OTOREGRESİF KOŞULLU DEĞİŞEN VARYANS MODELLERİ İLE BİR PORTFÖY GETİRİSİNİN RİSK TAHMİNİ

Neslihan FİDAN KEÇECİ[1]

Özet

Finansal risk yönetiminde yatırım getirilerinin risk tahmini için finansal ekonometrik model olarak volatilite modelleri kullanılmaktadır. Hisse senedi piyasalarında yapılan çalışmalar göstermiştir ki getirilere ait volatilite zamanla değişim göstermektedir. Yatırım kararlarının doğru alınabilmesi için getirilerin değişkenliğini ölçen modellerin iyi anlaşılması gereklidir. Hisse senetlerinden oluşan bir portföy getirisine ait volatilitenin belirlenmesi için, getirilere ait varyans ve kovaryansları içeren kovaryans matrisine ihtiyaç vardır. Kovaryans matrisinin doğru belirlenmesi portföy volatilitesinin tahmini için oldukça önemlidir. Otoregresif Koşullu Değişen Varyans Modelleri, özellikle volatilitenin yüksek olduğu finansal piyasalarda geleneksel varyans modellerine tercih edilir olmuştur. Bu ekonometrik modeller zaman içinde kovaryans ve korelasyon modelleri için de genişletilmiştir. Çalışmada Borsa İstanbul'da işlem gören işlem ve hacmi en yüksek on hisse senedinden oluşan bir portföy getirisinin riskinin otoregresif süreçte modellenmesi üzerinedir. Çalışmada portföy getirisinin riski, portföy bileşenlerinin getirileri arasındaki otoregresif koşullu değişen ilişkileri kovaryans matrisine yansıtan, Çok Değişkenli Otoregresif Koşullu Değişen Varyans modelleriyle öngörülmeye çalışılmaktadır.

Anahtar Kelimeler: Portföy Riski, Volatilite Modelleri, Zamanla Değişen Kovaryans

Makale geliş tarihi: 18 Ağustos 2017
Makale kabul tarihi: 19 Kasım 2017
[1] Yrd. Doç. Dr., İstanbul Üniversitesi İşletme Fakültesi Sayısal Yöntemler Anabilim Dalı.

A PORTFOLIO RISK ESTIMATION WITH GENERALIZED AUTOREGRESSIVE CONDITIONAL HETEROSKEDASTIC MODELS

Abstract

Measurement of the portfolio volatility is a key factor for decision making in financial managements. Both risk managers and portfolio managers require the covariance matrices that may include many assets or risk factors. The covariance matrix of returns on a set of assets or risk factors is the cornerstone of classical risk-return analysis. Therefore, the accuracy of determining covariance matrix of the asset returns is very important for risk estimation. Autoregressive Conditional Heteroscedasticity Models of volatility have expanded to multivariate models of covariances and correlations of the return series for modelling their co-movements. In this study, Multivariate Generalized Conditional Heteroscedastic Time Series Models are applied for modeling volatility of stock portfolio in Borsa İstanbul. The aim is to capture the daily co-movements of asset returns via Multivariate Generalized Conditional Heteroscedastic Time Series Models.

Keywords: Portfolio Risk, Volatility Models, Time Varying Covariances.

GİRİŞ

Bir finansal varlık getirisindeki değişkenliğe hisse senedinin volatilitesi denir. Hisse senedi getirileri zaman içinde değişen hareketli bir yapıya sahiplerdir (Taylor, 2005:1). Finansal değişkenlerdeki hareketlere bağlı olarak olası, ancak beklenmeyen sonuçların yayılımı risk olarak tanımlanmaktadır. Volatilite, bir finansal varlık getirisinin kendi ortalamasından sapmasını ölçmek için modellenmektedir ve bu modeller riskin öngörülmesi amacıyla kullanılmaktadır. Finansal risk yönetimi, riski tanımlamak, ölçmek ve yönetmek için süreçler düzenlenmesini ve geliştirilmesini ifade etmektedir (Jorion, 2007: 75). Bir portföyün riski porföyü oluşturan finansal varlık getirilerinin varyans ve kovaryanslarını içeren kovaryans matrislerinin tahmini üzerinden hesaplanır. Ancak tahmin aşaması her zaman modelin doğru belirlenememesi riski taşımaktadır. Çünkü aynı veri seti için kullanılan farklı istatistik modellerle çok farklı sonuçlar elde edilebilmektedir (Silvennoinen ve Terasvirta, 2009). Benzer şekilde kullanılan istatistik modeller aynı dahi olsa veri setini oluşturan örnek dönemin farklılığı veya gözlem sayısının farklılığı kovaryans matrisinin tahminini doğrudan etkilemektedir. (Alexander, 2008-II, s. 89).

Markowitz (1952)'in portföy getirisinin riskinin ölçümü için Ortalama-Varyans modelini önerdiği dönemden öncesine kadar finansal risk, ortalama getiri için bir herhangi bir dağılımın parametreleri gözetilmeksizin düzeltme faktörü olarak görülmekteydi (Szegö, 2005: 5). Finansal ekonometrinin ele aldığı en önemli konulardan biri, yatırım getirilerinin ikinci dereceden momentlerinin zamanla değişen bağımlılığıdır. Engle (1982) bu konuda yazdığı ilk makalede, koşulsuz varyansın sabit olduğu ancak koşullu varyansın sabit olmadığı, otokorelasyonsuz ve sıfır ortalamalı zaman serilerinde Otoregresif Koşullu Değişen Varyans (ARCH) Modellerini enflasyon için ortalama ve varyans tahmininin yapıldığı bir uygulamayla, tanıtmıştır. Bu makalede Otoregresif Hareketli Ortalama (ARMA) modelleri gibi ortalama için geliştirilen geleneksel zaman serisi modelleri, varyans için de düzenlenmiştir. Model 1986'da Bollerslev tarafından düzenlenerek yeniden sunulan Genelleştirilmiş ARCH modelleri bir finansal zaman serisinin veya finansal varlıklardan oluşan portföyün volatilitesindeki değişimin tahmin ve analizlerinde sıkça kullanılır olmuşlardır.

Balaban, Candemir ve Kunter (1996) Borsa İstanbul Bileşik Endeksine ait aylık getirilerin değişkenliğini getirilerin karelerinden oluşan seriyi ARMA sürecinde modelleyerek tahmin etmeye çalışmışlardır. Çalışmada kareli getiriler için AR(1) modeli anlamlı olarak elde edilmiş ve getirilerde gözlenen dalgalanmanın sadece geçmiş veriler üzerinden açıklanabileceğine dair bulgular elde edilmiştir. Türkiye'de de finansal varlık getirilerinde Otoregresif Koşullu Değişen Varyans etkisinin görüldüğünü ortaya çıkaran çalışmalar mevcuttur. Balaban (2000), günlük verileri kullanarak Borsa İstanbul Bileşik Endeksinin değişkenliği üzerine yaptığı çalışmada koşullu değişen varyans modellerinin volatilite tahmininde avantajlı ve hisse senedi piyasasındaki özellikle günlük risk analizi çalışmaları için güvenilir modeller olduğuna değinmiştir. Bu uygulamalara dair bir başka çalışma olarak Korkmaz ve Aydın (2002), Borsa İstanbul Ulusal 30 endeksine ve endekse dahil 25 hisse senedine ait günlük getirilerin varyansını Üstel Ağırlıklı Hareketli Ortalama ve GARCH modelleri ile tahmin etmişler ve tahmin sonuçlarını karşılaştırmışlardır. Sarıkovanlık (2006) ise Borsa İstanbul'da işlem gören 49 hisse senedine ait günlük getirilerinin varyans tahmini için, sonuçları diğerlerine göre daha başarılı olarak elde edilen, GARCH(1,1) modeli önermiştir. Sarıoğlu (2006) çalışmasında Borsa İstanbul Ulusal 100 Fiyat Endeksine ait haftalık ve aylık getirilerin varyans tahminlerini sunmuş ve GARCH(1,1) modeli bu çalışmada da iyi bir başlangıç modeli olarak önermiştir. Gökçe (2001) tarafından Borsa İstanbul Ulusal 100 endeksi ve Mazıbaş (2005) tarafından Borsa İstanbul Bileşik, Mali, Hizmet ve Sınai endeksleri için yapılan uygulamalarda, GARCH modeller ailesinin getirilerin varyans tahminindeki başarıları üzerinde durulmuştur. Bu çalışmaların her biri bir finansal varlık getirisinin tek değişkenli otoregresif koşullu değişen varyans modeli üzerine yapılmış çalışmalardır.

Tek değişkenli çalışmaların ardından Engle, Granger ve Kraft (1984), ARCH modelini iki değişkenli olarak, zamanla değişen koşullu kovaryans matrisinin tahmini için kullanmışlardır. Bollerslev, Engle ve Wooldrigde (1988), bir hisse senedi ile pazar portföyü getirileri arasındaki koşullu kovaryansın zaman içinde değiştiğine değindikleri çalışmada, finansal varlık getirileri arasındaki kovaryans matrisinin otoregresif sürece dahil olduğu sonucuna varmışlardır. Bu çalışmada ayrıca finansal varlık getirileri, ortalama modellerinin varlık getirisinin pazar portföyü ile koşullu kovaryanslarının bir oranı olarak alınarak, çok değişkenli genelleştirilmiş otoregresif koşullu sürecinde tahmin edilmiştir. Kroner ve Ng (1998) çalışmalarında Çok Değişkenli GARCH modelleri üzerindeki kısıtlamalar arasında bir karşılaştırma yapmış ve modellerin uygunluğunu sınayan yeni testler önermişlerdir. Ayrıca pratikte çok boyutlu kovaryans matrislerine ihtiyaç olduğuna, Çok Değişkenli GARCH modelleri ile büyük boyuttaki kovaryans matrisleri için de tahmin yapılabildiğine değinmişlerdir. Alexander (2000) özellikle RMD hesaplamalarında gerekli olan büyük boyutlu kovaryans matrisleri için, bu finansal varlık getirilerini etkileyen ve birbirleri arasında ilişkili olmayan risk faktörlerinin tek değişkenli GARCH modeli üzerinde durmuştur. Bu çalışmada finansal varlık getirilerine ait kovaryans matrisi, risk faktörlerinin GARCH sürecinde tahmin edilen varyanslarına bağlı olarak sunulmuştur. Ding ve Engle (2001) ise çalışmalarında büyük boyutlu kovaryans matrisi modelleri için önerdikleri Köşegen VECH modelinin pozitif tanımlı olmasını garantileyen yeter koşulları vermişlerdir. Daha sonra Engle (2002) ve Tse ve Tsui (2002) koşullu korelasyonlar matrisinin zaman içinde değişen modelini sunmuşlardır. Çok Değişkenli GARCH modelleri daha çok farklı piyasalardaki volatilite ve kovaryanslar arasındaki ilişkinin analizine dayanan çalışmalarda uygulanmaktadır (Bauwens vd., 2006: 80). Bir piyasadaki volatilitenin başka bir piyasa üzerindeki volatiliteye öncülük edip etmediği, bir varlık getirisine ait volatilitenin bir başka varlık getirisi üzerindeki etkisi, aynı şiddetteki pozitif ve negatif şokların yarattığı etkilerin farklılığı, varlık getirileri arasındaki korelasyonların zaman içinde değişip değişmediği gibi araştırmaları içeren çalışmalarda Çok Değişkenli GARCH modellerini içeren uygulamalar yer almaktadır. Çok Değişkenli GARCH modellerini sınıflandırıcı ayrıntılı bir çalışma ise Bauwens, Laurent ve Rombouts (2006) tarafından yapılmıştır. Çok Değişkenli GARCH modellerinin gözden geçirildiği bir başka çalışmada ise Silvennoinen ve Terasvirta (2009), uygulamalarda en çok kullanılan modelleri bir arada özellikleri ile sunmakta ve modellerin uygunluğunu araştıran testleri tartışmaktadırlar. Çalışmanın sonuç kısmında daha az sayıda parametre içeren modellerin çok sayıda parametre içerenlere tercih edildiği, tahmin sürecinin kolaylığı nedeniyle koşullu korelasyon modellerinin daha çok kullanıldığı, tahmin süreci sırasında kullanılan paket programlar veya düşük ihtimalle algoritmaların nedeniyle parametreler için farklı sonuçlar elde edilebileceği problemine değinilmiştir.

Çok Değişkenli GARCH Modelleri Türkiye piyasalarına dair çeşitli çalışmalarda da yer almıştır. Erdoğan ve Schmidbauer (2005), çalışmalarında Çok Değişkenli GARCH Modellerinden faydalanarak Türkiye'de hisse senedi ve döviz piyasasının arasında zamanla değişen bir korelasyon yapısı olduğuna dair bulgular elde etmişlerdir. Bozkurt (2009) ise, üç farklı Çok Değişkenli GARCH modelini, Türkiye ekonomisinde toptan eşya fiyat indeksi, gecelik faiz oranı ve reel döviz kuru gibi ekonomik değişkenler arasındaki koşullu korelasyonların tahmin modellerinin karşılaştırmalı bir analizini sunmuştur. Tokat (2010) tarafından yapılan çalışmada Borsa İstanbul'daki dört farklı sektör endeksleri arasındaki şok ve oynaklık etkileşimi farklı kombinasyonlarda Çok Değişkenli GARCH modelleri yardımıyla incelenmiştir.

Yapılan çalışmaların ışığında, bu çalışmada getirilere ait koşullu kovaryans matrislerinin tahmini için çok değişkenli GARCH modelleri kullanılarak Borsa İstanbul'da işlem gören hisse senetlerinden oluşan portföy getirisinin riskinin öngörülmeye çalışılmıştır.

1. SABİT VARYANS VE KOVARYANS MODELLERİ

Bir finansal varlığın normal dağılım sergilediği varsayılan getirilerinin varyansı, gerçekleşmesi mümkün getirilerin kendi ortalamalarından farklarının karelerinin ağırlıklı ortalamasıdır. Karesi alınmış bir getiri serisinin eşit ağırlıklı ortalaması alınırken getirilerin genellikle birbirinden bağımsız olduğu ve özdeş bir dağılımdan geldikleri kabul edilmektedir (Alexander, 2008-II: 90). Belirli bir günde elde edilen getirinin, gerçekleşmiş getirilerin tümünün ortalaması olan, ortalama getiriden farkı hata terimi olarak düşünülebilir. Gözlem sayısının sonsuza uzandığı (pratikte örnek veri yerine geçmişe dönük eldeki tüm verilerin kullanıldığı) durumlarda, hisse senedinin günlük ortalama getirisi genellikle sıfıra çok yakın olduğundan, hata terimi getiriye eşit kabul edilebilmektedir (Brooks, 2008: 107). Bu durumda hata terimleri varyansının sabit olması, getirilerin varyansının sabit olması olarak yorumlanabilmektedir. Bir zaman serisi olarak hisse senedi getirilerinin varyansının sabit olması zaman ilerledikçe her bir dönemde gerçekleşen getirinin varyansının değişmediği anlamını taşımaktadır.

Finansal varlığa ait getiriler gerçekten normal dağılıma uyuyorsa, bu dağılımın iki parametresinden biri olan varyans risk ölçümü için kullanılması uygundur. Bununla beraber normal dağılım ile getirilerin gerçek dağılımı arasında anlamlı bir fark yoksa varyans veya standart sapma yine risk ölçüsü olarak kullanılmaktadır (Bozkurt, 1998: 95). Ancak araştırmalar getirilerin ortalamadan sapmasının varyans ile ölçülemeyen bir dağılım sergilediğini ortaya koymaktadır. Bu nedenle getirilerin normal dağılım sergilediğinin kabul edilmesi gerçekçi bir yaklaşım değildir. Hisse senedi getirilerinin varyansının tahmini için daha hassas modeller geliştirilmiş olmasına rağmen bu varsayım üzerine kurulu modeller karşılaştırma yapmak amacıyla halen kullanılmaktadır.

Markowitz (1952), çalışmasında normal dağılımın parametrelerinden biri olan varyansın yaygın olarak kullanılan dağılım ölçüsü olduğunu belirtmiştir. Bir getiri serisinin varyansını, gerçekleşmiş tüm getirilerin ortalama getiriden sapmalarının karelerinin ortalaması alınarak elde edilmektedir (Markowitz, 1952: 80). Bir finansal varlığın riskinin ölçülmesi için varlık getirilerinin varyansı kullanılır. Bu geleneksel yaklaşımla bir hisse senedinden (t + 1) döneminde elde edilen ortalama getirinin riski, geçmiş t dönemde gerçekleşen getirilerinin varyansı ile ölçülmektedir. Bir yatırımcı genellikle bir finansal varlığın riskinin geçmişte ne olduğu ile ilgilenmemekte, aksine gelecekteki elde tutma süresi boyunca kayıp ya da kazancının ne olabileceğini bilmek istediği için riskin ölçülmesine ihtiyaç duymaktadır (Alexander, 2008-II). Bir finansal varlığın gelecekteki fiyatı belirsizlik taşıdığından, yatırımcı varlık getirilerinin geçmişteki ile aynı parametrelere sahip bir dağılım gösterdiklerini varsaymaktadır. Bir finansal varlığın geçmiş getirilerinin uyduğu varsayılan dağılımın parametrelerinin doğru belirlenebilmesi için mümkün olduğunca çok sayıda gerçekleşmiş getirinin dikkate alınması gerekmektedir. Dolayısıyla mümkün tüm getirilerin ortalamalarından kareli sapmalarının ortalaması ile elde edilen klasik yaklaşım, varyansın uzun dönem boyunca sabit olduğu varsayımına dayanmaktadır.

Getiriler geçmiş bazı kısa dönemlerde daha fazla değişkenlik göstermekte, dolayısıyla bu dönemlerde ölçülen varyans uzun dönemde ölçülen varyantsan farklılık taşımaktadır. Uzun dönem için bir ortalama değer olarak hesaplanmak isteniyorsa varyans uzun dönem verisi kullanılarak hesaplanabilir. Ancak günlük yapılacak tahminler için uzak geçmiş dönem bilgisinin ertesi günün varyans hesabında kullanılması yanıltıcı olabilmektedir. Varyansın bazı dönemlerde taşıdığı bu değişim, hareketli ortalamalar yardımıyla hesaplamalarda kullanılan dönem, zaman ilerledikçe kaydırılarak, tahmine yansıtılabilmektedir. Hareketli ortalamaların en önemli özelliği, belirli bir zaman aralığındaki gözlemler kullanılarak varyansın hesaplanması ve zaman ilerledikçe yeni gözlemlerin veri kümesine dahil edilmesi, eskilerin çıkarılması ve varyansın yeniden hesaplanmasıdır (Best, 1998). Ancak hareketli ortalamalar, varyanstaki değişkenliği yansıtmak için tasarlanmış birer model değildirler. Klasik varyans modelleriyle yalnızca, uzun dönem sabit varyans modelleri üzerinden, ortalamaya dahil edilen gözlem sayısı değiştirilerek kareli getirilerin dönemsel hareketliliği incelenmiş olmaktadır. Bunların yanında portföyün varyansı hesaplanırken dikkate alınan kovaryans matrisinde, finansal varlıkların getirileri arasındaki birlikte hareketin ölçülerini içeren kovaryansların hesaplanmasında da uzun dönem sabit varyans varsayımı bulunmaktadır. Dolayısıyla hesaplama aşamasında ortalamaya alınan gözlem sayısı değişse de aslında uzun dönem sabit kovaryanslar hesaplanmaktadır.

2. OTOREGRESİF KOŞULLU DEĞİŞEN VARYANS VE KOVARYANS MODELLERİ

Doğrusal olmadığı halde matematiksel dönüşümlerle doğrusala indirgenebilen bazı ilişkiler kurulabilse de, finansal varlık getirileri arasında doğrusal olmayan ilişkilere sıklıkla rastlanmaktadır. Çünkü varlık getirilerinin normale nazaran daha sivri uçlu ve kalın kuyruklu bir dağılım sergilemesi, volatilite kümelenmesi ve kaldıraç etkisi gibi önemli özelliği açıklamakta yetersiz kalmaktadır. Finansal getirilerde bir önceki dönem getirilerinin günlük getiri üzerinde etkisi olduğunun saptanması kareli getirilerin otoregresif bir model sergileyeceğinin işaretidir (Brooks, 2008: 380). Klasik varyans ve kovaryans yaklaşımları kareli getirilerin otoregresif ilişkisini göz ardı etmelerine rağmen tahminler için kullanılmaktadır. Varyans tahmini için 1982 yılında Engle tarafından sunulan ve hareketli ortalamalara göre üstünlükleri olan otoregresif koşullu modeller tercih edilmektedir.

2.1. Tek Değişkenli Modeller

Engle ve Bollerslev tarafından volatilite kümelenmesini modellemek için düzenlenen değişen varyans (heteroscedasticity) modelleri, kareli hata terimlerinin ortalama getirilerinin bazı noktalarda ya da bazı zaman aralıklarında diğerlerine göre daha büyük olabileceği durumlara odaklanmaktadır (Alexander, 2008-II: 131). ARCH modeli ilk olarak Engle tarafından 1982'de sunulmuştur ve 1986'da Bollerslev tarafından modelin genelleştirilmiş hali (Bollerslev, 1986) verilmiştir. Bir $\boldsymbol{y_t}$ serisinin koşullu ortalama modeli

$$y_t = \alpha_0 + \alpha_1 y_{t-1} + \varepsilon_t$$

bir gecikmeli bir otoregresif model olarak seçilmiş olsun, $\boldsymbol{y_t}$'nin koşullu ortalama modelinden hareketle koşullu varyansı da

$$var(y_t \mid y_{t-1}) = E_t[(y_t - \alpha_0 - \alpha_1 y_{t-1})^2] = E_t(\varepsilon_t)^2$$

t anında kareli hata terimlerinin ortalamasına bağlı olarak elde edilir (Enders, 2010). GARCH modellini anlamak için koşulsuz ve koşullu varyans arasındaki farkı anlamak gerekmektedir. Bollerslev (1986) bağımlı değişken $\boldsymbol{y_t}$'nin regresyon modelinden elde edilen hataları GARCH(p,q) sürecinde modellemektedir. p sayıda gecikmeli otoregresif kareli hata terimi ve q sayıda gecikmeli koşullu varyansları içeren GARCH(p,q) modeline göre hata terimlerinin koşullu değişen varyansı

$$\sigma_t^2 = \omega + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \cdots + \alpha_p \varepsilon_{t-p}^2 + \beta_1 \sigma_{t-1}^2 + \cdots + \beta_q \sigma_{t-q}^2$$
$$\omega > 0, \qquad \alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_p, \beta_1, \beta_2, \dots, \beta_q \geq 0$$
$$\sum_{i=1}^{p} \alpha_i + \sum_{j=1}^{q} \beta_j < 1$$
$$\varepsilon_t | I_{t-1} \sim N(0, \sigma_t^2)$$

olarak verilmektedir (Bollerslev, 1986: 309). Böylece t anındaki koşullu varyans tahmini için bir dönem önceki hata terimi ve daha az güncel olan hata terimlerini temsilen de $t-1$ anındaki varyans denklemi modele alınarak parametre sayısı azaltılmaktadır.

Genellikle belirli bir dönemde finansal varlığın ortalama getirisinden sapması, beklenmeyen getiri olarak tanımlanmaktadır. O halde varyans modelleri için önerilen denklemlerde verilen hata terimleri sıfır ortalamalı ve zaman içinde otoregresif değişen koşullu varyansa sahip olduklarından, beklenmeyen getiriler olarak ifade edilebilmektedirler (Alexander, 2008-II: 135). Hata terimleri ortalamasından arındırılmış bir serinin kalıntıları oldukları için sıfır ortalamalı olmalarının yanında aynı zamanda kendi geçmiş değerleri ile aralarında ilişkisiz olmaları gerekmektedir (beyaz gürültü süreci (Enders, 2010). Bu şekilde getiri serisindeki oynaklık yani volatilite getirilerin kareli gecikmeli değerleri ile tamamen modellenmektedir. GARCH(1,1) modeli, sıfır ortalamalı finansal varlık getirileri için yeniden düzenlenirse (Tsay, 2011) getirilerin t anındaki koşullu değişen varyans modeli aşağıdaki gibi elde edilir. Eğer burada sıfır ortalamalı günlük getiriler otokorelasyonlu ise hata terimleri koşullu ortalama denkleminin basit otoregresif bir AR(1) modelinden ($\mathrm{r_t} = \mu + \rho \mathrm{r_{t-1}} \varepsilon_\mathrm{t}$) de elde edilebilir (Alexander, 2008-II: 136).

$$\sigma_t^2 = \omega + \alpha r_{t-1}^2 + \beta \sigma_{t-1}^2 \, .$$
$$r_t | I_{t-1} \sim N(0, \sigma_t^2)$$
$$\omega > 0, \qquad \alpha, \beta \geq 0$$

Ayrıca uzun dönem sabit varyansın pozitif olması için model parametreleri α ve β üzerine $\alpha + \beta < 1$ kısıtlaması da eklenmektedir. Geçmiş dönem varyansı ve hata terimi bilgisi güncellenerek, modeldeki ω, α ve β parametreleri her yeni dönem için tahmin edilmelidir. Böylece geçmiş getirilerin koşullu varyans modelindeki ağırlıkları tahmin edilmektedir. Model parametreleri üzerindeki koşulların sağlanmaması, asimetri ya da kaldıraç etkisinin yansıtılabilmesi gibi bazı durumlar için GARCH modellerinin, çalışmamızda yer verilmeyen, çeşitli açılımları da bulunmaktadır (Brooks, 2008: 404).

2.2. Çok Değişkenli Modeller

Volatilite kümelenmesi tek değişkenli GARCH modelleri ile incelenebilmektedir. Bir hisse senedi getiri serisi beklenmeyen bir haber etkisiyle aniden yükselebilir ve bir kötü habere kadar bu etki ile bir süre yüksek seyreder. Kümelenme aynı zamanda korelasyonlarda da görülebilmektedir. Kriz dönemlerinde fiyatlar daha fazla aynı yönde hareket etme eğilimi gösterirken, hisse senedi getirilerinin korelasyonları da artma eğiliminde olur. Korelasyonlardaki kümelenme de çok değişkenli GARCH modelleri ile incelenebilmektedir (Alexander, 2008-II: 164). Çok değişkenli GARCH modelleri, koşullu değişen varyans ve kovaryansların zaman içinde değişimlerinin yakın geçmişlerine bağımlılıklarını dikkate alarak modellenmesini sağlamaktadır (Bollerslev, 1990).

$\boldsymbol{r_t}$, $nx1$ boyutunda getirileri içeren vektör,
$\boldsymbol{\theta}$, $nx1$ boyutunda parametrelere ait vektör,
$\boldsymbol{\mu_t}(\theta)$, koşullu ortalama vektörü
$\boldsymbol{H_t}$, koşullu kovaryans matrisini göstermek üzere hata terimleri (ε_t)

$$r_t = \mu_t(\theta) + \varepsilon_t$$
$$\varepsilon_t = H_t^{1/2} \upsilon_t \,, \upsilon_t \sim N(0, I_n)$$
$$\varepsilon_t | I_{t-1} \sim i.i.d.\mathcal{N}(0, H_t)$$

denkleminden elde edilsin (Bauwens vd., 2006: 81). I_n n. Mertebeden birim matris ve $H_t^{1/2}(\theta)$, nxn boyutunda pozitif tanımlı bir matristir. H_t kovaryans matrisi olduğundan pozitif tanımlılığının garantilenmesi gerekmektedir.

İki değişkenli koşullu kovaryans matrisi $\boldsymbol{H_t} = \begin{pmatrix} \sigma_{1t}^2 & \sigma_{12t} \\ \sigma_{12t} & \sigma_{2t}^2 \end{pmatrix}$ şeklinde yazılır. Çok Değişkenli GARCH(1,1) modeli iki değişkenli olarak en basit formda,

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_{1t} \\ \varepsilon_{2t} \end{pmatrix} | \; I_{t-1} \sim N\left(\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \sigma_{1t}^2 & \sigma_{12t} \\ \sigma_{12t} & \sigma_{2t}^2 \end{pmatrix}\right)$$

koşulu altında hata terimlerinin koşullu varyans modelleri

$$\sigma_{1,t+1}^2 = \omega_1 + \alpha_1 \varepsilon_{1,t}^2 + \beta_1 \sigma_{1,t}^2$$
$$\sigma_{2,t+1}^2 = \omega_2 + \alpha_2 \varepsilon_{2,t}^2 + \beta_2 \sigma_{2,t}^2$$

ve iki serinin hata terimleri arasındaki koşullu kovaryans modeli

$$\sigma_{12,t+1} = \omega_3 + \alpha_3 \varepsilon_{1,t} \varepsilon_{2,t} + \beta_3 \sigma_{12,t}$$

şeklinde verilmektedir. Bu açılım Köşegen VECH Modeli olarak bilinmektedir. Görüldüğü gibi bütün varyanslar tek değişkenli GARCH modeli olarak ifade edilmektedir. Kovaryansın modeli de iki serinin zaman içinde birlikte değişimleri yansıtılacak şekilde koşullu varyansların GARCH modeline benzemektedir.

r_t'ye ait koşullu ortalama modeli $\mu_t(\theta)$, araştırmacının uygun olarak belirleyeceği formda olacaktır (Brooks, 2008:388). Brooks (2008: 412) ve Alexander (2008-II: 136) getiri serisini en basit formda ($r_t = \mu + \varepsilon_t$ μ, sabit) olarak seçilebileceğine değinmektedirler. Bu seçim sıfır ortalamalı getirilerin koşullu değişen varyans modelinde hata terimleri yerine doğrudan getirilerin yer almasını sağlamaktadır.[2] Tse ve Tsui (2000), Engle ve Sheppard (2001), Burns(2005) ve Silvennoinen ve Terasvirta (2008) Çok Değişkenli GARCH modellerini kullandıkları çalışmalarında varyans ve kovaryans terimlerinde sıfır ortalamalı getirileri hata terimlerine eşit olarak kullanmaktadırlar. Buna göre getirilerin bir gecikmeli değerlerle koşullu değişen kovaryans matrisinin matris formunda ifadesi aşağıdaki gibi verilmektedir:

$$\boldsymbol{H_{t+1}} = \omega + \alpha r_t^2 + \beta \boldsymbol{H_t}$$
$$\boldsymbol{r_t} = \boldsymbol{H_t^{1/2} \upsilon_t}, \boldsymbol{\upsilon_t} \sim N(0, \boldsymbol{I_n})$$
$$\boldsymbol{r_t} | I_{t-1} \sim i.i.d.\mathcal{N}(0, \boldsymbol{H_t})$$

Modelde yer alan ω, $\alpha\ ve\ \beta$ parametreleri sırasıyla sabit terim, bir gecikmeli kareli getiri ve bir gecikmeli varyansın katsayılarını içeren matrisleri temsil etmektedirler. Çalışmada açıklanan Çok Değişkenli GARCH modelleri bu matrislerin yapısına göre değişmektedir.

$\boldsymbol{H_{t+1}} = \begin{pmatrix} h_{11,t+1} & h_{12,t+1} \\ h_{21,t+1} & h_{22,t+1} \end{pmatrix}$, $2x2$ boyutunda iki finansal varlığın getirileri için kovaryans matrisidir ve bu matrisin elemanları açık olarak aşağıdaki gibi tanımlanmaktadır[3]:

[2] $\mathrm{Var}(r_t|I_{t-1}) = \mathrm{Var}_{t-1}(r_t) = \mathrm{Var}_{t-1}(\varepsilon_t) = H_t^{1/2}\mathrm{Var}_{t-1}(\upsilon_t)(H_t^{1/2})' = H_t$ olmak üzere getirilerin koşullu varyansı hata terimlerinin koşullu varyansından elde edilmektedir (Bauwens vd., 2006: 81).

[3] Bu kısımdan sonra σ_t^2 ile gösterilen koşullu değişen varyans, aynı alandaki bilimsel yayınlara uyum sağlamak için h_t ile gösterilecektir. Bilgisayar kodları yazılırken, Yunan alfabesi kullanımının zorluğu nedeniyle bu yola

$h_{11,t+1} = \omega_1 + \beta_1 h_{11,t} + \alpha_1 r_{1,t}^2$: Birinci getiri serisine ait Çok Değişkenli GARCH sürecine göre modellenmiş $(t+1)$ anındaki koşullu varyans $(\sigma_{1,t+1}^2)$ terimi,

$h_{22,t+1} = \omega_2 + \beta_2 h_{22,t} + \alpha_2 r_{2,t}^2$: İkinci getiri serisine ait Çok Değişkenli GARCH sürecine göre modellenmiş $(t+1)$anındaki koşullu varyans $(\sigma_{2,t+1}^2)$ terimi,

$h_{12,t+1} = h_{21,t+1} = \omega_3 + \beta_3 h_{12,t} + \alpha_3 r_{1,t} r_{2,t}$: Birinci ve ikinci getiri serilerine ait, çok değişkenli GARCH sürecinde modellenmiş $(t+1)$anındaki koşullu kovaryans $(\sigma_{12,t+1})$ terimidir. Burada $\boldsymbol{r_t}$ vektörü,

$$\begin{pmatrix} r_{1t} \\ r_{2t} \end{pmatrix} \mid I_{t-1} \sim N\left(\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} h_{11,t} & h_{12,t} \\ h_{21,t} & h_{22,t} \end{pmatrix}\right)$$

olmak üzere getirilerin sıfır ortalamalı ve değişen varyanslı olmaları koşulları aranmaktadır. Kolay uygulanabilir olabilmesi için modele, parametreler matrisinin köşegen olması veya faktörlere ayırma gibi kısıtlar getirilebilir ya da kovaryans matrisi üzerinde temel bileşenlerine ayırma gibi biçimlendirmelere gidilebilir (Bauwens vd., 2006).

Bauwens, Laurent ve Rombouts (2006) Çok Değişkenli GARCH modelleri üzerine yapılmış çalışmaları inceledikleri araştırmada modelleri üç alt başlığa ayırmaktadırlar[4]:

i. Bollerslev (1986)'in tek değişkenli GARCH modelinin genelleştirmesi: VECH, BEKK, Faktör modelleri ve Riskmetrics'in önerdiği model bu kategoridedir.
ii. Tek değişkenli GARCH modellerinin doğrusal kombinasyonları: Ortogonal modellerin bulunduğu kategoridir.
iii. Tek değişkenli GARCH modellerinin doğrusal olmayan kombinasyonları: Bu kategoride ise Sabit ve Dinamik Koşullu Korelasyon modelleri ile Kopula-GARCH modelleri yer almaktadır.

Çok değişkenli GARCH modelleri model içindeki parametreler matrisinin aldığı forma göre de incelenmektedir.

gidilmiştir. Benzer şekilde koşullu kovaryanslar "$\sigma_{ij,t}$" yerine "$h_{ij,t}$" ve koşullu kovaryans matrisi "H_t" ile gösterilecektir.

[4]Notasyon kolaylığı için modeller, parametre sayısını düşük kalacağı bir gecikmeli (1,1) olarak sunulmaktadır.

3. UYGULAMA

3.1. Veri Seti

Çalışmada Borsa İstanbul'da işlem gören 10 şirkete ait hisse senedi arasından seçimle oluşturulmuş bir portföy getirisinin risk tahmini amaçlanmaktadır. Bunun için hisse senetlerine ait düzeltilmiş günlük kapanış fiyatları kullanılmaktadır. 4 Nisan 2011-13 Nisan 2017 tarihleri arasında, endeks kapsamında olan hisse senetlerinden, toplam işlem hacmi en yüksek olan yalnızca 10 şirket analize dahil edilmiştir.[5] Bir hisse senedine ait gün sonunda elde edilen getiri r_t, t. gün sonundaki fiyatı P_t olmak üzere

$$r_t = \ln(P_t) - \ln(P_{t-1})$$

logaritmik getiri formülü ile hesaplanmıştır (Hull, 2005: 283). Öncelikle elde tutulduğu varsayılan portföyün günlük getirisinin risk tahmini için uzun dönem sabit varyans varsayımının yapıldığı, diğer bir ifadeyle geçmişe dönük verilerin her birinin gerçekleşmesi olasılığının eşit olduğu, uygulamada Eşit Ağırlıklı olarak adlandırılan yaklaşım ile kovaryans matrisi hesaplanmıştır. Değişen varyans ve kovaryans varsayımının yapıldığı kovaryans matrisleri ise Çok Değişkenli GARCH Modelleri ile tahmin edilmiştir. Buna göre portföydeki hisse senedi getirileri için tahmin edilen her bir kovaryans matrisi H_t, ile tek tek portföydeki hisse senetlerine ait ağırlık vektörü w kullanılarak, yani

$$\sigma_p^2 = w' H_t \, w$$

formülü ile, portföy getirisinin risk (σ_p^2) tahmini elde edilmiştir.

Daha sonra Ortalama-Varyans modeline göre arzu edilen belirli bir getiri düzeyinde en düşük riski veren portföylerin seçimi, Eşit Ağırlıklı Yaklaşım ve Çok Değişkenli GARCH modelleri ile elde edilen kovaryans matrisleri kullanılarak yapılmıştır. Böylelikle Modern Portföy Teorisinde portföy getirisinin riskinin hesaplanması sürecine Çok Değişkenli GARCH modelini entegre etmenin avantajı gösterilmektedir.

3.2. Çok Değişkenli GARCH Modeli ile Tahmin

Çalışmada kovaryans matrisi tahminleri modellerin yalnızca bir gecikmeli değerleri ile ele alınmıştır ve tahminlerde EViews 8.0 Paket Programı kullanılmıştır. EK-1'de Çok Değişkenli

[5] Bu şirketler kodları ile, GARAN, THYAO, HALKB, AKBNK, ISCTR, YKBNK, VAKBN, PETKM, EKGYO, EREGL'dir.

GARCH modellerine ilişkin bilgiler ve çalışmada modellere verilen isimler sunulmaktadır. Çalışmada ele alınan modellerde hisse senedi getirilerinde oluşan değişkenlik getiri serilerinin yalnızca kendi gecikmeli değerleri ile açıklanmaya çalışılmaktadır. Herhangi bir dışsal değişken dikkate alınmamaktadır. Dikkate alınan modeller Çok Değişkenli GARCH Modelleri içerisinden Köşegen BEKK, Köşegen VECH ve Sabit Koşullu Korelasyonlar modellerini kapsamaktadır. Tüm modeller kovaryans matrisinin köşegeninde varyanslar için tek değişkenli GARCH(1,1) modelini temsil etmektedirler. Tahmin için kullanılan dönemde her bir hisse senedine ait günlük getirilerin ortalamalarının sıfır kabul edilmesi, hisse senedi günlük getirilerinin yalnızca sabit terim içeren bir regresyon modelinden

$$r_{it} = \mu_i + \varepsilon_{it}$$

kalıntılarına (ε_{it}) ait varyansların ve kovaryanslarının otoregresif koşullu modellerle tahmin edilebileceğine işaret etmektedir. Bunun için getiri serilerinin otoregresif olup olmadıkları araştırılmalıdır. Öncelikle, her bir hisse senedi getiri serisi için tahmin günlerinden önceki 1500 güne ait getirileri arasında otokorelasyonun varlığı araştırılmıştır. Getiriler arasında otokorelasyon olmadığını işaret eden on bir gecikmeli değerlerine kadar Ljung-Box Q-istatistiğine EK-2'de yer verilmektedir.[6] Çok değişkenli modeller içerisinde varyans modeli olarak da kullanılan GARCH(1,1) tahminleri ise getiri serilerinin kendi ortalamalarından farklarının kareleri arasında otokorelasyon olduğunu göstermektedir. Getiri serilerinin kendi ortalamalarından farklarına uygulanan GARCH(1,1) tahmini EViews paket programı çıktılarına EK-2'de yer verilmektedir. Her bir hisse senedi getirisine ait değişkenlik Tek Değişkenli GARCH modeli ile modellenebildiği görülmektedir. Dolayısıyla sıfır ortalamalı ve değişen varyanslı getiri serilerinin bir koşullu ortalama modeli yerine yalnızca kendi ortalamalarından sapmalarına Çok Değişkenli GARCH modelleri tahminine geçilmiştir.

Gerçekleşmiş 1500 günlük veri kullanılarak yapılan Çok Değişkenli GARCH modelleri tahminlerden, Model 4 ve Model 6 dışında tüm modellere ait parametreler %5 anlamlılık düzeyinde anlamlı olarak elde edilmiştir. Çok Değişkenli Model tahminlerinin getiri serilerindeki değişkenliği açıklama güçlerinin kendi aralarında karşılaştırılması için modellere ait bilgi kriterleri dikkate alınmıştır. Tablo 1'de verilen bilgi kriterlerine göre, sırasıyla Model

[6] Serinin k gecikmeli değerine kadar otokorelasyon içerip içermediği kanısı Q-istatistiğine ait p anlamlılık düzeyi ile belirlenebilmektedir.

9, Model 8 ve Model 2 en uygun modeller arasında ilk üç sırada yer almaktadırlar. İlgili üç modelin EViews 8.0 paket programı tahmin çıktıları EK-3'te verilmektedir.

Tablo 1: Elde edilen modellerin bilgi kriterleri

	En Çok Benzerlik	**Akaike Bilgi K.**	**Schwarz-Bayesian Bilgi K.**
Model 1	43275.44	-57.66	-57.55
Model 2	43589.10	-58.06	-57.92
Model 3	43318.77	-57.70	-57.56
Model 5	38526.08	-51.31	-51.12
Model 7	43127.56	-57.46	-57.35
Model 8	43731.50	-58.26	-58.11
Model 9	43949.83	-58.49	-58.19

Parametreleri anlamlı bulunan bu modellerin aynı zamanda durağan birer varyans modeli olup olmadıklarının da kontrol edilmesi gerekmektedir. Her bir modele ait parametre matrislerinin toplamının özdeğerleri 1'den küçük olarak elde edildiğinden modellerin durağan oldukları söylenebilmektedir. Ancak bu toplamların 1'e yakın olduğu görülmektedir. Bu durum volatilitenin yüksek olduğu finansal serilerde sıkça karşılaşılan bir durum olduğu bilinmektedir (Enders, 2010). Aynı zamanda elde edilen bu modellerin doğru olarak belirlenip belirlenmediğinin ve veriyi temsil güçlerinin tespit edilmesi için her bir varyans modeline ait standartlaştırılmış hata terimi ve kareli hata terimi serilerinde otokorelasyon olup olmadığı incelenmelidir. Diğer bir ifadeyle varyans modellerinin kalıntılarında ARCH etkisi bulunmamalıdır. Buna ek olarak her bir varyans modelinden elde edilen hata terimi serilerinin birbirleri arasında da ilişki olmaması gerekmektedir. Ancak özellikle getiri serilerinin varyans modellerinden kalıntıları arasında ilişki olmaması kısmı ile ilgili bu bilgi çok değişkenli modeller için henüz literatürde kısıtlıdır (Tsay, 2011: 512). Çalışmada bazı modellere ait kalıntılarda ARCH etkisi gözlenmiştir.[7] Bu durum kurulan Çok Değişkenli GARCH tahminlerinin serilerdeki ARCH etkisini tamamıyla yansıtamadığını göstermektedir.

[7] Çok Değişkenli GARCH modeli tahminlerinin kalıntıları arasında ilişki olup olmadığına dair istatistiklere çalışmada program çıktısı olarak yer verilmemiştir, istendiği takdirde okuyucuya sağlanabilir.

3.3. Markowitz Modeli'ne Göre Portföy Seçimi

Markowitz (1952)'in Ortalama-Varyans Modeli'nde portföy getirisinin riski, Eşit Ağırlıklı yaklaşımla hesaplanan kovaryans matrisi ile elde edilmektedir. Çalışmanın bu kısmında Otoregresif Koşullu Kovaryans matrislerinin risk analizinde etkinliğinin araştırılması için portföy seçimindeki etkinlikleri uzun dönem sabit varyans varsayımının yapıldığı Eşit Ağırlıklı yaklaşımla karşılaştırılmaktadır. Belirli bir getiri düzeyi için riski minimize edecek şekilde dikkate alınan bu model aşağıda sunulmaktadır.

$$Min\ \sigma_p^2 = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} w_i w_j \sigma_{ij}$$

öyle ki

$$\bar{R}_p = \sum_{i=1}^{n} w_i \bar{r}_i \ \geq \mu_0$$

$$\sum_{i=1}^{n} w_i = 1\ , w_i \geq 0 \quad i = 1,2,\dots,n$$

olarak verilir, burada

σ_p^2 : portföyün varyansı

w_i : i. varlığın portföy içindeki ağırlığı

$\boldsymbol{\sigma}_{ij}$: i. ve j. varlık getirileri arasındaki kovaryans

$\bar{r}_i$: i. hisse senedine ait ortalama getiri

$\bar{R}_p$: portföyün ortalama getirisi

$\boldsymbol{\mu}_0$: Portföye yatırımdan beklenen minimum getiridir.

Bu modelde, H, Finansal varlık getirilerinin Kovaryans Matrisi (nxn, n portföydeki varlık sayısı), w ise Finansal varlıkların portföy içindeki ağırlıkları içeren sütun vektörü ($nx1$) olarak alınırsa modelin amaç fonksiyonunu gösteren denklem matris formunda,

$$Min\ \sigma_p^2 = \ w'H\ w$$

halini alır. Modelde kovaryans matrisi H, finansal varlıkların getirilerin uygun oldukları varsayılan dağılımın parametrelerinden faydalanılarak elde edilen uzun dönem sabit varyans ve kovaryanslardan oluşmaktadır. Amaç fonksiyonu, yatırımdan sağlanan getirinin arzulanan belirli bir getiri düzeyinin altına düşmemesi, portföye yapılan toplam yatırımın eldeki toplam varlığa eşit olması ve açığa satış olmaması kısıtları altında portföy getirisinin riskini minimize etmektedir. Çok Değişkenli GARCH modelleri ile elde edilen kovaryans matrisinin Ortalama-Varyans modelinde amaç fonksiyonu, aşağıda yeniden ifade edilmektedir.

$$Min\ \sigma_p^2 = w' H_t\, w$$

H_t : t anında $(r_t | I_{t-1} \sim i.i.d. \mathcal{N}(0, H_t))$ finansal varlık getirilerinin Kovaryans Matrisi (nxn, n portföydeki varlık sayısı),

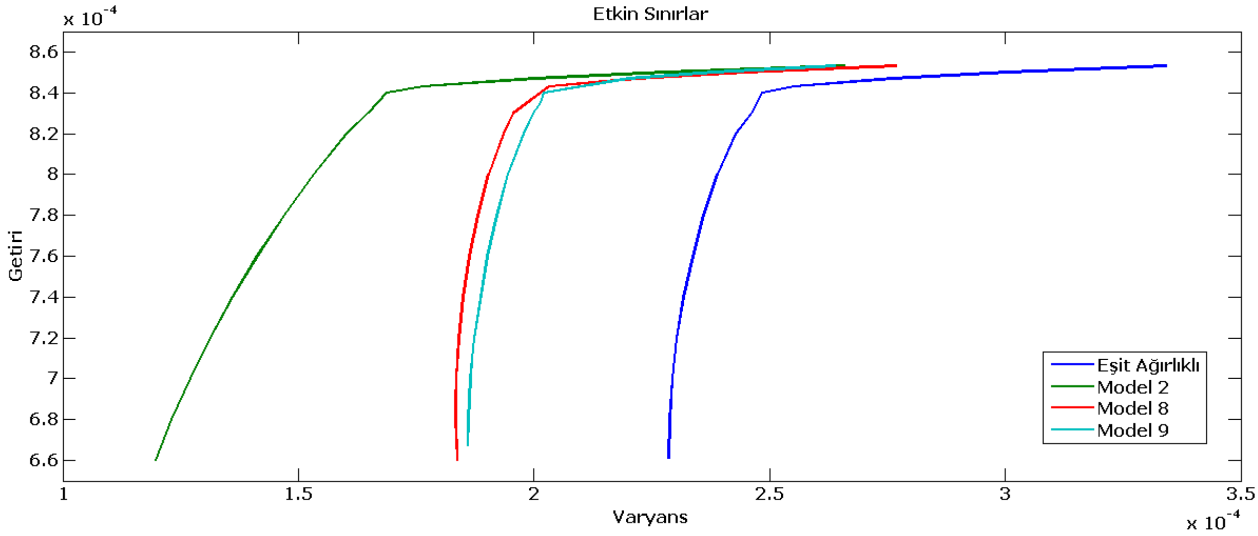
w: Finansal varlıkların portföy içindeki ağırlıkları içeren sütun vektörü ($nx1$).

Denklemlerde verilen $w' H_t\, w$ fonksiyonu bir kuadratik formdur ve minimum olması için H_t kovaryans matrisinin pozitif tanımlı olması gerekir. Bir matrisin özdeğerlerinin sıfırdan büyük olması o matrisin pozitif tanımlı olduğunu gösterir. Buna göre kovaryans matrislerinin özdeğerleri Tablo 2'de verilmiştir.

Tablo 2: Kovaryans matrislerinin özdeğerleri

Eşit	Model 2	Model 8	Model 9
0.0001	0.00003	0.0001	0.0001
0.0001	0.0001	0.0001	0.0001
0.0001	0.0001	0.0001	0.0001
0.0001	0.0001	0.0001	0.0001
0.0001	0.0002	0.0001	0.0001
0.0002	0.0002	0.0002	0.0002
0.0002	0.0002	0.0002	0.0002
0.0002	0.0002	0.0002	0.0002
0.0003	0.0005	0.0002	0.0002
0.0032	0.0016	0.0030	0.0032

Aşağıda sırasıyla her bir yaklaşıma göre Etkin sınır eğrileri grafiği ve belirli bir getiri düzeyindeki minimum riskli portföyler verilmiştir. Etkin sınır eğrilerinden (Şekil 1) de görüldüğü gibi Model 2, Model 8 ve Model 9 ile her düzeyde getiri için Eşit Ağırlıklı yaklaşıma göre daha düşük riskli portföyler elde edilebilmektedir. Model 2 ile Eşit Ağırlıklı yaklaşıma göre daha düşük riskli portföyler seçilebilmektedir.



Şekil 1: Etkin Sınır Eğrileri

Her bir modelle elde edilen portföylerin belirli bir getiri düzeyi için varyansları Tablo 3'te verilmektedir.

Tablo 3: Belirli bir getiri düzeyinde (0.0007) elde edilen portföyler bileşenleri

Kod	Bileşenler			
	Eşit	**Model 2**	**Model 8**	**Model 9**
THYAO	0,11023	0,00155	0,13129	0,12442
AKBNK	0,00184	0,00000	0,00000	0,00000
ISCTR	0,03778	0,07041	0,00000	0,00000
PETKM	0,40416	0,44064	0,42374	0,43376
EKGYO	0,09331	0,14290	0,10957	0,11443
EREGL	0,35269	0,34450	0,33540	0,32739

Getiri serilerine ait kovaryans matrisinin otoregresif koşullu varyans modelleriyle tahminin portföy getirisinin riskinin belirlenmesinde sağladığı avantaj portföy seçim sürecinde ortaya çıkmaktadır.

SONUÇ

Bu çalışmada zamanla değişen koşullu kovaryans ve sabit koşullu korelasyon modelleri Borsa İstanbul'da işlem gören hisse senetlerinden oluşan bir portföyün riskinin tahmini için önerilmektedir. Çalışmada, koşullu kovaryans matrisleri Ortalama-Varyans portföy seçim modeline entegre edilerek, çok değişkenli otoregresif değişen varyans-kovaryans modellerinin

Türkiye hisse senedi piyasasında alınacak yatırım kararlarındaki etkinliği ve sağlayacağı katkı araştırılmaya çalışılmaktadır. Borsa İstanbul hisse senetleri piyasasında, hisse senedi günlük getirileri arasındaki ilişkinin otoregresif olarak modellenmesinin portföyün günlük risk tahminindeki başarısı ölçülmektedir.

Elde edilen sonuçlardan da görülebildiği gibi, Markowitz'in Ortalama-Varyans modeline göre Çok Değişkenli GARCH modelleri ile elde edilen kovaryans matrisleri kullanılarak belirli bir getiri düzeyinde Eşit Ağırlıklı yaklaşıma göre daha düşük riskli portföyler elde edilebilmektedir. Bu sonuçlar Çok Değişkenli GARCH modellerinin yatırım kararında sağladığı bir avantaj olarak görülebilmektedir. Çok Değişkenli GARCH modelleri ile serilerde değişkenlik tamamıyla açıklanamadığı halde Eşit Ağırlıklı Yaklaşımdan daha başarılı tahminlerin yapılabildiğine dikkat çekilebilmektedir.

Çalışmadan elde edilen sonuçlar yalnızca tahmin günü için geçerlidir. Ancak elde edilen sonuçlar göre, günlük getirileri sıfır olarak varsayılan ve getirileri arasında otokorelasyon bulunmayan finansal varlıkların varyansı kareli getirilerin orotegresyon modeli ile modellenebilir. Çalışmada Borsa İstanbul'da işlem gören şirketlerin hisse senetlerine ait günlük getiri serileri arasındaki ilişkiler Çok Değişkenli GARCH modelleri ile modellenebileceği gösterilmiştir. Ancak sistem tahminlerinin hisse senedi getirilerindeki değişkenliği açıklamada yetersiz kalması bu aşamada gerekli yazılımların geliştirilmesi gerekliliğini ortaya koymaktadır.

KAYNAKÇA

Alexander, C. (2008). Market Risk Analysis I, Quantitative Methods in Finance, John Wiley and Sons.

Alexander, C. (2008). Market Risk Analysis II, Practical Financial Econometrics, John Wiley and Sons.

Balaban, E. (2000). Forecasting Stock Market Volatility: Evidence From Turkey, The ISE Finance Avard Series, 1, METU International Conference in Economics/III, 8-11 Eylül 1999.

Balaban, E., Candemir, H. B. ve Kunter, K. (1996). İstanbul Menkul Kıymet Borsası'nda Aylık Dalgalanma Tahmini, TCMB Araştırma Müdürlüğü, Tartışma Tebliği, No: 9609, Şubat 1996.

Bauwens, L., Laurent S. ve Rombouts, J.V.K. (2006). Multivariate GARCH Models: A Survey, Journal of Applied Econometrics, 21,79-109.

Best, P. (1998). Implementing Value at Risk, John Wiley and Sons.

Bollerslev, T. (1986). Generilazed Autoregressive Conditional Heteroscedasticity, Journal of Econometrics, 31, 307-327.

Bollerslev, T. (1990). Modelling the Coherence in Short-Run Nominal Exchange Rates: A Multivariate Generalized ARCH Model, The Review of Economics and Statistics, 72/3.

Bollerslev, T., Engle, R. ve Wooldridge, J.M. (1988). A Capital Asset Pricing Model with Time-varying Covariances. Journal of Political Economy, 96/1, 116-131.

Bozkurt, H. (2009). M-GARCH Modellerinin Karşılaştırmalı Analizi, Kocaeli Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Dergisi, 18, 2, 126-45.

Bozkurt, Ü. (1998). Menkul Değerler Yatırımlarının Yönetimi, İktisat Bankası Eğitim Yayınları, No:4.

Brooks, C. (2008). Introductory Econometrics for Finance, Second Edition, Cambridge University Press.

Burns, P. (2005). Multivariate GARCH with Only Univariate Estimation, Working Papers, March, Çevrimiçi (http://www.burns-stat.com/pages/Working/multgarchuni.pdf)

Ding, Z. ve Engle, R. (2001). Large Scale Conditional Matrix Modelling, Estimation and Testing, NYU Working Paper No. FIN-01-029.

Enders, W. (2010). Applied Econometric Time Series, Third Edition, John Wiley and Sons.

Engle, R. F. (1982). Autoregressive Conditional Heteroskedasticity with Estimates of the Variance of U.K. Inflation. Econometrica, 50, 987–1008.

Engle, R. F. (2002). Dynamic Conditional Correlation-A Simple Class of Multivariate GARCH Models, Journal of Business and Economic Statistics, 20, 339-50.

Engle, R. F. ve Bollerslev, T. (1986). Modelling the persistence of conditional variances, Econometric REViews, 5/1, 1-50.

Engle, R. F., Granger, C.W.J. ve Kraft, D. (1984). Combinig Competing Forecasting of Inflation Using Bivariate ARCH Model, Journal of Economic Dynamics and Control, 8, 151-65.

Engle, R. F. ve Kroner F.K. (1995). Multivariate Simultaneus Generilazed ARCH, Econometric Theory, 11/1, 122-150.

Engle, R. F. ve Ng. V. K. (1993). Measuring and testing the impact of news on volatility, The Journal of Finance, 48/5, 1749–78.

Engle, R. F. ve Sheppard K. (2001). Theoretical and Empirical Properties of Dynamic Conditional Correlation Multivariate GARCH, NBER Working Series.

Engle, R. F., Lilien, D. ve Robins, R.P. (1987). Estimating Time Varying Risk Premia in the Term Structure: The Arch-M Model, Econometrica, 55/2, 391-407.

Engle, R. F., Ng, V. ve Rothschild, M. (1990) Asset Pricing with a Factor ARCH Covariance Structure: Empirical Estimates for Treasury Bills, Journal of Econometrics, 45, 213-38.

Erdoğan, O. ve Schmidbauer, H. (2005). Yatırımcıların İki Finansal Piyasa Arasındakki Tercihi: Korelasyon Yaklaşımı, Borsa İstanbul Dergisi, 8, 30, 1-18.

EViews, HS Global Inc., Irvine, CA 92612-2621 USA.

Gökçe, At. (2001). İstanbul Menkul Kıymetler Borsası Getirilerindeki Volatilitenin ARCH Teknikleri ile Ölçülmesi, Gazi Üniversitesi, İ.İ.B.F Dergisi, 1, 33-58.

Hull, J. C., (2005). Options Futures and Other Derivatives, Sixth Edition, Prentice Hall.

Jorion P., (2007) Value at Risk, The New Benchmark for Managing Financial Risk, Third Edition, McGraw-Hill.

Korkmaz, T. ve K. Aydın, (2002). Using EWMA and GARCH Methods in VaR Calculations: Application on ISE 30 Index, ERC/METU International Conference in Economics VI, Ankara, 11-14 Eylül 2002.

Kroner, K.F. ve Ng, V.K., (1998). Modeling asymmetric comovements of asset returns, Review of Financial Studies, 11/4, 817-844.

Markowitz, H., (1952). Portfolio Selection, The Journal of Finance, 7/1, 77-91.

Mazıbaş, M., (2005), Borsa İstanbul Piyasalarındaki Volatilitenin Modellenmesi ve Öngörülmesi: Asimetrik GARCH Modelleri ile bir Uygulama, VII. Ulusal Ekonometri ve İstatistik Sempozyumu, 26-27 Mayıs 2005,.

Özdemir, E. ve Giresunlu M., (1995). Sharpe Tek endeks Modeli ile Portföy Seçimi, Yönetim, 6/21, 55-60.

Özdemir, E., (1983) Nonlineer Programlama Çözüm Yöntemleri ve Portföy Seçim Problemine Uygulanması, Yayınlanmamış Doktora Tezi, İstanbul.

Sarıkovanlık, V., (2006). Ardışık Bağlanımlı Modellerden Koşullu Değişken Varyans Volatilite Tahmini , Yönetim İstanbul Üniversitesi İşletme Fakültesi İşletme İktisadı Enstitüsü Dergisi, Haziran 2006, 54, 3-16.

Sarıoğlu, S. E., (2006). Değişkenlik Modelleri ve Borsa İstanbul Hisse Senetleri Piyasası'nda Değişkenlik Modellerinin Kesitsel Olarak İrdelenmesi, İktisadi Araştırmalar Vakfı, Ünal Aysal Tez Değerlendirme Yarışma Dizisi, Yayınlanmış Doktora Tezi.

Silvennoinen, A. ve Terasvirta, T., (2008). Multivariate GARCH Models, Handbook of Financial Time Series, Springer, 201-29.

Szegö, G., (2005). European Journal of Operational Research, 163, 5-19.

Taylor, J. S., (2005). Asset Price Dynamics, Volatility and Prediction, Princeton University Press.

Tokat, E., 2010. Borsa İstanbul Sektör Endeksleri Arasındaki Şok ve Oynaklık Etkileşimi, BDDK Bankacılık ve Finansal Piyasalar, 4, 1, 91-104.

Tsay, R., (2011). Analysis of Financial Time Series (Second Edition), John Wiley and Sons.

Tse, Y.K. ve Tsui, A.K.C., (2002). A Multivariate GARCH Model with Time-Varying Correlations, Journal of Business and Economic Statistics, 20, 351–362.

EK-1 ÇOK DEĞİŞKENLİ GARCH MODELLERİ

EViews 8.0 paket programında, kovaryans matrisi tahmini için sırasıyla Köşegen BEKK (DBEKK) ve Köşegen VECH (DVECH) olmak üzere 2 farklı model bulunmaktadır:

GARCH = M + A1*RESID(-1)*RESID(-1)'*A1 + B1*GARCH(-1)*B1,

GARCH = M + A1.*RESID(-1)*RESID(-1)' + B1.*GARCH(-1) şeklindedir ve burada,

M; Sabit Matris, A1; 1 gecikmeli hata terimlerinin (RESID(-1)) katsayılar matrisi ve B1 ise 1 gecikmeli tahmini varyans-kovaryansların (GARCH(-1)) katsayılar matrisidir.

DBEKK modelinde A1 ve B1 matrisleri köşegendir. Dolayısıyla DBEKK modelinde yalnızca Sabit Matris için ve DVECH modelinde ise her üç matris için 5 farklı matris formu seçilebilmektedir. Bu formlar; Matrisin yerine sabit bir "Skaler", köşegen dışındaki tüm elemanların sıfır olacak şekilde düzenlenen "Diagonal" (**Skaler** ve **Diagonal** formları seçildiğinde DVECH modeli ile pozitif tanımlı kovaryanslar elde etdilmesi garantilenemez), tahmin edilen parametre sayısını değişken sayısına indirgeyen ve yarı pozitif tanımlı koşullu kovaryanslar elde edilmesini sağlayan "**Rank1**" ve Cholesky Faktörizasyonu ile yarı pozitif tanımlı koşullu kovaryansların elde edilebilmesi sağlanan "**Full Rank**" ve parametreler üzerinde hiçbir kısıtlamaya gidilmeyen ancak bunun yanında yarı pozitif tanımlı koşullu kovaryansların elde edilmesinin garantilenmediği "**Indefinite**"formlarıdır. Bu iki form ile, dikkate alınan gözlem sayılarında, anlamlı parametreler elde edilemediğinden bu çalışmada göz ardı edilmişlerdir. Aşağıdaki tabloda EViews 7.0'ta analiz için kullanılan model kombinasyonları verilmiştir. Özdeş modellere yer verilmemiştir, model farklılıkları yalnızca matrislerin formundan kaynaklanmaktadır.

Model No		M	A	B	Parametre Sayıları
Model 1	DBEKK	Scalar	Diagonal	Diagonal	21
Model 2	DBEKK	Diagonal	Diagonal	Diagonal	30
Model 3	DBEKK	Rank 1	Diagonal	Diagonal	75
Model 4	DVECH	Scalar	Rank1	Diagonal	66
Model 5	DVECH	Diagonal	Rank1	Diagonal	75
Model 6	DVECH	Rank1	Rank1	Diagonal	120

Model 7	DVECH	Scalar	Diagonal	Diagonal	21
Model 8	DVECH	Rank1	Diagonal	Diagonal	30+ kov.=75
Model 9	CCC	Scalar	Scalar	Scalar	30+kor. = 75
Modellerdeki parametre sayıları yalnızca 10 değişken için geçerlidir.					

EK-2 OTOKORELASYONLAR

GARAN (n=1500)

	AC	PAC	Q-Stat	Prob
1	-0.058	-0.058	5.1011	0.024
2	0.011	0.007	5.2727	0.072
3	-0.003	-0.002	5.2910	0.152
4	-0.038	-0.039	7.4690	0.113
5	0.018	0.014	7.9485	0.159
6	-0.038	-0.036	10.128	0.119
7	-0.030	-0.035	11.507	0.118
8	0.001	-0.003	11.510	0.174
9	-0.030	-0.029	12.842	0.170
10	0.028	0.021	13.988	0.174
11	0.015	0.017	14.316	0.216

Variance Equation

C	3.76E-05	1.13E-05	3.331265	0.0009
RESID(-1)^2	0.070242	0.012697	5.532184	0.0000
GARCH(-1)	0.849905	0.034094	24.92831	0.0000

R-squared	-0.000391	Mean dependent var	0.000233
Adjusted R-squared	-0.000391	S.D. dependent var	0.021658
S.E. of regression	0.021663	Akaike info criterion	-4.862765
Sum squared resid	0.703427	Schwarz criterion	-4.848597
Log likelihood	3651.074	Hannan-Quinn criter.	-4.857487
Durbin-Watson stat	2.111823		

THYAO (n=1500)

	AC	PAC	Q-Stat	Prob
1	-0.006	-0.006	0.0477	0.827
2	0.028	0.028	1.2289	0.541
3	-0.025	-0.025	2.1763	0.537
4	0.048	0.047	5.6861	0.224
5	-0.008	-0.007	5.7921	0.327
6	0.007	0.004	5.8642	0.439
7	0.006	0.009	5.9253	0.548
8	0.028	0.025	7.0701	0.529
9	0.008	0.009	7.1770	0.619
10	0.051	0.050	11.099	0.350
11	-0.004	-0.003	11.123	0.433

Variance Equation

C	6.24E-05	1.23E-05	5.090238	0.0000
RESID(-1)^2	0.087389	0.014452	6.046739	0.0000
GARCH(-1)	0.783357	0.033282	23.53728	0.0000

R-squared	-0.000022	Mean dependent var	0.000374
Adjusted R-squared	-0.000022	S.D. dependent var	0.021762
S.E. of regression	0.021762	Akaike info criterion	-4.848348
Sum squared resid	0.709911	Schwarz criterion	-4.834179
Log likelihood	3640.261	Hannan-Quinn criter.	-4.843070
Durbin-Watson stat	2.010302		

HALKB (n=1500)

	AC	PAC	Q-Stat	Prob
1	-0.004	-0.004	0.0238	0.877
2	0.021	0.021	0.6780	0.712
3	-0.007	-0.007	0.7554	0.860
4	-0.004	-0.005	0.7846	0.940
5	0.015	0.015	1.1181	0.952
6	-0.023	-0.023	1.9223	0.927
7	-0.051	-0.052	5.8765	0.554
8	-0.010	-0.009	6.0272	0.644
9	-0.011	-0.010	6.2249	0.717
10	0.011	0.010	6.4171	0.779
11	-0.008	-0.007	6.5033	0.838

Variance Equation

C	0.000250	4.04E-05	6.201647	0.0000
RESID(-1)^2	0.135226	0.020041	6.747387	0.0000
GARCH(-1)	0.417364	0.080589	5.178935	0.0000

R-squared	-0.000000	Mean dependent var	1.33E-06
Adjusted R-squared	-0.000000	S.D. dependent var	0.023418
S.E. of regression	0.023418	Akaike info criterion	-4.687089
Sum squared resid	0.822076	Schwarz criterion	-4.672921
Log likelihood	3519.317	Hannan-Quinn criter.	-4.681811
Durbin-Watson stat	2.005980		

AKBNK (n=1500)

	AC	PAC	Q-Stat	Prob
1	-0.038	-0.038	2.1211	0.145
2	0.008	0.006	2.2142	0.331

Variance Equation

C	4.84E-05	1.27E-05	3.815849	0.0001
RESID(-1)^2	0.100199	0.017904	5.596530	0.0000

	AC	PAC	Q-Stat	Prob
3	0.004	0.005	2.2397	0.524
4	-0.050	-0.050	6.0015	0.199
5	-0.021	-0.025	6.6574	0.247
6	-0.044	-0.045	9.6150	0.142
7	-0.020	-0.023	10.214	0.177
8	0.004	0.000	10.233	0.249
9	-0.028	-0.030	11.421	0.248
10	0.023	0.015	12.199	0.272
11	0.018	0.016	12.716	0.312

GARCH(-1)	0.796105	0.039277	20.26875	0.0000

R-squared	-0.000345	Mean dependent var	0.000171
Adjusted R-squared	-0.000345	S.D. dependent var	0.021579
S.E. of regression	0.021583	Akaike info criterion	-4.883138
Sum squared resid	0.698267	Schwarz criterion	-4.868969
Log likelihood	3666.353	Hannan-Quinn criter.	-4.877859
Durbin-Watson stat	2.070748		

ISCTR (n=1500)

	AC	PAC	Q-Stat	Prob
1	-0.041	-0.041	2.4817	0.115
2	0.010	0.009	2.6473	0.266
3	0.008	0.009	2.7411	0.433
4	-0.059	-0.059	8.0333	0.090
5	0.030	0.025	9.3509	0.096
6	-0.034	-0.030	11.047	0.087
7	-0.028	-0.030	12.216	0.094
8	0.024	0.019	13.069	0.109
9	0.016	0.022	13.474	0.142
10	0.035	0.032	15.310	0.121
11	0.002	0.002	15.315	0.169

Variance Equation				
C	6.41E-05	1.53E-05	4.200311	0.0000
RESID(-1)^2	0.070858	0.015493	4.573689	0.0000
GARCH(-1)	0.777691	0.045857	16.95906	0.0000

R-squared	-0.000304	Mean dependent var	0.000320
Adjusted R-squared	-0.000304	S.D. dependent var	0.020545
S.E. of regression	0.020549	Akaike info criterion	-4.956825
Sum squared resid	0.632939	Schwarz criterion	-4.942656
Log likelihood	3721.618	Hannan-Quinn criter.	-4.951546
Durbin-Watson stat	2.076770		

YKBNK (n=1500)

	AC	PAC	Q-Stat	Prob
1	-0.001	-0.001	0.0020	0.964
2	0.037	0.037	2.0429	0.360
3	0.033	0.033	3.6604	0.301
4	-0.036	-0.038	5.6315	0.228
5	0.005	0.002	5.6640	0.340
6	-0.038	-0.036	7.8397	0.250
7	-0.042	-0.040	10.493	0.162
8	0.003	0.004	10.505	0.231
9	0.013	0.019	10.779	0.291
10	0.029	0.029	12.015	0.284
11	0.000	-0.004	12.016	0.362

Variance Equation				
C	4.02E-05	9.83E-06	4.090197	0.0000
RESID(-1)^2	0.068536	0.010456	6.554556	0.0000
GARCH(-1)	0.844588	0.029255	28.86959	0.0000

R-squared	-0.000446	Mean dependent var	-3.60E-05
Adjusted R-squared	-0.000446	S.D. dependent var	0.021534
S.E. of regression	0.021539	Akaike info criterion	-4.883373
Sum squared resid	0.695417	Schwarz criterion	-4.869204
Log likelihood	3666.530	Hannan-Quinn criter.	-4.878094
Durbin-Watson stat	1.998578		

VAKBN (n=1500)

	AC	PAC	Q-Stat	Prob
1	0.001	0.001	0.0008	0.978
2	0.015	0.015	0.3532	0.838
3	0.029	0.029	1.6561	0.647
4	-0.021	-0.021	2.3315	0.675
5	0.023	0.023	3.1628	0.675
6	-0.043	-0.043	5.9498	0.429
7	-0.030	-0.030	7.3269	0.396
8	0.020	0.020	7.9280	0.441
9	-0.015	-0.011	8.2631	0.508
10	0.041	0.040	10.764	0.376
11	0.033	0.033	12.371	0.336

Variance Equation				
C	4.28E-05	1.31E-05	3.274316	0.0011
RESID(-1)^2	0.056008	0.011955	4.684754	0.0000
GARCH(-1)	0.863286	0.034713	24.86932	0.0000

R-squared	-0.000319	Mean dependent var	0.000280
Adjusted R-squared	-0.000319	S.D. dependent var	0.022921
S.E. of regression	0.022924	Akaike info criterion	-4.735948
Sum squared resid	0.787758	Schwarz criterion	-4.721779
Log likelihood	3555.961	Hannan-Quinn criter.	-4.730669
Durbin-Watson stat	1.995138		

PETKM (n=1500)

	AC	PAC	Q-Stat	Prob
1	-0.034	-0.034	1.7409	0.187
2	0.040	0.038	4.0957	0.129
3	-0.053	-0.051	8.3336	0.040

Variance Equation				
C	4.77E-05	7.87E-06	6.058492	0.0000
RESID(-1)^2	0.113595	0.016700	6.802225	0.0000
GARCH(-1)	0.744536	0.033458	22.25303	0.0000

4	-0.042	-0.047	11.019	0.026	R-squared	-0.000039	Mean dependent var	0.000853	
5	-0.008	-0.007	11.117	0.049	Adjusted R-squared	-0.000039	S.D. dependent var	0.018283	
6	-0.043	-0.043	13.885	0.031	S.E. of regression	0.018284	Akaike info criterion	-5.224804	
7	-0.027	-0.035	15.001	0.036	Sum squared resid	0.501097	Schwarz criterion	-5.210636	
8	-0.002	-0.004	15.006	0.059	Log likelihood	3922.603	Hannan-Quinn criter.	-5.219526	
9	0.026	0.023	15.993	0.067	Durbin-Watson stat	2.067165			
10	0.011	0.006	16.187	0.094					
11	0.035	0.030	18.033	0.081					

EKGYO (n=1500)

	AC	PAC	Q-Stat	Prob	Variance Equation				
1	-0.036	-0.036	1.9731	0.160	C	8.00E-05	1.25E-05	6.398301	0.0000
2	0.023	0.021	2.7374	0.254	RESID(-1)^2	0.126465	0.019225	6.578197	0.0000
3	0.008	0.009	2.8302	0.419	GARCH(-1)	0.692468	0.041912	16.52201	0.0000
4	-0.043	-0.043	5.6631	0.226					
5	-0.058	-0.062	10.743	0.057	R-squared	-0.000176	Mean dependent var	0.000124	
6	-0.037	-0.040	12.831	0.046	Adjusted R-squared	-0.000176	S.D. dependent var	0.020787	
7	-0.012	-0.012	13.045	0.071	S.E. of regression	0.020789	Akaike info criterion	-4.961189	
8	0.008	0.008	13.145	0.107	Sum squared resid	0.647840	Schwarz criterion	-4.947020	
9	0.013	0.010	13.416	0.145	Log likelihood	3724.892	Hannan-Quinn criter.	-4.955911	
10	0.023	0.017	14.193	0.164	Durbin-Watson stat	2.071747			
11	-0.051	-0.056	18.062	0.080					

EREGL (n=1500)

	AC	PAC	Q-Stat	Prob	Variance Equation				
1	0.048	0.048	3.5312	0.060	C	5.72E-05	1.43E-05	4.011679	0.0001
2	0.020	0.017	4.1102	0.128	RESID(-1)^2	0.077358	0.014930	5.181377	0.0000
3	-0.037	-0.038	6.1277	0.106	GARCH(-1)	0.768500	0.049379	15.56318	0.0000
4	-0.021	-0.017	6.7618	0.149					
5	-0.056	-0.053	11.477	0.043	R-squared	-0.000000	Mean dependent var	0.000822	
6	-0.037	-0.032	13.487	0.036	Adjusted R-squared	-0.000000	S.D. dependent var	0.019146	
7	0.000	0.004	13.487	0.061	S.E. of regression	0.019146	Akaike info criterion	-5.091536	
8	0.059	0.056	18.664	0.017	Sum squared resid	0.549501	Schwarz criterion	-5.077368	
9	0.033	0.023	20.281	0.016	Log likelihood	3822.652	Hannan-Quinn criter.	-5.086258	
10	0.022	0.014	21.046	0.021	Durbin-Watson stat	1.902063			
11	0.011	0.009	21.240	0.031					

EK-3 ÇOK DEĞİŞKENLİ MODEL TAHMİNLERİ-EVİEWS ÇIKTILARI

MODEL 2

==
Estimation Method: ARCH Maximum Likelihood (Marquardt)
Covariance specification: Diagonal BEKK
Included observations: 1500
Presample covariance: backcast (parameter =0.7)
Convergence achieved after 53 iterations
==
Log likelihood 43589.09 Schwarz criterion -57.92377
Akaike info criterio-58.06546 Hannan-Quinn criter. -58.01268
==
Covariance specification: Diagonal BEKK
GARCH = M + A1*RESID(-1)*RESID(-1)'*A1 + B1*GARCH(-1)*B1
M is a diagonal matrix A1 is a diagonal matrix B1 is a diagonal matrix
==
Transformed Variance Coefficients
==

	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
M(1,1)	4.47E-07	8.12E-08	5.502697	0.0000
M(2,2)	2.54E-06	3.40E-07	7.474509	0.0000
M(3,3)	1.33E-06	1.31E-07	10.15065	0.0000
M(4,4)	3.73E-07	9.13E-08	4.089203	0.0000
M(5,5)	7.39E-07	7.39E-08	9.991437	0.0000
M(6,6)	7.54E-07	7.78E-08	9.684117	0.0000
M(7,7)	8.19E-07	9.11E-08	8.998040	0.0000
M(8,8)	3.19E-06	4.59E-07	6.952201	0.0000
M(9,9)	2.25E-06	3.07E-07	7.338605	0.0000
M(10,10)	3.59E-06	5.58E-07	6.439902	0.0000
A1(1,1)	0.129799	0.004175	31.09124	0.0000
A1(2,2)	0.134354	0.006969	19.27937	0.0000
A1(3,3)	0.157455	0.004819	32.67402	0.0000
A1(4,4)	0.123673	0.004320	28.62790	0.0000
A1(5,5)	0.142383	0.004365	32.62208	0.0000
A1(6,6)	0.139275	0.004079	34.14833	0.0000
A1(7,7)	0.147089	0.005085	28.92600	0.0000
A1(8,8)	0.134878	0.006971	19.34728	0.0000
A1(9,9)	0.143764	0.007310	19.66733	0.0000
A1(10,10)	0.123209	0.007451	16.53537	0.0000
B1(1,1)	0.988954	0.000608	1625.808	0.0000
B1(2,2)	0.987574	0.001228	804.0858	0.0000
B1(3,3)	0.984972	0.000774	1272.348	0.0000
B1(4,4)	0.990039	0.000634	1562.671	0.0000
B1(5,5)	0.986743	0.000665	1484.196	0.0000
B1(6,6)	0.987394	0.000609	1620.360	0.0000
B1(7,7)	0.986419	0.000797	1237.322	0.0000
B1(8,8)	0.985422	0.001408	699.7542	0.0000
B1(9,9)	0.986005	0.001187	830.7594	0.0000

B1(10,10)	0.987228	0.001370	720.6247	0.0000

MODEL 8

==

Estimation Method: ARCH Maximum Likelihood (Marquardt)
Covariance specification: Diagonal VECH
Sample: 1 1500
Included observations: 1500
Presample covariance: backcast (parameter =0.7)
Convergence achieved after 51 iterations

==

Log likelihood	43731.50	Schwarz criterion	-58.11365
Akaike info criterio	-58.25533	Hannan-Quinn criter.	-58.20255

==

Covariance specification: Diagonal VECH
GARCH = M + A1.*RESID(-1)*RESID(-1)' + B1.*GARCH(-1)
M is a rank one matrix
A1 is a diagonal matrix
B1 is a diagonal matrix

==

Transformed Variance Coefficients

==

	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
M(1,1)	0.000399	1.34E-05	29.87002	0.0000
M(1,2)	0.000283	1.16E-05	24.47255	0.0000
M(1,3)	0.000400	1.24E-05	32.35098	0.0000
M(1,4)	0.000383	1.26E-05	30.36554	0.0000
M(1,5)	0.000375	1.08E-05	34.67355	0.0000
M(1,6)	0.000390	1.18E-05	33.01382	0.0000
M(1,7)	0.000415	1.30E-05	31.86011	0.0000
M(1,8)	0.000200	9.59E-06	20.84508	0.0000
M(1,9)	0.000296	1.05E-05	28.16411	0.0000
M(1,10)	0.000194	1.04E-05	18.55273	0.0000
M(2,2)	0.000200	1.27E-05	15.78150	0.0000
M(2,3)	0.000283	1.17E-05	24.29669	0.0000
M(2,4)	0.000272	1.18E-05	23.12019	0.0000
M(2,5)	0.000266	1.08E-05	24.55265	0.0000
M(2,6)	0.000276	1.12E-05	24.56548	0.0000
M(2,7)	0.000294	1.25E-05	23.59301	0.0000
M(2,8)	0.000142	7.59E-06	18.66792	0.0000
M(2,9)	0.000210	8.23E-06	25.50426	0.0000
M(2,10)	0.000137	7.94E-06	17.28113	0.0000
M(3,3)	0.000400	1.45E-05	27.52038	0.0000
M(3,4)	0.000384	1.32E-05	29.07587	0.0000
M(3,5)	0.000376	1.15E-05	32.80100	0.0000
M(3,6)	0.000390	1.19E-05	32.71732	0.0000
M(3,7)	0.000416	1.31E-05	31.71085	0.0000
M(3,8)	0.000200	9.35E-06	21.41927	0.0000
M(3,9)	0.000297	1.01E-05	29.46134	0.0000

M(3,10)	0.000194	1.05E-05	18.53534	0.0000
M(4,4)	0.000368	1.47E-05	25.00112	0.0000
M(4,5)	0.000360	1.20E-05	29.97335	0.0000
M(4,6)	0.000374	1.24E-05	30.26881	0.0000
M(4,7)	0.000399	1.39E-05	28.62180	0.0000
M(4,8)	0.000192	9.59E-06	20.02762	0.0000
M(4,9)	0.000285	1.08E-05	26.37221	0.0000
M(4,10)	0.000186	9.93E-06	18.72118	0.0000
M(5,5)	0.000353	1.08E-05	32.51588	0.0000
M(5,6)	0.000366	1.02E-05	35.73599	0.0000
M(5,7)	0.000390	1.19E-05	32.75284	0.0000
M(5,8)	0.000188	8.63E-06	21.77814	0.0000
M(5,9)	0.000278	9.46E-06	29.41552	0.0000
M(5,10)	0.000182	9.41E-06	19.33026	0.0000
M(6,6)	0.000380	1.24E-05	30.62175	0.0000
M(6,7)	0.000405	1.23E-05	32.89015	0.0000
M(6,8)	0.000195	9.06E-06	21.53679	0.0000
M(6,9)	0.000289	1.00E-05	28.89679	0.0000
M(6,10)	0.000189	9.85E-06	19.17842	0.0000
M(7,7)	0.000432	1.55E-05	27.93964	0.0000
M(7,8)	0.000208	1.01E-05	20.65088	0.0000
M(7,9)	0.000308	1.07E-05	28.72995	0.0000
M(7,10)	0.000201	1.08E-05	18.65252	0.0000
M(8,8)	0.000100	7.93E-06	12.62783	0.0000
M(8,9)	0.000148	7.29E-06	20.34785	0.0000
M(8,10)	9.69E-05	5.73E-06	16.92766	0.0000
M(9,9)	0.000220	1.08E-05	20.36603	0.0000
M(9,10)	0.000144	7.86E-06	18.25832	0.0000
M(10,10)	9.38E-05	8.33E-06	11.26220	0.0000
A1(1,1)	0.030204	0.005529	5.463103	0.0000
A1(2,2)	0.120659	0.011341	10.63963	0.0000
A1(3,3)	0.100511	0.005232	19.21026	0.0000
A1(4,4)	0.027040	0.007888	3.428104	0.0006
A1(5,5)	0.020754	0.003606	5.756050	0.0000
A1(6,6)	0.018884	0.004990	3.784189	0.0002
A1(7,7)	0.026781	0.006504	4.117587	0.0000
A1(8,8)	0.109570	0.014669	7.469718	0.0000
A1(9,9)	0.110480	0.010699	10.32631	0.0000
A1(10,10)	0.058336	0.013444	4.339028	0.0000
B1(1,1)	0.108353	0.006849	15.82063	0.0000
B1(2,2)	0.458969	0.019590	23.42834	0.0000
B1(3,3)	0.161869	0.008241	19.64099	0.0000
B1(4,4)	0.160939	0.008314	19.35851	0.0000
B1(5,5)	0.129482	0.006212	20.84457	0.0000
B1(6,6)	0.143663	0.007147	20.10237	0.0000
B1(7,7)	0.150786	0.008524	17.68858	0.0000
B1(8,8)	0.579235	0.020197	28.67898	0.0000
B1(9,9)	0.370868	0.015717	23.59687	0.0000
B1(10,10)	0.681988	0.020752	32.86294	0.0000

==

MODEL 9

==
Estimation Method: ARCH Maximum Likelihood (Marquardt)
Covariance specification: Constant Conditional Correlation
Sample: 1 1500
Included observations: 1500
Presample covariance: backcast (parameter =0.7)
Convergence achieved after 124 iterations
==
Log likelihood 43949.83 Schwarz criterion -58.18536
Akaike info criterio-58.48644 Hannan-Quinn criter. -58.37428
==
Covariance specification: Constant Conditional Correlation
GARCH(i) = M(i) + A1(i)*RESID(i)(-1)^2 + B1(i)*GARCH(i)(-1)
COV(i,j) = R(i,j)*@SQRT(GARCH(i)*GARCH(j))
==
Transformed Variance Coefficients
==

	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
M(1)	0.000116	2.32E-05	4.989795	0.0000
A1(1)	0.084679	0.014861	5.698038	0.0000
B1(1)	0.665752	0.058560	11.36871	0.0000
M(2)	0.000166	3.02E-05	5.490238	0.0000
A1(2)	0.162656	0.024120	6.743664	0.0000
B1(2)	0.500461	0.073877	6.774223	0.0000
M(3)	0.000339	2.04E-05	16.62804	0.0000
A1(3)	0.247463	0.018189	13.60533	0.0000
B1(3)	0.182309	0.034181	5.333626	0.0000
M(4)	0.000105	1.97E-05	5.318957	0.0000
A1(4)	0.101994	0.018072	5.643862	0.0000
B1(4)	0.668965	0.052982	12.62616	0.0000
M(5)	0.000148	3.08E-05	4.796893	0.0000
A1(5)	0.085126	0.013112	6.492451	0.0000
B1(5)	0.564908	0.079574	7.099145	0.0000
M(6)	9.54E-05	1.55E-05	6.156228	0.0000
A1(6)	0.068937	0.010745	6.415481	0.0000
B1(6)	0.721234	0.039195	18.40135	0.0000
M(7)	9.40E-05	2.27E-05	4.139462	0.0000
A1(7)	0.057628	0.013189	4.369426	0.0000
B1(7)	0.763256	0.052854	14.44089	0.0000
M(8)	4.68E-05	8.03E-06	5.826327	0.0000
A1(8)	0.122166	0.017297	7.063013	0.0000
B1(8)	0.740880	0.032211	23.00069	0.0000
M(9)	0.000174	2.13E-05	8.138659	0.0000
A1(9)	0.191669	0.020422	9.385225	0.0000

B1(9)	0.418420	0.056047	7.465492	0.0000
M(10)	7.11E-05	1.93E-05	3.686631	0.0002
A1(10)	0.076798	0.017955	4.277227	0.0000
B1(10)	0.730578	0.065654	11.12769	0.0000
R(1,2)	0.595844	0.015884	37.51190	0.0000
R(1,3)	0.810214	0.008156	99.34569	0.0000
R(1,4)	0.878899	0.005509	159.5399	0.0000
R(1,5)	0.860251	0.006038	142.4836	0.0000
R(1,6)	0.846010	0.007505	112.7236	0.0000
R(1,7)	0.838433	0.007244	115.7394	0.0000
R(1,8)	0.531433	0.017785	29.88042	0.0000
R(1,9)	0.663083	0.013750	48.22349	0.0000
R(1,10)	0.465343	0.021708	21.43621	0.0000
R(2,3)	0.588207	0.015986	36.79542	0.0000
R(2,4)	0.586399	0.016621	35.28038	0.0000
R(2,5)	0.609483	0.015732	38.74101	0.0000
R(2,6)	0.598300	0.017414	34.35710	0.0000
R(2,7)	0.614816	0.015827	38.84666	0.0000
R(2,8)	0.471189	0.019496	24.16848	0.0000
R(2,9)	0.596910	0.014627	40.80841	0.0000
R(2,10)	0.416075	0.022456	18.52859	0.0000
R(3,4)	0.782984	0.009877	79.27499	0.0000
R(3,5)	0.802610	0.008525	94.15279	0.0000
R(3,6)	0.804097	0.008734	92.06955	0.0000
R(3,7)	0.814617	0.007310	111.4433	0.0000
R(3,8)	0.520953	0.018183	28.65094	0.0000
R(3,9)	0.673014	0.012911	52.12681	0.0000
R(3,10)	0.452889	0.021985	20.60012	0.0000
R(4,5)	0.830686	0.007635	108.8042	0.0000
R(4,6)	0.822048	0.007665	107.2419	0.0000
R(4,7)	0.805023	0.008224	97.88714	0.0000
R(4,8)	0.497441	0.018951	26.24836	0.0000
R(4,9)	0.655373	0.014920	43.92600	0.0000
R(4,10)	0.457989	0.021201	21.60207	0.0000
R(5,6)	0.851623	0.006397	133.1362	0.0000
R(5,7)	0.836564	0.007025	119.0768	0.0000
R(5,8)	0.534652	0.018313	29.19501	0.0000
R(5,9)	0.675077	0.014049	48.05095	0.0000
R(5,10)	0.490160	0.020952	23.39486	0.0000
R(6,7)	0.846051	0.006810	124.2419	0.0000
R(6,8)	0.538686	0.019531	27.58052	0.0000
R(6,9)	0.656420	0.014480	45.33220	0.0000
R(6,10)	0.454143	0.021656	20.97091	0.0000
R(7,8)	0.533547	0.018100	29.47719	0.0000
R(7,9)	0.673904	0.013033	51.70817	0.0000
R(7,10)	0.468248	0.021821	21.45906	0.0000
R(8,9)	0.494124	0.020360	24.26933	0.0000
R(8,10)	0.413876	0.021949	18.85638	0.0000
R(9,10)	0.433593	0.022749	19.05977	0.0000

==