hesaplanan F, G, H ve N katsayıları sırasıyla 0,3991, 0,7246, 0,2754 ve 1,5806, gerilme oranlarına göre ise 0,4882, 0,5118, 0,4882 ve 1,6883 olarak belirlenmiştir. Optimizasyon tekniği (Fmincon), model katsayılarının daha hassas belirlenmesini sağlamış ve hata miktarı %2 olarak tespit edilmiştir. Bu yöntem, deneysel veriler ile teorik hesaplamalar arasındaki farkı minimize ederek, daha doğru model parametrelerinin elde edilmesini sağlamıştır.

Çalışmanın sonucunda, model parametrelerinin doğru belirlenmesi için optimizasyon yönteminin önemli olduğu görülmüştür. Gerilme oranlı denklemlerin akma yüzeyi ve akma gerilmesi oranı için deneysel değerlere daha uyumlu olduğu tespit edilmiştir. Optimizasyon yönteminin her açı için bir hata miktarına sahip olduğu ve anizotropi tahmininde en az hatayla sonuç verdiği belirlenmiştir.

## Orcid

Süleyman Kılıç  <https://orcid.org/0000-0002-1681-9403>

## Kaynaklar

- Abspoel, M., Scholting, M. E., Lansbergen, M., An, Y., & Vegter, H. (2017). A new method for predicting advanced yield criteria input parameters from mechanical properties. *Journal of Materials Processing Technology*, 248, 161-177.
- Akşen, T. A., Özsoy, M., & Firat, M. (2024). Earing prediction performance of homogeneous polynomial-based yield function coupled with the combined hardening model for anisotropic metallic materials. *Pamukkale Üniversitesi Mühendislik Bilimleri Dergisi*, 30(1), 1-9.
- An, Y., Vegter, H., Carless, L., & Lambriks, M. (2011). A novel yield locus description by combining the Taylor and the relaxed Taylor theory for sheet steels. *International Journal of Plasticity*, 27(11), 1758-1780.
- Banabic, D. (1997). Sheet metal formability predicted by using the new (1993) Hill's yield criterion. In M. Predeleanu & P. Gilormini (Eds.), *Studies in Applied Mechanics*. Elsevier.
- Banabic, D. (2010). *Sheet metal forming processes: Constitutive modelling and numerical simulation*. Springer Science & Business Media.
- Byrd, R. H., Gilbert, J. C., & Nocedal, J. (2000). A trust region method based on interior point techniques for nonlinear programming. *Mathematical Programming*, 89, 149-185.
- Hakoyama, T., Hakoyama, C., & Furusato, D. (2022). Measurement of shear deformation behavior in thickness direction for a mild steel sheet. *Materials Research Proceedings*, 41.
- Hariharan, K., Prakash, R. V., & Sathya Prasad, M. (2010). Influence of yield criteria in the prediction of strain distribution and residual stress distribution in sheet metal formability analysis for a commercial steel. *Materials and Manufacturing Processes*, 25(8), 828-836.
- Hill, R. (1948). A theory of the yielding and plastic flow of anisotropic metals. *Proceedings of the Royal Society of London. Series A. Mathematical and Physical Sciences*, 193(1033), 281-297.
- Hosford, W. F. (1985). Comments on anisotropic yield criteria. *International Journal of Mechanical Sciences*, 27(7-8), 423-427.
- Jeong, K., Lee, K., Kwon, D., Lee, M.-G., & Han, H. N. (2024). Parameter determination of anisotropic yield function using neural network-based indentation plastometry. *International Journal of Mechanical Sciences*, 263, 108776.
- Khalfallah, A., Alves, J. L., Oliveira, M. C., & Menezes, L. F. (2015). Influence of the characteristics of the experimental data set used to identify anisotropy parameters. *Simulation Modelling Practice and Theory*, 53, 15-44.
- Kilic, S. (2019). Experimental and numerical investigation of the effect of different temperature and deformation speeds on mechanical properties and springback behaviour in Al-Zn-Mg-Cu alloy. *Mechanika*, 25(5), 406-412.
- Lian, J., Shen, F., Jia, X., Ahn, D.-C., Chae, D.-C., Münstermann, S., & Bleck, W. (2018). An evolving non-associated Hill48 plasticity model accounting for anisotropic hardening and r-value evolution and its application to forming limit prediction. *International Journal of Solids and Structures*, 151, 20-44.
- Mu, Z., Zhao, J., Meng, Q., Huang, X., & Yu, G. (2022). Applicability of Hill48 yield model and effect of anisotropic parameter determination methods on anisotropic prediction. *Journal of Materials Engineering and Performance*, 31(3), 2023-2042.
- Ozturk, F., Toros, S., & Kilic, S. (2014). Effects of anisotropic yield functions on prediction of forming limit diagrams of DP600 advanced high strength steel. *Procedia Engineering*, 81, 760-765.
- Park, N., Huh, H., Lim, S. J., Lou, Y., Kang, Y. S., & Seo, M. H. (2017). Fracture-based forming limit criteria for anisotropic materials in sheet metal forming. *International Journal of Plasticity*, 96, 1-35.
- Pijlman, H. H. (2001). Sheet material characterisation by multi-axial experiments.
- Shahid, S., & Gukhool, W. (2020). Experimental testing and material modeling of anisotropy in injection moulded polymer materials [Master's thesis, Blekinge Institute of Technology].
- Tang, B., & Lou, Y. (2019). Effect of anisotropic yield functions on the accuracy of material flow and its experimental verification. *Acta Mechanica Solida Sinica*, 32(1), 50-68.
- Wang, H., Wan, M., Yan, Y., & Wu, X. (2013). Effect of the solving method of parameters on the description ability of the yield criterion about the anisotropic behavior. *Journal of Mechanical Engineering*, 49(24), 45-53.
- Yan, Y., Wang, H., & Li, Q. (2015). The inverse parameter identification of Hill 48 yield criterion and its verification in press bending and roll forming process simulations. *Journal of Manufacturing Processes*, 20, 46-53.
- Yu, Y., Jie, B., Xu, X., & Haibo, W. (2021). In-depth analysis of convexity of Hill'48 anisotropic yield criterion. *Journal of Plasticity Engineering*, 28(12), 184-191.
- Zhang, H.-X., Li, F.-F., & Fang, G. (2024). Predicting plastic behavior of magnesium alloy tube bending with comprehensive constitutive models. *Mechanics of Materials*, 195, 105030.
- Zhang, H., & Liu, Y. (2017). The inverse parameter identification of Hill'48 yield function for small-sized tube combining response surface methodology and three-point bending. *Journal of Materials Research*, 32(12), 2343-2351.
- Zhang, S. Y., Leotoing, L., Guines, D., & Thuillier, S. (2013). Calibration of material parameters of anisotropic yield criterion with conventional tests and biaxial test. *Key Engineering Materials*, 554, 2111-2117.
- Zhang, Y., Duan, Y., Mu, Z., Fu, P., & Zhao, J. (2024). Non-associated flow rule constitutive modeling considering anisotropic hardening for the forming analysis of orthotropic sheet metal. *Experimental Mechanics*, 64(3), 305-323.