

Okul Öncesi Dönem Çocukları İçin İleri Matematik Becerileri Testinin Geliştirilmesi**

Feyza Aydın Bölükbaş^{1*} 
İlkay Ulutaş² 

¹Aksaray Üniversitesi, Okul Öncesi Eğitimi Anabilim Dalı, Aksaray, Türkiye
fezzaaydin@aksaray.edu.tr

²Gazi Üniversitesi, Okul Öncesi Eğitimi Anabilim Dalı, Ankara, Türkiye
uilkay@gazi.edu.tr

*Sorumlu Yazar

Özet: Okul öncesi dönem çocuklarının ileri düzey matematik becerilerini değerlendiren ‘Okul Öncesi Dönem Çocukları İçin İleri Matematik Becerileri Testi’nin geliştirilmesi, geçerlik ve güvenirliğinin yapılması amacıyla yapılan bu çalışma nicel araştırma yöntemlerinden tarama modelinde yürütülmüştür. Okul Öncesi Dönem Çocukları İçin İleri Matematik Becerileri Testi, öğretmenlerin çocukların ileri matematik becerilerini gözlemleyerek değerlendirecekleri beşli Likert şeklinde (Hiçbir Zaman, Bazen, Sık Sık, Çoğu Zaman, Her Zaman) hazırlanmıştır. Testin yapı geçerliliği açıklayıcı faktör analizi ve doğrulayıcı faktör analizi ile; güvenirlik analizleri ise Cronbach Alfa ve McDonald's omega ile gerçekleştirilmiştir. Bulgular Okul Öncesi Dönem Çocukları İçin İleri Matematik Becerileri Testinin Temel Beceriler (11 madde), Sayma ve İşlem (10 madde), Uzamsal Algı (7 madde), Problem Çözme (6 madde) olmak üzere dört alt boyut ve toplamda 34 maddeden oluştuğunu ortaya koymuştur.

Anahtar Kelime: Erken matematik becerileri, okul öncesi eğitim, okul öncesi öğretmeni

Geliş tarihi: 10.06.2024
Kabul tarihi: 20.08.2024
Yayın tarihi: 30.07.2025

GİRİŞ

Matematiksel düşünme psikoloji, eğitim ve nörobilim alanlarını içine alan kapsamlı bir süreçtir. Çocuklar yaşları ilerledikçe giderek daha karmaşık hale gelen matematiksel fikirler ve süreçlerle karşılaşır ve çevresindekiler tarafından desteklendiklerinde bu süreçleri kullanabilecek yeterlilikler elde ederler (Gilmore vd., 2018). Günümüz dünyasının bilgi zenginliği düşünüldüğünde eğitimin çocukları çevrelerinde meydana gelen çeşitli karmaşık görevlerle başa çıkmaya hazırlaması gerekmektedir (van Oers ve Poland, 2012). Çünkü matematik becerilerinin temeli erken deneyimlerle şekillenmekte, daha sonraki matematiksel düşünme yapıları ve akademik becerileri için erken ve etkili müdahalelerin önemli olduğu görülmektedir (Aunio ve Niemivirta 2010; Duncan vd., 2007; Geary vd., 2013; Levine vd., 2010; MacDonald ve Carmichael, 2016; Watts vd., 2014). Matematik becerileri nitelikli olarak desteklenmeyen çocuklarda oluşan boşluklar eğitim kademelerinde ilerledikçe daha belirgin hale gelmektedir (Willingham, 2021). Bu nedenle okul öncesi dönemden itibaren çocukların yüksek kaliteli matematik ihtiyaçlarının karşılanması oldukça önemlidir (Corey vd., 2010; Mensah ve Ampadu, 2024; Munter, 2014; Rosenquist vd., 2015).

Okul öncesi dönemde çocuklara sunulan matematik içeriği ve fırsatları onların ilerlemelerinin de belirleyicisidir. Bazı sınıflarda matematik eğitimi tanıma ve bilgi seviyesinde kalabilmekte ve daha derin düşünme süreçleri göz ardı edilebilmektedir (Engel vd., 2013; van Oers ve Poland, 2012). Matematik artık sadece bilgi düzeyinde değil, problem çözme ve bilgi toplumunun zorluklarıyla başa çıkabilmek için kullanma becerilerini oluşturacak şekilde anlam, yorum ve üretme gibi üst bilişsel süreçlerle desteklenmesi gerekmektedir (Novita ve Herman, 2021).

Son yıllarda erken matematikle ilgili yapılan çalışmalar incelendiğinde ileri matematik (sembolik gelişim, temsil becerileri, matematiksel soyutlama, matematiksel düşünme, problem çözme, uzamsal düşünme vb.) ile ilgili içerik ve becerilerin arttığı görülmüştür (Björklund vd., 2020; Donlan, 2020; Gilmore vd., 2018; McCluskey vd., 2023; Sterner vd., 2020; van Oers ve Poland, 2012; Worthington vd., 2019). Literatürde çocukların temel matematik performanslarını ölçen araçlar (Erdoğan ve Baran, 2006; Çelik ve Kandır, 2011;

Önkol, 2012; Pekince, 2015; Ergül, 2014; Karakuş, 2022) olmakla birlikte ileri matematik becerilerini değerlendirmek için de ölçme araçlarına ihtiyaç duyulmaktadır. Nguyen vd. (2016) yapmış oldukları çalışmada temel becerilere ek olarak ileri sayma becerilerini değerlendirdikleri bir ölçme aracı kullanmışlar ve daha sonraki matematik performanslarında ileri sayma becerilerinin daha etkili olduğu sonucuna ulaşmışlardır. İleri matematik sayma becerilerine ek olarak örüntü ve ölçme becerileri de önemli olarak görülmekte ve incelenmesi gerekmektedir (Engel vd., 2013).

Okul öncesi eğitimde ileri matematik becerilerinin incelenmesi, çocukların bilişsel gelişimlerini nitelikli olarak desteklemek, akademik hazırlığı sağlamak ve eğitimde eşitlik sağlamak için kritik öneme sahiptir. İleri düzey matematik becerilerinin desteklenmesi çocukların bireysel gelişim ihtiyacını destekler ve yaşam boyu öğrenme ve başarı için sağlam bir temel oluşturur (Litkowski vd., 2020; Nguyen vd., 2016; Verdine vd., 2014). Çocukların gelişimleri ve ilgileri doğrultusunda temel matematik becerileri ile birlikte karmaşık matematik bilgileri sistematik olarak desteklendiğinde ilkökul kademesine daha güçlü hazırlanabilirler (Verdine vd., 2014). Tüm çocuklara erken yaşlardan itibaren ihtiyaç duydukları düzeyde matematik becerileri geliştirme fırsatı sağlamak eşitlikçi öğrenme için de bir temel oluşturur (Litkowski vd., 2020). Bu doğrultuda çocukların ileri matematik becerilerinin belirlenmesinin ihtiyaç duydukları eğitim sürecinin belirlenmesine de önemli katkılar sunacağı düşünülmektedir.

Türkiye literatüründe matematik becerilerini ölçen araçlar incelendiğinde çocuk performansına dayalı oldukları (Erdoğan ve Baran, 2006; Çelik ve Kandır, 2011; Ergül, 2014; Kaçıra ve Dağlıoğlu, 2019; Karakuş, 2022; Önkol, 2012; Pekince, 2015) ve gözleme dayalı bir ölçme aracı olmadığı görülmüştür. Bu nedenle bu çalışmada Öğretmen ve araştırmacılara daha pratik veri sağlaması ve ileri matematik becerilerini kapsamlı ele alması amacıyla “Okul Öncesi Dönem Çocukları İçin İleri Matematik Becerileri Testi” geliştirilmesi amaçlanmıştır.

Belirlenen amaç doğrultusunda aşağıdaki sorulara cevap aranmaktadır:

1. Okul öncesi dönem çocukları için geliştirilen İleri Matematik Becerileri Testi geçerli bir yapıya sahip midir?
2. Okul öncesi dönem çocukları için geliştirilen İleri Matematik Becerileri Testi güvenilir bir yapıya sahip midir?

YÖNTEM

Araştırmanın Modeli

Okul Öncesi Dönem Çocukları İçin İleri Matematik Becerileri Testinin geliştirilmesi amacıyla gerçekleştirilen bu çalışma nicel araştırma yöntemlerinden tarama modelinde tasarlanmıştır. Tarama modelinde bir grubun belirli özelliklerini tanımlamak için bilgi toplanması amacıyla veri toplanır, çalışmanın verileri evreni temsil edecek şekilde örneklemden toplanan bilgilere dayanmaktadır (Büyüköztürk vd. 2017; Fraenkel vd., 2012). Okul Öncesi Dönem Çocukları İçin İleri Matematik Becerileri Testi çocukların ileri düzey matematik becerilerinin öğretmen gözlemleri ile belirlenmesi amacıyla araştırmacılar tarafından hazırlanıp, geçerlik güvenilirlik çalışmaları gerçekleştirilmiştir. Bu noktada DeVellis (2016)’nın ölçek geliştirme ilkelerinden yararlanılmıştır.

Çalışma Grubu

Okul Öncesi Dönem Çocukları İçin İleri Matematik Becerileri Testinin açımlayıcı faktör analizini yapmak amacıyla 66 okul öncesi öğretmeninden toplamda 180 çocuk için veri toplanmıştır. Bir öğretmen sınıf listesinden rastgele yöntemle belirlenen 1-5 çocuk için formu doldurmuştur. Değerlendirilen çocukların %15’inin (n = 27) dört yaşında, %59,44’ünün (n = 107) beş yaşında ve %25,56’sının (n = 46) altı yaşında olduğu belirlenmiştir. Çocukların %48,33’ü (n = 87) erkek, %51,67’si (n = 93) ise kızdır. Doğrulayıcı faktör analizinde ise 89 okul öncesi öğretmeninden toplamda 243 çocuk için veri toplanmıştır. Değerlendirilen çocukların %16,46’sı (n = 40) dört yaşında, %65,02’si (n = 158) beş yaşında ve %18,52’si (n = 45) altı yaşındadır. Çocukların %47,33’ü (n = 115) erkek ve %52,67’si (n = 128) kızdır.

Veri Toplama Aracı

Okul Öncesi Dönem Çocukları İçin İleri Matematik Becerileri Testi Temel Beceriler, Sayma, İşlem, Uzamsal Algı ve Problem çözme alt boyutlarından oluşmaktadır. Her alt boyut için ayrı havuzda oluşturulan maddeler beşli Likert yapıda (“Hiçbir Zaman=1, Bazen=2, Sık Sık=3, Çoğu Zaman=4, Her Zaman=5”) değerlendirilecek şekilde hazırlanmış, öğretmenlerden son bir aylık gözlemlerine göre çocukları değerlendirmeleri istenmiştir.

Verilerin Toplanması ve Analizi

Veriler çalışmaya gönüllük esasıyla katılan öğretmenlerden online form aracılığıyla 01.05.2022 ve 01.07.2022 tarihleri arasında toplanmıştır. Açıklayıcı faktör analizi öncesinde verilerin örneklem büyüklüğünün yeterliği Kaiser-Meyer-Olkin (KMO) testi ve verilerin faktör analizine uygunluğu Bartlett küresellik testi ile incelenmiştir. Okul Öncesi Dönem Çocukları İçin İleri Matematik Becerileri Testinin açıklayıcı faktör analizi sonucunda ortaya çıkan yapının doğrulanması için de doğrulayıcı faktör analizi yapılmıştır. Doğrulayıcı faktör analizi yapılırken çoklu normal dağılım göstermediği için robust maksimum olabilirlik kestirim yöntemi kullanılmıştır. Doğrulayıcı faktör analizi sonucunda model uyumunda χ^2/sd , CFI, NFI, NNFI ve RMSEA uyum iyiliği indeksleri değerlendirilmiştir. Test puanlarının güvenilirliğini tespit etmek için Cronbach alfa ve McDonald's omega güvenirlik katsayıları hesaplanmıştır.

Araştırmanın Etik İzinleri

Bu araştırma birinci araştırmacının “Somut-Yarı Somut (Temsili)- Soyut Yaklaşımlı Matematik Programının Çocukların Matematik Becerileri ile Öğretmen Bilgi ve Uygulamalarına Etkisi” başlıklı doktora tez çalışmasından üretilmiş olup, etik onayı Gazi Üniversitesi Etik Komisyonu, 22.03.2022 tarih ve 06 sayılı toplantısından E-77082166-302.08.01-333644 sayısı ile elde edilmiştir.

BULGULAR

Okul Öncesi Dönem Çocukları İçin İleri Matematik Becerileri Testi’nin geliştirilmesinde geçerlilik ve güvenilirliği sağlamak için yapılan işlemler kapsam geçerliliği, yapı geçerliliği ve güvenirlik alt başlıkları ile açıklanmıştır.

Kapsam Geçerliliği

Okul Öncesi Dönem Çocukları İçin İleri Matematik Becerileri Testi’nin kapsam geçerliliğinin sağlanması sürecinde; ölçme aracının amaçlarının belirlenmesi, özelliklerinin tanımlanması, madde havuzunun oluşturulması, uzman görüşü alınması, pilot test ve revizyonlar, ölçeğin geçerlik ve güvenirliğinin yapılması ve maddelerin değerlendirilmesi gibi ölçek geliştirme ilkeleri izlenmiştir. Bu ilkeler, ölçek geliştirmeye yönelik sistematik bir yaklaşım sunarak ölçme araçlarının geçerli ve güvenilir olmasını sağlamaktadır (DeVellis, 2016).

Ölçme aracı amaçlarının belirlenmesi

Ölçek geliştirmede ölçülmek istenen yapının net bir şekilde kavramsallaştırılması gerekmektedir. Ölçeği oluşturmada önce ölçülmek istenen yapı ile ilgili kuramsal çerçeveyi ve boyutları tanımlamak ve anlamak için bu yapı ile ilgili literatürün ve teorik çerçevenin kapsamlı bir şekilde incelenmesi gerekmektedir (DeVellis, 2016). Bu amaçla Okul Öncesi Dönem Çocukları İçin İleri Matematik Becerileri Testinin kuramsal çerçevesinde yapılandırmacı yaklaşımdan yola çıkılmıştır. Çocuğun somut deneyimleri ile duyuşsal veya algısal

geri bildirim arasındaki ilişkiyi anlaması, yapılandırmacı yaklaşımın temelinde yer almaktadır. Yapılandırmacı yaklaşıma göre gelişim düzeylerine uygun öğrenme fırsatları çocukların yeni kavramlar edinmelerini sağlayarak çevrenin karmaşık ve sembolik yönlerini daha anlamlı hale getirebilir (Athey, 2007). Ayrıca erken matematik ile ilgili yapılan çalışmalar incelenerek vurgulanan matematik becerileri listelenmeye çalışılmıştır (Tablo 1). Bu araştırmalar incelendiğinde sembolik gelişim, temsil becerileri, matematiksel soyutlama, matematiksel düşünme, problem çözme, uzamsal düşünme vb. ileri erken matematik becerileri ile ilgili kavramların arttığı görülmüştür.

Tablo 1*Erken Matematikle İlgili Yapılan Çalışmalar*

Araştırmalar	Björklund ve Palmér (2022)	Worthington vd. (2019)	Stern vd. (2020)	Nguyen vd. (2016)	Ginsburg vd., (2005)	Lira vd. (2017)	DePascale vd., (2021)	De Smedt vd., (2013)	Gilmore vd. (2018)	Geary ve Vanmarle (2016)	Rittle-Johnson vd., (2015)	Leong vd., (2015)	Mix vd., (2014)	Hawes vd., (2017)	Hurst vd., (2017)	Tobia vd., (2021)	McCluskey vd. (2023)	Çakır ve Ergül (2022)	Çalamak vd. (2022)	Ergül ve Artan (2015)	Gök-Çolak Kandır (2020)	Yıldız (2022)
Matematik Becerileri																						
Temel Beceriler	✓	✓	✓	✓	✓	✓			✓	✓	✓				✓			✓			✓	✓
Sayma ve İşlem	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓				✓	✓	✓	✓		✓				
Sembolik Gelişim	✓	✓	✓			✓		✓	✓	✓		✓	✓		✓	✓						
Temsil Becerileri	✓	✓	✓			✓		✓	✓			✓	✓		✓	✓	✓	✓	✓		✓	✓
Matematiksel Soyutlama		✓																			✓	
Matematiksel Düşünme (Akıl Yürütme)		✓	✓	✓	✓				✓					✓			✓			✓	✓	✓
Problem Çözme									✓												✓	
Uzamsal Algı					✓									✓			✓					
Matematiksel Dil Kullanımı	✓					✓	✓			✓							✓	✓				

Tablo 1’de araştırmalarda yer alan matematik becerileri incelendiğinde temel beceriler, sayma ve işlem, sembolik gelişim, temsil becerileri, matematiksel soyutlama, matematiksel düşünme (akıl yürütme), problem çözme, uzamsal algı, matematiksel dil kullanımı gibi beceriler elde edilmiştir. Türkiye’de erken matematikle ilgili geliştirilen veya uyarlanan ölçekler incelendiğinde Erken Matematik Yeteneği Testi-3 (Erdoğan ve Baran, 2006), Matematik Gelişimi 6 Testi (Çelik ve Kandır, 2011), Erken Sayı Testi (Önkol, 2012), Sayma İlkeleri Testi (Pekince, 2015), Erken Matematiksel Akıl Yürütme Becerileri Değerlendirme Aracı (Ergül, 2014), Erken Matematik Ölçeği (Karakuş, 2022) şeklinde araçlara ulaşılmış ve bu araçlarda matematik becerilerinin çocuk performansına göre değerlendirildiği görülmüş, ileri matematik becerilerini içeren ölçme araçlarına rastlanmamıştır. Bu doğrultuda ve NCTM (2000) matematik etkinliklerinin matematik içeriklerinin (sayılar, işlemler, geometri, ölçme vb.) süreç standartları (problem çözme, akıl yürütme, ispat, ilişkilendirme, iletişim ve sembolleştirme vb.) ile bütünleştirilmesi ve ölçeceği beceriler de dikkate alınarak *Okul Öncesi Dönem Çocukları İçin İleri Matematik Becerileri Testinin* kapsamı ileri matematik becerilerini içeren *temel beceriler, sayma ve işlemler, uzamsal algı ve problem çözme* gibi becerilerin değerlendirilmesi olarak belirlenmiştir.

Ölçme aracı özelliklerinin belirlenmesi

Ölçme aracının amaçları belirlendikten sonra ölçme aracının özellikleri tanımlanmıştır. Ölçme aracının formatı ölçülmesi amaçlanan yapının doğası ve araştırma hedefleriyle uyumlu olmalıdır. Bu nedenle okul öncesi dönem çocuklarının ileri matematik becerilerini ölçmeyi hedeflemesi hedeflenmesi ve ileri matematik becerilerinin somut ve dikkat çekici olması göz önünde bulundurularak gözlem ile değerlendirmeye dayalı bir aracın hem araştırmacılar hem de öğretmenler için daha işlevsel olacağına karar verilmiştir. Öğretmenlerin çocuklara ilişkin ileri matematik becerilerini gözlemleyerek değerlendirecekleri bu form beşli Likert şeklinde (“Hiçbir Zaman=1, Bazen=2, Sık Sık=3, Çoğu Zaman=4, Her Zaman=5”) hazırlanmıştır.

Madde havuzunun oluşturulması

Madde havuzunun oluşturulmasında maddelerin kapsamlı olması ve yapının farklı yönlerini temsil etmesi için ilgili alan yazın detaylı olarak taranmıştır. İleri matematik becerileri listelenmiş ve erken matematikle ilgili geliştirilmiş olan ölçekler gözden geçirilmiştir. Çocukların matematiksel gelişimleri ile ilgili çalışmalarda daha çok sayı ve işlemlere odaklanılmış fakat diğer matematiksel boyutlarla ilgili az çalışma bulunmaktadır (Milburn vd., 2019). Devlin vd., 2022 erken matematiksel gelişimi değerlendirmek için kullanılan ölçme araçlarının alt boyutlarını inceledikleri çalışmada, ölçme araçlarının alt boyutlarında amaç ve yöntemlerden kaynaklanan önemli ölçüde farklılık olduğu sonucuna ulaşmışlardır. Milburn vd. (2019) sayı, aritmetik işlemler, geometri ve uzay, ölçüm ve modellemeyi içeren matematiksel kavram ve becerileri değerlendirmek için tasarlanan Child Math Assessment (CMA) ile 1630 çocuktan veri toplanmış ve sayı ve işlemler, ölçme, geometri ve örüntü olarak en iyi uyum modelinin dört faktörden oluştuğu sonucuna ulaşmışlardır. Literatürde sayma ve işlemler, ölçme, geometri, örüntü gibi ayrı başlıklar altında alındığı ve deneysel sonuçlarla da kanıtlandığı için çalışmada ayrı ayrı başlıklar altında maddeler düzenlenmiştir. Maddeler *temel beceriler*, *sayma ve işlemler*, *uzamsal algı* ve *problem çözme* alt boyutlarının altında hazırlanarak sunulmuştur. Temel beceriler alt becerisi ile ilgili 18 madde, sayma ve işlemler ile ilgili 24 madde, uzamsal algı ile ilgili 11 madde ve problem çözme ile ilgili 7 maddeden oluşan, öğretmenlerin anlayabilecekleri ve gözlemleyebilecekleri ifadelerden oluşan 60 maddelik bir havuz oluşturulmuştur.

Uzman görüşünün alınması

Madde havuzu oluşturulduktan sonra ortaya çıkan 60 maddelik yapı Okul Öncesi Eğitimi alanından beş, Ölçme ve Değerlendirme alanından bir, Sınıf Eğitimi alanından bir ve Matematik eğitimi alanından bir uzmanın görüşüne sunulmuştur. Uzman görüşleri sonrasında anlaşılmayan maddeler yeniden düzenlenmiş, gerektiğinde örnek ifadeler eklenmiş, bazı maddeler ayrı iki maddeye dönüştürülmüş, bazı maddeler birleştirilmiş ve aynı içerikte olan maddeler silinerek toplamda 45 maddelik bir yapıya ulaşılmıştır.

Pilot test ve revizyonlar

Ölçme aracına son halini vermeden önce, hedef kitleye benzer bir örneklem ile pilot test yapılması önerilmektedir. Pilot çalışma maddelerin hedef kitle tarafından anlaşılabilirliğini kontrol etmek için yapılmaktadır (DeVellis, 2016). 45 maddeden oluşan ölçme aracı pilot çalışma yapmak üzere hedef kitleyi temsil eden 10 öğretmene iletilmiş, sınıfındaki çocuklar için doldurmaları sağlanmıştır. Pilot çalışma sonrasında ölçme aracının esas uygulamaya hazır olduğu görülmüştür.

Ölçeğin geçerlik ve güvenirliğinin yapılması

Ölçme aracı geliştirme, aracın geçerlilik ve güvenirliğinin belirlenmesini gerektirir. Geçerlilik, aracın ölçmeyi amaçladığı şeyi ne ölçüde ölçtüğünü, güvenirlik ise geliştirilen araçla yapılan ölçümlerinin tutarlılığını ve istikrarını ifade eder. Aracın farklı geçerlilik (örn. içerik geçerliliği, kriter geçerliliği) ve güvenirlik (örn. test-tekrar test güvenirliği, iç tutarlılık) testleri ile değerlendirilmesi gerekir. Bu çalışmada da Okul Öncesi Dönem Çocukları İçin İleri Matematik Becerileri Testinin yapı geçerliği sürecinde açıklayıcı ve doğrulayıcı faktör analizi yapılmış, ardından güvenirliği değerlendirilmiştir.

Yapı geçerliği

Okul Öncesi Dönem Çocukları İçin İleri Matematik Becerileri Testinin Yapı geçerliğinin belirlenmesinde açıklayıcı ve doğrulayıcı faktör analizinden yararlanılmıştır. Açıklayıcı ve doğrulayıcı faktör yapılarının belirlenmesinde de ayrı ayrı çalışma grupları oluşturulmuştur. Literatürde faktör analizi için örneklem büyüklüğünün yeterliliği ile ilgili örneklem büyüklüğünün madde sayısının en az iki katı kadar olması (Çokluk vd., 2012, s.206), örneklem büyüklüğü ne kadar fazla ise o kadar iyi olacağı ve 100 kişilik bir örneklemde genellikle güvenilir sonuçlar elde edilerek analiz edilebileceği gibi (Kline, 1994, s.73) farklı görüşler bulunmaktadır. Bu açıklamalardan yola çıkılarak Okul Öncesi Dönem Çocukları İçin İleri Matematik Becerileri Testinin açıklayıcı faktör analizini yapmak amacıyla 66 okul öncesi öğretmeninden toplamda 180 çocuk için veri toplanmıştır. Bir öğretmen 1-5 çocuk için form doldurmuştur.

Açıklayıcı faktör analizinden önce örneklem büyüklüğünün yeterliği Kaiser-Meyer-Olkin (KMO) testi ve verilerin faktör analizine uygunluğu Bartlett küresellik testi ile incelenmiştir. KMO değeri (0,6 ve üzeri) ve Bartlett testi sonuçlarının istatistiksel olarak anlamlı fark göstermesi verinin faktörleştirmeye uygun olduğunu göstermektedir (Tabachnick ve Fidell, 2007). Araştırmada elde edilen KMO ve Bartlett testi değerleri (KMO=0,918; Bartlett's statistic=2062,629/sd=105/p<0,001) verilerin faktör analizine uygunluğunu göstermektedir.

Açıklayıcı faktör analizi yapılırken öncelikle faktör yükü 0,30'dan düşük olan maddeler ve birden fazla faktörde birbirine yakın faktör yükü gösteren (binişik) maddeler analiz dışında bırakılmış ve analiz tekrar edilmiştir. Oluşturulan boyutlarda yer alacak maddelerin kavramsal olarak uygunluğu ve aynı anlama gelen maddeler de değerlendirilmiştir. Bu kapsamda beş maddenin analiz dışı bırakılmasına karar verilmiştir.

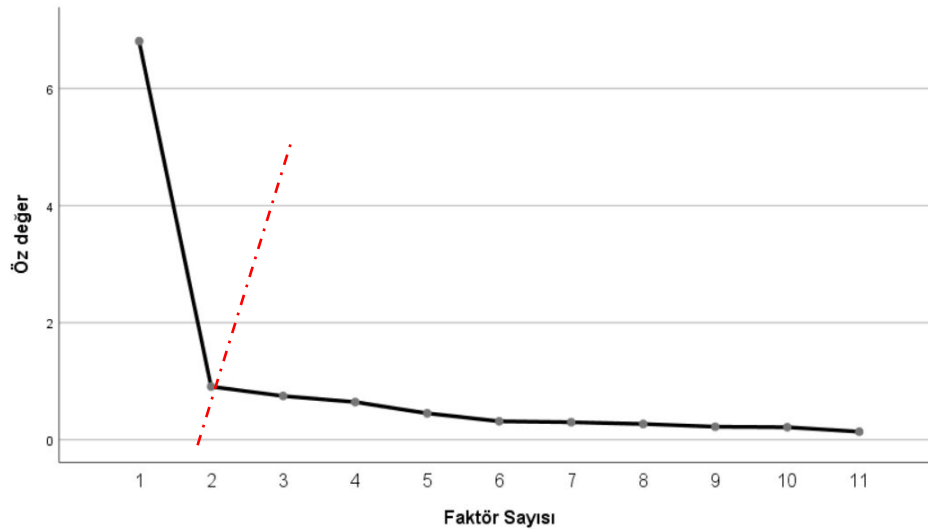
Erken matematiğin alt boyutlarında yer alması gereken becerilere modelleme, ölçme, geometri, veri analizi gibi farklı boyutların da dahil edilmesi ve ileri matematik becerilerini nasıl yordadığı ile ilgili daha kapsamlı çalışmalar yapılması önerilmektedir (Aunio ve Räsänen, 2016; Devlin vd., 2022; Purpura ve Lonigan, 2013). Örneğin, Aunio ve Räsänen (2016) matematiksel becerilerle ilgili ölçme araçlarının incelediği çalışmada sembolik ve sembolik olmayan sayı duygusu, matematiksel ilişkiler, temel aritmetik ve sayma becerilerini içeren dört bileşenden oluşması gerektiğini ve bu becerilerin risk altındaki çocukların belirlenmesi için önemli olduğunu vurgulamaktadır. Purpura ve Lonigan (2013), matematiksel beceriler arasındaki ilişkilerin sayma, sayısal ilişkiler ve matematiksel akıl yürütme olarak üç faktörlü modelle açıklandığına dikkat çekmektedir. Başka bir araştırma sonucunda ise erken matematiksel becerilerin sayı ve işlemler, ölçme, geometri ve örüntü olarak dört faktörden oluştuğu belirtilmektedir (Milburn vd., 2019). Matematiksel becerileri incelemek için kullanılan ölçme araçlarında ortak alt boyutlar olsa da amaç ve yöntemlerden kaynaklanan önemli ölçüde farklılık olduğu belirtilmektedir (Devlin vd., 2022). Bu doğrultuda Okul Öncesi Dönem Çocukları İçin İleri Matematik Becerileri Testi; *temel beceriler, sayma ve işlemler, uzamsal algı ve problem çözme* alt boyutları olarak maddeler oluşturulduğundan ve dolayısıyla her bir boyut ayrı bir beceri alanını temsil ettiğinden madde analizleri bu boyutlara ayrılarak yapılmıştır. İleri Matematik Becerileri Testinde *Temel Beceriler* Boyutu için 11 madde faktör analizine alınmıştır. Tablo 2'de İleri Matematik Becerileri Testi *Temel Beceriler* Boyutuna ait açıklayıcı faktör analizi sonuçları verilmiştir.

Tablo 2

Okul Öncesi Dönem Çocukları İçin İleri Matematik Becerileri Testi Temel Beceriler Boyutuna İlişkin Özdeğerler ve Açıklanan Varyans Yüzdeleri

Faktör	Başlangıç Öz Değerleri			Faktör Oluşturan Özdeğerler		
	Toplam	Açıklanan varyans yüzdesi	Kümülatif açıklanan varyans yüzdesi	Toplam	Açıklanan varyans yüzdesi	Kümülatif açıklanan varyans yüzdesi
1	6,809	61,898	61,898	6,809	61,898	61,898
2	,906	8,236	70,134			
3	,745	6,775	76,909			
4	,643	5,845	82,754			
5	,449	4,086	86,840			
6	,313	2,847	89,687			
7	,298	2,705	92,393			
8	,268	2,435	94,828			
9	,220	2,004	96,832			
10	,213	1,933	98,765			
11	,136	1,235	100,000			

Tablo 2'ye göre Okul Öncesi Dönem Çocukları İçin İleri Matematik Becerileri Testi *Temel Beceriler* boyutunda öz değeri 1'in üzerinde bir madde olduğu ve birikinti grafiği (Şekil 1) incelendiğinde, dördüncü faktörden sonra grafiğin eğiminin belirgin bir şekilde azaldığı ve düzleşmeye başladığı gözlemlenmiştir. Testin Temel Beceriler boyutu tek faktörlü bir yapı göstermektedir. Testin Temel Beceriler boyutu için belirlenen tek boyutlu yapı, toplam varyansın %61,90'ını açıklamaktadır. Bu da 11 maddenin, tek faktörlü yapıda varyansın %61,90'ını açıkladığını göstermektedir.



Şekil 1. Okul Öncesi Dönem Çocukları İçin İleri Matematik Becerileri Testi Temel Beceriler Boyutuna ilişkin yamaç-birikinti grafiği

Tablo 3

Okul Öncesi Dönem Çocukları İçin İleri Matematik Becerileri Testi Temel Beceriler Boyutu Maddelerinin Faktör Yük Değerleri

Madde No	Faktör
	1
1	0,736
2	0,824
3	0,778
4	0,746
5	0,840
6	0,808
7	0,824
8	0,802
9	0,822
10	0,795
11	0,663

Tablo 3 incelendiğinde Okul Öncesi Dönem Çocukları İçin İleri Matematik Becerileri Testi Temel Beceriler boyutunda yer alan maddelerin faktör yüklerinin 0,663 ile 0,840 arasında değiştiği tespit edilmiştir. Her bir madde için faktör yük değerinin 0,30'un üzerinde olması, bu maddelerin bulundukları boyutta amacına uygun olduğunu göstermektedir. Okul Öncesi Dönem Çocukları İçin İleri Matematik Becerileri Testi *Sayma ve İşlem* boyutunda 10 madde faktör analizine alınmıştır.

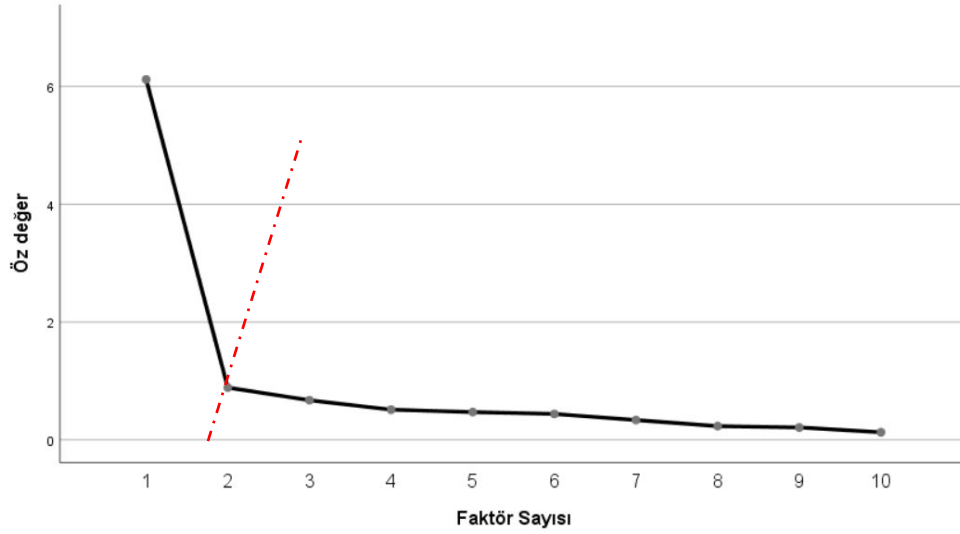
Tablo 4

Okul Öncesi Dönem Çocukları İçin İleri Matematik Becerileri Testi Sayma ve İşlem Boyutuna İlişkin Özdeğerler ve Açıklanan Varyans Yüzdeleeri

Faktör	Başlangıç Öz Değerleri			Faktör Oluşturan Özdeğerler		
	Toplam	Açıklanan varyans yüzdesi	Kümülatif açıklanan varyans yüzdesi	Toplam	Açıklanan varyans yüzdesi	Kümülatif açıklanan varyans yüzdesi
1	6,118	61,184	61,184	6,118	61,184	61,184
2	,886	8,863	70,048			
3	,672	6,717	76,765			
4	,511	5,110	81,875			
5	,471	4,706	86,581			
6	,439	4,390	90,971			
7	,335	3,351	94,322			
8	,231	2,314	96,636			
9	,209	2,090	98,726			
10	,127	1,274	100,000			

Tablo 4'e göre Okul Öncesi Dönem Çocukları İçin İleri Matematik Becerileri Testi *Sayma ve İşlem* boyutunda öz değeri 1'in üzerinde bir madde olduğu ve birikinti grafiği (Şekil 2) incelendiğinde, dördüncü faktörden sonra grafiğin eğiminin belirgin bir şekilde azaldığı ve düzleşmeye başladığı gözlemlenmiştir. Buna

göre, Sayma ve İşlem boyutu tek faktörlü bir yapı göstermektedir. Sayma ve İşlem boyutu için belirlenen tek boyutlu yapı, toplam varyansın oranı %61,18' ini açıklamaktadır. Bu durumda 10 madde tek faktörlü yapıdaki varyansın %61,18'ini açıkladığını göstermektedir.



Şekil 2. Okul Öncesi Dönem Çocukları İçin İleri Matematik Becerileri Testi Sayma ve İşlem Boyutuna ilişkin yamaç-birikinti grafiği

Tablo 5

Okul Öncesi Dönem Çocukları İçin İleri Matematik Becerileri Testi Sayma ve İşlem Boyutu Maddelerinin Faktör Yük Değerleri

Madde No	Faktör
	1
1	,818
2	,865
3	,811
4	,823
5	,720
6	,780
7	,803
8	,721
9	,752
10	,713

Tablo 5'te Okul Öncesi Dönem Çocukları İçin İleri Matematik Becerileri Testi *Sayma ve İşlem* boyutunda yer alan maddelerin faktör yüklerinin 0,713 ile 0,865 arasında olduğu belirlenmiştir. Her bir maddenin faktör yük değerinin 0,30'un üzerinde olması, bu maddelerin bulundukları boyutta istenilen amaca uygun çalıştığını göstermektedir.

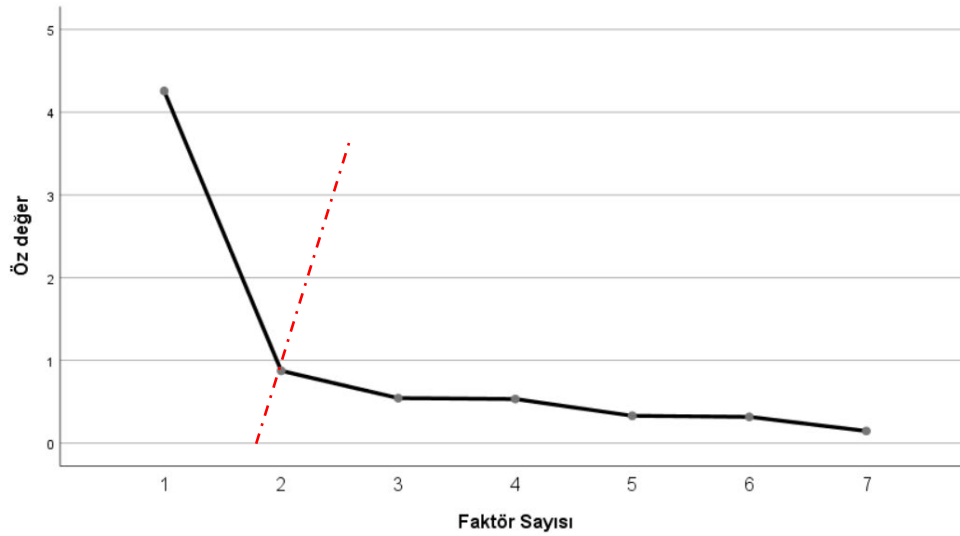
Okul Öncesi Dönem Çocukları İçin İleri Matematik Becerileri Testi *Uzamsal Algı* boyutunda 11 madde faktör analizine alınmış, yapılan analiz sonucunda 4 madde test dışında bırakılmıştır.

Tablo 6

Okul Öncesi Dönem Çocukları İçin İleri Matematik Becerileri Testi Uzamsal Algı Boyutuna İlişkin Özdeğerler ve Açıklanan Varyans Yüzdeleeri

Faktör	Başlangıç Öz Değerleri			Faktör Oluşturan Özdeğerler		
	Toplam	Açıklanan varyans yüzdesi	Kümülatif açıklanan varyans yüzdesi	Toplam	Açıklanan varyans yüzdesi	Kümülatif açıklanan varyans yüzdesi
1	4,256	60,800	60,800	4,256	60,800	60,800
2	,874	12,482	73,282			
3	,544	7,770	81,051			
4	,533	7,612	88,663			
5	,330	4,716	93,380			
6	,317	4,532	97,912			
7	,146	2,088	100,000			

Tablo 6'ya göre Okul Öncesi Dönem Çocukları İçin İleri Matematik Becerileri Testi *Uzamsal Algı* boyutunda Öz değeri 1'in üzerinde olan bir madde olduğu belirlenmiştir. Şekil 3'teki yamaç-birikinti grafiğinde dördüncü faktörden sonra grafiğin eğiminin azalarak düzleşmeye başladığı görülmektedir. Bu durum, Uzamsal Algı boyutunun tek faktörlü bir yapı sergilediğini göstermektedir. Testin Uzamsal Algı boyutu için belirlenen tek boyutlu yapı, toplam varyansın %60,80'ini açıklamaktadır. Bu durum 7 madde, tek faktörlü yapıdaki varyansın %60,80'ini açıkladığını göstermektedir.



Şekil 3. Okul Öncesi Dönem Çocukları İçin İleri Matematik Becerileri Testi Uzamsal Algı Boyutuna ilişkin yamaç-birikinti grafiği

Tablo 7

Okul Öncesi Dönem Çocukları İçin İleri Matematik Becerileri Testi Uzamsal Algı Boyutu Maddelerinin Faktör Yük Değerleri

Madde No	Faktör
	1
1	,686
2	,697
3	,743
4	,801
5	,834
6	,830
7	,849

Tablo 7 incelendiğinde Okul Öncesi Dönem Çocukları İçin İleri Matematik Becerileri Testi *Uzamsal Algı* boyutunda yer alan maddelerin faktör yükleri 0,686 ile 0,849 arasında olduğu tespit edilmiştir. Her bir madde için faktör yük değerinin 0,30'un üzerinde olması, bu maddelerin bulundukları boyutta amacına uygun olduğunu göstermektedir.

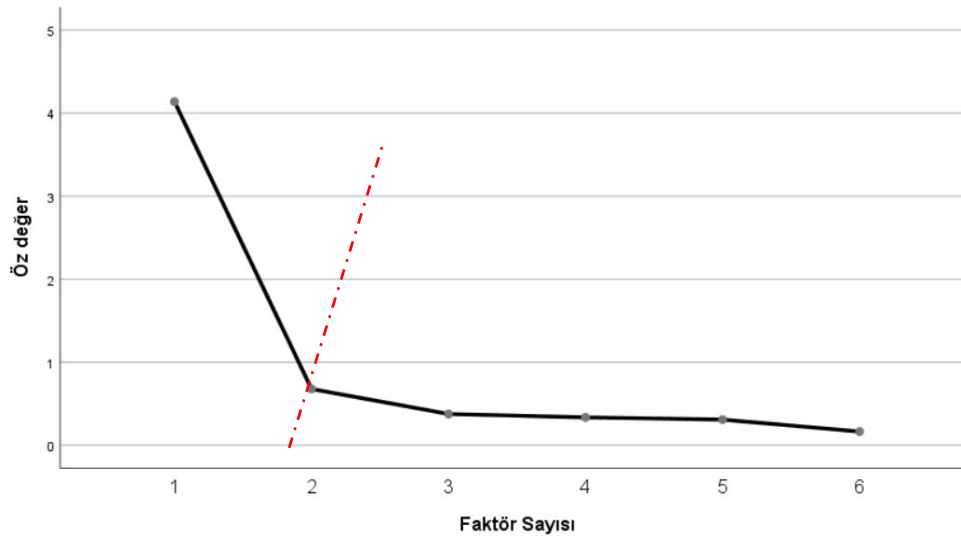
Okul Öncesi Dönem Çocukları İçin İleri Matematik Becerileri Testi *Problem Çözme* boyutu için 7 madde faktör analizine alınmış, yapılan analiz sonucunda 1 madde test dışında bırakılmıştır.

Tablo 8

Okul Öncesi Dönem Çocukları İçin İleri Matematik Becerileri Testi Problem Çözme Boyutuna İlişkin Özdeğerler ve Açıklanan Varyans Yüzdeleri

Faktör	Başlangıç Öz Değerleri			Faktör Oluşturan Özdeğerler		
	Toplam	Açıklanan varyans yüzdesi	Kümülatif açıklanan varyans yüzdesi	Toplam	Açıklanan varyans yüzdesi	Kümülatif açıklanan varyans yüzdesi
1	4,139	68,976	68,976	4,139	68,976	68,976
2	,678	11,294	80,271			
3	,376	6,259	86,529			
4	,335	5,591	92,121			
5	,308	5,137	97,258			
6	,165	2,742	100,000			

Tablo 8'e göre Okul Öncesi Dönem Çocukları İçin İleri Matematik Becerileri Testi *Problem Çözme* boyutunda öz değeri 1'in üzerinde olan bir madde olduğu tespit edilmiştir. Ayrıca, Şekil 4'teki yamaç-birikinti grafiğinde dördüncü faktörden sonra grafiğin eğiminin azalarak düzleşmeye başladığı görülmektedir. Bu durum, Testin Problem Çözme boyutunun tek faktörlü bir yapı sergilediğini göstermektedir. Testin Problem Çözme boyutu için belirlenen tek boyutlu yapı, toplam varyansın %68,98'ini açıklamaktadır. Bu durumda 6 madde tek faktörlü yapıdaki varyansın %68,98'ini açıkladığını göstermektedir.



Şekil 4. Okul Öncesi Dönem Çocukları İçin İleri Matematik Becerileri Testi *Problem Çözme* Boyutuna ilişkin yamaç-birikinti grafiği

Tablo 9

Okul Öncesi Dönem Çocukları İçin İleri Matematik Becerileri Testi Problem Çözme Boyutu Maddelerinin Faktör Yük Değerleri

Madde No	Faktör
	1
1	,791
2	,882
3	,900
4	,831
5	,808
6	,763

Tablo 9 incelendiğinde Okul Öncesi Dönem Çocukları İçin İleri Matematik Becerileri Testi *Problem Çözme* boyutunda yer alan maddelerin faktör yüklerinin değerleri 0,763 ile 0,900 arasında olduğu belirlenmiştir. Her bir maddenin faktör yük değerinin 0,30'un üzerinde olması, bu maddelerin bulundukları boyutta istenilen amaca uygun çalıştığını göstermektedir.

Okul Öncesi Dönem Çocukları İçin İleri Matematik Becerileri Testi puanlarının güvenilirliğine ilişkin olarak Cronbach alfa ve McDonald's omega katsayısı hesaplanmıştır.

Tablo 10

Okul Öncesi Dönem Çocukları İçin İleri Matematik Becerileri Testi puanlarının güvenilirliğine ilişkin sonuçlar

Boyutlar	Madde Sayısı	Cronbach alfa değeri	McDonald's ω
Temel Beceriler	11	0,94	0,94
Sayma ve İşlem	10	0,93	0,93
Uzamsal Algı	7	0,89	0,89
Problem Çözme	6	0,91	0,91

Tablo 10'da Okul Öncesi Dönem Çocukları İçin İleri Matematik Becerileri Testi Cronbach alfa değeri ve McDonald's ω değerleri Temel Beceriler boyutu için 0,94; Sayma ve İşlem boyutu için 0,93; Uzamsal Algı boyutu için 0,89 ve Problem Çözme boyutu için 0,91 olarak hesaplanmıştır. Cronbach alfa değeri ve McDonald's ω değerlerinin 0,70'den yüksek olduğu için Okul Öncesi Dönem Çocukları İleri Matematik Becerileri Testi puanlarının güvenilir olduğu söylenebilir.

Tablo 11

Okul Öncesi Dönem Çocukları İçin İleri Matematik Becerileri Testi boyutları arasındaki ilişkiler

		Temel Beceriler	Sayma ve İşlem	Uzamsal Algı	Problem Çözme
Temel Beceriler	r	1			
	p	-			
Sayma ve İşlem	r	,695**	1		
	p		-		
Uzamsal Algı	r	,820**	,577**	1	
	p			-	
Problem Çözme	r	,894**	,737**	,748**	1
	p				-

**p<0,01

Tablo 11' de Okul Öncesi Dönem Çocukları İçin İleri Matematik Becerileri Testi Temel Beceriler, Sayma ve İşlem, Uzamsal Algı ve Problem Çözme boyutları arasında pozitif yönlü, yüksek düzeyde ve istatistiksel olarak anlamlı ($p<0,01$) ilişkiler olduğu görülmektedir. Test boyutları arasında pozitif yönlü ve yüksek ilişkiler olması boyutların birbirini desteklediğine ve testten toplam puan alınabileceğine de işaret etmektedir (Büyüköztürk, 2017). Bu durumda, doğrulayıcı faktör analizi yapılırken ikinci düzey doğrulayıcı faktör analizi yapılarak okul öncesi dönem çocuklarının ileri matematik becerilerine ilişkin toplam puan alınabilirliği incelenmiştir.

Okul Öncesi Dönem Çocukları İçin İleri Matematik Becerileri Testinin açımlayıcı faktör analizi sonucunda 34 maddeden ve dört boyuttan oluştuğu tespit edilmiştir. Temel beceriler boyutunda 11 madde, sayma ve işlem boyutunda 10 madde, uzamsal algı boyutunda 7 madde ve problem çözme boyutunda 6 madde vardır. Ortaya çıkan bu yapının doğrulanması için doğrulayıcı faktör analizi yapılmıştır. Birinci düzey doğrulayıcı faktör analizi sonucunda elde edilen ölçme modeli Şekil 12'de ve ikinci düzey doğrulayıcı faktör analiz sonucunda elde edilen ölçme modeli Şekil 13'te sunulmuştur.

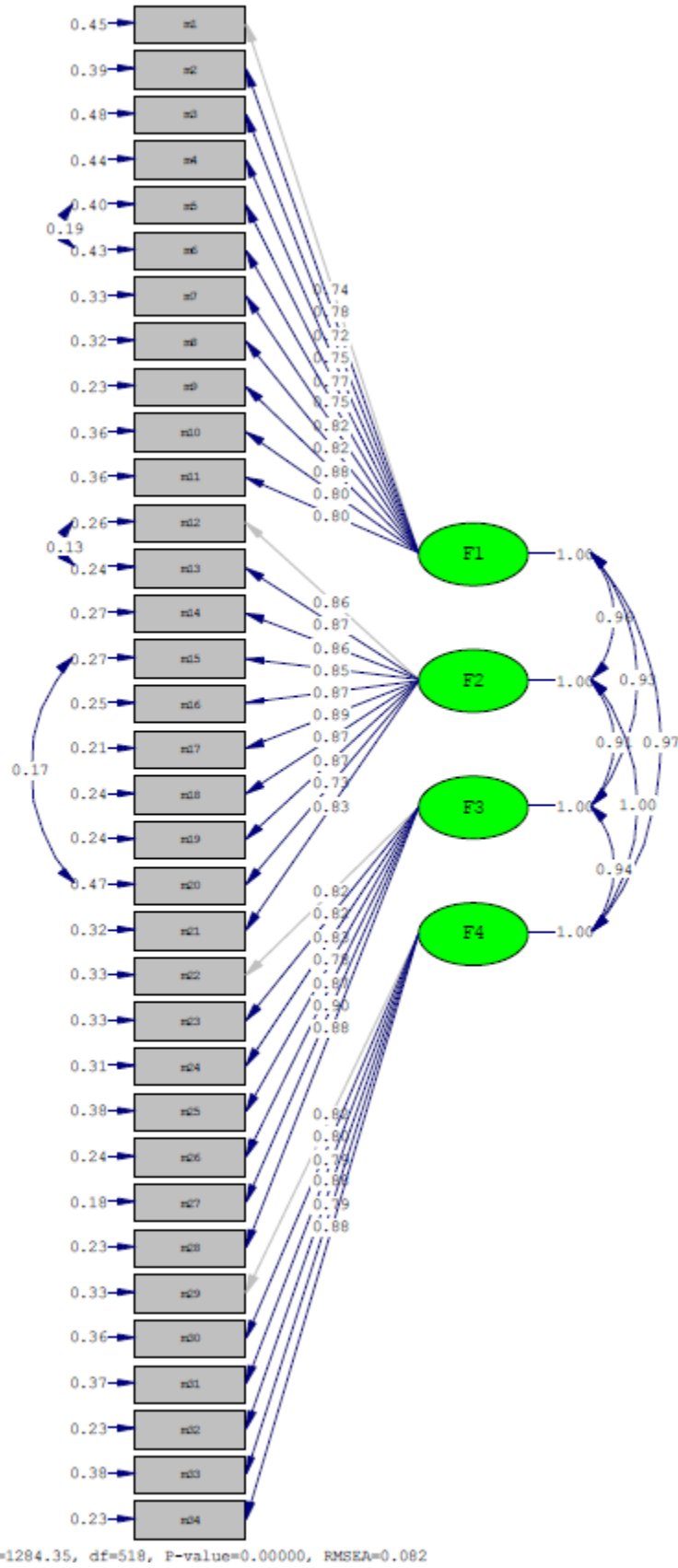
Tablo 12*Doğrulayıcı Faktör Analizi Sonuçları*

								Faktör Yük Değerleri		Hata Varyansları	
	χ^2	χ^2/sd	p	CFI	NFI	NNFI	RMSEA	max	min	max	min
Model 1	1284,35	2,48	0,000	0,99	0,98	0,98	0,082	0,89	0,72	0,48	0,21
Model 2	1305,10	2,51	0,000	0,99	0,98	0,98	0,082	0,89	0,72	0,49	0,21
Önerilen		$\chi^2/sd \leq 3$		≥ 90	≥ 90	≥ 90	$\leq 0,080$	$\geq 0,30$		$\leq 0,90$	

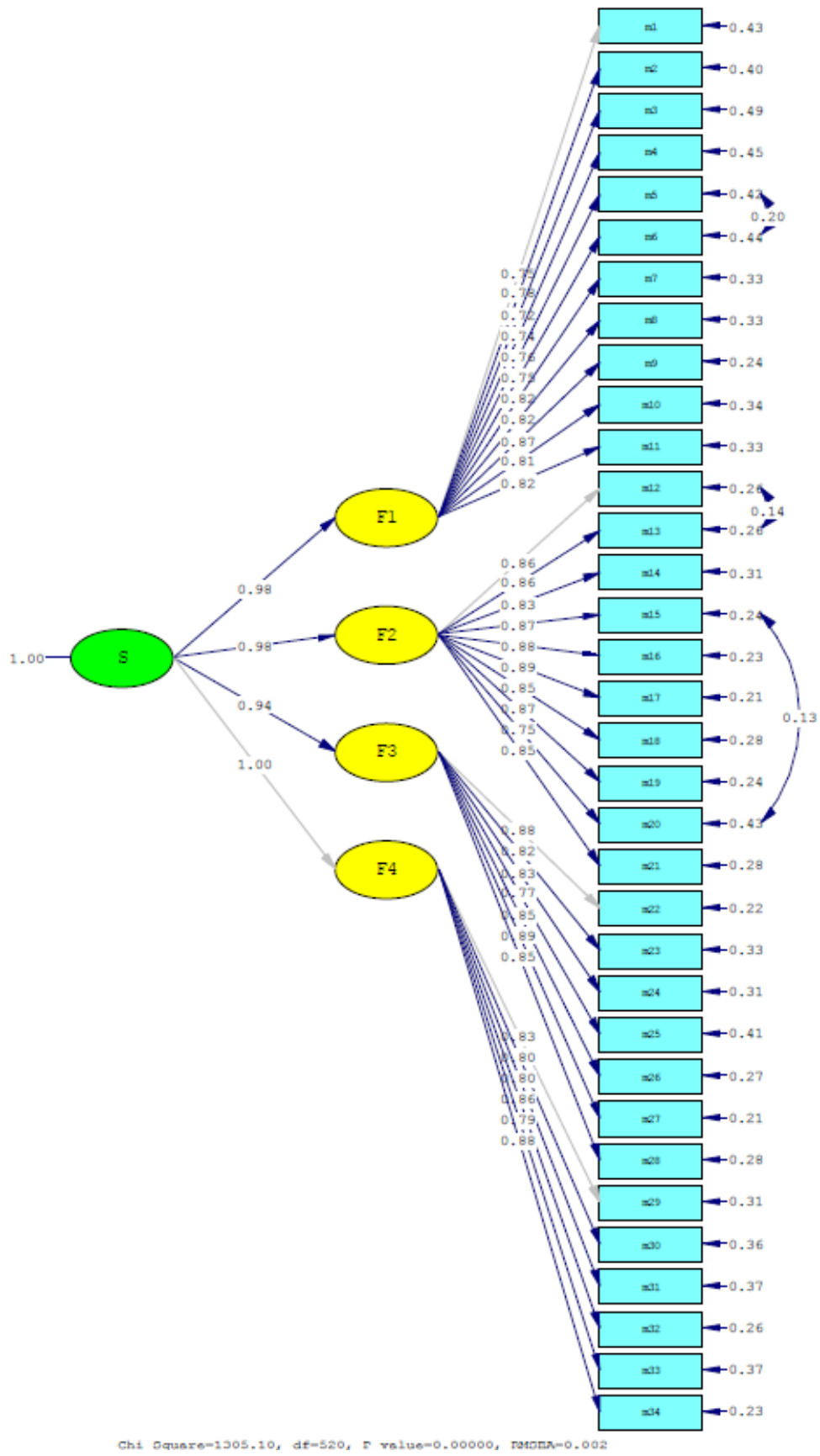
Model 1: Birinci düzey doğrulayıcı faktör analizi

Model 2: İkinci düzey doğrulayıcı faktör analizi

Tablo 12’de birinci düzey doğrulayıcı faktör analizi sonucunda χ^2/sd değerinin 2,48 olduğu görülmektedir. Bu değer üçten küçük olması, modelin veriyle çok iyi bir uyum gösterdiğini ifade etmektedir. Birinci düzey doğrulayıcı faktör analizi sonucunda değerlerin CFI 0,99; NFI 0,98 ve NNFI 0,98 olarak belirlenmiştir. Bu değerlerin 0,90’nın üzerinde olması modelin veriye çok iyi uyum gösterdiğini belirtmektedir. Birinci düzey doğrulayıcı faktör analizi sonucunda RMSEA indeksi açısından değerlendirildiğinde, modelin 0,082 değerine sahip olduğu olduğu saptanmıştır ve bu değer 0,080 değerine çok yakın olduğunda görülmektedir. Buna göre model veri uyumu gösterdiği söylenebilir. Uyum indeksleri genel olarak değerlendirildiğinde birinci düzey doğrulayıcı faktör analizi sonucunda dört boyutlu modelin veriye uyum sağladığı belirlenmiştir. Şekil 12’de verilen ölçme modelinde boyutlar arasındaki korelasyonların çok yüksek olduğu ($r_{\text{temel beceriler, sayma ve işlem}}=0,96$; $r_{\text{temel beceriler, uzamsal algı}}=0,93$; $r_{\text{temel beceriler, problem çözme}}=0,97$; $r_{\text{sayma ve işlem, uzamsal algı}}=0,91$; $r_{\text{sayma ve işlem, problem çözme}}=1,00$; $r_{\text{uzamsal algı, problem çözme}}=0,94$) görülmektedir. İkinci düzey doğrulayıcı faktör analizi sonucunda χ^2/sd değerinin 2,51 olduğu tespit edilmiştir. Bu değer üçten küçük olması modelin veriye çok iyi uyum gösterdiğini ifade etmektedir. Birinci düzey doğrulayıcı faktör analizi sonucunda değerlerin CFI 0,99; NFI 0,98 ve NNFI 0,98 olduğu belirlenmiştir. Bu değerlerin 0,90’nın üzerinde olması modelin veriye çok iyi uyum gösterdiğini işaret etmektedir. İkinci düzey doğrulayıcı faktör analizi sonucunda RMSEA indeksi açısından değerlendirildiğinde modelin 0,082 değere sahip olduğu saptanmıştır ve bu değer 0,080 değerine çok yakın olduğu görülmektedir. Buna göre model veri uyumu gösterdiği söylenebilir.



Şekil 1. Birinci düzey doğrulayıcı faktör analizi ölçme modeli



Şekil 13. İkinci düzey doğrulayıcı faktör analizi ölçme modeli

Güvenirlilik

Okul Öncesi Dönem Çocukları için İleri Matematik Becerileri Testi puanlarının güvenirliğine ilişkin olarak Cronbach alfa ve McDonald's omega katsayısı hesaplanmıştır.

Tablo 13

Okul Öncesi Dönem Çocukları İçin İleri Matematik Becerileri Testi puanlarının güvenirliğine ilişkin sonuçlar

	Madde Sayısı	Cronbach alfa değeri	McDonald's ω
Temel Beceriler	11	0,95	0,95
Sayma ve İşlem	10	0,96	0,96
Uzamsal Algı	7	0,94	0,94
Problem Çözme	6	0,93	0,93
İleri Matematik Becerisi (Toplam puan)	34	0,98	0,98

Tablo 13 incelendiğinde Cronbach alfa değeri ve McDonald's omega değerleri Okul Öncesi Dönem Çocukları için İleri Matematik Becerileri Testinin Temel Beceriler boyutu puanları için 0,95; Sayma ve İşlem boyutu puanları için 0,96; Uzamsal Algı boyutu puanları için 0,94; Problem Çözme boyutu için 0,93 ve test toplamı için 0,98 olarak hesaplanmıştır. Cronbach alfa değeri ve McDonald's ω değerleri 0,70'ten yüksek olduğu için Okul Öncesi Dönem Çocukları İleri Matematik Becerileri Testi puanlarının güvenilir olduğu söylenebilir.

TARTIŞMA, SONUÇ ve ÖNERİLER

Araştırmada öğretmen gözlemlerine göre okul öncesi dönem çocuklarının ileri düzey matematik becerilerini değerlendirmeyi hedefleyen Okul Öncesi Dönem Çocukları İçin İleri Matematik Becerileri Testinin geliştirilmesi hedeflenmiştir. Bulgular testin geçerli ve güvenilir bir yapıya sahip olduğunu ortaya koyulmuştur.

Okul Öncesi Dönem Çocukları İçin İleri Matematik Becerileri Testi; *temel beceriler, sayma ve işlemler, uzamsal algı ve problem çözme* alt boyutlarından oluşmakta, Temel Beceriler boyutunda 11 madde, Sayma ve İşlem boyutunda 10 madde, Uzamsal Algı boyutunda 7 madde, Problem Çözme boyutunda 6 madde yer almaktadır. Temel Beceriler alt boyutu, matematiksel düşünmenin temelini oluşturur ve çocukların matematiksel durumlarla karşılaşmaya başladıkları temel sayı kavramlarını ve sayı öncesi becerileri kapsar (Clements, 2014). Sayma ve işlemler, toplama ve çıkarma gibi daha karmaşık bilişsel görevleri içerir (Geary, 2013). Uzamsal algı, şekiller, desenler ve mekansal ilişkilerin anlaşılmasına içermektedir (Clements, vd., 2014). Problem çözme alt boyutu, öğrenilen matematik kavramlarını yeni durumlara uygulama yeteneğini değerlendirir (Litkowski vd., 2020). Bu beceriler, çocukların erken yaşlardaki matematiksel gelişim için kritik öneme sahiptir. İleri matematik becerileri ile ilgili çalışmalar incelendiğinde çocuklara bilişsel gelişimlerinin altındaki materyallere odaklanması daha sonraki matematik başarısını olumsuz yönde etkilediği ve daha karmaşık becerilerin edinilmesini geciktirebildiği görülmektedir (Bodovski ve Farkas, 2007, Claessens vd., 2014; Engel vd., 2013, Engel vd., 2016). Çocukların yetenek düzeyinin ilerisinde destek sağlamak matematiksel düşüncelerinin daha derin ve anlamlı olmasını sağlamaktadır (Litkowski, vd., 2020; Vygotsky, 1978). Bu bağlamda geliştirilen ölçme aracının çocukların tanıma seviyesinde bilginin ötesine geçerek daha anlamlı öğrenmeler sağlayacakları ileri düzey matematik becerilerinin değerlendirilmesi için alana katkı sağlayacağı düşünülmektedir.

Bulgular doğrultusunda testin farklı matematik beceri alanlarını içermesinin kapsamlı değerlendirme sağlama bakımından hizmet vereceği söylenebilir. Ayrıca Okul Öncesi Dönem Çocukları İçin İleri Matematik Becerileri Testi öğretmenler ve araştırmacılar tarafından gözleme dayalı olarak doldurulduğu için zaman ve emek tasarrufu da sağlamaktadır.

Çalışmada Okul Öncesi Dönem Çocukları için geliştirilmiş olan İleri Matematik Becerileri Testi dört alt boyutla kapsamlı bir ölçüm sağlayarak matematik becerilerini değerlendirmekle birlikte çocukların daha fazla destek veya müdahaleye ihtiyaç duyabileceği özel alanları belirlemede yardımcı olacaktır. Ayrıca bu test, çocukların matematik becerilerini değerlendirmek ve farklı alanlarda karşılaştırmalar yapmak için kullanılabilir. Çocukların ileri matematik becerilerini incelemek ve matematikle ilgili eğitim programlarına rehberlik etme açısından önemli bir kaynak sağlayabilir.

KAYNAKLAR

- Athey, C. (2007). *Extending thought in young children: A parent-teacher partnership*. London: Sage.
- Aunio, P., & Niemivirta, M. (2010). Predicting children's mathematical performance in grade one by early numeracy. *Learning and individual differences*, 20(5), 427-435.
- Aunio, P., & Räsänen, P. (2016). Core numerical skills for learning mathematics in children aged five to eight years—a working model for educators. *European early childhood education research journal*, 24(5), 684-704. <https://doi.org/10.1080/1350293X.2014.996424>
- Björklund, C., & Palmér, H. (2022). Teaching toddlers the meaning of numbers connecting modes of mathematical representations in book reading. *Educational Studies in Mathematics*, 110(3), 525-544. <https://doi.org/10.1007/s10649-022-10147-3>.
- Björklund, C., van den Heuvel-Panhuizen, M., & Kullberg, A. (2020). Research on early childhood mathematics teaching and learning. *ZDM*, 52, 607-619. <https://doi.org/10.1007/s11858-020-01177-3>
- Bodovski, K., & Farkas, G. (2007). Mathematics growth in early elementary school: The roles of beginning knowledge, student engagement, and instruction. *The Elementary School Journal*, 108(2), 115-130.
- Bodovski, K., & Farkas, G. (2007). Mathematics growth in early elementary school: The roles of beginning knowledge, student engagement, and instruction. *The Elementary School Journal*, 108(2), 115-130.
- Büyüköztürk, Ş. (2017). *Veri analizi el kitabı* (23. Baskı). Ankara: Pegem.
- Büyüköztürk, Ş., Çakmak, E. K., Akgün, Ö. E., Karadeniz, Ş., & Demirel, F. (2017). *Bilimsel araştırma yöntemleri*. Ankara: Pegem.
- Claessens, A., Engel, M., & Curran, F. C. (2014). Academic content, student learning, and the persistence of preschool effects. *American Educational Research Journal*, 51(2), 403-434. <https://doi.org/10.3102/0002831213513634>
- Clements, D. H., & Sarama, J. (2014). *Learning and teaching early math: The learning trajectories approach*. Routledge.
- Corey, D. L., Peterson, B. E., Lewis, B. M., & Bukarau, J. (2010). Are there any places that students use their heads? Principles of high-quality Japanese mathematics instruction. *Journal for Research in Mathematics education*, 41(5), 438-478.
- Çakır, R., & Ergül, C., (2022). Investigation of working memory performances of children with low early mathematics achievement. *Eğitim ve Bilim*, 47(209), 133-153. <http://doi.org/10.15390/eb.2022.10389>.
- Çalamak, E. K., Olkun, S., & Özdoğan, S. S. (2022). Çokkültürlü sınıflarda matematik eğitimi: Öğretmen uygulamaları üzerine bir inceleme. *Anadolu Journal of Educational Sciences International*, 12(1), 123-155. <https://doi.org/10.18039/ajesi.926493>
- Çelik, M. ve Kandır, A. (2011). Matematik gelişimi 6 testi (Progress in maths) nin 60-77 aylar arasında olan çocuklar için geçerlik ve güvenirlik çalışması. *Kuramsal Eğitimbilim*, 4(1), 146-153.
- Çokluk, Ö., Şekercioğlu, G., & Büyüköztürk, Ş. (2012). *Sosyal bilimler için çok değişkenli istatistik: SPSS ve LISREL uygulamaları*. Ankara: Pegem.
- De Smedt, B., Noël, M. P., Gilmore, C., & Ansari, D. (2013). How do symbolic and non- symbolic numerical magnitude processing skills relate to individual differences in children's mathematical skills? A review of evidence from brain and behavior. *Trends in Neuroscience and Education*, 2(2), 48-55. <https://doi.org/10.1016/j.tine.2013.06.001>.
- DePascale, M., Prather, R., & Ramani, G. B. (2021). Parent and child spontaneous focus on number, mathematical abilities, and mathematical talk during play activities. *Cognitive Development*, 59, Article 101076. <https://doi.org/10.1016/j.cogdev.2021.101076>
- DeVellis, R. F. (2016). *Scale development: Theory and applications*. Los Angeles, CA: Sage.
- Devlin, D., Moeller, K., & Sella, F. (2022). The structure of early numeracy: Evidence from multi-factorial models. *Trends in Neuroscience and Education*, 26, Article 100171. <https://doi.org/10.1016/j.tine.2022.100171>
- Donlan, C. (2020). Book review of “an introduction to mathematical cognition” by C. Gilmore, SM Göbel, and M. Inglis. *Journal of Numerical Cognition*, 6(2), 260-262. <https://doi.org/10.5964/jnc.v6i2.299>

- Duncan, G. J., Dowsett, C. J., Claessens, A., Magnuson, K., Huston, A. C., Klebanov, P., ... & Japel, C. (2007). School readiness and later achievement. *Developmental psychology*, 43(6), 1428. <https://doi.org/10.1037/0012-1649.43.6.1428>.
- Engel, M., Claessens, A., & Finch, M. A. (2013). Teaching students what they already know? The (mis) alignment between mathematics instructional content and student knowledge in kindergarten. *Educational Evaluation and Policy Analysis*, 35(2), 157-178. <https://doi.org/10.3102/0162373712461850>
- Engel, M., Claessens, A., Watts, T., & Farkas, G. (2016). Mathematics content coverage and student learning in kindergarten. *Educational researcher*, 45(5), 293-300.
- Erdoğan, S. ve Baran, G. (2006). Erken matematik yeteneği testi-3 (TEMA-3)'ün 60-72 aylar arasında olan çocuklar için uyarılma çalışması. *Çağdaş Eğitim Dergisi*, 31(332), 32-38.
- Ergül, A. (2014). *Erken matematiksel akıl yürütme becerileri değerlendirme aracı geliştirilmesi*. Yayımlanmamış Doktora Tezi, Hacettepe Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.
- Ergül, A., & Artan, S. (2015). Erken matematiksel akıl yürütme becerilerinin incelenmesi. *Kuramsal Eğitimbilim Dergisi*, 8(4), 454-485. <https://doi.org/10.5578/keg.8984>.
- Fraenkel, J. R., Wallen, N. E., & Hyun, H. H. (2012). *How to design and evaluate research in education*. New York: McGraw-hill.
- Geary, D. C., & Vanmarle, K. (2016). Young children's core symbolic and nonsymbolic quantitative knowledge in the prediction of later mathematics achievement. *Developmental Psychology*, 52(12), 2130-2144. <https://psycnet.apa.org/doi/10.1037/dev0000214>.
- Gilmore, C., Göbel, S. M., & Inglis, M. (2018). *An introduction to mathematical cognition*. Routledge.
- Ginsburg, H. P., Cannon, J., Eisenband, J. G., & Pappas, S. (2005). Mathematical thinking and learning. In K. McCartney, & D. Phillips (Eds.), *Handbook of early child development* (pp. 208-229). Oxford, England: Blackwell.
- Gök-Çolak, F., & Kandır, A. (2020). The effect of pattern-based mathematics education program on 61-72-month-old children's reasoning skills. *International Online Journal of Educational Sciences*, 11(3), 13-33. <http://dx.doi.org/10.15345/iojes.2019.03.002>.
- Hawes, Z., Moss, J., Caswell, B., Naqvi, S., & MacKinnon, S. (2017). Enhancing children's spatial and numerical skills through a dynamic spatial approach to early geometry instruction: Effects of a 32-week intervention. *Cognition and Instruction*, 35(3), 236-264. <https://doi.org/10.1080/07370008.2017.1323902>.
- Hurst, M., Anderson, U., & Cordes, S. (2017). Mapping among number words, numerals, and nonsymbolic quantities in preschoolers. *Journal of Cognition and Development*, 18(1), 41-62. <https://doi.org/10.1080/15248372.2016.1228653>.
- Kaçıra, A., & Dağlıoğlu, H. (2019). Güncellenmiş Erken Aritmetik Testi'nin geçerlik ve güvenilirlik çalışması. *Gazi Üniversitesi Gazi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 39(1), 211-247. doi: 10.17152/gefad.377619
- Karakuş, H. (2022). Erken Matematik Ölçeği'nin Türkçe'ye uyarlanması: Geçerlik ve güvenilirlik çalışması. *Kocaeli Üniversitesi Eğitim Dergisi*, 5(1), 197-220. <https://doi.org/10.33400/kuje.1059336>
- Kline P. (1994). *An easy guide to factor analysis*. London: Routledge.
- Leong, Y. H., Ho, W. K., & Cheng, L. P. (2015). Concrete-Pictorial-Abstract: Surveying its origins and charting its future. *Math. Educ.* 16, 1-18. Retrieved from http://math.nie.edu.sg/ame/matheduc/tme/tmeV16_1/TME16_1.pdf.
- Levine, S. C., Suriyakham, L. W., Rowe, M. L., Huttenlocher, J., & Gunderson, E. A. (2010). What counts in the development of young children's number knowledge?. *Developmental psychology*, 46(5), 1309.
- Lira, C. J., Carver, M., Douglas, H., & LeFevre, J. A. (2017). The integration of symbolic and non-symbolic representations of exact quantity in preschool children. *Cognition*, 166, 382-397. <https://doi.org/10.1016/j.cognition.2017.05.033>
- Litkowski, E. C., Duncan, R. J., Logan, J. A., & Purpura, D. J. (2020). When do preschoolers learn specific mathematics skills? Mapping the development of early numeracy knowledge. *Journal of experimental child psychology*, 195, 104846.

- MacDonald, A., & Carmichael, C. (2016). Early Mathematical Competencies and Later Outcomes: Insights from the Longitudinal Study of Australian Children. *Mathematics Education Research Group of Australasia*.
- McCluskey, C., Kilderry, A., Mulligan, J., & Kinnear, V. (2023). The role of movement in young children's spatial experiences: a review of early childhood mathematics education research. *Mathematics Education Research Journal*, 35, 287-315. <https://doi.org/10.1007/s13394-023-00446-0>
- Mensah, F. S., & Ampadu, E. (2024). Benefits, Challenges and Opportunities of Using Computer-Assisted Instruction in Mathematics Education. *IoT, AI, and ICT for Educational Applications: Technologies to Enable Education for All*, 31-49.
- Milburn, T. F., Lonigan, C. J., DeFlorio, L., & Klein, A. (2019). Dimensionality of preschoolers' informal mathematical abilities. *Early Childhood Research Quarterly*, 47, 487-495. <https://doi.org/10.1016/j.ecresq.2018.07.006>
- Mix, K. S., Prather, R. W., Smith, L. B., & Stockton, J. D. (2014). Young children's interpretation of multidigit number names: From emerging competence to mastery. *Child Development*, 85(3), 1306-1319. <https://doi.org/10.1111/cdev.12197>.
- Munter, C. (2014). Developing visions of high-quality mathematics instruction. *Journal for research in mathematics education*, 45(5), 584-635.
- National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: National.
- Nguyen, T., Watts, T. W., Duncan, G. J., Clements, D. H., Sarama, J. S., Wolfe, C., & Spitler, M. E. (2016). Which preschool mathematics competencies are most predictive of fifth grade achievement? *Early childhood research quarterly*, 36, 550-560. <https://doi.org/10.1016/j.ecresq.2016.02.003>
- Novita, R., & Herman, T. (2021, February). Digital technology in learning mathematical literacy, can it helpful?. In *Journal of Physics: Conference Series*, 1776 (1), 012027.
- Önkol, L. F. (2012). *Erken sayı testinin uyarlanması ve erken sayı gelişim programının altı yaş çocukların sayı gelişimlerine etkisinin incelenmesi*. Doktora Tezi, Marmara Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.
- Pekince, P. (2015). *Sayma İlkeleri Testi'nin Geçerlik ve Güvenirlik Çalışması* (Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi). Gazi Üniversitesi, Ankara.
- Purpura, D. J., & Lonigan, C. J. (2013). Informal numeracy skills: The structure and relations among numbering, relations, and arithmetic operations in preschool. *American Educational Research Journal*, 50(1), 178-209. <https://doi.org/10.3102/0002831212465332>
- Rittle-Johnson, B., Fyfe, E. R., Loehr, A. M., & Miller, M. R. (2015). Beyond numeracy in preschool: Adding patterns to the equation. *Early Childhood Research Quarterly*, 31, 101-112. <https://doi.org/10.1016/j.ecresq.2015.01.005>
- Rosenquist, B. A., Henrick, E. C., & Smith, T. M. (2015). Research-practice partnerships to support the development of high quality mathematics instruction for all students. *Journal of Education for Students Placed at Risk (JESPAR)*, 20(1-2), 42-57.
- Sterner, G., Wolff, U., & Helenius, O. (2020). Reasoning about representations: Effects of an early math intervention. *Scandinavian Journal of Educational Research*, 64(5), 782-800. <https://doi.org/10.1080/00313831.2019.1600579>
- Tabachnick, B.G. & Fidell, L.S. (2007), Using multivariate statistics (Vol. 6). Boston, MA: Pearson.
- Tobia, V., Bonifacci, P., & Marzocchi, G. M. (2021). Symbolic versus non-symbolic training for improving early numeracy in preschoolers at risk of developing difficulties in mathematics. *Research in Developmental Disabilities*, 111, 1-12. <https://doi.org/10.1016/j.ridd.2021.103893>
- van Oers, B., & Poland, M. (2012). Promoting abstract thinking in young children's play. In B. van Oers (Ed.), *Developmental education for young children: Concept, practice and implementation* (pp. 121-136). Dordrecht, The Netherlands: Springer. https://doi.org/10.1007/978-94-007-4617-6_8

- Verdine, B. N., Irwin, C. M., Golinkoff, R. M., & Hirsh-Pasek, K. (2014). Contributions of executive function and spatial skills to preschool mathematics achievement. *Journal of experimental child psychology*, 126, 37-51.
- Vygotsky L.S. (1978). Interaction between learning and development M. Cole, V. John-Steiner, S. Scribner, E. Souberman (Eds.), *Mind and society: The development of higher psychological processes*, Harvard University Press, Cambridge, MA, pp. 79-91.
- Watts, T. W., Duncan, G. J., Siegler, R. S., & Davis-Kean, P. E. (2014). What's past is prologue: Relations between early mathematics knowledge and high school achievement. *Educational Researcher*, 43(7), 352-360.
- Willingham, J. C., Barlow, A. T., Stephens, D. C., Lischka, A. E., & Hartland, K. S. (2021). Mindset regarding mathematical ability in K-12 teachers. *School Science and Mathematics*, 121(4), 234-246.
- Worthington, M., Dobber, M., & van Oers, B. (2019). The development of mathematical abstraction in the nursery. *Educational Studies in Mathematics*, 102, 91-110. <https://doi.org/10.1007/s10649-019-09898-3>
- Yıldız, E., (2022). *4-7 yaş çocukları için örüntü becerileri ölçeğinin geliştirilmesi ve örüntüye ilişkin öğretmen uygulamalarının incelenmesi*. Doktora Tezi, Hacettepe Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.

Development of Advanced Mathematics Skills Test for Preschool Children**

Feyza Aydın Bölükbaş^{1*} 
İlkay Ulutaş² 

¹Aksaray University, Department of
Preschool Education, Aksaray, Türkiye
feYZaaydin@aksaray.edu.tr

²Gazi University, Department of Preschool
Education, Ankara, Türkiye
uilkay@gazi.edu.tr

*Corresponding Author

Abstract: This study, which was conducted in order to develop, validate, and ensure the reliability of the “Test of Advanced Mathematics Skills for Preschool Children” that assesses the advanced mathematics skills of preschool children, was conducted in the survey model, which is one of the quantitative research methods. The Test of Advanced Mathematics Skills for Preschool Children was prepared in the form of a five-point Likert scale (Never, Sometimes, Often, Most of the Time, Always) in which teachers could observe and evaluate children's advanced mathematics skills. The construct validity of the test was analyzed using exploratory factor analysis and confirmatory factor analysis, and reliability was analyzed using Cronbach's alpha and McDonald's omega. The findings revealed that the Test of Advanced Mathematics Skills for Preschool Children consists of four sub-dimensions, namely Basic Skills (11 items), Counting and Operations (10 items), Spatial Perception (7 items), and Problem Solving (6 items), and 34 items in total.

Keywords: Early Math Skills, Preschool Education, Preschool Teacher

Received: 10.06.2024
Accepted: 20.08.2024
Available Online: 30.07.2025

INTRODUCTION

Mathematical thinking is a comprehensive process involving the fields of psychology, education and neuroscience. Children encounter increasingly complex mathematical ideas and processes as they grow older, and with appropriate support from others, they develop the competencies needed to apply these processes effectively (Gilmore et al., 2018). Considering the wealth of information in today's world, education should prepare children to cope with various complex tasks occurring around them (van Oers & Poland, 2012). This is because the foundation of mathematical skills is shaped by early experiences, and early and effective interventions are important for later mathematical thinking structures and academic skills (Aunio & Niemivirta 2010; Duncan et al., 2007; Geary et al., 2013; Levine et al., 2010; MacDonald & Carmichael, 2016; Watts et al., 2014). The gaps in mathematical skills among children who lack adequate support become increasingly pronounced as they advance through educational levels (Willingham, 2021). Therefore, it is crucial to address children's needs for high-quality mathematics education starting from preschool (Corey et al., 2010; Mensah & Ampadu, 2024; Munter, 2014; Rosenquist et al., 2015).

The mathematical content and opportunities offered to children in the preschool period are also determinants of their progress. In some classrooms, mathematics education may remain at the level of recognition and knowledge, and deeper thinking processes may be ignored (Engel et al., 2013; van Oers & Poland, 2012). Mathematics no longer needs to be supported only at the knowledge level, but needs to be supported by metacognitive processes such as meaning, interpretation, and production to build skills for problem solving and using mathematics to cope with the challenges of the information society (Novita & Herman, 2021).

Recent studies on early mathematics reveal a growing emphasis on content and skills related to advanced mathematics, such as symbolic development, representation skills, mathematical abstraction, mathematical

thinking, problem-solving, and spatial reasoning (Björklund et al., 2020; Donlan, 2020; Gilmore et al., 2018; McCluskey et al., 2023; Sterner et al., 2020; van Oers & Poland, 2012; Worthington et al., 2019). Although there are tools in the literature that measure children's basic mathematics performance (Erdoğan & Baran, 2006; Çelik & Kandır, 2011; Önkol, 2012; Pekince, 2015; Ergül, 2014; Karakuş, 2022), measurement tools are also needed to evaluate advanced mathematics skills. Nguyen et al. (2016) utilize a measurement tool assessing both basic and advanced counting skills and conclude that advanced counting skills have a greater impact on later mathematics performance. In addition to advanced counting skills, pattern recognition and measurement skills are also deemed important and warrant further study (Engel et al., 2013).

The study of advanced mathematics skills in preschool education is critical for qualitatively supporting children's cognitive development, ensuring academic readiness and ensuring equality in education. Supporting advanced mathematics skills supports children's individual development needs and creates a solid foundation for lifelong learning and success (Litkowski et al., 2020; Nguyen et al., 2016; Verdine et al., 2014). Aligned with children's development and interests, systematic support for complex mathematical knowledge alongside basic skills can better prepare them for the primary school level (Verdine et al., 2014). Providing all children with the opportunity to develop math skills at the level they need from an early age also forms a basis for egalitarian learning (Litkowski et al., 2020). In this direction, it is thought that determining the advanced mathematics skills of children will also make important contributions to determining the educational process they need.

When the tools measuring mathematics skills in the Turkish literature are examined, it is seen that they are based on child performance (Erdoğan & Baran, 2006; Çelik & Kandır, 2011; Ergül, 2014; Kaçira & Dağlıoğlu, 2019; Karakuş, 2022; Önkol, 2012; Pekince, 2015) and there is no observation-based measurement tool. For this reason, this study aims to develop a “*Advanced Mathematics Skills Test for Preschool Children*” in order to provide more practical data for teachers and researchers and to address advanced mathematics skills comprehensively.

Aligned with the stated purpose, the following questions are being explored:

1. Does the Advanced Mathematics Skills Test developed for preschool children have a valid structure?
2. Does the Advanced Mathematics Skills Test developed for preschool children have a reliable structure?

METHOD

Research Model

This study, aimed at developing the Advanced Mathematics Skills Test for Preschool Children, was designed using the screening model within quantitative research methods. In the survey model, data are collected to define specific characteristics of a group, with the study's data derived from the sample to represent the broader population (Büyüköztürk et al., 2017; Fraenkel et al., 2012). The Advanced Mathematics Skills Test for Preschool Children was developed by the researchers to assess children's advanced mathematics skills through teacher observations, and validity and reliability studies were conducted. At this point, the scale development principles of DeVellis (2016) were utilized.

Study Group

In order to conduct an exploratory factor analysis of the Advanced Mathematics Skills Test for Preschool Children, data were collected from 66 preschool teachers for a total of 180 children. One teacher completed the form for 1-5 children randomly selected from the class list. Of the children evaluated, 15% (n = 27) were four years old, 59.44% (n = 107) were five years old and 25.56% (n = 46) were six years old. 48.33% of the children (n = 87) are male and 51.67% (n = 93) are female. In the confirmatory factor analysis, data were collected from 89 preschool teachers for a total of 243 children. Of the evaluated children, 16.46% (n = 40) were four years old, 65.02% (n = 158) were five years old and 18.52% (n = 45) were six years old. 47.33% of the children (n = 115) are male and 52.67% (n = 128) are female.

Data Collection Tool

The Advanced Mathematics Skills Test for Preschool Children consists of Basic Skills, Counting, Operations, Spatial Perception and Problem Solving sub-dimensions. The items created in separate pools for each dimension were prepared in a five-point Likert scale (“Never=1, Sometimes=2, Often=3, Most of the Time=4, Always=5”) and teachers were asked to evaluate the children according to their observations in the last month.

Data Collection and Analysis

The data were collected between 01.05.2022 and 01.07.2022 through an online form from teachers who participated in the study voluntarily. Before the exploratory factor analysis, the adequacy of the sample size of the data was examined by Kaiser-Meyer-Olkin (KMO) test and the suitability of the data for factor analysis by Bartlett sphericity test. Confirmatory factor analysis was also performed to confirm the structure obtained as a result of the exploratory factor analysis of the Advanced Mathematics Skills Test for Preschool Children. Robust maximum likelihood estimation method was used during confirmatory factor analysis because it did not show multiple normal distributions. As a result of confirmatory factor analysis, the model fit χ^2/sd , CFI, NFI, NNFI and RMSEA goodness of fit indices were evaluated. In order to determine the reliability of the test scores, Cronbach alpha and McDonald’s omega reliability coefficients were calculated.

Ethical Permissions of the Research

This research is derived from the first researcher's doctoral dissertation titled “The Effect of Concrete-Semi-Concrete (Representational)-Abstract Approach Mathematics Program on Children's Mathematical Skills and Teachers' Knowledge and Practices” and ethical approval was obtained from Gazi University Ethics Commission, meeting dated 22.03.2022 and numbered 06 with the number E-77082166-302.08.01-333644.

FINDINGS

The procedures performed to ensure validity and reliability in the development of the Advanced Mathematics Skills Test for Preschool Children were explained under the subheadings of content validity, construct validity and reliability.

Scope Validity

In ensuring the content validity of the Advanced Mathematics Skills Test for Preschool Children, scale development principles were followed, including defining the objectives of the measurement tool, specifying its characteristics, creating the item pool, obtaining expert opinions, conducting pilot testing and revisions, and assessing the validity and reliability of the scale and its items. These principles provide a systematic approach to scale development and ensure that measurement tools are valid and reliable (DeVellis, 2016).

Determining the objectives of the measuring instrument

The structure to be measured in scale development must be clearly conceptualized. Before creating the scale, it is essential to thoroughly review the literature and theoretical framework related to the structure to be measured in order to define and understand its theoretical framework and dimensions (DeVellis, 2016). For this purpose, the theoretical framework of the Advanced Mathematics Skills Test for Preschool Children was grounded in the constructivist approach. The child's understanding of the relationship between concrete

experiences and sensory or perceptual feedback is at the heart of the constructivist approach. According to the constructivist approach, learning opportunities that align with developmental levels can make the complex and symbolic aspects of the environment more meaningful by helping children acquire new concepts (Athey, 2007). Additionally, studies on early mathematics were reviewed, and efforts were made to identify the key mathematical skills emphasized (Table 1). Upon examining these studies, it was found that concepts related to advanced early mathematical skills, such as symbolic development, representational skills, mathematical abstraction, mathematical thinking, problem-solving, and spatial reasoning, have increased.

Table 1*Studies Conducted on Early Mathematics*

Papers	Björklund and Palmér (2022)	Worthington et al. (2019)	Stern et al. (2020)	Nguyen et al. (2016)	Ginsburg et al., (2005)	Lira et al. (2017)	DePascale et al., (2021)	De Smedt et al., (2013)	Gilmore et al. (2018)	Geary and Vanmarle (2016)	Rittle-Johnson et al., (2015)	Leong et al., (2015)	Mix et al., (2014)	Hawes et al., (2017)	Hurst et al., (2017)	Tobia et al., (2021)	McCluskey et al. (2023)	Çakır ve Ergül (2022)	Çalamak et al. (2022)	Ergül and Artan (2015)	Gök-Çolak Kandır (2020)	Yıldız (2022)
Mathematics Skills																						
Basic Skills	✓	✓	✓	✓	✓	✓			✓	✓	✓				✓			✓			✓	✓
Counting and Processing	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓				✓	✓	✓	✓		✓				
Symbolic Development	✓	✓	✓			✓		✓	✓	✓		✓	✓		✓	✓						
Representation Skills	✓	✓	✓			✓		✓	✓			✓	✓		✓	✓	✓	✓	✓		✓	✓
Mathematical Abstraction		✓																			✓	
Mathematical Thinking (Reasoning)		✓	✓	✓	✓				✓						✓		✓			✓	✓	✓
Problem Solving									✓												✓	
Spatial Perception					✓										✓		✓					
The Use of Mathematical Language	✓					✓	✓			✓							✓	✓				

When the mathematical skills included in the research were examined in Table 1, basic skills such as counting and calculation, symbolic development, representation skills, mathematical abstraction, mathematical reasoning, problem-solving, spatial perception, and the use of mathematical language were identified. When the scales developed or adapted in Turkey related to early mathematics are examined, the Early Mathematics Ability Test-3 (Erdoğan & Baran, 2006), Mathematics Development 6 Test (Çelik & Kandır, 2011), Early Number Test (Önkol, 2012), Counting Principles Test (Pekince, 2015), Tools such as Early Mathematical Reasoning Skills Assessment Tool (Ergül, 2014) and Early Mathematics Scale (Karakuş, 2022) were found and it was seen that mathematics skills were evaluated according to children's performance in these tools, but no measurement tools involving advanced mathematics skills were found. In this direction and taking into account the NCTM (2000) mathematics activities' ability to integrate mathematics content (numbers, operations, geometry, measurement, etc.) with process standards (problem solving, reasoning, proof, association, communication and symbolization, etc.) and the skills to be measured, the scope of the *Advanced Mathematics Skills Test for Preschool Children* was determined as the assessment of skills such as *basic skills, counting and operations, spatial perception and problem solving*, which include advanced mathematics skills.

Determination of measurement tool properties

After determining the objectives of the measurement tool, the characteristics of the measurement tool are defined. The format of the measuring instrument should be compatible with the nature of the structure intended to be measured and the research objectives. For this reason, it was decided that a tool based on observation and assessment would be more functional for both researchers and teachers, considering that it aims to measure advanced mathematics skills of preschool children and that advanced mathematics skills are concrete and remarkable. This form was prepared in the form of a five-point Likert scale ("Never=1, Sometimes=2, Often=3, Most of the time=4, Always=5").

Creation of a item pool

In creating the item pool, the relevant literature was thoroughly reviewed to ensure that the items were comprehensive and represented various aspects of the construct. Advanced mathematics skills were listed, and scales developed for early mathematics were reviewed. Studies on children's mathematical development have predominantly focused on numbers and operations, with fewer studies addressing other mathematical dimensions (Milburn et al., 2019). Devlin et al., 2022 investigate the sub-dimensions of measurement tools used to assess early mathematical development and conclude that there is a significant difference in the sub-dimensions of measurement tools due to their objectives and methods. Milburn et al. (2019) collected data from 1,630 children using the Child Math Assessment (CMA), which was designed to assess mathematical concepts and skills, including number, arithmetic operations, geometry, space, measurement, and modeling. They conclude that the best-fit model comprise four factors: number and operations, measurement, geometry, and pattern. In the literature, counting and operations are categorized under separate headings such as measurement, geometry, and pattern. Since this distinction is supported by experimental results, the items are organized under separate headings in this study. The items were prepared and presented under the sub-dimensions of *basic skills*, *counting* and operations, spatial perception and problem solving. A pool of 60 items was created, consisting of 18 items related to basic skills, 24 items related to counting and operations, 11 items related to spatial perception, and 7 items related to problem-solving.

Obtaining an expert opinion

After the item pool was created, the 60-item structure was presented to the opinion of five experts from the field of Preschool Education, one from the field of Measurement and Evaluation, one from the field of Classroom Education and one from the field of Mathematics Education. After consulting expert opinions, the unclear items were revised, sample expressions were added where necessary, some items were split into two separate items, others were combined, and items with identical content were removed, resulting in a final pool of 45 items.

Pilot tests and revisions

Before finalizing the measurement tool, it is recommended to conduct a pilot test with a sample that closely resembles the target audience. Pilot studies are conducted to check the comprehensibility of the items by the target group (DeVellis, 2016). The 45-item measurement tool was sent to 10 teachers representing the target group to conduct a pilot study, and they were asked to fill it out for the children in their classrooms. After the pilot study, it was determined that the measurement tool was ready for the main application.

Measuring the validity and reliability of the scale

The development of a measurement tool requires the determination of the validity and reliability of the tool. Validity refers to the extent to which the vehicle measures what it aims to measure, and reliability refers to the consistency and stability of its measurements made with the developed vehicle. The tool needs to be evaluated using different validity tests (e.g., content validity, criterion validity) and reliability tests (e.g., test-retest reliability, internal consistency). In this research, an exploratory and confirmatory factor analysis was

performed during the structural validity of the Advanced Mathematics Skills Test for Preschool Children, and then its reliability was evaluated.

Structure validity

Exploratory and confirmatory factor analysis was used to determine the Structural validity of the Advanced Mathematics Skills Test for Preschool Children. Separate working groups have also been established to determine the exploratory and confirmatory factor structures. In the literature, there are different opinions about the adequacy of the sample size for factor analysis, such as the sample size should be at least twice the number of items (Çokluk et al., 2012, p.206), the larger the sample size the better, and a sample of 100 people can generally be analyzed by obtaining reliable results (Kline, 1994, p.73). Based on these explanations, in order to conduct an exploratory factor analysis of the Advanced Mathematics Skills Test for Preschool Children, data were collected from 66 preschool teachers for a total of 180 children. A teacher filled out a form for 1-5 children.

Before the exploratory factor analysis, the adequacy of the sample size of the data was examined by Kaiser-Meyer-Olkin (KMO) test and the suitability of the data for factor analysis by Bartlett sphericity test. The statistically significant difference between the KMO value (0.6 and above) and Bartlett's test results indicate that the data are suitable for factorization (Tabachnick & Fidell, 2007). The KMO and Bartlett's test values obtained in the study (KMO=0.918; Bartlett's statistic=2062.629/sd=105/p<0.001) indicate that the data are suitable for factor analysis.

During the exploratory factor analysis, items with factor loadings below 0.30 and those with similar loadings across multiple factors (cross-loading) were excluded, and the analysis was repeated. The conceptual alignment of the items with the identified dimensions and the redundancy of items with similar meanings were also assessed. In this context, we decided to exclude five items from the analysis.

It is recommended that sub-dimensions of early mathematics include areas such as modeling, measurement, geometry, and data analysis, with further research conducted on their predictive value for advanced mathematics skills (Aunio & Räsänen, 2016; Devlin et al., 2022; Purpura & Lonigan, 2013). For example, Aunio and Räsänen (2016) emphasize that the measurement tools related to mathematical skills should consist of four components, including symbolic and non-symbolic number sense, mathematical relations, basic arithmetic and counting skills, and that these skills are important for the identification of children at risk. Purpura and Lonigan (2013) draw attention to the fact that the relationships between mathematical skills are explained by a three-factor model as counting, numerical relationships and mathematical reasoning. Another study identifies early mathematical skills as comprising four factors: number and operations, measurement, geometry, and patterns (Milburn et al., 2019). Although measurement tools for studying mathematical skills share common sub-dimensions, significant differences are reported due to variations in goals and methods (Devlin et al., 2022). Accordingly, since the Advanced Mathematics Skills Test for Preschool Children was developed with items reflecting the sub-dimensions of *basic skills, counting and operations, spatial perception, and problem-solving*—each representing a distinct skill area—item analyses were conducted separately for each dimension. In the Advanced Mathematics Skills Test, 11 items were included in the factor analysis for the *Basic Skills* Dimension. Table 2 presents the results of the exploratory factor analysis of the Basic Skills Dimension of the *Advanced Mathematics Skills Test*.

Table 2

The Eigenvalues Related to the Basic Skills Dimension and the Explained Percentages of Variance in the Advanced Mathematics Skills Test for Preschool Children

Factor	Initial Eigenvalues			Factor-Forming Eigenvalues		
	Total	Percentage of explained variance	Cumulative percentage of explained variance	Total	Percentage of explained variance	Cumulative percentage of explained variance
1	6.809	61.898	61.898	6.809	61.898	61.898
2	.906	8.236	70.134			
3	.745	6.775	76.909			
4	.643	5.845	82.754			
5	.449	4.086	86.840			
6	.313	2.847	89.687			
7	.298	2.705	92.393			
8	.268	2.435	94.828			
9	.220	2.004	96.832			
10	.213	1.933	98.765			
11	.136	1.235	100.000			

According to Table 2, the *Basic Skills* dimension of the Advanced Mathematics Skills Test for Preschool Children included one item with an eigenvalue greater than 1. Examination of the scree plot (Figure 1) revealed a marked decrease in the slope after the fourth factor, followed by a leveling off. The Basic Skills dimension of the test shows a one-factor structure. The unidimensional structure specified for the Basic Skills dimension of the test explains 61.90% of the total variance. This shows that 11 items explain 61.90% of the variance in the single-factor structure.

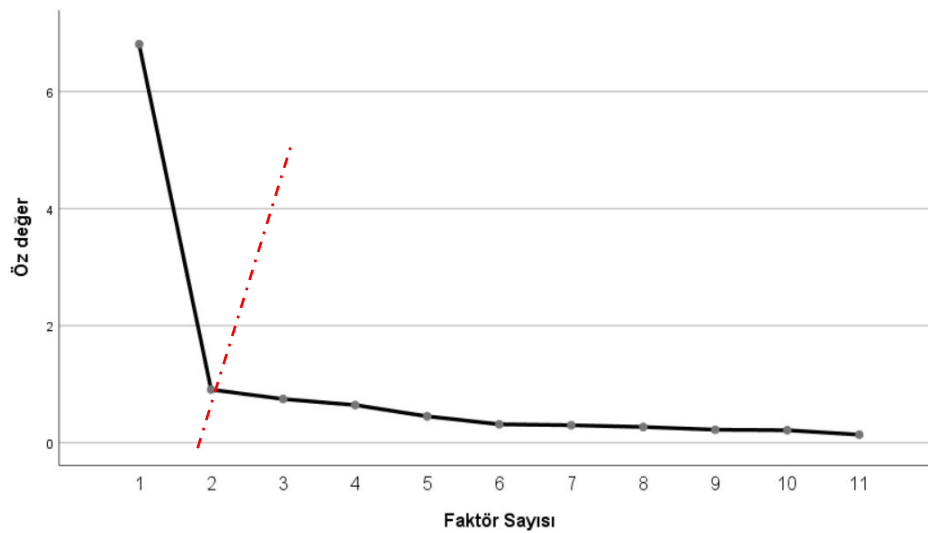


Figure 1. Scree plot for the Basic Skills Dimension of the Advanced Mathematics Skills Test for Preschool Children

Table 3

Factor Loadings of the Basic Skills Dimension Items of the Advanced Mathematics Skills Test for Preschool Children

Item No	Factor
	1
1	0.736
2	0.824
3	0.778
4	0.746
5	0.840
6	0.808
7	0.824
8	0.802
9	0.822
10	0.795
11	0.663

Examination of Table 3 revealed that the factor loadings of the items in the Basic Skills dimension of the Advanced Mathematics Skills Test for Preschool Children ranged from 0.663 to 0.840. The factor load values exceeding 0.30 for each item indicate their suitability for the corresponding dimension. In the *Counting and Operations* dimension of the Advanced Mathematics Skills Test for Preschool Children, 10 items were included in the factor analysis.

Table 4

The Eigenvalues Related to the Counting and Operations Dimension and the Explained Percentages of Variance in Advanced Mathematics Skills Test for Preschool Children

Factor	Initial Eigenvalues			Factor-Forming Eigenvalues		
	Total	Percentage of explained variance	Cumulative percentage of explained variance	Total	Percentage of explained variance	Cumulative percentage of explained variance
1	6.118	61.184	61.184	6.118	61.184	61.184
2	.886	8.863	70.048			
3	.672	6.717	76.765			
4	.511	5.110	81.875			
5	.471	4.706	86.581			
6	.439	4.390	90.971			
7	.335	3.351	94.322			
8	.231	2.314	96.636			
9	.209	2.090	98.726			
10	.127	1.274	100.000			

According to Table 4, the *Counting and Operations* dimension of the Advanced Mathematics Skills Test for Preschool Children included one item with an eigenvalue greater than 1. Examination of the scree plot (Figure 2) revealed a marked decrease in the slope after the fourth factor, followed by a leveling off.

Accordingly, the Counting and Operations dimension shows a one-factor structure. The one-dimensional structure determined for the Counting and Operations dimension explains the ratio of the total variance of 61.18%. In this case, 10 items show that they explain 61.18% of the variance in the single-factor structure.

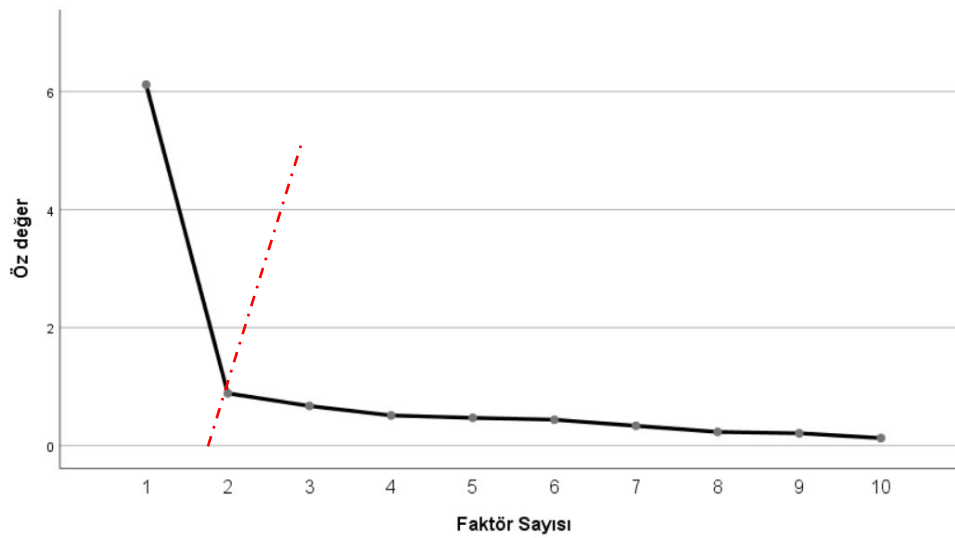


Figure 2. Scree plot for the Counting and Operations Dimension of the Advanced Mathematics Skills Test for Preschool Children

Table 5

Factor Loadings of the Counting and Operations Dimension Items of the Advanced Mathematics Skills Test for Preschool Children

Item No	Factor
	1
1	.818
2	.865
3	.811
4	.823
5	.720
6	.780
7	.803
8	.721
9	.752
10	.713

Table 5 shows that the factor loadings of the items in the *Counting and Operations* dimension of the Advanced Mathematics Skills Test for Preschool Children were between 0.713 and 0.865. The factor loading values above 0.30 for each item indicate that these items align with the intended purpose within their respective dimensions.

In the *Spatial Perception* dimension of the Advanced Mathematics Skills Test for Preschool Children, 11 items were included in the factor analysis, and 4 items were excluded from the test as a result of the analysis.

Table 6

The Eigenvalues Related to the Spatial Perception Dimension and the Explained Percentages of Variance in Advanced Mathematics Skills Test for Preschool Children

Factor	Initial Eigenvalues			Factor-Forming Eigenvalues		
	Total	Percentage of explained variance	Cumulative percentage of explained variance	Total	Percentage of explained variance	Cumulative percentage of explained variance
1	4.256	60.800	60.800	4.256	60.800	60.800
2	.874	12.482	73.282			
3	.544	7.770	81.051			
4	.533	7.612	88.663			
5	.330	4.716	93.380			
6	.317	4.532	97.912			
7	.146	2.088	100.000			

According to Table 6, it was determined that there was an item with an Eigen value above 1 in the *Spatial Perception* dimension of the Advanced Mathematics Skills Test for Preschool Children. The scree plot in Figure 3 shows that after the fourth factor, the slope of the graph decreases and starts to flatten. This situation shows that the *Spatial Perception* dimension exhibits a one-factor structure. The unidimensional structure specified for the *Spatial Perception* dimension of the test explains 60.80% of the total variance. This situation shows that 7 items explain 60.80% of the variance in the single-factor structure.

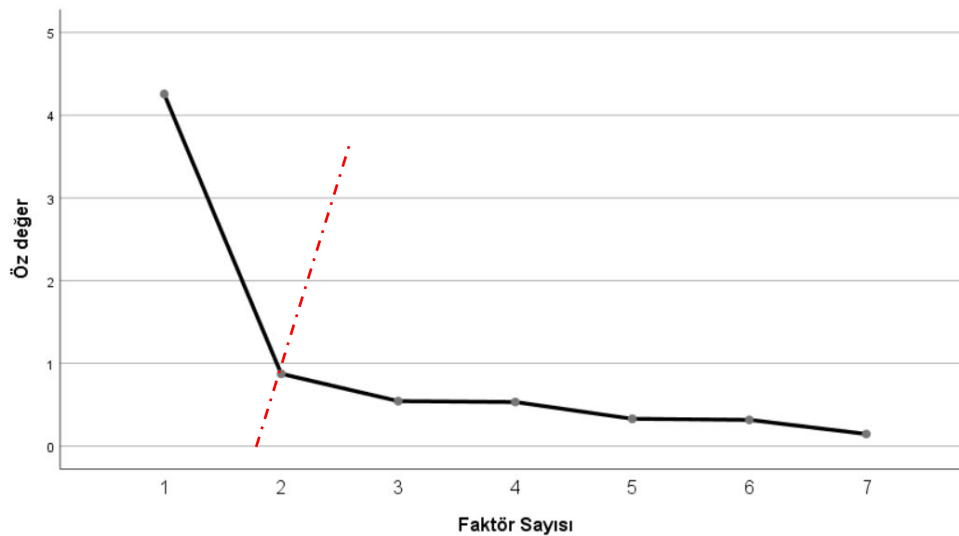


Figure 3. Scree plot for the Spatial Perception Dimension of the Advanced Mathematics Skills Test for Preschool Children

Table 7

Factor Loadings of the Spatial Perception Dimension Items of the Advanced Mathematics Skills Test for Preschool Children

Item No	Factor
	1
1	.686
2	.697
3	.743
4	.801
5	.834
6	.830
7	.849

Examination of Table 7 reveal that the factor loadings of the items in the *Spatial Perception* dimension of the Advanced Mathematics Skills Test for Preschool Children ranged from 0.686 to 0.849. The factor load values exceeding 0.30 for each item indicate their suitability for the corresponding dimension.

The Advanced Mathematics Skills Test for Preschool Children 7 items were included in the factor analysis for the *Problem solving* dimension, and 1 item was excluded from the test as a result of the analysis.

Table 8

The Eigenvalues Related to the Problem Solving Dimension and the Explained Percentages of Variance in Advanced Mathematics Skills Test for Preschool Children

Factor	Initial Eigenvalues			Factor-Forming Eigenvalues		
	Total	Percentage of explained variance	Cumulative percentage of explained variance	Total	Percentage of explained variance	Cumulative percentage of explained variance
1	4.139	68.976	68.976	4.139	68.976	68.976
2	.678	11.294	80.271			
3	.376	6.259	86.529			
4	.335	5.591	92.121			
5	.308	5.137	97.258			
6	.165	2.742	100.000			

According to Table 8, it was determined that there was an item with an Eigen value above 1 in the *Problem Solving* dimension of the Advanced Mathematics Skills Test for Preschool Children. Moreover, the scree plot in Figure 4 shows that after the fourth factor, the slope of the graph decreases and starts to flatten. This situation shows that the Problem Solving dimension of the test exhibits a one-factor structure. The unidimensional structure specified for the Problem Solving dimension of the test explains 68.98% of the total variance. In this case, 6 items show that they explain 68.98% of the variance in the single-factor structure.

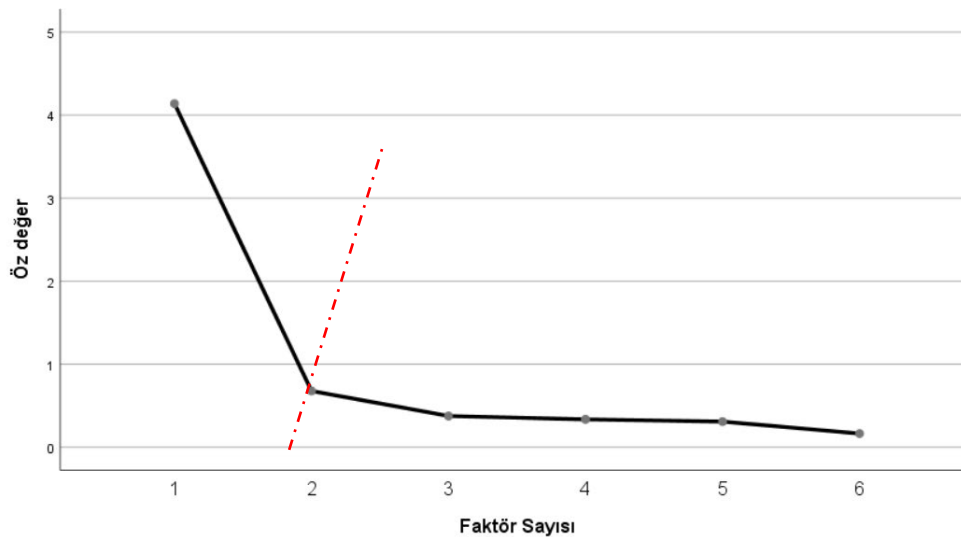


Figure 4. Scree plot for the *Problem Solving* Dimension of the Advanced Mathematics Skills Test for Preschool Children

Table 9

Factor Loadings of the Problem Solving Dimension Items of the Advanced Mathematics Skills Test for Preschool Children

Item No	Factor
	1
1	.791
2	.882
3	.900
4	.831
5	.808
6	.763

Examination of Table 9 reveal that the factor loadings of the items in the Problem Solving dimension of the Advanced Mathematics Skills Test for Preschool Children ranged from 0.763 to 0.900. The factor loading values above 0.30 for each item indicate that these items align with the intended purpose within their respective dimensions.

Cronbach alpha and McDonald's omega coefficients were calculated for the reliability for the scores from the Advanced Mathematics Skills Test for Preschool Children.

Table 10

Results on the reliability of the scores of the Advanced Mathematics Skills Test for Preschool Children

Dimensions	Number of Items	Cronbach's alpha value	McDonald's ω
Basic Skills	11	0.94	0.94
Counting and Processing	10	0.93	0.93
Spatial Perception	7	0.89	0.89
Problem Solving	6	0.91	0.91

In Table 10, the Cronbach alpha value and McDonald's ω values of the Advanced Mathematics Skills Test for Preschool Children were calculated as 0.94 for the Basic Skills dimension; 0.93 for the Counting and Processing dimension; 0.89 for the Spatial Perception dimension and 0.91 for the Problem Solving dimension. Since Cronbach's alpha and McDonald's ω values are higher than 0.70, it can be said that the scores of the Test of Advanced Mathematics Skills of Preschool Children are reliable.

Table 11

Relationships between the dimensions of the Advanced Mathematics Skills Test for Preschool Children

		Basic Skills	Counting and Processing	Spatial Perception	Problem Solving
Basic Skills	r	1			
	p	-			
Counting and Processing	r	.695**	1		
	p		-		
Spatial Perception	r	.820**	.577**	1	
	p			-	
Problem Solving	r	.894**	.737**	.748**	1
	p				-

**p<0.01

Table 11 shows that there are positive, high-level and statistically significant ($p<0.01$) relationships between the Basic Skills, Counting and Operations, Spatial Perception and Problem Solving dimensions of the Advanced Mathematics Skills Test for Preschool Children. The positive and strong relationships between the test dimensions suggest that the dimensions support each other, allowing for the calculation of a total score from the test (Büyüköztürk, 2017). In this case, while performing the confirmatory factor analysis, a second-level confirmatory factor analysis was conducted to examine the feasibility of calculating a total score for preschool children's advanced mathematics skills.

The exploratory factor analysis of the Advanced Mathematics Skills Test for Preschool Children reveal that it consists of 34 items across four dimensions. There are 11 items in the basic skills dimension, 10 items in the counting and operations dimension, 7 items in the spatial perception dimension and 6 items in the problem solving dimension. Confirmatory factor analysis was performed to confirm this structure. The measurement model obtained as a result of the first level confirmatory factor analysis is presented in Figure 12 and the measurement model obtained as a result of the second level confirmatory factor analysis is presented in Figure 13.

Table 12

Confirmatory Factor Analysis Results

								Factor Load Values		Error Variances	
	χ^2	χ^2/sd	p	CFI	NFI	NNFI	RMSEA	max	min	max	min
Model 1	1284.35	2.48	0.000	0.99	0.98	0.98	0.082	0.89	0.72	0.48	0.21
Model 2	1305.10	2.51	0.000	0.99	0.98	0.98	0.082	0.89	0.72	0.49	0.21
Recommended		$\chi^2/sd \leq 3$		≥ 90	≥ 90	≥ 90	≤ 0.080	≥ 0.30		≤ 0.90	

Model 1: First level confirmatory factor analysis

Model 2: Second level confirmatory factor analysis

The first level confirmatory factor analysis as shown Table 12 yielded the χ^2/sd value as 2.48. The fact that this value is less than three indicates a good fit between the model and the data. The results of the first-level confirmatory factor analysis yielded CFI = 0.99, NFI = 0.98, and NNFI = 0.98. The fact that these values are above 0.90 indicates an excellent fit of the model to the data. As a result of the first-level confirmatory factor analysis, when evaluated in terms of the RMSEA index, it was found that the model has a value of 0.082, and this value is observed when it is very close to the value of 0.080. Accordingly, it can be concluded that the model demonstrates good data compatibility. Overall evaluation of the fit indices indicated that the four-dimensional model demonstrated a good fit to the data in the first-level confirmatory factor analysis. In the measurement model shown in Figure 12, the correlations between the dimensions are very high: $r(\text{basic skills, counting and operation}) = 0.96$; $r(\text{basic skills, spatial perception}) = 0.93$; $r(\text{basic skills, problem solving}) = 0.97$; $r(\text{counting and operation, spatial perception}) = 0.91$; $r(\text{counting and operation, problem solving}) = 1.00$; and $r(\text{spatial perception, problem solving}) = 0.94$. As a result of the second level confirmatory factor analysis, the χ^2/sd value was found to be 2.51. The fact that this value is less than three indicates a good fit between the model and the data. The results of the first-level confirmatory factor analysis yielded CFI = 0.99, NFI = 0.98, and NNFI = 0.98. The fact that these values are above 0.90 indicates an excellent fit of the model to the data. As a result of the second level confirmatory factor analysis, when evaluated in terms of RMSEA index, it was found that the model has a value of 0.082 and this value is very close to 0.080. Accordingly, it can be concluded that the model demonstrates good data compatibility.

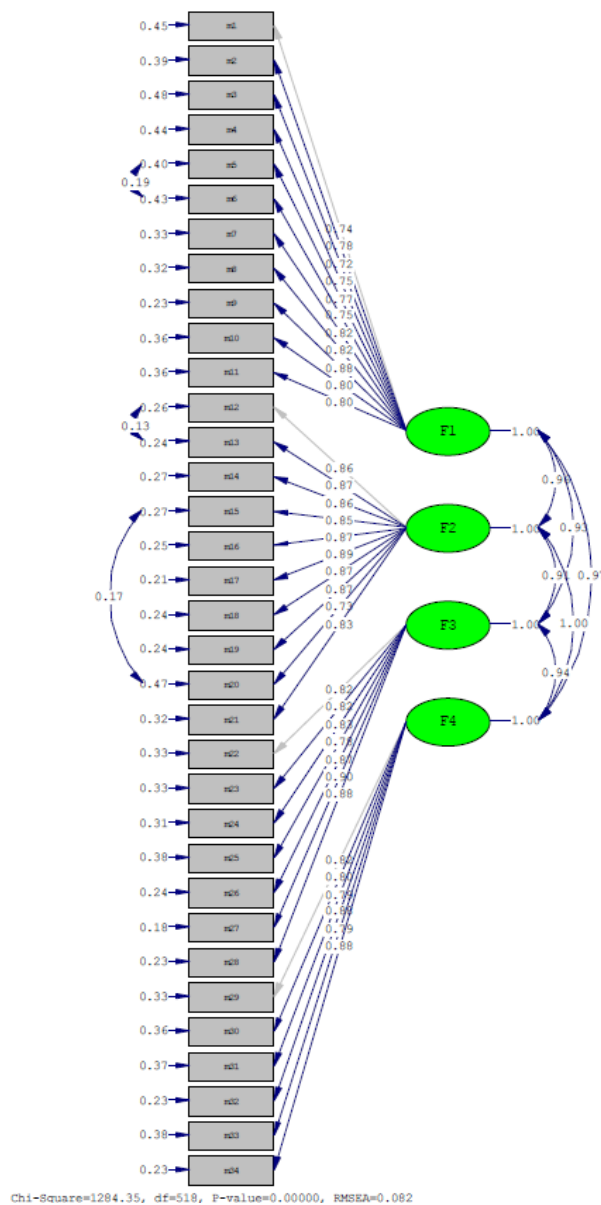


Figure 1. The first level confirmatory factor analysis measurement model

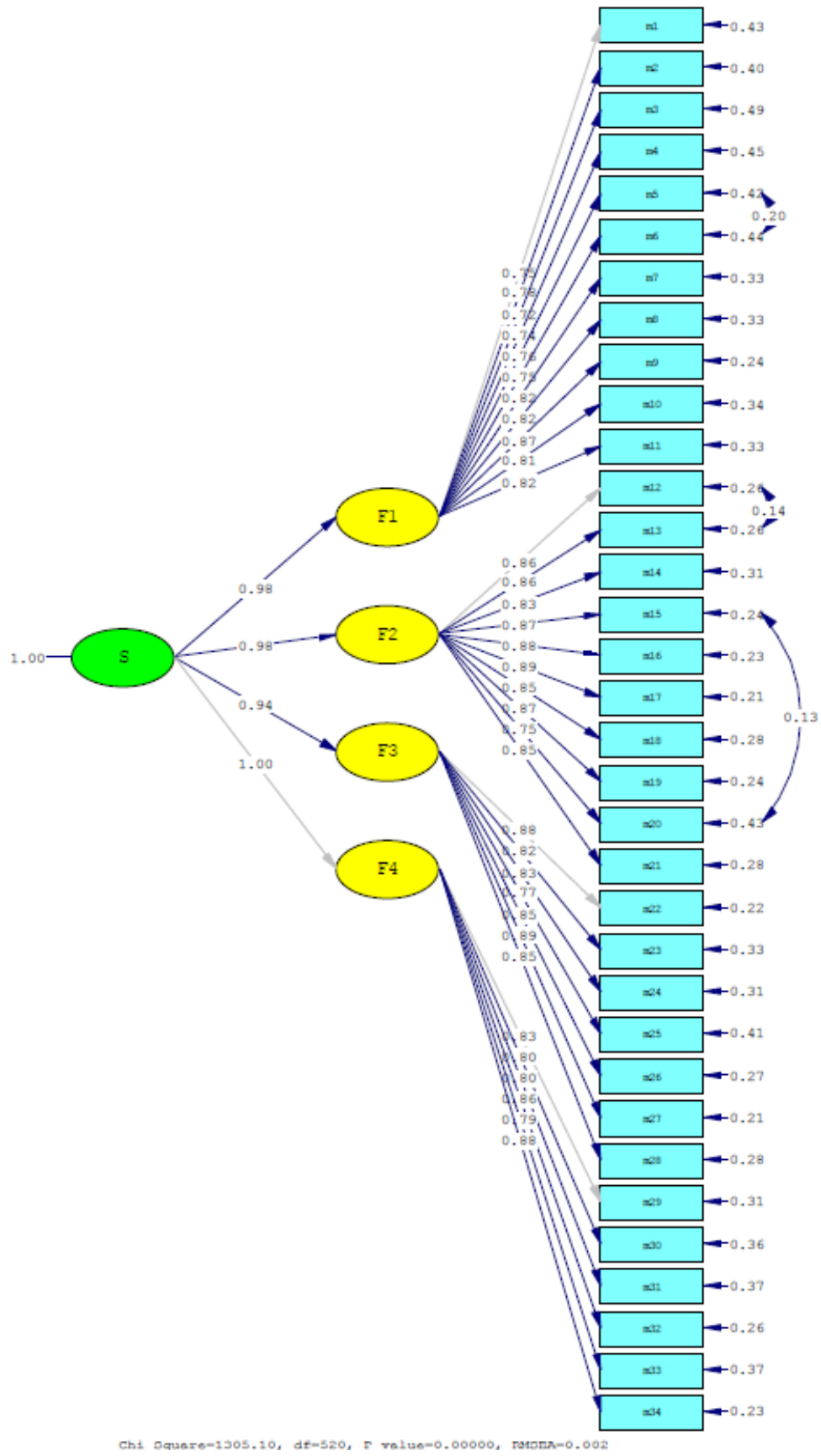


Figure 13. The second level confirmatory factor analysis measurement model

Reliability

Cronbach alpha and McDonald's omega coefficients were calculated for the reliability for the scores from the Test of Advanced Mathematics Skills for Preschool Children.

Table 13

Results on the reliability of the scores of the Advanced Mathematics Skills Test for Preschool Children

	Number of Items	Cronbach's alpha value	McDonald's ω
Basic Skills	11	0.95	0.95
Counting and Processing	10	0.96	0.96
Spatial Perception	7	0.94	0.94
Problem Solving	6	0.93	0.93
Advanced Mathematics Ability (Total score)	34	0.98	0.98

Table 13 shows that Cronbach alpha and McDonald's omega values were calculated as 0.95 for the Basic Skills dimension scores of the Advanced Mathematics Skills Test for Preschool Children; 0.96 for the Counting and Processing dimension scores; 0.94 for the Spatial Perception dimension scores; 0.93 for the Problem Solving dimension and 0.98 for the test total. Since Cronbach's alpha and McDonald's ω values are higher than 0.70, it can be said that the scores of the Test of Advanced Mathematics Skills of Preschool Children are reliable.

DISCUSSION, CONCLUSIONS and RECOMMENDATIONS

The aim of the study was to develop an Advanced Mathematics Skills Test for Preschool Children, which aims to assess preschool children's advanced mathematics skills based on teacher observations. The findings revealed that the test has a valid and reliable structure.

The Advanced Mathematics Skills Test for Preschool Children consists of *basic skills*, *counting and operations*, *spatial perception* and *problem solving* sub-dimensions, with 11 items in the Basic Skills dimension, 10 items in the Counting and Operations dimension, 7 items in the Spatial Perception dimension and 6 items in the Problem Solving dimension. The Basic Skills sub-dimension forms the basis of mathematical thinking and covers the basic number concepts and pre-number skills that children begin to encounter mathematical situations (Clements, 2014). Counting and operations involve more complex cognitive tasks such as addition and subtraction (Geary, 2013). Spatial perception includes the understanding of shapes, patterns and spatial relationships (Clements et al., 2014). The problem solving sub-dimension evaluates the ability to apply the learned mathematical concepts to new situations (Litkowski et al., 2020). These skills are critical for children's mathematical development at an early age. Studies on advanced mathematics skills show that focusing children on materials below their cognitive development negatively affects later mathematics achievement and may delay the acquisition of more complex skills (Bodovski & Farkas, 2007, Claessens et al., 2014; Engel et al., 2013, Engel et al., 2016). Providing support beyond the ability level of children allows their mathematical thinking to be deeper and more meaningful (Litkowski et al., 2020; Vygotsky, 1978). It is believed that the measurement tool developed in this context will contribute to the field by evaluating advanced mathematics skills, enabling children to achieve more meaningful learning that goes beyond mere recognition of knowledge.

In line with the findings, it can be concluded that including different areas of mathematics skills in the test will contribute to providing a comprehensive assessment. In addition, the Advanced Mathematics Skills

Test For Preschool Children is filled out by teachers and researchers on an observation basis, which also saves time and effort.

The Advanced Mathematics Skills Test developed for Preschool Children in the study will help to assess mathematics skills by providing a comprehensive measurement with four sub-dimensions, as well as identify specific areas where children may need more support or intervention. In addition, this test can be used to evaluate children's math skills and make comparisons in different areas. It can provide an important resource in terms of studying children's advanced mathematics skills and guiding mathematics-related educational programs.

REFERENCES

- Athey, C. (2007). *Extending thought in young children: A parent-teacher partnership*. London: Sage.
- Aunio, P., & Niemivirta, M. (2010). Predicting children's mathematical performance in grade one by early numeracy. *Learning and individual differences*, 20(5), 427-435.
- Aunio, P., & Räsänen, P. (2016). Core numerical skills for learning mathematics in children aged five to eight years—a working model for educators. *European early childhood education research journal*, 24(5), 684-704. <https://doi.org/10.1080/1350293X.2014.996424>
- Björklund, C., & Palmér, H. (2022). Teaching toddlers the meaning of numbers connecting modes of mathematical representations in book reading. *Educational Studies in Mathematics*, 110(3), 525-544. <https://doi.org/10.1007/s10649-022-10147-3>.
- Björklund, C., van den Heuvel-Panhuizen, M., & Kullberg, A. (2020). Research on early childhood mathematics teaching and learning. *ZDM*, 52, 607-619. <https://doi.org/10.1007/s11858-020-01177-3>
- Bodovski, K., & Farkas, G. (2007). Mathematics growth in early elementary school: The roles of beginning knowledge, student engagement, and instruction. *The Elementary School Journal*, 108(2), 115-130.
- Bodovski, K., & Farkas, G. (2007). Mathematics growth in early elementary school: The roles of beginning knowledge, student engagement, and instruction. *The Elementary School Journal*, 108(2), 115-130.
- Büyüköztürk, Ş. (2017). *Veri analizi el kitabı* (23. Baskı). Ankara: Pegem.
- Büyüköztürk, Ş., Çakmak, E. K., Akgün, Ö. E., Karadeniz, Ş., & Demirel, F. (2017). *Bilimsel araştırma yöntemleri*. Ankara: Pegem.
- Claessens, A., Engel, M., & Curran, F. C. (2014). Academic content, student learning, and the persistence of preschool effects. *American Educational Research Journal*, 51(2), 403-434. <https://doi.org/10.3102/0002831213513634>
- Clements, D. H., & Sarama, J. (2014). *Learning and teaching early math: The learning trajectories approach*. Routledge.
- Corey, D. L., Peterson, B. E., Lewis, B. M., & Bukarau, J. (2010). Are there any places that students use their heads? Principles of high-quality Japanese mathematics instruction. *Journal for Research in Mathematics education*, 41(5), 438-478.
- Çakır, R., & Ergül, C., (2022). Investigation of working memory performances of children with low early mathematics achievement. *Eğitim ve Bilim*, 47(209), 133-153. <http://doi.org/10.15390/eb.2022.10389>.
- Çalamak, E. K., Olkun, S., & Özdoğan, S. S. (2022). Çokkültürlü sınıflarda matematik eğitimi: Öğretmen uygulamaları üzerine bir inceleme. *Anadolu Journal of Educational Sciences International*, 12(1), 123-155. <https://doi.org/10.18039/ajesi.926493>
- Çelik, M. ve Kandır, A. (2011). Matematik gelişimi 6 testi (Progress in maths) nin 60-77 aylar arasında olan çocuklar için geçerlik ve güvenirlik çalışması. *Kuramsal Eğitimbilim*, 4(1), 146-153.
- Çokluk, Ö., Şekercioğlu, G., & Büyüköztürk, Ş. (2012). *Sosyal bilimler için çok değişkenli istatistik: SPSS ve LISREL uygulamaları*. Ankara: Pegem.
- De Smedt, B., Noël, M. P., Gilmore, C., & Ansari, D. (2013). How do symbolic and non-symbolic numerical magnitude processing skills relate to individual differences in children's mathematical skills? A review of evidence from brain and behavior. *Trends in Neuroscience and Education*, 2(2), 48-55. <https://doi.org/10.1016/j.tine.2013.06.001>.
- DePascale, M., Prather, R., & Ramani, G. B. (2021). Parent and child spontaneous focus on number, mathematical abilities, and mathematical talk during play activities. *Cognitive Development*, 59, Article 101076. <https://doi.org/10.1016/j.cogdev.2021.101076>
- DeVellis, R. F. (2016). *Scale development: Theory and applications*. Los Angeles, CA: Sage.
- Devlin, D., Moeller, K., & Sella, F. (2022). The structure of early numeracy: Evidence from multi-factorial models. *Trends in Neuroscience and Education*, 26, Article 100171. <https://doi.org/10.1016/j.tine.2022.100171>
- Donlan, C. (2020). Book review of “an introduction to mathematical cognition” by C. Gilmore, SM Göbel, and M. Inglis. *Journal of Numerical Cognition*, 6(2), 260-262. <https://doi.org/10.5964/jnc.v6i2.299>

- Duncan, G. J., Dowsett, C. J., Claessens, A., Magnuson, K., Huston, A. C., Klebanov, P., ... & Japel, C. (2007). School readiness and later achievement. *Developmental psychology*, 43(6), 1428. <https://doi.org/10.1037/0012-1649.43.6.1428>.
- Engel, M., Claessens, A., & Finch, M. A. (2013). Teaching students what they already know? The (mis) alignment between mathematics instructional content and student knowledge in kindergarten. *Educational Evaluation and Policy Analysis*, 35(2), 157-178. <https://doi.org/10.3102/0162373712461850>
- Engel, M., Claessens, A., Watts, T., & Farkas, G. (2016). Mathematics content coverage and student learning in kindergarten. *Educational researcher*, 45(5), 293-300.
- Erdoğan, S. ve Baran, G. (2006). Erken matematik yeteneği testi-3 (TEMA-3)'ün 60-72 aylar arasında olan çocuklar için uyarılma çalışması. *Çağdaş Eğitim Dergisi*, 31(332), 32-38.
- Ergül, A. (2014). *Erken matematiksel akıl yürütme becerileri değerlendirme aracı geliştirilmesi*. Yayınlanmamış Doktora Tezi, Hacettepe Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.
- Ergül, A., & Artan, S. (2015). Erken matematiksel akıl yürütme becerilerinin incelenmesi. *Kuramsal Eğitimbilim Dergisi*, 8(4), 454-485. <https://doi.org/10.5578/keg.8984>.
- Fraenkel, J. R., Wallen, N. E., & Hyun, H. H. (2012). *How to design and evaluate research in education*. New York: McGraw-hill.
- Geary, D. C., & Vanmarle, K. (2016). Young children's core symbolic and nonsymbolic quantitative knowledge in the prediction of later mathematics achievement. *Developmental Psychology*, 52(12), 2130-2144. <https://psycnet.apa.org/doi/10.1037/dev0000214>.
- Gilmore, C., Göbel, S. M., & Inglis, M. (2018). *An introduction to mathematical cognition*. Routledge.
- Ginsburg, H. P., Cannon, J., Eisenband, J. G., & Pappas, S. (2005). Mathematical thinking and learning. In K. McCartney, & D. Phillips (Eds.), *Handbook of early child development* (pp. 208-229). Oxford, England: Blackwell.
- Gök-Çolak, F., & Kandır, A. (2020). The effect of pattern-based mathematics education program on 61-72-month-old children's reasoning skills. *International Online Journal of Educational Sciences*, 11(3), 13-33. <http://dx.doi.org/10.15345/ijoes.2019.03.002>.
- Hawes, Z., Moss, J., Caswell, B., Naqvi, S., & MacKinnon, S. (2017). Enhancing children's spatial and numerical skills through a dynamic spatial approach to early geometry instruction: Effects of a 32-week intervention. *Cognition and Instruction*, 35(3), 236-264. <https://doi.org/10.1080/07370008.2017.1323902>.
- Hurst, M., Anderson, U., & Cordes, S. (2017). Mapping among number words, numerals, and nonsymbolic quantities in preschoolers. *Journal of Cognition and Development*, 18(1), 41-62. <https://doi.org/10.1080/15248372.2016.1228653>.
- Kaçıra, A., & Dağlıoğlu, H. (2019). Güncellenmiş Erken Aritmetik Testi'nin geçerlik ve güvenirlik çalışması. *Gazi Üniversitesi Gazi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 39(1), 211-247. doi: 10.17152/gefad.377619
- Karakuş, H. (2022). Erken Matematik Ölçeği'nin Türkçe'ye uyarlanması: Geçerlik ve güvenirlik çalışması. *Kocaeli Üniversitesi Eğitim Dergisi*, 5(1), 197-220. <https://doi.org/10.33400/kuje.1059336>
- Kline P. (1994). *An easy guide to factor analysis*. London: Routledge.
- Leong, Y. H., Ho, W. K., & Cheng, L. P. (2015). Concrete-Pictorial-Abstract: Surveying its origins and charting its future. *Math. Educ.* 16, 1-18. Retrieved from http://math.nie.edu.sg/ame/matheduc/tme/tmeV16_1/TME16_1.pdf.
- Levine, S. C., Suriyakham, L. W., Rowe, M. L., Huttenlocher, J., & Gunderson, E. A. (2010). What counts in the development of young children's number knowledge?. *Developmental psychology*, 46(5), 1309.
- Lira, C. J., Carver, M., Douglas, H., & LeFevre, J. A. (2017). The integration of symbolic and non-symbolic representations of exact quantity in preschool children. *Cognition*, 166, 382-397. <https://doi.org/10.1016/j.cognition.2017.05.033>

- Litkowski, E. C., Duncan, R. J., Logan, J. A., & Purpura, D. J. (2020). When do preschoolers learn specific mathematics skills? Mapping the development of early numeracy knowledge. *Journal of experimental child psychology*, 195, 104846.
- MacDonald, A., & Carmichael, C. (2016). Early Mathematical Competencies and Later Outcomes: Insights from the Longitudinal Study of Australian Children. *Mathematics Education Research Group of Australasia*.
- McCluskey, C., Kilderry, A., Mulligan, J., & Kinnear, V. (2023). The role of movement in young children's spatial experiences: a review of early childhood mathematics education research. *Mathematics Education Research Journal*, 35, 287-315. <https://doi.org/10.1007/s13394-023-00446-0>
- Mensah, F. S., & Ampadu, E. (2024). Benefits, Challenges and Opportunities of Using Computer-Assisted Instruction in Mathematics Education. *IoT, AI, and ICT for Educational Applications: Technologies to Enable Education for All*, 31-49.
- Milburn, T. F., Lonigan, C. J., DeFlorio, L., & Klein, A. (2019). Dimensionality of preschoolers' informal mathematical abilities. *Early Childhood Research Quarterly*, 47, 487-495. <https://doi.org/10.1016/j.ecresq.2018.07.006>
- Mix, K. S., Prather, R. W., Smith, L. B., & Stockton, J. D. (2014). Young children's interpretation of multidigit number names: From emerging competence to mastery. *Child Development*, 85(3), 1306-1319. <https://doi.org/10.1111/cdev.12197>.
- Munter, C. (2014). Developing visions of high-quality mathematics instruction. *Journal for research in mathematics education*, 45(5), 584-635.
- National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: National.
- Nguyen, T., Watts, T. W., Duncan, G. J., Clements, D. H., Sarama, J. S., Wolfe, C., & Spitler, M. E. (2016). Which preschool mathematics competencies are most predictive of fifth grade achievement? *Early childhood research quarterly*, 36, 550-560. <https://doi.org/10.1016/j.ecresq.2016.02.003>
- Novita, R., & Herman, T. (2021, February). Digital technology in learning mathematical literacy, can it helpful?. In *Journal of Physics: Conference Series*, 1776 (1), 012027.
- Önkol, L. F. (2012). *Erken sayı testinin uyarlanması ve erken sayı gelişim programının altı yaş çocukların sayı gelişimlerine etkisinin incelenmesi*. Doktora Tezi, Marmara Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.
- Pekince, P. (2015). *Sayma İlkeleri Testi'nin Geçerlik ve Güvenirlik Çalışması* (Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi). Gazi Üniversitesi, Ankara.
- Purpura, D. J., & Lonigan, C. J. (2013). Informal numeracy skills: The structure and relations among numbering, relations, and arithmetic operations in preschool. *American Educational Research Journal*, 50(1), 178-209. <https://doi.org/10.3102/0002831212465332>
- Rittle-Johnson, B., Fyfe, E. R., Loehr, A. M., & Miller, M. R. (2015). Beyond numeracy in preschool: Adding patterns to the equation. *Early Childhood Research Quarterly*, 31, 101-112. <https://doi.org/10.1016/j.ecresq.2015.01.005>
- Rosenquist, B. A., Henrick, E. C., & Smith, T. M. (2015). Research-practice partnerships to support the development of high quality mathematics instruction for all students. *Journal of Education for Students Placed at Risk (JESPAR)*, 20(1-2), 42-57.
- Sterner, G., Wolff, U., & Helenius, O. (2020). Reasoning about representations: Effects of an early math intervention. *Scandinavian Journal of Educational Research*, 64(5), 782-800. <https://doi.org/10.1080/00313831.2019.1600579>
- Tabachnick, B.G. & Fidell, L.S. (2007), Using multivariate statistics (Vol. 6). Boston, MA: Pearson.
- Tobia, V., Bonifacci, P., & Marzocchi, G. M. (2021). Symbolic versus non-symbolic training for improving early numeracy in preschoolers at risk of developing difficulties in mathematics. *Research in Developmental Disabilities*, 111, 1-12. <https://doi.org/10.1016/j.ridd.2021.103893>

- van Oers, B., & Poland, M. (2012). Promoting abstract thinking in young children's play. In B. van Oers (Ed.), *Developmental education for young children: Concept, practice and implementation* (pp. 121–136). Dordrecht, The Netherlands: Springer. https://doi.org/10.1007/978-94-007-4617-6_8
- Verdine, B. N., Irwin, C. M., Golinkoff, R. M., & Hirsh-Pasek, K. (2014). Contributions of executive function and spatial skills to preschool mathematics achievement. *Journal of experimental child psychology*, 126, 37-51.
- Vygotsky L.S. (1978). Interaction between learning and development M. Cole, V. John-Steiner, S. Scribner, E. Souberman (Eds.), *Mind and society: The development of higher psychological processes*, Harvard University Press, Cambridge, MA, pp. 79-91.
- Watts, T. W., Duncan, G. J., Siegler, R. S., & Davis-Kean, P. E. (2014). What's past is prologue: Relations between early mathematics knowledge and high school achievement. *Educational Researcher*, 43(7), 352-360.
- Willingham, J. C., Barlow, A. T., Stephens, D. C., Lischka, A. E., & Hartland, K. S. (2021). Mindset regarding mathematical ability in K-12 teachers. *School Science and Mathematics*, 121(4), 234-246.
- Worthington, M., Dobber, M., & van Oers, B. (2019). The development of mathematical abstraction in the nursery. *Educational Studies in Mathematics*, 102, 91-110. <https://doi.org/10.1007/s10649-019-09898-3>
- Yıldız, E., (2022). *4-7 yaş çocukları için örüntü becerileri ölçeğinin geliştirilmesi ve örüntüye ilişkin öğretmen uygulamalarının incelenmesi*. Doktora Tezi, Hacettepe Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.