



## A new mathematical model approach with assembly line feeding based Milk-Run system

Oğuzhan Ahmet Arık<sup>1\*</sup>, Pınar Nur Yufka<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Department of Industrial Engineering, Faculty of Engineering, Erciyes University, 38039, Ankara, Türkiye

<sup>2</sup>Kayseri Free Zone Sersim Factory, Kayseri, Türkiye

### Highlights:

- Simultaneous machine scheduling, vehicle routing and assembly line balancing
- New and comprehensive mathematical model
- Multi-objective optimization based on assembly line feeding

### Keywords:

- Assembly line balancing, assembly line feeding
- Milk-run
- Mathematical model
- Lean production

### Article Info:

Research Article

Received: 26.06.2024

Accepted: 27.09.2024

### DOI:

10.17341/gazimmfd.1505204

### Correspondence:

Author: Oğuzhan Ahmet Arık

e-mail: oguzhanahmet@

erciyes.edu.tr

phone: +90 352 606 0038 / 32477

### Graphical/Tabular Abstract

Increasing competition necessitates eliminating non-value-adding activities, with lean production emphasizing efficient intralogistics through just-in-time delivery. This study examines a freezer (Figure A) manufacturing plant in the Kayseri Free Zone, where increasing product variety has complicated material transportation. The plant's two-stage process, using forklifts or pallet jacks, often results in unplanned transportation, causing line imbalances and time losses. To address these inefficiencies, a mixed-integer mathematical model was developed to balance multi-product assembly lines and synchronize material feeding. Implementation of the model improved intralogistics, minimized delays, and enhanced production efficiency, demonstrating the effectiveness of planned logistics in achieving lean production goals.



Figure A. Produced door image

**Purpose:** Increasing competition in the production and service sectors has made the elimination of non-value-adding activities a critical priority. Lean production philosophy emphasizes removing unnecessary movements and transportation processes, making efficient intralogistics planning essential. This study aims to optimize the logistics processes of a freezer manufacturing plant located in the Kayseri Free Zone, which operates with two assembly lines.

**Theory and Methods:** A mixed-integer mathematical model was developed to address imbalances caused by unplanned transportation and to synchronize the feeding of multi-product assembly lines. The model was implemented to optimize material delivery, reduce delays, and streamline production flow.

**Results:** Implementation of the mixed-integer mathematical model significantly improved the intralogistics processes at the plant. The optimized transportation plan minimized delivery delays, balanced assembly line operations, and reduced unnecessary material movements.

**Conclusion:** The proposed model demonstrates a practical and scalable solution for managing material flows in complex manufacturing environments, underscoring the importance of planned and synchronized logistics processes in achieving lean production goals.



## Montaj hattı besleme esaslı Milk-Run sistemi ile yeni bir matematiksel model yaklaşımı

Oğuzhan Ahmet Arık<sup>1\*</sup>, Pınar Nur Yufka<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Erciyes Üniversitesi, Mühendislik Fakültesi, Endüstri Mühendisliği Bölümü, 38039, Kayseri, Türkiye

<sup>2</sup>Kayseri Serbest Bölgesi Sersim Fabrikası, Kayseri, Türkiye

### Ö N E Ç İ K A N L A R

- Makine çizelgeleme, araç rotalama ve montaj hattı dengelemenin eş anlı yapılması
- Yeni ve kapsamlı matematiksel model
- Montaj hattı beslemeye dayalı çok amaçlı optimizasyon

### Makale Bilgileri

Araştırma Makalesi

Geliş: 26.06.2024

Kabul: 27.09.2024

DOI:

10.17341/gazimmfd.1505204

Anahtar Kelimeler:

Montaj hattı dengeleme,  
montaj hattı besleme,  
milk run,  
matematiksel model,  
yalın üretim

### Ö Z

Artan rekabet koşulları, üretim ve hizmet sektörlerinde katma değeri olmayan işlerden uzaklaşmayı gerekli kılmaktadır. Yalın üretim felsefesi, gereksiz hareketler ve taşıma süreçlerini ortadan kaldırmayı amaçlar. Montaj hatlarına ihtiyaç duyulan parçaların hat besleme süreçleriyle taşınması, tesis içi lojistik kapsamında değerlendirilmektedir. Tesis içi lojistik, planlama ve zamanında üretimle iyileştirilebilir. Montaj hatlarında düşük maliyetle, kısa sürede ve minimum stokla çalışmak önemlidir. Bu çalışmada, Kayseri Serbest Bölgesi'nde derin dondurucu üreten ve iki montaj hattına sahip bir fabrikanın lojistik süreçleri incelenmiştir. Artan ürün ve malzeme çeşitliliği, taşıma süreçlerini karmaşıktırıştırır. İki aşamalı taşıma sürecinde, malzemeler hammadde depodan ve yan birimlerden forklift veya transpalet ile taşınmaktadır. Plansız taşıma, hatlarda dengesizliklere ve zaman kaybına yol açarak üretimi olumsuz etkilemektedir. Bu sorunlara çözüm olarak, montaj hatlarının dengelenmesi ve eş zamanlı beslenmesini içeren bir karma tam sayılı matematiksel model geliştirilmiştir. Model, firmanın lojistik süreçlerini iyileştirmek ve üretim hatlarının verimliliğini artırmak amacıyla uygulanmış ve olumlu sonuçlar elde edilmiştir.

## A new mathematical model approach with assembly line feeding based Milk-Run system

### H I G H L I G H T S

- Simultaneous machine scheduling, vehicle routing and assembly line balancing
- New and comprehensive mathematical model
- Multi-objective optimization based on assembly line feeding

### Article Info

Research Article

Received: 26.06.2024

Accepted: 27.09.2024

DOI:

10.17341/gazimmfd.1505204

Keywords:

Assembly line balancing,  
assembly line feeding,  
milk run,  
mathematical model,  
lean production

### ABSTRACT

Increasing competition has made it essential to eliminate non-value-adding activities in both production and service sectors. The lean production philosophy focuses on removing unnecessary movements and transportation processes. The process of delivering parts needed for assembly lines, known as intralogistics, plays a key role. Intralogistics can be improved through effective planning and just-in-time production. Minimizing costs, reducing delivery times, and maintaining minimal stock at assembly points are crucial for efficient operations. This study examines the logistics processes of a freezer manufacturing plant located in the Kayseri Free Zone, which operates with two assembly lines. The growing variety of products and materials has increased the complexity of transportation processes. The two-stage material transportation process involves moving items from the raw material warehouse and intermediate units using forklifts or pallet jacks. Unplanned transportation causes imbalances on the lines and significant time loss, negatively affecting production. To address these challenges, a mixed-integer mathematical model was developed, focusing on balancing multi-product assembly lines while ensuring their simultaneous feeding. The proposed model was implemented in the factory to improve intralogistics processes and enhance production line efficiency, yielding positive outcomes.

\*Sorumlu Yazar/Yazarlar / Corresponding Author/Authors : \*oguzhanahmet@erciyes.edu.tr, pinarnur\_oral@hotmail.com, /  
Tel: +90 352 606 0038 / 32477

## 1. Giriş (Introduction)

Günümüz endüstriyel ortamında, şirketlerin değişen rekabet koşullarında başarılı olabilmesi için müşteri taleplerine uygun, istenilen teslim zamanında, yüksek kalitede ve düşük maliyetli ürünler üretebilme yeteneğine sahip olmaları gerekmektedir. Bu bağlamda, nitelikli üretimde verimliliğin artırılması amacıyla katma değeri olmayan işlerin ve fazla malzeme stoklarının ortadan kaldırılması büyük önem taşımaktadır. Özellikle montaj hatlarına sahip olan şirketlerde, verimsizliğe neden olan temel unsurlardan biri tesis içi lojistik süreçlerdir. Montaj hatlarına malzeme taşınması sırasında zaman yönetimi kritik bir öneme sahiptir. Montaj hatlarında bekleme olmadan ve fazla malzeme stoğu birikmeden, kaynakların etkin bir şekilde kullanılması giderek daha önemli hale gelmektedir.

Bu çalışma, Kayseri Serbest Bölgesi'nde faaliyet gösteren bir derin dondurucu üreticisinin montaj hattında, bir vardiya içerisinde çeşitli tiplerde derin dondurucu üretimi sürecine odaklanmaktadır. Üretim esnasında kullanılan malzemeler, dış yan sanayi firmalarından tedarik edilip doğrudan üretimde kullanıldığında hammadde kategorisinde değerlendirilmekte ve hammadde deposunda saklanmaktadır. Ancak, fabrika içerisinde işlenip kullanılan malzemeler yarı mamul olarak sınıflandırılmakta ve yan birimlerde muhafaza edilmektedir. Malzemelerin montaj hattına taşınması sırasında birden fazla taşıma aracı kullanılmakta olup, aynı rotanın birkaç kez gidilmesi veya farklı taşıma araçlarının aynı rotayı kullanarak aynı istasyona varması durumunda zaman ve işgücü kayıpları yaşanabilmektedir. Bu kayıplar, genel verimliliği olumsuz etkilemektedir.

Ayrıca, üretim ihtiyacı fazlası malzemelerin montaj hatlarına taşınması, hat yanlarında fazla ara stok birikmesine neden olmakta, bu durum ise montaj hattında çalışan personelin çalışma alanını daraltarak performansını düşürmektedir. Fazla stokların artmasıyla, üretim sırasında malzemelerin zarar görmesi veya kaybolması riski de artmaktadır. Eksik getirilen malzemeler nedeniyle üretim hattı duruşları yaşanmakta, bu da fabrikanın yüksek maliyetlere katlanmasına neden olmaktadır.

Bu çalışmada, iki montaj hattı ve bu hatlar üzerinde bulunan istasyonlarla, birden fazla taşıyıcı bulunan bir fabrikada, montaj hatlarını besleme sürecinin düzenlenmesi ele alınmıştır. Çalışmanın amacı, malzeme getirme süresinin azaltılması, montaj hattı yanlarındaki ara stokların minimize edilmesi, forklift ve transpalet kullanan operatörlerin vardiyadaki tur sayısının azaltılması için yeni bir matematiksel model önermek ve Milk-Run sistemine dayalı bir fabrika içi rotalama yapmaktır.

Yalın üretim, dünya genelinde bilinen ve yaygın olarak uygulanan bir tekniktir. Temel amacı, katma değeri olmayan işlerin ortadan kaldırılmasıyla minimum maliyetle, en kısa sürede ve yüksek kalitede ürünün müşteriye teslim edilmesini sağlamaktır. Yalın üretimdeki yedi temel israftan ikisi gereksiz taşıma ve stok bulundurmaktır. Fabrika içerisindeki taşıma işlemlerinin optimize edilmesi, iç lojistiğin etkinliğini artırarak verimliliği artıracaktır.

İç lojistikte kullanılan forklift ve transpaletlerle yapılan malzeme taşımalarında, Milk-Run tabanlı bir taşıma rotası oluşturulabilir. Milk-Run, istenmeyen ve fazla malzeme taşınmasını engelleyerek, taşıma sırasında en kısa rotayı oluşturur. Standart bir taşıma planı ve rotası belirlenmediğinde, taşıyıcı araçlar katma değeri olmayan işler yapabilir ve ihtiyaç duyulan malzemedan daha az veya stok oluşacak kadar fazla miktarda taşımalar gerçekleşebilir. Şirket içinde taşıma yapan araçların etkin ve verimli kullanılması, bu sorunları önleyecektir. Yalın üretim, üretimdeki gereksiz hareket ve israfı azaltarak, müşteri taleplerine en düşük maliyetle ve zamanında yanıt

vermeyi hedefler. İç lojistikte gereksiz taşımalarından kaçınmak bu hedefin önemli bir parçasıdır. Literatürde, iç lojistikte taşıma işlemlerini optimize etmek için Milk-run tabanlı rotalama çalışmaları bulunmaktadır. Ancak, dayanıklı tüketim malları grubunda yer alan ve malzeme çeşitliliği çok fazla olan derin dondurucu üretimi ile ilgili olarak literatürde yeterli çalışma bulunmamaktadır. Bu çalışma, literatüre yeni bir ürünün montaj hattı besleme süreci ile ilgili önemli bir katkı sağlamayı amaçlamaktadır.

Bu çalışma, dayanıklı tüketim malları arasında yer alan derin dondurucu üretiminde iç lojistik ve montaj hattı besleme süreçlerinin optimize edilmesine yönelik olarak Milk-Run tabanlı bir yaklaşımı ele almasıyla literatüre önemli bir katkı sağlamaktadır. Literatürde, Milk-Run sistemleri üzerine çeşitli çalışmalar bulunmakta birlikte, bu çalışmalarda genellikle otomotiv gibi sektörler ön planda tutulmuştur. Ancak, malzeme çeşitliliğinin ve iç lojistik karmaşıklığının yüksek olduğu derin dondurucu üretiminde bu tür bir sistemin uygulanmasına dair çalışmalar oldukça sınırlıdır. Bu makale, özellikle bu alandaki boşluğu doldurmayı amaçlamakta olup, fabrika içi taşıma süreçlerini optimize eden yeni bir matematiksel model önerisi ile hem akademik literatüre hem de uygulamada karşılaşılan problemlere yenilikçi bir çözüm sunmaktadır.

Yalçın vd. [1], otomotiv montaj hatları için kural tabanlı bir sistem geliştirmiş ve katma değeri olmayan işleri azaltmıştır. Şahin [2] TV üretim fabrikasında yeni montaj hatları için Milk-run döngülü çekme kanbanı sistemini incelemiştir. Gürgen vd. [3] Süpermarket ve montaj hatları arasında malzeme akışını optimize etmek için otomatik stoklama ve çekme sistemi kullanmışlardır. Çağlayan [4] hidrolik motor fabrikasında malzeme besleme süreçlerini yapay sinir ağı ile optimize etmiştir. Özcan [5] bulaşık makinesi fabrikasında montaj hattı besleme problemini iki aşamada ele alarak sezgisel yöntemlerle çözmüştür. Büyükközkın [6] karma modelli montaj hatlarında Milk-run kullanarak, malzemelerin depodan montaj istasyonlarına ulaştırılması sorununu ele almıştır. Günay [7] montaj hattı ve boya hatası problemlerini iki aşamalı bir yaklaşımla incelemiştir. Tansel vd. [8] çamaşır makinesi fabrikasında mevcut Milk-run sistemini optimize ederek, verimliliği artırmış ve kat edilen mesafeyi azaltmıştır. Tekin vd. [9] dondurma fabrikasında Milk-run sistemini kullanarak taşıma verimliliğini artırmışlardır. Sipahioğlu ve Altın [10] Milk-run rotası ve periyotlarını belirlemek için matematiksel model geliştirmişlerdir. Küçüköğlü vd. [11] montaj hatlarında fazla stok ve gereksiz taşıma işlerini minimize etmişlerdir. Arslan [12] fabrika taşınmasında Milk-run stratejisi kullanarak maliyet ve iş gücünü optimize etmiştir. Çevikcan vd. [13] montaj hatlarını besleme metodolojisi ile iç lojistiği etkin planlamışlardır. Savaşaneri vd. [14] hammadde ve yarı mamullerin taşınması için stokları minimumda tutarak maliyetleri azaltmışlardır. Baler vd. [15] karmaşık hatlarda besleme sistemini optimize ederek maliyetleri düşürmüşlerdir. Nourmohammadi vd. [16] montaj hattı dengeleme ve besleme sorununu bütünlük matematiksel modellerle çözmüşlerdir. Fedtke vd. [17] bir Alman montaj fabrikasında parça besleme politikasını optimize etmişlerdir. Zhou ve Huang [18] karma modelli montaj hatlarında enerji tüketimini azaltmak için dinamik döngüsel kit sistemi kullanmışlardır. Delice vd. montaj hattı dengeleme ve süpermarket yer seçimini eş zamanlı olarak optimize etmişlerdir. Chen vd. [20] montaj hattı dengeleme ve besleme için iki seviyeli genetik algoritma geliştirmişlerdir. Müllerklein vd. [21] karma modelli montaj hattında kullanım noktası ve hat besleme etkileşimlerini modellemişlerdir. Prakong vd. [22] montaj hattı parça besleme problemini optimize etmek için Genetik Algoritma kullanmışlardır. Adenipekun vd. [23] parça besleme ve araç tipi atamayı optimize eden karma tam sayılı programlama modeli önermişlerdir. Calzavara vd. [24] ortak Montaj Hattı Dengeleme ve Besleme Problemini çözmek için yeni bir yaklaşım geliştirmişlerdir.

Morett vd. [25] montaj hattına parça taşıyan mobil robotlara görev atama metodolojisini incelemişlerdir. Saez-Mas vd. [26] iç lojistik süreçlerini optimize etmek için matematiksel bir formülasyon geliştirmişlerdir. Kundu vd. [27] misina besleme problemini çözmek için simülasyon ve optimizasyon yöntemlerini kullanmışlardır. Emde vd. [28] iç taşıma araçlarının yönlendirilmesini optimize eden yeni bir matematiksel formülasyon önermişlerdir. Caputo vd. [29] malzeme besleme süreçlerinin maliyet etkinliğini araştırmışlardır. Sali vd. [30] bileşenlerin hat stoklama, kit oluşturma ve sıralama modlarına atanmasını optimize eden model geliştirmişlerdir.

Her ne kadar literatürde iç lojistik, montaj hattı dengeleme ve çizelgelemeyi eş anlı olarak ele alan çalışma sayısı az olsa bu konu başlıkları altında oldukça fazla çalışma bulunmaktadır. Arık [31], sağlık sektörü için plastik ürün üreten paralel enjeksiyon makine atölyeleri için yeni bir matematiksel model ve Lagrange gevşetme tekniğiyle çözüm sunan bir araç önermektedir. Kabadurmuş ve Erdoğan [32] karbon salınımını azaltmayı ve hizmet seviyesini artırmayı hedefleyen iki amaçlı yeşil araç rotalama problemini ele almaktadırlar. Çelikdin [33] zaman pencereli kapasite kısıtlı araç rotalama problemi için optimize edilmiş altın oran sarmalı başlangıç çözümüne dayanan uyarlanmış büyük komşuluk arama algoritması önermektedir. Boz vd. [34] zaman pencereli ve eş zamanlı toplama ve dağıtım gerektiren yeşil araç rotalama problemi için çözüm önerileri sunmaktadır. Boz ve Aras [35] bütünlük sipariş gruplama ve zaman pencereli araç rotalama problemi ele almışlardır ve bu problemi çözmek için yeni yaklaşımlar sunmuşlardır. Kılınççı [36] kaynak ve sıra bağımlı hazırlık sürelerini dikkate alan montaj hattı dengeleme problemini ele almıştır. Bekdemir ve Taşan [37] ergonomik kısıtlar altında maliyet tabanlı montaj hattı dengeleme ve işçi-kobot atama problemi incelemişlerdir. Arıkan [38] iş yükü dengelemeyi hedefleyen U-şekilli tip-2 montaj hattı dengeleme problemleri için melez tavlama benzetimi ve tabu arama algoritmaları geliştirmiştir.

## 2. Matematiksel Model (The Mathematical Model)

Bu çalışmada ele alınan asıl problemin çözümü için literatürde bulunan üç ayrı problem incelenmiş ve bu problemlere ait matematiksel modeller birleştirilerek tek bir bütünlük model oluşturulmuştur. Bu üç problem ve bunların karar değişkenleri aşağıdaki gibidir:

- Model A: Paralel Makine Çizelgeleme Problemi (İş atölyesi üretim tamamlanma zamanları)
- Model B: Zaman Pencereli Topla-Dağıtım Araç Rotalama Problemi (Araçların atölyelerden ara stokları alıp montaj hattı istasyonlarına dağıtım ve boş paletleri/rafları toplama rotaları)
- Model C: Montaj Hattı Dengeleme Problemi (Montaj hattı iş öğelerinin istasyonlara dağıtılması)

Sistem, müşteri taleplerine uygun ürünlerin üretilmesi süreciyle başlar. Sisteme gelen siparişle birlikte, gerekli hammadde ve yarı mamul ihtiyaçları belirlenir. Şirket içerisinde, yarı mamullerin üretildiği küçük atölye tipi iş istasyonları bulunmaktadır. Bu istasyonlarda, bazı durumlarda tek, bazı durumlarda ise birden fazla makine yer almaktadır. İş emirleri ile üretilen yarı mamuller, montaj hattına gönderilmektedir. Şirket içinde çok fazla çeşitlilikte yarı mamul stokları bulunmakta olup, makinelerin iş yükleri eşit değildir. Bu durum, beklemelere ve ara stokların artmasına yol açmaktadır. Üretimde aksama yaşanmaması için, atölye ve montaj hatlarına taşınan hammadde ve yarı mamuller belirli bir zaman aralığında dağıtılmalı, aynı zamanda boş kutu, palet gibi taşıma araçları da toplanmalıdır. Yarı mamuller tamamlandıktan sonra montaj hatlarına gönderilerek üretim süreci başlar. Bu sürecin sorunsuz ilerlemesi adına, atölye tipi çizelgeleme, topla-dağıtım ve zaman pencereli araç

rotalama ve montaj hattı dengeleme modelleri bir arada kullanılarak tek bir matematiksel model oluşturulmuştur.

Bu çalışmada, yukarıda bahsedilen üç model, tek bir amaç fonksiyonuna bağlı ve karar değişkenleri birbirleriyle uyumlu olacak şekilde yeniden tasarlanmıştır. Model C'de görevlerin tamamlanma zamanları izlenmektedir; bu nedenle, ara stokların hangi hızla tüketildiği ve ne zaman yeni besleme yapılması gerektiği bilinmemektedir. Yapılan düzenlemelerle, montaj hattı istasyonlarının ne zaman ve hangi ürünlerle beslenmesi gerektiği belirlenmiştir. Bu bilgiler, Model B'de zaman penceresi oluşturmak için kullanılmıştır. Ara stok sevkiyatını gerçekleştirmek ve boş palet, raf, kutu gibi taşıma araçlarını toplamak için araçların rota süresi ile atölyelerin üretim zamanlarının uyumlu olması gerekmektedir. Bu durumda, Model A'da işlerin tamamlanma zamanları, sevkiyatın zaman penceresi içinde gerçekleşmesine imkân verecek şekilde ayarlanmıştır. Model A başlangıçta işlerin tek birer parça olarak ele alındığı bir durum için tasarlanmıştır. Ancak, her bir çizelgeleme işinin bir ara stoka ait parti olarak tasarlanabilmesi için, iş istasyonlarına yapılacak sevkiyatların parti büyüklüklerinin ve sıklıklarının belirlenmesi gerekmektedir. Bu durum, Milk-Run yöntemi kullanılarak parti büyüklükleri ve sıklıkları belirlenmiş ve ardından bu yeni parametreler doğrultusunda üç model yeniden tasarlanarak çok amaçlı yeni bir matematiksel model ortaya konulmuştur.

### 2.1. Kümeler ve İndisler (Clusters and Indices)

M	: Makine sayısı
K	: İstasyon sayısı
PM	: Pickup makine düğümü kümesi $\{1,2,3,\dots,M\}$
PK	: Pickup istasyon düğümü kümesi $\{M+1, M+2,\dots, M+K\}$
DM	: Delivery makine düğümü kümesi $\{M+K+1, M+K+2, \dots, 2M+K\}$
DK	: Delivery istasyon düğümü kümesi $\{2M+K+1, 2M+K+2, \dots, 2M+2K\}$
DS	: $\{0\}$ Başlangıç depo
DE	: $\{2M+2K+1\}$ Bitiş depo
$l,d,m,k$	: Düğüm indisleri (m sadece makineler için, k sadece araçlar için kullanılmaktadır)
TD	: Tüm düğüm kümesi $\{0,1,2,3,\dots,M,\dots, 2M+2K+1\}$
I	: Montaj görevleri kümesi $\{I1,I2,\dots,IN\}$
$i,r$	: Montaj görevi indisleri $i \in I$
j	: Yarı mamul kümesi $\{J1,J2,J3,\dots,JW\}$
$a,j$	: Yarı mamul indisi $a, j \in J$
V	: Araç kümesi $\{V1,V2,V3,\dots,VNN\}$
S	: Öncelik ilişkileri kümesi $(i,r) \in S$
IJi	: Montaj işi i için gerekli yarı mamul kümesi $j \in IJi$
B	: Yığın kümesi $\{b1,b2,b3,\dots,bNB\}$
b	: Yığın indisi $b \in B$
v	: Araç indisi $v \in V$

### 2.2. Parametreler (Parameters)

D	: Talep
T	: Vardiya süresi
hbs	: Hat besleme çevrim süresi
y	: Hat besleme çevrim süresi içerisinde tamamlanacak üretim adedi
C	: Çevrim zamanı (hbs' ye göre $C = C^*y$ )
$t_i$	: i montaj işine ait işlem süresi (hbs' ye göre $t_i = t_i^*y$ )
TM <sub>mj</sub>	: Bir birim j yarı mamülünün m makinesindeki üretim süresi
RM <sub>ij</sub>	: Bir birim i montaj görevi için gerekli j yarı mamul miktarı (reçete miktarı) $RM_{ij} = RM_{ij}^*y$
EM <sub>mj</sub>	: Eğer m makinesi j yarı mamülünü üretebiliyor ise 1; diğer türlü 0

KAPm : İşlem süresi cinsinden makine m'nin her yığın için kapasitesi  
 Mlld : l düğümünden d düğümüne gitme maliyeti  
 TVld : l düğümünden d düğümüne gitme süresi  
 SDd : d düğümündeki yükleme/boşaltma zamanı (servis süresi)  
 VN : Taşıyıcı araç sayısı  
 N : Montaj görevi sayısı  
 W : Yarı mamul sayısı  
 NB : Maksimum yığın sayısı

$$CM_{mj} \geq CMB_{mbj} - (1 - U_{mbj}) * BigM \quad \forall m \in PM, \forall b \in B, \forall j \in J \quad (16)$$

$$CM_{mj} \leq CMB_{mbj} + (1 - U_{mbj}) * BigM \quad \forall m \in PM, \forall b \in B, \forall j \in J \quad (17)$$

$$SM_{mj} \geq SMB_{mbj} - (1 - U_{mbj}) * BigM \quad \forall m \in PM, \forall b \in B, \forall j \in J \quad (18)$$

$$SM_{mj} \leq SMB_{mbj} + (1 - U_{mbj}) * BigM \quad \forall m \in PM, \forall b \in B, \forall j \in J \quad (19)$$

### 2.3. Karar değişkenleri (Decision variables)

Xik : i montaj işi k istasyonuna atanırsa 1; diğer türlü 0.  
 Zk : k istasyonu aktif ise 1; diğer türlü 0.  
 CTik : i montaj işinin k istasyondaki tamamlanma süresi  
 STik : i montaj işinin k istasyondaki başlama süresi  
 CCI : i montaj işinin tamamlanma süresi  
 SSI : i montaj işinin başlangıç süresi  
 Umbj : J yarı mamulü m makinesinde b yığımında üretiliyor ise 1; diğer türlü 0  
 SMmj : m makinesinde j işinin başlama zamanı  
 CMmj : m makinesinde j işinin bitiş zamanı  
 SMBmbj : M makinesinde b yığımında J işinin başlama zamanı  
 CMBmbj : M makinesinde b yığımında J işinin bitiş zamanı  
 Qldv : l düğümünden d düğümüne v aracı ile gidilirse 1; diğer türlü 0.  
 VTlv : V aracının l düğümüne gelme zamanı  
 SJj : J yarı mamulünün üretimine başlanılan süre  
 CJj : J yarı mamulünün üretiminin bitiş süresi

$$\sum_{l \in TD} \sum_{v \in V} Q_{ldv} = 1 \quad \forall d \in PM \cup PK \cup DM \cup DK \quad (20)$$

$$\sum_{d \in TD} Q_{ldv} - \sum_{d \in TD} Q_{m+k+l,dv} \quad \forall l \in PM \cup PK, \forall v \in V \quad (21)$$

$$\sum_{d \in TD} Q_{0dv} = 1 \quad \forall v \in V \quad (22)$$

$$\sum_{d \in TD} Q_{dlv} - \sum_{d \in TD} Q_{ldv} = 0 \quad \forall l \in PM \cup PK \cup DM \cup DK, \forall v \in V \quad (23)$$

$$\sum_{l \in TD} Q_{l,2M+2K+1,v} = 1 \quad \forall v \in V \quad (24)$$

$$VT_{lv} \geq (VT_{dv} + S_d + TV_{dl}) + (1 - Q_{ldv}) * BigM \quad \forall l \in TD, \forall d \in TD, \forall v \in V \quad (25)$$

$$VT_{M+K+l,v} - VT_{lv} - SD_l - TV_{l,M+K+l} \geq 0 \quad \forall l \in PM \cup PK, \forall v \in V \quad (26)$$

### 2.4. Amaç Fonksiyonu (Objective Function)

$$Min \text{ BigM} \sum_k z_k + \sum_{v,l,d} Q_{l,d,v} * ML_{l,d} + \sum_i \sum_j (SS_i - SJ_j) \quad (1)$$

$$SS_i \geq CM_{mj} \quad \forall j \in J, \forall i \in I, \forall m \in PM \quad (27)$$

$$VT_{mv} \geq CM_{mj} - (1 - \sum_{l \in D} Q_{mlv}) * BigM \quad \forall m \in PM, \forall v \in V, \forall j \in J \quad (28)$$

### 2.5. Kısıtlar (Restrictions)

$$\sum_{k \in PK} x_{ik} = 1 \quad \forall i \in I \quad (2)$$

$$VT_{kv} \leq ST_{ik} + (2 - \sum_{l \in D} Q_{klv} - x_{ik}) * BigM \quad \forall k \in PK, \forall v \in V, \forall i \in I \quad (29)$$

$$\sum_{i \in I} x_{ik} * t_i \leq C_{zk} \quad \forall k \in PK \quad (3)$$

$$VT_{kv} - VT_{mv} \geq -BigM(4 - \sum_{l \in TD} Q_{mlv} + x_{ik} + \sum_{l \in TD} Q_{klv} + \sum_{b \in B} U_{mbj}) \quad \forall k \in PK, \forall m \in PM, \forall i \in I, \forall j \in J \quad \forall v \in V \quad (30)$$

$$\sum_{k \in PK} k(x_{ik} - x_{rk}) \leq 0 \quad \forall (i, r) \in S \quad (4)$$

$$VT_{kv} - VT_{mv} \geq 0 \quad \forall k \in PK, \forall m \in PM \quad \forall v \in V \quad (31)$$

$$CT_{ik} = ST_{ik} + \sum_{r \in I} x_{rk} * t_r \quad \forall i \in I, \forall k \in PK \quad (5)$$

$$VT_{dv} - VT_{kv} \geq 0 \quad \forall d \in DK, \forall k \in PK \quad \forall v \in V \quad (32)$$

$$ST_{ik} \geq CT_{rk-1} \quad \forall i \in I, \forall r \in I, i \neq r, \forall k \in PK \quad (6)$$

$$VT_{dv} - VT_{lv} \geq 0 \quad \forall d \in DM, \forall l \in DK \quad \forall v \in V \quad (33)$$

$$CC_i \geq CT_{ik} - (1 - x_{ik}) * BigM \quad \forall i \in I, \forall k \in PK \quad (7)$$

$$CT_{ik} \leq ST_{r,k+1} \quad \forall (i, r) \in S \quad \forall k \in PK \quad (34)$$

$$CC_i \leq CT_{ik} + (1 - x_{ik}) * BigM \quad \forall i \in I, \forall k \in PK \quad (8)$$

$$X_{ik} \leq z_k \quad \forall k \in PK \quad (35)$$

$$SS_i \geq ST_{ik} - (1 - x_{ik}) * BigM \quad \forall i \in I, \forall k \in PK \quad (9)$$

$$z_k \geq z_{k+1} \quad \forall k \in PK \quad (36)$$

$$SS_i \leq ST_{ik} + (1 - x_{ik}) * BigM \quad \forall i \in I, \forall k \in PK \quad (10)$$

$$\sum_{m \in PM} \sum_{b \in B} U_{mbj} = 1 \quad \forall j \in J \quad (11)$$

$$SJ_j \geq SMB_{mbj} - (1 - U_{mbj}) * BigM \quad \forall m \in PM, \forall b \in B, \forall j \in J \quad (37)$$

$$U_{mbj} \leq EM_{mj} \quad \forall m \in PM, \forall j \in J, \forall b \in B \quad (12)$$

$$SJ_j \leq SMB_{mbj} + (1 - U_{mbj}) * BigM \quad \forall m \in PM, \forall b \in B, \forall j \in J \quad (38)$$

$$\sum_{j \in J} U_{mbj} * TM_{mj} * RM_{ij} \leq Kap_m \quad \forall m \in PM, \forall b \in B \quad (13)$$

$$CJ_j \geq CMB_{mbj} - (1 - U_{mbj}) * BigM \quad \forall m \in PM, \forall b \in B, \forall j \in J \quad (39)$$

$$CMB_{mbj} = SMB_{mbj} + \sum_a (Umba * TM_{ma} * \sum_{i \in I} RM_{ia}) \quad \forall m \in PM, \forall b \in B, \forall j \in J \quad (14)$$

$$CJ_j \leq CMB_{mbj} + (1 - U_{mbj}) * BigM \quad \forall m \in PM, \forall b \in B, \forall j \in J \quad (40)$$

$$SMB_{mbj} \geq CMB_{mb-1,a} \quad \forall m \in PM, \forall b \in B, \forall j \in J, \forall a \in J, a \neq j \quad (15)$$

$$X_{ik}, Z_k, Umbj, Q_{ldv} \in \{0,1\} \quad \forall i \in I, \forall k \in PK, \forall m \in PM, \forall b \in B, \forall j \in J, \forall l \in TD, \forall d \in TD \quad \forall v \in V \quad (41)$$

CTik, STik, Cci, Ssi, SMmj, CMmj,  
SMBmbj, CMBmbj, VTlv  $\geq 0 \forall i \in I, \forall k \in PK, \forall m \in PM, \forall b \in B,$   
 $\forall j \in J, \forall l \in TD, \forall d \in TD \forall v \in V$  (42)

Amaç fonksiyonu (1) açılacak olan istasyon sayısını, toplam araç dağıtım maliyetini ve iş istasyonlarının yarı mamul bekleme sürelerini en aza indirmektedir. Kısıt (2) her iş bir istasyona atanmalıdır. Kısıt (3) her iş istasyonunda yapılan işlerin toplam süresi, o istasyonun açılması durumunda en fazla çevrim zamanı kadar olmalıdır. Kısıt (4) işler istasyonlara atanırken aralarındaki öncelik ilişkisine dikkat edilmelidir. Kısıt (5) k istasyonundan i işi kendi ile beraber yapılan işlerin tamamlanması ile tamamlanmış sayılacaktır. Kısıt (6) k istasyonunun görevlere başlama zamanı, kendinden önceki istasyonun görev tamamlama zamanından büyük ve eşit orandadır. Görev i'nin tamamlanma zamanı Kısıt (7-8) da yer alan eşitsizlikler ile bulunur. Görev i'nin başlangıç zamanı Kısıt (9-10) da yer alan eşitsizlikler ile bulunur. Kısıt (11) her yarı mamul bir makinenin bir yığımında işlenmektedir. Kısıt (12) Eğer m makinesinde j yarı mamulü üretilebilir ise j yarı mamulü m makinesinin herhangi bir yığımında işlenebilir. Kısıt (13) m makinesine atanan yarı mamul üretim işlerinin işlem zamanı toplamı, makinenin kapasitesinden fazla olmamalıdır. Kısıt (14) m makinesindeki b yığımında işlenen j yarı mamulünün tamamlanma zamanının hesabı içindir. Kısıt (15) m makinesinin b yığımın başlangıç zamanının kendisinden önceki yığımın tamamlanma zamanından büyük veya ona eşit olmasını sağlamaktadır. Kısıt (16-19) m makinesindeki j yığımın başlama ve bitiş zamanlarını bulmak içindir. Kısıt (20) her toplama noktasına uğranılacağı garanti altına alınmıştır. Kısıt (21) v aracıyla uğranılan l toplama noktasına yine aynı araçla dağıtım yapılacağı garanti altına alınmıştır. Kısıt (22) her aracın depodan çıkışı garanti altına alınmıştır. Kısıt (23) v aracı ile ziyaret edilen düğümünden yine aynı araç ile terk edileceğini garanti altına almaktadır. Kısıt (24) v aracının son durağının araç deposu olacaktır. Kısıt (25-26) aracın ziyaret ettiği düğümler arasındaki zaman tutarlılığının korunması amaçlanmıştır. Kısıt (27) i montaj görevinin başlangıç zamanının kendisinin ihtiyacı olan yarı mamullerin tamamlanma zamanından sonra olması içindir. Kısıt (28) v aracı ile m makinesinden alınacak yarı mamuller için m makinesine uğrama zamanının o makinedeki siparişlerin bitiş zamanından büyük veya eşit olması sağlanmıştır. Kısıt (29) v aracı ile k istasyonuna bırakılacak yarı mamuller için k istasyonuna uğrama zamanı o istasyondaki montaj görevi i için olan başlama zamanından daha küçük olmasını veya eşit olmasını sağlamaktadır. Kısıt (30) i montaj işini yapan k istasyonuna uğrama zamanı ile j yarı mamul üretimini yapan m makinesine uğrama zamanı arasındaki ilişkiyi göstermektedir. Kısıtlar (31,32 ve 33) aracın önce makinelerden yarı mamulleri toplamasına ardından istasyonlara bırakmasını ve istasyonlardaki boş paletleri alarak tekrar makinelere bırakmasını sağlamaktadır. Kısıt (34) bir istasyonda yapılacak montaj işinin başlama zamanının kendinde önceki istasyonlardaki öncülünün tamamlanma zamanına eşit ya da büyük olmasını garanti altına alır. Kısıt (35) bir istasyonun açılması durumunda sadece o istasyona montaj işi ataması yapılabileceğini göstermektedir. Kısıt (36) istasyonların açılmasının ardışık şekilde yapılmasını garanti eder. Kısıtlar (37-40) yarı mamullerin üretim başlangıç ve bitiş zamanlarını hesaplamak içindir. Kısıtlar (41 ve 42) karar değişkenlerinin işaret sınırlamasını göstermektedir.

Fabrika içi taşıma ve dağıtım süreçlerinin karmaşıklığı ve çeşitli alt problemleri içermesi, çok amaçlı bir matematiksel model kullanımını zorunlu kılmıştır. Bu nedenle, paralel makine çizelgeleme, zaman pencereli topla-dağıt araç rotalama ve montaj hattı dengeleme problemleri bir araya getirilerek bütünlük bir model tasarlanmıştır. Fabrikanın iç lojistik süreçlerinde farklı sorunların bir arada ele alınması gerekliliği, mevcut problemlerin bireysel olarak çözülmesi yerine entegre bir yaklaşımla ele alınmasını gerektirmiştir. Böylece, sistemin genel performansını üzerinde olumlu etkiler sağlanabilecek ve

süreçler arasındaki uyumsuzluklar minimize edilebilecektir. Literatürde benzer problemlerin çözümüne yönelik çeşitli yaklaşımlar incelenmiş olup, bu çalışmalardan elde edilen bilgiler doğrultusunda, en uygun metodolojik yaklaşım belirlenmiştir. Seçilen metodoloji hem teorik hem de pratik açıdan mevcut fabrikanın operasyonel yapısına uyum sağlayacak şekilde tasarlanmıştır. Bu çalışmada kullanılan üç alt model (Paralel Makine Çizelgeleme, Zaman Pencereli Topla-Dağıt Araç Rotalama ve Montaj Hattı Dengeleme) bir araya getirilerek, fabrika içi lojistik süreçlerinin bir bütün olarak ele alınması sağlanmıştır. Bu sayede, malzeme akışının optimize edilmesi, montaj hattı beslemesinin verimli bir şekilde gerçekleştirilmesi ve gereksiz taşıma faaliyetlerinin minimize edilmesi amaçlanmıştır.

### 3. Deneysel Çalışma (Experimental Study)

Evlerde kullanılan derin dondurucu 2 farklı grupta ele alınmaktadır. Ev tipi olarak gruplanan ürünlerde dikey (çekmeceli) ve yatay (sandık tipi) derin dondurucular üretilmektedir. Ev tipi dikey derin dondurucularda kullanılan kapı hattı üzerinde bu çalışma yapılmıştır. Kapı için yıllık talep 20.000 adettir. Üretilen ürün görseli Şekil 1'de yer almaktadır.



Şekil 1. Üretilen kapı görseli (Produced door image)

Ürün yapımında 5 adet montaj görevi bulunmaktadır. Bu 5 adet görevde kullanılmak üzere 8 adet yarı mamul bulunmaktadır ve reçete miktarı her bir yarı mamul için 1 adettir. Bu yarı mamuller 8 ayrı makinede yapılmaktadır. 1 araç ile taşımalar yapılmaktadır. Kapı hattı 3 vardiya çalışmaktadır. Montaj hattı ise tek vardiya çalışmaktadır.  $SD_d$  d düğümündeki yükleme-boşaltma zamanı (servis süresi) 45sn.'dir.  $M_{l,d}$  l düğümünden d düğümüne gitme maliyeti ise 2 TL'dir. Özet bilgi Tablo 1.'de yer almaktadır.

Tablo 1. Özet bilgi (Summary information)

Açıklama	Miktar
Montaj görevleri	5
Makine sayısı	8
Yarı mamul sayısı	8
Topla ve dağıt için araç sayısı	1
Vardiya sayısı	3 (Tek vardiyada 27.000 sn)

Ürünün kapısında toplamda 8 adet yarı mamul kullanılmaktadır. Bu yarı mamuller 8 farklı makine yapılmakta olup, her bir yarı mamul için reçete miktarı birer adettir. Bu yarı mamullerin makinelerde yapım süresi (TM(m,j) Tablo 2. 'de yer almaktadır.

**Tablo 2.** Kapı yapımında kullanılan yarı mamuller (Semi-finished products used in door construction)

Sıra	Reçete	Miktarı	RM(i,j)	Süre (Sn)	TM(m,j)	Makine
Y1	1 ADET			128		M1
Y2	1 ADET			20		M2
Y3	1 ADET			8		M3
Y4	1 ADET			3		M4
Y5	1 ADET			33		M5
Y6	1 ADET			7		M6
Y7	1 ADET			50		M7
Y8	1 ADET			174		M8

Kapı hattında toplamda 5 istasyon bulunmaktadır. Tablo 3.'te yer almaktadır. 1. operasyon için bir operatör kapı sacını maskeleme ile hazırlamaktadır. Yine bu istasyonda Y1 yarı mamulü kullanılmakta olup, montaj işinin işlem süresi 38,1 saniyedir. 2. operasyon için 2 operatör tarafından kapı sacına alt ve üst kep takılması yapılmaktadır. Bu operasyon için Y2-Y3-Y4-Y5-Y6 yarı mamulü kullanılmaktadır. Bu montaj görevinin işlem süresi 45,6 saniyedir. 3. operasyon için 1 operatör tarafından gerekli maskeleme işlemi yapılmaktadır. İşlem süresi 53,5 saniyedir. 4. operasyon için 1 operatör tarafından hazırlanan kapı grubu poliüretan tesisine konulmaktadır. İçerisinde poliüretan dolup hazır olan kapı grubu da alınıp bir sonraki istasyona gönderilmektedir. Bu istasyonda Y7 yarı mamulü kullanılmaktadır. Bu montaj görevinin işlem süresi 80,5 saniyedir. Kapı hattının en son operasyonu olan 5. montaj işi ise kapı grubunun temizlenmesi ve üzerine conta takılmasıdır. Bu operasyon için 2 operatör çalışmakta olup, Y8 yarı mamulü kullanılmaktadır. İşlem süresi 45,5 saniyedir. TV<sub>id</sub> süreleri Tablo 4'de yer almaktadır.

Microsoft Windows 10 Pro Sürüm 10.0.10240 Yapı 10240 İşlemci Intel(R) Core(TM) i5-7200U CPU @ 2.50GHz, 2712 Mhz, 2 çekirdek, 4 mantıksal işlemciye sahip bir bilgisayarda GAMS 23.5 ticari çözücü kullanarak farklı hbs değerleri için model

çözdürülmüştür. Farklı hbs değerleri için en iyi amaç fonksiyonu değerleri kaydedilmiştir. Bir çevrim için bulunan bekleme zamanı, araç rotalama maliyetine gün içerisinde paylaşıldığı zaman (o çevrimin hat besleme süresi ile pay edildiği zaman) gün içinde oluşan toplam bekleme ve toplam araç toplama maliyeti aşağıdaki Tablo 5'de yer almaktadır. En iyi çözümü veren parti büyüklüğünün 38 olduğu gözlemlenmiştir. Bu çözümün amaç fonksiyon değeri 128.931'dir. Bu sonuç için 4 istasyon açılmıştır. Parti büyüklüğünün 46'dan büyük olduğu çözümler olursuz çözümlerdir.

İlgili malzemelerin makinelerden istasyonlara taşınması ve ardından boş kutu-paletlerin istasyonlardan makinelere tekrar götürülmesi için topla dağıt problemi uygulanmıştır. Modelin oluşturulması sonucunda optimum bir rota belirlenmiştir. Bu düğümler için 0. düğüm başlangıç depoyu ve 27. düğüm bitiş depoyu belirtmektedir. Tek araç kullanılmıştır. Rota, 8. düğümün ziyareti ile başlamıştır. İlk 8 düğüm makinelerin toplama düğümünü, sonrası 5 düğüm istasyon dağıtma düğümünü, ardından 5 düğüm istasyonlardan toplama düğümünü ve son 8 düğüm ise makinelere geri bırakma düğümünü temsil etmektedir. Araç rotası 27. düğüm olan depoya geri dönüş ile sona ermiştir. Rotada bulunan düğümler sırasıyla Tablo 6.'da yer almaktadır. 8. düğümüne varış zamanı 2.204 sn, 2. Düğümüne varış zamanı 2.284 sn olarak devamındaki tüm düğümler için varış zamanı tabloda belirtildiği gibidir. Gams programı sonucunda oluşan rota Q değerleri ile takip edilebilirken, varış zamanları vt değerleridir. Rota süresinin azaltılabilmesi için araç sayısı artırılabilir.

Montaj işi 1 ve 2; istasyon 1'e atanmıştır. Diğer montaj işleri ardışık gelen istasyonlara atanmıştır. Tablo 7'de yer almaktadır. İşlem zamanları arasında farklılık gözlemlenmiştir. Bu oluşan farklılık montaj işlerinin ardışık olarak gerçekleşmesi sebebiyledir. Her bir montaj iş istasyonunda 38 adet ürünün (y değerlerinin değiştirerek bulunan parti büyüklüğü) montaj işi yapılacak şekilde planlanmıştır. Bu montaj işlemlerini gerçekleştirebilmek için gerekli olan yarı mamullerin imalatı montaj işlerinin başlamasına müsaade edecek şekilde aşağıdaki gibi planlanmıştır.

**Tablo 3.** Montaj görevleri ve işlem süreleri (Assembly tasks and processing times)

Operasyon No	Operasyon İş Tanımı	Operatör Sayısı	Operasyon Süresi (sn) t(i)	İlgili İstasyonda İşlem Gören Yarı mamuller
İ1	Gövde hazırlık	1	38.1	Y1
İ2	Alt-Üst kep takma	2	45.6	Y2-Y3-Y4-Y5-Y6
İ3	Macunlama	1	53.5	
İ4	Poliüretan	1	80.5	Y7
İ5	Temizleme ve conta takımı	2	45.5	Y8

**Tablo 4.** TV<sub>id</sub> süreleri (TV<sub>id</sub> times)

TV <sub>id</sub>	Araç Depo	M1 Makine	M2 Makine	M3 Makine	M4 Makine	M5 Makine	M6 Makine	M7 Makine	M8 Makine	İ1 Montaj İşi	İ2 Montaj İşi	İ3 Montaj İşi	İ4 Montaj İşi	İ5 Montaj İşi
Araç Depo	0													
M1 Makine	35	0												
M2 Makine	45	35	0											
M3 Makine	45	35	5	0										
M4 Makine	50	25	32	32	0									
M5 Makine	45	35	5	5	5	0								
M6 Makine	45	35	5	5	5	5	0							
M7 Makine	52	10	60	60	50	60	60	0						
M8 Makine	30	45	35	35	30	35	35	45	0					
İ1 Montaj İşi	32	25	50	50	35	50	50	15	10	0				
İ2 Montaj İşi	32	25	50	50	35	50	50	15	10	10	0			
İ3 Montaj İşi	32	25	50	50	35	50	50	15	10	10	10	0		
İ4 Montaj İşi	32	25	50	50	35	50	50	15	10	10	10	10	0	
İ5 Montaj İşi	32	25	50	50	35	50	50	15	10	10	10	10	10	0

**Tablo 5.** Amaç fonksiyon değerleri (The objective function values)

y	HBS	Açılan İstasyon	Araç Dolaşma Maliyeti	Yarı mamul beklenen süre	Amaç Fonksiyon Değeri
1	90	4	1.044	2.899	1.182.750
2	180	4	974	3.054	604.170
3	270	4	990	3.590	457.970
4	360	4	910	3.540	333.720
5	450	4	870	4.470	320.370
6	540	4	870	5.309	308.970
7	630	4	940	6.264	308.756
8	720	4	1.040	5.249	235.845
9	810	4	970	5.599	218.970
10	900	4	920	5.674	197.820
11	990	4	1.030	7.309	227.425
12	1080	4	710	6.819	188.220
13	1170	4	930	7.279	189.432
14	1260	4	998	8.463	202.727
15	1350	4	1.060	7.899	179.170
16	1440	4	1.164	9.424	198.533
17	1530	4	1.060	10.448	203.088
18	1620	4	930	8.603	158.887
19	1710	4	1.150	9.488	167.970
20	1800	4	940	11.038	179.670
21	1890	4	1.050	10.138	159.827
22	1980	4	934	10.034	149.561
23	2070	4	1.214	12.503	178.913
24	2160	4	928	10.683	145.133
25	2250	4	1.078	11.383	149.526
26	2340	4	880	12.552	154.989
27	2430	4	1.034	13.412	160.514
28	2520	4	870	12.057	138.506
29	2610	4	1.194	14.255	159.818
30	2700	4	950	13.132	140.820
31	2790	4	910	13.322	137.728
32	2880	4	1.004	14.673	146.970
33	2970	4	994	14.812	143.688
34	3060	4	1.094	16.439	154.699
35	3150	4	910	14.637	133.256
36	3240	4	878	15.162	133.670
37	3330	4	960	15.386	132.538
38	3420	4	780	15.551	128.931
39	3510	5	1.054	16.276	133.308
40	3600	5	1.060	18.416	146.070
41	3690	5	950	18.051	139.031
42	3780	5	984	17.941	135.177
43	3870	5	864	17.744	129.821
44	3960	5	984	18.113	130.204
45	4050	5	1.194	18.666	132.397
46	4140	İNFEASIBLE	İNFEASIBLE	İNFEASIBLE	İNFEASIBLE
47	4230	İNFEASIBLE	İNFEASIBLE	İNFEASIBLE	İNFEASIBLE
48	4320	İNFEASIBLE	İNFEASIBLE	İNFEASIBLE	İNFEASIBLE
49	4410	İNFEASIBLE	İNFEASIBLE	İNFEASIBLE	İNFEASIBLE
50	4500	İNFEASIBLE	İNFEASIBLE	İNFEASIBLE	İNFEASIBLE

**Tablo 6.** Makine ve istasyonların topla-dağıt düğümleri ve varış zamanları (Pickup-Delivery nodes and arrival times for machines and stations)

Açıklama	Düğüm	Varış Zamanı (sn)	Açıklama	Düğüm	Varış Zamanı (sn)
Başlangıç Depo	0	-	İstasyon 25	25	2.934
Makine 8	8	2.204	İstasyon 14	24	2.989
Makine 2	2	2.284	İstasyon 19	22	3.044
Makine 3	3	2.334	İstasyon 22	23	3.099
Makine 5	5	2.384	İstasyon 26	26	3.154
Makine 6	6	2.434	Makine 20	20	3.214
Makine 4	4	2.484	Makine 14	14	3.269
Makine 1	1	2.554	Makine 17	17	3.339
Makine 7	7	2.609	Makine 21	21	3.414
İstasyon 9	9	2.669	Makine 15	15	3.494
İstasyon 13	13	2.724	Makine 19	19	3.544
İstasyon 10	10	2.779	Makine 16	16	3.594
İstasyon 11	11	2.834	Makine 18	18	3.644
İstasyon 12	12	2.889	Bitiş Depo	27	3.734



**Tablo 7.** Montaj işlerinin atanmış olduğu istasyonlar ve montaj görevlerinin başlangıç zamanları (Stations to which assembly jobs are assigned and start times of assembly tasks)

Montaj Görevi	1. İstasyon	2. İstasyon	3. İstasyon	4. İstasyon
1	2.669			
2	2.669			
3		5.849		
4			7.882	
5				10.941

#### 4. Sonuçlar (Conclusions)

Bu çalışma, Kayseri Serbest Bölgesi'nde faaliyet gösteren bir derin dondurucu ve buzdolabı üreticisinin montaj hatları ile bu hatları besleyen üretim atölyelerinin planlanması, çizelgelemesi ve taşıma süreçlerinin optimize edilmesi amacıyla geliştirilen yeni bir matematiksel modelin başarısını ortaya koymaktadır. Yalın üretim felsefesine dayalı olarak tasarlanan bu model, gereksiz hareketlerden ve taşıma süreçlerinden kaçınarak, müşteri taleplerini zamanında, düşük maliyetle ve yüksek kalitede karşılamayı hedeflemektedir. Çalışma kapsamında geliştirilen model, montaj hatları, iş atölyeleri ve taşıma araçlarının eş zamanlı olarak planlanmasını ve çizelgelemesini sağlamakta, böylece üretim ve taşıma maliyetlerinin minimize edilmesine katkıda bulunmaktadır. Özellikle Milk-Run yöntemi kullanılarak gerçekleştirilen malzeme taşımaları, ara stokların dengeli bir şekilde beslenmesi ve araç kapasitelerinin etkin kullanımı açısından önemli sonuçlar vermiştir. Matematiksel modelin uygulanması sonucunda, hat besleme sürelerinin optimize edilmesi, ideal parti büyüklüklerinin belirlenmesi ve malzeme dağıtımı için uygun rotaların bulunması sağlanmıştır. Bu sayede, gereksiz malzeme taşımalarının ve fazla stokların azaltılması, üretim verimliliğinin artırılması ve stok yönetiminin iyileştirilmesi mümkün olmuştur. Elde edilen sonuçlar, fabrikadaki kapı hattı için başarılı bir uygulama örneği sunmakta olup, gelecekte bu modelin iki montaj hattı için de genişletilmesi ve metasezgisel ya da ayrıştırma algoritmaları kullanılarak daha karmaşık problemlerin çözümüne yönelik adımlar atılması planlanmaktadır. Bu çalışma, yalın üretim felsefesinin üretim ve lojistik süreçlerine entegrasyonu ile rekabet avantajı sağlamayı hedefleyen şirketler için önemli bir referans niteliği taşımaktadır. Sonuç olarak, geliştirilen modelin başarılı bir şekilde uygulanması, üretim süreçlerinde verimliliği artırarak, toplam üretim ve taşıma maliyetlerini minimize etmekte ve müşteri memnuniyetini artırmakta önemli bir rol oynamaktadır. Bu da şirketin sürdürülebilirliğini ve rekabet gücünü artırarak, endüstriyel ortamda kalıcı bir başarı elde etmesine olanak tanımaktadır.

#### Kaynaklar (References)

1. Yalçın S.E., Henden B., Başaran İ., Pamuk B., Öztürk N. Montaj hattı parça besleme süreçlerinin planlanması için kural tabanlı sistem tasarımı, *Uludağ Üniversitesi Mühendislik Fakültesi Dergisi*, 23 (4), 71-82, 2018.
2. Şahin İ. E., Kanban kontrollü milkrun döngülü malzeme besleme sistemi: Tv fabrikasında bir uygulama, Yüksek Lisans Tezi, İstanbul Teknik Üniversitesi, 2011.
3. Gürgen Z., Otacıoğlu H.C., Kurt H.O., AGV sayısına ve hatlardaki stok miktarlarına karar veren bir hat besleme sistemi kurulması, *Endüstri Mühendisliği Dergisi*, 30 (2), 75-92, 2019.
4. Çağlayan M.S., Montaj hattında malzeme besleme sisteminin yapay sinir ağı yöntemi ile seçimi, Yüksek Lisans Tezi, Bursa Uludağ Üniversitesi, 2022.
5. Özcan M., Montaj hattı besleme işlemlerinin çizelgelemesi için bir çözüm yaklaşımı, Yüksek Lisans Tezi, TOBB Ekonomi ve Teknoloji Üniversitesi, 2016.
6. Büyüközkan K., Karma modellenmiş montaj hatlarına yönelik döngüsel malzeme besleme sistemi optimizasyonu, Doktora Tezi, İstanbul Teknik Üniversitesi, 2018.

7. Günay E.E., Otomotiv montaj hatlarında montaj öncesi ara stok içeriğinin belirlenmesi, Doktora Tezi, Sakarya Üniversitesi, 2016.
8. Tansel B., Cabioğlu M.F., Arslan Y., Çakır C., Bilgin E., Çay S.B., Çamaşır Makinesi fabrikası içi lojistik aktivitelerinin optimize edilmesi, *Endüstri Mühendisliği Dergisi*, 21 (3), 25-38, 2010.
9. Tekin S., Yılmaz C., Vergili C., Uzgören N., Öztürk Z.Ş., Demirpolat E.N., Lider bir dondurma fabrikasında WCM metodolojisiyle üretim alanlarında lojistik optimizasyonu, *Endüstri Mühendisliği Dergisi*, 27 (4), 3-14, 2016.
10. Sipahioğlu A., Altın İ., A mathematical model for in-plant Milk-Run routing, *Pamukkale Üniversitesi Mühendislik Bilim Dergisi*, 25 (9), 1050-1055, 2019.
11. Küçüköğlü İ., Yağmahan B., Çağlıyan M.S., Yıldız A., Aktokluk D., İç lojistik sisteminde malzeme tedariki için geliştirilmiş matematiksel modelleme yaklaşımı: Bir uygulama, *Uludağ Üniversitesi Mühendislik Fakültesi Dergisi*, 23 (4), 159-176, 2018.
12. Arslan R. Süreç optimizasyonu: Tesis içi ürün taşıma operasyonunun milk-run ile optimizasyonu, Yüksek Lisans Tezi, Gebze Teknik Üniversitesi, 2018.
13. Çevikcan E., Sol E., Satoğlu Ş.İ., Durmuşoğlu M.B. Fabrika içi lojistik süreçlerinin set yapma esaslı tasarımı ve bir uygulama, *Uludağ Üniversitesi Mühendislik Fakültesi Dergisi*, 23 (4), 83-98, 2018.
14. Savaşaneril S., Köksalan M., Yetimoğlu S., Küçük T.C., İnaltekin F., Çolak Ö., Bilici G. Fabrika içi çekme esaslı taşıma sistemi tasarımı, *Endüstri Mühendisliği Dergisi*, 18 (3), 31-42, 2007.
15. Baler R., Hage S., Fontaine P., Spinler S., The assembly line feeding problem: An extended formulation with multiple line feeding policies and a case study, *International Journal of Production Economics*, 222, 107489, 2020.
16. Nourmohammadi A., Eskandari H., Fathi M., Bourani M.R., An integrated model for cost-oriented assembly line balancing and parts feeding with supermarkets, *Procedia CIRP*, 72, 381-385, 2018.
17. Fedtke S., Boysen N., Schumacher P., In-line kitting for part feeding of assembly lines: workload balancing and storage assignment to reduce the workers' walking effort, *OR Spectrum*, 45, 717-758, 2023.
18. Zhou, B., Huang, Y., Dynamic cyclic kitting part-feeding scheduling for mixed-model assembly line by a hybrid quantum-behaved particle swarm optimization, *Robotic Intelligence and Automation*, 43 (3), 267-289, 2023.
19. Delice, Y., Aydoğan, E.K., Himmetoğlu, S., Özcan, U., Integrated mixed-model assembly line balancing and parts feeding with supermarkets, *CIRP Journal of Manufacturing Science and Technology*, 41, 1-18, 2023.
20. Junhao C., Jia X., He Q., A novel bi-level multi-objective genetic algorithm for integrated assembly line balancing and part feeding problem, *International Journal of Production Research*, 61 (2), 580-603, 2023.
21. Müllerklein D., Fontaine P., Ostermeier F., Integrated consideration of assembly line scheduling and feeding: A new model and case study from the automotive industry, *Computers & Industrial Engineering*, 170, 108288, 2022.
22. Prakong C., Chutima P., Many-objective Assembly-Line Parts Feeding decisions in Automotive Industry, *MSIE '22: Proceedings of the 4th International Conference on Management Science and Industrial Engineering*, Chiang Mai, Thailand, 302-310, 2022.
23. Adenipekun E.O., Limère V., Schmid N.A., The impact of transportation optimisation on assembly line feeding, *Omega*, 107, 102544, 2022.
24. Calzavara M., Serena M., Battini D., Sgarbossa F., Persona A., A Joint Assembly Line Balancing and Feeding Problem (JALBFP) considering direct and indirect supply strategies, *International Journal of Production Research*, 60 (19), 5727-5745, 2022.
25. Moretti, E., Tappia, E., Melacini, M., Scheduling Mobile Robots in Part Feeding Systems, *Proceedings of the Hamburg International Conference of Logistics*, Hamburg, Germany, 129-149, 2021.
26. Saez-Mas, A., Garcia-Sabater, J.P., Garcia-Sabater, J.J., Ruiz, A., Redesigning the in-plant supply logistics: A case study, *Computers and Industrial Engineering*, 143, 106422, 2020.
27. Kundu, K., Rossini, M., Portioli-Staudacher, A., A study of a kanban based assembly line feeding system through integration of simulation and particle swarm optimization, *International Journal of Industrial Engineering Computations*, 10 (3), 421-442, 2019.
28. Emde, S., Schneider, M., Just-in-time vehicle routing for in-house part feeding to assembly lines, *Transportation Science*, 52 (3), 657-672, 2018.

29. Caputo, A.C., Pelagagge, P.M., Salini, P., Selection of assembly lines feeding policies based on parts features and scenario conditions, *International Journal of Production Research*, 56 (3), 1208–1232, 2018.
30. Sali, M., Sahin, E., Line feeding optimization for Just in Time assembly lines: An application to the automotive industry, *International Journal of Production Economics*, 174, 54–67, 2016.
31. Arık O.A., A lagrange relaxation based algorithm for parallel injection machine scheduling problem, *Journal of the Faculty of Engineering and Architecture of Gazi University*, 40 (1), 277-286, 2024.
32. Kabadurmuş Ö., Erdoğan M.S., Bi-Objective green vehicle routing problem minimizing carbon emissions and maximizing service level, *Journal of the Faculty of Engineering and Architecture of Gazi University*, 38 (1),103-112, 2023.
33. Çelikdin A.E., Adapted large neighborhood search algorithm with optimized golden ratio spiral initial solution for capacitated vehicle routing problem with time windows, *Journal of the Faculty of Engineering and Architecture of Gazi University*, 39 (2), 797-810, 2024.
34. Boz E., Çalık A., Şahin Y., Solution approaches for the green vehicle routing problem with time window and simultaneous pickup and delivery, *Journal of the Faculty of Engineering and Architecture of Gazi University*,39 (2), 757-770, 2024.
35. Boz E., Aras N., The joint order batching and vehicle routing problem with time window, *Journal of the Faculty of Engineering and Architecture of Gazi University*, 39 (4), 2223-2237, 2024.
36. Kılınçcı Ö., Assembly line balancing problem with resource and sequence-dependent setup times (ALBPRS), *Journal of the Faculty of Engineering and Architecture of Gazi University*, 38 (1), 557-570, 2023.
37. Bekdemir P., Taşan S.Ö., Cost-based assembly line balancing and worker-cobot assignment problem under ergonomic constraints, *Journal of the Faculty of Engineering and Architecture of Gazi University*, 39 (1), 461-472, 2023.
38. Arıkan M., Hybrid simulated annealing-tabu search algorithms for solving U-shaped type-2 assembly line balancing problems with workload smoothing objective, *Journal of the Faculty of Engineering and Architecture of Gazi University*, 39 (3), 1733-1743, 2024.