

**CEBİRSEL SÖZEL PROBLEMLERDE UYGULANAN ÇÖZÜM  
STRATEJİLERİNİN VE YAPILAN HATALARIN ANALİZİ: ORTAOKUL  
ÖRNEKLEMİ\***

Ayten Pınar BAL<sup>1</sup>  
Ahmet KARACAOĞLU<sup>2</sup>

**ÖZ**

Bu araştırmanın temel amacı, ortaokul matematik öğretim programının cebir ve denklemler konusuyla ilgili yer alan kazanımları doğrultusunda; ortaokul 6., 7. ve 8. sınıf öğrencilerinin cebirsel sözel problemleri çözme stratejileri ve yaptıkları hataların belirlenmesidir. Tarama modeline göre desenlenmiş bu araştırmanın çalışma grubunu Adana ili merkez ilçelerine bağlı (Çukurova, Sarıçam, Seyhan ve Yüreğir) orta sosya ekonomik düzeyde öğrenim gören 6., 7. ve 8. sınıf öğrencilerinden toplam 1017 öğrenci oluşturmaktadır. Çalışmada, veri toplama aracı olarak araştırmacılar tarafından geliştirilen “Öğrencilerin Cebirsel Sözel Problemleri Çözme Stratejilerini ve Hatalarını Belirleme Formu” uygulanmıştır. Öğrencilerin bu formda verdikleri yanıtlar Lee ve Chang (2012) tarafından oluşturulan Stratejilere Göre Cebirsel Problem Çözmede Akıl Yürütme Kategorilerine göre analiz edilmiştir. Araştırmanın sonucunda ortaokul öğrencilerinin cebirsel sözel problemlerin çözümünde özellikle sistematik dağıtma, ters işlem, bölme sonrası düzenleme, deneme yanılma ve denklem kurma stratejilerini kullandıkları ancak şekil çizerek sayma, grafik (tablo) yoluyla kontrol etme, görselleştirme yoluyla yapıyı yakalama, orantısal akıl yürütme, sayısal akıl yürütme, genel çözüm arama gibi stratejileri ise çok az kullandıkları sonucuna ulaşılmıştır. Diğer taraftan araştırmada; öğrencilerin cebirsel sözel problemlerin çözüm sürecinde en çok mantık ve işlem hataları yaptıkları ortaya konmuştur.

**Anahtar Kelimeler:** Cebirsel sözel problem, Hata türü, Problem çözme stratejisi

**THE ANALYSIS OF MISTAKES AND SOLUTION STRATEGIES APPLIED IN  
ALGEBRAIC VERBAL PROBLEMS: SECONDARY SCHOOL SAMPLE**

**ABSTRACT**

The main purpose of this study is to find out algebraic verbal problem solution strategies of 6<sup>th</sup>, 7<sup>th</sup> and 8<sup>th</sup> grade students and their mistakes related to acquisition part

---

\* Bu çalışma, ikinci yazarın yüksek lisans tezinden üretilmiştir ve Çukurova Üniversitesi BAP Koordinasyon Birimi tarafından desteklenmiştir. Proje No: EF2013YL13

<sup>1</sup> Doç. Dr., Çukurova Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, [apinar@cu.edu.tr](mailto:apinar@cu.edu.tr)

<sup>2</sup>Yüksek Lisans Öğrencisi, Milli Eğitim Bakanlığı, Adana, Ticaret Borsası Ortaokulu, [akaracaoglu01@gmail.com](mailto:akaracaoglu01@gmail.com)

Araştırma, Gönderim Tarihi:24.07.2017 Kabul Tarihi:30.12.2017

of the algebra and equations unit takes part in secondary school mathematics curriculum. Totally 1017 students from 6<sup>th</sup>, 7<sup>th</sup> and 8<sup>th</sup> grade students educating at medium socio economic level of central districts of Adana province, formed working group of this survey research. As data collection tool “Identification Form of Algebraic Verbal Problems Solution Strategies and Mistakes of Students” developed by researchers was used in the study. As a result of research it was found out that secondary school students especially use systematic distribution, inverse operation, ordering after division, empirical and equation strategies in solving of algebraic verbal problems and as error type, they frequently make logic and calculation errors.

**Keywords:** Algebraic verbal problem, Error type, Problem solving strategy

### Giriş

Matematik, insanların düşünme şeklini değiştirip geliştirdiği bilinen en önemli araçlardan biridir. Bu bağlamda, matematik eğitimi temel eğitimin önemli bileşenlerinden birini, belki de en önemlisini meydana getirir (Umay, 2003). Matematik öğretiminde en temel amaç bireylerin gündelik hayatta ihtiyaç duyduğu bilgi ve becerilerin kazandırılmasını sağlamak, onların problem çözme öğrenmelerine yardımcı olmak, ortaya çıkan sorunların ve olayların karşısında düşünce becerilerini geliştirmektir (Altun, 2004). Problem çözme becerilerinin değerlendirilmesi sürecinde; problemlerin matematiksel denklemlerle yeniden şekillendirilmesi, problemlerin çözümünde farklı çözüm yollarının kullanılması, bulguların doğrulanması ve yorumlanması büyük önem kazanmaktadır (NCTM, 1989). Bu bağlamda, problem çözme ve problem kurma becerilerinin öğrencilerde geliştirilmesi matematik programlarının önemli bir ögesi olarak görülmektedir (MEB, 2006). Problem çözmenin tek bir yöntemi veya stratejisi yoktur. Bunlar veriyi düzenleme, mantıklı tahmin ve test etme, daha basit benzer bir problem çözme, oyun oynama ya da benzetim kullanma, geriye doğru çalışma, örüntü arama, mantıksal akıl yürütme, şekil çizme, farklı bir bakış açısı kullanma şeklinde ifade edilebilir (Posamentier & Krulik, 2009). Literatür incelendiğinde sözel problemler rutin ve rutin olmayan problem türleri olarak karşımıza çıkmaktadır (Anderson, 2009; Laterell, 2013; Lee & Kim, 2005; Reusser & Stebler, 1997; Verschaffel, De Corte & Borghart, 1997; Verschaffel, De Corte & Lasure, 1994). Rutin problemler, genelde sözel problemleri içeren ve çözüm yolu olarak aritmetik becerilerin veya cebirsel becerilerin kullanıldığı problem türleri olarak tanımlanırken rutin olmayan problemler ise gerçek hayatta karşılaşılan ve temel dört işlem becerilerinden daha çok mantık yürütme ve eleştirel düşünme becerileri yardımıyla çözüm yollarının oluşturulduğu problem türleri olarak tanımlanmaktadır. (Anderson, 2009; Sahid, 2011).

Öte yandan, matematik öğretim programlarının diğer önemli unsurlarından biri olan cebir alanı ise; sayılar, semboller ve bunlar arasındaki ilişkileri kurarak matematiksel yapının oluşması ve işlemsel olarak bu yapının çözülmesini sağlayan matematiğin önemli bir dalıdır (Kieran, 1992). Argün, Arıkan, Bulut ve Halıcıoğlu'na, (2015) göre de cebir bilinmeyen değerlerin ve işaretlerin harflerle sembolize edilerek kurulan denklemlerle bulunması ya da bilinmeyenler arasındaki bağıntıların belirlenmesi esasına dayanır. Bu bağlamda cebir, öğrencilerde problem çözme becerilerinin gelişimine

önemli katkılar sağlarken matematiksel akıl yürütme ve yorumlama becerilerinin gelişmesinde önemli bir etmendir (Stacey ve MacGregor, 1996). Yine Baki ve Bell'e (1997) göre de, gerçek hayatta karşılaşılan probleme farklı çözüm yolları bulmak cebirle mümkündür. Literatürde, cebirsel sözel problemlerin çözüm stratejilerini (Akkan, Baki & Çakıroğlu, 2012; Dede, 2005; Lee & Chang, 2012; Van Dooren, Verschaffel & Onghena, 2002) ve bu süreçte yapılan hata türlerini ayrı ayrı inceleyen bir çok çalışma vardır (Dede & Peker, 2007; Güner & Alkan, 2011; Özarslan, 2010; Soylu & Soylu, 2006). Ancak, hem cebirsel sözel problemlerin çözüm stratejilerini hem de yapılan hata türlerini birlikte inceleyen bir çalışma göze çarpmamaktadır. Bu bağlamda, Dede (2005) yaptığı çalışmada cebirsel sözel problemlerin denklem olarak yorumlanmasında, ters çevirme, örnek verme, aynı harf kullanma, farklı harf kullanmaya ve mekanik denklemler kurma gibi çözüm stratejilerinin kullanıldığını ortaya çıkarmıştır. Benzer şekilde Van Dooren ve arkadaşları (2002) öğretmen adaylarının aritmetiksel işlemlerde cebirsel çözüm yollarına hangi oranda başvurduklarını belirlemek amacıyla yürüttükleri çalışmada öğretmen adaylarının cebiri hem aritmetik işlemlerde hem de çözülmesi zor problemlerde kullandıkları sonucuna ulaşmışlardır. Diğer taraftan Soylu ve Soylu (2006) yaptıkları çalışmada öğrencilerin hem cebirsel hem de kavramsal bilgilerin kullanılması sürecinde sorunlar yaşadıkları bulgusuna ulaşmışlardır. Yine, Güner ve Alkan (2011) da öğrencilerin yaptıkları hata türlerini inceledikleri çalışmalarında, öğrencilerin en çok soruyu yanlış veya eksik anlama, basit işlemsel hata, stratejik hata ve kavramsal hata türlerini yaptıklarını ortaya çıkarmışlardır. Özarslan (2010) da, çalışmasında yedinci sınıf öğrencilerinin cebirsel sözel problemleri çözerken denklem kurma ve denkleme çözme aşamalarında hata yaptıkları bulgusuna ulaşmıştır.

Yukarıda ifade edilen olgulardan yola çıkarak bu araştırmanın amacı, ortaokul matematik öğretim programının cebir ve denklemler bölümünde yer alan kazanımları doğrultusunda; ortaokul 6., 7. ve 8. sınıf öğrencilerinin cebirsel sözel problemlerin çözümünde kullandıkları stratejileri belirlemek ve bu tür problemlerin çözümünde yaptıkları hataları tespit etmektir. Bu genel amaç doğrultusunda çalışmada aşağıdaki sorulara yanıt aranmıştır:

- 1) Öğrencilerin cebirsel sözel problemleri çözerken kullandıkları stratejiler nelerdir?
- 2) Öğrencilerin cebirsel sözel problemleri çözerken yaptıkları hatalar nelerdir?

### **Yöntem**

Bu araştırma, 6. 7. ve 8. sınıf öğrencilerinin “cebirsel sözel” problemleri çözme stratejilerini ve bu süreçteki hatalarını belirlemek amacıyla yapılan tarama modelinde bir çalışmadır. Tarama modeli, geçmiş ya da halen var olan durumu olduğu gibi betimlemeyi amaçlayan bir yaklaşımdır (Karasar, 2013). Bu çalışmada, öğrencilerin cebirsel sözel problemlerin çözümünde kullandıkları stratejiler ve bu süreçte yaptıkları hataların neler olduğu ortaya konularak öğrenciler hakkında kestirimler yapılması amaçlanmıştır.

### **Çalışma Grubu**

Araştırmanın çalışma grubunu 2012-2013 öğretim yılında Adana ili merkez ilçelerine (Çukurova, Sarıçam, Seyhan, ve Yüreğir) bağlı ortaokullarda öğrenim gören

6., 7. ve 8. sınıf öğrencileri oluşturmaktadır. Çalışma grubunun belirlenmesinde amaçlı örnekleme yöntemlerinden tipik durum örnekleme kullanılmıştır. Tipik durum örnekleme yönteminde, araştırmaya katılan bireylerin ortalama durumları çalışılarak belirli bir alan hakkında fikir sahibi olmak amaçlanmaktadır (Yıldırım ve Şimşek, 1999). Bu amaçla Adana İli merkez ilçelerindeki her ilçeden orta sosyo ekonomik düzeyde birer okul seçilmiştir. Buna bağlı olarak araştırmanın çalışma grubunu oluşturan 1017 öğrenciye ilişkin dağılım Tablo 1’de gösterilmiştir.

Değişkenler		f	%
Cinsiyet	Kız	532	52.3
	Erkek	435	47.7
	<b>TOPLAM</b>	<b>1017</b>	<b>100</b>
Sınıf Düzeyi	6. sınıf	413	40.6
	7. sınıf	331	32.5
	8. sınıf	273	26.8
	<b>TOPLAM</b>	<b>1017</b>	<b>100</b>

Tablo 1’de görüldüğü gibi araştırmaya katılan öğrencilerin %52.3’ü kız, %47.7’si erkektir. Öğrencilerin sınıf düzeylerine göre dağılımları incelendiğinde, %40.6’sı altıncı sınıf, %32.5’i yedinci sınıf ve %26.8’i ise sekizinci sınıf öğrencilerinden oluşmaktadır.

#### **Veri Toplama Araçları**

Araştırmada, veri toplama aracı olarak öğrencilerin cebirsel sözel problemleri çözme stratejilerini ve hatalarını belirlemek üzere araştırmacılar tarafından geliştirilen ve altı sorudan oluşan “Öğrencilerin Cebirsel Sözel Problemleri Çözme Stratejilerini ve Hatalarını Belirleme Formu (CSHF)” kullanılmıştır. CSHF’nda bulunan sorular ilgili literatür taranarak (Lee & Chang, 2012; Van Ameron, 2003; Akkan, Baki & Çakıroğlu, 2012) oluşturulmuştur. Ayrıca, soruların hazırlanma aşamasında 6., 7. ve 8. sınıf matematik öğretim programının cebir öğrenme alanıyla ilgili kazanımlara uygunluğu göz önüne alınmıştır. Hazırlanan CSHF, üç matematik öğretmeni ve matematik eğitimi alanında iki uzman tarafından ölçmeyi hedeflediği davranışlar yönüyle, kapsam ve görünüş geçerliğine sahip olduğu belirlenmiştir. Daha sonra CSHF’i yedinci sınıfta öğrenim gören 30 öğrenciye pilot olarak uygulanmıştır. Uygulama aşamasında öğrencilere araştırmanın amacı hakkında bilgi verilmiş ve problemlerde anlamadıkları her hangi bir ifade olup olmadığı sorulmuştur. Uygulama sürecinde, ifadelerin anlaşılması ve süre açısından herhangi bir zorlukla karşılaşılmaştır.

#### **Verilerin Toplanması**

Veri toplama aşamasında gerekli resmi izinler alınmış ve okul yöneticileriyle görüşülerek araştırmanın amacı hakkında ilgili matematik öğretmenine gerekli açıklamalar yapılmıştır. Öğretmen ve araştırmacılar tarafından belirlenen gün ve saatte, CSHF araştırmacılarından biri tarafından öğrencilere uygulanmıştır. CSHF’un uygulama aşamasında, önce öğrencilere araştırmanın neden yapıldığı hakkında bilgi verilerek test sonuçlarının kesinlikle başka bir kuruma, birime, okul yönetimine veya öğretmene verilmeyeceği ve sadece bu araştırma kapsamında kullanılacağı vurgulanmıştır.

### Verilerin Analizi

Verilerin analizinde ise öğrencilerin CSHF’ye verdikleri yanıtlar Lee ve Chang (2012) tarafından oluşturulan “Stratejilere Göre Cebirsel Problem Çözmede Akıl Yürütme Kategorileri (SCPAYK)” ne göre analiz edilmiştir. Araştırmaya katılan öğrenciler bu stratejilerden kullandıklarına “1” puan kullanmadıklarına ise “0” puan verilmiştir. Tablo 2’te yer alan SCPAYK üç akıl yürütme kategorisinden oluşmaktadır.

<b>Tablo 2: Stratejilere Göre Cebirsel Problem Çözmede Akıl Yürütme Kategorileri</b>		
<b>Akıl Yürütme Şekli</b>	<b>Karakter</b>	<b>Strateji</b>
<b>Aritmetiksel Akıl Yürütme</b>	Sezgisel	Şekil Çizerek Sayma
	İşlemsel	Sistematik Dağıtma
		Bölme Sonrası Düzenleme
		Deneme-Yanılma
		Grafik Veya Tablo Yoluyla Kontrol Etme
<b>Cebir Öncesi Akıl Yürütme</b>	Yapısal	Görselleştirme Yoluyla Yapıyı Yakalama
		Yapısal İşlem
		Ters İşlem
	Analitik	Kural Arama
		Orantısal Akıl Yürütme
		Sayısal Akıl Yürütme
	Geometrik	Uzunluk Ve Dikdörtgen Boyutu Çizme
<b>Cebirsel Akıl Yürütme</b>		Denklem Kurma Ve Çözme
		Genel Çözümü Arama

Tablo 2 incelendiğinde, birinci kategoride “aritmetik akıl yürütme”, ikinci kategoride “cebiri öncesi akıl yürütme” ve üçüncü kategoride ise “cebirsel akıl yürütme” yer almaktadır. Birinci kategoride yer alan sezgisel karakterde *şekil çizerek sayma* stratejisi yer alırken; işlemsel karakterde ise *sistematik dağıtma*, *bölme sonrası düzenleme*, *deneme-yanılma* ve *grafik veya tablo yoluyla kontrol etme* stratejileri bulunmaktadır. İkinci kategoride yer alan yapısal karakter, *görselleştirme yoluyla yapıyı yakalama*, *yapısal işlem* ve *ters işlem* stratejilerinden oluşurken; analitik karakterde *kural arama*, *orantısal akıl yürütme* ve *sayısal akıl yürütme* stratejileri; geometrik karakterde ise *uzunluk ve dikdörtgen boyutu çizme* stratejisi bulunmaktadır. Son kategoriyi ise *denklem kurma ve çözme* ile *genel çözüm arama* stratejileri oluşturmaktadır. Diğer taraftan öğrencilerin yaptıkları hata türlerinin kodlanmasında mantık hatası, işlem hatası, denklem kurma hatası ve eksik çözüm hatası kullanılmıştır. Öğrenci cevaplarının analizinde betimsel istatistik uygulanmıştır. Ayrıca öğrencilerin çözümlerinden örnekler verilirken öğrencilerin Cebirsel Sözel Problemleri Çözme Stratejilerini ve Hatalarını Belirleme Formu’nda verdiklerin yanıtların sıra numarasına göre (Ö1, Ö2, Ö3,...) örnek çözümleri kodlanmıştır.

Araştırmanın güvenilirliğini artırmak için CSHF'den elde edilen veriler matematik eğitimi alanında bir uzman tarafından da analiz edilmiş ve iki kodlayıcı arasındaki uyuma oranı .92 olarak hesaplanmıştır. Daha sonra kodlayıcı ve araştırmacı arasında görülen farklı ifadelerde fikir birliğine varılmıştır.

### Bulgular

Bu bölümde, araştırma verilerinin analizinden elde edilen bulgular araştırmanın alt amaçlarına paralel olarak sunulmuştur. Araştırmanın birinci alt amacına göre öğrencilerin cebirsel sözel problemleri çözerken kullandıkları stratejilerin belirlenmesinde uygulanan betimsel istatistik Tablo 3'te görülmektedir.

Akıl Yürütme Şekli	Karakter	Strateji	1.soru		2.soru		3.soru		4.soru		5.soru		6.soru	
			f	%	f	%	f	%	f	%	f	%	f	%
Aritmetiksel Akıl Yürütme	Sezgisel	Şekil Çizerek Sayma	0	0	0	0	1	.1	0	0	0	0	0	0
	İşlemsel	Sistematik Dağıtma	469	46.1	16	1.6	12	1.2	186	18.3	143	14.1	0	0
		Bölme Sonrası Düzenleme	14	1.4	671	66	66	6.5	157	15.4	188	18.5	0	0
		Deneme-Yanılma	26	2.6	53	5.2	365	35.9	235	23.1	236	23.2	157	15.4
		Grafik Veya Tablo Yoluyla Kontrol Etme	1	0.1	0	0	0	0	0	0	1	.1	0	0
Cebir Öncesi Akıl Yürütme	Yapısal	Görselleştirme Yoluyla Yapıyı Yakalama	1	0.1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
		Yapısal İşlem	29	2.9	1	.1	0	0	4	.4	3	.3	0	0
		Ters İşlem	398	39.1	2	.2	0	0	1	.1	0	0	605	59.5
	Analitik	Kural Arama	1	0.1	0	0	2	.2	0	0	1	.1	0	0
		Orantısal Akıl Yürütme	0	0	0	0	44	4.3	0	0	0	0	0	0
	Geometrik	Sayısal Akıl Yürütme	0	0	0	0	1	.1	0	0	0	0	0	0
		Uzunluk Ve Dikdörtgen Boyutu Çizme	0	0	0	0	0	0	0	0	12	1.2	0	0
Cebirsel Akıl Yürütme		Denklemler Kurma Ve Çözme	0	0	151	14.8	177	17.4	217	21.3	260	25.6	101	9.9
		Genel Çözümü	0	0	0	0	0	0	0	0	3	.3	0	0

		Arama												
--	--	-------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Tablo 3 incelendiğinde CSHF'nin birinci sorusunda öğrencilerin % 46.1'i Aritmetiksel Akıl Yürütmenin İşlemsel karakterinde sistematik dağıtma stratejisini, %39.1'i cebir öncesi akıl yürütmenin yapısal karakterinde ters işlem stratejisini çözüm yolu olarak kullanmışlardır. CSHF'nin ikinci sorusunda öğrencilerin % 66'sı Aritmetiksel Akıl Yürütmenin İşlemsel karakterinde bölme sonrası düzenleme stratejisini, %14.8'i cebirsel akıl yürütmenin denklem kurma ve çözme stratejisini kullanmışlardır. CSHF'nin üçüncü sorusunda öğrencilerin % 35.9'u Aritmetiksel Akıl Yürütmenin İşlemsel karakterinde deneme-yanılma stratejisini, %17.4'ü cebirsel akıl yürütmenin denklem kurma ve çözme stratejisini kullanmışlardır. CSHF'nin dördüncü sorusunda öğrencilerin % 23.1 Aritmetiksel Akıl Yürütmenin İşlemsel karakterinde deneme-yanılma stratejisini, %21.3'ü cebirsel akıl yürütmenin denklem kurma ve çözme stratejisini kullanmışlardır. Üçüncü ve dördüncü sorunun çözümünde kullanılan stratejilerin tercih edilme yoğunluğu birbirine yakınlık göstermektedir. CSHF'nin beşinci sorusunda öğrencilerin % 25.6'sı cebirsel akıl yürütmenin denklem kurma ve çözme stratejisini, %23.2'si Aritmetiksel Akıl Yürütmenin İşlemsel karakterinde deneme-yanılma stratejisini kullanmışlardır. CSHF'nin altıncı sorusunda öğrencilerin % 59.5'i cebir öncesi akıl yürütmenin yapısal karakterinde ters işlem stratejisini, %15.4'ü Aritmetiksel Akıl Yürütmenin İşlemsel karakterinde deneme-yanılma stratejisini kullanmışlardır.

Problemlerin çözümünde öğrencilerin sıklıkla kullandıkları stratejilerle ilgili bazı örnekler aşağıda verilmiştir.

Sistematik dağıtma stratejisine ilişkin örnek çözüm:

Problem 5: *Bir dikdörtgenin uzun kenarı kısa kenarından 3cm fazladır. Dikdörtgenin çevresinin uzunluğu 46 cm olduğuna göre bu dikdörtgenin uzun ve kısa kenarının her biri kaç cm'dir?*

Handwritten solution for Problem 5:

$$46 = 6 \div 4$$
$$40 \div 4 = 10 \text{ cm kısa kenar}$$
$$+ 3$$
$$13 \text{ uzun kenar}$$

Şekil 1: Ö5 kodlu öğrencinin uyguladığı sistematik dağıtma stratejisi

Şekil 1'deki çözüm ele alındığında, Ö5 kodlu öğrenci, verilenleri kullanarak mantıksal sıra içinde sistemli bir şekilde istenenleri bularak çözüme ulaşmıştır.

Bölme sonrası düzenleme stratejisine ilişkin örnek çözüm:

Problem 2: Mehmet 96 bilyesini kardeşiyle paylaşmak istiyor. Eğer Mehmet, kardeşinin alacağı bilyenin 3 katını almak isterse kendisine ve kardeşine kaç bilye düşer?

$$\begin{array}{r} 96 \div 4 \\ \underline{8} \phantom{0} \\ 16 \phantom{0} \\ \underline{16} \\ 00 \end{array}$$

$M = 111$        $K = 1$       Kardeşine 24  
Mehmet'e 72

$$\begin{array}{r} 24 \\ \times 3 \\ \hline 72 \end{array}$$

Şekil 2: Ö1 kodlu öğrencinin uyguladığı bölme sonrası düzenleme stratejisi

Şekil 2 incelendiğinde, Ö1 kodlu öğrenci, ilk önce bölme işlemi yaparak çözüme adım atmış ve bu işlemten sonra istenenleri doğru bir şekilde organize ederek sonuca ulaşmıştır.

Deneme-yanılma stratejisine ilişkin örnek çözüm:

Problem 5: Bir dikdörtgenin uzun kenarı kısa kenarından 3cm fazladır. Dikdörtgenin çevresinin uzunluğu 46 cm olduğuna göre bu dikdörtgenin uzun kenarı ve kısa kenarının her biri kaç cm'dir?

$10 + 3 = 13$        $20 + 26 = 46$

10 = kısa kenar  
13 = uzun kenar

Şekil 3: Ö11 kodlu öğrencinin uyguladığı deneme-yanılma stratejisi

Şekil 3'deki çözümde Ö11 kodlu öğrenci soruda istenen kısa ve uzun kenar uzunlukları için kendi tahmini değerlerini belirlemiş ve bu değerleri deneyerek değerlerin doğru olduğu sonucuna varmıştır.

Ters işlem stratejisine ilişkin örnek çözüm:

Problem 1: Bir çiftlikte inek, koyun ve atlardan oluşan 140 hayvan bulunmaktadır. Çiftlikteki koyunların sayısı, ineklerin sayısının iki katı, atların sayısı da koyunların sayısından 20 eksiktir. Çiftlikte 44 at olduğuna göre inek ve koyunların her birinin sayısı kaçtır?

$44 + 20 = 64 = \text{koyunların sayısı}$        $64 : 2 = 32 = \text{ineklerin sayısı}$

Bu yöntem daha kolay olduğu için, bu yöntemi kullandım.

Şekil 4: Ö25 kodlu öğrencinin ters işlem stratejisi



Şekil 4'te Ö25 kodlu öğrencinin çözümünde ters işlem den faydalanmıştır. Bunun için atların sayısı koyunların sayısından 20 eksiktir dendiği için atların sayısına 20 eklemiş ve koyunların sayısını bulmuş. Daha sonra koyunların sayısını ikiye bölerek ineklerin sayısını bulmuştur. Eksik denince toplama işlemi; katı denince bölme işlemi yaparak tersten gitmiştir.

Denklem kurma ve çözme stratejisine ilişkin örnek çözüm:

Problem 4: *Burcu ile annesinin yaşları toplamı 48'dir. Yaşları farkı 24 olduğuna göre Burcu ve annesinin yaşları kaçtır?*

Burcu + anne = 48  
Annesi - Burcu = 24 (Annesinin yaşından 24 fazladır)

Burcu = x  
Annesi = x + 24

$$\begin{array}{r} x + 24 \\ + \quad \quad \quad \\ \hline 2x + 24 \end{array}$$

$2x + 24 = 48 (-24)$

$$\frac{2x}{2} = \frac{24}{2}$$

$x = 12$

Burcu = 12  
Annesi = 36

Şekil 5: Ö105 kodlu öğrencinin uyguladığı denklem kurma ve çözme stratejisi

Şekil 5'deki çözüme göre Ö105 kodlu öğrenci Burcu ile annesinin yaşları arasındaki ilişkiyi cebirsel ifade olarak yazmış ve bu ifadeyi denkleme dönüştürmüştür. Daha sonra denklem çözme adımlarını doğru bir şekilde kullanarak Burcu ve annesinin yaşını ayrı ayrı bulmuştur.

Araştırmanın ikinci alt amacında ise öğrencilerin sözel problemlerin çözümünde yaptıkları hatalara ilişkin bulgulara yer verilmiştir. Bu doğrultuda öğrencilerin sözel problemlerin çözümünde yaptıkları hatalara ilişkin dağılım Tablo 4'te yer almaktadır.

Tablo 4: Öğrencilerin Cebirsel Sözel Problemleri Çözerken Yaptıkları Hatalar										
Soru no	Mantık Hatası		İşlem Hatası		Denklem Kurma Hatası		Eksik Çözüm		Toplam	
	f	%	f	%	f	%	f	%	f	%
1	196	73.4	35	13.1	22	8.2	14	5.3	267	100
2	410	83.3	22	4.4	9	2	51	10.3	492	100
3	143	66.8	15	7	19	8.8	37	17.4	214	100
4	126	57.2	22	10	16	7.4	56	25.4	220	100
5	264	73.3	30	8.3	39	10.8	27	7.6	360	100
6	47	44.3	42	39.6	11	10.3	6	5.8	106	100

Tablo 4 incelendiğinde öğrencilerin genellikle mantık hatası ve işlem hatası yaptıkları görülmektedir. Buna göre birinci soruda öğrencilerin % 19.3'ü, ikinci soruda %40.3'ü, üçüncü soruda %14.1'i, dördüncü soruda %12.4'ü, beşinci soruda %26'sı ve altıncı



$$\begin{aligned} 13 + 12 &= 25 \\ 5x + 5x &= 25 \\ \frac{20x}{10} &= \frac{25}{10} \\ x &= 2,5 \end{aligned}$$

**Şekil 8:** Ö65 kodlu öğrencinin problemin çözümü aşamasında yaptığı denklem kurma hatası

Şekil 8'deki Ö65 kodlu öğrenci çözümü incelendiğinde; öğrencinin farklı bilinmeyenleri tek bilinmeyen olarak kabul edip yanlış denklem kurduğu; kurduğu denklemi doğru çözdüğü ancak bulduğu değer sorunun çözümü için yanlış ve eksik olduğu görülmektedir.

Eksik çözüm hatasına ilişkin örnek cevap:

Problem 5: Bir dikdörtgenin uzun kenarı kısa kenarından 3cm fazladır. Dikdörtgenin çevresinin uzunluğu 46 cm olduğuna göre bu dikdörtgenin uzun kenarı ve kısa kenarının her biri kaç cm'dir?

$$\begin{aligned} 4x + 6 &= 46 \\ \frac{4x}{4} &= \frac{40}{4} \\ x &= 10\text{cm} \end{aligned}$$

**Şekil 9:** Ö82 kodlu öğrencinin problemin çözümü aşamasında yaptığı eksik çözüm hatası

Şekil 9'daki çözüm yöntemine bakıldığında Ö82 kodlu öğrencinin, denklem kurma stratejisini kullandığı görülmektedir. Ancak, denklem sonucu bulduğu değer neyi ifade ettiğini belirtmemiş ve diğer istenen değeri bulmadan çözümü bu şekilde bırakarak eksik çözüm yapmıştır.

### Tartışma, Sonuç ve Öneriler

Bu araştırma, matematik öğretim programının cebir ve denklemler konusuyla ilgili yer alan kazanımları doğrultusunda; 6., 7. ve 8. sınıf öğrencilerinin cebirsel sözel problemleri çözme stratejileri ve yaptıkları hataların belirlenmesi amacıyla gerçekleştirilmiştir. Buna göre öğrencilerin sistematik dağıtma, ters işlem, bölme sonrası düzenleme, deneme yanılma ile denklem kurma ve çözme stratejilerini daha çok kullandıkları sonucuna ulaşılmıştır. Öğrencilerin cebirsel düşünme yapılarıyla ilgili diğer bir önemli sonuç öğrencilerin aritmetiksel düşünme eğilimleriyle ilgilidir (Baş,

Erbaş & Çetinkaya, 2011). Bu bağlamda, literatürde yapılan çalışmalar öğrencilerde sınıf seviyelerinin artmasına bağlı olarak fonksiyonel düşünme becerilerinin geliştiğini gösterse de aritmetik mantığını da kullanmaya devam ettiklerini göstermektedir (Tertemiz ve arkadaşları, 2014; Warren, 2005). Örneğin, Tertemiz ve arkadaşları (2014) yaptıkları çalışmada matematiksel problemlerinin çözümünde öğrencilerin en çok “eşitlik yazma”, “örüntü bulma” ve “şekil-şema-diyagram çizme” stratejilerini çoğunlukla tercih ettiklerini ortaya çıkarmışlardır.

Öte yandan, cinsiyet bağlamında ise araştırmaya katılan kız öğrencilerin problem çözüm sürecinde cebirsel akıl yürütme kategorisini daha çok kullandıkları sonucuna ulaşılmıştır. Ancak bu sonuçtan farklı olarak Akkan, Çakıroğlu ve Güven (2009) ilköğretim 6. ve 7. sınıf öğrencilerinin denklem oluşturma ve problem kurma yeterliliklerini araştırdıkları çalışmalarında, erkek öğrencilerinin kız öğrencilere göre daha başarılı oldukları sonucuna ulaşmışlardır. Yine, Sert (2007) de cebirsel kavramların farklı gösterimlerine yönelik yürüttüğü çalışmasında, kız ve erkek öğrenciler arasında anlamlı bir farkın bulunmadığını ortaya koymuştur. Buna göre problem çözüm sürecinde cinsiyet açısından herhangi bir fark olmadığı söylenebilir.

Araştırmaya katılan öğrenciler sınıf düzeylerine göre incelendiğinde aritmetiksel akıl yürütme ve cebir öncesi akıl yürütme kategorisinde 6. sınıf ve 7. sınıflar lehine; cebirsel akıl yürütme kategorisinde ise 7. ve 8. sınıf lehine anlamlı bir farklılaşma olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Bu sonuç literatürde (Akkan ve diğerleri, 2009, Çelik & Güneş, 2013) yapılan çalışmalarla benzerlik göstermektedir. Örneğin Akkan ve arkadaşları (2009) yaptıkları çalışmada tüm sorularda sınıf düzeyine göre bir farklılık olduğunu ve altıncı sınıf öğrencilerinin yedinci sınıf öğrenilerine göre daha düşük başarı elde ettikleri sonucuna ulaşmışlardır. Bu durumun ise öğrencilerin yaşla birlikte zihinsel gelişimlerinin olgunlaşmasına paralel olarak soyut kavramları daha iyi anlamalarından kaynaklanabileceğini açıklamışlardır. Yine, Çelik ve Güneş (2013) de çalışmalarının sonucunda genel anlamda sınıf düzeyinin artmasıyla birlikte, başarı düzeyinin de arttığı bulgusuna ulaşılmışlardır.

Araştırmanın ikinci alt amacında “Öğrencilerin cebirsel sözel problemleri çözerken yaptıkları hatalar nelerdir?” sorusuna yanıt aranmıştır. Bu kapsamda, çalışmada öğrencilerin en çok mantık hatası yaptıkları sonucuna ulaşılmıştır. Araştırmada mantık hatası yapılan sorular incelendiğinde öğrencilerin genellikle soruları tam olarak anlamadıkları, verilenler ve istenilenleri ayırt edemedikleri, soruyu yanlış bir şekilde anladıkları ve bundan dolayı hem çözüm yapamadıkları hem de yorum yapamadıkları ortaya çıkarılmıştır. Literatür incelendiğinde, bu durumun ortaya çıkmasına neden olarak öğrencilerin yorum yapmadan, eleştirmeden veya tahmin etme becerilerini kullanmadan sadece test odaklı hale getirilmesi, yorum gerektiren sorularla çok sık karşılaşmalarını ve sadece sonuç bulma eğiliminde olmaları gösterilebilir (Çelik & Güneş, 2013; Didiş & Erbaş, 2012; Güner & Alkan, 2011; Özarslan, 2010). Bu bağlamda, Güner ve Alkan (2011) 6., 9. ve 12. Sınıf öğrencilerinin yaptıkları hataları incelemek üzere yürüttükleri çalışmanın sonucunda öğrencilerin, genellikle soruyu yanlış anlamalarından, basit aritmetiksel hatalardan, yöntemsel hatalardan ve kavramsal hatalardan dolayı başarısız oldukları bulgusuna ulaşmışlardır. Bu bulguların araştırmadan elde edilen sonuçlarla tutarlılık gösterdiği söylenebilir. Benzer şekilde Didiş ve Erbaş (2012) da çalışmalarında öğrencilerin, cebirsel sözel problemlerin çözümünde problem durumunu anlamamalarından, denklem kuramamalarından,

problem durumunu yorumlayamamalarından kaynaklı hatalar yaptıkları sonucuna ulaşmışlardır. Son olarak, araştırma kapsamında, öğrencilerin işlem hatalarının da olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Bu sonuç literatürde yapılan diğer çalışmalarla (Baki & Kartal, 2004; Özarlan, 2010; Soylu & Soylu, 2006) da benzerlik göstermektedir. Bu bağlamda, Baki ve Kartal (2004) çalışmalarında öğrencilerin cebir konusunda hem kavramsal hem de işlemsel bilgilerinin yetersiz olduğu sonucuna ulaşmışlardır. Yine Özarlan (2010) da çalışmasında yedinci sınıf öğrencilerinin cebir konusundan önceki temel konularda eksiklerinin olmasından kaynaklı işlemsel hatalarla karşılaştıklarını ortaya çıkarmıştır.

Matematik öğretim programının cebir ve denklemler konusuyla ilgili yer alan kazanımları doğrultusunda; 6., 7. ve 8. sınıf öğrencilerinin cebirsel sözel problemleri çözme stratejileri ve yaptıkları hataların belirlenmesi amacıyla gerçekleştirilen bu çalışmanın sonucunda orta sosyo ekonomik düzeydeki öğrencilerin cebirsel sözel problemlerde kullandıkları çözüm stratejileri ve yaptıkları hatalar ortaya çıkarılmıştır. Farklı sosyo ekonomik düzeyde öğrenim gören öğrencilerin bu konuda kullandıkları stratejiler ve yaptıkları hatalar yapılacak başka bir çalışmayla belirlenebilir. Diğer taraftan öğrencilerin cebirsel sözel problemlerin çözümünde uyguladıkları stratejileri hangi durumlarda seçtikleri ve yaptıkları hataların nedenlerinin derinlemesine ortaya çıkması amacıyla öğrenci veya öğretmenlerle görüşme yapılması önerilebilir. Son olarak araştırmada öğrencilerin genellikle mantıksal hatalar yaptıkları açıkça görülmektedir. Bu bağlamda, sorunların giderilmesine yönelik olarak sınıf içi etkinliklerle matematik öğretmenlerini bilgilendirmeye yönelik uygulamalı bir hizmet içi eğitim verilebilir.

#### **Kaynaklar**

- Akkan, Y., Baki, A. & Çakıroğlu, Ü. (2012). 5-8. Sınıf öğrencilerinin aritmetikten cebire geçiş süreçlerinin problem çözme bağlamında incelenmesi. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 43, 1-13.
- Akkan, Y., Çakıroğlu, Ü. & Güven, B. (2009). İlköğretim 6. ve 7. sınıf öğrencilerinin denklem oluşturma ve problem kurma yeterlilikleri. *Mehmet Akif Ersoy Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 9(17), 41-55.
- Altun, H. (2004). *Kesirler ve rasyonel sayıların öğretiminde karşılaşılan güçlüklerin giderilme yöntemleri*, Yayınlanmamış yüksek lisans tezi, Dokuz Eylül Üniversitesi, İzmir.
- Altun, M. (2004), *Eğitim Fakülteleri ve İlköğretim Öğretmenleri İçin Matematik Öğretimi*. Bursa: Alfa Yayıncılık.
- Anderson, J. (2009). Mathematics curriculum development and the role of problem solving. The Australian Curriculum Studies Association's 2009 Biennial Conference (ACSA Conference). Retrieved October 3, 2013, from [https://www.researchgate.net/profile/Judy\\_Anderson4/publication/255630930\\_Mathematics\\_Curriculum\\_Development\\_and\\_the\\_Role\\_of\\_Problem\\_Solving/links/0c960536a6a58b947c000000.pdf](https://www.researchgate.net/profile/Judy_Anderson4/publication/255630930_Mathematics_Curriculum_Development_and_the_Role_of_Problem_Solving/links/0c960536a6a58b947c000000.pdf)
- Argün; Z. Arıkan, A., Bulut, S. & Halıcıoğlu, S. (2015). *Temel matematik kavramların künyesi*. Ankara: Gazi Kitapevi.
- Baki, A. & Bell, A.(1997). Ortaöğretim matematik öğretimi (II. Cilt). Ankara: YÖK/Dünya Bankası.

- Baki, A. & Kartal, T. (2004). Kavramsal ve işlemsel bilgi bağlamında lise öğrencilerinin cebir bilgilerinin karakterizasyonu, *Türk Eğitim Bilimleri Dergisi*, 2(1). <http://www.tebd.gazi.edu.tr/index.php/tebd/article/view/198/184>
- Baş, S., Erbaş, A. K. & Çetinkaya, B. (2011). Öğretmenlerin dokuzuncu sınıf öğrencilerinin cebirsel düşünme yapılarıyla ilgili görüşleri. *Eğitim ve Bilim*, 36 (159), 41-55.
- Çelik, D. & Güneş, G. (2013). Farklı sınıf düzeyindeki öğrencilerin harfli sembollerini kullanma ve yorumlama seviyeleri. *Educational Sciences: Theory & Practices*, 13(2), 1157-1175.
- Dede, Y. & Argün, Z. (2003). Cebir, öğrencilere niçin zor gelmektedir?. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 24,180-185.
- Dede, Y. & Peker, M. (2007). Öğrencilerin cebire yönelik hata ve yanlış anlamaları: matematik öğretmen adayları'nın bunları tahmin becerileri ve çözüm önerileri. *İlköğretim Online*, 6(1), 35-49.
- Dede, Y. (2005). Birinci dereceden denklemlerin yorumlanması: Eğitim fakültesi birinci sınıf öğrencileri üzerine bir çalışma. *Ç.Ü. Sosyal Bilimler Dergisi*, 29(2), 197-205.
- Didiş, M. G. & Erbaş, A. K. (2012). Lise öğrencilerinin cebirsel sözel problemleri çözümedeki başarısı. Retrieved May 3, 2016, from [http://kongre.nigde.edu.tr/xufbmek/dosyalar/tam\\_metin/pdf/2488-30\\_05\\_2012-23\\_05\\_03.pdf](http://kongre.nigde.edu.tr/xufbmek/dosyalar/tam_metin/pdf/2488-30_05_2012-23_05_03.pdf)
- Güner, N. & Alkan, V. (2011). İlköğretim ve ortaöğretim öğrencilerinin 2010 YGS matematik sorularını cevaplandırırken yaptıkları hatalar. *Pamukkale Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 30, 125-140.
- Karasar, N. (2013). Bilimsel araştırma yöntemleri (9. Baskı). Ankara: Nobel Yayınevi.
- Kieran, C. (1992). *The learning and teaching of school algebra*. In D. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning*. (pp. 390-419). New York: Macmillan Publishing Company.
- Laterell, C. M. (2013). What is problem solving ability? Retrieved October 3, 2013, from [http://www.lamath.org/journal/Vol1/What\\_IS\\_P\\_S\\_Ability.pdf](http://www.lamath.org/journal/Vol1/What_IS_P_S_Ability.pdf)
- Lee, H. & Chang, K. (2012). Elementary student's algebraic reasoning abilities in mathematics problem solving, *12th International Congress on Mathematical Education*, July 8-15, COEX, Seoul, Korea.
- Lee, J., Kim, K. (2005). Elementary school teacher candidates' perception of good problems. IUMPST: The Journal 1. Retrieved August 3, 2013, from [http://www.k-12prep.math.ttu.edu/journal/contentkno\\_wledge/lee01/article.pdf](http://www.k-12prep.math.ttu.edu/journal/contentkno_wledge/lee01/article.pdf)
- Milli Eğitim Bakanlığı. (2006). *İlköğretim matematik dersi 6. sınıf öğretim programı*. Ankara: Devlet Kitaplığı Müdürlüğü.
- NCTM, (1989). *Curriculum and evaluation standards for school mathematics*, Reston, VA:National Council of Teachers of Mathematics.
- Özarslan, P. (2010). *İlköğretim 7. sınıf öğrencilerinin cebirsel sözel problemleri denklem kurma yoluyla çözme becerilerinin incelenmesi*. Yayımlanmamış yüksek lisans tezi, Çukurova Üniversitesi, Adana.
- Posamentier, A. & S., Krulik (2009). *Problem solving in mathematics, grades 3-6: powerful strategies to deepen understanding*. California: Corwin Press.

- Sert, Ö. (2007). *Eight grade students' skills in translating among different representations of algebraic concepts*. Yayınlanmamış yüksek lisans tezi, Ortadoğu Teknik Üniversitesi, Ankara.
- Posamentier, A. & S., Krulik (2009). *Problem solving in mathematics, grades 3-6: powerful strategies to deepen understanding*. California: Corwin Press.
- Sert, Ö. (2007). *Eight grade students' skills in translating among different representations of algebraic concepts*. Yayınlanmamış yüksek lisans tezi, Ortadoğu Teknik Üniversitesi, Ankara.
- Reusser, K., & Stebler, R. (1997). Every word problem has a solution- The social rationality of mathematical modeling in schools. *Learning and instruction*, 7(4), 309-327.
- Sahid, (2011). Mathematics problem solving and problem-based learning for joyful learning in primary mathematics instruction. Retrieved November 2, 2013, from <http://staff.uny.ac.id/sites/default/files/131930136/Mathematics%20Problem%20Solving%20and%20PBL.pdf>
- Soylu, Y. & Soylu, C. (2006). Matematik derslerinde başarıya giden yolda problem çözmenin rolü, *İnönü Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 7(11), 97-111.
- Stacey, K. & MacGregor, M. (2000). Learning the algebraic method of solving problems, *Journal o Mathematical Behavir*, 18, 149-167.
- Tertemiz, N., Çelik, Ö. & Doğan, S. (2014). Sınıf öğretmen adaylarının öğrenme stillerine göre kullandıkları problem çözme stratejileri. *Gazi Üniversitesi Endüstriyel Sanatlar Eğitim Fakültesi Dergisi*, 33, 9-23.
- Umay, A. (2003). Matematiksel muhakeme yeteneği. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 24, 234-243.
- Van Amerom, B. A. (2003). Focusing on informal strategies when linking arithmetic to early algebra. *Educational Studies in Mathematics*, 54, 63-75.
- Van Dooren, W, Verschaffel, L. & Onghena, Patrick. (2002). The impact of preservice teachers' content knowledge on their evaluation of students' strategies for solving arithmetic and algebra word problems. *Journal for Research in Mathematics Education*. 33(5), 319-351.
- Warren, E. (2005). Young childrens' ability to generalise the pattern rule for growing patterns. In Chick, H. L. & Vincent, J. L. (Eds.). *Proceedings of the 29 th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, 4, pp. 305-312. Melbourne: PME.
- Verschaffel, L., De Corte. E., & Borghart, I. (1997). Pre-service teachers' conceptions and belief about the role of real world knowledge in mathematical modeling school word problems. *Learning and Instruction*, 7(4), 339-359.
- Verschaffel, L., De Corte. E., & Lasure, S. (1994). Realistic considerations in mathematical modeling of school arithmetic word problems. *Learning and Instruction*, 4, 273-294.
- Yıldırım, A. & Şimşek, H. (1999). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri*, Ankara: Seçkin Yayıncılık.