İstatistikçiler Dergisi: İstatistik & Aktüerya

Journal of Statisticians: Statistics and Actuarial Sciences

IDIA 17, 2024, 2, 30-45

Geliş/Received:09.07.2024, **Kabul**/Accepted: 16.10.2024

Araştırma Makalesi / Research Article

Ridge-Robust-Boosting topluluk regresyon yaklaşımı

Ayşegül Han[1]

İnönü Üniversitesi, İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi Ekonometri Bölümü, Malatya, Türkiye
aysegullhann@gmail.com
ORCID: 0000-0002-3390-2129

Mehmet Güngör

İnönü Üniversitesi, İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi Ekonometri Bölümü, Malatya, Türkiye
m.gungor@inonu.edu.tr
ORCID: 0000-0001-6869-4043

Öz

Çalışmanın amacı, regresyon analizinde karşılaşılan çoklu bağlantı ve aykırı değer sorunlarına aynı anda çözüm getirebilen bir regresyon modeli geliştirmektir. Önerilen Ridge-Robust-Boosting Topluluk Regresyon modeli, Ridge regresyonunu kullanarak çoklu bağlantıyı azaltmakta ve böylece bağımsız değişkenler arasındaki korelasyonu dengelemektedir. Ayrıca, Sağlam regresyonu kullanarak aykırı değerlere karşı dirençli olmayı hedeflemektedir. Bu sayede, nadir ancak etkili gözlemlerin tahminler üzerindeki etkisini azaltmaktadır. Ayrıca, Boosting yöntemleri kullanılarak tahmin edicinin başarımı arttırılmıştır.

Anahtar sözcükler: Çoklu doğrusal bağlantı, aykırı değer, Ridge-Robust-Boosting regresyon.

Abstract

Ridge-Robust-Boosting Ensemble Regression Approach

The aim of the study is to develop a regression model that can simultaneously solve the multicollinearity and outlier problems encountered in regression analysis. The proposed Ridge-Robust-Boosting Ensemble regression model reduces multicollinearity by using Ridge regression, thus stabilizing the correlation between independent variables. It also aims to be robust to outliers by using robust regression. This reduces the impact of rare but influential observations on the forecasts. Furthermore, the performance of the estimator is improved by using boosting methods.

Keywords: *Multicollinearity, outlier, Ridge-Robust-Boosting regression.*

[1] Bu çalışma Prof. Dr. Mehmet GÜNGÖR danışmanlığında Ayşegül HAN tarafından hazırlanan ve İnönü Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Ekonometri Anabilim Dalında 2023 yılında sunulan "Çoklu Doğrusal Bağlantı ve Aykırı Değer Sorunu için Ridge-Robust-Boosting Topluluk Regresyon Yaklaşımı" başlıklı doktora tezinden türetilmiştir.

1. Giriş

Doğrusal regresyon modeli genel olarak bir bağımlı değişken ile bir dizi bağımsız değişken arasındaki ilişkiyi değerlendirmektedir. Regresyon katsayılarını tahmin etmek için yaygın olarak en küçük kareler (EKK) tahmin edicisi kullanılmaktadır. Bu tahmin edici, EKK ile en iyi tahminleri elde edebilmek için bazı varsayımların sağlanması gerekmektedir. Bu varsayımlar arasında doğrusallık, hata terimlerinin normal bir dağılıma ve homojen varyansa sahip olması, hata terimlerinin bağımsız olması, bağımsız değişkenler arasında çoklu bağlantı olmaması ve hata terimlerinin ortalamasının sıfır olması yer almaktadır.

Doğrusal regresyon modelinin güvenilirliğini etkileyebilecek iki önemli konu aykırı değerler ve çoklu bağlantı problemidir. Aykırı değerler, genel eğilimden belirgin bir şekilde saparak diğer gözlemlerden önemli ölçüde farklı olan veri noktalarıdır. Bu soruna çözüm olarak, M-tahmin edicisi gibi sağlam regresyon tahmin edicileri geliştirilmiştir. Bu tahmin ediciler, aykırı değerlere karşı daha dayanıklıdır [1]. Diğer önemli bir konu olan çoklu bağlantı ise bağımsız değişkenler arasında yüksek bir korelasyon olduğu durumunu ifade etmektedir. Bu durumda, bir bağımsız değişken diğer bağımsız değişken(ler) tarafından yaklaşık olarak ifade edilebilir. Bu durum, regresyon modelini daha karmaşık hale getirir ve bu karmaşıklık, regresyon parametre tahminlerinin varyansını artırarak en küçük kareler tahmin edicisini güvenilmez hale getirebilir [2]. Bu sorunun çözümü için Hoerl ve Kennard [3] tarafından Ridge Regresyon tahmin edicisi geliştirilmiştir. Ridge Regresyon, y yönündeki aykırı değerlerden etkilendiği için, Silvapulle [4] bu sorunu çözmek amacıyla Sağlam Ridge Regresyon tahmin edicisini tanıtmıştır. Liu [5], çoklu bağlantı etkilerini azaltmak için Liu tahmin edicisi olarak adlandırılan başka bir tahmin edici geliştirmiştir. Liu tahmin edicisi de y yönündeki aykırı değerlere karşı hassas olduğu için Arslan ve Billor [6] Sağlam Liu tahmin edicisini öne sürmüştür. Alternatif olarak, Özkale ve Kaçıranlar [7] çoklu bağlantı sorununu çözmek için β'nın iki parametreli tahmin edicisini önermişlerdir. Ancak, β'nın iki parametreli tahmin edicisinin de y yönündeki aykırı değerlere karşı hassas olduğu görülmüştür.

Khalaf ve Shukur [8], geliştirdikleri tahmin edicinin, özellikle yüksek hata varyanslarında, Hoerl ve Kennard [3] tarafından önerilen tahmin ediciden hemen hemen tüm durumlarda daha üstün olduğunu simülasyon çalışmalarıyla göstermiştir. Alkhamisi vd. [9] ise, Khalaf ve Shukur'un [8] tahmin edicisini modifiye ederek dört yeni Ridge parametre tahmin edicisi önermiş ve bu tahmin edicilerden en az birinin, EKK ve diğer tahmin edicilere kıyasla çoğu durumda daha iyi performans sergilediğini ortaya koymuştur. Al-Hassan [10], Hocking vd.'nin [11] Ridge tahmin edicisini, Alkhamisi ve Shukur'un [12] modifikasyonunu uygulayarak geliştirdiği tahmin edicinin, EKK tahmin edicisi ve diğer ilgili tahmin edicilere göre belirli koşullarda daha etkili olduğunu Monte Carlo simülasyonları ile göstermiştir. Muniz vd. [13], kareköklü dönüşüm yöntemini Khalaf ve Shukur'un [8] tahmin edicisine uygulayarak beş yeni Ridge parametre tahmin edicisi geliştirmiş ve bazı durumlarda daha iyi performans gösterdiklerini bulmuştur. Asar vd. [14], beş yeni Ridge parametre tahmin edicisini simülasyon ve gerçek veri ile altı farklı tahmin ediciyle karşılaştırmış ve önerilen tahmincilerin daha iyi performans gösterdiğini ancak gerçek veri üzerinde yeterli sonuç vermediğini belirtmiştir. Dorugade [15], Ridge parametre tahmin edicisini EKK ile tahmin edilen regresyon modelinin standart sapması olarak belirlemiş ve simülasyonlarda diğer tahmincilerden daha etkili olduğunu göstermiştir. Lukman ve Olatunji [16], Dorugade'nin [15] tahmin edicisini modifiye ederek yeni bir tahmin edici önermiş ve bu tahmin edicinin diğerlerinden daha iyi performans gösterdiğini bulmuştur. Bhat [17], yeni bir Ridge parametre tahmin edici önermiş ve önerilen tahmincinin bazı popüler tahmincilerden daha etkin ve durağan olduğunu belirtmiştir. Lattef ve Alheety [18], beş farklı Ridge parametre tahmin edicisini ve EKK yöntemini karşılaştırmış ve önerilen tahmincilerin EKK ve diğer tahmincilerden üstün olduğunu bulmuştur. Qasim vd. [19], beta regresyon modeli için yeni bir β Ridge regresyon tahmin yöntemi önermiş ve bu yöntemle bazı mevcut tahmincilerden daha iyi performans elde edilmiştir. Irandoukht [20], Ridge parametresini tahmin etmek için belirlilik katsayısının maksimize edilmesini öneren yeni bir yaklaşım geliştirmiş ve önemli tahmin gücü iyileşmeleri sağlamıştır. Khalaf [21], Hoerl ve Kennard [3] tarafından önerilen tahmin edicinin modifikasyonuna dayalı yeni bir Ridge parametre tahmin edicisi önermiş ve hata kareler ortalaması bakımından üstün olduğunu bulmuştur. Shabbir vd. [22], regresyon modelinin standart hatası ve bağımsız değişken sayısına dayalı yeni bir Ridge parametre tahmin edicisi önermiş ve bu tahmincinin EKK ve diğer tahmincilerden daha iyi olduğunu göstermiştir. Shaheen vd. [23], üç yeni Ridge parametre tahmin edicisi önermiş ve bu tahmincilerin genellikle hata kareler ortalaması bakımından daha yüksek performans gösterdiğini belirlemiştir.

Literatür incelemesi, mevcut tahmin edicilerin regresyon analizinde istenilen güvenilirliği sağlamada yetersiz kaldıklarını göstermektedir. Bu bağlamda Han [24] bir topluluk regresyon modeli önermiştir. Bu model, Ridge Regresyon, Sağlam Regresyon ve Gradient Boosting Regresyon modellerinin avantajlarını birleştirerek, çoklu bağlantı etkilerini azaltma, aykırı değerlere karşı direnç gösterme ve regresyon parametrelerinin güvenilirliğini artırma konularında geliştirilmiş özellikler sunmaktadır. Önerilen modelin, regresyon analizindeki temel zorluklara karşı daha sağlam bir çözüm sunma potansiyeline sahip olduğu değerlendirilmektedir. Bu kapsamda çalışmanın amacı, Han [24] tarafından önerilen topluluk regresyon modelinin etkinliğini simülasyon çalışmaları ile test etmek ve bu modelin çoklu bağlantı ve aykırı değer sorunlarına karşı performansını incelemektir. Ayrıca, önerilen modelin literatürdeki diğer tahmin edicilerle karşılaştırmalı olarak üstünlüklerini ortaya koymak hedeflenmektedir.

Çalışmanın giriş bölümünde, regresyon analizindeki temel sorunlara vurgu yapılarak literatürde sıkça karşılaşılan çoklu bağlantı ve aykırı değer sorunlarına odaklanılmış ve çalışmanın amacı açıklanmıştır. Çalışmanın ikinci bölümünde regresyon analizindeki çoklu bağlantı ve aykırı değer sorunları ele alınmış, bu durumlar için önerilen regresyon modelleri incelenmiştir. Çalışmanın üçüncü bölümünde ise topluluk modeli yaklaşımı ve önerilen modelin oluşturulma süreci detaylı bir şekilde açıklanmıştır. Dördüncü bölümde simülasyon çalışmasının ayrıntılarına yer verilmiştir. Beşinci bölümde simülasyon çalışmasıyla elde edilen bulgular paylaşılmıştır. Sonuç bölümü ise genel değerlendirmeleri içermektedir.

2. Regresyon Modelleri

Bu başlık altında, doğrusal regresyon, Ridge regresyon, Sağlam regresyon ve Gradient Boosting regresyon yöntemlerinin açıklamaları sunulmaktadır.

2.1. Doğrusal regresyon

Doğrusal regresyon denklemi, bağımlı değişkeni (Y) ve bağımsız değişkenleri ($X_1, X_2, \dots, X_n$) ilişkilendiren bir denklemle aşağıdaki gibi ifade edilmektedir:

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \cdots + \beta_n X_n + \varepsilon \qquad (1)$$

Burada, Y bağımlı değişkeni, $X_1, X_2, \dots, X_n$ bağımsız değişkenleri, β_0 sabit terimi, $\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_n$ ise bağımsız değişkenlerin katsayılarını ve ε ise hata terimini ifade etmektedir.

Regresyon analizi, veri bilimi alanında güçlü bir araç olmasına rağmen, doğru tahminler yapabilmesi için belirli önemli varsayımlar altında çalışmaktadır. Bu varsayımlardan çoklu bağlantı, regresyon analizinde bağımsız değişkenler arasındaki yüksek korelasyon nedeniyle ortaya çıkmaktadır. Bu durumda, hangi değişkenin gerçekten tahmin üzerinde etkili olduğunu belirlemek zor hale gelmektedir. Çoklu bağlantı, tahmin edicilerin istikrarını ve güvenilirliğini azaltabilir.

2.1. Ridge regresyon

Çoklu bağlantı sorunuyla başa çıkmak için Hoerl ve Kennard [3] Ridge regresyon yöntemini önermiştir. Bu yöntem korelasyonları kontrol etmek amacıyla L2 cezalandırma tekniği kullanmakta ve bu sayede doğru tahminler yapmayı mümkün kılmaktadır [25].

Ridge regresyon denklemini Eşitlik 2'deki gibi göstermek mümkündür [26]:

$$y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \cdots + \beta_n x_n + \lambda \Sigma\left(\beta_i^2\right) + \varepsilon \qquad (2)$$

Burada; $i = 1, 2, \ldots, n$'dir. $\lambda \geq 0$ ayar parametresidir. Ayar parametresi λ, regresyon katsayıları üzerindeki düzenleme teriminin etkisini kontrol ederek, modelin aşırı uyum eğilimini düzenlemektedir.

2.2. Sağlam regresyon

Regresyon analizinde aykırı değerler, genel veri kümesinden belirgin şekilde sapmış veya diğer gözlemlerden önemli ölçüde farklı olan veri noktalarıdır. Bu noktalar, istatistiksel analizlerin güvenilirliğini azaltabilir ve regresyon gibi modellerde yanlış tahminlere neden olabilir. Bu sorunun giderilmesi amacıyla aykırı değerlere karşı dirençli olan Sağlam Regresyon teknikleri geliştirilmiştir. Bunlar arasında En Küçük Medyan Kareler (Least Median Squares-LMS), Theil-Sen, En Küçük Mutlak Sapma (Least Absolute Deviation-LAD), M Kestiricisi ve En Az Kırpılmış Mutlak Değer (Least Trimmed Absolute-LTA) gibi çeşitli yöntemler ya da tahmin ediciler bulunmaktadır. Bu tahmin ediciler, modelin doğruluğunu artırmak için aykırı değerlere daha az ağırlık vererek daha doğru tahminler yapmayı sağlarlar.

2.2.1. LAD tahmin edicisi

LAD tahmin edicisi, gözlenen ve tahmin edilen bağımlı değişken arasındaki mutlak artıkları minimize ederek regresyon katsayılarını bulmaktadır. Bu amacı gerçekleştirmek için Eşitlik 3 kullanılmaktadır [27]:

$$\min_{\beta} \sum_{i=1}^{n} \left| y_i - \sum_{j=0}^{p-1} x_{ij}\beta_j \right| \tag{3}$$

Burada; $i = 1, \ldots, n$ ve $j = 0, \ldots, p-1$'dir.

2.2.2. Theil-Sen tahmin edicisi

Theil-Sen tahmin edicisi, Theil'in [28] önermiş olduğu Theil tahmin edicisi Sen [29] tarafından Theil-Sen tahmin edicisi olarak genişletilmiştir. Bu tahmin edici, veri noktaları arasındaki eğilimi belirlemek amacıyla veri noktası çiftlerinin eğimlerini hesaplayarak bu eğimlerin medyan değerini almaktadır. Bu durum matematiksel olarak Eşitlik 4 ile belirtildiği gibi gösterilmektedir [29]:

$$medyan\left(\frac{y_i - y_j}{x_i - x_j}\right) \tag{4}$$

Burada, i ve j olası veri noktası çiftlerinin tamamını içeren indekslerdir.

2.2.3. LMS tahmin edicisi

LMS tahmin edicisi, etkili gözlemlere ve aykırı değerlere karşı hassas olan klasik yöntemlere alternatif olarak Rousseeuw [30] tarafından önerilmiştir. Bu yöntem, doğrusal regresyon modelinin katsayılarını belirlemek amacıyla kullanılmaktadır. Eşitlik 5 ile LMS tahminleri elde edilmektedir [31]:

$$\min_{\beta} \operatorname*{med}_{i} \left(y_i - \sum_{j=0}^{p-1} x_{ij}\beta_j \right)^2 \tag{5}$$

Burada; β_j ise regresyon katsayısını belirtmektedir.

2.2.4. LTA tahmin edicisi

LTA tahmin edicisinin amacı, en büyük hatalara sahip olan gözlemlerin belirli bir yüzdesini dışarıda bıraktıktan sonra, geriye kalan hataların mutlak değerlerinin toplamını en aza indirmektir. LTA özellikle büyük veri kümelerinde iyi bir alternatif oluşturmaktadır. LTA tahmin edicisi için Eşitlik 6 kullanılmaktadır [32]:

$$\min_{\beta} \sum_{i=1}^{k} |r|_{i:n} \tag{6}$$

Burada, $|r|_{1:n} \leq |r|_{2:n} \leq \cdots \leq |r|_{n:n}$ kalıntıların mutlak değerlerini ve k toplamdaki mutlak kalıntı değerlerinin sayısını belirtmektedir. Kırpılacak gözlem sayısı k, genellikle toplam gözlem sayısının %10'u ya da %20'si olacak biçimde-ayarlanmaktadır.

2.2.5. M kestiricisi

M kestiricisi, aykırı değerlerin etkisini azaltmak için ağırlıklandırma fonksiyonu kullanan bir tür sağlam regresyon olup, Huber [33] tarafından sıradan en küçük karelere (OLS) bir alternatif olarak geliştirilmiştir. Bu yöntemin amacı, gözlenen ve tahmin edilen değişkenler arasındaki mutlak artıkların ağırlıklandırılmış toplamını minimize etmektir. M-regresyon tahminleri için Eşitlik 7 kullanılmaktadır [34]:

$$\min_{\beta} \left\{ \sum_{i=1}^{n} w_i \left(\left| y_i - \hat{\beta}_0 - \hat{\beta}_1 x_i \right| \right) \right\} \tag{7}$$

Burada; w_i, i. gözleme atanan ağırlıktır. Her bir gözleme atanan ağırlık, aykırı gözlemlerin etkisini minimize etmek için seçilen bir ağırlıklandırma fonksiyonuna bağlı olarak belirlenir. Sıkça kullanılan bir ağırlıklandırma fonksiyonu şu şekildedir [34]:

$$w_i = \begin{cases} (1 - (r_i/c)^2)^2 & r_i \leq c \ ise \\ 0 & r_i > c \ ise \end{cases} \tag{8}$$

Burada; r_i, i. gözlem için standartlaştırılmış artık ve c tahmin edicinin sağlamlık derecesini tespit eden ayarlama parametresidir. Standartlaştırılmış artık $r_i = (y_i - \hat{y}_i)/s$ olarak tanımlanmaktadır; s gözlemler arasındaki standart sapmayı göstermektedir.

2.2.6. Minimum Hacimli Elipsoid (Minimum Volume Ellipsoid-MVE)

Elipsoid, Eşitlik 9 ile ifade edilen formülle tanımlanabilir [35]:

$$(x - \mu)^T C^{-1} (x - \mu) \leq \chi^2 \tag{9}$$

Burada, x veri noktası, μ elipsoidin merkezi, C elipsoidin kovaryans matrisidir. Elipsoidin hacmi, kovaryans matrisinin determinantı ile hesaplanmaktadır [35]:

$$V = \frac{(2\pi)^{p/2}}{\Gamma(p/2)} \sqrt{\det(C)} \tag{10}$$

Burada, V elipsoidin hacmini, Γ gama fonksiyonunu, p veri setindeki özellik sayısını ve $\det(C)$ kovaryans matrisinin determinantını ifade etmektedir. MVE metodu ile elipsoidin hacminin minimize edilmesi amaçlanırken, bu hacmin veri kümesindeki çoğu veri noktasını kapsayacak şekilde olması gerekmektedir.

2.3. Gradient Boosting regresyon

Geleneksel regresyon yöntemleri ve sağlam regresyon tekniklerinin yanı sıra, veri analizi ve tahminde önemli bir rol oynayan bir diğer güçlü yöntem Gradient Boosting algoritmalarıdır. Bu algoritmalar, zayıf tahmin edicileri bir araya getirerek güçlü bir tahmin edici oluşturmaktadır. Her bir zayıf tahmin edici, modelin önceki hatalarını düzeltmeye odaklanarak genel tahmin performansını artırmaktadır. İlk olarak Breiman [36] tarafından tanıtılan bu yöntem, uygun bir kayıp fonksiyonuyla optimizasyon yöntemi şeklinde değerlendirilebileceği belirtilmiştir. Ardından, Friedman [37] tarafından bu algoritmanın daha gelişmiş bir versiyonu oluşturulmuştur. Algoritmanın öğrenme süreci, sağlam bir sınıflandırıcı belirlemek için yeni modellerin ardışık şekilde eğitilmesi olarak belirlenmiştir [38].

$S = \{x_i, y_i\}_1^N$ şeklinde bir eğitim seti verildiğinde, Gradient Boosting, kayıp fonksiyonu $L(y, F(x))$'i minimize ederek, x tahmin değişkenlerini kullanıp y bağımlı değişkenlerini bulmayı amaçlamaktadır. Eşitlik 11'de gösterildiği üzere, Gradient Boosting, ağırlıklı bir fonksiyon toplamıyla $F(x)$'in eklemeli bir yaklaşımını oluşturmaktadır:

$$F_m(x) = F_{m-1}(x) + \rho_m h_m(x) \tag{11}$$

Burada; ρ_m, yeni adımın (m. adım) öğrenme oranını (learning rate) belirtmektedir. Öğrenme oranı, yeni adımın önemini ayarlamak için kullanılmaktadır. Bu değer, $[0, 1]$ aralığındadır ve yeni adımın katkısının ne kadar olacağını belirlemektedir. $h_m(x)$, m. adımda eklenen yeni tahmin fonksiyonunu temsil etmektedir. Bu fonksiyonlar topluluktaki karar ağacı modelleridir. Algoritma yaklaşımı yinelemeli şekilde Eşitlik 12'de gösterildiği gibi gerçekleştirilmektedir:

$$F_0(x) = argmin_\alpha \sum_{i=1}^{N} L(y_i, \alpha) \tag{12}$$

Eşitlik 13'te gösterildiği gibi ardışık temel öğrenicileri minimize etmeyi hedefler:

$$(\rho_m h_m(x)) = argmin_{\rho,h} \sum_{i=1}^{N} L\big(y_i, F_{m-1}(x_i) + \rho h(x_i)\big) \tag{13}$$

Her h_m yeni bir eğitim seti $D = \{x_i, r_{mi}\}_{1=1}^N$ ile eğitilmektedir. Burada, ρ her bir iterasyonda ilave edilen tahmini fonksiyonun ağırlığını, r_{mi} kalıntıları belirtmektedir [39]. Kalıntılar Eşitlik 14 ile gösterildiği gibi hesaplanmaktadır:

$$r_{mi} = \left[\frac{\delta(y_i, F(x))}{\delta F(x)}\right]_{F_m(x) = F_{m-1}(x)} \tag{14}$$

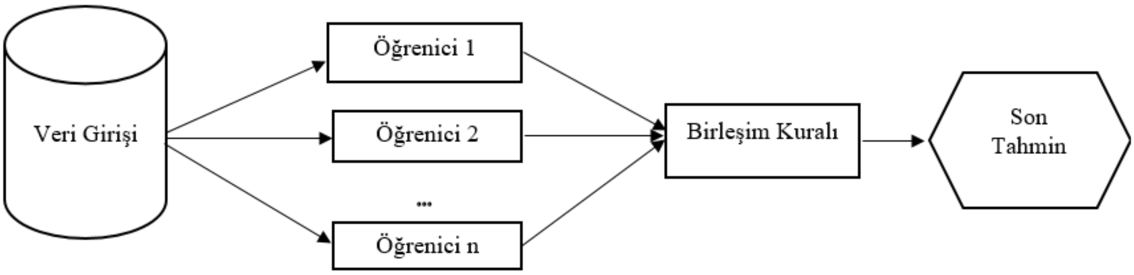
Kalıntıların hesaplanmasının ardından, ρ_m değeri bir çizgi arama optimizasyonu gerçekleştirilerek elde edilir. Yinelemeli görev uygun şekilde düzenlenmezse bu algoritma aşırı uyum sağlayabilir [40]. İkinci dereceden kayıp fonksiyonu gibi belirli kayıp fonksiyonları için, h_m yanlış kalıntılara mükemmel bir şekilde uyarsa, sonraki iterasyonda yanlış kalıntılar sıfır olmakta ve iterasyon erken sona ermektedir.

Bu temel regresyon modellerinin incelenmesinin ardından, literatürde sıkça rastlanan çoklu bağlantı ve aykırı değer sorunlarına karşı etkili bir çözüm sunmak amacıyla Ridge-Robust-Boosting (RRB) topluluk regresyon modeli Han [24] tarafından önerilmiştir. Ridge regresyonun düzenleme yeteneği, Sağlam regresyonun aykırı değerlere direnç gösteren yapısı ve Gradient Boosting regresyonunun tahmin performansındaki güçlü yanları, bu modelde entegre edilerek daha güçlü bir regresyon yaklaşımı oluşturulmuştur.

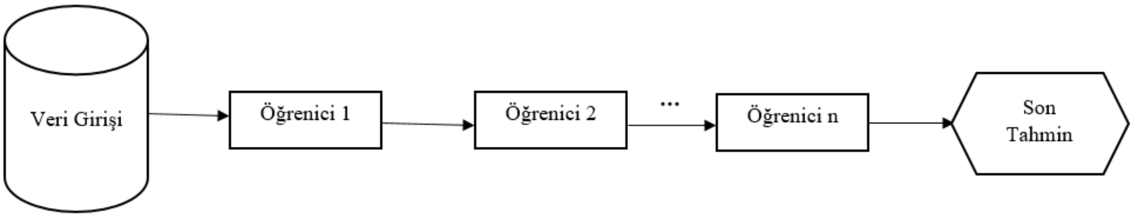
3. Topluluk Modeli Yaklaşımı

Topluluk modeli yaklaşımının temel prensibi, çeşitli öğrenme algoritmalarının verileri farklı bakış açılarıyla işlemesini sağlamak ve bu çeşitliliği birleştirerek daha etkili sonuçlar elde etmektir. Bu yaklaşımın kökeni, Dasarathy ve Sheela [41] tarafından önerilen çoklu bileşen sınıflandırıcılarına dayanmaktadır. Daha sonraki dönemde, Hansen ve Salamon [42], benzer bir yaklaşımın sınıflandırma problemlerinde tek bir sınıflandırıcıdan daha iyi performans sağladığını göstermişlerdir. Aynı zamanda, Schapire [43] boosting tekniğini geliştirerek zayıf sınıflandırıcıları güçlü bir sınıflandırıcıya dönüştürmüştür. Bu teknik, günümüzün güçlü öğrenme algoritmalarının temelini oluşturan AdaBoost, Gradient Boosting ve XGBoost gibi yöntemleri ortaya çıkarmıştır.

Topluluk modeli yaklaşımı, birden fazla makine öğrenimi algoritmasını birleştirerek daha etkili ve güçlü tahminler elde etmeyi amaçlayan bir öğrenme yaklaşımıdır. Bu teknik, farklı öğrenme algoritmalarının çeşitli bakış açılarından veriyi işlemesini ve bu farklı bakış açılarını birleştirerek daha güvenilir sonuçlar elde etmeyi hedeflemektedir. Topluluk modelleri, paralel ve sıralı topluluklar olarak sınıflandırılmaktadır. Paralel topluluklar, farklı temel sınıflandırıcıları bağımsız olarak eğitmekte ve tahminlerini bir birleştirici kullanarak birleştirmektedir [44]. Paralel topluluk algoritmaları, temel öğrenicilerin paralel olarak üretilmesini kullanarak topluluk üyeleri arasında çeşitliliği teşvik etmektedir. Buna karşılık, sıralı topluluklar temel modellere bağımsız olarak uyum sağlamaz. Bunun yerine, modeller yinelemeli olarak eğitilip her yinelemede bir önceki modelin hatalarını düzeltmeyi öğrenir. Şekil 1 ve Şekil 2'de paralel ve sıralı topluluk modelini gösteren diyagramlar bulunmaktadır [45].



Şekil 1. Paralel Topluluk Modeli Diyagramı



Şekil 2. Sıralı Topluluk Modeli Diyagramı

Bu noktadan hareketle, Han [24] tarafından önerilen RRB modeli, paralel topluluk modeli yöntemi olarak değerlendirilmektedir. RRB modeli ile Ridge regresyon, Sağlam regresyon ve Gradient Boosting regresyon yöntemleri paralel bir şekilde entegre edilerek, her bir algoritmanın güçlü yönleri birleştirilip daha güçlü ve etkili tahminler elde etmek amaçlanmıştır. Bu yaklaşım, regresyon analizindeki temel zorluklara karşı daha dirençli ve güvenilir bir çözüm sunma potansiyeli taşımaktadır.

RRB modeli, Ridge regresyonunun çoklu bağlantı sorununa karşı etkili çözümü, Sağlam regresyonunun aykırı değerlere karşı direnci ve Gradient Boosting regresyonunun karmaşık ilişkileri başarıyla modelleme yeteneğini bir araya getirmektedir. Sonuç olarak, bu model, her bir algoritmanın güçlü yönlerini kullanarak daha yüksek tahmin performansı, daha iyi genelleme yeteneği, esneklik ve güvenilirlik sağlamaktadır. Bu özellikleriyle, regresyon analizinde karşılaşılan çeşitli zorluklara karşı dirençli ve etkili bir çözüm sunma potansiyeline sahiptir.

4. Simülasyon Çalışması

RRB modelinin simülasyon aşamalarına ilişkin açıklamalar aşağıdaki gibidir:

Verilerin Oluşturulması: Monte Carlo Simülasyonunun Gibbs Algoritması ile 1000 gözlemden oluşan veri seti üretildi.

- Veri setine düşük (0.3), orta (0.6) ve yüksek (0.9) düzeyde çoklu bağlantı ve %20, %30 ve %40 oranlarında aykırı değerler eklendi.

Geman ve Geman [46] tarafından geliştirilen Gibbs Örnekleme Algoritması, çok boyutlu problemlerde sıklıkla kullanılan Markov Zinciri Monte Carlo (MCMC) algoritmasıdır. Özellikle çok boyutlu veri analizinde ve istatistiksel çıkarımlarda sıklıkla tercih edilmektedir. Algoritmanın temel prensibi, pek çok parametrenin yer aldığı karmaşık bir ortak olasılık dağılımından doğrudan örnek almak yerine, daha düşük boyutlu koşullu dağılımlardan örnek çekmektir. Bu nedenle, Gibbs Örnekleme Algoritması, diğer değişkenler sabit tutulduğunda bir değişkenin koşullu dağılımından örnek çekmeyi içermektedir.

Eğitim ve Test Serisi: Veri seti %80 eğitim ve %20 test serisi olarak bölündü.

- Eğitim serisi, modelin eğitildiği ve öğrendiği veri bölümünü temsil etmektedir. Bu bölüm, modelin içsel yapısını ve özelliklerini anlaması için ele alınmaktadır. Eğitim verileri, modelin parametrelerini tespit etmek ve ilişkileri öğrenmek amacıyla tercih edilmektedir. Model, eğitim verilerine göre ayarlanıp optimize edilmektedir.
- Test serisi ise eğitilen modelin performansını sınamak ve genelleme yeteneğini test etmek için kullanılmaktadır. Bu bölüm, modelin daha önce görmediği verileri içerir ve modelin bu verilere nasıl tepki verdiğini ölçmektedir. Test verileri, modelin gerçek verilerle ne derece iyi çalıştığını değerlendirmektedir.

Hiperparametreleri Ayarlama: Grid Search (Izgara Arama) yöntemi ile en iyi hiperparametreler tespit edilmeye çalışıldı.

Grid Search yöntemi, belirli bir aralıkta yer alan hiperparametrelerin tüm olası kombinasyonlarını test ederek, en iyi performansı veren hiperparametreleri tespit etmektedir. Bu, manuel deneme yanılma sürecini en düşük seviyeye indirerek, modelin optimize edilmiş haliyle elde edilmesini sağlamaktadır.

- Ridge Regresyon → ***alpha*** $(\boldsymbol{\alpha})$ ***değeri:*** Düzenleme seviyesini kontrol etmektedir ve 0'a yaklaştıkça düzenleme etkisi azalır. Böylece her özellik için bir miktar düzenleme uygulayarak aşırı uyum riskini azaltır. ***lambda*** $(\boldsymbol{\lambda})$ ***değeri:*** Düzenlemenin miktarını kontrol etmektedir. Değeri ne kadar büyükse, regresyon katsayıları da o kadar kısıtlanmaktadır. Grid Search ile birden çok λ değeri denemesi, modelin aşırı uyum (overfitting) ve düşük uyum (underfitting) dengesini bulmasına olanak tanımaktadır.
- Sağlam Regresyon → ***method değeri:*** (Minimum Volume Elipsoid) Veri noktalarını kapsayan ve hacmi mümkün olduğu kadar küçük olan bir elipsoid çizimi ile aykırı değerlere dirençli model meydana getirmektedir.
- Gradient Boosting Regresyon → ***n.trees değeri:*** Gradient boosting ağaçlarının sayısını tespit etmektedir. Daha çok ağaç, modelin kompleks yapısını artırabilir, ama aynı zamanda aşırı uyuma neden olabilir. Grid aramasıyla çeşitli ağaç sayılarını test etmek, modelin en iyi performansının tespitine yardımcı olmaktadır. ***interaction.depth değeri:*** Her ağaç için en çok kaç düğüm (node) katmanına sahip olunacağını tespit etmektedir. Daha derin ağaçlar, veriyi daha detaylı olarak öğrenebilir, ama ayrıca aşırı uyuma neden olabilir. Grid aramasıyla çeşitli derinlik değerlerini sınamak önem taşımaktadır. ***shrinkage değeri:*** Her ağacın katkısını düzenlemeye destek sağlayacak bir faktörün kontrolünü sağlamaktadır. Daha düşük bir shrinkage değeri, her ağacın daha az ağırlığa sahip olacağı anlamına gelmektedir. Düşük shrinkage, daha çok ağaç kullanmanın etkisini dengelemeyi sağlamaktadır. ***n.minobsinnode değeri:*** Bir düğümde en az kaç gözlem olması gerektiğini ifade etmektedir. Düşük değerler modelin detayları öğrenmesine yardımcı olabilir, ama aynı zamanda aşırı uyuma neden olabilir. Bu nedenle optimal değeri belirlemek amacıyla, çeşitli değerleri içeren bir Grid araması yapılırken, çapraz doğrulama kullanılarak her bir değerin model performansı üzerindeki etkisi değerlendirilmiştir. Bu yöntem, modelin genelleme yeteneğini en iyi şekilde değerlendirmek ve aşırı uyumu kontrol altında tutmak için optimal değeri belirlemek amacıyla kullanışlı bir yaklaşımdır.

Modellerin Eğitimi ve Tahmin: Eğitim aşamasında ve model tahmininde çapraz doğrulama tercih edildi.

Çapraz doğrulama, makine öğrenimi modelinin performansını değerlendirip genelleme yeteneğini tahmin etmek için tercih edilmektedir. Bu yöntem, veri setini k parçaya bölerek her bir parçayı sırayla test verisi olarak kullanıp diğerlerini eğitim verisi olarak kullanmaktadır. Bu işlem, k defa tekrarlanarak modellerin güvenilir bir şekilde değerlendirilmesine olanak tanımaktadır.

Model Ağırlıklarını Elde Etme:

- İlk olarak, her katlamada (fold) Ridge Regresyon, Sağlam Regresyon ve Gradient Boosting Regresyon modellerinin ayrı ayrı hesaplanan ortalama karesel hatası (MSE) belirlenir.
- Modellerin tahminleri ile toplam karesel hata (total_mse) hesaplanır.
- Her modelin ağırlığını hesaplamak için, modelin tahmininin MSE değerinin total_mse değerine oranı alınarak bu değer 1'den çıkarılıp her model için ağırlık faktörü hesaplanmaktadır.
- Ağırlık faktörleri her katlama için ayrı ayrı bir diziye (weights) kaydedilir.
- Son olarak katlamaların hepsinin ağırlık faktörlerinin ortalaması alınarak, final_weights adlı bir vektörde bir araya getirilir. Bu, her modelin genel ağırlığını göstermektedir.

Bu adımlar, k-fold çapraz doğrulama ile elde edilen tahminlerin en iyi ağırlık kombinasyonunu belirlemeye çalışmaktadır. Böylece, her modelin katkısını dengeleyip daha iyi bir tahmin elde edilmesine yardımcı olmaktadır.

Ridge-Robust-Boosting Topluluk Regresyon Modeli Oluşturma: Oluşturulan ağırlık faktörleriyle regresyon modellerine ilişkin tahminler ağırlıkla birleştirilir. Başka bir ifadeyle her modelin tahminlerini bir araya getirmek için ağırlıklı ortalama yöntemi tercih edilmiştir.

Ağırlıklı Ortalama Yöntemi, çeşitli modellerin ya da tahminlerin performansını dengelemek ve en iyi sonucu belirlemek için tercih edilmektedir. Her modelin ya da tahminin sonucu, tespit edilen ağırlıkla çarpılarak elde edilen ağırlıklı sonuçlar bir araya getirilmektedir. Ağırlıklar, modellerin ya da tahminlerin performansına bağlı şekilde atanmaktadır. Genel olarak daha iyi performans sergileyen modeller ya da tahminler daha yüksek ağırlıklarla çarpılırken, daha zayıf performans sergileyenler daha düşük ağırlıklarla çarpılır. Bu teknik sayesinde, çeşitli modellerin ya da tahminlerin çeşitli güçlü yönleri bir araya getirilerek daha güvenilir ve genelde daha iyi sonuçlar elde edilmektedir.

Performans Değerlendirmesi: Regresyon modellerinin performansını değerlendirmek ve karşılaştırmak amacıyla kullanılan çeşitli ölçütler bulunmaktadır. Bunlar arasında en yaygın olarak kullanılanlar, MSE, RMSE, MAE ve R^2'dir.

- **MSE (Mean Squares Error-Hata Kareler Ortalaması):** Bu ölçüt, gerçek ve tahmini değerler arasındaki farkların karelerinin ortalamasını belirtmektedir. Düşük MSE değeri, daha iyi bir tahmin performansını göstermektedir.
- **RMSE (Root Mean Square Error-Hata Kareler Ortalamasının Karekökü):** MSE değerinin kareköküdür. Gerçek ve tahmini değerler arasındaki hata karelerinin ortalama değerinin karekökü alınarak hesaplanmaktadır.
- **MAE (Mean Absolute Error-Ortalama Mutlak Hata):** Gerçek ile tahmini değerler arasındaki mutlak farkların ortalamasını belirtmektedir. Kare yerine mutlak değer ile hesaplandığından büyük hataların etkisi daha dengeli olmaktadır. Düşük MAE değeri, daha iyi bir tahmin performansını göstermektedir.
- **R^2 (Belirtme Katsayısı):** Bağımsız değişkenlerin modelde bağımlı değişkendeki toplam varyansın ne kadarını açıkladığını gösteren ve 0 ile 1 arasında değer alan bir istatistiktir. 1'e yakın bir R^2 değeri, tahmin modelinin veriyi iyi açıkladığını belirtir.

Bu kapsamlı simülasyon süreci, RRB modelinin başarılı bir şekilde oluşturulmasını sağlamıştır. Elde edilen topluluk regresyon modeli, veri setindeki aykırı değerlere ve çoklu bağlantılara karşı dayanıklılığı artırarak ve Grid Search ile belirlenen hiperparametrelerle optimize edilmiş bir yapı sunarak güçlü bir performans sergilemektedir. Ayrıca, çapraz doğrulama ile eğitilen ve her bir modelin katkısını dengeleyen bu regresyon modeli, genelleme yeteneğini yüksek oranda sürdürmektedir. Sonuç olarak, performans değerlendirmesi ölçütleri olan MSE, RMSE, MAE ve R^2 üzerinden yapılan değerlendirme, önerilen RRB modelinin güvenilir ve etkili bir tahmin aracı olduğunu doğrulamaktadır.

5. Bulgular

Doğrusal Regresyon, Ridge Regresyon, Sağlam Regresyon, Gradient Boosting Regresyon ve Ridge-Robust-Boosting Topluluk Regresyon modellerinin performanslarının kıyaslanması için gerçekleştirilen analiz sonuçları Çizelge 1'de belirtilmiştir:

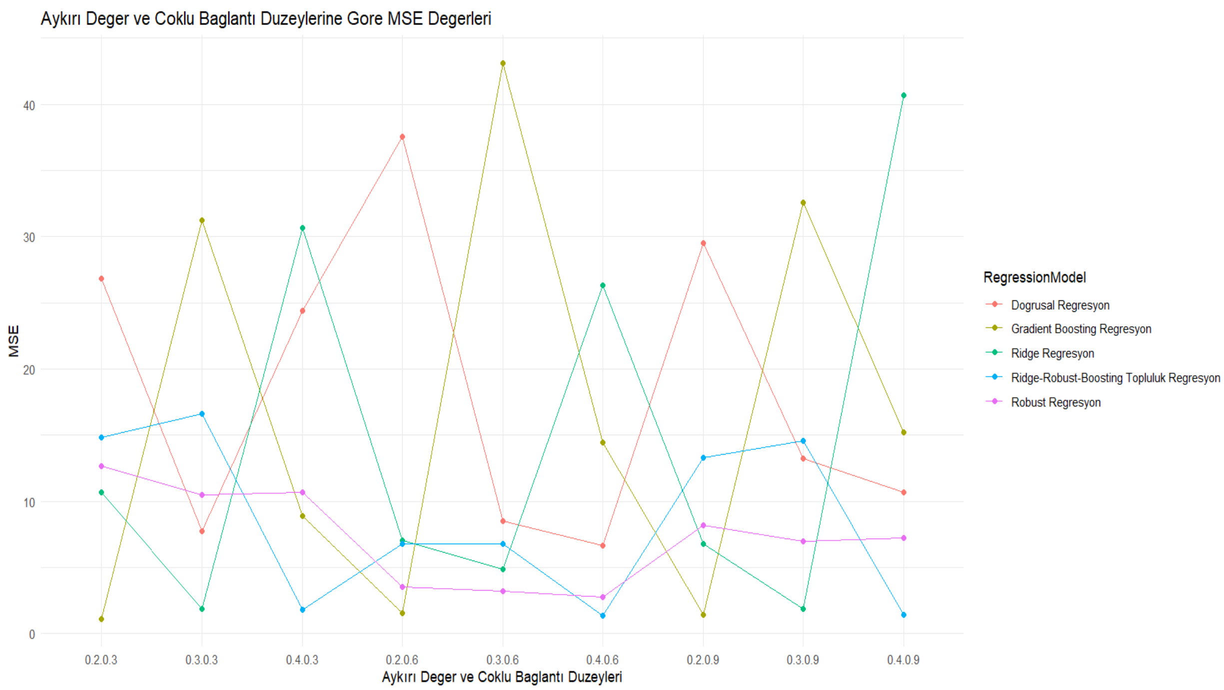
Çizelge 1. Model Performanslarının Karşılaştırılması

Çoklu bağlantı düzeyi	Aykırı değer oranı	Regresyon modeli	MSE	RMSE	MAE	R^2
0.3	0.2	Doğrusal Regresyon	26.84	5.181	4.32	0.512
		Ridge Regresyon	7.76	2.786	1.68	0.654
		Sağlam Regresyon	24.422	4.942	3.681	0.537
		Gradient Boosting Regresyon	7.049	2.655	1.585	0.685
		Ridge-Robust-Boosting Topluluk Regresyon	4.846	2.201	0.57	0.894
	0.3	Doğrusal Regresyon	26.314	5.13	3.738	0.472
		Ridge Regresyon	8.201	2.864	1.78	0.697
		Sağlam Regresyon	6.968	2.64	1.635	0.742
		Gradient Boosting Regresyon	7.261	2.695	1.651	0.731
		Ridge-Robust-Boosting Topluluk Regresyon	1.121	1.059	0.814	0.916
	0.4	Doğrusal Regresyon	31.232	5.587	3.738	0.412
		Ridge Regresyon	8.886	2.981	1.801	0.603
		Sağlam Regresyon	6.778	2.603	1.546	0.697
		Gradient Boosting Regresyon	6.811	2.61	1.548	0.696
		Ridge-Robust-Boosting Topluluk Regresyon	1.372	1.171	0.944	0.898
0.6	0.2	Doğrusal Regresyon	29.523	5.433	5.014	0.494
		Ridge Regresyon	13.253	3.64	2.368	0.608
		Sağlam Regresyon	10.655	3.264	2.086	0.685
		Gradient Boosting Regresyon	10.671	3.267	2.088	0.685
		Ridge-Robust-Boosting Topluluk Regresyon	1.862	1.365	0.899	0.864
	0.3	Doğrusal Regresyon	30.665	5.538	5	0.442
		Ridge Regresyon	3.503	1.872	0.841	0.737
		Sağlam Regresyon	3.222	1.795	0.873	0.758
		Gradient Boosting Regresyon	2.741	1.656	1.316	0.81
		Ridge-Robust-Boosting Topluluk Regresyon	1.433	1.197	0.95	0.899
	0.4	Doğrusal Regresyon	32.549	5.705	4.111	0.396
		Ridge Regresyon	15.22	3.901	2.43	0.574
		Sağlam Regresyon	14.814	3.849	2.34	0.585
		Gradient Boosting Regresyon	16.59	4.073	2.492	0.535
		Ridge-Robust-Boosting Topluluk Regresyon	1.809	1.345	0.906	0.868
0.9	0.2	Doğrusal Regresyon	37.549	6.128	4.269	0.359
		Ridge Regresyon	8.512	2.918	1.715	0.583
		Sağlam Regresyon	6.667	2.582	1.499	0.674
		Gradient Boosting Regresyon	6.792	2.606	1.509	0.668
		Ridge-Robust-Boosting Topluluk Regresyon	1.862	1.365	0.899	0.864
	0.3	Doğrusal Regresyon	40.665	6.377	4.998	0.342
		Ridge Regresyon	12.675	3.56	2.327	0.63
		Sağlam Regresyon	10.508	3.242	2.043	0.693
		Gradient Boosting Regresyon	10.677	3.268	2.057	0.688
		Ridge-Robust-Boosting Topluluk Regresyon	1.516	1.231	0.992	0.887
	0.4	Doğrusal Regresyon	43.135	6.568	5.014	0.322
		Ridge Regresyon	14.438	3.8	2.432	0.607
		Sağlam Regresyon	13.305	3.648	2.287	0.638

		Gradient Boosting Regresyon	14.547	3.814	2.356	0.604
		Ridge-Robust-Boosting Topluluk Regresyon	1.399	1.183	0.954	0.896

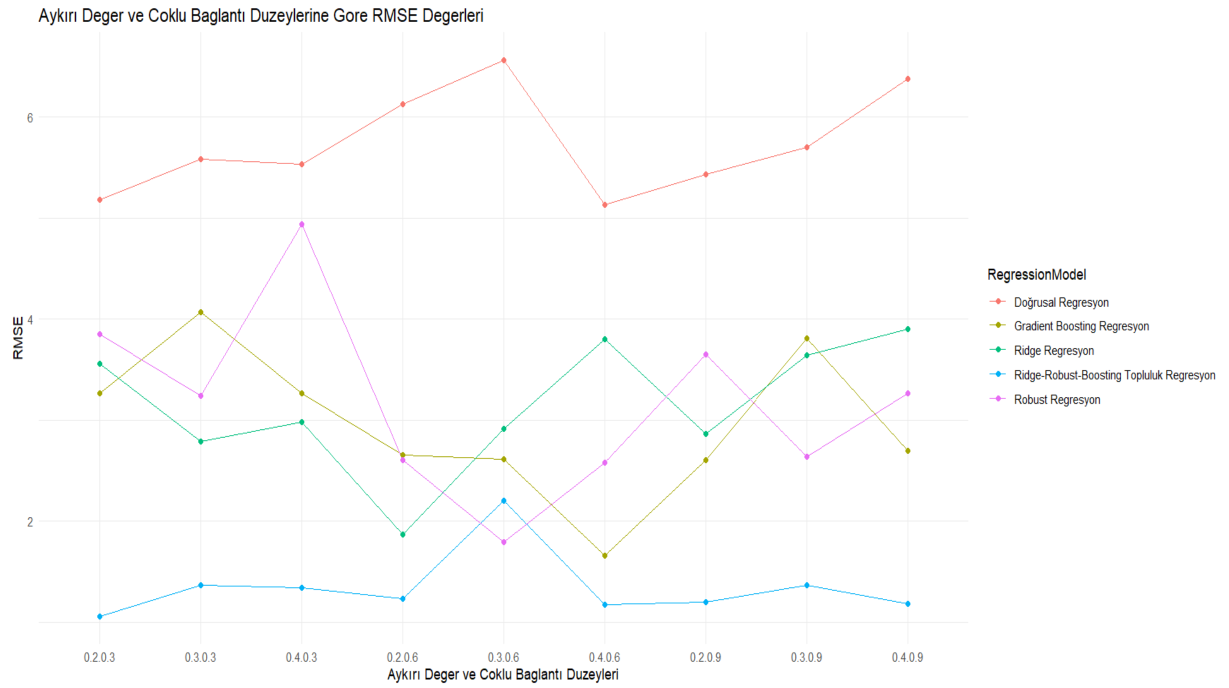
Simülasyon sonuçları incelendiğinde, ilk olarak, aykırı değer oranının arttığı durumlarda, RRB modelinin diğer modellere kıyasla daha düşük MSE, RMSE ve MAE değerlerinin olduğu gözlemlenmektedir. Aynı zamanda, R^2 değeri de diğer modellere kıyasla daha yüksek bir açıklama gücüne işaret etmektedir. Bu durum, RRB modelinin aykırı değerlere karşı dirençli olduğunu ve daha kesin tahminler gerçekleştirdiğini göstermektedir. Çoklu bağlantı düzeyi arttıkça, Ridge ve Sağlam regresyon modellerinin performansında bir azalma gözlemlenirken, Gradient Boosting Regresyon modeli bu durumdan daha az etkilenmiştir. Ancak, en etkili performansı sağlayan model yine RRB olmuştur. Model, çeşitli çoklu bağlantı durumlarında istikrarlı bir performans sergileyerek doğru tahminler yapabilme yeteneğini sürdürmüştür.

Model performanslarının karşılaştırılması amacıyla kullanılan MSE, RMSE, MAE ve R^2 değerlerine ait grafik gösterimleri Şekil 3'ten Şekil 6'ya kadar sunulmuştur:



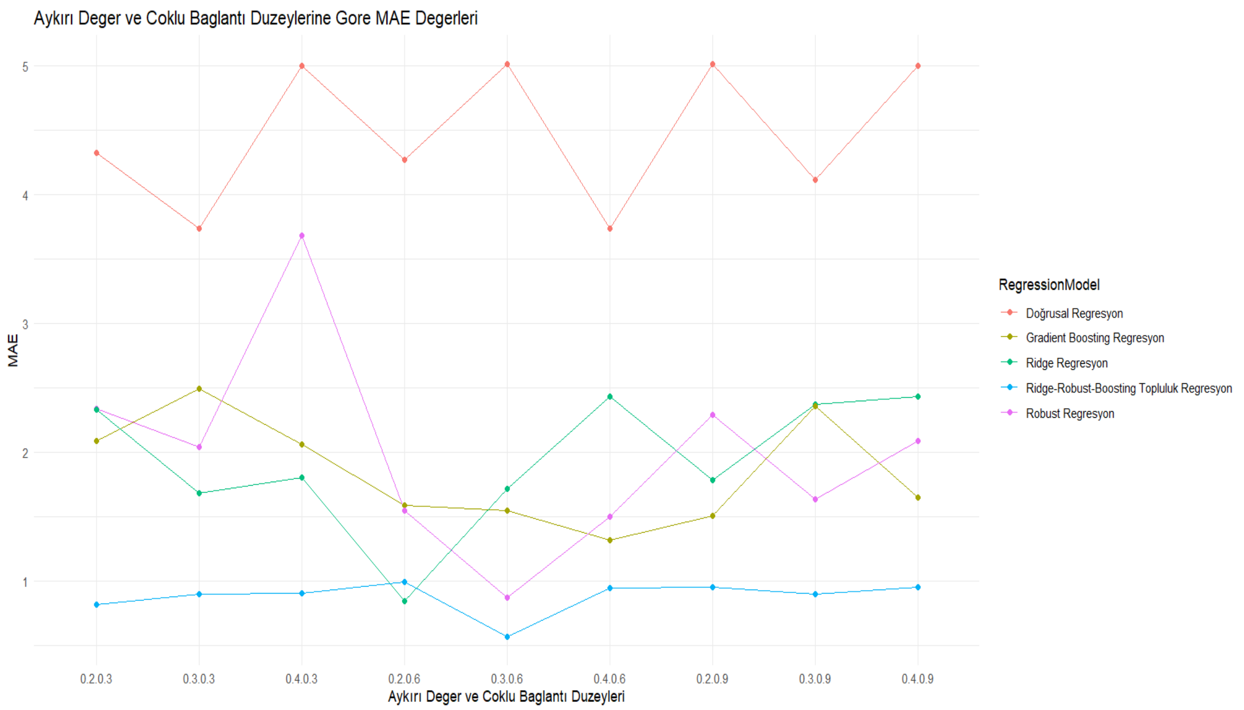
Şekil 3. Aykırı Değer ve Çoklu Bağlantı Düzeylerine Göre MSE Değerlerinin Karşılaştırılması

Şekil 3 incelendiğinde, aykırı değer ve çoklu bağlantı düzeylerinin MSE değerlerini önemli ölçüde etkilediği görülmektedir. Şekil 3'te, çoklu bağlantı ve aykırı değer oranlarının artmasıyla MSE değerlerinin de arttığı görülmektedir. Bu, çoklu bağlantı ve aykırı değerlerin modelin tahminlerini olumsuz etkilediğini göstermektedir. Regresyon modellerinin performansları karşılaştırıldığında ise RRB modelinin MSE değerlerine göre aykırı değerlere ve çoklu bağlantı sorunlarına karşı oldukça dayanıklı bir model olduğu görülmektedir.



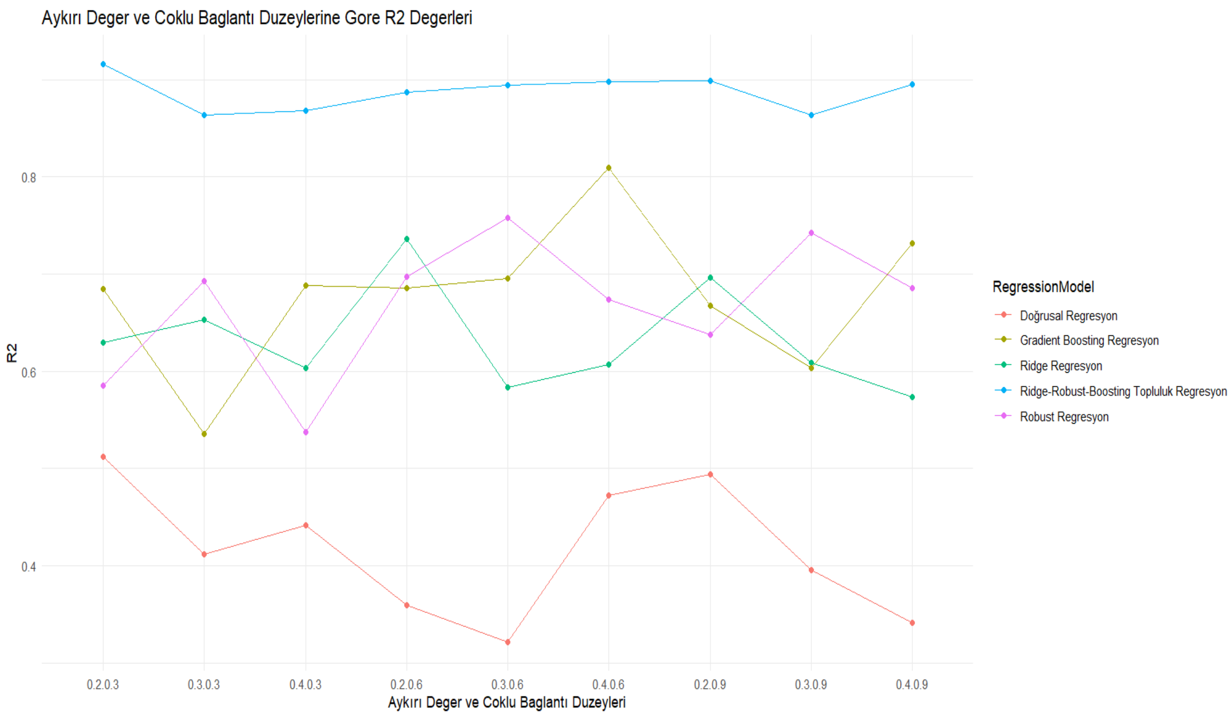
Şekil 4. Aykırı Değer ve Çoklu Düzeylerine Göre RMSE Değerlerinin Karşılaştırılması

Şekil 4 incelendiğinde, MSE ile benzer şekilde aykırı değer ve çoklu bağlantı düzeyinin artmasıyla RMSE değerlerinin de arttığı görülmektedir. RRB modelinin diğer modellere kıyasla daha iyi sonuç verdiği görülmektedir. Bu model, RMSE değeri açısından diğer modellerden daha düşük değerlere sahiptir.



Şekil 5. Aykırı Değer ve Çoklu Bağlantı Düzeylerine Göre MAE Değerlerinin Karşılaştırılması

Şekil 5, aykırı değer oranı ve çoklu bağlantı düzeyine göre MAE değerlerini göstermektedir. Şekil 5'e, aykırı değer ve çoklu bağlantı düzeyinin artmasıyla MAE değerlerinin de arttığı görülmektedir. Bu, aykırı değerler, modelin tahminlerini daha fazla bozduğu için, model performansının aykırı değerlerden olumsuz etkilendiğini göstermektedir. MAE değeri açısından da RRB modeli yine diğer modellerden daha iyi sonuç vermektedir.



Şekil 6. Aykırı Değer ve Çoklu Bağlantı Düzeylerine Göre R^2 Değerlerinin Karşılaştırılması

Şekil 6'da aykırı değer ve çoklu bağlantı düzeyinin artmasıyla R^2 değerlerinin de azaldığını görülmektedir. Aykırı değerler, modelin gerçek değerlere olan yakınlığını azalttığı için, bu durum model performansının aykırı değerlerden olumsuz etkilendiğini göstermektedir. Benzer şekilde bu durum çoklu bağlantı düzeyinin, modelin gerçek değerlere olan yakınlığını artırdığını göstermektedir. Sonuç olarak, RRB modelinin, aykırı değer ve çoklu bağlantı sorunları içeren veri setlerinde daha güvenilir ve stabil bir performans sergilediğini söylemek mümkündür. Bu model, genel olarak diğer regresyon modellerine kıyasla daha iyi sonuçlar vermiştir.

5. Sonuç

Bu çalışmada, regresyon analizinde sıkça karşılaşılan iki temel istatistiksel sorun olan çoklu bağlantı ve aykırı değer sorununu gidermek için RRB modeli önerilmiştir. Bu model ile veri setinde çoklu bağlantı ve aykırı değer sorunu olduğunda daha iyi sonuçlar elde etmek amaçlanmıştır. Bu kapsamda, Doğrusal Regresyon, Ridge Regresyon, Sağlam Regresyon, Gradient Boosting Regresyon ve önerilen Ridge-Robust-Boosting Topluluk Regresyon modellerinin performansları karşılaştırılmıştır.

Simülasyon çalışması kapsamında, 1000 gözlemden oluşan rassal veri seti Gibbs örnekleme algoritması kullanılarak üretilmiştir. Bu veri seti kullanılarak, çeşitli çoklu bağlantı seviyeleri ve aykırı değer oranlarıyla modellerin performansları ölçülmüştür. Elde edilen simülasyon sonuçları, MSE, RMSE, MAE ve R^2 ölçütleri kullanılarak değerlendirilmiştir. Analiz sonucunda, önerilen Ridge-Robust-Boosting Topluluk Regresyon modelinin diğer regresyon modellerine göre çeşitli çoklu bağlantı ve aykırı değer düzeylerinde daha üstün bir performans sergilediği görülmüştür. Bu durum, önerilen modelin, regresyon analizinde karşılaşılan hem çoklu bağlantı hem de aykırı değer sorununa daha etkili bir çözüm sunduğunu ve özellikle çoklu bağlantı ve aykırı değer sorunlarıyla başa çıkmada daha güvenilir bir seçenek olduğunu göstermektedir.

Kaynaklar

[1] P. Huber, 1981, *Robust Statistics*. Wiley, New York.

[2] D. N. Gujarati, 2004, *Basic Econometrics* (4th ed.). McGraw-Hill Companies.

[3] A. E. Hoerl, R. W. Kennard, 1970, Ridge regression biased estimation for nonorthogonal problems. *Technometrics*, 12, 55-67. https://doi.org/10.2307/1271436.

[4] M. J. Silvapulle, 1991, Robust ridge regression based on an M-estimator. *Australian Journal of Statistics*, 33(3), 319-333. https://doi.org/10.1111/j.1467-842X.1991.tb00438.x.

[5] K. Liu, 1993, A new class of biased estimate in linear regression. *Communications in Statistics-Theory and Methods*, 22, 393-402.http://dx.doi.org/10.1080/03610929308831027.

[6] A. Arslan, N. Billor, 2000, Robust Liu estimator for regression based on an M-estimator, *Journal of Applied Statistics*, 27(1), 39-47, https://doi.org/10.1080/02664760021817.

[7] M. R. Özkale, S. Kaçıranlar, 2007, The restricted and unrestricted two-parameter estimators. *Communications in Statistics-Theory and Methods*, 36(15), 2707-2725. https://doi.org/10.1080/03610920701386877.

[8] G. Khalaf, G. Shukur, 2005. Choosing ridge parameter for regression problems, *Communications in Statistics-Theory and Methods*, 34 (5), 1177-1182. https://doi.org/10.1081/STA-200056836.

[9] M. A., Alkhamisi, G. Khalaf, G. Shukur, 2006. Some modifications for choosing ridge parameters, *Communications in Statistics-Theory and Methods*, 35(11), 2005-2020. https://doi.org/10.1080/03610920600762905.

[10] Y. M., Al-Hassan, 2010. Performance of a new ridge regression estimator, *Journal of the Association of Arab Universities for Basic and Applied Sciences*, 9(1), 23-26. https://doi.org/10.1016/j.jaubas.2010.12.006.

[11] R. R., Hocking, F. M., Speed, M. J. Lynn, 1976. A class of biased estimators in linear regression, *Technometrics*, 18(4), 425-437. https://doi.org/10.1080/00401706.1976.10489474.

[12] M. A. Alkhamisi, G. Shukur, 2007. A Monte Carlo study of recent ridge parameters, *Communications in Statistics-Simulation and Computation*, 36(3), 535-547. https://doi.org/10.1080/03610910701208619.

[13] G. Muniz, B. M. G. Kibria, K. Mansson, G. Shukur, 2012. On developing ridge regression parameters: a graphical investigation, *Statistics and Operations Research Transactions*, 36(2), 115-138.

[14] Y., Asar, A. Karaibrahimoğlu, A. Genç, 2014. Modified ridge regression parameters: a comparative Monte Carlo study, *Hacettepe Journal of Mathematics and Statistics*, 43(5), 827-841.

[15] A. V. Dorugade, 2016. Improved ridge estimator in linear regression with multicollinearity, heteroscedastic errors and outliers, *Journal of Modern Applied Statistical Methods*, 15 (2): 362-381. https://doi.org/10.56801/10.56801/v15.i.856.

[16] A. F. Lukman, A. Olatunji, 2018. Newly proposed estimator for ridge parameter: an application to the Nigerian economy, *Pakistan Journal of Statistics*, 34(2), 91-98.

[17] S. Bhat, 2019. Performance of a weighted ridge estimator, *International Journal of Agricultural and Statistical Sciences*, 15(1), 347-354.

[18] M.N. Lattef, M. I. Alheety, 2020. Study of some kinds of ridge regression estimators in linear regression model, *Tikrit Journal of Pure Science*, 25(5), 130-142. https://doi.org/10.25130/tjps.v25i5.301.

[19] M. Qasim, K. Mansson, B. M. G. Kibria, 2021. On some beta ridge regression estimators: method, simulation and application, *Journal of Statistical Computation and Simulation*, 91(9), 1699-1712. https://doi.org/10.1080/00949655.2020.1867549.

[20] A. Irandoukht, 2021. Optimum ridge regression parameter using R-squared of prediction as a criterion for regression analysis, *Journal of Statistical Theory and Applications*, 20(2), 242- 250. https://doi.org/10.2991/jsta.d.210322.001.

[21] G. Khalaf, 2022. Improving the ordinary least squares estimator by ridge regression, *Open Access Library Journal*, 9(5), 1-8.

[22] M. Shabbir, S. Chand, F. Iqbal, 2023. A new ridge estimator for linear regression model with some challenging behavior of error term, *Communications in Statistics-Simulation and Computation*, 1-11. https://doi.org/10.1080/03610918.2023.2186874.

[23] N. Shaheen, I. Shah, A. Almohaimeed, S. Ali, H. N. Alqifari, 2023. Some modified ridge estimators for handling the multicollinearity problem, *Mathematics*, 11(11), 2522. https://doi.org/10.3390/math11112522.

[24] A. Han, 2023, Çoklu doğrusal bağlantı ve aykırı değer sorunu için Ridge-Robust-Boosting Topluluk Regresyon yaklaşımı. *Yayınlanmamış Doktora Tezi,* İnönü Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, Malatya, Türkiye.

[25] H. Zou, 2020, Comment: Ridge regression-still inspiring after 50 years. *Technometrics*, 62(4), 456-458. https://doi.org/10.1080/00401706.2020.180125.

[26] C. Aktaş, V. Yılmaz, 2003, Çoklu bağıntılı modellerde Liu ve Ridge regresyon kestiricilerinin karşılaştırılması. *Anadolu Üniversitesi Bilim ve Teknoloji Dergisi*, 4(2), 189-194.

[27] Y. Li, G. R. Arce, 2004, A maximum likelihood approach to least absolute deviation regression. *EURASIP Journal on Advances in Signal Processing*, 1-8. https://doi.org/10.1155/S1110865704401139.

[28] H. Theil, 1950, A rank-invariant method of linear and polynomial regression analysis. *Proceedings of the Koninklijke Nederlandse Akademie Wetenschappen*, 53, 386-392, 521-525, 1397-1412.

[29] P. K. Sen, 1968, Estimates of the regression coefficient based on Kendall's Tau. *Journal of the American Statistical Association*, 63(324), 1379-1389. https://doi.org/10.2307/2285891.

[30] P. J. Rousseeuw, 1984, Least median of squares regression. *Journal of the American Statistical Association*, 79, 871-880. https://doi.org/10.1080/01621459.1984.10477105.

[31] L. Öztürk, 2003, Doğrusal regresyonda sağlam kestirim yöntemleri ve karşılaştırılmaları. *Yayınlanmamış Doktora Tezi*. Mimar Sinan Üniversitesi, İstanbul.

[32] H. Türkay, 2004, Doğrusal regresyon modellerinin robust (dayanıklı) yöntemlerle tahmini ve karşılaştırmalı uygulamaları. *Yayınlanmamış Doktora Tezi*, İstanbul Üniversitesi, İstanbul.

[33] P. J. Huber, 1973, Robust regression: Asymptotics, conjectures and Monte Carlo. *Annals of Statistics*, 1, 799-821. http://dx.doi.org/10.1214/aos/1176342503.

[34] R. R. Wilcox, 2017, *Introduction to Robust Estimation and Hypothesis Testing* (4th ed.). Academic Press.

[35] K. V. Mardia, J. T. Kent, J. M. Bibby, 1979. *Multivariate analysis*. Academic Press, London.

[36] L. Breiman, 1996, Bagging predictors. *Machine Learning*, 24, 123-140. https://doi.org/10.1007/BF00058655.

[37] J. H. Friedman, 2002, Stochastic gradient boosting. *Computational Statistics & Data Analysis*, 38(4), 367-378. https://doi.org/10.1016/S0167-9473(01)00065-2.

[38] A. Natekin, A. Knoll, 2013, Gradient boosting machines, a tutorial. *Frontiers Neurorobot*, 7(21), 1-21. https://doi.org/10.3389/fnbot.2013.00021.

[39] R. Caruana, A. Niculescu-Mizil, G. Crew, A. Ksikes, 2004, Ensemble selection from libraries of models. In *Proceedings of the twenty-first international conference on Machine learning (ICML '04).* Association for Computing Machinery, New York, USA. https://doi.org/10.1145/1015330.1015432.

[40] J. H. Friedman, 2001, Greedy function approximation: A gradient boosting machine, *Annals Statistics*, 29(5), 1189-1232. https://doi.org/10.1214/aos/1013203451.

[41] B. V. Dasarathy, B. V. Sheela, 1979, A composite classifier system design: Concepts and methodology. *IEEE Xplore*, 67(5), 708-713. Doi: 10.1109/PROC.1979.11321.

[42] L. K. Hansen, P. Salamon, 1990, Neural network ensembles. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 12(10), 993-1001. http://dx.doi.org/10.1109/34.58871.

[43] R. E. Schapire, 1990, The strength of weak learnability. *Machine Learning*, 5(2), 197–227. https://doi.org/10.1007/BF00116037.

[44] H. Liu, A. Gegov, M. Cocea, 2016, Ensemble learning approaches. In *Rule Based Systems for Big Data: A Machine Learning Approach*. Switzerland: Springer, 63-73. https://doi.org/10.1007/978-3-319-23696-4_6.

[45] I. D. Mienye, Y. Sun, 2022, A survey of ensemble learning: concepts, algorithms, applications, and prospects. *IEEE Access*, 10, 99129-99149. https://doi.org/10.1109/access.2022.3207287.

[46] S. Geman, D. Geman, 1984, Stochastic relaxation, Gibbs distribution and the Bayesian restoration of images. *IEEE Transaction on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 6, 721-741. Doi: 10.1109/TPAMI.1984.4767596.