BIST 30 ENDEKSİNDE PORTFÖY SEÇİMİ İÇİN YENİ BİR KISMİ HEDEF PROGRAMLAMA YAKLAŞIMI

Yazar / Author: Doç. Dr. Mehmet Aksaraylı[1]

Ar. Gör. Osman Pala[2]

ÖZET

Finansal portföy seçim problemi her zaman yatırımcılar ve finansal kurumlar için çözülmesi zor ve önemli bir konudur. Portföy seçimi sorununun özü, belirli kriterler çerçevesinde optimum portföy bileşimi elde etmektir. Kriterler ve kriterlere ait önem dereceleri yatırımcıların bakış açısına göre değişebilmekteyken, portföyün temel değerlendirme unsuru, getiri ve risk unsurlarından oluşmaktadır. Modern portföy teorisine göre sırasıyla portföy ortalama ve varyansı bu faktörleri karşılamaktadır. Markowitz, portföy seçiminde, hisse senedi getiri serilerinin normal olarak dağıldığı ve karar vericilerin fayda fonksiyonlarının karesel olduğu varsayımına dayanan bir ortalama varyans modeli önermiştir. İlgili varsayımların geçerli olmadığı ve hisse senetlerinin çarpıklık ve basıklık değerlerinin anlamlı olduğu pazarlarda yapılan araştırmalar literatürde yaygın olarak görülmektedir. Ortalama varyans modeline yüksek momentler ve entropi fonksiyonlarının eklenmesi ile portföy seçim sürecine daha fazla dağılım bilgisi ve çeşitlilik katılabilmektedir. BIST-30 Endeksi portföy seçim probleminde, Polinomsal Hedef Programlama modeli ve önerilen Kısmi Hedef Programlama yaklaşımı, ortalama varyans çarpıklık basıklık entropi fonksiyonlarını barındıran portföy seçim sürecinde test edilmiştir. Önerilen modelin gerçek performansı ölçülmüş ve etkin portföy oluşturma açısından iyi sonuçlar verdiği gözlemlenmiştir.

Anahtar kelimeler: portföy optimizasyonu, çarpıklık, basıklık, entropi, hedef programlama

A NEW PIECEWISE GOAL PROGRAMMING APPROACH FOR PORTFOLIO SELECTION IN ISE-30 INDEX

ABSTRACT

Financial portfolio selection problem is always a difficult and important issue for investors and financial institutions to solve. The essence of the portfolio selection problem is to obtain optimum portfolio composition within the framework of certain criteria. While the importance ratios of criteria and criteria itself can be changed from the view of investors, portfolio consists of basic evaluation element, return and risk elements. According to modern portfolio theory portfolio mean and variance respectively fulfill these factors. Markowitz proposed a mean variance model in portfolio selection, based on the assumption that the stock return series is normally distributed and the utility functions of the decision makers are quadratic. Surveys conducted in markets where relevant assumptions are not valid and where the skewness and kurtosis values of stocks are meaningful are widely seen in the literature. By adding high moments and entropy functions to the mean variance model, more distribution information and diversity can be incorporated into the portfolio selection process. In the BIST-30 Index portfolio selection problem, the Polynomial Goal Programming model and the proposed Piecewise Goal Programming approach have been tested in the portfolio selection process with mean variance skewness kurtosis entropy functions. The actual performance of the proposed

[1] Dokuz Eylül Üniversitesi, İİBF, Ekonometri. mehmet.aksaraylı@deu.edu.tr

[2] Dokuz Eylül Üniversitesi, İİBF, Ekonometri. osman.pala@deu.edu.tr

model has been measured and it has been observed that it gives good results in terms of effective portfolio formation.

Keywords: portfolio optimization, skewness, kurtosis, entropy, goal programming.

JelCodes: G11, C61.

GİRİŞ

Portföy seçimi problemi, belirli kriterlere göre farklı oranlarda risk taşıyan hisse senetlerine yatırım yaparak en iyi portföyü oluşturmaya uğraşan bir portföy optimizasyon süreci olarak tanımlanabilir. Portföy optimizasyonunda, karar verici olan yatırımcının perspektifi ile risk taşıyan hisse senetleri içinden seçim yaparken farklı kriterler dikkate alınabilmektedir.

Tarihte ilk modern portföy modeli olarak ortaya çıkan ve sonradan modern portföy teorisi (MPT) olarak telaffuz edilen, Markowitz'in (1952) portföy optimizasyonunda kilometre taşı olan çalışması, ortalama-varyans modeli (OVM), portföy getirisi ve riskini sırasıyla portföy ortalaması ve varyansı olarak tanımlar. Portföy ortalaması, portföyde bulunan hisse senetlerinin tarihsel getiri serilerinin ortalamalarının ağırlıklı ortalaması olarak ifade edilmiş, portföy varyansı ise hisse senetlerinin tarihsel getiri serilerinin ağırlıklı korelasyon değerlerinin bileşiminden meydana geldiği ortaya konmuştur. MPT'ye göre portföyün riski, korelasyonu düşük hisse senetlerinin portföyde bir arada bulunmasıyla azalmaktadır. Sadece ortalama ve varyans gibi dağılım bilgilerine kullanan OVM'de, piyasada bulunan hisse senetlerinin normal dağıldığı varsayımına göre portföy seçimi yapılmaktadır (Markowitz, 1991: 470).

Steinbach (2001) portföy seçim probleminde OVM kullanan çok sayıda çalışmayı incelemiştir. İncelenen çalışmalarda ortalama ve varyans momentlerini diğer piyasa kısıtları ile birlikte modele dahil eden yaklaşımlar yer almaktadır, fakat hisse senetlerinin getiri serileri normal dağılmadığında sadece ortalama ve varyans yeterli olmamaktadır (Simkowitz ve Beedles, 1978: 929).

Portföy seçiminde çarpıklığı bir amaç fonksiyonu olarak ortalama ve varyans ile birlikte normal dağılım bulunmadığında kullanılması gerektiğini ifade eden ve ortalama-varyans-çarpıklık modeli (OVÇM) ile portföy optimizasyonu gerçekleştiren ilk çalışmalar; Samuelson (1970), Arditti ve Levy (1975), Singleton ve Wingender (1986), Konno ve Suzuki (1995), Chunhachinda vd. (1997), Prakash vd. (2003) tarafından yapılmıştır. Portföy optimizasyon sürecine çarpıklık fonksiyonunun katılımının daha yüksek getirili portföyler oluşturmada önemli bir etken olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Portföylerde büyük kayıplar negatif çarpıklık bulunduğunda az olasılıkla gözlenebilmekte, pozitif çarpıklık bulunduğunda ise tam tersi büyük getiri imkanı ortaya çıkmaktadır (Harvey, vd., 2010: 470).

Son dönemde basıklık portföy optimizasyon sürecine dahil edilmeye başlanmış ve ortalama-varyans-çarpıklık-basıklık modeli (OVÇBM) portföy seçim probleminde kullanılmaya başlanmıştır. Jurczenko vd. (2005), Lai vd. (2006), Maringer ve Parpas (2009), Mhiri ve Prigent (2010) çalışmalarında portföy optimizasyonu sürecine basıklığı dahil etmişler ve portföy seçiminde ortalama-varyans-çarpıklık-basıklık modelini (OVÇBM) önermişlerdir. Portföyde basıklığın 0'dan büyük olması portföy getiri dağılımının normal dağılımdan daha fazla kalın kuyruklara sahip olmasına neden olmakta ve göreli yüksek kayıp ve kazanç riskini beraber doğurmaktadır.

MPT yaklaşımının önemli bir amacı portföyün iyi şekilde çeşitlendirmesini sağlamaktır. Fakat OVM ile portföyün ne ölçüde çeşitlendirildiği anlamlı bir şekilde değerlendirilemez. Bunun için ideal bir ölçü birimine ihtiyaç vardır (Carmichael vd., 2015: 5). Portföy optimizasyonunda kullanılan ortalama, varyans, çarpıklık ya da basıklık gibi fonksiyonlar portföyün doğal çeşitliliğini garanti altına alan yaklaşımlar olmamakta, çoğu zaman portföy seçiminde belirli hisse senetlerine yığılmalara sebep olmaktadırlar. Bu problemi ortadan kaldırmak için doğal çeşitlilik sağlayan entropi fonksiyonları portföy optimizasyonunda kullanılmaktadır (Yue ve Wang, 2017: 125). Portföy seçim probleminde çarpıklık ve basıklığın yer alması portföy etkin sınırının geometrik gösterimini zorlaştırmakta ve problem konveks olmayan çok amaçlı optimizasyon problemine dönmekte ve çözümü zorlaşmaktadır. Ağırlıklı toplamsal model ve fayda fonksiyonu temelli modeller OVÇBM portföy çözümünde kullanılsa da amaç fonksiyonunun ölçeklendirme problemi ve yatırımcı tercihlerinin etkin bir şekilde modele aktarılma sorunu gibi nedenlerle bu tip modellerin yeterlilikleri tartışmalı olmaktadır (Kemalbay vd., 2011: 43-44).

Portföy optimizasyonu ortalama, varyans, çarpıklık, basıklık ve entropi modeli (OVÇBEM) ile doğrusal olmayan birbiriyle çelişen hedeflere sahip çok amaçlı optimizasyon modelleri halini almış ve her bir amacı aynı anda optimize etmeye uğraşan yöntemler portföy seçim probleminde kullanılmaya başlanmıştır. Örneğin Jana, Roy ve Mazumder (2007), Bera ve Park (2008), Usta ve Kantar (2011) yüksek dereceden momentler ve entropi ölçütünü beraber portföy seçiminde kullanmışlardır. Ortalama, çarpıklık ve entropi maksimizasyonu ile varyans ve basıklık minimizasyonunu birlikte etkin bir şekilde hedefleyen ve hedef programlamanın (HP) bir türü olan polinomsal hedef programlama (PHP) bu yöntemlerden birisidir. HP ilk defa Charnes ve Cooper (1961) tarafından amaç fonksiyonunda yer alan hedefleri sağlayan uygun çözümleri araştırmak için önerilmiştir. Ijiri HP'yi 1965 yılında geliştirdiği yeni çözüm yöntemiyle daha kullanışlı bir teknik haline getirmiştir. 1968 yılında, Contini HP'yi belirsizlik içeren durumlara uyarlamış, Jaaskelainen (1969) ise HP'yi üretim planlama probleminde kullanmıştır. Charnes ve Cooper (1977), Zanakis ve Gupta (1985) ve Romero (1986) HP'nin geniş kullanım alanından çok sayıda çalışmanın incelendiği araştırmalar yayımlamışlardır. Tamiz vd. (1998) HP'nin, tüm zamanların en yaygın kullanılan çok kriterli karar verme tekniği olduğunu ifade etmişlerdir. Aouni ve Kettani (2001) HP yöntemiyle çeşitli alanlarda yapılan araştırmalar hakkında detaylı bilgi veren oldukça geniş bir çalışma yayınlamışlardır.

HP modelinin polinomsal fonksiyonlar için türetilmiş versiyonu olan PHP yüksek dereceden moment içeren portföy optimizasyon problemlerinde sıklıkla kullanılmaktadır. Portföy optimizasyonunda PHP ile hedef veya en iyi amaç fonksiyonu değerlerinden toplam sapma polinomsal olarak minimize edilmeye çalışılır. Yatırımcı tipi ve stratejilere göre amaç fonksiyonlarına ağırlık atanabilmesi PHP'nin önemli bir avantajıdır. Hedef fonksiyonlarındaki birlikte değişimi daha iyi yansıtabileceği öngörülen ve tarafımızdan önerilen Kısmi Hedef Programlama (KHP) modeli ile parçalı hedef fonksiyonlarının ağırlıklarına göre portföylerin türetilmesi hedeflenmiştir. Çalışmanın geri kalan kısmında PHP yönteminin portföy optimizasyonunda kullanımı aktarılmış, portföy optimizasyonu için önerilen KHP modeli tanıtılmış ve son olarak BİST 30 endeksinde bulunan hisse senetleri için yöntemler uygulanmış ve çıkan sonuçlar karşılaştırılmıştır.

1. METOTLAR

1.1. Polinomsal Hedef Programlama

PHP ilk defa Tayi ve Leonard (1988) tarafından bankacılıkta bilanço yönetiminde kullanılmıştır. Sonrasında PHP yüksek dereceden momentlerin bulunduğu portföy seçim modellerinde çözüm yöntemi olarak sıklıkla kullanılmıştır. Bu çalışmalardan bazıları Lai (1991), Prakash vd. (2003), Leung vd. (2001), Lai vd. (2006), Mhiri ve Prigent (2010) ve Aracıoğlu vd. (2011) tarafından yapılmıştır. PHP modelinden önce portföy optimizasyonunda bulunan yapılar incelenmelidir. Portföy optimizasyonu çoğu zaman birbiriyle çelişen amaçlar içerir. Portföyde bulunan hisselerin ağırlık vektörü $W^T = (w_1, w_2, ..., w_n)$ şeklinde ifade edilebilir. Portföy getirisini R ile ve hisse senetlerinin ortalama getirisini $M = (m_i, ..., m_n)^T$ vektörü ile ifade edebiliriz. Portföyün kovaryans, ortak çarpıklık ve ortak basıklık matrisleri V, S ve K ile ifade edilmiş olsun. O halde portföyün ortalama, varyans, çarpıklık, basıklık değerleri aşağıdaki gibi elde edilir;

$$R_{pe} = E(R_p) = W^T M = \sum_{i=1}^{n} w_i m_i \tag{1}$$

$$V_p = V(R_p) = W^T V(W) = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} w_i w_j \sigma_{ij} \tag{2}$$

$$S_p = S(R_p) = E(W^T(R-M))^3 = W^T S(W \otimes W) = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}\sum_{k=1}^{n} w_i w_j w_k s_{ijk} \tag{3}$$

$$K_p = K(R_p) = E(W^T(R-M))^4 = W^T K(W \otimes W \otimes W) = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}\sum_{k=1}^{n}\sum_{l=1}^{n} w_i w_j w_k w_l k_{ijkl} \tag{4}$$

burada $R_p = \sum_{i=1}^{n} w_i R_i$ portföy getirisini, $E(R_i) = m_i$ ise i. hisse senedinin ortalama getirisini ifade etmektedir. $s_{ijk} = E[(R_i - m_i)(R_j - m_j)(R_k - m_k)]$ ve $k_{ijkl} = E[(R_i - m_i)(R_j - m_j)(R_k - m_k)(R_l - m_l)]$ sırasıyla S ve K matris elemanlarını oluşturur. Kronecker çarpımı $\otimes$ sembolü ile ifade edilmekte ve portföy göreli çarpıklık ve basıklığı, sırasıyla, $Sk(R_p) = \dfrac{S(R_p)}{\sigma_p^3(R_p)}$, $Ku(R_p) = \dfrac{K(R_p)}{\sigma_p^4(R_p)}$

şeklinde hesaplanmaktadır. Portföy optimizasyonunda yaygın olarak kullanılan Shannon entropi fonksiyonu ise aşağıdaki gibidir;

$$E_s = -\sum_{i=1}^{n} w_i \ln w_i = -W^T (\ln W) \tag{5}$$

Portföy amaçları (1) - (5) çok amaçlı optimizasyon bakış açısıyla ve 1_N, n adet birlerden oluşan satır vektörü olmak üzere Eşitlik 6'daki gibi ifade edilebilir.

$$P(1)\begin{cases} Maks \quad W^T M \\ Min \quad W^T V(W) \\ Maks \quad W^T S(W \otimes W) \\ Min \quad W^T K(W \otimes W \otimes W) \\ Maks \quad -W^T (\ln W) \\ kst; \quad W^T 1_N = 1 \\ W \geq 0 \end{cases} \tag{6}$$

P(1) problemi tüm fonksiyonların toplamsal olarak ifade edildiği bir fayda fonksiyonuyla çözülebilir. Fakat bu durumda optimizasyon geniş değer aralığına sahip amaç fonksiyonunu gözetecek ve diğer amaçlar olumsuz etkilenecektir. PHP ile bu durumun önüne geçilebilmektedir. PHP çözüm süreci iki aşamadan oluşmaktadır. İlk önce her bir amaç için tekil optimum çözümler elde edilmeli ve ortaya çıkan bu değerlerden, $R_{pe}^*, V_p^*, S_p^*, K_p^*, E_p^*$ ikinci aşamada karşılık gelen hedef değişkenleri d_1, d_2, d_3, d_4, d_5 sapmalar minimize edilmelidir. Hedef bir diğer adla en iyi değerler 5 tekil problem çözülerek aşağıdaki gibi elde edilir,

$$SP(1)\begin{cases} Maks \quad R_{pe}^* = W^T M \\ W^T 1_N = 1 \\ \qquad W \geq 0 \end{cases} \tag{7}$$

$$SP(2)\begin{cases} Min \quad V_p^* = W^T V(W) \\ W^T 1_N = 1 \\ \qquad W \geq 0 \end{cases} \tag{8}$$

$$SP(3)\begin{cases} Maks \quad S_p^* = W^T S(W \otimes W) \\ W^T 1_N = 1 \\ \qquad W \geq 0 \end{cases} \tag{9}$$

$$SP(4)\begin{cases} Min \quad K_p^* = W^T K(W \otimes W \otimes W) \\ W^T 1_N = 1 \\ \qquad W \geq 0 \end{cases} \tag{10}$$

$$SP(5)\begin{cases} Maks \quad E_p^* = -W^T(\ln W) \\ W^T 1_N = 1 \\ \qquad W \geq 0 \end{cases} \tag{11}$$

SP(1) - SP(5) modelleri çözülerek her bir amaç için en iyi değerler elde edilir. Hedef değerlerimiz olan bu değerler PHP modeline Minkowski uzaklığı ile eklenebilir. Minkowski uzaklığı Eşitlik 12'deki gibi tanımlanır (Lai vd., 2006: 295),

$$Z = \left(\sum_{k=1}^{m} \left| \frac{d_k}{Z_k} \right|^p \right)^{1/p} \tag{12}$$

Eşitlik 12'de Z_k k. hedefi normalize etmek için kullanılmaktadır. PHP modelinde ise hedef değerler kendilerine karşılık gelen hedefleri normalize etmek için kullanılmaktadır. Yatırımcı önem değerleri ise λ_i ile portföy amaçları olan (1) - (5) için tercih ağırlığı oluşturur. Eğer herhangi bir amacın ağırlığı 0'a eşit ise o amaç modelde yer almaz. PHP modele tercih öncelikleri ve hedef değerler belirleyerek model P(2) Eşitlik 13'de olduğu gibi elde edilir.

$$P(2)\begin{cases} Min \ Z = \left|\frac{d_1}{R_{pe}^*}\right|^{\lambda_1} + \left|\frac{d_2}{V_p^*}\right|^{\lambda_2} + \left|\frac{d_3}{S_p^*}\right|^{\lambda_3} + \left|\frac{d_4}{K_p^*}\right|^{\lambda_4} + \left|\frac{d_5}{E_p^*}\right|^{\lambda_5} \\ kst; \\ W^T M + d_1 = R_{pe}^* \\ W^T V(W) - d_2 = V_p^* \\ W^T S(W \otimes W) + d_3 = S_p^* \\ W^T K(W \otimes W \otimes W) - d_4 = K_p^* \\ -W^T(\ln W) + d_5 = E_p^* \\ W^T 1_N = 1 \\ W \geq 0 \\ d_i \geq 0 \end{cases} \tag{13}$$

P(2) farklı λ_i değerleri için çözülerek senaryo bazlı portföy seçimleri yapılır ve her bir senaryo için en iyi W hisse senedi ağırlık bileşimleri elde edilir.

1.2. Önerilen Kısmi Hedef Programlama Yaklaşımı

Önerilen KHP modelinde parçalı hedef fonksiyonlarına göre optimizasyon yapılacaktır. Tüm amaçların sadece birer hedef noktası olmayacak, bir amacın toplam amaç sayısı kadar hedef noktası bulunacaktır. Ayrıca her bir hedef noktası farklı işlem görecek ve hiç arzu edilmeyen, ideal hedef değerden çok uzak sapma noktaları daha büyük, tolere edilebilir ve ideal hedef değere yakın sapma noktaları ise daha küçük katsayılar ile ağırlıklandırılacaktır.

Önerilen KHP'nin algoritma adımları ise aşağıdaki 6 adımdan oluşmaktadır;

Adım 1: n adet amaç fonksiyonu için tekil (SP(n)) çözümleri elde et.

Adım 2: Tekil çözümlerde oluşan n adet portföyün her biri için, n adet amaç fonksiyon değerini hesapla ve küçükten büyüğe sırala.

Adım 3: Her bir amaç fonksiyonu için hesaplanmış n adet amaç fonksiyonu değerini ilgili amaç için n adet kısmi hedef olarak tanımla.

Adım 4: Amaç fonksiyonunun yönüne göre, maksimizasyon ise ilk kısmi hedef en büyük ve son kısmi hedef en küçük ağırlığa sahip olacak şekilde kısmi hedeflerin ağırlıklarını hesapla.

Adım 5: Her bir amaç fonksiyonu için kısmi hedef değerleri arasındaki mutlak değerce en büyük farkı hesapla ve kısmi hedef normalizasyonunda kullan.

Adım 6: Her bir amaç fonksiyonuna yatırımcı stratejisine göre genel ağırlık vererek portföy seçim problemini çöz.

PHP modelinin ilk aşamasında SP(1) - SP(5) modelleri çözülerek her bir amaç için en iyi değerler elde edilmekte ve PHP'de ikinci aşamada bu ideal hedef değerleri kullanılmaktadır. Önerilen KHP modelinde ise birinci aşamada SP(1) - SP(5) model çözümleri her bir amaç değeri için topluca incelenmekte ve (1) – (5) eşitliğinde yer alan amaçlar için elde edilen tüm değerler ikinci aşamada ilgili amacın parçalı hedef fonksiyonu olarak atanmaktadır. Böylece bir amacın herhangi bir hedef noktası başka bir amacın ideal hedef değeri olacaktır. Önerilen KHP modelinde (14) – (18) eşitliklerinde yer alan ortalama, varyans, çarpıklık, basıklık ve entropi değerleri kendi içlerinde SP(1) - SP(5) amaç fonksiyonları maksimizasyon yönlü ise en kötüden en iyiye doğru, minimizasyon yönlü ise en iyiden en kötüye doğru sıralanır,

$$R_{pe}^{o} = \{R_{pe}^{sp1}, R_{pe}^{sp2}, R_{pe}^{sp3}, R_{pe}^{sp4}, R_{pe}^{sp5}\} \quad (14)$$

$$V_{p}^{o} = \{V_{p}^{sp1}, V_{p}^{sp2}, V_{p}^{sp3}, V_{p}^{sp4}, V_{p}^{sp5}\} \quad (15)$$

$$S_{p}^{o} = \{S_{p}^{sp1}, S_{p}^{sp2}, S_{p}^{sp3}, S_{p}^{sp4}, S_{p}^{sp5}\} \quad (16)$$

$$K_{p}^{o} = \{K_{p}^{sp1}, K_{p}^{sp2}, K_{p}^{sp3}, K_{p}^{sp4}, K_{p}^{sp5}\} \quad (17)$$

$$E_{p}^{o} = \{E_{p}^{sp1}, E_{p}^{sp2}, E_{p}^{sp3}, E_{p}^{sp4}, E_{p}^{sp5}\} \quad (18)$$

Eşitlik (14) – (18) ile her bir hedef için beşer adet iç hedef noktaları elde edilmiş olur. Her bir iç hedef noktasından sapma, en kötü hedef iç noktasının sapma ağırlığı en büyük ve toplamları ise 1 olacak şekilde, hedef iç nokta değerlerinin normalizasyonundan elde edilen değerler ile ağırlıklandırılır. Bu sayede hiç arzu edilmeyen sapmalar daha fazla minimize edilmeye çalışılacaktır. Her amaç için elde edilen hedef nokta değerleri diğer amaçların optimizasyonu sonucu ortaya çıktığından ayrıca hedef sapmaları için normalizasyona gerek duyulmaz. İkinci aşamada ise P(3) modelinde olduğu gibi portföy seçim problemi KHP ile tanımlanıp çözülür ve amaç fonksiyon değerleri elde edilmiş olur. Ortalama, varyans, çarpıklık, basıklık ve entropi amaç fonksiyonları için; $d_{mi}^{+}, d_{mi}^{-}, d_{vi}^{+}, d_{vi}^{-}, d_{si}^{+}, d_{si}^{-}, d_{ki}^{+}, d_{ki}^{-}, d_{ei}^{+}, d_{ei}^{-}$ iç hedef sapma değişkenleri olarak, $\lambda_m, \lambda_v, \lambda_s, \lambda_k, \lambda_e$ amaç fonksiyonlarının genel ağırlıkları olarak, $a_{mi}, a_{vi}, a_{si}, a_{ki}, a_{ei}$ iç hedef noktalarının ağırlıkları olarak, $R_{pe}^{r}, V_{p}^{r}, S_{p}^{r}, K_{p}^{r}, E_{p}^{r}$ ise hedef değişkenlerinin sapma miktarlarını normalize etmek için en kötü iç hedef noktası ve ideal hedef noktası arasındaki fark olarak P(3)'de kullanılmıştır.

$$P(3)\begin{cases} Min\ \ Z = \lambda_m\left(\sum_{i=1}^{5} a_{mi}.\dfrac{d_{mi}^{-}}{R_{pe}^{r}}\right) + \lambda_v\left(\sum_{i=1}^{5} a_{vi}.\dfrac{d_{vi}^{+}}{V_{p}^{r}}\right) + \lambda_s\left(\sum_{i=1}^{5} a_{si}.\dfrac{d_{si}^{-}}{S_{p}^{r}}\right) + \lambda_k\left(\sum_{i=1}^{5} a_{ki}.\dfrac{d_{ki}^{+}}{K_{p}^{r}}\right) + \lambda_e\left(\sum_{i=1}^{5} a_{ei}.\dfrac{d_{ei}^{-}}{E_{p}^{r}}\right) \\ s.t \\ W^T M - d_{mi}^{+} + d_{mi}^{-} = R_{pei}^{o} \quad (i = 1:5\ ) \\ W^T V(W) - d_{vi}^{+} + d_{vi}^{-} = V_{pi}^{o} \quad (i = 1:5) \\ W^T S(W \otimes W) - d_{si}^{+} + d_{si}^{-} = S_{pi}^{o} \quad (i = 1:5) \\ W^T K(W \otimes W \otimes W) - d_{ki}^{+} + d_{ki}^{-} = K_{pi}^{o} \quad (i = 1:5) \\ -W^T(\ln W) - d_{ei}^{+} + d_{ei}^{-} = E_{pi}^{o} \quad (i = 1:5) \\ W^T 1_N = 1 \\ W, d_{mi}^{+}, d_{mi}^{-}, d_{vi}^{+}, d_{vi}^{-}, d_{si}^{+}, d_{si}^{-}, d_{ki}^{+}, d_{ki}^{-}, d_{ei}^{+}, d_{ei}^{-} \geq 0 \end{cases}$$

P(3) ile parçalı hedef fonksiyonlarına ve yatırımcı tercihi olan λ amaç ağırlıklarına göre portföy seçimleri yapılır ve en iyi W hisse senedi ağırlık bileşimi elde edilir.

2. UYGULAMA

Veriler, Türkiye'de faaliyet gösteren, Borsa İstanbul 30 (BİST 30) endeksinde Ocak 2005 - Aralık 2015 tarihleri arasında sürekli işlem görmüş 21 adet hisse senedinin aylık getiri serilerinden oluşmaktadır. Veriler BİST'in internet sitesinden alınmıştır. Test periyodu olarak ocak 2016 ile kasım 2016 aylık kapanış fiyatlarından elde edilen getiri serileri kullanılmıştır.

Kapanış fiyatlarından tek dönemlik aylık getirilerin hesaplanması aşağıdaki gibidir;

Getiri Oranı= (Dönem Sonu Değer - Dönem Başı Değer)/Dönem Başı Değer

Tablo 1'deki Jarque-Bera (JB) testi sonuçları portföy seçim probleminde çarpıklık ve basıklık gibi yüksek dereceden momentlerin kullanımını anlamlı hale getirmektedir. JB test sonuçlarından elde edilen olasılık (P) değerleri 14 hisse senedi için %5'in altında çıkmıştır. Bu durumda hisse senetlerinin getiri serilerinin normal dağıldığı söylenemez. Yüksek dereceden momentlerin kullanıldığı modeller ile yapılan portföy seçim sürecine sadece normal dağılışa sahip olmayan 14 hisse senedi dahil edilerek modelin geçerliliği ve etkinliği arttırılmıştır. Bu nedenle X3, X7, X9, X10, X16, X19 ve X20 değişken kodlu hisse senetleri portföy optimizasyon sürecinde kullanılmamıştır. Hisse senetlerinin getiri serileri için standart sapmanın aritmetik ortalamaya oranının yüzdelik ifadesi olan değişkenlik katsayısı (DK) kullanılarak, ENKAI (X5)'in birim başına en yüksek riske, OTKAR (X12)'nin ise birim başına en düşük riske sahip olduğu ortaya konulmuştur. DK değerleri, riskli hisse senetlerini gözlemlemek açısından karar vericiye ön bilgi sağlamaktadır.

Portföy problemine ait tüm modeller MATLAB programlama dilinde kodlanmış ve çözülmüştür. PHP ve KHP model çözümlerinden önce, SP(1) - SP(5) tekil amaç fonksiyonuna sahip modeller doğrusal ve doğrusal olmayan programlama metotları ile çözülmüştür. Amaç yönüne göre amaçlarımız olan ortalama, varyans, çarpıklık basıklık ve entropi değerlerinin en iyi ve en kötü değerleri de dahil olmak üzere her biri için beş değer elde edilmiştir. PHP'de sadece en iyi değerler kullanılırken, KHP modellerinde tüm değerler kullanılmıştır ve bu değerler Tablo 2'de verilmiştir.

Tablo 1: Hisse Senetlerinin Özet İstatistikleri

Hisse Adı	Değişken	Ortalama	Varyans	Çarpıklık	Basıklık	JB	P	DK
AKBNK	X1	0.0052	0.0143	0.7106	5.0648	34.2978	0.001	23.1823
ARCLK	X2	0.0113	0.0156	0.3922	4.878	22.6098	0.0022	11.0261
DOAS	X3	0.0196	0.0242	-0.2843	3.0711	1.7929	0.3361	7.9483
DOHOL	X4	-0.0042	0.0175	-0.4717	5.8997	50.7521	0.001	31.3067
ENKAI	X5	-0.0015	0.0162	-0.876	4.2967	25.9324	0.0016	86.6134
EREGL	X6	0.0035	0.0172	-0.5534	3.8172	10.3314	0.0148	37.9756
FROTO	X7	0.0121	0.0091	-0.1432	3.5356	2.0137	0.2935	7.9184
GARAN	X8	0.0108	0.0165	-0.1586	5.0733	24.0119	0.0019	11.9233
ISCTR	X9	0.0027	0.0134	-0.0259	3.7474	3.0634	0.151	42.5357
KCHOL	X10	0.0093	0.015	-0.0197	3.6046	2.0037	0.2954	13.1067
KRDMD	X11	0.0079	0.0195	-0.5958	4.7326	24.1369	0.0019	17.7878
OTKAR	X12	0.0287	0.0168	0.3929	4.7136	19.3984	0.0034	4.5262
PETKM	X13	0.0066	0.0153	-2.1318	15.6071	966.7602	0.001	18.643
SAHOL	X14	0.0102	0.015	0.4774	4.4974	17.2158	0.0045	11.9988
SISE	X15	0.0067	0.0157	-0.6058	5.5239	42.7819	0.001	18.5485
TCELL	X16	0.0036	0.0071	-0.0321	3.6983	2.6842	0.1899	23.2518
THYAO	X17	0.0117	0.019	-1.0733	8.4946	189.9383	0.001	11.7451
TOASO	X18	0.0223	0.0163	-0.1521	4.6483	15.3347	0.006	5.7262
TUPRS	X19	0.0155	0.0084	-0.1963	2.8406	0.9803	0.5	5.9218
ULKER	X20	0.0154	0.012	0.0063	3.7812	3.3318	0.1296	7.1149
YKBNK	X21	0.0043	0.015	-0.401	6.0541	54.4231	0.001	28.3751

Tablo 2: Amaçlar İçin Sıralanmış Hedef Değerleri

HEDEFLER	Hedef1	Hedef2	Hedef3	Hedef4	Hedef5
ORTALAMA	0.005152	0.006893	0.007985	0.008824	0.028675
VARYANS	0.006855	0.006944	0.007947	0.014266	0.016845
ÇARPIKLIK	-0.0002	-0.00016	-0.0001	0.000849	0.001197
BASIKLIK	0.000139	0.000144	0.00021	0.001015	0.001317
ENTROPİ	1.4E-07	2.24E-05	1.987296	2.024417	2.639057

Tablo 3: Kısmi Hedef Sapma Ağırlıkları

AĞIRLIKLAR	Ağırlık1	Ağırlık2	Ağırlık3	Ağırlık4	Ağırlık5
ORTALAMA	0.22761	0.220045	0.215301	0.211655	0.125389
VARYANS	0.129697	0.131368	0.150356	0.269896	0.318683
ÇARPIKLIK	0.281326	0.274474	0.266388	0.116299	0.061514
BASIKLIK	0.049346	0.050993	0.074277	0.359249	0.466135
ENTROPİ	0.25	0.249999	0.175299	0.173903	0.150799

Tablo 2'de satırlarda yer alan iç hedef değerleri normalize edilerek her bir iç hedeften sapma ağırlıklandırılmıştır ve Tablo 3'te verilmiştir. Bu sayede istenmeyen büyük sapmalar daha fazla azaltılacaktır. Tablo 3'deki değerler önerilen KHP modelinde iç hedef noktalarının hedeflere göre normalize edilmiş sapma ağırlıklarıdır.

OVÇBEM için portföy problemi eşit amaç fonksiyonu ağırlıklarına göre PHP ve KHP ile çözülmüş, karşılaştırma yapmak adına eşit ağırlıklı model (EAM) için ise amaç fonksiyon değerleri bulunmuş ve tüm sonuçlar Tablo 4'te verilmiştir. Oluşturulan portföylerdeki hisse senetlerine ait ağırlıklar ise Ek 1'de verilmiştir. Tablo 4'teki sonuçlara göre KHP ile elde edilen portföy en yüksek ortalama getiriye sahip iken, PHP en düşük varyans ve basıklığa sahip portföyü oluşturmuştur. En yüksek çarpıklık ve entropi ise EAM ile elde edilen portföyde gözlenmiştir.

Tablo 4: Modellerin Amaç Fonksiyon Değerleri

MODELLER	EAM	PHP	KHP
ORTALAMA	0.00882372	0.008899605	0.00937922
VARYANS	0.00794738	0.007063629	0.00767939
ÇARPIKLIK	-0.0001041	-0.00014647	-0.000104
BASIKLIK	0.00020988	0.000149189	0.00019279
ENTROPİ	2.63905733	2.334578659	2.60985984

Portföy modellerini gerçek finansal performansları açısından test etmek amaçlı ocak 2016, kasım 2016 ayları arasındaki kapanış fiyatları kullanılmıştır. Portföylerin gerçekleşen performanslarını daha iyi kıyaslamak adına her bir portföy için Sharpe Oranı (SO) hesaplanmaktadır. Portföy performanslarını değerlendirmek için sıklıkla kullanılan SO aşağıdaki gibi tanımlanmaktadır (Caporin vd., 2014: 3);

$$SO = \frac{E(R_p)}{\sqrt{\sigma^2(R_p)}}$$

$E(R_p)$ ve $\sqrt{\sigma^2(R_p)}$ test periyodunda gerçekleşen ortalama portföy getirisi ve standart sapması olarak ifade edilebilir. SO değeri ne kadar yüksek olursa portföyün performansı o kadar iyidir. Bu durumda portföy, karşılaştırma değeri olarak ele alınan EAM portföyünden daha iyi SO değerine sahip ise finansal açıdan başarılıdır denebilir (Küçükbay ve Araz, 2016: 127; Usta ve Kantar, 2011: 124). Gerçekleşen performansı, sadece ortalama ve varyansa göre seçmek yerine gerçekleşen getiri serilerinin yüksek moment değerlerini ve portföyün entropisi de dikkate alan bir şekilde ölçmek OVÇBEM için daha anlamlı olacaktır. Watanabe (2006) çalışmasında basit ve etkili bir şekilde çarpıklık ve basıklığı performans ölçümüne aşağıdaki gibi Watanabe Oranı (WO) ile dahil etmiştir.

$$WO = \frac{E(R_p)}{\sqrt{\sigma^2(R_p)}} + \frac{Sk(R_p)}{Ku(R_p)}$$

Özellikle finansal kriz dönemlerinde ve belirsizlik durumlarında çok önemli hale gelen (DeMiguel, Garlappi ve Uppal, 2009: 1920) doğal çeşitlilik değeri olan entropiyi, portföy performansını değerlendirirken önemsememek, eksik değerlendirmeye yol açacağı için tüm portföylerin gerçekleşen WO değerleri portföylerin normalize edilmiş entropi değerleri ile entropili WO (WO_E) olarak nihai değerlendirmeler için aşağıdaki gibi ağırlıklandırılmıştır.

$$WO_E = \frac{E_p}{maks\{E_p\}}\left(\frac{E(R_p)}{\sqrt{\sigma^2(R_p)}} + \frac{Sk(R_p)}{Ku(R_p)}\right)$$

Örnek veri seti ve modellerden elde edilen tüm portföylerin realize edilmiş Ocak 2016 - Kasım 2016 arasındaki aylık getiri performansları, Ek 2'deki gibidir. Aylık gerçekleşen getiri ortalamaları, standart sapmaları, SO, WO ve WO_E değerleri ise Ek 1'de verilen portföylerdeki hisse senedi oranlarına göre test periyodu için hesaplanmış ve Tablo 5'de verilmiştir.

Tablo 5: Portföy Modellerinin Gerçekleşen Performansı

MODELLER	EAM	PHP	KHP
ORTALAMA	0.0070121	0.008471998	0.0074191
STANDART SAPMA	0.05070046	0.054864962	0.05086585
SO	0.13830448	0.15441545	0.14585613
WO	0.316372	0.3849	0.36157433
WO_E	0.316372	0.340492537	0.357574014

Test periyodunda iktisadi olarak en yüksek ortalama getiriye % 0.85 ile PHP modeliyle elde edilen portföy sahip olurken bu portföy aynı zamanda da en yüksek standart sapma değerine sahiptir. KHP portföyü ise PHP portföyüne oranla daha düşük ortalama getiriye (% 0.74) ve standart sapmaya sahip iken karşılaştırma için kullanılan EAM portföyüne göre daha yüksek ortalama getiriye benzer standart sapma değeriyle ulaşmıştır. SO değerlerine göre en iyi gerçekleşen performansa sahip portföy, PHP ile elde edilmiştir. Önerilen KHP portföyü ikinci en iyi performansa sahip iken EAM portföyü diğerlerine nazaran düşük performans göstermiştir. SO'ya göre ek olarak çarpıklık ve basıklığı da dikkate alan WO'ya göre portföylerin performans sıralaması SO ile aynı olmuştur. WO_E değerlerine göre performans sıralamasında ise önerilen KHP portföyü birinci, PHP portföyü ikinci ve EAM portföyü üçüncü sırada yer almıştır. KHP portföyü OVÇBEM'de yer alan tüm amaç fonksiyonlarını topluca değerlendiren WO_E için en iyi performansı göstermiş olduğundan dolayı, test periyodunda OVÇBEM bakış açısına göre en başarılı sonucu elde etmiş portföy modeli olmuştur.

3. SONUÇ ve ÖNERİ

Hisse senetleri getiri serilerinin normal dağılmadığı ve geçmiş verilerin gelecekteki durumu tayin etmede yetersiz kaldığında, entropi ve yüksek dereceden momentlerin portföy seçiminde dahil edilmesi portföyün gelecek dönemlerdeki etkinliğini arttırmada faydalı olabilmektedir.

Çalışmada, yatırımcının aldığı riski portföyün standart sapması ve buna karşılık elde ettiği getiriyi portföyün ortalaması olarak ifade eden SO değerlerini iktisadi olarak yorumladığımızda, PHP portföyü bir birim risk başına 0.1544 birim getiri sağlarken, KHP portföyü 0.1459, EAM portföyü ise 0.1383 birim getiri sağlamıştır. İktisadi açıdan PHP, SO için en iyi performansı gösterirken onu sırasıyla KHP ve EAM takip etmiştir. Yatırımcılar açısından portföy getiri serilerinin çarpıklığı ve basıklığını da dikkate alan WO'da risk, portföyün standart sapması ve basıklığının bir fonksiyonu iken, getiri ise portföyün ortalama ve çarpıklığının bir fonksiyonu olarak tanımlanmaktadır. İktisadi olarak WO sonuçları portföyler açısından değerlendirildiğinde bir birim risk başına PHP portföyü 0.3849, KHP portföyü 0.3616 ve EAM portföyü 0.3164 birim getiri sağlamıştır. WO için iktisadi performanslara bakıldığında sıralama SO'daki ile benzer şekilde gerçekleşirken hem PHP hem de KHP'nin karşılaştırma portföyü olan EAM'a karşılık performans üstünlüğü oransal olarak artmıştır. OVÇBEM portföylerinin asıl amacı olan, yüksek dereceden momentleri ve finansal kriz durumlarında çok önemli hale gelen entropiyi ihtiva eden WO_E ile portföyler son olarak değerlendirilmiştir. WO_E riski standart sapma, basıklık ve entropinin bir fonksiyonu olarak tanımlarken, getiriyi ise ortalama ve çarpıklığın bileşkesi olarak ifade etmektedir. İktisadi olarak WO_E sonuçları portföyler açısından değerlendirildiğinde bir birim risk başına KHP portföyü 0.3576, PHP portföyü 0.3405 ve EAM portföyü 0.3164 birim getiri sağlamıştır. Buna göre WO_E için en iyi iktisadi performansı KHP portföyü elde etmiştir.

Yüksek dereceden momentleri ve doğal çeşitliliği sağlayan entropiyi içeren OVÇBEM için önerilen KHP modeli portföy seçim probleminde etkin sonuçlar vermiştir. Gelecekteki çalışmalarda farklı veri setleri, farklı amaç fonksiyonları ve farklı hedef parametreleri ile çalışmalar yapılabilir ve ulaşılan sonuçlar doğrultusunda önemli çıkarımlar gerçekleştirilebilir.

KAYNAKÇA

Aouni, Belaïd, ve Ossama Kettani. (2001). Goal programming model: A glorious history and a promising future. *European Journal of Operational Research* 133.2, 225-231.

Aracioglu, B., Demircan, F. ve Soyuer, H. (2011). Mean-Variance-Skewness-Kurtosis Approach to Portfolio Optimization: An Application in Istanbul Stock Exchange. *Ege Akademik Bakis*, *11*, 9-17.

Arditti, F. D., ve Levy, H. (1975). Portfolio efficiency analysis in three moments: the multiperiod case. *The Journal of Finance*, *30*(3), 797-809.

Bera, A. K., ve Park, S. Y. (2008). Optimal portfolio diversification using the maximum entropy principle. *Econometric Reviews*, *27*(4-6), 484-512.

BIST web site. Available online:https://datastore.borsaistanbul.com/ (accessed on 17 March 2017)

Caporin, M., Jannin, G. M., Lisi, F., ve Maillet, B. B. (2014). A survey on the four families of performance measures. *Journal of Economic Surveys*, *28*(5), 917-942.

Carmichael, B., Koumou, G., ve Moran, K. (2015). Unifying Portfolio Diversification Measures Using Rao's Quadratic Entropy. CİRANO. Scientific Series. Montreal.

Charnes, A. ve Cooper W.W. (1961) Management models and industrial applications of linear programming, Wiley, New York.

Charnes, A. ve Cooper, W. W. (1977). Goal programming and multiple objective optimizations: Part 1. *European Journal of Operational Research*, *1*(1), 39-54.

Chunhachinda, P., Dandapani, K., Hamid, S., ve Prakash, A. J. (1997). Portfolio selection and skewness: Evidence from international stock markets. *Journal of Banking & Finance*, *21*(2), 143-167.

Contini, B. (1968). A stochastic approach to goal programming. *Operations Research*, *16*(3), 576-586.

DeMiguel, V., Garlappi, L., ve Uppal, R. (2009). Optimal versus naive diversification: How inefficient is the 1/N portfolio strategy?. *Review of Financial Studies*, *22*(5), 1915-1953.

Harvey, C. R., Liechty, J. C., Liechty, M. W., ve Müller, P. (2010). Portfolio selection with higher moments. *Quantitative Finance*, *10*(5), 469-485.

Ijiri, Y. (1965). Management Goals and Accounting for Control, North Holland, Amsterdam.

Jääskeläinen, V. (1969). A goal programming model of aggregate production planning. *The Swedish Journal of Economics*, 14-29.

Jana, P., Roy, T. K., ve Mazumder, S. K. (2007). Multi-objective mean-variance-skewness model for portfolio optimization. *Advanced Modeling and Optimization*, *9*(1), 181-193.

Jurczenko, E., Maillet, B. B., ve Merlin, P. (2005). Hedge funds portfolio selection with higher-order moments: a non-parametric mean-variance-skewness-kurtosis efficient frontier. *Available at SSRN 676904*.

Kemalbay, G., Özkut, C. M., ve Franko, C. (2011). Portfolio selection with higher moments: A polynomial goal programming approach to ISE-30 index. *Ekonometri ve Istatistik Dergisi*, (13), 41-61

Konno, H., ve Suzuki, K. I. (1995). A mean-variance-skewness portfolio optimization model. *Journal of the Operations Research Society of Japan*, *38*(2), 173-187.

Lai, K. K., Yu, L., ve Wang, S. (2006, June). Mean-variance-skewness-kurtosis-based portfolio optimization. In *Computer and Computational Sciences, 2006. IMSCCS'06. First International Multi-Symposiums on* (Vol. 2, pp. 292-297). IEEE.

Lai, T. Y. (1991). Portfolio selection with skewness: a multiple-objective approach. *Review of Quantitative Finance and Accounting*, *1*(3), 293-305.

Leung, M. T., Daouk, H., ve Chen, A. S. (2001). Using investment portfolio return to combine forecasts: A multiobjective approach. *European Journal of Operational Research*, *134*(1), 84-102.

Maringer, D., ve Parpas, P. (2009). Global optimization of higher order moments in portfolio selection. *Journal of Global Optimization*, *43*(2-3), 219-230.

Markowitz, H. (1952). Portfolio selection. *The journal of finance*, *7*(1), 77-91.

Markowitz, H. M. (1991). Foundations of portfolio theory. *The journal of finance*, *46*(2), 469-477.

Mhiri, M., ve Prigent, J. L. (2010). International portfolio optimization with higher moments. *International Journal of Economics and Finance*, *2*(5), 157-169

Prakash, A. J., Chang, C. H., ve Pactwa, T. E. (2003). Selecting a portfolio with skewness: Recent evidence from US, European, and Latin American equity markets. *Journal of Banking & Finance*, *27*(7), 1375-1390.

Romero, C. (1986). A survey of generalized goal programming (1970–1982). *European Journal of Operational Research*, *25*(2), 183-191.

Samuelson, P. A. (1970). The fundamental approximation theorem of portfolio analysis in terms of means, variances and higher moments. *The Review of Economic Studies*, *37*(4), 537-542.

Simkowitz, M. A., ve Beedles, W. L. (1978). Diversification in a three-moment world. *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, *13*(05), 927-941.

Singleton, J. C., ve Wingender, J. (1986). Skewness persistence in common stock returns. *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, *21*(03), 335-341.

Steinbach, M. C. (2001). Markowitz revisited: Mean-variance models in financial portfolio analysis. *SIAM review*, *43*(1), 31-85.

Tamiz, M., Jones, D. ve Romero, C. (1998). Goal programming for decision making: An overview of the current state-of-the-art. *European Journal of operational research*, *111*(3), 569-581.

Tayi, G. K., ve Leonard, P. A. (1988). Bank balance-sheet management: An alternative multi-objective model. *Journal of the Operational Research Society*, *39*(4), 401-410.

Usta, I., ve Kantar, Y. M. (2011). Mean-variance-skewness-entropy measures: A multi-objective approach for portfolio selection. *Entropy*, *13*(1), 117-133.

Yue, W., ve Wang, Y. (2017). A new fuzzy multi-objective higher order moment portfolio selection model for diversified portfolios. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, *465*, 124-140.

Zanakis, S. H. ve Gupta, S. K. (1985). A categorized bibliographic survey of goal programming. *Omega*, *13*(3), 211-222.

Watanabe Y. (2006), "Is Sharpe Ratio Still Effective?", *Journal of Performance Measurement*, vol. 11, 55-66.

EKLER

Ek 1: Portföy Modelleri ve Portföylerde Yer Alan Hisse Senetlerinin Oranları

Hisse Senetleri	EAM	PHP	KHP
AKBNK	0.071429	0.10975	0.0869013
ARCLK	0.071429	0.021624	0.058188645
DOHOL	0.071429	0.070782	0.062580164
ENKAI	0.071429	0.042845	0.048206152
EREGL	0.071429	0.157853	0.098888529
GARAN	0.071429	0.018516	0.062823038
KRDMD	0.071429	0.011217	0.050781792
OTKAR	0.071429	0.132359	0.099100207
PETKM	0.071429	0.203292	0.102411526
SAHOL	0.071429	0.027435	0.073068011
SISE	0.071429	0.033551	0.061590134
THYAO	0.071429	0.097712	0.072557134
TOASO	0.071429	0.027986	0.062415303
YKBNK	0.071429	0.045078	0.060488066

Ek 2: Portföy modellerinin Ocak 2016 – Kasım 2016 Aylık Gerçekleşen Getiri Oranları

Aylar	EAM	PHP	KHP
1	-0.01125	-0.04423	-0.0163721
2	0.041431	0.032665	0.03845084
3	0.1137	0.122371	0.11839725
4	0.021611	0.027482	0.02458723
5	-0.0713	-0.06648	-0.0699401
6	-0.01614	-0.03086	-0.0180741
7	0.025579	0.053996	0.03030345
8	0.048833	0.051477	0.04585814
9	-0.02189	-0.02609	-0.0217726
10	-0.00777	-0.00486	-0.016115
11	-0.04567	-0.02228	-0.0337129