

Araştırma Makalesi - Research Article

Sezgisel Bulanık Tek-Yönlü ANOVA Modeli ve Bir Uygulama

Intuitionistic Fuzzy One-Way ANOVA Model and an Application

Zeynep Gökkuş^{1*}, Sevil Şentürk²

Geliş / Received: 24/07/2024

Revize / Revised: 06/09/2024

Kabul / Accepted: 12/09/2024

ÖZ

Varyans analizi (ANOVA) modelleri ikiden fazla bağımsız grubun ortalamalarının karşılaştırılmasında istatistiksel çalışmalarda kullanılan önemli yöntemlerdir. Uzun yıllardır hemen her alanda, bilimsel araştırmalarda ANOVA modelleri yaygın olarak kullanılmaktadır. Tek-yönlü ANOVA modelinde tek faktör (bağımsız değişken) ve bu faktörün çeşitli düzeyleri ya da denemeleri söz konusu olmaktadır. Burada amaç denemelerin bağımlı değişken üzerindeki etkilerini incelemektir. Belirsizlik altında elde edilen ve bulanık sayılarla temsil edilen gözlemlerin modellenmesi için de farklı bulanık ANOVA modelleri geliştirilmiştir. Literatürde yapılan çalışmalar istatistiksel olarak incelendiğinde, sezgisel bulanık ANOVA modellerine ilişkin çalışmaların az sayıda olduğu görülmüştür. Bu çalışmada sezgisel bulanık tek-yönlü ANOVA modelinin teorik yapısı anlatılmış ve bir örnek uygulama ile açıklanmıştır. Elde edilen sonuçlar karşılaştırma analizi ile desteklenmiş ve yorumlanmıştır.

Anahtar Kelimeler- *Sezgisel Bulanık Sayılar, Tek-Yönlü Varyans Analizi (ANOVA), Bulanık Kümeler*

ABSTRACT

Analysis of variance (ANOVA) models are essential techniques used in statistical studies when comparing the means of more than two independence groups. ANOVA models have been widely used in scientific research in almost every field for many years. In the one-way ANOVA model, there is one factor (independent variable) and various levels or experiments of this factor. The aim here is to analyze the effects of the experiments on the dependent variable. Different fuzzy ANOVA models were developed to model observations obtained under uncertainty and represented by fuzzy numbers. When the studies in the literature were examined statistically, it was seen that there were few studies on the intuitionistic fuzzy ANOVA models. In this study, the theoretical structure of the intuitionistic fuzzy one-way ANOVA model was explained and illustrated with an application. The results obtained were supported and interpreted by comparative analysis.

Keywords- *Intuitionistic Fuzzy Numbers, One-Way Analysis of Variance (ANOVA), Fuzzy Sets*

^{1*}Sorumlu yazar iletişimi: z.gokkus@gmail.com (<https://orcid.org/0000-0003-2767-8420>)

Bilgisayar Teknolojileri Bölümü, Meslek Yüksekokulu, Kastamonu Üniversitesi, Kastamonu, Türkiye

²İletişim: sdeligoz@eskisehir.edu.tr (<https://orcid.org/0000-0002-9503-7388>)

İstatistik Bölümü, Fen Fakültesi, Eskişehir Teknik Üniversitesi, Eskişehir, Türkiye

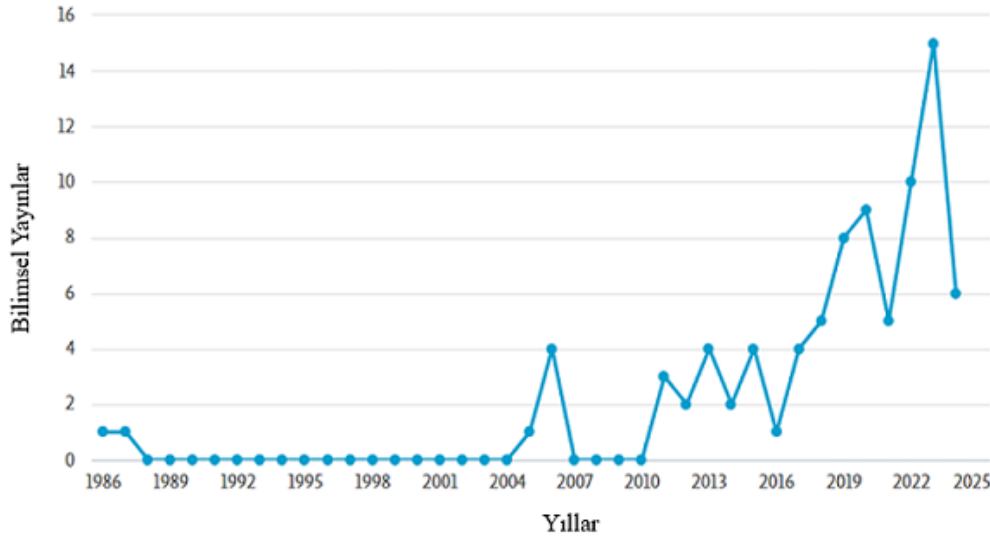
I. GİRİŞ

Varyans analizi (ANOVA), üç ya da daha fazla grup ortalaması arasında istatistiksel olarak fark olup olmadığını test etmek amacıyla kullanılan bir yöntemdir. Grup ortalamalarının karşılaştırılması, deneyin sonunda bağımlı değişkende meydana gelen değişkenliğin ne kadarının faktör(ler)den, ne kadarının hatadan kaynaklandığının belirlenmesi, dolayısıyla toplam varyansın bileşenlerine ayrılması yardımıyla yapılır. Tek-yönlü ANOVA, ANOVA modellerinin en basit olan özel bir halidir. Sadece tek faktörün (bağımsız değişken) etkisi araştırıldığında kullanılmaktadır. Deney birimleri homojen olduğunda kullanılması önerilen en uygun modeldir [1]. Deney birimleri homojen olduğunda, rastgeleleştirme üzerinde hiçbir kısıt olmaz ve bu nedenle tek yönlü ANOVA modeline tamamen rastgele model de denmektedir.

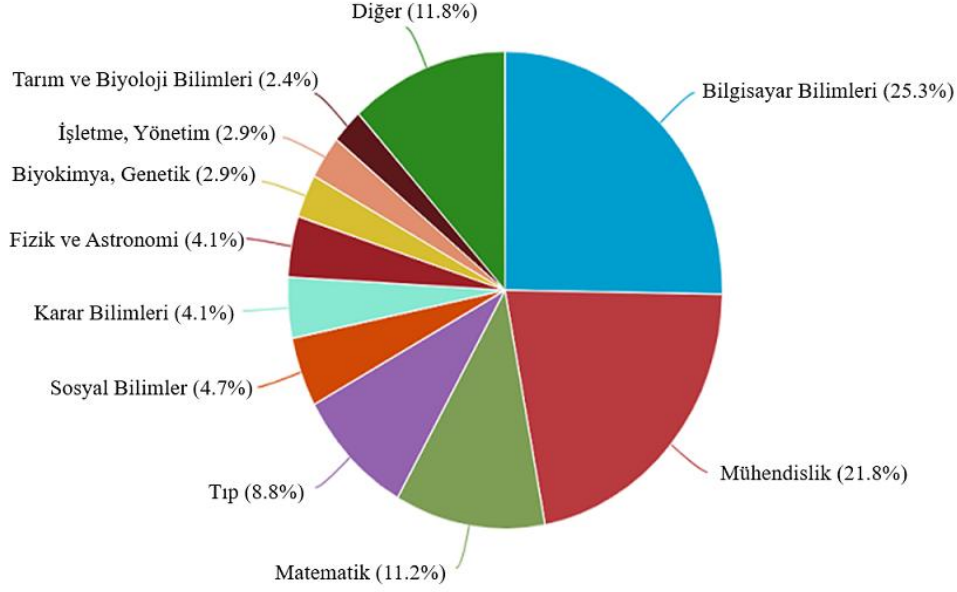
ANOVA, farklı popülasyonların ortalamalarındaki varyansların önemini ele alan bir istatistiksel analiz testidir. Uygulamalı bilimlerde veriler kesinlik veya belirsizlik içeriyorsa klasik ANOVA çözüm olamaz. Bu durumlarda, bulanık gözlemlere dayalı bulanık ANOVA'nın kullanılması gerekir ve özellikle bu tür problemler için ANOVA'nın aksine daha uygundur. Bulanık ANOVA, bulanık sayıları kullanır ve klasik ANOVA'nın bir genellemesidir [2].

Literatürde farklı alanlarda birçok araştırmacı farklı bulanık sayı türleri için farklı ANOVA modelleri önermiştir. Bunlardan bazıları şöyle sıralanabilir; tek yönlü bulanık varyans analizinin araştırılması ve sonuçlarının regresyon modeliyle karşılaştırılması [3], tek yönlü ANOVA'nın normal bulanık gözlemler altında test edilmesi [4], bulanık gözlemlerle asimptotik tek örnek testleri [5], belirli bir Hilbert uzayı üzerinde, fonksiyonel veriler için tek yönlü bir ANOVA yaklaşımının geliştirilmesi [6], ANOVA modelinde belirsiz veriler için moment düzeltmesini kullanma [7], asimptotik çoklu - bulanık gözlemler için araçların önyükleme örnek testi [8,9], optimizasyon yaklaşımında tek yönlü bulanık ANOVA [10], uzatma ilkesi yaklaşımının temeli olan bulanık gözlemler için tek yönlü ANOVA'nın geliştirilmesi [11], Latin Kare Modelinde Yamuk Bulanık Sayılar kullanılması ve LSD testi [12], sıralama yöntemine dayalı sezgisel bulanık ANOVA [13], nütrosifik varyans analizi (NANOVA) [14], özel ve devlet okulu öğrencileri arasındaki performans farkının nedenlerini analiz etmek için yeni bir Nütrosifik-Temel Bileşen Analizi ve İki Yönlü Nütrosifik ANOVA [14-16], simetrik olmayan üçgen bulanık sayılar için tek yönlü ANOVA [17-19], simetrik olmayan üçgen bulanık sayılar için iki yönlü ANOVA [20].

Özetinde “bulanık” ve “tek-yönlü ANOVA” terimlerini içeren 85 bilimsel yayın SCOPUS'ta taranmaktadır ve bunların yıllara göre dağılımı Şekil 1 ve disiplinlere göre dağılımı Şekil 2 ile gösterilmiştir [21].



Şekil 1. Bulanık tek-yönlü ANOVA ile ilgili bilimsel yayınların yıllara göre dağılımı



Şekil 2. Bulanık tek-yönlü ANOVA ile ilgili bilimsel yayınların disiplinlere göre dağılımı

Söz konusu yayınlardan sekizi aynı yazarın aynı prosedürü önerdiği sezgisel bulanık tek-yönlü ANOVA üzerinedir. Bu yayınlarda yöntemden bahsedilmemekte, yöntem uygulaması için algoritma geliştirildiği belirtilmekte ve kısa bir kod ekranı görüntüsü verilmektedir. Ancak, prosedürün klasik tek-yönlü ANOVA modeline benzerliğinin dışında yöntem bilgisi verilmemektedir.

Bu çalışmanın amacı, sezgisel bulanık tek-yönlü ANOVA yöntemini açıklamak, uygulayarak göstermek ve karşılaştırmalı analizlerle tartışmaktır.

Yöntem bölümünde klasik tek-yönlü ANOVA modeli, sezgisel bulanık kümeler-sayılar ve sezgisel tek-yönlü ANOVA kısaca açıklanmıştır. Bulgular bölümünde bir seramik üretim fabrikasından alınan veriye yöntem uygulanmıştır. Son bölümde elde edilen sonuçlar tartışılmıştır.

II. YÖNTEM

Sezgisel tek-yönlü ANOVA modeli, gözlemlerin kesin olmadığı deneyler için uygun bir varyans analizidir. Kararsızlık veya belirsizlik içeren gözlemler sezgisel bulanık sayılarla ifade edildiğinde, bu verilerin analizinin de sezgisel bulanık bir yöntem olması gerekir.

Literatürde uygulaması yer alan ancak yöntemine yer verilmeyen sezgisel bulanık tek-yönlü ANOVA modelinin bu çalışmada teorik yapısı açıklanmış ve bir örnek üzerinde uygulanmıştır. Modelin amacı tek faktör etkisi altında ikiden fazla bağımsız grubun ortalamalarını karşılaştırmaktır. Bu yöntem klasik tek-yönlü ANOVA'ya benzemektedir ve uygulaması oldukça kolaydır. Bu nedenle takipte sırayla önce klasik tek-yönlü ANOVA modeli kısaca anlatılmış, ardından sezgisel bulanık kümeler tanımlanarak sezgisel bulanık sayılar arasındaki aritmetik işlemlere kısaca değinilmiş ve son olarak sezgisel bulanık tek-yönlü ANOVA açıklanmıştır.

A. Tek-Yönlü Varyans Analizi (ANOVA)

Tek-yönlü ANOVA için matematiksel model $y_{ij} = \mu + \tau_i + \varepsilon_{ij}$, $i = 1, \dots, a; j = 1, \dots, n$ dir. Burada y_{ij} : i -inci gruptaki j -inci gözlemi, μ : genel ortalamayı, τ_i : i -inci grubun etkisini ve ε_{ij} : rastgele hata terimini temsil etmektedir. Söz konusu model sabit etkili bir modeldir, başka bir ifadeyle $\sum_{i=1}^a \tau_i = 0$ olduğu varsayılır. Tek-yönlü ANOVA modeli için veri yapısı Tablo 1 ile temsil edilmiştir.

Tablo 1. Tek-yönlü ANOVA modelinin veri yapısı

Gruplar	Gözlemler				Toplam	Ortalama
	1	2	...	n		
1	y_{11}	y_{12}	...	y_{1n}	$y_{1.}$	$\bar{y}_{1.}$
2	y_{21}	y_{22}	...	y_{2n}	$y_{2.}$	$\bar{y}_{2.}$
...	...	...	...	...	...	...
a	y_{a1}	y_{a2}	...	y_{an}	$y_{a.}$	$\bar{y}_{a.}$
					$y_{..}$	$\bar{y}_{..}$

Burada, $y_{ij} = \sum_{j=1}^n y_{ij}$ ve $\bar{y}_i = \frac{y_{i.}}{n}$, $i = 1, \dots, a$ sırayla i -inci gruptaki gözlemlerin toplamını ve ortalamasını ifade eder. Bununla birlikte, $N = an$ toplam gözlem sayısı olmak üzere, $y_{..} = \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^n y_{ij}$ ve $\bar{y}_{..} = \frac{y_{..}}{N}$ sırayla tüm gözlemlerin toplamı ve ortalamasıdır.

ANOVA modellerinin uygulanabilmesi için bazı temel varsayımların karşılanması gerekmektedir.

Varsayım 1. ε_{ij} hata terimleri 0 ortalama ve σ^2 varyanslı normal dağılıma sahiptir.

Varsayım 2. Hata terimlerinin varyansları homojendir.

Varsayım 3. Hata terimleri birbirinden bağımsızdır.

Bu üç varsayım kısaca $\varepsilon_{ij} \sim NID(0, \sigma^2)$ biçiminde gösterilir. ANOVA modellerinde parametre tahmini yukarıda belirtilen varsayımlar gereğince en küçük kareler (EKK) veya en çok olabilirlik yöntemi kullanılarak yapılır. Normallik varsayımı gereği her iki yöntem de en etkin tahmin edicileri verir. Bu çalışmada F istatistiği EKK ile hesaplanmıştır.

Normal olmayan dağılımlar veya temel varsayımların karşılanmaması gibi durumlara bu çalışmada yer verilmemiştir.

Tek-yönlü ANOVA modelinde amaç gruplar arasında anlamlı bir fark olup olmadığını sınamaktır. Bunun için hipotezler aşağıdaki gibi ifade edilir.

$$H_0: \mu_1 = \mu_2 = \dots = \mu_a$$

$$H_1: \text{En az bir } \mu_i \text{ diğerlerinden farklıdır, } i = 1, \dots, a.$$

Hipotez testinde genel kareler toplamının parçalanışı ise

$$\sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^n (y_{ij} - \bar{y}_{..})^2 = \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^n (\bar{y}_i - \bar{y}_{..})^2 + \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^n (y_{ij} - \bar{y}_i)^2.$$

Burada, KT: Kareler toplamı olmak üzere,

$$KT_{\text{Toplam}} = \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^n (y_{ij} - \bar{y}_{..})^2$$

$$KT_{\text{Grup}} = \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^n (\bar{y}_i - \bar{y}_{..})^2 = n \sum_{i=1}^a (\bar{y}_i - \bar{y}_{..})^2$$

$$KT_{\text{Hata}} = \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^n (y_{ij} - \bar{y}_i)^2$$

KT değerleri ilgili serbestlik derecelerine oranlandığında, kareler ortalaması (KO) ve F istatistiği elde edilir.

$$F_{\text{Grup}} = \frac{KT_{\text{Grup}}/(a-1)}{KT_{\text{Hata}}/(N-a)} = \frac{KO_{\text{Grup}}}{KO_{\text{Hata}}}$$

F_{Grup} test istatistiğinin değeri, α anlam düzeyinde $a-1$ ve $N-a$ serbestlik dereceli F tablo değerinden büyükse, yani $F_{\text{Grup}} > F_{\alpha; a-1; N-a}$ ise H_0 reddedilir.

Tek-yönlü ANOVA sonuçları Tablo 2'deki sunulur.

Tablo 2. Tek yönlü ANOVA tablosu

	Kareler toplamı (kt)	Serbestlik derecesi (sd)	Kareler ortalaması (ko)	F testi
Gruplar arası	KT_{Grup}	$a - 1$	KO_{Grup}	F_{Grup}
Grup içi (hata)	KT_{Hata}	$N - a$	KO_{Hata}	
Toplam	KT_{Toplam}	$N - 1$		

B. Sezgisel Bulanık Kümeler ve Üçgensel Sezgisel Bulanık Sayılar

Bu bölümde sezgisel bulanık kümeler için sezgisel bulanık sayı tanımı, sezgisel bulanık sayıya ilişkin bazı aritmetik işlemler, sezgisel bulanık sayıya ait üyelik ve üye olmama fonksiyonları, üçgensel sezgisel bulanık sayı tanımları [22-25] ve bu sayılar için sıralama yöntemlerine [13] kısaca yer verilmiştir.

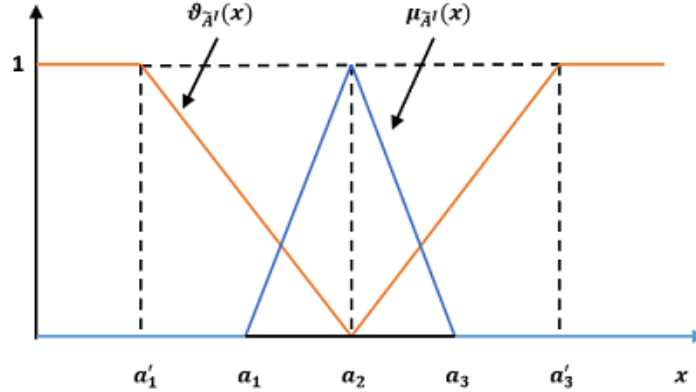
Tanım 1: X boş olmayan bir küme olsun. X kümesi üzerinde sezgisel bulanık A kümesi $\tilde{A} = \{ \langle x, \mu_A(x), \nu_A(x) \rangle; x \in X \}$ biçiminde tanımlanmaktadır. Burada, $\mu_A(x)$ ve $\nu_A(x): X \rightarrow [0, 1]$, sırasıyla x in üyelik ve üye olmama derecelerini temsil eden fonksiyonlardır ve $0 \leq \mu_A(x) + \nu_A(x) \leq 1$ dir. Eğer üyelik fonksiyonu $\mu_A(x) = 1$ ve üye olmama fonksiyonu $\nu_A(x) = 0$ (veya tersi) ise x bulanık değil kesin sayıdır.

Tanım 2: Bir üçgensel sezgisel bulanık sayı (ÜSBS), $a'_1 \leq a_1 \leq a_2 \leq a_3 \leq a'_3$ olmak üzere $\tilde{A}^I = (a_1, a_2, a_3; a'_1, a_2, a'_3)$ olarak tanımlanır. Aşağıda bir ÜSBS'nin üyelik ve üye olmama fonksiyonlarının elde edilmesi için gerekli işlemler yer almaktadır.

$$\mu_{\tilde{A}^I}(x) = \begin{cases} \frac{x - a_1}{a_2 - a_1}, & \text{eğer } a_1 \leq x \leq a_2 \text{ ise} \\ \frac{a_2 - x}{a_3 - a_2}, & \text{eğer } a_2 \leq x \leq a_3 \text{ ise} \\ 0, & \text{diğer hâllerde.} \end{cases}$$

$$\nu_{\tilde{A}^I}(x) = \begin{cases} \frac{a_2 - x}{a_2 - a'_1}, & \text{eğer } a'_1 \leq x \leq a_2 \text{ ise} \\ \frac{x - a_2}{a'_3 - a_2}, & \text{eğer } a_2 \leq x \leq a'_3 \text{ ise} \\ 1, & \text{diğer hâllerde.} \end{cases}$$

Bir ÜSBS Şekil 3 deki gibi gösterilir [26].



Şekil 3. Üçgensel sezgisel bulanık sayı (ÜSBS)

Tanım 3: $\tilde{A}^I = (a_1, a_2, a_3; a'_1, a_2, a'_3)$ ve $\tilde{B}^I = (b_1, b_2, b_3; b'_1, b_2, b'_3)$ iki ÜSBS olmak üzere, bu sayılar arasında aşağıdaki aritmetik işlemler tanımlıdır.

$$\tilde{A}^I + \tilde{B}^I = (a_1 + b_1, a_2 + b_2, a_3 + b_3; a'_1 + b'_1, a_2 + b_2, a'_3 + b'_3)$$

$$\tilde{A}^I - \tilde{B}^I = (a_1 - b_1, a_2 - b_2, a_3 - b_3; a'_1 - b'_1, a_2 - b_2, a'_3 - b'_3)$$

$$\tilde{A}^I \otimes \tilde{B}^I = (a_1 b_1, a_2 b_2, a_3 b_3; a'_1 b'_1, a_2 b_2, a'_3 b'_3)$$

$$k \geq 0 \text{ için, } k(a_1, a_2, a_3; a'_1, a_2, a'_3) = (ka_1, ka_2, ka_3; ka'_1, ka_2, ka'_3)$$

$$k < 0 \text{ için, } k(a_1, a_2, a_3; a'_1, a_2, a'_3) = (ka_3, ka_2, ka_1; ka'_3, ka_2, ka'_1)$$

Tanım 4: ÜSBS sayıları durulaştırmak için bir $R(\tilde{A}^I)$ indeksi kullanılır. $\tilde{A}^I = (a_1, a_2, a_3; a'_1, a_2, a'_3)$ ÜSBS sayısını için $R(\tilde{A}^I)$ indeksi aşağıdaki gibi hesaplanır.

$$R(\tilde{A}^I) = \frac{1}{3} \left[\frac{(a'_3 - a'_1)(a_2 - 2a'_3 + 2a'_1) + (a_3 - a_1)(a_1 + a_2 + a_3) + 3(a_3'^2 - a_1'^2)}{a'_3 - a'_1 + a_3 - a_1} \right].$$

Tanım 5: $\tilde{A}$ ve $\tilde{B}$ iki ÜSBS, Tanım 4'te verilen $R(\cdot)$ indeksine göre aşağıdaki koşullarda sıralanabilir:

$$R(\tilde{A}^I) > R(\tilde{B}^I) \Leftrightarrow \tilde{A}^I > \tilde{B}^I$$

$$R(\tilde{A}^I) < R(\tilde{B}^I) \Leftrightarrow \tilde{A}^I < \tilde{B}^I$$

$$R(\tilde{A}^I) = R(\tilde{B}^I) \Leftrightarrow \tilde{A}^I \approx \tilde{B}^I$$

$$R(\tilde{A}^I + \tilde{B}^I) = R(\tilde{A}^I) + R(\tilde{B}^I)$$

$$R(\tilde{A}^I - \tilde{B}^I) = R(\tilde{A}^I) - R(\tilde{B}^I)$$

C. Sezgisel Bulanık Tek-Yönlü ANOVA Modeli

Üçgensel sezgisel bulanık sayılardan oluşan bir veride, tek faktörün etkisi altında ikiden fazla grubun ortalamaları arasında fark olup olmadığını bulmak için tek-yönlü sezgisel bulanık ANOVA modeline ihtiyaç vardır. Bu modelin uygulanması için takipteki adımlar izlenir.

Adım 1. ÜSBS, Tanım 4 ile verilen sıralama indeksi hesaplanarak durulaştırılır.

Adım 2. Durulama işleminden elde edilen kesin verilerin normal dağılıma sahip olup olmadığı incelenir. Normal dağılıma sahipse ANOVA varsayımlarının karşılandığı kabul edilir.

Adım 3. Durulama sonuçlarına klasik tek-yönlü ANOVA modeli uygulanır.

III. BULGULAR

Bölüm II-C’de açıklanan, ÜSBS lar için tek-yönlü ANOVA modelinin uygulaması için karo üreten bir firmanın verileri kullanılmıştır. Firma, üç operatöre, üretilen karoları hızla inceleme ve “*karolar üzerindeki siyah nokta sayıları*”na ilişkin ilk bakıştaki tespitlerini raporlama görevi vermiştir. Operatörler ilk bakışta tespit ettikleri *siyah nokta sayılarını* not etmişlerdir. İlk not ettikleri kesin sayılar ÜSBS biçiminde yer alan a_2 lerdir. Firma hata raporlarını incelenmiş ve her bir operatörün kaydettiği “*siyah nokta sayıları*” arasından rastgele onar veriyi seçmiştir. Kesin sayılardan oluşan veri, ilk bakışta tespit edildiğinden ve dikkatlice sayılarak elde edilmediğinden ÜSBSlere dönüştürülmüştür. Uygulama verisi toplamda otuz ÜSBS olarak Tablo 3’te sunulmuştur. Burada amaç, ilk bakışta tespit edilen *siyah nokta sayılarının* operatörlere göre farklılaşıp farklılaşmadığını araştırmaktır.

A. Üçgensel Sezgisel Bulanık Sayılar İçin Tek-Yönlü ANOVA Modeli

Tablo 3’te üç operatörün hazırladığı, karolarda tespit edilen siyah nokta sayılarına ilişkin hata raporlarından rastgele seçilen otuz ÜSBS yer almaktadır.

Tablo 3. Karolarda tespit edilen ÜSBS siyah nokta sayıları (n=30)

1. operatör		2. operatör		3. operatör	
$(\tilde{A}^I)$	$(\mu_{\tilde{A}^I}, v_{\tilde{A}^I})$	$(\tilde{A}^I)$	$(\mu_{\tilde{A}^I}, v_{\tilde{A}^I})$	$(\tilde{A}^I)$	$(\mu_{\tilde{A}^I}, v_{\tilde{A}^I})$
(2,3,4; 1,3,5)	(0.9, 0.05)	(3,4,5; 2,4,6)	(0.5, 0.25)	(6,7,8; 5,7,9)	(0.7, 0.15)
(1,3,5; 1,3,6)	(0.95, 0.03)	(4,5,7; 2,5,8)	(0.5, 0.17)	(5,6,8; 4,6,9)	(0.35, 0.43)
(3,5,6; 2,5,7)	(0.05, 0.63)	(4,5,6; 3,5,7)	(0.5, 0.25)	(8,9,10; 7,9,11)	(0, 0.85)
(1,2,4; 1,2,5)	(0.45, 0.37)	(3,4,6; 3,5,7)	(0.75, 0.17)	(7,8,10; 6,8,11)	(0.3, 0.35)
(1,2,4; 1,2,5)	(0.45, 0.37)	(1,3,4; 1,3,5)	(0, 0.75)	(5,6,8; 4,6,9)	(0.35, 0.43)
(2,3,5; 2,3,6)	(0.95, 0.03)	(2,5,6; 1,5,7)	(0.83, 0.13)	(7,9,11; 6,9,12)	(0.15, 0.57)
(1,2,4; 1,2,5)	(0.45, 0.37)	(1,2,3; 1,2,4)	(0, 1)	(6,7,8; 5,7,9)	(0.7, 0.15)
(2,3,5; 1,3,7)	(0.95, 0.03)	(4,6,8; 2,6,10)	(0.25, 0.38)	(5,6,8; 4,6,10)	(0.35, 0.33)
(2,4,6; 1,4,7)	(0.55, 0.3)	(4,5,7; 3,5,8)	(0.5, 0.25)	(5,7,9; 4,7,10)	(0.85, 0.1)
(3,4,6; 2,4,7)	(0.1, 0.45)	(4,6,7; 3,6,8)	(0.25, 0.5)	(6,8,9; 5,8,10)	(0.65, 0.23)

ÜSBSlerin üyelik ve üye olmama dereceleri Tanım 2’ye göre hesaplanmıştır ancak yöntemin uygulanmasına katkısı yoktur. $(\tilde{A}^I)$ ölçümleri için sıralama indeksleri Tablo 4 ile verilmiştir.

Tablo 4. Karolarda tespit edilen durulaştırılmış siyah noktala sayıları $(R(\tilde{A}^I))$ sıralama indeksi

1. operatör	2. operatör	3. operatör
3.00	4.00	7.00
3.19	5.11	6.33
4.67	5.00	9.00
2.52	4.52	8.33
2.52	2.86	6.33
3.52	4.33	9.00
2.52	2.20	7.00
3.56	6.00	6.56
4.00	5.33	7.00
4.33	5.67	7.67

Durulaştırılan verilere önce IBM SPSS 26 paket programında Shapiro-Wilk testi uygulanmış ve herbir operatöre ait sıralama indekslerine ait dağılımların normal dağılım ile uyumlu oldukları görülmüştür ($p > \alpha$).

Burada, i grup (operatör) sayısını göstermek üzere μ_i grup ortalamalarının birbirinden farklı olup olmadığı araştırılmıştır. Bunun için aşağıdaki hipotezler kurulmuştur.

$$H_0: \mu_1 = \mu_2 = \mu_3$$

$$H_1: \text{En az bir } \mu_i \text{ diğerlerinden farklıdır, } i = 1, 2, 3.$$

Hipotezlerin testi için Tablo 4'te yer alan verilere Bölüm II-C'de anlatılan yöntem MS Excel 2021 yazılımı ile uygulanmıştır. Varyans analizi sonuçlarına Tablo 5'te yer verilmiştir.

Tablo 5. Tek yönlü sezgisel bulanık ANOVA sonuçları

	$\tilde{kt}$	sd	$\tilde{ko}$	$\tilde{F}$	p
Gruplar arası	86.957	2	43.478	41.771	0.000558598
Grup içi (hata)	28.104	27	1.041		
Toplam	105.061	29			

Tablo 5'ten elde edilen $\tilde{F}_{(hesap)} > F_{(0.95;2;29)}$ ve $p < \alpha$ olduğundan H_0 hipotezi reddedilmiş ve operatör gözlemlerinden en az birinin diğerlerinden farklı olduğu sonucuna ulaşılmıştır.

B. Karşılaştırma Analizleri

Öncelikle, Tablo 4'teki verilere IBM SPSS Statistics 26 yazılımında klasik tek-yönlü ANOVA uygulanmış ve Tablo 5 ile aynı sonuçlar elde edilmiştir. Yalnız p değeri 5.4627×10^{-9} bulunmuştur.

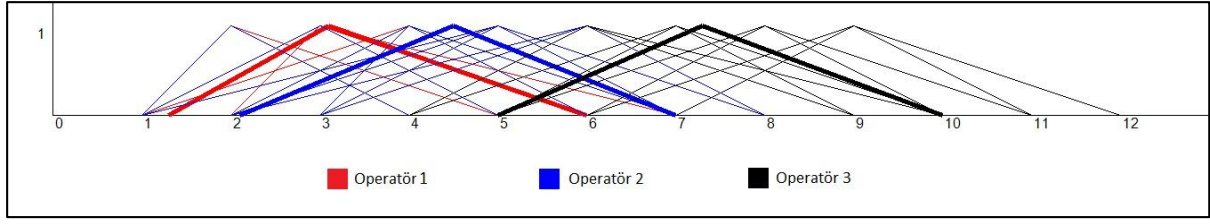
İkinci olarak, Tablo 5'teki üçgensel sezgisel bulanık sayıların koyu yazılan bileşenleri, daha geniş bir üçgen belirttiğinden, simetrik olmayan Tip-I üçgensel bulanık sayılar olarak ele alınmıştır. Bu sayı tipinde üçgensel bulanık sayı (merkez, sol açıklık, sağ açıklık) biçiminde tanımlıdır [17-19, 2]. Örneğin, Tablo 3'te 1. operatörün ilk gözlemi olan (2,3,4;1,3,5) sezgisel bulanık sayısını simetrik olmayan üçgensel bulanık sayıya dönüştürelim. Koyu yazılan ve diğerinden daha geniş bir üçgen belirten (1,3,5)'i Tip-I üçgensel bulanık sayı olarak ele aldığımızda, buna karşılık gelen simetrik olmayan üçgensel bulanık sayı (3,2,2) olur. Yani a_2 merkez, $a_2 - a'_1$ sol açıklık ve $a'_3 - a_2$ sağ açıklık değerlerini vermektedir ((3,3-1,5-3)). Okuyucular daha ayrıntılı bilgi için ilgili yayınları inceleyebilir [17-19, 2]. Tablo 3'teki tüm sayılara benzer işlem yapılmış ve bu sayı tipi için önerilen bulanık tek-yönlü ANOVA modeli uygulanmıştır [17-19]. Sonuçlar Tablo 6 ile verilmiştir.

Tablo 6. Simetrik olmayan üçgensel bulanık sayılar için tek yönlü ANOVA sonuçları

	$\tilde{kt}$	sd	$\tilde{ko}$	$\tilde{F}$	p
Gruplar arası	91.467	2	45.733	32.363	0.000923632
Grup içi (hata)	38.358	27	1.315		
Toplam	130.314	29			

Tablo 6'da elde edilen $\tilde{F}_{(hesap)} > F_{(0.95;2;29)}$ ve $p < \alpha$ olduğundan H_0 hipotezi reddedilmiş ve operatör gözlemlerinden en az birinin diğerlerinden farklı olduğu sonucuna ulaşılmıştır.

Bulgular Tablo 5 ile uyumludur. Hem klasik, hem ÜSBS için hem de simetrik olmayan Tip-I üçgensel bulanık sayılar için ANOVA modelleri aynı sonuçları vermiştir. Tablo 4'te koyu renkli belirtilen üçgensel bulanık sayılar Visual Studio yazılımıyla çizilmiş ve Şekil 4 ile gösterilmiştir.



Şekil 3. Tablo 3 te verilen üçgensel sezgisel bulanık sayılar

Şekilde 3'te kırmızı, mavi ve siyah üçgenler sırasıyla Operatör 1, 2 ve 3'ün karolarda ilk bakışta tespit ettiği yaklaşık siyah nokta sayılarını temsil etmektedir. Kalın çizilen üçgenler her bir grubun ortalamasını göstermektedir ve üç grup ortalamasının birbirinden farklı olduğu açıktır.

IV. SONUÇ VE TARTIŞMA

Bu çalışmada, verilerin üçgensel sezgisel bulanık gözlemlerden oluştuğu bağımsız grupların benzerlikleri yönünden karşılaştırılmasında tek-yönlü varyans analizi modeline benzer olarak tanımlanan tek yönlü sezgisel bulanık varyans analizi tanıtılmış ve yöntemin uygulanabilirliği gerçek bir veri üzerinde gösterilmiştir.

Bir seramik fabrikasında, görevli üç operatör, üretilen karoların üzerindeki siyah noktaları ilk görüşte yaklaşık olarak sayarak raporlamışlardır. Raporlar incelendiğinde, siyah nokta sayıları arasında operatörlerden kaynaklanan bir farklılık olup olmadığı araştırılmak istenmiştir. Her bir operatörün hata raporundan rastgele 10ar gözlem seçilmiş, ÜSBSlere dönüştürülmüş ve sezgisel bulanık tek-yönlü ANOVA modeli ile analiz edilmiştir. Sonuçta H_0 hipotezi reddedilmiştir ve operatörlerin raporları arasında anlamlı fark olduğu sonucuna ulaşılmıştır.

Elde edilen sonuçları değerlendirmek amacıyla karşılaştırma analizi olarak simetrik olmayan üçgensel bulanık sayılar için literatürde yer alan tek-yönlü ANOVA modeli uygulanmıştır. Bu model için ÜSBSlerin ikinci (daha büyük olan) üçgen kısmı önce simetrik olmayan üçgen bulanık sayılara dönüştürülmüş ve ardından model uygulanmıştır. Her iki yöntemle elde edilen sonuçların uyumlu olduğu görülmüştür. Sonuçlar, belirsizlik veya kararsızlık altında elde edilen verilerin değerlendirilmesine uygun bulunmuştur.

Bu çalışma ile sezgisel bulanık tek-yönlü ANOVA modeli açıklanmıştır. İleride bu yöntemle elde edilen bağımsız grupların ikili karşılaştırmaları için sezgisel bulanık POST-HOC testleri ve/veya sezgisel bulanık faktöriyel ANOVA modellerinin çalışılması planlanmaktadır.

TEŞEKKÜR

Bu çalışmayı destekleyen Eskişehir Teknik Üniversitesi Araştırma Projeleri Komisyonu'na 23ADP094 numaralı Bilimsel Araştırma Projesi kapsamında verdikleri destek için teşekkür ederiz

KAYNAKLAR

- [1] Şenoğlu, B., & Acıtaş, Ş. (2011). *İstatistiksel deney tasarımı: sabit etkili modeller*. Nobel.
- [2] Kumar, R., Khepar, J., Yadav, K., Kareri, E., Alotaibi, S. D., Viriyasitavat, W., ... & Dhiman, G. (2022). A systematic review on generalized fuzzy numbers and its applications: past, present and future. *Archives of Computational Methods in Engineering*, 29(7), 5213-5236.
- [3] De Garibay, V. G. (1987). Behaviour of fuzzy ANOVA. *Kybernetes*, 16(2), 107-112.
- [4] López-Díaz, M., Gil, M. Á., Grzegorzewski, P., Hryniewicz, O., Lawry, J., Montenegro, M., & Casals, M. R. (2004). Introduction to ANOVA with fuzzy random variables. In *Soft methodology and random information systems* (pp. 487-494). Springer Berlin Heidelberg.
- [5] Montenegro, M., Colubi, A., Casals, M.R., & Gil, M.A. (2004). Asymptotic and bootstrap techniques for testing the expected value of a fuzzy random variable, *Metrika* 59, 31–49.
- [6] Cuevas, A., Febrero, M., & Fraiman, R. (2004). An anova test for functional data. *Computational statistics & data analysis*, 47(1), 111-122.
- [7] Konishi, M., Okuda, T., & Asai, K. (2006). Analysis of variance based on fuzzy interval data using moment correction method. *International Journal of Innovative Computing, Inf. Control* 2 (1), 83–99.
- [8] Gil, M. Á., Montenegro, M., González-Rodríguez, G., Colubi, A., & Casals, M. R. (2006). Bootstrap approach to the multi-sample test of means with imprecise data. *Comput. Stat. Data Anal.* 51 (1), 148–162.
- [9] González-Rodríguez, G., Colubi, A., & Gil, M. Á. (2012). Fuzzy data treated as functional data: A one-way ANOVA test approach. *Computational Statistics & Data Analysis*, 56(4), 943-955.
- [10] Wu, H. C. (2007). Analysis of variance for fuzzy data. *International Journal of Systems Science*, 38(3), 235-246.

- [11] Nourbakhsh, M., Mashinchi, M., & Parchami, A. (2013). Analysis of variance based on fuzzy observations. *International Journal of Systems Science*, 44(4), 714-726.
- [12] Parthiban, S., & Gajivaradhan, P. A. (2016). Comparative Study of LSD Under Fuzzy Environments Using Trapezoidal Fuzzy Numbers. *IOSR Journal of Mathematics (IOSR-JM)*, 12(1), 57-75.
- [13] Anuradha, D., & Kalpanapriya, D. (2018). Intuitionistic fuzzy ANOVA and its application in medical diagnosis. *Research Journal of Pharmacy and Technology*, 11(2), 653-656.
- [14] Aslam, M. (2019). Neutrosophic analysis of variance: application to university students. *Complex & intelligent systems*, 5(4), 403-407.
- [15] Nortey, E. N., Eric, W. N., & Eunice, O. A. (2022). Neutrosophic-principal component analysis of causes of performance gap among private and public school students in the basic education certificate examination. *Asian Journal of Probability and Statistics*, 20(3), 132-149.
- [16] Miari, M., Anan, M. T., & Zeina, M. B. (2022). Neutrosophic two way ANOVA. *International Journal of Neutrosophic Science*, 18(3), 73-83.
- [17] Parchami, A., Mashinchi, M., & Kahraman, C. (2021). A case study on vehicle battery manufacturing using fuzzy analysis of variance. In *Intelligent and Fuzzy Techniques: Smart and Innovative Solutions: Proceedings of the INFUS 2020 Conference, Istanbul, Turkey, July 21-23, 2020* (pp. 916-923). Springer International Publishing.
- [18] Parchami, A., Mashinchi, M., & Kahraman, C. (2021). An Implication of Fuzzy ANOVA in Vehicle Battery Manufacturing. *Journal of Mahani Mathematical Research*, 10(2), 33-47.
- [19] Gökkuş, Z., Şentürk, S., Yildiz, T., & Cevher, E. Y. (2023, August). An Application of Fuzzy ANOVA on Field of Agricultural Machinery. In *International Conference on Intelligent and Fuzzy Systems* (pp. 560-571). Cham: Springer Nature Switzerland.
- [20] Gökkuş, Z., Şentürk, S., Yildiz, T., & Yeşiloğlu Cevher, E. (2023, August). Two-Way ANOVA for Fuzzy Observations and an Implication. In *International Conference on Intelligent and Fuzzy Systems* (pp. 548-559). Cham: Springer Nature Switzerland.
- [21] URL. (05.09.2024) <https://www.scopus.com/term/analyzer.uri?sort=plf-f&src=s&sid=f733d3dcf9b798351df901e1d2d5c00a&sot=a&sdt=a&sl=55&s=%28TITLE-ABS-KEY%28fuzzy%29+AND+TITLE-ABS-KEY%28one+way+ANOVA%29%29&origin=resultslist&count=10&analyzeResults=Analyze+results>
- [22] Atanassov, K.T. (1983). Intuitionistic fuzzy sets. *VII, ITRK's Session*, Sofia.
- [23] Atanassov, K.T. (1986). Intuitionistic fuzzy sets. *Fuzzy sets and Systems*.
- [24] Atanassov, K.T. (1994). New operations defined over intuitionistic Fuzzy sets. *Fuzzy sets and Systems*, 6, 137-142.
- [25] Atanassov, K.T. (1999). *Intuitionistic fuzzy sets: theory and application*, Springer.
- [26] Malik, M., & Gupta, S. K. (2023). On optimistic, pessimistic and mixed fuzzy-programming based approaches to solve multi-objective fully intuitionistic fuzzy linear fractional programming problems. *Annals of Operations Research*, 1-45.