Necatibey Eğitim Fakültesi Elektronik Fen ve Matematik Eğitimi Dergisi (EFMED)
Cilt 9, Sayı 2, Aralık 2015, sayfa 205-229.

Necatibey Faculty of Education Electronic Journal of Science and Mathematics Education
Vol. 9, Issue 2, December 2015, pp. 205-229.

Determining Pattern Generalization Problem Solving Strategies of 9th Grade Students

Melike YAKUT ÇAYİR[1,*] & Gözde AKYÜZ[2]

[1]Hüma Hatun Vocational and Technical Anatolian High School, Balıkesir, TURKEY, [2]Balıkesir University, Balıkesir, TURKEY

Received: 23.05.2013 Accepted: 16.11.2015

Abstract –The goal of the study is to determine the pattern generalization strategies of 9th grade students, completed their basic education, in Balıkesir. Two open-ended questions, related with generalization of linear figure pattern, were asked to 425, 9th grade students from different schools. Content analysis was used in the study for data collection, analysis and interpretation. Students were more successful in finding the nearer term than finding further terms, since they were using either writing consecutive terms or adding the difference to the previous term. The research data showed that students were insufficient in finding the further terms problems and the equations related with pattern generalization.

Key words: generalization strategies, content analysis, pattern generalization problems, problem solving

Summary

Introduction

Definition of algebraic thinking includes analyzing the patterns and representing and generalizing the quantitative relationships in the patterns. The topic of mathematical patterns and their generalizations have been included in the Mathematics Teaching Program of Ministry of Education since 2006. Students are introduced with different types of patterns i.e. linear, quadratic, number and figure, at different class levels. Literature shows that different strategies are used to generalize patterns, e.g. recursive and explicit strategies. The goal of this study is to determine the pattern generalization strategies of 9th grade students, completed their basic education, in solving linear figure pattern generalization problems.

---

* Corresponding Author: Melike YAKUT ÇAYİR, Hüma Hatun Vocational and Technical Anatolian High School, Balıkesir, TURKEY

E-Mail: mlkyakut@gmail.com

Note: This study is a part of Melike Yakut Çayir's Master thesis

Methodology

Two open-ended questions, related with generalization of linear figure pattern, were asked to 425, 9th grade students from different schools in Balıkesir. These problems were examined by two mathematics education experts for expert review. Students were requested to write their solutions in detail. Content analysis was used in the study for data collection, analysis and interpretation. Students' answers to the questions were coded using the different strategies determined from the literature. The frequencies and percentages for each question according to the categories were calculated.

Findings

The study showed that 9th grade students have different solution strategies in solving different problems. Even, the same students used different strategies in solving the problems according to the numbers included in the problem. In addition, students were more successful in finding the nearest term than finding further terms, since they were using either writing consecutive terms or adding the difference to the previous term. The research data showed that students were insufficient in finding the further terms problems. They mostly used recursive technique for finding nearer terms and explicit strategy for finding further terms. Students were more successful in finding the nearer terms by calculating the difference and adding it to the previous term or writing the numbers consecutively than finding the further terms. Some students preferred to express the rules with words instead of algebraic notation. Students also tended to use proportional strategy, if generalization to a seductive number (e.g. 10, 20 etc.) was asked to students and this strategy led to false results. Students prefer to use explicit/functional strategy, if they were asked further and non-seductive terms (e.g.104).

Discussion

The underlying idea of generalization problems is to recognize, determine, explain and represent the pattern in the problem. These skills are important for successful transition from arithmetic to algebra. The findings revealed that students were less successful in determining the correct generalization in the problems and they use different strategies to solve the pattern generalization problems. Although, recognizing the pattern was not a problem for most of the students, representing and explaining the formula of the rule with words and algebraic notation was challenging. So it is important that teachers use different types of pattern generalization strategies, especially focusing on functional strategy which represents the relationship between variables. Also teachers should encourage their students to make determining generalizations by including non-seductive numbers and further terms in the problems.

9. Sınıf Öğrencilerinin Örüntü Genelleme Problemlerini Çözme Stratejilerinin Belirlenmesi

Melike YAKUT ÇAYİR[1,†], Gözde AKYÜZ[2]

[1]Hüma Hatun Mesleki ve Teknik Anadolu Lisesi, Balıkesir, TÜRKİYE,
[2]Balıkesir Üniversitesi, Balıkesir, TÜRKİYE

Makale Gönderme Tarihi: 23.05.2013 Makale Kabul Tarihi: 16.11.2015

Özet – Bu çalışmanın amacı Balıkesir ili merkezinde öğrenim gören, temel eğitimini tamamlamış olan 9. sınıf öğrencilerinin örüntü genelleme problemlerini çözerken kullandıkları genelleme stratejilerinin belirlenmesidir. Araştırmada farklı okullarda okuyan 425 9. sınıf öğrencisine lineer şekil örüntülerini genellemeye yönelik iki açık uçlu problem yöneltilmiştir. Verilerin toplanması, çözümlenmesi ve yorumlanmasında nitel araştırma yöntemlerinden içerik analizi tekniği kullanılmıştır. Öğrenciler, yakın terimi bulmada uzak terimi bulmaya göre daha başarılı olmuşlardır çünkü yakın ve uzak terimleri ya art arda sayıları yazarak ya da terimler arasındaki farkı bulup bir önceki terime ekleyerek elde etmeye çalışmışlardır. Araştırma verilerine göre öğrenciler uzak terimleri bulma ve örüntü genellemesine ilişkin bağıntıyı bulmada düşük başarı göstermişlerdir.

Anahtar kelimeler: genelleme stratejileri, içerik analizi, örüntü genelleme problemleri, problem çözme.

Giriş

Türk Dil Kurumu'nun güncel sözlüğüne göre örüntü olay veya nesnelerin düzenli bir biçimde birbirini takip ederek gelişmesidir. Cebirsel düşünme tanımı, örüntüleri analiz etme ve tanıma, örüntüler arasındaki nicel ilişkileri temsil etme ve bu nicel ilişkileri genelleme yeteneğini içerir (Steele, 2005). Bir örüntüdeki ilişkileri gözlemleyip bu ilişkilere ait bir genellemeye varma ve bu genellemeyi sembolik bir kuralla ifade etme becerisi cebirsel düşünme ile gerçekleşebilir. Genelleme Mason'un (1996) deyimiyle "matematiğin kalbi" ve NCTM standartlarında (NCTM, 2000), matematik öğretiminin temel amaçlarından biri olarak belirtilir. Krutetski (1976), genellemeyi matematik öğrencilerinin gösterdiği yüksek

[†] Yazar: Melike YAKUT ÇAYİR, Hüma Hatun Mesleki ve Teknik Anadolu Lisesi, Balıkesir, TÜRKİYE

E-mail: mlkyakut@gmail.com

Not: Bu çalışma Melike Yakut Çayir'in yüksek lisans tezinin bir parçasıdır.

bilişsel yeteneklerden biri olarak sınıflandırır. Çünkü soyutlama, bütünsel düşünme, görselleştirme, esneklik ve akıl yürütme gibi genelleme yeteneği, yetenekli öğrencileri karakterize eder ve onları diğerlerinden ayırır (Greenes 1981; Sriraman 2003; Sternberg1979; akt. Amit ve Neria, 2008).

2006–2007 eğitim öğretim yılında, ilköğretim 6.sınıflarda matematik derslerinde yapılandırmacılığı hedef alan bir öğretim programı uygulanmaya başlanmıştır. Yapılan değişikliklerden sonra örüntü kavramı matematik dersi öğretim programına girmiştir. Öğrencilerin örüntüdeki kuralı genellemesi ve harfle ifade etmesi, İlköğretimin 6-8. sınıflarında temel beceri olarak ele alınmaktadır. Öğretim programında örüntü kuralının genellenmesine yönelik olarak sunulan etkinliklerde örüntüler çeşitli materyallerle ya da şekillerle modellenmekte ve sıra sayısı ile örüntünün elemanları arasındaki ilişki tablo kullanılarak keşfettirilmektedir. Bu genellemeler, daha sonra bir değişkenin diğer bir değişkene bağlı olarak değiştiği iki bilinmeyenli denklemlerle ilişkilendirilmekte ve kavramların daha anlamlı öğrenilmesine yardımcı olmaktadır. Ayrıca daha ileriki düzeylerde işlenecek olan fonksiyon kavramının alt yapısını hazırlayacak becerilerin gelişmesi sağlanmaktadır (MEB, 2009).

Örüntü genelleme problemleri ile ilgili yapılan çalışmalar, örüntü genelleme problemlerinin, genelleme ve sembolize etme yeteneğini ortaya çıkarması ve özellikle cebirsel düşünmeyi teşvik etmesi açısından çok etkili olduğunu göstermiştir. Bu çalışmalar farklı örüntü türleriyle (sayısal, şekil ve tekrarlayan örüntüler) ve her sınıf düzeyindeki öğrencilerden hizmet öncesi öğretmenlere kadar farklı katılımcılarla yapılmıştır. (Amit ve Neria 2008;; English ve Warren 1998; Radford 2006; Rivera 2007; Rivera ve Becker 2005; Stacey 1989; Zazkis ve Liljedahl 2002).

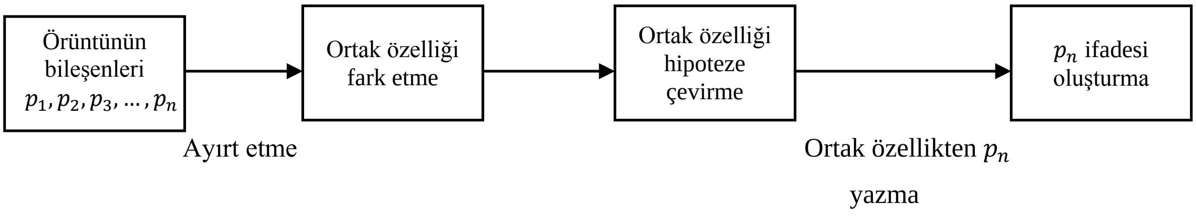
Öğrencinin örüntüyü belirlemesi, tanıması, genişletmesi ve ifade etmesi aritmetikten cebire başarılı bir geçişte önemli rol oynamaktadır. Genelleme ise matematik öğrencilerinin gösterdiği yüksek bilişsel yeteneklerden biridir. Örüntü genelleme problemleri, nicelikler arasındaki ilişkileri keşfetme, genelliği ifade ve aynı ilişkiyi farklı şekillerde temsil etme için çok zengin bir içerik sunar (Chua, 2009). Yapılan araştırmalar öğrencilere genellemeyi öğretebilmek için örüntü genelleme problemlerinin kullanılmasının yararlı olabileceğini, öğrencileri çoklu gösterimleri kullanmak ve bunları birbirleriyle ilişkilendirmek için teşvik etmek gerektiğini belirtmiştir (Rivera ve Becker, 2008; Chua ve Hoyles, 2010; Stacey, 1989; Lanin, Barker ve Townsend, 2006; Zazkis ve Liljedahl, 2002; Amit ve Neria, 2008; Sasman, Olivier ve Linchevski, 1999; Çelik, 2007; Akkan ve Çakıroğlu, 2012). Bu çalışmanın, 9. sınıf öğrencilerinin örüntü genelleme problemlerinin çözümünde kullandıkları genelleme yaklaşımlarını belirleyerek cebir öğretiminin düzenlenmesi ile ilgili literatüre katkı sağladığı düşünülmektedir. Türkiye'de ilköğretim öğrencileri ve öğretmen adayları ile ilgili çalışmalar ağırlıktadır. İlköğretimden gelen öğrencilerin ortaöğretimdeki başarıları ile ilgili çalışmalar sınırlı sayıdadır ve öğrencilerin matematik başarı seviyesini arttırmak için ortaöğretim düzeyindeki öğrencileri kapsayan çalışmalara ağırlık verilmesi gerekmektedir. Bu doğrultuda araştırma sorusu 'Balıkesir ili merkezinde öğrenim gören 9. sınıf öğrencileri lineer şekil örüntüsü problemlerini çözmek için hangi stratejileri kullanmaktadır?' olarak belirlenmiştir.

İlgili Literatür ve Kuramsal Çerçeve

Örüntülerin Genellenmesi

Radford (2006) aritmetik genelleme ve cebirsel genelleme olmak üzere genelleme sürecini iki ayrı başlıkta ele almaktadır. Buna göre aritmetik genelleme, tüm terimler için geçerli olacak bir ifade yazmaksızın örüntüye ilişkin birtakım ortak yönlerin fark edilmesi ve bazı ilişkilerin belirtilmesi, cebirsel genelleme, örüntüde yer alan ilişkisel yapının fark edilmesi sonucu her terim için geçerli olacak bir ifadenin yazılmasıdır.

Ancak Radford (2008) notasyonların kullanımını cebirsel düşünmenin ortaya çıkışını anlamak için en iyi yol olarak görmemektedir. Radford'a göre cebirsel düşünme harfleri kullanma ile ilgili değildir ama belli koşullarda ayırt edici düşünme ile ilgilidir. Radford (2008, s.84) şu soruyu sorar: "eğer cebirsel düşünmenin göstergesi notasyon kullanımı değilse cebirsel genellemeyi aritmetik genellemeden ayıran nedir?". Radford (2006) uzun süreli araştırmaları sonucunda cebirsel genelleme sürecinin " örüntüdeki terimlerin sahip olduğu ortak özelliği fark etme yeteneğine, bu ortak özelliğin örüntüdeki tüm terimler için geçerli olduğuna ilişkin farkındalığa ve örüntünün herhangi bir terimini bulmayı sağlayacak bir ifadeyi yazabilme yeteneğine dayandığını" ifade etmektedir. Bu süreç ayrıntılı olarak şu şekilde açıklanabilir: İlk olarak cebirsel örüntü genelleme süreci örüntüdeki birkaç terime ait ortak özelliğin fark edilmesi ile başlamaktadır. İlk adımda örüntüdeki terimlere ait neyin benzer neyin farklı olduğu seçimi yapılmaktadır. İkinci adımda ortak özellik ayırt edilerek örüntüdeki tüm terimlere genellenmekte ve bir hipotez oluşturulmaktadır. Son olarak da belirlenen ortak özellikten tüm terimler için geçerli olacak bir genel terim yazılmaktadır. Genelleme süreci Şekil 1'deki gibi özetlenmektedir:



Şekil 1 Cebirsel Örüntü Genellemenin Yapısı (Radford, 2008, s.85)

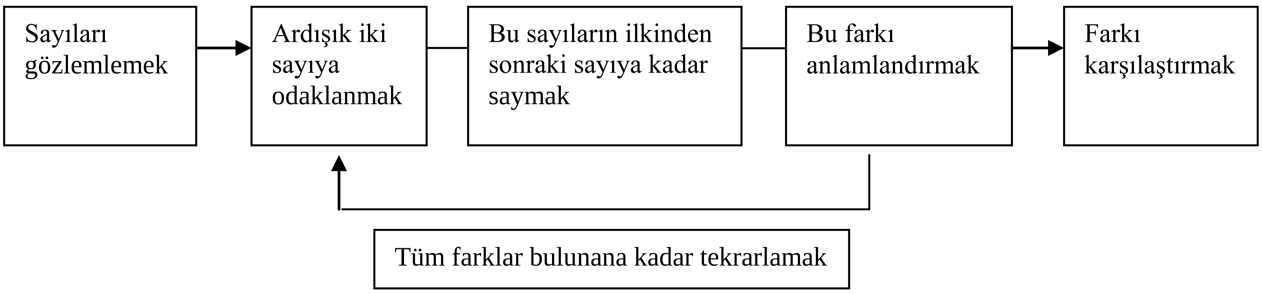
Şekil 1'deki süreçte Radford (2008), son okla gösterilen aşama çıkarıldığında yapılan genellemenin aritmetik genelleme olduğunu belirtmektedir.

Genelleme Stratejileri

Öğrencilerin örüntü genelleme problemleriyle uğraşırken akıl yürütmelerini ve genelleme stratejilerini inceleyen birçok araştırma vardır (Rivera ve Becker, 2008; Chua ve Hoyles, 2010; Hargreaves, Threlfall, Frobisher ve Shorrocks-Taylor, 1999; Stacey, 1989; Lanin, Barker ve Townsend, 2006; Zazkis ve Liljedahl, 2002; Amit ve Neria, 2008; Sasman, Olivier ve Linchevski, 1999). Öğrencilerin örüntünün resmedildiği problemlerin altında yatan fonksiyonel kuralı oluşturmak için çeşitli stratejiler kullandığı bulunmuştur.

Lineer ya da kuadratik sayı ve şekil örüntülerinde kullanılan stratejiler, yinelemeli stratejiler (Recursive Strategies) ve değişkenler arası ilişki bulma stratejileri (Explicit Strategies) olmak üzere iki başlık altında ele alınmaktadır

Hargreaves, Threlfall, Frobisher ve Shorrocks-Taylor (1999), çocukların sayı örüntülerini genellemek gibi bir amaca ulaşmak için kullandığı stratejideki birçok süreci aşağıdaki şekilde açıklamıştır.



Şekil 2 Diziler Hakkında Genelleme İçin Olası Strateji (Hargreaves, M., Shorrocks-Taylor, D. ve Threlfall, J. ;1999).

Şekil 2'de görüldüğü gibi, verilen bir örüntüde işlem yapılırken, bütün terimler gözlemlenir, sonra birinci ve ikinci terime odaklanılır. Daha sonra terimler arasındaki farklılık bulunur. Bu işlemler diğer terimler için de tekrar edilebilir. En sonunda bu farklılıklar, farklılıklar arasında bir örüntü varsa, bunu bulmak için birbiriyle karşılaştırılır ve örüntünün kuralı ortaya konulur (Hangreaves, Shorrocks ve Threlfall, 1999).

Stacey'nin (1989) çalışmasında üç temel genelleme stratejisi tanımlanmıştır:

1. Ardışık (recursive) yaklaşım (toplama stratejisi): sayma, bir şekil çizme veya tablo yapma.
2. Fonksiyonel ilişki arama: bir figürden matematiksel bir ifade geliştirme.
3. Yanlış orantılı muhakeme yapma: ilişki $f(x)=ax+b, b\neq 0$ olduğunda $f(x)=nx$ oranını kullanma.

Amit ve Neria (2008), çalışmalarında lineer ve lineer olmayan (kuadratik) örüntü problemlerinin çözümünde yetenekli ön cebir öğrencileri tarafından kullanılan genelleme yöntemleri üzerinde durmuştur. Araştırmada kullanılan üç problemin çözümünün nitel analizi, genelleme için, yinelemeli (recursive) – yerel ve fonksiyonel – genel olmak üzere iki yaklaşım ortaya koymuştur. Araştırmanın katılımcısı olan 139 öğrenci, 11-13 yaş arası Kidumatica adı verilen okul sonrası matematik kulübünün üyeleri arasından seçilen, kendi sınıflarının en başarılı öğrencileridir. Araştırmada kullanılan problemler; resimsel lineer genelleme problemi, resimsel lineer olmayan genelleme problemi ve sözel olarak sunulan lineer olmayan günlük yaşam genelleme problemi olmak üzere üç tanedir. Seçilen problemler rutin olmayan, öğrencileri hazır bir çözüm stratejisinden yoksunken bir strateji geliştirmeye zorlayan, benzeri okul kitaplarında olmayan görevlerdir. Araştırmada Stacey (1989) ve Warren (1998) 'nın çalışmalarına dayanarak genelleme süreci 3-4 adımda izlenmiştir.

1. Adım: yakın genelleme, örüntüyü araştırmak ve incelemek için etkin olduğu ısınma adımı.
2. Adım: uzak genelleme, doğru cevabı, sayıları veya çizimleri kullanarak örüntüyü basitçe genişletme veya geçici genelleme ile elde etme adımı.
3. Adım: sezgisel genelleme. Bu adım öğrencilerin genellemeleri sözel olarak ifade etmeleri bunu sembolik olarak daha kolay yazacakları gerçeğine dayanmaktadır (English and Warren, 1998).
4. Adım: formal genelleme, sembolleri kullanarak örüntünün temelindeki fonksiyonel ilişkiyi ifade etme.

Araştırmada öğrenciler resimsel, sözel ve sayısal temsiller arasında sorunsuz geçişler ve daha etkili çarpımsal stratejiler lehine toplamsal çözüm yaklaşımlarını terk ederek zihinsel esneklik göstermiştir. Bu çalışma, yetenekli öğrencilerin genellemeyi çağrıştıran örüntü görevleri ile karşı karşıya kaldıklarında yüksek matematiksel yetenekler sergilediklerini göstermiştir. Öğrenciler karmaşık örüntüleri genellemede ve yerel genellemeler için yinelemeli yöntem ve genel genellemeler için fonksiyonel yöntem bulmada yetkin görünmüştür.

Sasman, Olivier ve Linchevski (1999) araştırmalarında, öğrencilerin düşünme süreçlerini genellerken farklı temsillerin etkisini belirlemeyi amaçlamışlardır. Araştırma ilköğretim sekizinci sınıfa giden toplam 10 öğrenci üzerinde, görüşme yapılarak gerçekleştirilmiştir. Görüşmelerde öğrencilere doğrusal ve kuadratik sekiz örüntü etkinliği, dördü fonksiyon tablosu, dördü ise şekil kullanılarak sunulmuştur. Örüntü sorularında bir sayının katı olarak ifade edilebilen ve çekici (seductive) sayılar adı verilen (5., 20. ve 100. adım gibi) ve bir sayının katı olmayan (non-seductive) (19., 59. adım gibi) adım sayıların bulunması istenmiştir. Araştırma sonunda, öğrencilerin çoğunluğunun, herhangi bir etkinlikte örüntüyü yakın bir adıma devam ettirirken zorlanmadıkları, fonksiyon kuralını buldukları ve doğru bir şekilde kullandıkları, kimi öğrencilerin ise, örüntüyü yakın bir adıma devam ettirirken sadece çıktı değerlerine odaklandıkları görülmüştür. En fazla kullanılan yanlış stratejinin ise, çekici sayılarda bütüne genişletme (whole object) stratejisi olduğu görülmüştür. Yanlış stratejilerden bir diğerinin ise, hem çekici ve hem de çekici olmayan sayılarda uygulanan farkın çarpımı stratejisi olduğu belirlenmiştir. Diğer taraftan, tüm etkinliklerde öğrencilerin çoğunluğunun bir fonksiyonun kuralını, sembol yerine daha çok sözel olarak ifade ettikleri sonucuna da ulaşılmıştır.

Lanin, Barker ve Townsend (2006), genelleme stratejileri üzerine önceki araştırmalarını bir araya getirmiş ve genelleme stratejileri çerçevesini geliştirmiştir. Bu çerçevede belirgin (explicit), bütüne genişletme (whole object), parçalama (chunking) ve yinelemeli (recursive) olarak tanımlanan dört strateji aşağıda tanımlanmıştır:

- Belirgin (Explicit): Verilen bir girdi değeri için herhangi bir çıkış değerinin anında hesaplanması için izin veren bir kural oluşturulmaktadır.
- Bütüne genişletme (Whole- object): Örüntü problemlerini çözmede orantılı akıl yürütme kullanılmaktadır. Birimlerin katlarını kullanarak daha geniş bir

birim yapılandırmak için bir birim olarak bir parçayı kullanmaktır. Örneğin; 3. şekil 9 küpten oluşuyorsa 9.şekil 27 küpten oluşmaktadır.

- Parçalama (Chunking): İstenen özelliğin bilinen değerleri üzerine bir birim kurarak yinelemeli örüntü inşa edilmektedir.
- Yinelemeli (Recursive): Bir sonraki terimi bulmak için örüntüdeki bir önceki terimin kullanımını içerir.

Akkan ve Çakıroğlu (2012) 6-8. sınıf öğrencilerinin doğrusal ve ikinci dereceden örüntülerle ilgili genelleştirme stratejilerini belirlemek ve karşılaştırmak amacıyla 6, 7 ve 8. sınıfta öğrenim gören toplam 18 öğrenci ile gerçekleştirdikleri araştırmada dört sorudan oluşan veri toplama aracından elde edilen verileri daha önce yapılan araştırmalardaki genelleştirme stratejilerini dikkate alarak sınıflandırılmıştır. Akkan ve Çakıroğlu ‘nun (2012) araştırmalarında ortaya çıkan genelleştirme stratejileri; Parçaları sayma veya modelleme (Counting), Yinelemeli veya Eklemeli (Recursive or Additive), Fark ile çarpma (Multipliying with difference), Orantı (Whole-Object or Proportion), Tahmin ve Kontrol (Guess and Check), İçeriksel (Contextual) ve Fonksiyonel veya kesin (Explicit) dir.

Araştırmanın sonucuna göre doğrusal ve ikinci dereceden örüntülerin tümünde, 6-8. sınıf öğrencilerinin örüntü genelleştirme stratejilerindeki çeşitlilik ve doğru genellemeye ulaşma yeterliliklerinin öğrenim seviyesi ile doğru orantılı olduğu görülmüştür. Genel olarak öğrenciler yinelemeli veya eklemeli stratejiyi kullanırken, fonksiyonel stratejiyi kullanan öğrencilerin sayısı oldukça azdır. Yine aynı araştırmada 8. sınıf öğrencileri daha çok harf sembollerini kullanırken, 6 ve 7. sınıf öğrencilerinin çoğu örüntülerin kurallarını sözlü olarak veya cümlelerle ifade etme eğilimindedir. Bu da kuralı harflerle veya cebirsel olarak ifade eden öğrencilerin sayısının öğrenim seviyesi arttıkça, arttığını gösteren bir sonuçtur. Daha düşük öğrenim seviyelerindeki öğrencilerin aritmetik özellikleri daha fazla göstermelerinden dolayı örüntünün kuralını sözlü olarak ifade etme eğilimindedirler (English ve Warren, 1998).

Literatürde, öğrencilerin genelleme problemlerinde yaygın bir şekilde kullandığı ifade edilen diğer yöntemlerden bazıları da aşağıda özetlenmiştir (Zaskis ve Liljedahl, 2002; Lannin, Barker ve Townsend, 2006; Stacey,1989; Chua ve Hoyles ,2010).

1. Oran stratejisi; yalnızca tek bir adımdan yola çıkarak genellemeye varılmasıdır. Mesela 4, 7, 10, 13, … şeklinde ilerleyen bir dizide, öğrencinin 3. terim 10 ise 30. terimin 100 olduğunun ifade edilmesi.

2. Yinelemeli strateji; öğrenci bir terimden diğer terime nasıl gidileceğini fark eder. Bu şekilde önceki veya bir sonraki terimi bulabilir, ancak terimlerin genel yapısını göremez.

5. İlişkileri arama stratejisi; Problemde verilen duruma dayalı olarak genelleme yapılmaya çalışılır.

Bu yaklaşımlardan yalnızca sonuncusu problem durumu ile ilgili doğru genellemeye ulaşmak açısından geçerli bir yaklaşımdır. Araştırmalar birçok öğrencinin genellemelerde; oran, fark ile çarpma veya tahmin etme gibi doğru olmayan akıl yürütme ve yaklaşımları kullandığını göstermektedir (Stacey, 1989; Zazkis ve Liljedahl, 2002; Lannin, Barker ve Townsend, 2006; Amit ve Neria, 2008; Sasman, Olivier ve Linchevski, 1999).

Yöntem

Örneklem

Araştırmanın evrenini Güney Marmara'da bir ilde bulunan 18'i anadolu ve 9'u meslek lisesi olmak üzere toplam 27 lisede okuyan ortaöğretim 9. sınıf öğrencileri oluşturmaktadır. Örneklem seçiminde olasılık tabanlı örnekleme yöntemlerinden tabakalı örnekleme ile toplam 7 okul seçilmiştir. Seçilen okullardan 2'si meslek lisesi, 5'i anadolu lisesidir. Araştırmanın örneklemini oluşturan 425 öğrencinin 121'i meslek lisesi, 304'ü ise anadolu lisesi öğrencisidir.

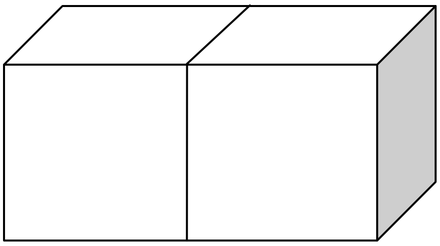
Veri Toplama Aracı

Öğrencilerin örüntü genelleme problemlerini çözme başarılarını belirleme açısından bir değerlendirme yapmak için Standart (rutin) olmayan problemlere yer verilmiştir. Bunun en önemli sebeplerinden biri öğrencilerin ezbere işlem ve algoritmaları kullanmasının önüne geçmektir. Bir diğer sebep ise bu şekilde öğrencilerin düşüncelerinin sınırlarını daha açık bir şekilde ortaya çıkacağının düşünülmesidir. Problemlerde öğrencilerden sembolleri kullanarak örüntünün temelindeki fonksiyonel ilişkiyi ifade etmeleri istenmiştir. Problemler yakın ve uzak genelleme yapmak için örüntüyü genişletme görevleri içermektedir.

Bu araştırmada öğrencilerin problemlerin çözümünde kullandıkları genelleme stratejilerini belirlemek için Lannin, Barker ve Townsend (2006)'in çalışmasından alınmış iki açık uçlu lineer şekil örüntüsü problemi kullanılmıştır. Araştırmada kullanılan problemlerin geçerliliği, kapsam geçerliliği araştırılarak belirlenmiştir. Kapsam geçerliliği, bir bütün olarak testin ve testteki her bir maddenin amaca ne derece hizmet ettiğidir. Problemlerin ölçme amacına uygun olup olmadığını, ölçülmek istenilen alanı temsil edip etmediğini saptamak amacıyla üç alan uzmanının görüşlerine başvurulmuştur. Araştırmacı tarafından Türkçe'ye çevrilen problemler için uzman görüşü alındıktan sonra testin pilot uygulaması yapılmıştır. Şekil örüntüsü içeren problemler ve açıklamaları aşağıda verilmektedir.

Problem 1

Bir şirket, küpleri bir sırada birleştirerek çubuklar üretiyor ve bir sıra halindeki çubuğu etiket makinesi ile etiketliyor. Makine, küplerin tüm yüzeyini kaplamak için görünen her bir yüzüne birer tane etiket yerleştiriyor. Çubuğun dışında kalan küp yüzeyleri tamamen etiketlenmek zorundadır. Örneğin uzunluğu 2 olan çubuğun yüzeyini kaplamak için 10 etiket gereklidir.

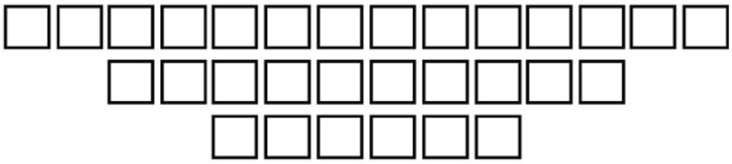


1. Uzunluğu 7 olan çubuk için kaç tane etikete ihtiyaç vardır? Cevabınızı açıklayınız.
2. Uzunluğu 10 olan çubuk için kaç tane etikete ihtiyaç vardır? Cevabınızı açıklayınız.
3. Uzunluğu 49 olan çubuk için kaç tane etikete ihtiyaç vardır? Cevabınızı açıklayınız.
4. Herhangi bir uzunluktaki bir çubuk için gerekli etiket sayısını nasıl bulabiliriz? Açıklayınız.

Birinci problemin çözümü için önerilen en kolay yöntem cebirsel düşünmeyi işe koşup açık ve genel-geçer bir kural ortaya koymaktır. Problem 1 için bu kural, n eklenen küp sayısını göstermek üzere "4n+2" ifadesidir ve bu etiket sayısını verir. Örneğin n=1 için yani tek küpten oluşan bir çubuk için etiket sayısı 6, n=2 için 10 ve n=3 için 14'tür. Problemin çözümü için bu ifadede n yerine istenilen değeri yazmak yeterlidir.

Problem 2

Bir tiyatroda ilk sırada 6 koltuk vardır. İlk sıradan sonra her sırada koltuk sayısı 4 artmaktadır. Aşağıdaki diyagramda tiyatronun ilk üç sırası gösterilmiştir.



1)Tiyatroda 7. sırada kaç koltuk vardır? Cevabınızı açıklayınız.

2)Tiyatroda 12. sırada kaç koltuk vardır? Cevabınızı açıklayınız.

3)Tiyatroda 104. sırada kaç koltuk vardır? Cevabınızı açıklayınız.

4)Hangi sırada 378 koltuk bulunur? Cevabınızı açıklayınız.

5)Herhangi bir sıradaki koltuk sayısını nasıl belirleyeceğinizi açıklayınız. Herhangi bir sıradaki koltuk sayısını hesaplamanızı sağlayacak bir formül yazınız. Formülünüzü açıklayınız.

İkinci problemin çözümünde öğrenci açık bir kural oluşturmak için ilk sıraya kaç kez 4 koltuk ekleneceğini incelemelidir. Öğrenci, bu sayının sıra sayısının bir eksiği olup olmadığını belirlemek için dikkatli bir değerlendirme yapmalıdır. n sıra sayısını göstermek üzere (n-1).4+6=4n+2, her sıradaki koltuk sayısını veren kuraldır.

Verilerin Toplanması

Veriler, problemlerin bulunduğu testin öğrencilere bizzat araştırmacı tarafından uygulanmasıyla elde edilmiştir. Uygulamada öğrencilerden, araştırma sonuçlarının geçerliği için samimi ve istekli olmaları rica edilmiştir.

Verilerin Analizi

Problemler nitel olarak analiz edilmiştir. Nitel analiz, literatürde daha önce yapılan araştırmalardaki örüntü genelleme stratejileri dikkate alınarak oluşturulan kategoriler doğrultusunda gerçekleştirilmiştir. Lineer şekil örüntülerinde kullanılan stratejilerin, örüntünün ardışık terimleri arasındaki ilişkinin araştırıldığı yinelemeli (recursive) ve değişkenler arası ilişkinin araştırıldığı belirgin (explicit/fonksiyonel ilişki) stratejiler olmak üzere iki başlıkta toplandığı görülmektedir. Yinelemeli stratejiler başlığı altında parçaları sayma ve modelleme, oran ve fark ile çarpma stratejileri yer almaktadır. Örüntünün temelindeki fonksiyonel ilişkiyi ifade etme ise belirgin stratejidir (Stacey, 1989; Orton ve Orton, 1999; Samsan, Linchevski ve Olivier, 1999; Lannin, 2005; Amit ve Neria, 2008).

Analiz şu şekilde gerçekleştirilmiştir: Yazılı veriler üç kez okunmuştur. Araştırma problemi açısından anlamlı olan veriler tespit edilmiştir. Verilerin neleri içerdiği incelenmiştir. Belirgin strateji, yinelemeli strateji, yanıt tamamen yanlış ve boş olmak üzere teste verilen yanıtlara ait bulgular dört ana başlıkta (tema) oluşturulmuştur. Parçaları sayma ve modelleme, oran ve fark ile çarpma stratejileri, yinelemeli stratejiler başlığı altında farklı kodlarla belirlenmiştir. Belirgin stratejiler başlığı altında ise sembol veya sözcükler kullanarak örüntünün temelindeki fonksiyonel ilişkiyi ifade etme farklı kodlarla belirlenmiştir. Temalar ve kodlar kesinleştirildikten sonra, her temanın kodlarına ait frekans ve yüzde değerleri, sayısal olarak tablo halinde sunulmuştur. Her temanın kodlarına ait örnek yanıtlar olduğu gibi aktarılmıştır.

Bulgular ve Yorumlar

Bu bölümde toplanan verilerin analizi sonucunda elde edilen bulgular ve bunların yorumları sunulmuştur.

Birinci Probleme Ait Yanıtların Frekans ve Yüzde Değerleri

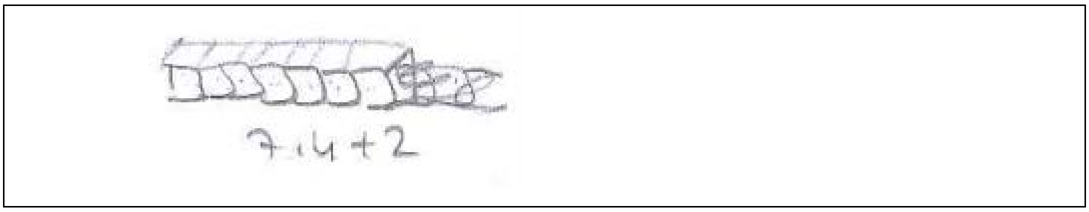
Araştırmanın birinci probleminde bir şekil örüntüsü verilmiş ve öğrencilerden bu örüntüyü incelemeleri, örüntünün kuralını bulmaları ve örüntüyü yakın ve uzak adıma genişletmeleri istenmiştir. Öğrencilerden elde edilen verilere göre birinci probleme ait frekans ve yüzde değerleri aşağıdaki tablolarda verilmiştir.

Tablo 1 Birinci Probleme ait Frekans ve Yüzde Değerleri

Problem 1	**1. soru**		**2. soru**		**3. soru**		**4. soru**	
	f	**%**	**f**	**%**	**f**	**%**	**f**	**%**
Yanıt tamamen yanlış	265	62,4	258	60,7	254	59,8	223	52,5
Boş	72	16,9	80	18,8	87	20,5	129	30,4
Yinelemeli strateji	17	4,0	16	3,8	13	3,1		
Belirgin strateji	71	16,7	69	16,8	71	16,7	73	17,2

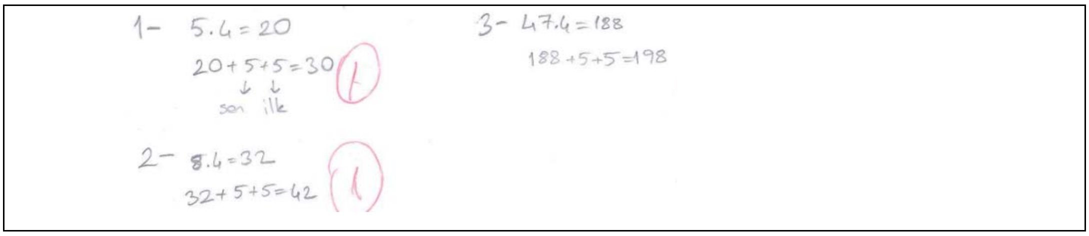
Tablo 1'e göre birinci problemin birinci sorusuna öğrencilerin % 62,4'ü tamamen yanlış yanıt vermiştir. Öğrencilerin % 16,9'u ise bu soruyu boş bırakmıştır. Öğrencilerin % 4'ü yinelemeli stratejiler kullanarak doğru yanıtı bulmuşlardır. Öğrencilerin % 16,7'si ise formülü uygulayarak doğru yanıtı bulmuşlardır.

Öğrencilerin % 1,6’sı parçaları sayma veya modelleme stratejisini kullanmıştır. Bu öğrenciler Şekil 3’te görüldüğü gibi 7 küpten oluşan bir çubuk çizerek gerekli etiket sayısını hesaplamıştır.



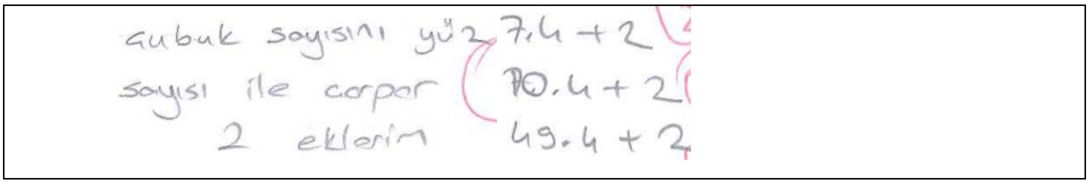
Şekil 3 Parçaları Sayma veya Modelleme Stratejisini Kullanan Öğrenci Örneği

Öğrencilerin % 1,1’i yinelemeli veya eklemeli strateji kullanmıştır. Bu öğrenciler Şekil 4’te görüldüğü gibi arada kalan 5 küp için 5×4=20 etiket gerektiğini, uçlardaki iki küp için de 2×5=10 etiket gerektiğini bulup toplamda 30 etikete ihtiyaç olduğunu hesaplamışlardır. Ancak işlemlerini formüle dökememişlerdir.



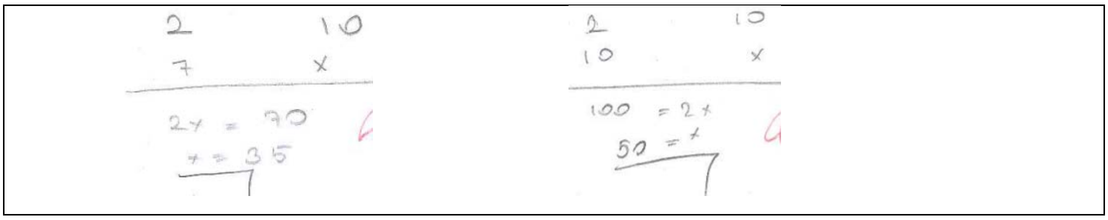
Şekil 4 Yinelemeli Stratejiyi Kullanan Öğrenci Örneği

Geri kalan öğrenciler ise Şekil 5’teki gibi sonucu bulmak için gereken işlemi (7×4+2=30) yapmışlar ancak bunu formüle dökmemişlerdir.



Şekil 5 Formülü Elde Edememiş Öğrenci Örneği

Öğrencilerin büyük bir çoğunluğu bu soruya yanlış yanıt vermiştir. Eldeki veriler incelendiğinde bunun öğrencilerin seçtiği genelleme stratejisinden kaynaklandığı anlaşılmaktadır. Şekil 6’da görüldüğü gibi öğrenciler orantı stratejisiyle sonucu yanlış bulmuştur bu öğrenciler 2 küp için 10 etikete ihtiyaç olduğunu görüp böylece orantı kurarak 7 küp için 35 etikete ihtiyaç olacağını hesaplamıştır ve sonucu yanlış bulmuştur.



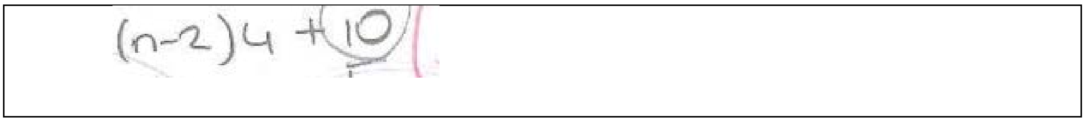
Şekil 6 Orantı Stratejisini Kullanan Öğrenci Örneği

Tablo 1'e göre birinci problemin ikinci sorusuna öğrencilerin % 60,7'si tamamen yanlış yanıt vermiştir. Öğrencilerin % 18,8'i ise bu soruyu boş bırakmıştır. Öğrencilerin % 3,8'i yinelemeli stratejiler kullanarak doğru yanıtı bulmuşlardır. Öğrencilerin % 17,2'si ise formülü uygulayarak doğru yanıtı bulmuşlardır.

Tablo 1'e göre birinci problemin üçüncü sorusuna öğrencilerin % 59,8'i tamamen yanlış yanıt vermiştir. Öğrencilerin % 20,5'i ise bu soruyu boş bırakmıştır. Öğrencilerin % 3,1'i yinelemeli stratejiler kullanarak doğru yanıtı bulmuşlardır. Öğrencilerin % 3'ü ise formülü uygulamış ancak işlem hatası yaparak sonucu yanlış bulmuştur. Öğrencilerin % 13,7'si ise formülü uygulayarak doğru yanıtı bulmuşlardır.

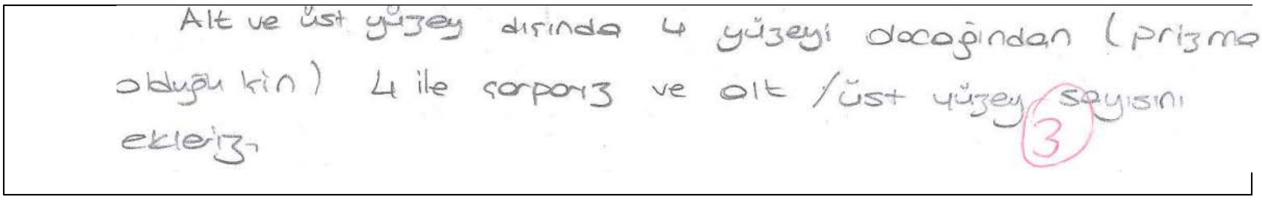
Tablo 1'e göre birinci problemin dördüncü sorusuna öğrencilerin % 52,5'i tamamen yanlış yanıt vermiştir. Öğrencilerin % 30,4'ü ise bu soruyu boş bırakmıştır. Etiket sayısını hesaplamak için gerekli formülü yazanlar öğrencilerin sadece % 14,8'idir. Öğrencilerin % 1,9'u formülü sembol kullanarak değil sözcüklerle yazmışlardır. Tüm yanıtların % 0,5'ini oluşturan yanıtlar da ise öğrenci sorunun çözümünü sözel olarak ifade etmiş ancak formülü yazmamıştır.

Etiket sayısını hesaplamak için öğrencilerin kullandıkları formüllere ait örnek Şekil 7'de verilmiştir.



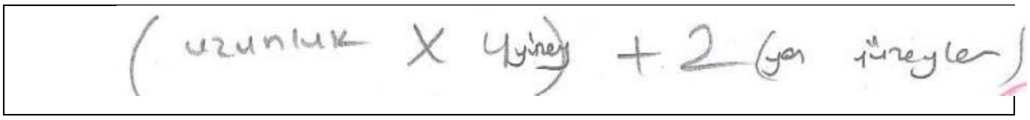
Şekil 7 Öğrencilerin Elde Ettikleri Formüllere İlişkin Örnekler

Çözümü sözel olarak ifade eden bir öğrencinin yanıtı Şekil 8'de verilmiştir:



Şekil 8 Çözümü Sözel Olarak İfade Eden Öğrenci Örneği

Formülü sembol kullanarak değil sözcüklerle ifade eden bir öğrencinin yanıtı Şekil 9'da verilmiştir:



Şekil 9 Formülü Sözcüklerle İfade Eden Öğrenci Örneği

Elde edilen bulgular sonucunda öğrencilerin büyük çoğunluğunun orantı stratejisi kullanarak yanlış sonuçlar bulduğu görülmüştür. Fonksiyonel ilişki arama (belirgin strateji) stratejisini kullanan öğrenciler sadece % 14,8'dir.

İkinci Probleme Ait Yanıtların Frekans ve Yüzde Değerleri

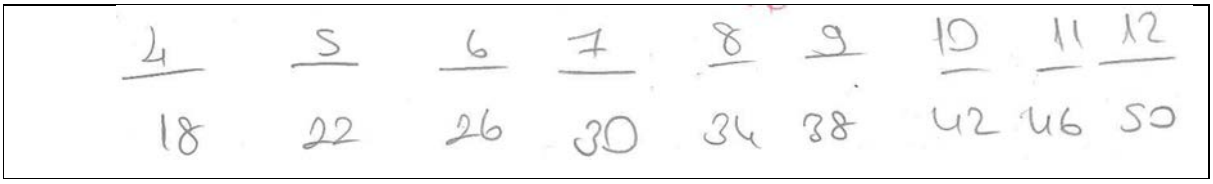
Araştırmanın ikinci probleminde bir şekil örüntüsü verilmiş ve öğrencilerden bu örüntüyü incelemeleri, örüntünün kuralını bulmaları ve örüntüyü yakın ve uzak adıma genişletmeleri istenmiştir. Öğrencilerden elde edilen verilere göre ikinci probleme ait frekans ve yüzde değerleri aşağıdaki tablolarda verilmiştir.

Tablo 2 İkinci Probleme ait Frekans ve Yüzde Değerleri

Problem 2	**1. soru**		**2. soru**		**3. soru**		**4. soru**		**5. soru**	
	f	**%**	**f**	**%**	**f**	**%**	**f**	**%**	**f**	**%**
Yanıt tamamen yanlış	66	15,5	87	20,5	94	22,1	84	19,8	82	19,3
Boş	53	12,5	70	16,5	159	37,4	191	44,9	171	40,2
Yinelemeli strateji	143	33,6	105	24,7	10	2,4	6	1,4		
Belirgin strateji	163	38,3	163	38,3	162	38,1	144	33,8	172	40,5

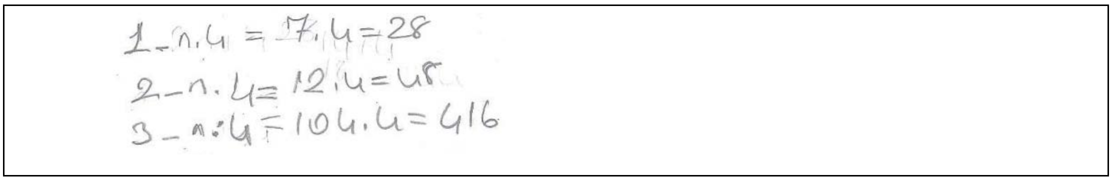
Tablo 2’ye göre ikinci problemin birinci sorusuna öğrencilerin % 15,5’i tamamen yanlış yanıt vermiştir. Öğrencilerin % 12,5’i ise bu soruyu boş bırakmıştır. Öğrencilerin % 33,6’sı yinelemeli stratejiler kullanarak doğru yanıtı bulmuşlardır. Öğrencilerin % 0,7’si ise formülü uygulamış ancak işlem hatası yaparak sonucu yanlış bulmuştur. Öğrencilerin % 37,6’sı ise formülü uygulayarak doğru yanıtı bulmuşlardır.

Öğrenciler bu soruda parçaları sayma stratejisini kullanmışlardır. Örneğin Şekil 10;



Şekil 10 Yinelemeli Stratejiyi Kullanan Öğrenci Örneği

Bazı öğrenciler ise Şekil 11’de görüldüğü gibi terimler arası farkın 4 olmasından yola çıkarak fark ile çarpma stratejisini uygulamıştır.



Şekil 11 Fark ile Çarpma Stratejisini Kullanan Öğrenci Örneği

Tablo 2’ye göre ikinci problemin ikinci sorusuna öğrencilerin % 20,5’i tamamen yanlış yanıt vermiştir. Öğrencilerin % 16,5’i ise bu soruyu boş bırakmıştır. Öğrencilerin % 24,7’si yinelemeli stratejiler kullanarak doğru yanıtı bulmuşlardır. Öğrencilerin % 0,9’u ise formülü uygulamış ancak işlem hatası yaparak sonucu yanlış bulmuştur. Öğrencilerin % 37,4’ü ise formülü uygulayarak doğru yanıtı bulmuşlardır.

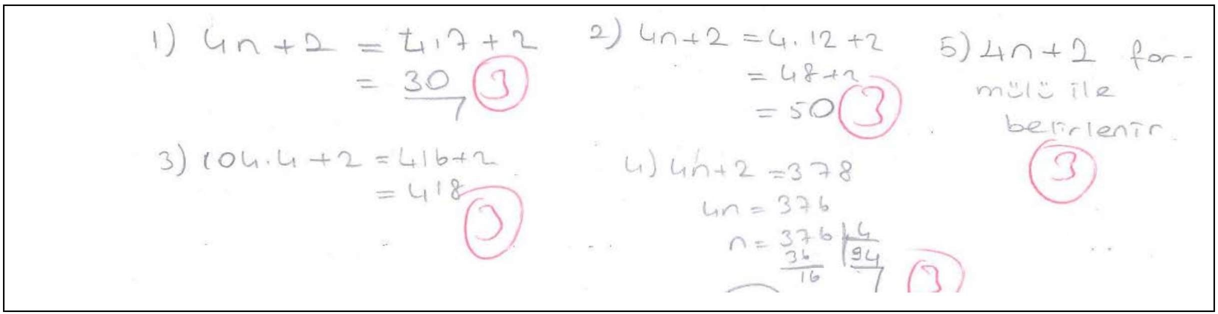
Birinci soruda elde edilen bulgularla ikinci soruda elde edilen bulgular birbiriyle paralellik göstermektedir. Bu soruda da öğrencilerin kullandıkları stratejiler değişmemiştir.

Tablo 2’ye göre ikinci problemin üçüncü sorusuna öğrencilerin % 22,1’i tamamen yanlış yanıt vermiştir. Öğrencilerin % 37,4’ü ise bu soruyu boş bırakmıştır. Öğrencilerin % 2,4’ü yinelemeli stratejiler kullanarak doğru yanıtı bulmuşlardır. Öğrencilerin % 5’i ise formülü uygulamış ancak işlem hatası yaparak sonucu yanlış bulmuştur. Öğrencilerin % 33,1’i ise formülü uygulayarak doğru yanıtı bulmuşlardır.

Bu soruya öğrencilerin % 37,4'ü yanıt vermemiştir. Bunun nedeni bu soruda 104. sıradaki koltuk sayısının sorulmuş olmasıdır. Formülü elde etmemiş olan öğrencilerin sayma stratejisini kullanarak bu soruyu yanıtlamaları zaman alacağından öğrenciler bu soruyu boş bırakmayı tercih etmiştir.

Tablo 2'ye göre ikinci problemin dördüncü sorusuna öğrencilerin % 19,8'i tamamen yanlış yanıt vermiştir. Öğrencilerin % 44,9'u ise bu soruyu boş bırakmıştır. Öğrencilerin % 1,4'ü yinelemeli stratejiler kullanarak doğru yanıtı bulmuşlardır. Öğrencilerin % 4'ü ise formülü uygulamış ancak işlem hatası yaparak sonucu yanlış bulmuştur. Öğrencilerin % 29,8'i ise formülü uygulayarak doğru yanıtı bulmuşlardır.

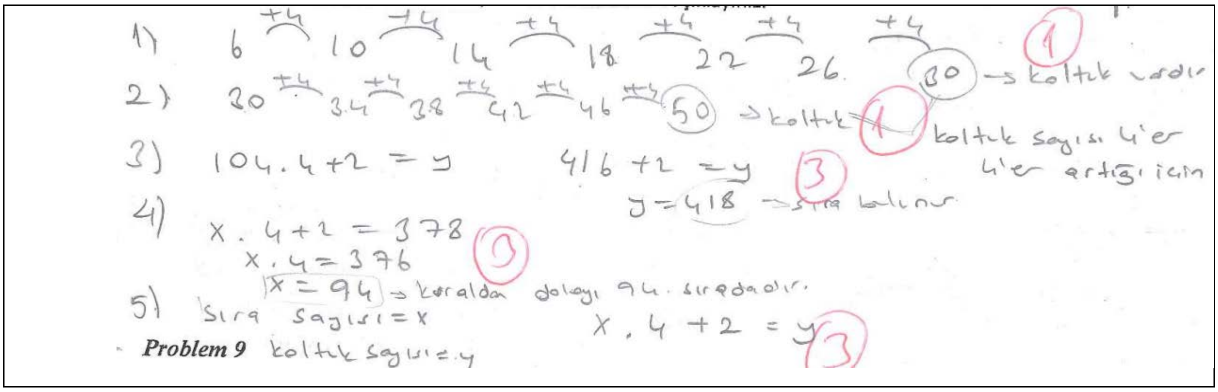
Bu soruyu öğrencilerin yaklaşık yarısı (%44,9) boş bırakmıştır. Soruda öğrencilerin elde ettikleri formülü kullanarak denklemi çözmeleri gerekmektedir. Fonksiyonel ilişki arama (belirgin strateji) stratejisini kullanarak bu soruyu doğru yanıtlayan bir öğrenciye ait örnek Şekil 12'de verilmiştir:



Şekil 12 Fonksiyonel İlişki Arama Stratejisini Kullanan Öğrenci Örneği

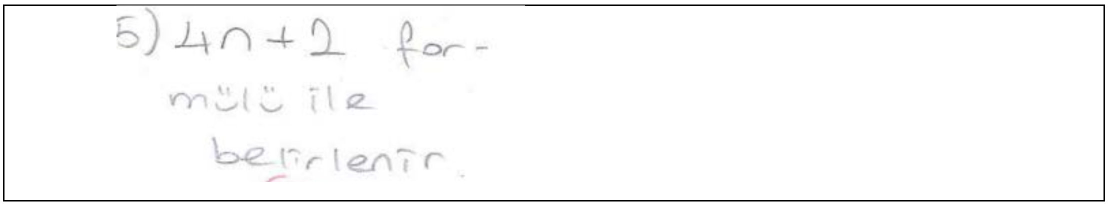
Tablo 2'ye göre ikinci problemin beşinci sorusuna öğrencilerin % 19,3'ü tamamen yanlış yanıt vermiştir. Öğrencilerin % 40,2'si ise bu soruyu boş bırakmıştır. Koltuk sayısını hesaplamak için gerekli formülü yazanlar öğrencilerin % 37,6'sıdır. Öğrencilerin % 2,6'sı formülü sembol kullanarak değil sözcüklerle yazmışlardır. Toplam yanıtların % 0,2'sini oluşturan yanıtlar da ise öğrenci sorunun çözümünü sözel olarak ifade etmiş ancak formülü yazmamıştır.

Elde edilen bulgular sonucunda öğrencilerin yaklaşık yarısı ikinci problemin 3, 4 ve 5. sorularını boş bırakmıştır. Bunun nedeni öğrencilerin bu soruları çözmek için formülü bulmalarının gerekmesidir. 1 ve 2. sorular için ise öğrenciler sayma stratejisini kullanmışlardır. Şekil 13'te verilen örnekte ise öğrenci 1. ve 2. sorular için yinelemeli veya eklemeli stratejiyi kullanırken diğer soruların çözümünde fonksiyonel stratejiyi kullanmaktadır.



Şekil 13 Aynı Problemin Farklı Sorularında Farklı Stratejiler Kullanan Öğrenci Örneği

Öğrencilerin % 30,8'i Şekil 14'te örneği verilen formülü elde etmişlerdir:

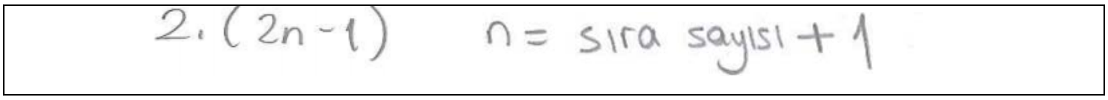


Şekil 14 Öğrenciye ait Bir Formül Örneği

Öğrencilerin % 6,4'ü Şekil 15'te örneği verilen formülü elde etmişlerdir:

Şekil 15 Öğrenciye ait Bir Formül Örneği

Öğrencilerin % 0,2'si Şekil 16'da örneği verilen formülü elde etmişlerdir:



Şekil 16 Öğrenciye ait Bir Formül Örneği

Öğrencilerin % 0,2'si Şekil 17'de örneği verilen formülü elde etmişlerdir:

$3n + 3 + (n-1) =$ Koltuk sayısı

Şekil 17 Öğrenciye ait Bir Formül Örneği

Formülü sembol kullanarak değil sözcüklerle ifade eden bir öğrencinin yanıtı Şekil 18'de verilmiştir:

Koltuk sayısı = Sıra sayısı . 4 + 2

Şekil 18 Formülü Sözcüklerle İfade Eden Öğrenci Örneği

Sonuç ve Tartışma

Araştırmada 1. ve 2. problemlere verilen yanıtların incelenmesi sonucu ulaşılan bulgular ele alındığında, öğrenciler bir çok araştırma bulgularında da görüldüğü gibi, yinelemeli veya eklemeli, parçaları sayma veya modelleme, fark ile çarpma, orantı ve fonksiyonel stratejileri kullanmışlardır (Stacey, 1989; Sasman, Linchevski ve Olivier, 1999; Lin ve Yang, 2004; Akkan ve Çakıroğlu, 2012) .

Araştırmada kullanılan örüntü genelleme problemleri 9. sınıf öğrencilerinin farklı düşünme yapılarını ve çözüm stratejilerini ortaya çıkarmıştır (Amit ve Neria, 2008; Rivera ve Becker, 2008; Baş, Erbaş ve Çetinkaya; 2011). Hatta aynı öğrencilerin aynı problemin farklı sorularına farklı çözüm stratejileri ile de yaklaşabildiği görülmüştür. Öğrenciler problemin ilk sorusunun çözümünü yaparken, yakın bir adıma genişletme görevinde, yinelemeli (recursive) kuralı kullanmışlar ancak uzak adıma genişletme görevinde yinelemeli kuralın çok zaman kaybettirici olduğunu düşünüp belirgin (explicit) kuralı kullanmayı tercih etmişlerdir. Lannin, Barker ve Townsend'in (2006) çalışmasında öğrenciler yinelemeli kuralı ve belirgin kuralı oluşturmanın gücünü ve zorluklarını hızla fark etmiştir. Genellikle öğrenciler yinelemeli kuralı hızla keşfetmiş ama kullanımı zaman kaybettirici bulmuşlardır. Belirgin kural ise özel değerlerin hızlı hesaplamalarına izin vermektedir ancak oluşturulması zordur.

1. problemin çözümünde dikkat çeken bir durum ise öğrencilerin büyük çoğunlukla orantı stratejisini kullanmış olmalarıdır. Sasman, Olivier ve Linchevski (1999) araştırmalarında bu durumun çekici sayılarla ilgili olduğunu rapor etmişlerdir. 1. problemin ikinci sorusunda uzunluğu 10 olan çubuk için gereken etiket sayısının hesaplanması istenmektedir. 10 çekici bir sayı olduğundan dolayı öğrenciler yanlış orantı stratejisini

kullanmaya daha eğilimlidirler. 1. ve 2. problemler incelendiğinde iki problemde öğrencileri genelleme yapmaya teşvik etmek amacıyla hazırlanmış ve aynı kuralı kullanarak çözülecek problemler olduğu görülmektedir. Problemlerin çözümleri karşılaştırıldığında öğrencilerin 2. problemde genellemeye ulaşma yüzdeleri 1. probleme göre daha yüksektir. Sasman, Olivier ve Linchevski'nin (1999) araştırmalarının sonucuna göre çekici olmayan sayıların kullanıldığı sorularda öğrenciler daha farklı stratejiler kullanmışlardır. 2. problemde yakın ve uzak adımlarla ilgili sorularda çekici olmayan sayılar (7. sıra, 12. sıra ve 104. sıra) kullanılmıştır. Bu nedenle de öğrenciler bu soruda yanlış orantı stratejisini kullanmak yerine fonksiyonel ilişki arama stratejisi üzerine yoğunlaşmışlardır. Sasman, Olivier ve Linchevski (1999) genelleme problemlerinde öğrencileri genelleme yapmaya teşvik etmek amacıyla çekici olmayan sayıların kullanılmasını önermektedirler. 2. problemde ise genellemeye ulaşamayan öğrenciler soruyu boş bırakmayı tercih etmişlerdir.

Ayrıca öğrenciler, Öğrenciler, yakın terimi bulmada uzak terimi bulmaya göre daha başarılı olmuşlardır çünkü yakın ve uzak terimleri ya art arda sayıları yazarak ya da terimler arasındaki farkı bulup bir önceki terime ekleyerek elde etmeye çalışmışlardır. NCTM (2000) "ilköğretim öğrencileri uzak örüntülerin uzak terimlerini cebirsel düşünmeye temel oluşturduğundan bulabilmeli" önerisi dikkate alındığında, araştırma verileri öğrencilerin uzak terimleri bulmada yeteri kadar başarılı olmadığını göstermiştir. Bu sonuç Stacey (1989) ve Zazkis ve Liljedahl'ın (2002) çalışmalarıyla da paralellik göstermektedir.

Öğrencilerden bazılarının sorunun kuralını sembollerle değil de sözcüklerle ifade etmesi (örn. koltuk sayısı=sıra sayısı.4+2) araştırmada dikkat çeken bir bulgudur. Bazı öğrenciler ise sorunun çözümünü sözel olarak ifade etmiş (örn. alt ve üst yüzey dışında 4 yüzeyi olacağından 4 ile çarparız ve alt ve üst yüzey sayısını ekleriz) ancak formülü yazmamıştır. Amit ve Neria (2008), araştırmalarında cebirsel genelleme sürecinin bu adımını sezgisel genelleme olarak tanımlamışlardır. Öğrencilerin genellemeleri sözel olarak ifade etmeleri bunu sembolik olarak daha kolay yazacakları gerçeğine dayanmaktadır (English and Warren, 1998). Radford'a (2008) göre cebirsel düşünme harfleri kullanma ile ilgili değildir ama belli koşullarda ayırt edici düşünme ile ilgilidir. Notasyonların kullanımı cebirsel düşüncenin tek göstergesi değildir. Radford (2008) harfler kullanılmadan da cebirsel düşünmenin gerçekleşebileceğine dikkat çekmektedir. Yukarıda yer alan örnekler incelendiğinde öğrencilerin örüntüdeki birkaç terime ait ortak özelliği fark ettiği, örüntüdeki terimlere ait neyin benzer neyin farklı olduğunun seçimini yaptığı, ortak özellik ayırt edilerek örüntüdeki tüm terimlere genellendiği ve bir hipotez oluşturulduğu ve son olarak da belirlenen ortak özellikten tüm terimler için geçerli olacak bir genel terim yazıldığı görülmektedir. Sonuç olarak öğrenciler Radford'un (2008) da dediği gibi cebirsel notasyonları kullanmadan cebirsel düşüncenin gerçekleşebileceğini göstermişlerdir.

Genelleme problemlerinin altında yatan fikir, öğrencinin örüntüyü belirlemesi, tanıması, genişletmesi ve ifade etmesinin bekleniyor olmasıdır. Bu beceriler aritmetikten cebire başarılı bir geçiş için çok önemli bir rol oynamaktadır. Çalışma sonucunda öğrencilerin çoğunluğunun doğru genellemelere ulaşmada yetersiz oldukları tespit edilmiştir. Öğrencilerin çoğu için örüntüyü tanımak hiç sorun değildir ancak cebirsel notasyon veya kelimelerle açık kuralı ifade ve temsil etme zorlayıcı olmaya devam etmektedir.

Öneriler

Türkiye'de örüntüler konusu, ilk kez birçok ülkenin öğretim programları ve NCTM'nin de çalışmaları dikkate alınarak yenilenen ve 2005 yılında uygulamaya konulan İlköğretim Matematik Dersi Öğretim Programına dâhil edilmiştir. Ancak örüntü kavramı öğretim programına girdikten sonra, temel eğitimini tamamlamış öğrenciler bir örüntü belirleme, yakın ve uzak genelleme yapmak için örüntüyü genişletme ve sembolleri kullanarak örüntünün temelindeki fonksiyonel ilişkiyi ifade etmede bu araştırmanın sonuçlarına göre başarısız olmuşlardır. Bu sonuç yenilenen programın okullarda tam olarak hayata geçirilemediğinin bir göstergesi olarak yorumlanabilir.

İlköğretim ve Ortaöğretim Matematik Dersi Programlarında örüntü kavramına ilişkin kazanım ve öğretim etkinliklerinin yeniden düzenlenmesi gerekmektedir. Ayrıca, matematik öğretmenleri tarafından uygulanabilmesi için matematik öğretmenlerine yönelik bir hizmet içi eğitim programına gereksinim vardır.

Öğrencilere genellemeyi öğretebilmek için sayısal ve şekil örüntü genelleme problemleri kullanılmalı, öğrenciler farklı genelleme stratejilerini kullanmaları için teşvik edilmelidir. Ortaöğretim 9. sınıf öğrencileri ile yapılan bu araştırma, her sınıf düzeyindeki öğrencilerden hizmet öncesi öğretmenlere kadar farklı katılımcılarla yapılabilir. Araştırmada doğrusal örüntü genelleme problemleri kullanılmıştır. Benzer çalışmalar farklı örüntü türleriyle (sayısal, şekil ve tekrarlayan örüntüler) yapılabilir. Öğrencilerin kullandıkları genelleme stratejilerinin incelendiği araştırmalarda nitel araştırma yöntemlerinden görüşme tekniğine yer verilerek öğrencilerde var olan kavramsal yanılgılar ve öğrenme güçlükleri belirlenebilir.

Kaynakça

Akkan, Y. ve Çakıroğlu, Ü. (2012). Doğrusal ve İkinci Dereceden Örüntüleri Genelleştirme Stratejileri: 6-8. Sınıf Öğrencilerinin Karşılaştırılması. *Eğitim ve Bilim,* 37 (165), 104-120.

Amit, M., and Neria, D. (2008). "Rising to the challenge": using generalization in pattern problems to unearth the algebraic skills of talented pre-algebra students. ZDM: International Journal in Mathematics Education, 40, 111-129.

Chua, B. L., ve Hoyles, C. (2010). Teacher And Student Choices Of Generalising Strategies: A Tale Of Two Views? 5th East Asia Regional Conference on Mathematics Education, Tokyo.

Chua, B. L. (2009). Features Of Generalising Tasks: Help Or Hurdle To Expressing Generality. *Australian Mathematics Teacher*, 65 (2), 18-24

Çelik, D. (2007). Öğretmen Adaylarının Cebirsel Düşünme Becerilerinin Analitik İncelenmesi. Doktora Tezi, *Karadeniz Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Ortaöğretim Fen Ve Matematik Alanları Eğitimi Anabilim Dalı,* Trabzon.

English, L. D. and Warren, E. A. (1998). Introducing the variable through pattern exploration. The Mathematics teacher, 91, 166–170.

Hargreaves, M., Shorrocks-Taylor, D. and Threlfall, J. (1999). Children"s strategies with number patterns. (ed: A. Orton), Pattern in the teaching and learning of mathematics, London and New York: Cassell, 67-83.

Krutetskii, V. A. (1976). The psychology of mathematical abilities in schoolchildren. Chicago: University of Chicago Press.

Lannin, J. K., Barker, D. D. and Townsend, B. E. (2006). Recurcive and expicit rules: How can we build student algebraic understanding? Journal of Mathematical Behavior, 25, 299-317.

Lannin, J. K. (2005). Generalization and justification: The chalenge of introducing algebraic reasoning through patterning activities. *Mathematical Thinking and Learning*, 7 (3), 231-258.

Mason, J. (1996). Expressing generality and roots of algebra. (eds: N. Bednarz, C. Kieran and L. Lee), Approaches to algebra: Perspectives for research and teaching. Dordrecht, The Netherlands: Kluwer, 65-86.

Milli Eğitim Bakanlığı (MEB). (2009). İlköğretim Matematik Dersi 6-8. Sınıflar Öğretim Programı ve Kılavuzu. Ankara: MEB.

NCTM, (2000). Principles and standards for school mathematics. Reston, VA:NCTM.

Orton, A. & Orton, J. (1999). Pattern and the Approach to Algebra. (ed: A. Orton), *Pattern in the Teaching and Learning of Mathematics*, Cassell, London, 104-120.

Radford, L. (2006). Algebraic thinking and the generalization of patterns: a semiotic perspective. (eds: J. L. C. S. Alatorre, M. Sa´iz and A. Me´ndez), Proceedings of the 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, North American Chapter (Vol. 1), Mexico: Me´rida, 2-21.

Radford, L. (2008). Iconicity and contraction: A semiotic investigation of forms of algebraic generalizations of patterns in different contexts. ZDM: International Journal in Mathematics Education , 40, 83–96.

Rivera, F. D. ve Becker, J. R. (2005). Figural and numerical modes of generalizing in algebra. Mathematics Teaching in The Middle School, 11 (4), 198-203.

Rivera, F. (2007). Visualizing as a mathematical way of knowing: understanding figural generalization. Mathematics Teacher, 101 (1), 69-75.

Rivera, F. D. ve Becker J. R. (2008). Middle school children's cognitive perceptions of constructive and deconstructive generalizations involving linear figural patterns. ZDM: International Journal in Mathematics Education, 40, 65–82.

Sasman, M. C., Linchevski, L. and Olivier, A. (1999). The influence of different representations on children's generalisation thinking processes. Proceedings of the Seventh Annual Conference of the Southern African Association for research in Mathematics and Science Education, Harare, Zimbabwe, 406-415.

Stacey, K. (1989). Finding and using patterns in linear generalising problems. Educational Studies in Mathematics, 20, 147-164.

Steele, D. (2005). Using writing to access students‟ schemata knowledge for algebraic thinking. School Science and Mathematics, 103 (3), 142-154.

Yıldırım, A. ve Şimşek, H. (2006). Sosyal Bilimlerde Nitel Araştırma Yöntemleri. Ankara: Seçkin Yayıncılık.

Zaskis, R. & Liljedahil, P. (2002). Generalization of patterns: The tension between algebraic thinking and algebraic notation. Educational Studies in Mathematics, 49, 379-402.D.A.