

Ortaokul Öğrencilerinin Farklı Temsil Biçimlerine Göre Doğrusal İlişki Konusunu Anlama Düzeylerinin İncelenmesi

Dr. Züleyha YILDIRIM

*Atatürk Üniversitesi Kazım Karabekir Eğitim Fakültesi
İlköğretim Matematik Eğitimi Bilim Dalı
zy_1311@hotmail.com*

Yrd. Doç. Dr. Mustafa ALBAYRAK

*Atatürk Üniversitesi Kazım Karabekir Eğitim Fakültesi
İlköğretim Matematik Eğitimi Bilim Dalı
albayrak@atauni.edu.tr*

Özet

Bu araştırmanın amacı, ortaokul 7. sınıf öğrencilerinin farklı temsil biçimlerine (tablo, grafik ve denklem) göre iki değişken arasında doğrusal ilişki olup olmadığını tespit edebilme ve doğrusal ilişki içeren gerçek yaşam durumlarına uygun tablo, grafik ve denklem oluşturabilme becerilerini incelemektir. Uygulama, bir devlet ortaokulunun 7.sınıf seviyesinde öğrenim gören 93 öğrenci üzerinde gerçekleştirilmiştir. Araştırmada deneysel olmayan nicel araştırmalardan betimleyici türde tarama modeli kullanılmıştır. Araştırmanın verileri her biri 3'er açık uçlu sorudan oluşan "Doğrusal ilişki Belirleme Testi (DİBT)" ve "Gerçek Yaşam Durum Testi (GYDT)" ile toplanmıştır. Verilerin analizinde yüzde, aritmetik ortalama, standart sapma değerleri hesaplanmış ve veriler normal dağılım göstermediği için Kruskal Wallis testi ve Mann Whitney U – testi kullanılmıştır. Elde edilen bulgular sonucunda, öğrencilerin doğrusal ilişki belirlemede, grafik temsilde denklem ve tablo temsillerine göre anlamlı düzeyde daha başarılı olduğu ayrıca doğrusal ilişki bulunan gerçek yaşam durumlarına ait tablo temsilini oluşturma becerilerinin grafik ve denklem temsil biçimlerine göre anlamlı düzeyde daha yüksek olduğu tespit edilmiştir.

Anahtar Kelimeler: Doğrusal ilişki, temsil biçimleri, başarı.

Investigation of the Middle School Students' Levels of Understanding on Linear Relationship According to Representation Forms

Abstract

The aim of this study was to investigate 7th grade students' ability to identify linear relation according to representation forms (table, equation and graph) and create table, graph and equation for real life cases including linear relationship. The study was applied to 93 seventh grade students from one state middle school. The study is a descriptive research designed as a survey model, one of the non-experimental quantitative research models. The data were collected by "Identification Linear Relationship Test" and "Real Life Case Test" each consisting of 3 open-ended questions. The arithmetic mean, standard deviation and percentage values were calculated and Kruskal Wallis test, Mann Whitney U–test were used in the analysis of the data. According to the data obtained in the study, it was found that students were significantly more successful in graphical representation compared to table and equation representations to identify linear relation. It was also determined that students' ability was significantly higher to create table for real life cases including linear relationship compared to graph and equation representations .

Key Words: Linear relationship, representation formats, achievement.

GİRİŞ

Doğrusallık kavramı ve doğrusal düşünebilme becerisi, öğrencilerin ilköğretim matematiğinden üniversite matematik ve fen eğitimine geçişlerini sağlamada oldukça önemlidir (De Bock vd., 2002). Rouche'a (1992) göre doğrusal düşünme, matematiksel yapının bütününe etki etmektedir ve ilköğretim seviyesinden başlayarak çok daha ileri seviyelere kadar çok geniş alanda yer alan bilimsel problemleri anlama, çözme hatta formüleştirebilmede gereklidir. Doğrusallık kavramının önemi, matematik öğretim programlarında belirtilmekte ve farklı sınıf seviyelerinde farklı düzeylerde öğretilmektedir. İlkokulun ilk yıllarında basit düzeyde çarpımsal problemler ve ilkokulun son yıllarında ise orantısal problemlerle öğrencilerin doğrusal düşünme becerileri gelişmeye başlamaktadır. Ortaokulda doğrusal denklemler ve lisede doğrusal olan ve doğrusal olmayan fonksiyonlara yönelik yapılan uygulamalardan üniversite düzeyinde bulunan vektör uzayları arasındaki doğrusal haritaların soyut kavramlarına kadar doğrusal ilişki geniş bir yelpazede öğrencilerin karşısına çıkmaktadır (Aktaran Van Dooren ve Greer, 2010).

Ülkemizde matematik öğretim programları incelendiğinde doğrusal ilişki kavramının ilk olarak ortaokul matematik öğretim programının 7. sınıf düzeyinde ve cebir öğrenme alanının doğrusal denklemler alt öğrenme alanına ait kazanımlarda yer aldığı belirlenmiştir.

Tablo 1. 7.Sınıf düzeyinde doğrusal denklemler alt öğrenme alanına ait kazanımlar

- 1. Kazanım:** Koordinat sistemini özellikleriyle tanıtır ve sıralı ikilileri gösterir.
- 2. Kazanım:** Aralarında **doğrusal ilişki** bulunan iki değişkenden birinin diğerine bağlı olarak nasıl değiştiğini tablo, grafik ve denklem ile ifade eder.
- 3. Kazanım:** Doğrusal denklemlerin grafiğini çizer.

Tablo 1 incelendiğinde 7.sınıf seviyesinde öğrencilerin, aralarında doğrusal ilişki bulunan iki değişkenden birinin diğerine bağlı olarak nasıl değiştiğini tablo, grafik ve denklem ile ifade etmesinin hedeflendiği görülmektedir (MEB, 2013). Bu kazanımla öğrencilerin doğrusal ilişki kavramına yönelik bilgilerini çoklu temsil durumlarına transfer edebilmeleri beklenmektedir.

Ortaokul matematik öğretim programının ulaşmaya çalıştığı amaçlardan ikisi, öğrencilerin kavramsal bilgilerini yapılandırmak ve öğrencilere matematiksel düşünebilme öğretmektir (MEB, 2013). Son yıllarda kavramsal bilginin; matematiksel düşünebilmenin, matematiksel fikirleri birçok açıdan incelemeyi ve farklı bakış açıları arasında geçiş yapabilmeyi sağlayan nitelikte bir parçası olduğu ve zengin ilişkiler tarafından yapılandırıldığı kabul edilmektedir (Pierce vd., 2011). Bu nedenle matematik eğitimi literatüründe, öğrencilerin farklı matematiksel temsiller üzerinde uygulamalar yapmaları durumunda matematiksel kavramları daha kolay anlayabilecekleri yönünde çok güçlü bir destek vardır (Bayazıt, 2011; Greeno ve Hall, 1997; Sierpinska, 1992; Tripathi, 2008).

Birçok araştırmacı, temsil biçimlerinin, öğrencilerin soyut kavramlar ve ilişkiler üzerine yapılandırılmış olan matematik ile somut deneyimleri arasında bağlantı kurabilmesinde çok önemli rol oynadığını (Bruner ve Kenney, 1965; Duval, 1999; Fennema ve Franke, 1992; Post ve Cramer, 1989; Schultz ve Waters, 2000), öğrencilerin bilişsel gelişimlerini desteklediğini (Holmes, 2004) ve özellikle matematiksel kavramların açıklamalarını özetleyebilmek ve belirli özelliklerini vurgulamak amacıyla kullanılabileceğini belirtmişlerdir (Ainsworth, 1999; Kaput, 1991).

Lesh ve Doerr'e (2003) göre öğrencilerin kavramsal yapıları ifade edebilmeleri için farklı ve güçlü temsil biçimleri tanıtılmazsa ve tekrar kullanılabilir, aktarılabilir ve paylaşılabilir model ve kavramsal araçların geliştirilmesine yardım edilmezse öğrencilerin kavramsal anlama düzeyleri yeterli ölçüde gelişmeyecektir. Greeno ve Hall (1997), temsillerin matematik eğitimindeki önemini şu şekilde belirtmişlerdir:

- Matematiksel fikirleri daha somut ve anlaşılır yaptıkları için matematiksel düşünebilmenin güçlü araçlarıdır. Ayrıca öğrencilerin matematiksel durumların temel özelliklerine odaklanmalarına yardım ederek akıl yürütme becerilerini geliştirir ve destekler.
- Öğrencilerin farklı durumların ortak matematiksel özelliklerini fark etmelerini sağlar.
- Öğrenciler aynı durumun farklı temsil biçimleri arasında ilişki kurabildikleri zaman matematiksel kavramları ve işlemleri kullanabilme ve anlayabilme düzeyleri yükselir.
- Öğrencilerin kavramları yapılandırmalarında, bilgiyi açıklamalarında ve akıl yürütmelerinde göstermelerinde yararlı araçlardır.

Matematik eğitimcileri değişkenler arasındaki ilişkilerin temsil durumlarını genellikle üç kategori içinde incelemektedirler: değerlerin sıralı çiftlerinden oluşan tablolar, resimli gösterimden oluşan grafikler ve cebirsel notasyondan oluşan denklemler (Brenner vd., 1997). Okullarda özellikle matematik, fen ve sosyal derslerinde öğrencilere tablo, grafik ve denklemlerin nasıl yorumlandığı ve yapılandırıldığı öğretildiği bilinmektedir. 2005 yılında uygulanmaya konan ortaokul matematik öğretim programında matematiksel ilişkilerin anlamlı bir şekilde öğrenilebilmesinde farklı temsil biçimlerinin önemi üzerinde durulmakta ve birçok konuda olduğu gibi iki değişken arasındaki doğrusal ilişkinin incelenmesi konusunda öğrencilerin farklı temsil biçimlerinden tablo, grafik ve denklemi kullanması amaçlanmaktadır (MEB, 2013).

Matematiksel kavramların farklı temsil biçimlerine göre algılanışı, kavramsal bilgilerin farklı temsil biçimlerine aktarılabilme becerisi, çoklu temsil durumları arasında dönüşüm yapabilme ve bağlantı kurabilmenin önemi ve temsiller arası dönüşümde karşılaşılan güçlükler üzerine yapılmış birçok çalışma mevcuttur (Amit ve Fried, 2005; Delice ve Sevimli, 2010; Goldin, 1998; Gürbüz ve Şahin, 2015; Reading, 1999; Sfard, 1992; Ural, 2012; Yaman ve Umay, 2013; Yayla ve Özsevgeç, 2014; Yerushalmy, 1997). Bu araştırmanın amacı da ortaokul 7. sınıf öğrencilerinin tablo, grafik ve denklem gibi farklı temsil biçimlerine göre iki değişken arasında doğrusal ilişki olup olmadığını tespit edebilme ve doğrusal ilişki içeren gerçek yaşam durumlarına uygun tablo, grafik ve denklem oluşturabilme becerilerini incelemektir.

YÖNTEM

Araştırmada, deneysel olmayan nicel araştırmalardan betimleyici türde tarama modeli kullanılmıştır. Tarama modelinde, araştırmanın konusunu oluşturan olay, birey veya nesne değiştirme çabası gösterilmeden olduğu gibi tanımlanmaya çalışılır (Karasar, 2005). Öğrencilerin doğrusal ilişki belirleme ve gerçek yaşam durumuna uygun temsil biçimleri oluşturma becerilerinin farklı temsil biçimleri değişkenine göre farklılık gösterip göstermediği incelendiğinden araştırmanın “İlişkisel Tarama” yöntemine uygun olduğu düşünülmektedir.

Araştırma Grubu

Bu araştırmanın katılımcılarını, 2015-2016 öğretim yılında Erzurum il merkezinde bulunan bir devlet ortaokulunda öğrenim gören toplam 93, yedinci sınıf öğrencisi oluşturmaktadır. Bu okulun seçilmesinde araştırmacının görev yaptığı okul olması etkili olmuştur. Araştırmanın örneklemini ise aynı okulun 7. sınıflarından seçkisiz olarak seçilen 3'er tanesi oluşturmaktadır.

Veri Toplama Aracı

Araştırmacı tarafından öğrencilerin, iki değişken arasında doğrusal ilişki olup olmadığını farklı temsil biçimlerine (tablo, grafik ve denklem) göre tespit edebilme düzeylerini belirleyebilmek amacıyla Doğrusal İlişki Belirleme Testi ve doğrusal ilişki içeren gerçek yaşam durumlarına uygun tablo, grafik ve denklem oluşturabilme becerilerini incelemek amacıyla Gerçek Yaşam Durum Testi geliştirilmiştir. DİBT ve GYDT'nin her ikisi de konuya yönelik 7.sınıf matematik dersi öğretim programında yer alan kazanımlara ve matematik ders kitabına uygun olarak hazırlanmıştır. DİBT'nde tablo, grafik ve denklem temsil biçimlerinin her birinden birer tane olmak üzere toplam

üç soru bulunmaktadır. Bu üç soruda, öğrencilerin farklı temsil biçimlerine göre verilen ilişkilerden hangisinin doğrusal olduğunu belirlemeleri ve nedenini açıklamaları istenmektedir. GYDT’nde yer alan üç soruda ise öğrencilerden doğrusal ilişki bulunan gerçek yaşam durumlarına ait tablo, grafik ve denklem oluşturmaları istenmektedir.

Her iki testin kapsam geçerliliği, hazırlanan soruların ilgili davranışı yoklamaya uygunluğu konusunda 3 matematik öğretmeni ve 1 uzmanın görüşü alınarak sağlanmaya çalışılmıştır. Öğrencilerin DİBT ve GYDT’nde yer alan açık uçlu sorulara verdikleri yanıtlar dereceli puanlama anahtarı kullanılarak puanlanmıştır. Rastgele seçilen 30 öğrencinin yanıtları ise iki matematik öğretmeni tarafından değerlendirilmiş ve puanlar arasındaki Pearson korelasyon katsayısı Tablo 2’deki gibi hesaplanarak puanlayıcı güvenilirliği tespit edilmiştir.

Tablo 2. Puanlayıcıların DİBT ve GYDT’ne ait puanlamaların korelasyon değerleri

DİBT		GYDT	
Sorular	Korelasyon Değeri (r)	Sorular	Korelasyon Değeri (r)
1.	0,887	1.	0,974
2.	0,915	2.	0,845
3.	0,885	3.	0,935
Testin Tamamı	0,922	Testin Tamamı	0,937

Puanlayıcı güvenilirliğinin belirlenmesinde sıklıkla kullanılan Pearson korelasyon katsayısı, iki puanlayıcının yaptığı puanlamanın tutarlığı olarak açıklanır ve iki puanlama arasındaki ilişkiyi gösterir (Balci, 2001). Korelasyon katsayısının 0,00-0,25 aralığında olması ilişkinin çok zayıf, 0,26-0,49 aralığında olması ilişkinin zayıf, 0,50-0,69 aralığında olması ilişkinin orta, 0,70-0,89 aralığında olması ilişkinin yüksek ve 0,90-1,00 aralığında olması ilişkinin çok yüksek olduğunu gösterir. Tablo 2’de belirtildiği gibi iki puanlayıcının öğrenci yanıtlarına verdikleri puanlar arasındaki korelasyon değeri DİBT’nde 0,922 ve GYDT’nde 0,937 olarak bulunduğu için puanlayıcı güvenilirliğinin sağlandığı söylenebilir.

Testler uygulanmaya başlamadan önce öğrencilere bu testlerde gösterecekleri başarı durumunun matematik ders notlarını etkilemeyeceği konusunda bilgi verilmiştir. Uygulama araştırmacının gözetiminde gerçekleştirilmiş olup öğrencilere her iki testteki toplam 6 soru için ders saati içinde 30 dakika süre verilmiştir.

Verilerin Analizi

DİBT’nin sorularının puanlanması sırasında öğrencilerin verdikleri yanıtlar iki aşamada değerlendirilmiştir. İlk aşamada iki değişken arasında doğrusal ilişki bulunan durumu tespit etmeleri, ikinci aşamada ise nedenini açıklamaları puanlanmıştır. Öğrencilerin yanıtları aşağıda Tablo 3’de verilen dereceli puanlama anahtarına göre doğru, kısmen doğru, yanlış ve boş şeklinde düzeylere ayrılmıştır. Dereceli puanlama anahtarları, açık uçlu soruların yanıtlarının puanlanabilmesinde yaşanabilecek sorunların azaltılmasında ve ölçme değerlendirmenin daha sağlıklı yapılabilmesinde rehber niteliğindedir (Goodrich, 1997).

Tablo 3. DİBT'ne yönelik puanlama anahtarı

Düzy	Açıklama	Puan
Doğru	Öğrencilerin doğru cevabı işaretlemesi ve nedenini doğru bir şekilde açıklamaları	5
	Öğrencilerin doğru cevabı işaretlemesi ve nedenini doğruya yakın fakat eksik ifadelerle açıklaması	4
Kısmen Doğru	Öğrencilerin yanlış cevabı işaretlemesine rağmen doğrusal ilişki kavramını doğru bir şekilde açıklamaları	3
Yanlış	Öğrencilerin doğrusal ilişki bulunan durumu bulmaları fakat nedenini açıklayamamaları	2
	Öğrencilerin yanlış cevabı işaretlemesi ve doğrusal ilişkiye yönelik kısmen doğru kabul edilebilecek açıklamada bulunması	1
Boş	Öğrencilerin doğru cevabı işaretlememesi ve doğrusal ilişkiye yönelik doğru bir açıklamada bulunmaması	0
	Öğrencinin cevap vermemesi ve açıklamada bulunmaması	0

Öğrencilerin GYDT'nde yer alan “doğrusal ilişki içeren gerçekçi yaşam durumlarına ait tablo, grafik ve denklem oluşturma” sorularına verdikleri yanıtların sayısal verilere dönüştürülmesinde kullanılan Hartmann (1998) tarafından geliştirilmiş olan dereceli puanlama anahtarı Tablo 4'te verilmiştir (Aktaran Ev Çimen, 2012).

Tablo 4. GYDT'nin sorularına yönelik puanlama anahtarı

Düzy	Puan	Açıklama
Doğru	4	Öğrencinin cevabı, matematiksel kavramlar/yöntemler ve gerçek yaşam durumları arasındaki ilişkinin tümüyle farkında olduğunu gösterir.
	3	Öğrencinin cevabı, matematiksel kavramlar/yöntemler ve gerçek yaşam durumları arasındaki ilişkinin oldukça farkında olduğunu gösterir.
Kısmen Doğru	2	Öğrencinin cevabı, matematiksel kavramlar/yöntemler ve gerçek yaşam durumları arasındaki ilişkinin kısmen farkında olduğunu gösterir.
Yanlış	1	Öğrencinin cevabı, matematiksel kavramlar/yöntemler ve gerçek yaşam durumları arasındaki ilişkinin oldukça kısıtlı şekilde farkında olduğunu gösterir.
	0	Öğrenci sorunun ilişkili olduğu matematiksel kavram/yöntem ve gerçek yaşam durumları arasındaki ilişkinin farkında değildir.
Boş	0	Cevap yok

DİBT ve GYDT'nden elde edilen nicel verileri analiz etmek için SPSS 20 paket programı kullanılmıştır. Farklı temsil biçimlerine yönelik her soru için puanlama kategorilerine ait yüzde değerleri hesaplanmıştır. Her iki testte de öğrencilerin farklı temsil biçimlerine ait sorulardan aldığı puanların aritmetik ortalama ve standart sapması hesaplanarak aralarında anlamlı fark olup olmadığı Kruskal Wallis H-testi ile test edilmiştir.

BULGULAR

Bu bölümde öğrencilere uygulanan DİBT ve GYDT'nden elde edilen veriler doğrultusunda ulaşılan bulgular yer almaktadır.

Doğrusal İlişki Belirleme Testinden Elde edilen Bulgular

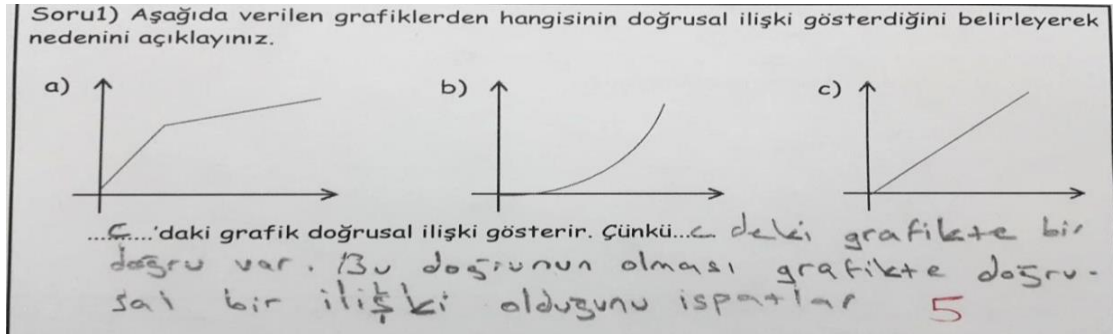
DİBT’nde, grafik şeklinde verilen ilişkilerden hangisinin doğrusal olduğunun tespit edilmesinin ve nedeninin açıklanmasının istendiği 1.soruya yönelik öğrencilerin aldıkları puanların yüzde değerleri Tablo 5’de yazılmıştır.

Tablo 5. Öğrencilerin grafik şeklinde verilen 1.soruda aldıkları puanların yüzdeleri

	Düzev Puan	Doğru		Kısmen		Yanlış		Boş
		5	4	3	2	1	0	
Grafik	%	10,8	37,6	0	47,3	0	4,3	0

Tablo 5’te görüldüğü gibi grafik şeklinde verilen 1.soruyu öğrencilerin %48,4’ü doğru, %47,3’ü kısmen doğru, %4,3’ü ise yanlış cevaplandırmıştır.

Bu soruya doğru kategorisinde verilen yanıtlar incelendiğinde, öğrencilerin %10,8’inin “doğrusal ilişkinin belirttiği grafik, doğru modelidir” şeklinde beklenen yanıtı vererek 5 puan aldığı, %37,6’sının ise doğrusal ilişki kavramından dolayı grafiğin düz olması gerektiği yönünde açıklamalarda bulunarak 4 puan aldığı belirlenmiştir. Kısmen doğru cevap veren öğrencilerin tamamı (%47,3) doğrusal ilişkinin grafiğini belirleyebilmiş fakat açıklama yazamadığı için 2 puan almıştır. Öğrencilerin %4,3’ü ise doğrusal ilişkinin grafiğini belirleyemediğinden ve herhangi bir açıklama yapamadığından dolayı 0 puan almıştır. Aşağıda Şekil 1’de soruyu doğru cevaplandırarak 5 puan alan öğrencilerden birine ait cevap verilmiştir.



Şekil 1. Grafik şeklindeki 1.soruya doğru kategorisinde verilen örnek bir cevap

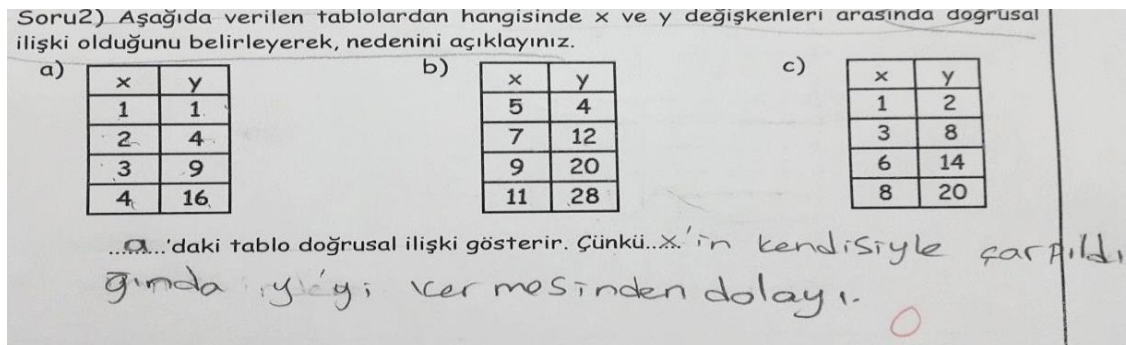
DİBT’nde, tablo şeklinde verilen ilişkilerden hangisinin doğrusal olduğunun tespit edilmesinin ve nedeninin açıklanmasının istendiği 2.soruda öğrencilerin aldıkları puanların yüzde değerleri Tablo 6’da yazılmıştır.

Tablo 6. Öğrencilerin tablo şeklinde verilen 2.soruda aldıkları puanların yüzdeleri

	Düzev Puan	Doğru		Kısmen Doğru		Yanlış		Boş
		5	4	3	2	1	0	
Tablo	%	4,3	20,4	2,2	14,0	16,1	41,9	1,1

Tablo 6'da görüldüğü gibi 2.soruda öğrencilerin %24,7'si doğru, %16,2'si kısmen doğru, %58'i ise yanlış cevap vermiştir.

Tablo şeklinde sunulan 2.soruda yapılması beklenen açıklama, eşit aralıklarda sabit bir değişim oranına sahip ilişkinin doğrusal olduğudur. Bu soruyu doğru cevaplandıran öğrencilerin %4,3'ü bu yönde bir açıklamada bulunarak 5 puan almıştır. Sadece aralıklardaki artışı belirleyerek doğrusal ilişkiyi tespit eden öğrencilere (%20,4) ise 4 puan verilmiştir. Kısmen doğru kategorisinde verilen yanıtlar incelendiğinde öğrencilerin %2,2'sinin doğrusal ilişki konusunda kavramsal bilgiye sahip olduğu fakat aralıklardaki değişimi hatalı hesaplamaktan dolayı yanlış şıkkı işaretlediği için 3 puan aldığı, %14'ünün ise doğrusal ilişkiyi tespit ettiği fakat açıklama yapamadığı için 2 puan aldığı belirlenmiştir. Yanlış cevap vererek 0 puan alan öğrencilerin (%41,9) büyük bir kısmı, Şekil 2'de görüldüğü gibi y değişkeni x'in karesine eşit olduğundan dolayı a şıkkında doğrusal ilişki olduğunu düşünmüşlerdir.



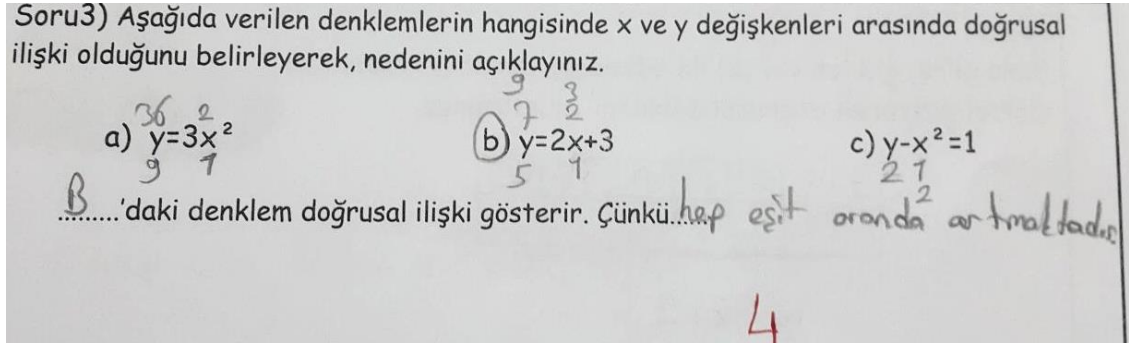
Şekil 2. Tablo şeklindeki 2.soruya yanlış kategorisinde verilen örnek bir cevap

DİBT'nde, verilen denklemlerden hangisinin doğrusal olduğunun tespit edilmesinin ve nedeninin açıklanmasının istendiği 3.soruya yönelik öğrencilerin aldıkları puanların yüzde değerleri Tablo 7'de yazılmıştır.

	Düzyey	Doğru	Kısmen Doğru	Yanlış	Boş
Puan		5 4	3 2	1 0	0
Denklem	%	0 23,7	0 41,9	0 26,9	7,5

Tablo 7 incelendiğinde denklem şeklinde verilen 3.soruda öğrencilerin %23,7'sinin doğru, %41,9'unun kısmen doğru, %26,9'unun yanlış cevap verdiği, %7,5'inin ise soruyu boş bıraktığı görülmektedir.

Bu soruda öğrencilerin, $ax+b=y$ şeklindeki denklemlerin doğrusal ilişki belirttiği yönünde açıklama yapmaları beklenmiştir. Doğru kategorisinde verilen cevaplar incelendiğinde 5 puan alan öğrencinin olmadığı belirlenmiştir. Üslü ifade içermediğinden dolayı b şıkkındaki denklemin doğrusal olduğunu belirten, değişkenlere değer vererek aralıklarda eşit değişim olduğunu tespit ettikleri b şıkkında doğrusal ilişki olduğunu belirten veya b şıkkında, doğrusal denklem olduğu için doğrusal ilişki belirttiği yönünde açıklamalarda bulunan öğrencilere (%23,7) 4 puan verilmiştir. Aşağıda Şekil 3'te denklem şeklindeki 3.soruda 4 puan alan bir öğrencinin yanıtı görülmektedir.



Şekil 3. Denklem şeklindeki 3.soruya doğru kategorisinde verilen örnek bir cevap

Kısmen doğru kategorisinde verilen yanıtların (%41,9) tamamında öğrenciler doğrusal ilişki belirten b şikkini işaretlemesine rağmen açıklama yapamadıkları için 2 puan almışlardır. Yanlış yanıt veren öğrencilerin (%26,9) tümü doğrusal ilişkiyi belirleyemediği ve kavrama yönelik herhangi bir açıklama getiremediği için 0 puan almıştır. Öğrencilerin %7,5'u ise soruyu yanıtsız bırakmıştır.

DİBT'nde tablo, grafik ve denklem temsil biçimlerine ait sorularda öğrencilerin aldıkları puanların aritmetik ortalama ve standart sapma değerleri Tablo 8'deki gibi hesaplanmıştır.

Tablo 8. Öğrencilerin farklı temsil biçimlerine göre DİBT puanlarının ortalama ve standart sapma değerleri

	Grafik	Tablo	Denklem
Ort.	2,98	1,53	1,78
ss	1,29	1,71	1,51

Tablo 8 incelendiğinde grafik temsil biçiminde sunulan soruda ortalama puanın ($X=2,98$), tablo ($X=1,53$) ve denklem ($X=1,78$) temsil biçimlerinde sunulan sorulara göre daha yüksek olduğu görülmektedir. Bu puan ortalamalarının arasında anlamlı farklılık olup olmadığını belirlemek için kullanılan Kruskal Wallis H-testinin sonuçları Tablo 9'da yazılmıştır.

Tablo 9. Öğrencilerin DİBT'nden elde ettikleri puanların farklı temsil biçimlerine göre Kruskal Wallis H-testi sonuçları

Temsil Biçimleri	N	Sıra ortalaması	Sd	X ²	p	Anlamlı Fark
Grafik	93	182,58	2	43,747	0,000	1-2
Tablo	93	111,86				1-3
Denklem	93	125,56				

1: Grafik, 2: Tablo, 3: Denklem

Tablo 9'a göre öğrencilerin DİBT'nde farklı temsil biçimlerine ait ortalamaları arasında anlamlı farklılık tespit edilmiştir ($X^2(2)=43,74$, $p<0,05$). Bu farklılığın hangi gruplar arasında bulunduğunu belirlemek için temsillerin ikili kombinasyonları üzerinde yapılan Mann Whitney U testi sonuçları Tablo 10'da yazılmıştır.

Tablo 10. Farklı temsil biçimlerine ait DİBT puanlarına ilişkin Mann Whitney U testi sonuçları

Temsiller	N	Sıra ortalaması	Sıra toplamı	U	p
Grafik	93	116,66	10849,50	2170,50	0,000
Tablo	93	70,34	6541,50		
Grafik	93	112,91	10501,50	2519,00	0,000
Denklem	93	74,09	6890,00		
Tablo	93	88,52	8232,50	3861,50	0,186
Denklem	93	98,48	9158,50		

Tablo 10 incelendiğinde yapılan çoklu karşılaştırmalar sonunda ortalamalar arasındaki farkın “grafik ile tablo” ve grafik ile denklem” temsilleri arasında grafik lehine olduğu görülmektedir ($p < 0,05$).

Elde edilen bulgulara göre farklı temsil biçimlerine göre sunulan ilişkilerden hangisinin doğrusal olduğunu belirlemede öğrencilerin grafik sorusunda gösterdiği başarı, tablo ve denklem sorularında gösterdiği başarıya göre anlamlı düzeyde daha yüksektir.

Gerçek Yaşam Durumları Testinden Elde edilen Bulgular

GYDT’nde, doğrusal ilişki bulunan gerçek yaşam durumunda değişkenler arasındaki ilişkinin tablo ile ifade edilmesinin istendiği 1.soruda öğrencilerin aldıkları puanların yüzde değerleri Tablo 11’de yazılmıştır.

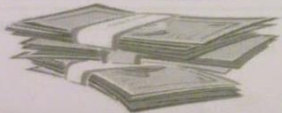
Tablo 11. Öğrencilerin GYDT’nde yer alan 1.soruda aldıkları puanların yüzdeleri

	Düzye	Doğru		Kısmen Doğru	Yanlış		Boş
	Puan	4	3	2	1	0	0
Tablo	%	49,5	14,0	11,8	14,0	10,8	0

Tablo 11’e göre öğrencilerin, verilen duruma ait değişkenler arasındaki doğrusal ilişkiyi tablo ile ifade etmelerinin istendiği 1.soruda öğrencilerin %63,5’i doğru, %11,8’i kısmen doğru, %24,8’i yanlış cevap vermiştir.

Verilen yanıtlar incelendiğinde öğrencilerin %49,5’inin tabloda veri girişlerini tamamen doğru yaparak 4 puan aldığı belirlenmiştir. Şekil 4’te görüldüğü gibi tablo oluşturma becerisine sahip olmasına rağmen ayın sonunda kalan para yerine o ay içinde mevcut olan parayı hesaplayarak zaman konusunda yanılıya düşen öğrenciler (%14) 3 puan almıştır.

Soru1) Ege’nin bankada 1000 TL’si vardır. Ege, her ay bankadaki hesabından 100 TL çekerek harcamaktadır. Buna göre, Ege’nin bankadaki hesabında kalan para miktarı (p) ile geçen ay sayısı (t) arasındaki ilişkiyi aşağıdaki tablo ile gösteriniz.



Kalan para(p)	1000	900	800	700	600
Geçen ay (t)	1	2	3	4	5

Şekil 4. 1. soruda doğru kategorisinde 3 puan alan bir öğrencinin cevabı

Kısmen doğru kategorisinde verilen yanıtlar (%11,8) incelendiğinde, öğrencilerin “geçen ay” değişkenine ait veri girişlerinde ay sayılarını hep 1 olarak girmek veya ay sayısı yerine çekilen para miktarını girmek gibi hatalar yaptıkları ve durumu kavramalarına rağmen tablo oluşturmada sıkıntı yaşadıkları belirlenmiştir (Şekil 5).

Kalan para(p)	300	800	700	600	500
Geçen ay (t)	100	100	100	100	100

r

Kalan para(p)	300	800	700	600	500
Geçen ay (t)	1	1	1	1	1

Şekil 5. 1. Soruya Kısmen Doğru Kategorisinde Verilen Örnek Cevapla

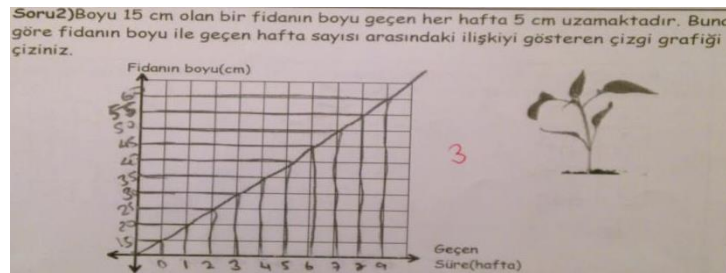
GYDT’nde öğrencilerin, doğrusal ilişki bulunan gerçek yaşam durumunda değişkenler arasındaki ilişkiye ait grafik oluşturma becerilerini belirlemek amacıyla hazırlanan 2.soruda aldıkları puanların yüzde değerleri Tablo 12’de yazılmıştır.

Tablo 12. Öğrencilerin GYDT’nde yer alan 2.soruda aldıkları puanların yüzdelikleri

	Düzye	Doğru		Kısmen Doğru	Yanlış		Boş
	Puan	4	3	2	1	0	0
Grafik	%	7,5	26,9	28,0	28,0	7,5	2,2

Tablo 12’ de görüldüğü gibi değişkenleri arasında doğrusal ilişki bulunan gerçek yaşam durumuna ait grafik çizilmesinin istendiği 2.soruda öğrencilerin %34,4’ü doğru, %28’i kısmen doğru, %35,5’i yanlış cevap vermiş, %2,2’si soruyu boş bırakmıştır.

Öğrencilerin %7,5’i değişkenlere ait nicelikleri eksenler üzerine doğru yerleştirerek grafiğin başlangıç noktasını ve birkaç noktayı tespit edebilmiş ve doğruyu çizerek 4 puan almıştır. Öğrencilerin %26,9’u ise başlangıç noktası olan (0,15) sıralı ikilisini tespit etmesine rağmen koordinat düzleminde yanlış yerleştirdiği için 3 puan alabilmiştir (Şekil 6).



Şekil 6. 2. soruda doğru kategorisinde 3 puan alan bir öğrencinin cevabı

2. soruda kısmen doğru kategorisinde verilen yanıtlar (%28) incelendiğinde öğrencilerin genel olarak başlangıç noktasını yanlış belirledikleri için 2 puan aldıkları belirlenmiştir. Öğrencilerin %28'inin herhangi bir veri girişi yapmadan doğru çizdiği veya değişkenlere ait verileri yanlış eksenlere yerleştirme, nicelikler belirlenmesine rağmen noktaları oluşturmamak gibi hatalar yaptığı için 1 puan aldığı, %7,5'inin ise değişkenler arasındaki ilişkiyi fark ettiğine yönelik bir bilgi veremediği için 0 puan aldığı tespit edilmiştir.

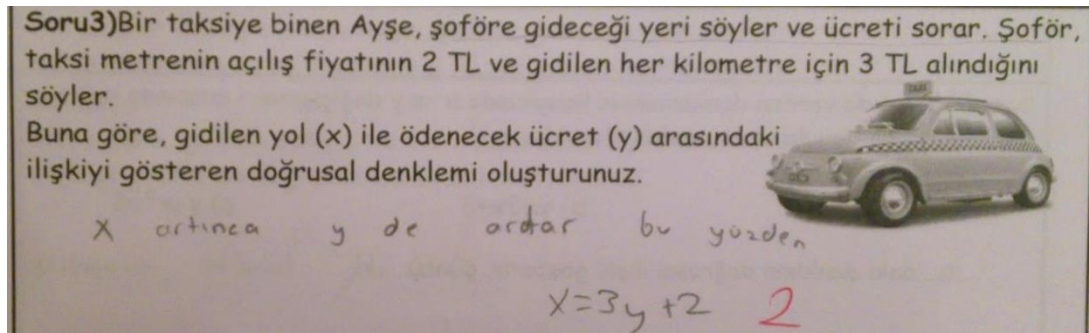
Öğrencilerin, doğrusal ilişki bulunan gerçek yaşam durumunda değişkenler arasındaki ilişkiyi denklem ile ifade edebilme becerilerini belirlemeye yönelik 3.soruda aldıkları puanların yüzde değerleri Tablo 13'te yazılmıştır.

Tablo 13. Öğrencilerin GYDT'nde yer alan 3.soruda aldıkları puanların yüzdeleri

	Düzyey	Doğru		Kısmen Doğru	Yanlış		Boş
	Puan	4	3	2	1	0	0
Denklem	%	33,3	4,3	18,3	26,9	5,4	11,8

Tablo 13'e göre 3.soruyu öğrencilerin %37,6'sı doğru, %18,3'ü kısmen doğru, %32,3'ü yanlış cevaplandırmış, %11,8'i ise boş bırakmıştır.

Gerçek yaşam durumuna ait denklemi yazarak 4 puan alan öğrencilerin oranı %33,3 iken sabit terim ile x değişkeninin katsayısını karıştırarak $y=3x+2$ yerine $y=2x+3$ yazmaları dolayısıyla 3 puan alan öğrencilerin oranı %4,3'tür. Kısmen doğru kategorisinde yanıt veren öğrenciler (%18,3) ise Şekil 7' de görüldüğü gibi değişkenleri ters yerleştirmek veya değişkenler arasındaki ilişkiyi farklı temsillerde ifade etmesine rağmen denklem oluşturmamak gibi hatalar yaptıkları için 2 puan almışlardır.



Şekil 7. 3.soruya kısmen doğru kategorisinde verilen örnek cevap

Yanlış kategorisinde verilen yanıtlar incelendiğinde öğrencilerin %26,9'unun yanlışta olsa denklem oluşturmaları nedeniyle 1 puan aldığı, %5,4'ünün ise sorudaki durumu denklemle ifade etmediği ve değişkenler arasındaki ilişkiye ait hiçbir bilgi vermediği için 0 puan aldığı belirlenmiştir.

GYDT'nde doğrusal ilişki bulunan gerçek yaşam durumlarına ait farklı temsil biçimleri oluşturma sorularında öğrencilerin aldıkları puanların aritmetik ortalama ve standart sapma değerleri Tablo 14'teki gibi hesaplanmıştır.

Tablo 14. Öğrencilerin farklı temsil biçimlerine göre GYDT puanlarının ortalama ve standart sapma değerleri

	Tablo	Grafik	Denklem
Ort.	2,77	1,94	2,09
ss	1,45	1,11	1,53

Tablo 14 incelendiğinde öğrencilerin tablo oluşturma sorusunda ortalama puanlarının ($\bar{x}=2,77$), grafik ($\bar{x}=1,94$) ve denklem ($\bar{x}=2,09$) oluşturma sorularına göre daha yüksek olduğu görülmektedir. Puan ortalamalarının arasında anlamlı farklılık olup olmadığını belirlemek için kullanılan Kruskal Wallis H-testinin sonuçları Tablo 15’de yazılmıştır.

Tablo 15. Öğrencilerin GYDT’nden elde ettikleri puanların farklı temsil biçimlerine göre Kruskal Wallis H-testi sonuçları

Temsil Biçimleri	N	Sıra ortalaması	Sd	X ²	p	Anlamlı Fark
Tablo	93	168,20	2	18,769	0,000	1-2
Grafik	93	120,76				1-3
Denklem	93	131,04				

1: Tablo, 2: Grafik, 3: Denklem

Tablo 15’e göre öğrencilerin GYDT’nde yer alan farklı temsil biçimleri oluşturma sorularına ait ortalamaları arasında anlamlı farklılık tespit edilmiştir ($X^2(2)= 18,76$, $p<0,05$). Bu farklılığın hangi gruplar arasında bulunduğunu belirlemek için temsillerin ikili kombinasyonları üzerinde yapılan Mann Whitney U testi sonuçları Tablo 16’da yazılmıştır.

Tablo 16. Farklı temsil biçimlerine ait GYDT puanlarına ilişkin Mann Whitney U testi sonuçları

Temsiller	N	Sıra ortalaması	Sıra toplamı	U	p
Tablo	93	110,78	10302,50	2717,50	0,000
Grafik	93	76,22	7088,50		
Tablo	93	104,42	9711,00	3309,00	0,004
Denklem	93	82,58	7680,00		
Grafik	93	91,54	8513,50	4142,50	0,611
Denklem	93	95,46	8877,50		

Tablo 16 incelendiğinde yapılan çoklu karşılaştırmalar sonunda ortalamalar arasındaki bu farkın “tablo ile grafik” ve “tablo ile denklem” temsilleri arasında tablo temsil biçimi lehine olduğu görülmektedir ($p<0,05$).

Doğrusal ilişki bulunan gerçek yaşam durumlarına ait tablo, grafik ve denklem gibi farklı temsil biçimlerinin oluşturulmasının istendiği GYDT’nden elde edilen bulgulara göre öğrencilerin tablo oluşturmada gösterdiği başarı, grafik ve denklem oluşturmada gösterdiği başarıya göre anlamlı düzeyde daha yüksektir.

TARTIŞMA ve SONUÇ

Araştırmanın sonucunda, öğrencilerin verilen durumlardan hangisinin doğrusal ilişki belirttiğini tespit etmeye yönelik performanslarının temsil biçimlerine (tablo, grafik, denklem) göre farklılaştığı belirlenmiştir. Bulgulara göre, DİBT’nde grafik temsil türünde ortalama puan, tablo ve denklem temsil türlerine ait ortalama puanlardan anlamlı düzeyde daha yüksektir. Bu durum grafik temsil türünün, öğrencilerin doğrusal ilişki kavramını kullanarak yorum yapmalarına imkân sağlaması ve bu sayede öğrencilerin grafiğin doğru modelinde olması gerektiğini kolaylıkla düşünebilmeleriyle açıklanabilir. Ayrıca öğrenciler için tablo ve denklem olarak sunulan ilişkilerin, grafik olarak sunulan ilişkilere göre daha soyut olduğu düşünülebilir. DİBT’nde ortalama puanların düşük olduğu tablo ve denklem temsil türlerinin her ikisinde az sayıda öğrenci doğrusal ilişkinin varlığını nedenini açıklayarak tespit edebilmiştir. Bu bağlamda öğrencilerin doğrusal ilişki kavramına yönelik kavramsal öğrenme seviyelerinin düşük olduğu söylenebilir. Bu bulgu Bike Kalkan(2014) tarafından yapılan araştırmanın sonuçlarıyla benzerlik göstermektedir. Bike Kalkan (2014), doğrusal denklemler alt öğrenme alanında yer alan doğrusal ilişki ve eğitim kavramlarına ilişkin 8. sınıf öğrencilerinin kavramsal anlama ve cebirsel muhakeme yapılarını belirlemeyi amaçladığı araştırmasında; öğrencilerin çoğunun doğrusal ilişki, doğrunun grafiği ve eğimi hakkında zorluk yaşadıkları ve kavram yanlışlarına sahip oldukları, kavramlara ilişkin yeterli argüman geliştiremedikleri, ortaya attıkları argümanları da yeterince destekleyemedikleri bunlara bağlı olarak da sağlıklı bir cebirsel muhakeme yapamadıkları sonucunu elde etmiştir.

Araştırmada, öğrencilere değişkenleri arasında doğrusal ilişki bulunan gerçek yaşam durumları sözel olarak verilmiş ve bu sözel durumlara ait farklı temsil biçimleri oluşturmaları istenmiştir. GYDT’den elde edilen bulgulara göre öğrencilerin tablo, grafik ve denklem oluşturma becerileri arasında farklılık olduğu ve tablo oluşturma sorusunda denklem ve grafik oluşturma sorularına göre anlamlı düzeyde daha başarılı oldukları tespit edilmiştir. Öğrencilerin sözel bir durumu tabloya dönüştürmede diğer temsil türlerine göre zorluk yaşamamalarının nedeni olarak, birçok disiplin alanında ve her sınıf seviyesinde tablo yorumlama ve oluşturmaya yönelik kazanımların yer alması ayrıca denklem ve çizgi grafiği temsillerine ait kazanımların tablo temsiline kıyasla daha üst sınıf düzeylerinde yer alması gösterilebilir. Öğrencilerin GYDT’nde en düşük ortalamaya sahip olduğu temsil türü ise grafikdir. Gürbüz ve Şahin (2007) ve Sert (2007)’in çoklu temsiller üzerine yaptıkları çalışmalarda da benzer sonuçlar elde edilmiştir. 8.sınıf öğrencilerinin cebir öğrenme alanında çoklu temsiller arasındaki geçiş becerilerini incelemek amacıyla Gürbüz ve Şahin (2007) tarafından yapılan çalışmanın sonucunda öğrencilerin en çok sözel, denklem ve grafik temsil türlerinden tabloya geçişte başarılı olduklarını, sözel, tablo ve denklem temsil türlerinden grafiğe geçişte ise çok zorlandıklarını belirlemiştir. Bu sonucun nedenlerinden biri olarak tabloların diğer temsiller arasında bir prototip (ilk örnek) olmasını yani öğrencilerin verileri önce tablolaştırıp daha sonra diğer temsillere geçiş yapma eğiliminde olmalarını göstermiştir. Yine Sert (2007)’e göre öğrencilerin en çok problem yaşadığı dönüşümler denklem, tablo ve grafik temsil türlerinden sözlü anlatıma yapılan dönüşümler, en kolay gerçekleştirdikleri dönüşümler ise sözlü anlatım, denklem, grafik temsillerinden tabloya yapılan dönüşümlerdir.

Bu araştırmada öğrencilerin DİBT’ nde grafik temsil türünde verilen doğrusal ilişkiyi belirlemede oldukça başarılı oldukları görülürken, GYDT’nde gerçek yaşam durumuna ait grafik oluşturmada ise başarısız oldukları görülmüştür. Yapılmış olan bazı araştırmaların sonucunda da öğrencilerin hazır olarak verilen çizgi grafiğinde nokta okuma ve eğriyi yorumlamaya göre grafik oluşturmada daha çok zorlandıkları ortaya çıkmıştır (Çelik ve Sağlam, 2012; Yayıla ve Özsevgeç, 2014).

Araştırmadan elde edilen bulgularda öğrencilerin özellikle tablo ve denklem temsil biçimlerinde sunulan doğrusal ilişkiyi belirlemede zorlandıkları, doğrusal ilişkiyi belirleyebilen öğrencilerin büyük bir çoğunluğunun ise doğrusal ilişki kavramını açıklayamadıkları özellikle eşit aralıklarda olması gereken “değişim oranı” kavramına yönelik öğrenmelerinin gerçekleşmediği görülmüştür. Bu bulguyla paralellik gösteren ve öğrencilerin değişim oranı kavramına ilişkin algılarının yeterli olmadığını ortaya çıkaran araştırmalarda mevcuttur (Bike Kalkan, 2014; Teuscher ve Reys, 2010). Bu sonuçların ortaya çıkmasında öğretim ortamlarının ezber dayalı öğrenmeye göre düzenlenmesinin etkili olduğu düşünülebilir. Öğrencilerin kavramsal öğrenme düzeylerinin geliştirilebilmesi için farklı

temsil biçimlerini etkili olarak kullanabilmesine ve kavramlara yorum getirebilmesine olanak sağlayan etkinlik çalışmalarının yapılması ve temsiller arası geçişlerin yapılabilmesine imkân sağlanması gerekmektedir.

KAYNAKLAR

- Ainsworth, S. (1999). The functions of multiple representations. *Computers & Education*, 33, 131-152.
- Amit, M. & Fried, M. N. (2005). Multiple representations in 8th grade algebra lessons: Are learners really getting it? In H. L. Chick & J. L. Vincent (Eds), *Proceedings of the 29th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (ss. 57–63). Melbourne: PME.
- Bike Kalkan, D. (2014). *Sekizinci sınıf öğrencilerinin kavramsal anlama ve cebirsel muhakeme yapıları*. Yayınlanmamış yüksek lisans tezi, Anadolu Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Eskişehir.
- Balcı, A. (2001). *Sosyal bilimlerde araştırma: Yöntem, yeti ve ilkeler*. Ankara: Pegem Yayıncılık.
- Bayazıt, İ. (2011). Öğretmen Adaylarının Grafikler Konusundaki Bilgi Düzeyleri. *Gaziantep Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi*, 10(4), 1325 -1346 .
- Brenner, M. E., Mayer, R. E., Moseley, B., Brar, T., Duran, R., Reed, B. S. & Webb, D. (1997). Learning by understanding: The role of multiple representations in learning algebra. *American Educational Research Journal*, 34(4), 663-689.
- Bruner, J. S., & Kenney, H. J. (1965). Representation and mathematics learning. *Monographs of the Society for Research in Child Development*, 30(1), 50-59.
- Çelik, D. & Sağlam Arslan, A. (2012). Öğretmen adaylarının çoklu gösterimleri kullanma becerilerinin analizi. *Elementary Education Online*, 11(1), 239-250.
- De Bock, D., Van Dooren, W., Janssens, D. & Verschaffel, L. (2002). Improper use of linear reasoning: An in-depth study of the nature and the irresistibility of secondary school students' errors. *Educational Studies in Mathematics*, 50, 311-314.
- Delice, A. & Sevimli, E. (2010). Matematik öğretmeni adaylarının belirli integral konusunda kullanılan temsiller ile işlemsel ve kavramsal bilgi düzeyleri. *Gaziantep Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi*, 9(3), 581-605.
- Duval, R. (1999). Representation, vision and visualization: Cognitive functions in mathematical thinking. Basic issues for learning. In F. Hitt & M. Santos (Eds.), *Proceedings of the Twenty First Annual Meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (ss. 3-26). Columbus, OH: ERIC Clearinghouse for Science, Mathematics, and Environmental Education.
- Ev Çimen, E. (2012). Öğrencilerin matematiksel güç düzeylerini ölçme sürecinde dereceli puanlama anahtarı kullanımı. *3rd International Conference on New Trends in Education and Their Implications*. 26 - 28 April, Antalya, TÜRKİYE.
- Fennema, E. & Franke, M. L. (1992). *Teachers' knowledge and its impact*. In rouws, D. A (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (ss. 147-164). New York: Macmillan Publishing Company.
- Goodrich, H. (1997). Understanding rubrics. *Educational Leadership*, 54, 14-17.
- Goldin, G. A. (1998). Representational systems, learning, and problem solving in mathematics. *Journal of Mathematical Behavior*, 17(2), 137-165.
- Greeno, J. G., & Hall, R. P. (1997). Practicing representation: Learning with and about representational forms. *The Phi Delta Kappan*, 78(5), 361-367.

- Gürbüz, R. & Şahin, S. (2015). 8. Sınıf öğrencilerinin çoklu temsiller arasındaki geçiş becerileri. *K. Ü. Kastamonu Eğitim Dergisi*, 23(4), 1869-1888.
- Holmes, S. (2004). What does it say to you? *Mathematics Teaching*, 186, 14-17.
- Kaput, J. (1991). Notations and representations as mediators of constructive processes. In E. von Glasersfeld (Ed.), *Radical constructivism in mathematics education* (pp. 53-74). Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic Publishers.
- Karasar, N. (2005). *Bilimsel araştırma yöntemi*. Ankara: Nobel Yayın Dağıtım.
- Lesh, R. & Doerr, H. (2003). *Foundations of a models and modeling perspective on mathematics teaching, learning, and problem solving*. In R. Lesh, & H. Doerr (Eds.) *Beyond constructivism* (ss. 3-34). Hillsdale, NJ: Erlbaum.
- Milli Eğitim Bakanlığı [MEB] (2013). *Ortaokul matematik dersi (5, 6, 7 ve 8. Sınıflar) öğretim programı*. T.C. Milli Eğitim Bakanlığı. Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığı, Ankara.
- Paivio, A. (1969). Mental imagery in associative learning and memory. *Psychological Review*, 76(3), 241-263.
- Perkins, D. N. & Unger, C. (1994). A new look in representations for mathematics and science learning. *Instructional Science*, 22, 1-37.
- Pierce, R., Stacey, K., Wander, R. & Ball, L. (2011). The design of lessons using mathematics analysis software to support multiple representations in secondary school mathematics. *Technology, Pedagogy and Education*, 20(1), 95-112.
- Post, T. R. & Cramer, K. A. (1989). *Knowledge, representation, and quantitative thinking*. In M. C. Reynolds (Ed.), *Knowledge base for the beginning teacher* (ss. 221-232). New York: Pergamon.
- Reading, C. (1999). Understanding data tabulation and representation. In O. Zaslavsky (Ed.), *Proceedings of the 23rd Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, 4, 97-104. Haifa, Israel.
- Schultz, J.E. & Waters, M.S. (2000). Why Representations? *Mathematics Teacher*, 93(6), 448-453.
- Sert, Ö. (2007). *Eighth grade students' skills in translating among different representations of algebraic concepts*. Yüksek Lisans Tezi. Middle East Technical University, Ankara.
- Sfard, A. (1992). *Operational origins of mathematical objects and the quandary of reification-The case of function*. In E. Dubinsky, & G. Harel (Ed.), *The concept of function: Aspects of epistemology and pedagogy* (ss. 59-84). United States: Mathematical Association of America.
- Sierpinska, A. (1992). On understanding the notion of function (ed. E. Dubinsky, G. Harel). *The Concept of Function: Aspects of Epistemology and Pedagogy*. *Mathematical Association of America Notes*, 25, 25-58.
- Temiz, B. K. & Tan, M. (2009). Grafik çizme becerilerinin kontrol listesi ile ölçülmesi. *Selçuk Üniversitesi, Ahmet Keleşoğlu Eğitim Fakültesi Dergisi*, 27, 71 -83.
- Teuscher, D. & Reys, R. E. (2010). Slope, rate of change, and steepness: Do students understand these concepts? *Mathematics Teacher*, 103(7), 519- 524.
- Tripathi, P. N. (2008). Developing mathematical understanding through multiple representations. *Mathematics Teaching in Middle School*, 13(89), 438-445.
- Ural, A.(2012). Fonksiyon kavramı: Tanımsal bilginin, kavramın çoklu temsillerine transfer edilebilmesi ve bazı kavram yanlışları. *Pamukkale Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, Sayı 31 (Ocak 2012/I), ss. 93-105*.
- Van Dooren, W. and Greer, B. (2010). Students' behavior in linear and non-linear situations. *Mathematical Thinking and Learning*, 12(1), 1-3.

- Yaman, H. & Umay, A.(2013). İlköğretim öğrencilerinin sunum biçimlerine göre matematiksel örüntüleri algılayışları. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 28(1), 405-416.
- Yayla, G. & Özsevgeç, T. (2014).Ortaokul Öğrencilerinin Grafik Becerilerinin İncelenmesi: Çizgi Grafikleri Oluşturma ve Yorumlama. *K. Ü. Kastamonu Eğitim Dergisi*, 23(3), 1381-1400.
- Yerushalmy, M. (1997). Designing representations: Reasoning about functions of two variables. *Journal for Research in Mathematics Education*, 27(4), 431-466.