



RADYATÖR HAVA KANALLARINDA TAM GELİŞMİŞ AKIŞ VE ISI TRANSFERİNİN İNCELENMESİ

Duygu İPÇİ¹, Halit KARABULUT² ve Can ÇINAR³

¹Gazi Üniversitesi, Teknoloji Fakültesi, Otomotiv Mühendisliği Bölümü,
06500, Teknikokullar, Ankara, duyguipci@gaziedu.tr

²Gazi Üniversitesi, Teknoloji Fakültesi, Otomotiv Mühendisliği Bölümü,
06500, Teknikokullar, Ankara, halitk@gazi.edu.tr

³Gazi Üniversitesi, Teknoloji Fakültesi, Otomotiv Mühendisliği Bölümü,
06500, Teknikokullar, Ankara, cancinar@gazi.edu.tr

(Geliş Tarihi: 26.06.2015, Kabul Tarihi: 06.06.2016)

Özet: Otomotiv sektöründe kullanılmakta olan radyatörlerin daha az yer işgal etmesini sağlamak için son zamanlarda farklı kesitlere haiz küçük hava kanallarının kullanımına ağırlık verilmiştir. Bu kanallarda gerek hidrodinamik gerek termal giriş bölgesinin toplam kanal boyuna oranı oldukça küçüktür. Kanal içerisindeki akış laminar rejimde gerçekleşmekte olup hem hidrodinamik hem de termal yönden tam gelişmiş kabul edilmesi uygundur. Radyatörlerde dörtgen, üçgen, altıgen, sinüzoid, elipsoit, paraboloid gibi muhtelif kesitli hava akış kanalları kullanılmakla birlikte köşeleri keskin olmayan sinüzoid, elipsoit ve paraboloid kesitli kanalların imalatı ve ısı transferi özellikleri avantajlı görülmektedir.

Bu çalışmada kesiti paraboloid, ikizkenar üçgen, dik üçgen ve sinüzoid olan hava kanallarındaki konveksiyon ısı transferi sabit ısı akışı şartı ile incelenmiştir. Momentum ve enerji denklemlerinin sayısal çözümü için uygun olmayan kanal kesitleri, uygun transformasyonlar kullanılarak dikdörtgen veya kare şeklinde düzgün sayısal çözüm alanlarına dönüştürülmüştür. Hava kanallarının farklı yükseklik/genişlik oranları için hal çalışmaları yapılarak Nusselt sayısı ve Darcy sürtünme faktörü ile Reynolds sayısının ilişkisi (Poiseuille sayısı) belirlenmiştir. Belirlenen bu sayılar literatürde bulunan yakın geometrideki kanallar için verilen değerler ile kıyaslanarak doğruluğu teyit edilmiştir.

Anahtar Kelimeler: Tam gelişmiş akış, sabit ısı akışı, parabolik hava kanalı, üçgen hava kanalı, sinüzoid hava kanalı.

THE INVESTIGATION OF FULLY DEVELOPED FLOW AND HEAT TRANSFER IN RADIATOR AIR CHANNELS

Abstract: In automotive sector, in order to reduce the space occupied by engine radiators, the use of micro air channels with different cross-sections has been intensified. In these channels both; the hydrodynamic entry-length and the thermal entry-length are small enough compared to the total length of the channel. The flow in the channel occurs in laminar regime and it is plausible to assume it to be hydro-dynamically and thermally fully developed flow. In radiators, despite that several air channels with different cross-sections such as; tetragon, triangle, hexagon, sinusoid, parabola etc. are used, the channels with no sharp corners have advantages from manufacturing point of view and heat transfer point of view.

In this study, the convective heat transfer in parabolic, elliptic, sinusoidal and triangular cross-sectioned air channels has been investigated under the condition of constant heat flux. By using appropriate transformations, the solution domains of the momentum and energy equations, which are irregular for numerical solution, were transformed to regular domains like rectangle or square. By conducting case studies for different aspect ratios of air channels, Nusselt number, and the relations between Darcy friction factor and Reynolds number (Poiseuille number) have been determined. The accuracy of the Nusselt number and Poiseuille number were confirmed by comparing with the literature values given for other channels similar to parabolic channels.

Keywords: Fully developed flow, constant heat flux, parabolic air channel, triangular air channel, sinusoidal air channel.

Semboller Listesi

A	kanalın kesit alanı [m^2]
a	sinüzoidal kanalın taban genişliğinin yarısı [m]
b	sinüzoidal ve üçgen kanalın yüksekliğinin yarısı [m]
C_p	sabit basınçta özgül ısı [$J\ kg^{-1}\ K^{-1}$]
D_h	hidrolik çap [m]
f	Darcy sürtünme faktörü
$f\ Re$	Poiseuille sayısı
h	ısı taşınım katsayısı [$W\ m^{-2}\ K^{-1}$]
k	ısı iletim katsayısı [$W\ m^{-1}\ K^{-1}$]
m	Şekil 3 teki OA doğrusunun eğimi
Nu	Nusselt sayısı [hD_h/k]
P	parabolik kanalın taban genişliğinin ve üçgen kanalın taban genişliğinin yarısı [m]
P_m	kanalın ıslak çevre uzunluğu [m]
p	basınç [Pa]
Re	Reynolds sayısı [$V\rho D/\mu$]
T	sıcaklık [K]
T_w	duvar sıcaklığı [K]
T_b	kanalın herhangi bir kesitinde akışkanın bulk sıcaklığı [K]
T_c	kanalın merkezindeki sıcaklık [K]
w	hız [$m\ s^{-1}$]
\bar{w}	ortalama hız [$m\ s^{-1}$]
W	boyutsuz hız, Eşitlik (2)
\bar{W}	ortalama boyutsuz hız
x	akış yönüne dik olan bir koordinat elemanı [m]
x^*	parabolik ve üçgen kanalda x/P , sinüzoidal kanalda x/a oranı
y	akış yönüne dik olan bir koordinat elemanı [m]
y^*	parabolik kanalda y/y_p , üçgen kanalda $y/2b$, sinüzoidal kanalda $y/2b$ oranı
y_p	parabolik kanalın yüksekliği [m]
y_m	Şekil 1, Şekil 3 ve Şekil 5 te görülen normalleştirme parametreleri [m]
z	akış yönündeki koordinat elemanı [m]
θ	boyutsuz sıcaklık
$\bar{\theta}$	ortalama boyutsuz sıcaklık
μ	dinamik viskozite [$kg\ m^{-1}\ s^{-1}$]
ρ	yoğunluk [$kg\ m^{-3}$]
ψ	çözüm bölgesinin koordinat elemanı
η	çözüm bölgesinin koordinat elemanı
Φ	göstermelik bir değişken

GİRİŞ

Motor soğutma sisteminde yer alan radyatörler motor soğutma sıvısının ortam havası ile ısı alışverişini sağlayan elemanlardır. Mevcut durum itibari ile otomobil tasarımının gidişatı otomobillerin boyutlarını ve aerodinamik direnç katsayısını küçültmeye yönelmiştir. Otomobillerde radyatörlerin işgal ettiği yerin küçültülmesi hem otomobilin toplam hacminin küçültülmesi hem de aerodinamik direnç katsayısının küçültülmesi açısından önem arz etmektedir.

Radyatörlerde iç yüzeydeki ısı transferi motor soğutma sıvısı ile radyatörün iç çeperleri arasında, dış yüzeydeki ısı transferi ortam havası ile radyatörün dış çeperleri arasında gerçekleşmekte olup iç yüzeydeki ısı taşınım

katsayısı dış yüzeydeki ısı taşınım katsayısının 20 katı kadar büyük olmaktadır. Bu durum dış yüzeydeki ısı transferi alanının iç yüzeydeki ısı transferi alanının 20 katı kadar geniş olmasını gerekli kılmaktadır. Genişletme işlemi sıcak su kanalları arasına yerleştirilmiş, ısı iletim katsayısı yüksek ince metal tabakalardan yapılmış, kanatçık görevi yapan mikro hava kanalları yardımı ile gerçekleştirilmektedir. Hava kanallarındaki akış, su kanallarındaki akış doğrultusuna çapraz yönde gerçekleşmektedir. Bu sebeple hava kanallarının çeper sıcaklığının akış yönünde aşırı değişimler göstermesi beklenemez. Bununla birlikte tamamen sabit olması da mümkün görülmemektedir.

Radyatör mikro hava kanalları dörtgen, üçgen, altıgen, sinüzoidal ve parabolik gibi çeşitli geometrilere

yapılmaktadır. Kanalların ısı transferi etkinliğinin yanı sıra imalat kolaylığı da önem arz etmektedir. Radyatör hava kanallarındaki akış, hidrodinamik ve termal yönden giriş bölgesi ve tam gelişmiş akış bölgesi olmak üzere iki kısımda incelenmektedir. Havanın radyatör peteklerine doğru hareketi bir vantilatör yardımı ile ya da taşıtın hareketinden doğan akış sayesinde gerçekleştirilmektedir. Radyatör mikro hava kanallarındaki giriş bölgesi uzunluğu hidrolik çapın 5-10 katı kadar olup toplam kanal uzunluğunun en fazla % 20'si gibi küçük bir değerden ibarettir (Zhao ve Cheng, 1998).

Kanalın geri kalan kısmında gerek hidrodinamik gerek termal yönden tam gelişmiş akış oluşmaktadır. Radyatörlerde ortam havası ile radyatör arasındaki ısı transferinin etkinliği hem radyatör hava kanallarının yüzey genişliğine, hem de kanalların içerisindeki ısı taşınım katsayısına bağlıdır. Farklı hava kanalı kesitlerinin farklı ısı transferi karakteristikleri görülmektedir. Chen ve vd. (2000) tepe açıları 15, 30, 60 ve 90 derece olan düzgün üçgen kanalların ısı transferi ve sürtünme kaybı karakteristiklerini hem sabit duvar sıcaklığı hem de sabit ısı akısı için araştırmışlardır. Poiseuille sayısının ($f Re$) değerlerini 50.079, 51.931, 53.078 ve 52.313 olarak, sabit duvar sıcaklığı için Nusselt sayısının değerlerini 1.901, 2.278, 2.500 ve 2.363 olarak, sabit ısı akısı için Nusselt sayısının değerlerini 2.623, 2.928, 3.124, ve 2.997 olarak belirlemişlerdir. Niu ve Zang (2002), farklı yükseklik/genişlik oranları için sinüzoidal kesitli kanallardaki sürtünme faktörünü ve ısı transferini sabit duvar sıcaklığı şartı kullanarak analiz etmişlerdir. Sırasıyla 2, 1.5, 1, 0.75, 0.5 yükseklik/genişlik oranları için $f Re$ nin değerlerini 58.304, 55.736, 51.688, 49.304 ve 44.692 olarak, Nusselt sayısının değerlerini 2.658, 2.614, 2.463, 2.317 ve 2.135 olarak belirlemişlerdir. Velusamy ve Garg (1996) eliptik kanallardaki sürtünme faktörü ve ısı transferini sabit ısı akısı şartı kullanarak analiz etmişlerdir. Sırasıyla 0.7, 0.5, 0.3, 0.1 yükseklik/genişlik oranları için $f Re$ nin değerlerini 64.952, 67.276, 71.556 ve 77.228 olarak, Nusselt sayısının değerlerini 4.417, 4.552, 4.802 ve 5.125 olarak belirlemişlerdir.

Sadasivam ve vd. (1999) yamuk ve altıgen kanallardaki hidrodinamik sürtünme ve ısı transferini dört farklı trapezoid açısı ve farklı kenar oranları için hem sabit ısı akısı hem de sabit duvar sıcaklığı şartı altında incelemişlerdir. Campo ve vd. (1997) sinüs dalgası, eşkenar dörtgen, hilal ay ve dört sivri uçlu yıldız (four cusped duct) kanallardaki hidrodinamik sürtünme faktörü ve ısı transferini incelemiştir. Yazarlar sivri uçlu yıldız kanal için $f Re$ nin değerini 26.55, sabit duvar sıcaklığı için Nusselt sayısının değerini 1.10 olarak vermişlerdir.

Termal ve hidrodinamik yönden tam gelişmiş akıştaki ısı transferinin analizi tam gelişmiş akışın momentum denklemi ve enerji denkleminin çözümünü

gerektirmektedir. Momentum denklemi yalnız akışa dik doğrultudaki türevleri kapsamakta olup çözümü iki boyutlu bir düzlemde yapılmaktadır. Enerji denklemi hem akışa dik doğrultularda hem de akış doğrultusunda türevler ihtiva etmektedir. Akış doğrultusundaki türevler denklemin çözümünü zorlaştırdığı için bu türevlerin yok edilmesi yoluna gidilmektedir. Akış doğrultusundaki türevlerin yok edilmesi için sabit ısı akısı ve sabit duvar sıcaklığı olmak üzere iki kabul yapılmaktadır. Sabit ısı akısı ve sabit duvar sıcaklığı için elde edilen Nusselt sayıları tam gelişmiş akıştaki ısı transferinin fiziki limitlerini göstermektedir. Sabit ısı akısı şartı iki özel hali kapsamakta olup, bunlardan birisi kanalın ısı iletkenliği çok yüksek malzemeden yapılmış olması durumunda ortaya çıkan tekdüze çevresel duvar sıcaklığı halidir. Bu hal ısı transferi alanında çalışanlar tarafından H1 sınır şartı olarak adlandırılmaktadır (Dharaiya ve Kändlikar, 2012).

Diğeri; kanalın ısı iletkenliği çok düşük bir malzemeden yapılmış olması durumunda ortaya çıkan hem aksel hem de çevresel olarak tekdüze ısı akısının ortaya çıkması halidir. Bu hal H2 sınır şartı olarak adlandırılmaktadır. Genel olarak sabit ısı akısı için elde edilen Nusselt sayıları sabit duvar sıcaklığı için elde edilen Nusselt sayılarından %30 kadar daha büyük çıkmaktadır. Tam gelişmiş akış; üçgen, parabol, elips ve sinüs dalgası gibi bir kanal içerisinde gerçekleşiyorsa, momentum ve enerji denklemlerinin sayısal çözümü için uygulanan grid ağı eşit olmayan grid mesafeleri ihtiva eder ve bu da momentum ve enerji denklemlerinin sayısal çözümünü hemen hemen imkansız hale getirir. Bu zorluğu ortadan kaldırmanın yolu üçgen, paraboloid, elipsoit, sinüzoid gibi düzensiz kesitli çözüm bölgelerini koordinat transformasyonu ile düzenli çözüm bölgelerine dönüştürmektir. Bu işlem çözüm bölgesinin veya alan denklemlerinin normalleştirilmesi olarak adlandırılmaktadır.

Boru veya kanallardaki ısı transferi üzerinde etkili olan önemli faktörlerden birisi türbülansdır. Deneysel çalışmalar Reynolds sayısının 12000 den küçük olduğu hallerde türbülansın ısı transferi üzerindeki etkisinin göz ardı edilebileceğini göstermektedir (Rao ve vd., 2006). Boru veya kanallardaki ısı transferi üzerinde etkisi olan bir diğer faktör sıkışıklık faktörüdür. Sıkışık akışkanların bir kanal içerisindeki akışı esnasında hacim artışı ya da azalması olduğu için hız profili sürekli bir değişime sergiler ve tam gelişmiş akış profili oluşmaz. Bu sebeple sıkışık akışkanların kanal içerisindeki akışında oluşan ısı transferini matematiksel olarak modellemek oldukça karmaşık bir problem olarak ortaya çıkmaktadır. Bununla birlikte Mach sayısı 1/3 den küçükse yoğunluk değişimi göz ardı edilebilir ve sıkışmaz akış yaklaşımı ile ısı transferi modellemesi yapılır (Zhao ve Cheng, 1998; Guo ve Li, 2003).

Tam gelişmiş akışta en çok kullanılan boyutsuz hız ve boyutsuz sıcaklık tanımlamaları $w = W \frac{D^2 dp}{\mu dz}$;

$$\theta(x, y) = \frac{T - T_w}{T_b - T_w}, \quad \theta(x, y) = \frac{T_w - T}{T_w - T_c} \quad \text{ve}$$

$$\theta(x, y) = \frac{T_w - T}{T_w - T_b} \quad \text{şeklinde olup, bu tanımlamalarda}$$

bulunan W ve θ fonksiyonları yalnız akışa dik koordinatlara bağlıdır (Aydın ve Avcı, 2007; Incropera ve DeWitt, 2007; Shah ve London, 1971; Patankar, 1980). Boyutsuz hızda bulunan D ; bir karakteristik uzunluğu göstermekte olup hidrolik çapta olabilir.

Bir hava kanalı eşkenar üçgen, parabolit ve sinüzoit gibi simetrik bir kesite sahipse hız ve sıcaklık alan denklemlerinin kanalın yarım ya da çeyrek bölgesinde çözülmesi yeterli olmaktadır (Sadasiyam ve vd., 1999; Ko, 2007, Karabulut ve vd., 2016). Böyle hallerde simetri eksenini üzerinde türevsel sınır şartları (Neumann tipi sınır şartları) kullanılmaktadır.

Muhtelif geometrilere haiz kanallarda laminer akıştaki ısı transferini incelemek için çok sayıda teorik ve deneysel çalışma yapılmış olup, 1972'den önce yapılan teorik çalışmaların bir kısmının sonuçları Shah ve London (1971) tarafından Amerikan Silahlı Kuvvetleri adına hazırlanan bir raporda görülmektedir. Bu araştırmalarda normalize edilmiş alan denklemlerinin sonlu farklar yaklaşımı, kuvvet serileri ve Least-Square yaklaşımları ile çözüldüğü ifade edilmektedir.

Mikro kanalların hidrolik çapları 1 mm'den az olduğunda momentum ve enerji denklemlerinin çözümünden gaz akışkanlar için elde edilen ısı transferi karakteristikleri pratik bulgularla benzeşmemektedir. Bu farklılaşmanın sebebi yeterince anlaşılmamış olmakla birlikte dar kanallardaki akışta gaz moleküllerinin serbest titreşim yol uzunluğu ile ilişkili olacağı ifade edilmektedir (Palm, 2001). Otomobil radyatörlerinde kullanılan kanalların hidrolik çapları ekseriyetle 1 mm'den büyük olduğu için ısıl analizlerin klasik teoriyle yapılmasında bir sakınca görülmemektedir.

Mevcut çalışmada parabolit, sinüzoit, ikizkenar üçgen ve dik üçgen kanallardaki ısı transferi sabit ısı akışı şartı ile incelenmiştir. Parabolit kanalda momentum ve enerji denklemlerinin çözümü kanalın tam kesiti üzerinde, üçgen ve sinüzoit kanallarda yarım kesiti üzerinde yapılmıştır. Enerji denkleminin çözümünde kanalın çevresel sıcaklığı sabit ($H1$ sınır şartı) kabul edilmiştir.

Bu çalışmanın kapsadığı başlıca yenilik parabolit kanalların hidrodinamik ve ısıl analizleridir. Bu kapsamda belirli bir parabolit kanalın matematiksel tanımlaması yapılmış ve söz konusu kanalın akış kesiti uygun koordinat dönüşümleri yapılarak düzgün bir çözüm bölgesine dönüştürülmüştür. Ayrıca dönüştürülmüş denklemlerin çözümü Newton-Raphson metodu ile sayısal olarak yapılmıştır.

MATEMATİKSEL MODELLEME

Tam Gelişmiş Akışın Momentum ve Enerji Denklemleri

Hidrodinamik yönden tam gelişmiş akış, kesiti değişmeyen bir kanalda görülebilen bir boyutlu bir akıştır. Kanal kesitine paralel koordinatlar x ve y , kanal kesitine dik koordinat z olmak üzere akışı yöneten momentum denklemi,

$$\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} = \frac{1}{\mu} \frac{dp}{dz} \quad (1)$$

şeklinde verilmekte olup, w kanal eksenini doğrultusundaki hız bileşenini göstermektedir. D_h hidrolik çap olmak üzere,

$$w = W \frac{D_h^2}{\mu} \frac{dp}{dz} \quad (2)$$

şeklinde boyutsuz bir hız tanımlaması yapılırsa Eşitlik (1),

$$\frac{\partial^2 W}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 W}{\partial y^2} = \frac{1}{D_h^2} \quad (3)$$

şekline dönüşür. Hidrodinamik yönden tam gelişmiş akışın enerji denklemi,

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = \frac{\rho C_p}{k} w \frac{\partial T}{\partial z} \quad (4)$$

şeklinde verilmektedir. Akışkan ile katı cidar arasındaki ısı akışı aksel olarak sabit kabul edilirse Newton'un soğutma yasası ve termodinamiğin birinci kanunundan,

$$hP_m (T_w - T_b) = A \bar{w} \rho C_p \frac{dT_b}{dz} = C_0 \quad (5)$$

yazılır. Bu eşitlik sabit ısı akışı şartı olarak adlandırılabilir. Son eşitlikte bulunan h , P_m ve A sırası ile ısı taşınım katsayısını, kanalın ıslak çevre uzunluğunu ve kesit alanını göstermektedir. T_w ve T_b sırası ile kanalın cidar sıcaklığını ve akışkanın bulk sıcaklığını göstermektedir. Isı taşınım katsayısının çevresel ve aksel olarak değişmediği kabul edilirse, son eşitlikten,

$$\frac{\partial T_w}{\partial z} = \frac{dT_b}{dz} = - \frac{hP_m (T_b - T_w)}{A \bar{w} \rho C_p} = C_1 \quad (6)$$

olduğu görülmektedir.

$$T = (T_b - T_w) \times \theta(x, y) + T_w \quad (7)$$

şeklinde bir boyutsuz sıcaklık tanımlanırsa,

$$\frac{\partial T}{\partial z} = \frac{dT_w}{dz}, \quad (8)$$

$$\frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = 0 \quad (9)$$

olur. Eşitlik (2) kullanılarak ortalama hız,

$$\bar{w} = \bar{W} \frac{D_h^2}{\mu} \frac{dp}{dz} \quad (10)$$

şeklinde ifade edilebilir. Eşitlik (2) ve Eşitlik (10) un bileşiminden,

$$\frac{w}{\bar{w}} = \frac{W}{\bar{W}} \quad (11)$$

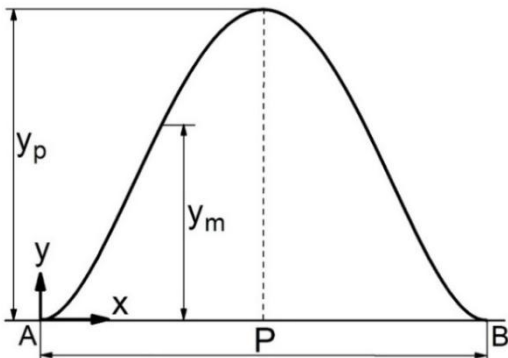
elde edilir. Eşitlik (5), (6), (7), (8), (9) ve (11) yardımı ile yukarıda verilen enerji denklemi,

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} = -\frac{W}{\bar{W}} \frac{hP_m}{kA} = -4 \frac{W}{\bar{W}} \frac{Nu}{D_h^2} \quad (12)$$

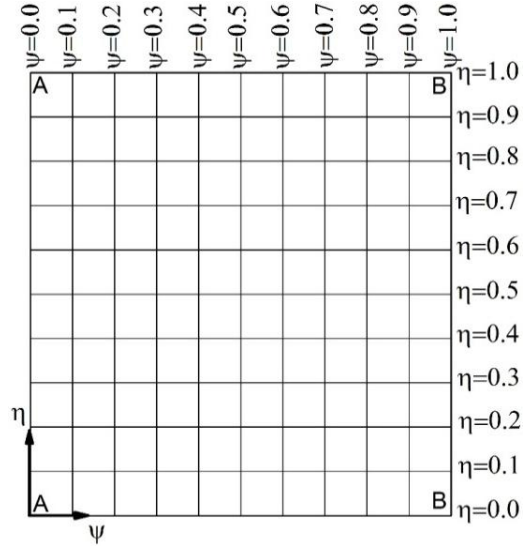
şeklinde düzenlenebilir.

Paraboloit Kanalda Tam Gelişmiş Akış

Paraboloit kanal Şekil 1'de görüldüğü üzere yatay bir düz çizgi ile bir parabolik eğrinin oluşturduğu düşey eksene göre simetrik bir akış bölgesidir. Hidrodinamik ve ısı alan denklemleri paraboloit bir kanalın yarısında ya da tamamında çözülerek ısı transferi incelenebilir. Bu araştırmada momentum ve enerji denklemlerinin paraboloit kanalın tamamında çözülmesi yoluna gidilmiştir.



Şekil 1. Paraboloit kanal ve koordinat elemanları



Şekil 2. Paraboloit kanalın kesitinin (ψ, η) koordinat sistemindeki görünüşü

Şekil 1'de görülen paraboloit kanalın üst sınırı,

$$\frac{y_m}{y_p} = A \frac{x^5}{P^5} + B \frac{x^4}{P^4} + C \frac{x^3}{P^3} + \quad (13)$$

$$D \frac{x^2}{P^2} + E \frac{x}{P} + F$$

şeklinde bir polinom ile tanımlanabilir. Bu eşitlikte P ve y_p sırası ile paraboloit kanalın taban genişliğini ve yüksekliğini göstermektedir. Son eşitlikte $\frac{x}{P} = \psi$, dönüşümü yapılırsa,

$$y_m = \left(A\psi^5 + B\psi^4 + C\psi^3 + D\psi^2 + \right) y_p \quad (14)$$

olur. Bu eşitlikte,

$$\psi = 0, \quad y_m = 0, \quad y'_m = 0 \quad (16)$$

$$\psi = 0.5, \quad y_m = y_p, \quad y'_m = 0 \quad (17)$$

$$\psi = 1, \quad y_m = 0, \quad y'_m = 0 \quad (18)$$

nodal değerleri kullanılarak paraboloit kanalın parabolik kenarının tanımı,

$$y_m = (16\psi^4 - 32\psi^3 + 16\psi^2) y_p \quad (19)$$

olarak belirlenir. Şekil 1 deki paraboloit kanalın kesitini kare şeklinde bir çözüm bölgesine (computational domain) dönüştürmek için,

$$\psi = \frac{x}{P} \quad (20)$$

$$\eta = \frac{y}{(16\psi^4 - 32\psi^3 + 16\psi^2)y_p} \quad (21)$$

şeklinde bir koordinat dönüşümünün yapılması mümkündür. Bu koordinatların değişim aralıkları $0 \leq \psi \leq 1$ ve $0 \leq \eta \leq 1$ olur.

Şekil 1 deki paraboloid kanalın (ψ, η) koordinat sistemindeki görünüşü Şekil 2 deki gibi olur. Görüldüğü üzere Şekil 1 deki A ve B noktaları Şekil 2 deki çözüm bölgesinin düşey kenarlarıdır. Eşitlik (3) ün (ψ, η) koordinatına transfer edilmiş şekli,

$$\begin{aligned} & \frac{\partial^2 W}{\partial \psi^2} \left[(16\psi^4 - 32\psi^3 + 16\psi^2)^2 \right] - \\ & \frac{\partial^2 W}{\partial \eta \partial \psi} \left[2\eta (64\psi^3 - 96\psi^2 + 32\psi)(16\psi^4 - 32\psi^3 + 16\psi^2) \right] \quad (22) \\ & + \frac{\partial^2 W}{\partial \eta^2} \left[\eta^2 (64\psi^3 - 96\psi^2 + 32\psi)^2 + \frac{P^2}{y_p^2} \right] \\ & + \frac{\partial W}{\partial \eta} \left[\frac{2\eta (64\psi^3 - 96\psi^2 + 32\psi)^2 - \eta (192\psi^2 - 192\psi + 32)(16\psi^4 - 32\psi^3 + 16\psi^2)}{D_h^2} \right] \\ & = \frac{P^2 (16\psi^4 - 32\psi^3 + 16\psi^2)^2}{D_h^2} \end{aligned}$$

olur. Son eşitlik,

$$\begin{aligned} & \frac{\partial^2 W}{\partial \psi^2} G_1(\psi) - \frac{\partial^2 W}{\partial \eta \partial \psi} G_2(\psi, \eta) + \\ & \frac{\partial^2 W}{\partial \eta^2} G_3(\psi, \eta) + \frac{\partial W}{\partial \eta} G_4(\psi, \eta) = G_5(\psi) \quad (23) \end{aligned}$$

şeklinde düzenlenebilir. Eşitlik (23) ün sınır şartları,

$$\begin{aligned} \psi = 0, & \quad W = 0 \\ \psi = 1, & \quad W = 0 \\ \eta = 0, & \quad W = 0 \\ \eta = 1, & \quad W = 0 \end{aligned}$$

şeklinde olur. Boyutsuz hızın ortalama değeri,

$$\bar{W} = \frac{1}{A} \int_A W dA \quad (24)$$

şeklinde hesaplanabilir. Son eşitlikte bulunan dA ,

$$dA = Py_p (16\psi^4 - 32\psi^3 + 16\psi^2) d\eta d\psi \quad (25)$$

şeklinde tanımlanır. Son eşitliğin integralinden paraboloid kanalın yüzey genişliği,

$$A = \frac{8}{15} Py_p \quad (26)$$

olarak belirlenir. Paraboloid kanalın hidrolik çapı,

$$D_h = \frac{32P y_p}{15 \left(P + \int_0^1 \sqrt{P^2 + y_p^2 (64\psi^3 - 96\psi^2 + 32\psi)^2} d\psi \right)} \quad (27)$$

şeklinde ifade edilebilir. Darcy sürtünme faktörü ile Reynolds sayısının çarpımı,

$$f \text{ Re} = \left(2 \frac{dp}{dz} \frac{D_h}{\rho \bar{W}^2} \right) \left(\frac{\rho D_h \bar{W}}{\mu} \right) = \frac{2}{\bar{W}} \quad (28)$$

olur. Bu eşitlik kanal geometrisi ile ilgili herhangi bir parametre içermediği için kesit şekli nasıl olursa olsun bütün sabit kesitli kanallar için geçerlidir.

Eşitlik (12) nin Eşitlik (20) ve (21) ile tanımlanan (ψ, η) koordinat sistemine aktarılmış şekli,

$$\begin{aligned} & \left[(16\psi^4 - 32\psi^3 + 16\psi^2)^2 \right] \frac{\partial^2 \theta}{\partial \psi^2} - \\ & \left[2\eta (64\psi^3 - 96\psi^2 + 32\psi)(16\psi^4 - 32\psi^3 + 16\psi^2) \right] \frac{\partial^2 \theta}{\partial \eta \partial \psi} \quad (29) \\ & + \left[\eta^2 (64\psi^3 - 96\psi^2 + 32\psi)^2 + \frac{P^2}{y_p^2} \right] \frac{\partial^2 \theta}{\partial \eta^2} \\ & + \left[\frac{2\eta (64\psi^3 - 96\psi^2 + 32\psi)^2 - \eta (192\psi^2 - 192\psi + 32)(16\psi^4 - 32\psi^3 + 16\psi^2)}{D_h^2} \right] \frac{\partial \theta}{\partial \eta} \\ & = - \frac{P^2 (16\psi^4 - 32\psi^3 + 16\psi^2)^2}{D_h^2} \frac{4 \cdot W \cdot Nus}{\bar{W}} \end{aligned}$$

olur. Son eşitlik,

$$\begin{aligned} & \frac{\partial^2 \theta}{\partial \psi^2} G_1(\psi) - \frac{\partial^2 \theta}{\partial \eta \partial \psi} G_2(\psi, \eta) + \\ & \frac{\partial^2 \theta}{\partial \eta^2} G_3(\psi, \eta) + \frac{\partial \theta}{\partial \eta} G_4(\psi, \eta) = \\ & -G_5(\psi) \frac{4 \cdot W \cdot Nu}{\bar{W}} \quad (30) \end{aligned}$$

şeklinde düzenlenebilir. Son eşitlikte bulunan $G_1(\psi)$, $G_2(\psi, \eta)$, $G_3(\psi, \eta)$, $G_4(\psi, \eta)$ ve $G_5(\psi)$ fonksiyonları (23) numaralı eşitlikte bulunanlar ile aynıdır. Bu eşitliğin H1 sınır şartları,

$$\begin{aligned}\psi &= 0, & \theta &= 0 \\ \psi &= 1, & \theta &= 0 \\ \eta &= 0, & \theta &= 0 \\ \eta &= 1, & \theta &= 0\end{aligned}$$

olur (Morini, 2000). Eşitlik (30) da bulunan Nu belirsiz olup, belirlenmesinde konvektif sınır şartı veya θ nın kütle ortalaması kullanılmaktadır.

θ nın kütle ortalamasını kullanmak daha avantajlı görülmektedir. θ nın kütle ortalaması; Eşitlik (7) nin bütün terimlerini $\frac{W}{A\bar{W}}$ ile çarptıktan sonra kanalın kesit alanı üzerinde integralleyerek elde edilir. İşlem,

$$\frac{1}{A} \int_A \frac{W}{\bar{W}} \theta dA = 1.0 \quad (31)$$

ile neticelenir (Niu ve Zang, 2002).

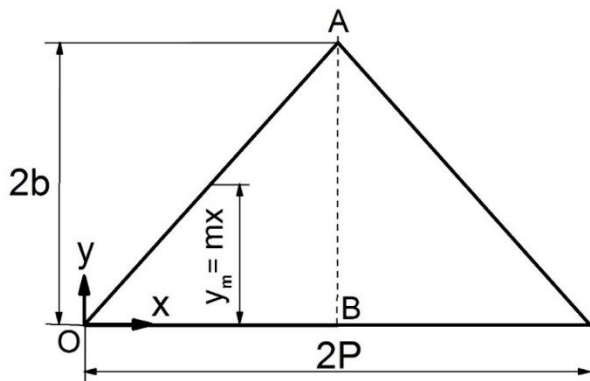
Üçgen Kanallarda Tam Gelişmiş Akış

Üçgen kanalların çok farklı şekilleri mevcut olmakla birlikte ısı değiştirgeçlerinde daha çok simetrik kanallar kullanılabilir. Şekil 3 te bir üçgen kanal ve kullanılan koordinat elemanları görülmektedir.

Üçgen kanalın gerçek kesit alanının tamamını matematiksel bir çözüm bölgesine dönüştüren bir transformasyon belirlemek kolay değildir.

Bu zorluğu ortadan kaldırmanın yolu üçgenin alanını iki simetrik parçaya ayırarak sadece parçalardan bir tanesini uygun bir transformasyon kullanarak düzenli bir çözüm bölgesine dönüştürmektir.

Bu durumda çözüm bölgesinin sınırlarından birisini üçgenin simetri eksenini oluşturacaktır.



Şekil 3. Simetrik üçgen kanal ve koordinat elemanları

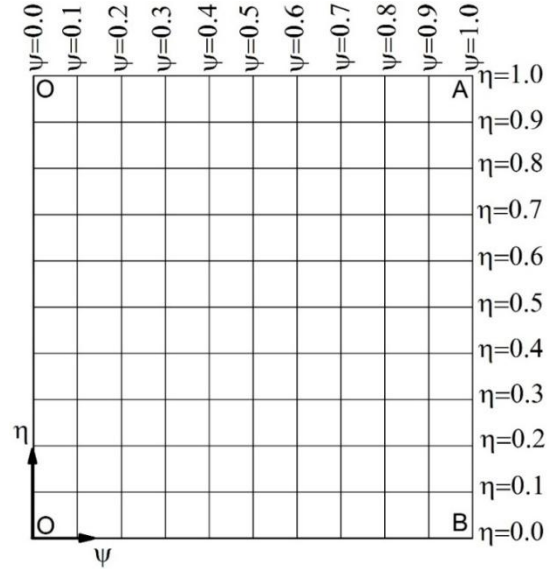
Şekil 3 te görülen AOB bölgesi çözüm bölgesi olarak seçilmiştir. Bu bölgenin kare şeklinde bir çözüm

bölgesine (computational domain) dönüştürülebilmesi için,

$$\psi = \frac{x}{P} \quad (32)$$

$$\eta = \frac{y}{mx} \quad (33)$$

dönüşümleri kullanılabilir.



Şekil 4. Üçgen kanalın yarı kesitinin (ψ, η) koordinat sistemindeki görünüşü

Eşitlik (33) te bulunan m Şekil 3 te görülen üçgenin OA kenarının eğimini göstermektedir. Şekil 3 teki AOB üçgeninin (ψ, η) koordinat sistemindeki görünüşü Şekil 4 teki gibi olur. Görüldüğü üzere Şekil 3 teki O noktası Şekil 4 te bir doğru olmaktadır. Eşitlik (3) ün Eşitlik (32) ve Eşitlik (33) ile tanımlanan (ψ, η) koordinat sistemine transfer edilmiş şekli,

$$\begin{aligned}\frac{\partial^2 W}{\partial \psi^2} (m^2 \psi^2 \eta^2) - \frac{\partial^2 W}{\partial \eta \partial \psi} (2\psi m^2 \eta^3) + \\ \frac{\partial^2 W}{\partial \eta^2} (m^2 \eta^4 + \eta^2) + \frac{\partial W}{\partial \eta} (2m^2 \eta^3) = \frac{m^2 \psi^2 \eta^2 n^2}{D_h^2}\end{aligned} \quad (34)$$

olur. Son eşitlik,

$$\begin{aligned}\frac{\partial^2 W}{\partial \psi^2} G_1(\psi, \eta) - \frac{\partial^2 W}{\partial \eta \partial \psi} G_2(\psi, \eta) + \\ \frac{\partial^2 W}{\partial \eta^2} G_3(\eta) + \frac{\partial W}{\partial \eta} G_4(\eta) = G_5(\psi, \eta)\end{aligned} \quad (35)$$

olarak düzenlenebilir. Eşitlik (35) in sınır şartları,

$$\begin{aligned}\psi = 0, \quad W = 0 \\ \psi = 1, \quad \frac{\partial W}{\partial \psi} \frac{1}{n} - \frac{\partial W}{\partial \eta} \frac{\eta}{n\psi} = 0 \\ \eta = 0, \quad W = 0 \\ \eta = 1, \quad W = 0\end{aligned}$$

şeklinde olur. Boyutsuz hızın ortalaması yine Eşitlik (24) ile hesaplanacaktır. Ancak alanın diferansiyeli,

$$dA = n^2 m \psi d\eta d\psi \quad (36)$$

olmaktadır. Son eşitliğin integralinden üçgen kanalın kesit alanı,

$$A = n^2 m \frac{1}{2} \quad (37)$$

olarak belirlenir. Kanalın hidrolik çapı,

$$D_h = \frac{2(n^2 m)}{n(1+m+\sqrt{1+m^2})} \quad (38)$$

şeklinde gösterilebilir. Eşitlik (12) nin Eşitlik (32) ve Eşitlik (33) ile tanımlanan (ψ, η) koordinat sistemine aktarılmış şekli,

$$\begin{aligned}\frac{\partial^2 \theta}{\partial \psi^2} \eta^2 m^2 \psi^2 - \frac{\partial^2 \theta}{\partial \eta \partial \psi} 2\psi \eta^3 m^2 + \\ \frac{\partial^2 \theta}{\partial \eta^2} (m^2 \eta^4 + \eta^2) + \frac{\partial \theta}{\partial \eta} 2\eta^3 m^2 = \\ - \frac{\eta^2 m^2 \psi^2 n^2}{D_h^2} \frac{4W}{\bar{W}} Nu\end{aligned} \quad (39)$$

olur. Son eşitliğin kısaltılmış şekli,

$$\begin{aligned}\frac{\partial^2 \theta}{\partial \psi^2} G_1(\psi, \eta) - \frac{\partial^2 \theta}{\partial \eta \partial \psi} G_2(\psi, \eta) + \\ \frac{\partial^2 \theta}{\partial \eta^2} G_3(\eta) + \frac{\partial \theta}{\partial \eta} G_4(\eta) = \\ -G_5(\psi, \eta) \frac{4\theta}{\bar{W}} Nu\end{aligned} \quad (40)$$

olur. Eşitlik (35) deki $G_1(\psi, \eta)$, $G_2(\psi, \eta)$, $G_3(\eta)$, $G_4(\eta)$ ve $G_5(\psi, \eta)$ fonksiyonları ile Eşitlik (40) dakiler aynıdır. Eşitlik (40) ın sınır şartları,

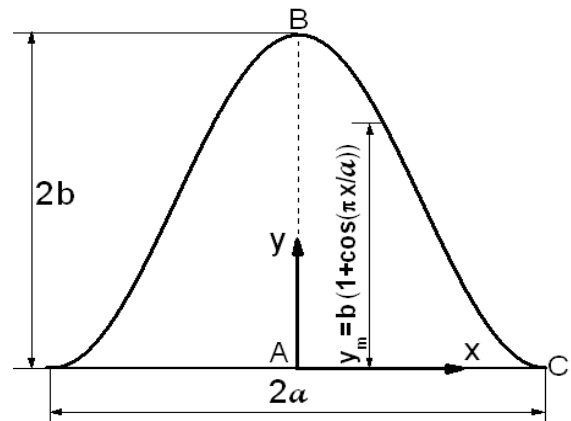
$$\psi = 0, \quad \theta = 0$$

$$\begin{aligned}\psi = 1, \quad \frac{\partial \theta}{\partial \psi} \frac{1}{n} - \frac{\partial \theta}{\partial \eta} \frac{\eta}{n\psi} = 0 \\ \eta = 0, \quad \theta = 0 \\ \eta = 1, \quad \theta = 0\end{aligned}$$

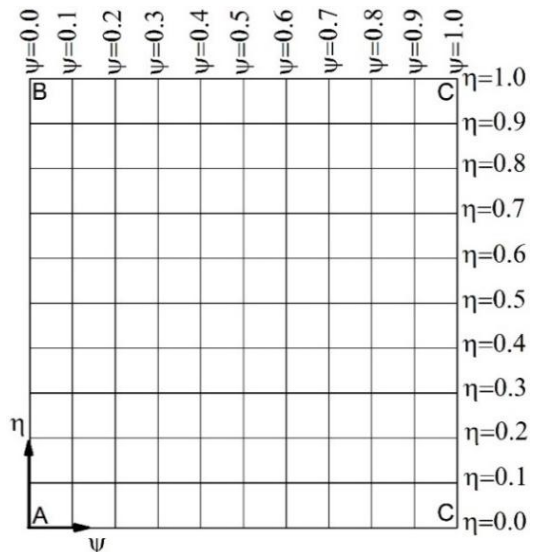
şeklinde olur. Nu sayısının belirlenmesinde yine Eşitlik (31) kullanılacaktır.

Sinüzoid Kanallarda Tam Gelişmiş Akış

Şekil 5'de bir sinüzoid kanal ve kullanılan koordinat elemanları görülmektedir. Üçgen kanalda olduğu gibi sinüzoid kanalda da gerçek kesit alanının tamamını matematiksel bir çözüm bölgesine dönüştüren bir transformasyon belirlemek kolay değildir. Bu zorluğu ortadan kaldırmanın yolu sinüzoid kanalın alanını iki simetrik parçaya bölerek sadece parçalardan bir tanesini uygun bir transformasyon kullanarak düzenli bir çözüm bölgesine dönüştürmektir. Şekil 5 te görülen y eksenine göre simetrik olan bölgenin sağ yarısı çözüm bölgesi olarak seçilmiştir.



Şekil 5. Simetrik sinüzoid kanal ve koordinat elemanları



Şekil 6. Sinüzoid kanalın yarı kesitinin (ψ, η) koordinat sistemindeki görünüşü

Bu durumda çözüm bölgesinin sınırlarından birini sinüzoid kanalın simetri eksenini oluşturacaktır. Bu bölgenin kare şeklinde bir çözüm bölgesine dönüştürülebilmesi için,

$$\psi = \frac{x}{a} \quad (41)$$

$$\eta = \frac{y}{b \left(1 + \cos \frac{\pi x}{a} \right)} \quad (42)$$

transformasyonları uygulanabilir. Yine sinüzoid kanalda da bu koordinatların değişim aralıkları $0 \leq \psi \leq 1$ ve $0 \leq \eta \leq 1$ olur. Şekil 5 teki sağ yarım bölgenin Eşitlik (41) ve Eşitlik (42) ile tanımlanan (ψ, η) koordinat sistemindeki görünüşü Şekil 6 daki gibi olur.

Eşitlik (3) ün Eşitlik (41) ve Eşitlik (42) ile tanımlanan (ψ, η) koordinat sistemine transfer edilmiş şekli,

$$\begin{aligned} & \frac{\partial^2 W}{\partial \psi^2} b^2 (1 + \cos \pi \psi)^2 + \\ & \frac{\partial^2 W}{\partial \psi \partial \eta} 2\eta b^2 \pi \sin(\pi \psi)(1 + \cos \pi \psi) + \\ & \frac{\partial^2 W}{\partial \eta^2} (\eta^2 b^2 \pi^2 (\sin \pi \psi)^2 + a^2) + \\ & \frac{\partial W}{\partial \eta} (\eta b^2 \pi^2 (\cos \pi \psi + 1) + \eta b^2 \pi^2 (\sin \pi \psi)^2) = \\ & \frac{a^2 b^2 (1 + \cos \pi \psi)^2}{D_h^2} \end{aligned} \quad (43)$$

olur. Son eşitlik,

$$\begin{aligned} & \frac{\partial^2 W}{\partial \psi^2} G_1(\psi) + \frac{\partial^2 W}{\partial \eta \partial \psi} G_2(\psi, \eta) + \frac{\partial^2 W}{\partial \eta^2} G_3(\psi, \eta) + \\ & \frac{\partial W}{\partial \eta} G_4(\psi, \eta) = G_5(\psi) \end{aligned} \quad (44)$$

şeklinde düzenlenir. Eşitlik (44) ün sınır şartları,

$$\begin{aligned} \psi = 0, & \quad \frac{\partial W}{\partial \psi} = 0 \\ \psi = 1, & \quad W = 0 \\ \eta = 0, & \quad W = 0 \\ \eta = 1, & \quad W = 0 \end{aligned}$$

şeklinde verilebilir. Alanın diferansiyeli,

$$dA = ab(1 + \cos \pi \psi) d\eta d\psi \quad (45)$$

olmaktadır. Son eşitliğin integralinden yarım bölgenin alanı,

$$A = ab \quad (46)$$

olarak belirlenir. Kanalın hidrolik çapı,

$$D_h = \frac{4ab}{a + \int_{\psi=0}^{\psi=1} \sqrt{a^2 + (b\pi \sin \pi \psi)^2} d\psi} \quad (47)$$

olur. Eşitlik (12) nin Eşitlik (41) ve Eşitlik (42) ile tanımlanan (ψ, η) koordinat sistemine transfer edilmiş şekli,

$$\begin{aligned} & \frac{\partial^2 \theta}{\partial \psi^2} b^2 (1 + \cos \pi \psi)^2 + \\ & \frac{\partial^2 \theta}{\partial \psi \partial \eta} 2\eta b^2 \pi \sin(\pi \psi)(1 + \cos \pi \psi) + \\ & \frac{\partial^2 \theta}{\partial \eta^2} (\eta^2 b^2 \pi^2 (\sin \pi \psi)^2 + a^2) + \\ & \frac{\partial \theta}{\partial \eta} (\eta b^2 \pi^2 (\cos \pi \psi + 1) + \eta b^2 \pi^2 (\sin \pi \psi)^2) = \\ & - \frac{a^2 b^2 (1 + \cos \pi \psi)^2}{D_h^2} \frac{4W}{\bar{W}} Nu \end{aligned} \quad (48)$$

olur. Son eşitlik,

$$\begin{aligned} & \frac{\partial^2 \theta}{\partial \psi^2} G_1(\psi) + \frac{\partial^2 \theta}{\partial \eta \partial \psi} G_2(\psi, \eta) + \frac{\partial^2 \theta}{\partial \eta^2} G_3(\psi, \eta) + \\ & \frac{\partial \theta}{\partial \eta} G_4(\psi, \eta) = -G_5(\psi) \frac{4W}{\bar{W}} Nu \end{aligned} \quad (49)$$

şeklinde düzenlenebilir. Eşitlik (44) deki $G_1(\psi)$, $G_2(\psi, \eta)$, $G_3(\psi, \eta)$, $G_4(\psi, \eta)$ ve $G_5(\psi)$ fonksiyonları Eşitlik (49) dakiler ile aynıdır. Eşitlik (49) un sınır şartları,

$$\begin{aligned} \psi = 0, & \quad \frac{\partial \theta}{\partial \psi} = 0 \\ \psi = 1, & \quad \theta = 0 \\ \eta = 0, & \quad \theta = 0 \\ \eta = 1, & \quad \theta = 0 \end{aligned}$$

şeklinde verilebilir. Nu sayısının belirlenmesinde yine Eşitlik (31) kullanılacaktır.

SAYISAL YÖNTEM

Paraboloit kanalın momentum ve enerji denklemlerinin yeni şekli olan Eşitlik (23) ve Eşitlik (30) ile üçgen kanalın momentum ve enerji denklemlerinin yeni şekli

olan Eşitlik (35) ve Eşitlik (40) diferansiyel denklem tipi olarak aynı olup, bunların yerine,

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \psi^2} G_1(\psi, \eta) - \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \eta \partial \psi} G_2(\psi, \eta) + \\ \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \eta^2} G_3(\psi, \eta) + \frac{\partial \Phi}{\partial \eta} G_4(\psi, \eta) = G_5(\psi, \eta) \end{aligned} \quad (50)$$

denkleminin sonlu fark şekli kullanılabilir. Eşitlik (50) tipinde bir diferansiyel denklemin Newton-Raphson yöntemi ile çözülebilmesi için kullanılacak olan algoritim,

$$\Phi_{i,j} = \Phi_{i,j}^F - \frac{S_{i,j}^F}{\left(\frac{dS_{i,j}^F}{d\Phi_{i,j}} \right)^F} \quad (51)$$

eşitliğidir (Kreyszig, 2011). Son eşitlikte bulunan F indisi bir önceki zaman diliminden bilinen değerleri göstermektedir. $S_{i,j}^F$ ile Eşitlik (50) nin sonlu fark şekli gösterilmekte olup,

$$S_{i,j}^F = \left(\begin{aligned} & \frac{\Phi_{i+1,j} - 2\Phi_{i,j} + \Phi_{i-1,j}}{\Delta \psi^2} G_1 - \\ & \frac{\Phi_{i+1,j+1} - \Phi_{i,j+1} - \Phi_{i+1,j} + \Phi_{i,j}}{\Delta \eta \Delta \psi} G_2 + \\ & \frac{\Phi_{i,j+1} - 2\Phi_{i,j} + \Phi_{i,j-1}}{\Delta \eta^2} G_3 + \\ & \frac{\Phi_{i,j+1} - \Phi_{i,j}}{\Delta \eta} G_4 - G_5 \end{aligned} \right) \quad (52)$$

şeklinde ifade edilebilir. Son eşitliğin $\Phi_{i,j}$ ye göre türevi alınarak eşitlik (51) de bulunan $\left(\frac{dS_{i,j}^F}{d\Phi_{i,j}} \right)^F$,

$$\left(\frac{dS_{i,j}^F}{d\Phi_{i,j}} \right)^F = \left(-\frac{2G_1}{\Delta \psi^2} - \frac{G_2}{\Delta \eta \Delta \psi} - \frac{2G_3}{\Delta \eta^2} - \frac{G_4}{\Delta \eta} \right) \quad (53)$$

şeklinde belirlenir. Eşitlik (51) de bulunan $\Phi_{i,j}^F$ bir atma değer ya da bir önceki iterasyon ile hesaplanan $\Phi_{i,j}$ yi göstermektedir.

Momentum denklemini enerji denklemine bağımlı olmadığı için önce momentum denklemini çözülerek hız alanının nodal değerleri ($\bar{W}_{i,j}$) belirlenir. Sonra

$$\bar{W} = \frac{1}{A} \int_A W_{i,j} dA \quad (54)$$

eşitliği kullanılarak boyutsuz ortalama hız \bar{W} belirlenir.

Belirlenen \bar{W} ve $W_{i,j}$ ler enerji denkleminde kullanılarak ve Nu ya atma bir değer verilerek enerji denklemini çözülür ve boyutsuz sıcaklık alanının nodal değerleri ($\theta_{i,j}$) belirlenir. Belirlenen $\theta_{i,j}$ ler Eşitlik (31) de kullanılarak bu eşitliğin sağlanıp sağlanmadığı incelenir. Eğer sağlanmıyorsa Nu ya yeni değerler verilerek Eşitlik (31) sağlanıncaya kadar işlem tekrarlanır. Denklem (31) in sağlatılmasında 0.0001 mertebesinde bir tolerans kullanılabilir. Denklem (31) i sağlayan Nu , Nusselt sayısının aranılan değeridir.

Sinüzoid kanalın Eşitlik (44) ve Eşitlik (49) ile verilen momentum ve enerji denklemlerinin her ikisi diferansiyel denklem tipi olarak aynı olup,

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \psi^2} G_1(\psi, \eta) + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \eta \partial \psi} G_2(\psi, \eta) + \\ \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \eta^2} G_3(\psi, \eta) + \frac{\partial \Phi}{\partial \eta} G_4(\psi, \eta) = G_5(\psi, \eta) \end{aligned} \quad (55)$$

şeklinde yazılabilir. Son eşitliğin sonlu fark şekli,

$$S_{i,j}^F = \left(\begin{aligned} & \frac{\Phi_{i+1,j} - 2\Phi_{i,j} + \Phi_{i-1,j}}{\Delta \psi^2} G_1 + \\ & \frac{\Phi_{i+1,j} - \Phi_{i+1,j-1} + \Phi_{i,j-1} - \Phi_{i,j}}{\Delta \eta \Delta \psi} G_2 + \\ & \frac{\Phi_{i,j+1} - 2\Phi_{i,j} + \Phi_{i,j-1}}{\Delta \eta^2} G_3 + \\ & \frac{\Phi_{i,j+1} - \Phi_{i,j}}{\Delta \eta} G_4 - G_5 \end{aligned} \right) \quad (56)$$

olur. Bu eşitliğin $\Phi_{i,j}$ ye göre türevi,

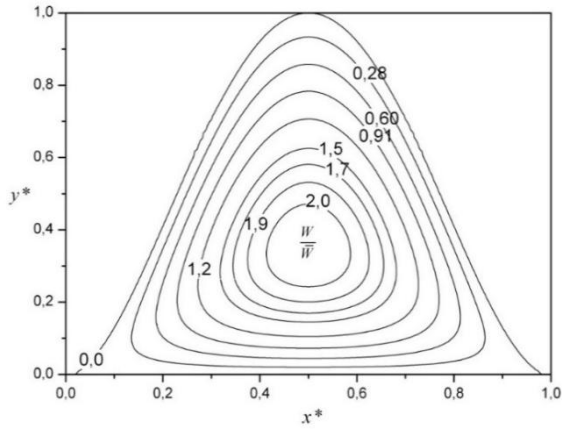
$$\left(\frac{dS_{i,j}^F}{d\Phi_{i,j}} \right)^F = \left(-\frac{2G_1}{\Delta \psi^2} - \frac{G_2}{\Delta \eta \Delta \psi} - \frac{2G_3}{\Delta \eta^2} - \frac{G_4}{\Delta \eta} \right) \quad (57)$$

olur. Bu eşitliklerin kullanımı yukarıda bahsedilen yöntem ile aynıdır.

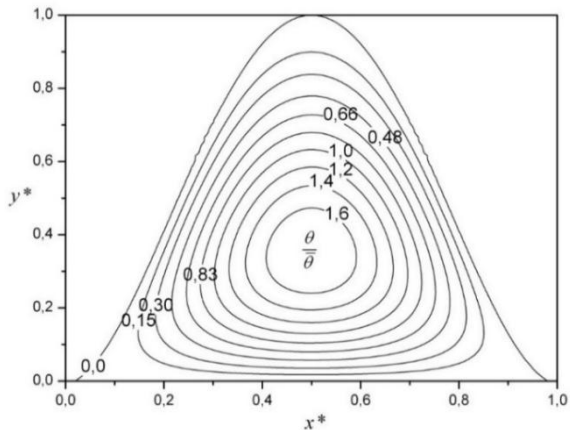
BULGULAR VE TARTIŞMA

Şekil 7 ve 8 de paraboloid kanalın içerisindeki hız konturları ve sıcaklık konturları görülmektedir. Konturların elde edilmesinde kullanılan veriler W / \bar{W} ve $\theta / \bar{\theta}$ şeklinde ifade edilen normalize edilmiş boyutsuz hız ve sıcaklık değerleri olup,

$yükseklik / genişlik = 1.0$ için elde edilmiştir. Beklendiği üzere konturlar x eksenine göre simetriktir. Hız konturlarının değerlerinin 0 ile 2.17 aralığında sıcaklık konturlarının değerlerinin 0 ile 1.72 aralığında değiştiği görülmektedir. Bu değerler literatür verileri ile de uyumludur (Niu ve Zang, 2002). Akış alanının ortasında bulunan konturlar hemen hemen dairesel olmakla birlikte kanalın cidarına yaklaştıkça konturlar kanalın şeklini almaktadır. Hem sıcaklık konturlarının hem de hız konturlarının merkezinin, yüzeyin merkezi ile örtüştüğü tahmin edilmektedir. Şekil 8 den görüldüğü üzere akışkan içerisinde en yüksek sıcaklık gradyanı taban ve yan yüzeylerin ortasında görülmekte, köşelerde sıcaklık gradyanı düşük olmaktadır. En düşük sıcaklık gradyanının paraboloid kanalın köşelerinde oluştuğu görülmüyor. Şekil 7 den görüldüğü üzere aynı yerde hız gradyanı da oldukça düşüktür. Paraboloid kanalın H_1 sınır şartı ve $yükseklik / genişlik = 1$ için Nusselt ve Poiseuille sayıları sırası ile 3.24 ve 53.78 olarak belirlenmiştir.



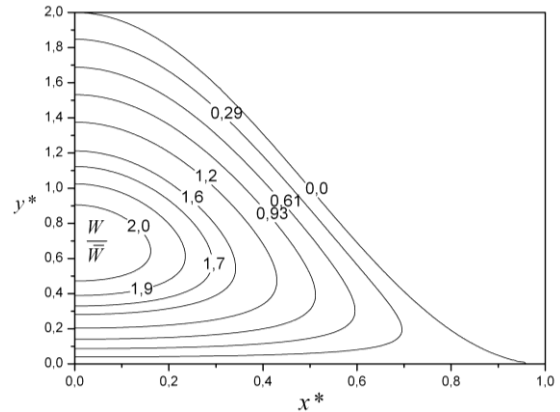
Şekil 7. Paraboloid kanalın hız konturları



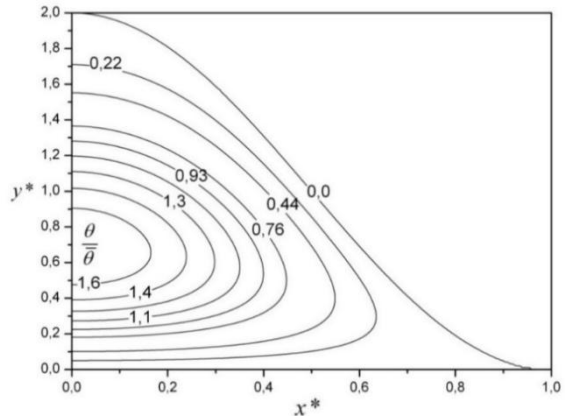
Şekil 8. Paraboloid kanalın sıcaklık konturları

Şekil 9 ve 10 da sinüzoid kanalın içerisindeki hız konturları W/\bar{W} ve sıcaklık konturları $\theta/\bar{\theta}$ görülmektedir. Konturlar $yükseklik / genişlik = 1$ için elde edilmiştir. W/\bar{W} nin 0 ile 2.1948 aralığında $\theta/\bar{\theta}$ nin 0 ile 1.73 aralığında değiştiği görülmektedir. Görüldüğü üzere bu değerler paraboloid kanal için elde edilen değerlere çok yakın değerlerdir. Sinüzoid kanalın

H_1 sınır şartı ve $yükseklik / genişlik = 1$ için Nusselt ve Poiseuille sayıları sırası ile 3.12 ve 51.893 olarak belirlenmiştir. Sinüzoid kanalın Nusselt ve Poiseuille sayıları literatürde sırası ile 3.102 ve 52.092 olarak verilmektedir (Shah ve London, 1971). Literatür verileri ile bu analizin sonuçları arasındaki uyumun mükemmel olduğunu kabul edebiliriz. Ayrıca paraboloid kanal için bu analizden elde edilen Nusselt ve Poiseuille sayılarının sinüzoid kanal için elde edilen verilere çok yakın olması bu analizden elde edilen Nusselt ve Poiseuille sayılarının doğruluğunu da teyit etmektedir.



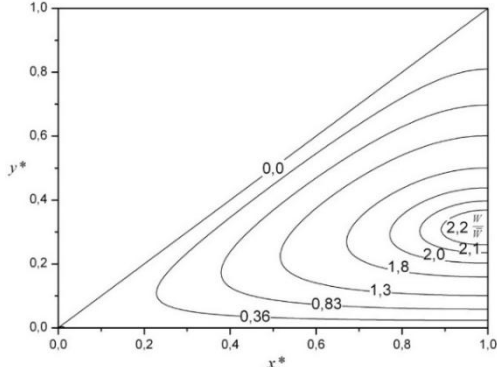
Şekil 9. Sinüzoid kanalın hız konturları



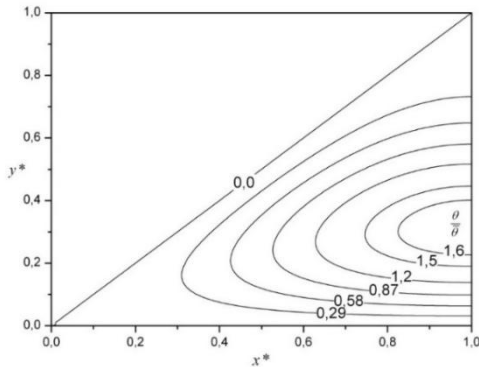
Şekil 10. Sinüzoid kanalın sıcaklık konturları

Şekil 11 ve 12 de $yükseklik / genişlik = 1$ olan bir ikizkenar üçgenin hız ve sıcaklık konturları görülmektedir. Üçgenin momentum ve enerji denklemlerinin çözümünde hem η hem de ψ doğrultusunda 160 grid kullanılmıştır. Hız ve sıcaklık alan denklemlerinin çözümü üçgenin alanının sol yarısında yapıldığı için simetri eksenini üzerinde $\frac{\partial W}{\partial \psi} = 0$ ve $\frac{\partial \theta}{\partial \eta} = 0$ şeklinde verilen simetri sınır şartları kullanılmıştır. Poiseuille ve Nusselt sayıları $f Re = 53.926$ ve $Nu = 3.11$ olarak belirlenmiştir. Söz konusu üçgen için literatürde (Shah ve London, 1971), $f Re = 53.28$ ve $Nu = 3.102$ değerleri verilmektedir. Poiseuille sayısının literatürde verilen değeri bu analizden

eldedilen değerden %1.4 oranında azdır. Nusselt sayısının literatürde verilen değeri bu analizden elde edilen değerden %0.3 seviyesinde azdır. Farklılaşmanın grid sayısından kaynaklandığı belirlenmiştir.



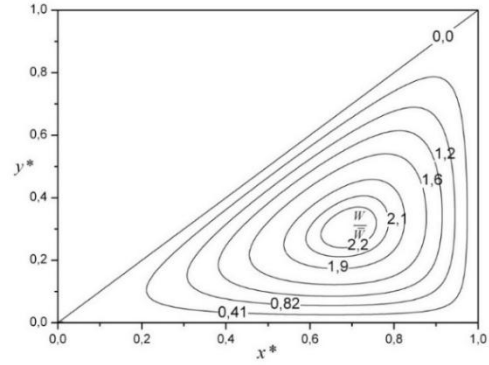
Şekil 11. Eşkenar üçgen kanalın hız konturları



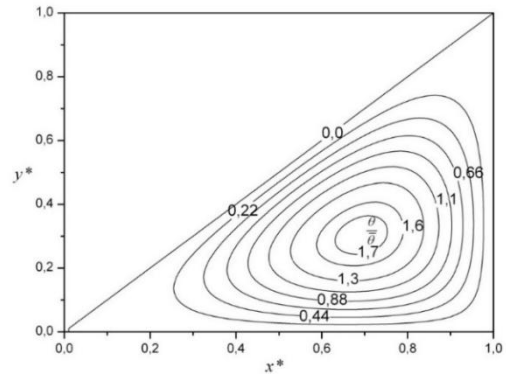
Şekil 12. Eşkenar üçgen kanalın sıcaklık konturları

Şekil 13 ve 14 te ikizkenar dik üçgen şeklindeki bir kanalın içerisindeki hız konturları ve H_1 sınır şartı için elde edilen sıcaklık konturları görülmektedir. Üçgenin momentum ve enerji denklemlerinin çözümünde hem η hem de ψ doğrultusunda 100 grid kullanılmıştır. W/\bar{W} nin 0 ile 2.3 arasında değiştiği, $\theta/\bar{\theta}$ nin 0 ile 1.8 arasında değiştiği görülmektedir. Poiseuille ve Nusselt sayıları $f Re = 53.31$ ve $Nu = 2.97$ olarak belirlenmiştir. Söz konusu üçgen için literatürde (Shah ve London, 1971), $f Re = 52.612$ ve $Nu = 2.982$

değerleri verilmektedir. Poiseuille sayısının literatürde verilen değeri bu analizden elde edilen değerden %1.3 oranında azdır. Bu analizden elde edilen Nusselt sayısı literatürde verilen (Shah ve London, 1971) Nusselt sayısından % 0.4 oranında farklılaşmaktadır.



Şekil 13. İkizkenar dik üçgen kanalın hız konturları



Şekil 14. İkizkenar dik üçgen kanalın sıcaklık konturları

Buraya kadar olan kısımda yapılan incelemelerden uygulanan matematik modellemenin doğru olduğu sonucuna varılmaktadır. Aşağıdaki tablolarda paraboloid, sinüzoid, ikizkenar üçgen ve dik üçgen şeklindeki akış kanalları için bu analizden elde edilen Poiseuille ve Nusselt sayıları farklı yükseklik/genişlik oranları için verilmektedir. Aynı tablolarda kıyaslama amacı ile literatürden alınan değerler de verilmektedir.

Tablo 1. Farklı yükseklik/genişlik oranlarına sahip eşkenar üçgen kanalların Poiseuille ve Nusselt sayıları

$\frac{b}{a}$	$f Re$ Hesaplanan	$f Re$ Literatür verisi (Shah ve London, 1971)	Nu_{H1} Hesaplanan	Nu_{H1} Literatür verisi (Shah ve London, 1971)
8.00	50.29	49.41	2.39	2.348
4.00	51.33	50.544	2.60	2.575
2.00	52.928	52.104	2.90	2.88
1.50	53.47	52.72	3.01	2.998
1.00	53.926	53.28	3.11	3.102
$\sqrt{3}/2$	53.94	53.33	3.12	3.11
0.75	53.85	53.28	3.11	3.102
0.50	53.086	52.612	2.985	2.982
0.25	50.88	50.49	2.605	2.603
0.125	49.26	48.84	2.29	2.29

Tablo 1’de yükseklik/genişlik oranı 0.125 ile 8.00 arasında değişen ikizkenar üçgen kanalların Poiseuille sayıları ve Nusselt sayıları görülmektedir. Yükseklik / genişlik oranı 2 den küçük olduğu sürece 160x160 grid donanımı ile elde edilen Poiseuille ve Nusselt sayılarının literatür verileri ile mükemmel biçimde uyduğu görülüyor. Yükseklik/genişlik oranı 2 den yukarı doğru artarken Poiseuille ve Nusselt sayılarının literatürde (Shah ve London, 1971) verilen değerlerden gittikçe artan bir sapma gösterdiği gözlenmiştir. Yükseklik/genişlik oranı 4 ve 8 olduğunda 160x160 grid donanımı yetersiz kalmış

ve 200x200 grid donanımı kullanılarak 4 ve 8 yükseklik/genişlik oranı için Tablo 1 de verilen değerler elde edilmiştir. Buna rağmen Tablo 1’de 4 ve 8 yükseklik/genişlik oranı için verilen Nusselt sayıları sırası ile %1 ve %1.6 civarında literatür verilerinden fazladır (Shah ve London, 1971). Poiseuille sayısının büyük olduğu hallerde Nusselt sayısı da büyük olmaktadır. Yükseklik/genişlik oranı artarken gerek Nusselt sayısı gerek Poiseuille sayısı yükseklik/genişlik oranının belirli bir değerinde maksimuma ulaşmakta sonra tekrar düşmektedir.

Tablo 2. Farklı yükseklik/genişlik oranlarına sahip sinüzoid kanalların Poiseuille ve Nusselt sayıları

$\frac{b}{a}$	$f Re$ Hesaplanan	$f Re$ Literatür verisi (Shah ve London, 1971)	Nu_{H1} Hesaplanan	Nu_{H1} Literatür verisi (Shah ve London, 1971)
4.0	60.676	----	3.20	----
2.5	59.12	----	3.30	----
2.0	57.901	58.256	3.32	3.31
1.5	55.788	56.088	3.29	3.268
1.0	51.893	52.092	3.12	3.102
$\sqrt{3}/2$	50.35	50.52	3.035	3.014
0.75	48.788	48.936	2.93	2.916
0.5	44.72	44.828	2.64	2.617
0.25	40.39	40.49	2.23	2.213
0.125	38.86	38.97	2.03	2.017

Tablo 2’de farklı yükseklik/genişlik oranlarına sahip sinüzoid kanalların Poiseuille ve Nusselt sayıları verilmektedir. Momentum ve enerji denklemlerinin çözümünde 160x160 grid donanımı kullanılmıştır. Hesaplanan Poiseuille ve Nusselt sayıları literatür verilerinden binde mertebesinde büyükçe

çıkılmaktadır. Yükseklik/genişlik oranını artarken $yükseklik / genişlik = 2$ olduğunda Nusselt sayısının maksimuma ulaştığı ondan sonra düşmeye başladığı, Poiseuille sayısının artmaya devam ettiği görülmektedir.

Tablo 3. Farklı yükseklik/genişlik oranlarına sahip paraboloid kanalların Nusselt ve Poiseuille sayıları ve sinüzoid kanalın Nusselt ve Poiseuille sayıları ile kıyaslaması

$\frac{2b}{2a}$	$f Re$ Paraboloid kanal (hesaplanan)	$f Re$ Sinüzoid kanal (Literatür verisi) (Shah ve London, 1971)	Nu_{H1} Paraboloid kanal (hesaplanan)	Nu_{H1} Sinüzoid kanal (literatür verisi) (Shah ve London, 1971)
2,50	61.228250	-	3.50	-
2,00	59.851570	58.256	3.49	3.310
1,50	57.620190	56.088	3.43	3.268
1,00	53.780510	52.092	3.26	3.102
$\sqrt{3}/2$	52.331490	50.520	3.17	3.014
0,75	50.907070	48.936	3.08	2.916
0,50	47.395880	44.828	2.81	2.617
0,25	44.084400	40.492	2.47	2.213
0,125	43.070870	38.972	2.30	2.017

Tablo 3’te farklı yükseklik/genişlik oranlarına sahip paraboloid kanalların Nusselt sayıları ve Poiseuille sayıları görülmektedir. Momentum ve enerji

denklemlerinin çözümü 200x200 grid donanımı ile elde edilmiştir. Nusselt ve Poiseuille sayılarının en büyük değerleri 3.50 ve 59.85 olarak belirlenmiştir.

Bu değerler $\frac{b}{a} = 2$ ye karşılık gelmektedir. b/a nın

daha büyük değerlerinde Nusselt sayısı azalmakta, Poiseuille sayısı artmaya devam etmektedir. Tablo 3 te sinüzoid kanalın Nusselt ve Poiseuille sayıları da verilmiştir. Paraboloid kanalın Nusselt sayısı sinüzoid kanala göre biraz büyükçedir. Bu durum ısı transferi açısından cüzi de olsa bir avantaj sağlayabilir.

Tablo 4'te farklı yükseklik/genişlik oranlarına sahip dik üçgen kanalların Nusselt sayıları ve Poiseuille sayıları verilmektedir. Momentum ve enerji

denklemlerinin çözümü 160x160 grid donanımı ile elde edilmiştir. Nusselt ve Poiseuille sayılarının en büyük değerleri 45 derecede görülmekte olup değerleri 2.982 ve 53.045 olarak belirlenmiştir. Elde edilen Nusselt sayıları ile literatürde (Shah ve London, 1971) verilen Nusselt sayılarının arasındaki farkın azami değerinin %1.15 civarında olduğu görülmektedir. Elde edilen Poiseuille sayıları ile literatürde (Shah ve London, 1971) verilen Poiseuille sayılarının farkı %1 den küçük olmaktadır.

Tablo 4. Farklı yükseklik/genişlik oranlarına sahip dik üçgen kanalların Poiseuille ve Nusselt sayıları

Açı (derece)	$\frac{b}{a}$	$f Re$ Hesaplanan	$f Re$ Literatür verisi (Shah ve London, 1971)	Nu_{H1} Hesaplanan	Nu_{H1} Literatür verisi (Shah ve London, 1971)
10	5.761	50.38	49.96	2.46	2.44
15	3.732	51.28	50.72	2.60	2.57
20	2.747	51.85	51.32	2.72	2.69
30	1.732	52.66	52.36	2.89	2.888
40	1.192	53.02	52.52	2.98	2.97
45	1	53.045	52.612	2.982	2.987

SONUÇLAR

Bu araştırmada paraboloid, sinüzoid, ikizkenar üçgen ve dik üçgen şeklindeki radyatör hava kanallarının tam gelişmiş akış şartlarında sabit ısı akışı koşulu ile Poiseuille ve Nusselt sayıları araştırılmıştır. Paraboloid, sinüzoid, dik üçgen ve ikizkenar üçgen şeklindeki akış kesitlerinde oluşan tam gelişmiş akışı yöneten momentum ve enerji denklemleri kare şeklindeki çözüm bölgelerinde çözülerek Poiseuille ve Nusselt sayıları hesaplanmıştır. İkizkenar üçgen kanallarda en yüksek Nusselt ve Poiseuille sayıları eşkenar üçgen durumunda görülmekte olup değerleri sırası ile 3.12 ve 53.94 tür. Sinüzoid kanalın en yüksek Nusselt ve Poiseuille sayıları sırası ile 3.32 ve 57.90 olup yükseklik/genişlik oranı 2 olduğunda görülmektedir. Paraboloid kanalın en yüksek Nusselt ve Poiseuille sayıları sırası ile 3.50 ve 59.85 olarak belirlenmiştir. Paraboloid kanalın bu değerleri yükseklik/genişlik oranı 2 olduğunda ortaya çıkmaktadır.

KAYNAKLAR

Aydın O. and Avcı M., 2007, Analysis of Laminar Heat Transfer in Micro-Poiseuille Flow, *International Journal of Thermal Sciences*, 46, 30-37.

Campo A., Morales J. C. and Larreteguy A. E., 1997, Pressure Drop and Heat Transfer Associated with Flows Moving Laminarily in Straight Ducts of Irregular, Singly Connected Cross-Sections, *Heat and Mass Transfer*, 32, 193-197.

Chen S., Chan T. L. and Leung C. W., 2000, Numerical Prediction of Laminar Forced Convection in Triangular Ducts with Unstructured Triangular Grid Method, *Numerical Heat Transfer Part A*, 38, 209-224.

Dharaiya V. V. and Kandlikar S. G., 2012, Numerical Investigation of Heat Transfer in Rectangular Microchannels Under H2 Boundary Condition During Developing and Fully Developed Laminar Flow, *Journal of Heat Transfer*, 134, 020911

Guo Z. Y. and Li Z. X., 2003, Size Effect on Single-Phase Channel Flow and Heat Transfer at Microscale, *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 24, 284-298.

Incropera F. P. and DeWitt D. P., 2007, *Fundamentals of Heat and Mass Transfer*, John Wiley & Sons, NewYork, ISBN 0-471-82561-1.

Karabulut, H., İpci, D., Cinar, C., 2016, Numerical Solution of Fully Developed Heat Transfer Problem with Constant Wall Temperature and Application to Isosceles Triangle and Parabolic Ducts, *Applied Thermal Engineering*, 102, 115-124.

Ko T. H., 2007, A Numerical Study on Developing Laminar Forced Convection and Entropy Generation in Half-And Double-Sine Ducts, *International Journal of Thermal Sciences*, 46, 1275-1284.

Kreyszig E., Kreyszig H. and Norminton E. J., 2011, *Advanced Engineering Mathematics*, John Wiley & Sons, Inc. ISBN 978-0-470-45836-5.

Morini G. L., 2000, Analytical Determination of the Temperature Distribution and Nusselt Numbers in Rectangular Ducts with Constantaxial Heat Flux, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 43, 741-755.

Niu J. L. and Zang L. Z., 2002, Heat Transfer and Friction Coefficient in Corrugated Ducts Confined by Sinusoidal and Arc Curves, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 45, 571-578.

Palm B., 2001, Heat Transfer in Microchannels, *Microscale Thermophysical Engineering*, 5, 155-175.

Patankar S. V., 1980, *Numerical Heat and Fluid Flow*, McGraw-Hill, NewYork.

Rao M. V. Kumar P. V. R. and Rao P. S. S., 2006, Laminar Flow Heat Transfer in Concentric Equilateral Triangular Channels, *Indian Journal of Chemical Technology* 13, 614-622.

Sadasivam R., Manglik R. M. and Jog M. A., 1999, Fully Developed Forced Convection Through Trapezoidal and Hexagonal Ducts, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 42, 4321-4331.

Shah R. K. and London A. L., 1971, Laminar Flow Forced Convection Heat Transfer and Flow Friction in Straight and curved Ducts, A Summary of Analytical Solutions, Technical Report No. 75, Prepared under Contract Nonr 225(91) for Office of Naval Research.

Velusamy K. and Garg V. K., 1996, Laminar Mixed Convection in Vertical Elliptical Ducts, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 39(4), 745-752.

Zhao T. S. and Cheng P., 1998, A Numerical Study of Laminar Reciprocating Flow in a Pipe of Finite Length, *Applied Scientific Research*, 59(1), 11-25.



Duygu İPCİ, 1986 yılında Bilecik'te doğdu. 2010 yılında Hitit Üniversitesi Mühendislik Fakültesi Makine Mühendisliği Bölümünden mezun oldu. Hacettepe Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Makine Mühendisliği Anabilim Dalı'nda 2014 yılında Yüksek Lisansını tamamladı. Gazi Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Otomotiv Mühendisliği Anabilim Dalı'nda Doktora eğitimine devam etmektedir. 2013 yılından beri Gazi Üniversitesi Teknoloji Fakültesi Otomotiv Mühendisliği Bölümü'nde Araştırma Görevlisi olarak görev yapmaktadır.



Halit KARABULUT, 1959 yılında Antalya'da doğdu. 1980 yılında Yüksek Teknik Öğretmen Okulu'ndan mezun oldu. 1987 yılında Gazi Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Makine Eğitimi Anabilim Dalı'nda Yüksek Lisansını tamamladı. 1991 yılında Heriot-Watt Üniversitesi'nde Doktora çalışmasını tamamladı. 1992 yılında Gazi Üniversitesi Teknik Eğitim Fakültesi'nde Yardımcı Doçentliğe atandı. 1997 yılında Gazi Üniversitesi Teknik Eğitim Fakültesi'nde Doçent oldu. 2000 yılında Akdeniz Üniversitesi'nde Doçentliğe atandı. 2003 yılında Gazi Üniversitesi Teknik Eğitim Fakültesi'nde Profesör oldu. 2011 yılından beri Gazi Üniversitesi Teknoloji Fakültesi Otomotiv Mühendisliği Bölümü'nde Profesör olarak görev yapmaktadır.



Can ÇINAR, 1975 yılında Eskişehir'de doğdu. 1996 yılında Gazi Üniversitesi Teknik Eğitim Fakültesi Otomotiv Öğretmenliği Bölümü'nden mezun oldu. Gazi Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Makine Eğitimi Anabilim Dalı'nda 1998 yılında Yüksek Lisans, 2001 yılında Doktora çalışmasını tamamladı. Gazi Üniversitesi Teknik Eğitim Fakültesi'nde 1996-2002 yılları arasında Araştırma Görevlisi, 2002-2003 yılları arasında Öğretim Görevlisi Doktor, 2003-2008 yılları arasında Yardımcı Doçent olarak görev yaptı. 2008 yılında Doçent oldu. 2013 yılından beri Gazi Üniversitesi Teknoloji Fakültesi Otomotiv Mühendisliği Bölümü'nde Profesör olarak görev yapmaktadır.