

Trigonometrik Eğri Uydurma: Akşehir İlçesinde Hava Sıcaklık Verileri Üzerine Bir Uygulama

Resul KAV¹, Şenol ÇELİK^{2*}, İsmail KESKİN³

Öz

Bu çalışmada, Türkiye'nin Konya ilinin Akşehir ilçesinin ortalama sıcaklık değerleri, trigonometrik fonksiyon kullanılarak analiz edilmiştir ve modellenmiştir. Akşehir ilçesinde Ocak 1960'dan Aralık 2021'e kadar olan zaman içinde ortalama sıcaklık değerlerinin karesel hataların toplamını en aza indirmek ve belirleme katsayısını (R^2) maksimuma çıkarmak için trigonometrik eğri tahmin edildi. Dönem boyunca en düşük sıcaklıklar Aralık, Ocak ve Şubat aylarında olmuştur. Mart, Nisan ve Mayıs aylarında sıcaklıklar hafif yükselirken, Haziran, Temmuz ve Ağustos aylarında en yüksek seviyede, Eylül, Ekim ve Kasım aylarında ise gerileme olmuştur. Bu durum her yıl periyodik olarak devam etmiştir. Fourier serileri kullanılarak oluşturulan trigonometrik fonksiyona en küçük kareler yöntemi ile eğri uydurma modelinin sıcaklık tahmin modelleri için uygun ve kullanışlı olduğu sonucuna varılmıştır.

Anahtar Kelimeler: Fourier serileri, Periyod, Sıcaklık, Akşehir.

Trigonometric Curve Fitting: An Application on Air Temperature Data in Akşehir District

Abstract

In this study, the mean temperature values of Akşehir district of Konya province, Turkey, were analyzed and modelled using the trigonometric function. The trigonometric curve was estimated to minimize the sum of squared errors and maximize the coefficient of determination (R^2) of the mean temperature values in Akşehir district over the period from January 1960 to December 2021. The lowest temperatures during the period were in December, January and February. Temperatures increased slightly in March, April and May, peaked in June, July and August, and decreased in September, October and November. This situation continued periodically every year. It is concluded that the curve fitting model with the least squares method to the trigonometric function created using Fourier series is suitable and useful for temperature forecasting models.

Keywords: Fourier series, Period, Temperature, Akşehir.

¹Meteoroloji Genel Müdürlüğü 8. Bölge Müdürlüğü, Meram-Konya, Türkiye, rkav@mgm.gov.tr

²Bingöl Üniversitesi, Ziraat Fakültesi Zootečni Bölümü, Biyometri ve Genetik ABD, Bingöl, Türkiye, senolcelik@bingol.edu.tr

³Selçuk Üniversitesi, Ziraat Fakültesi Zootečni Bölümü, Biyometri ve Genetik ABD, Konya, Türkiye, iceskin@selcuk.edu.tr

*Sorumlu Yazar/Corresponding Author

1. Giriş

Belirli zaman aralıklarında kendini tekrar eden sürece periyodiklik, eğer bu durumu gerçekleyen bir fonksiyon mevcut ise bu tür fonksiyona da periyodik fonksiyon denir. Matematik, Fizik, Kimya, Biyoloji gibi birçok disiplinde periyodik olan çok sayıda olay vardır.

Periyodik olayları ifade etmek için kullanılan bir sınıf fonksiyon da trigonometrik fonksiyonlardır. Örneğin doğada basit periyodik olaylar, matematik olarak sinüs ve kosinüs fonksiyonları ile ifade edilebilir. Fiziksel olarak meydana gelen bir diyapozonun titreşimleri bunlara bir örnektir. Eğer olay n defa tekrarlanırsa basit titreşimleri gösteren fonksiyon

$$A \sin 2\pi nt \text{ veya } A \cos 2\pi nt \quad (1)$$

ifadelerinden oluşmaktadır. Bu nedenle periyodik fonksiyonları bir trigonometrik seri ile gösterme gereği duyulmuştur (Yarasa, 1976).

Klasik Fourier serisi teorisinin temel biçimi

$$\frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos nx + b_n \sin nx) \quad (2)$$

olarak yazılan serilerin özelliklerini incelemekten ibarettir (Altın, 2011).

Trigonometrik fonksiyonları kullanarak elde edilen istatistiksel modellere ilişkin ilginç çalışmalara ulaşılmıştır. B. Taylor, titreşimi temsil eden bir diferansiyel denklem çözümünün bir sinüs eğrisi olduğunu tespit etmiştir. D'Alembert ve L. Euler gibi matematikçiler titreşim dizisini bir diferansiyel denklem olarak ifade etmişler ve J. B. Fourier, titreşim dalgalarını trigonometrik fonksiyonları kullanarak tanımlamıştır (Devlin, 2000).

Trabzon ilinde tutulan 38 yıllık yağış kayıtlarından yararlanılarak, yağış miktarlarının aylık ortalamalara göre yaklaşık olarak çizilen eğri Fourier serileri kullanılarak hesaplanmıştır (Türker, 1982). Bir çalışmada Bingöl ilinde 2010 Ocak-2020 Aralık döneminde rüzgar hızı değişimi sinüslü ve kosinüslü fonksiyonların bulunduğu Fourier serileri ile modellenmiştir (İnan ve Çelik, 2022). Bir diğer çalışmada Ocak 2016-Aralık 2018 döneminde elektrik enerjisi tüketim verileri üzerinde çalışılmış ve tahminleme başarısı yüksek bir tahmin yöntemi belirlemek üzere analizler yapılmıştır. Tahminleme yaklaşımı olarak En Küçük Kareler Yöntemi kullanılarak Fourier Analizi ve Winters' Yöntemi kullanılmıştır (Özkan ve ark., 2020). Koyun ve Doğan (2020)'ın çalışmasında Türkiye'de bulunan Göller Bölgesi illerinin (Afyon, Antalya, Burdur, Isparta, Konya) 2009-2018 dönemine ait sıcaklık, maksimum-minimum sıcaklık, nispi nem ve aktüel basınç parametreleri incelenerek matematiksel bir model oluşturulmuştur. Eğri uydurmak için Gauss, Sinüslerin toplamı ve Fourier modelleri kullanılarak matematiksel bir model oluşturulmuştur.

Bir diğer çalışmada Azerbaycan'ın enflasyon döngüsü ve matematiksel yöntemlerin tahmin kalitesi araştırılmıştır. Enflasyonist süreçlerin tahmininde SARIMAX modeli ve genişletilmiş Fourier

serisi model uygulanmıştır. Fourier serisi modeli, modeldeki ekonomik şokları göz önünde bulundurmak için EFS modeli - Genişletilmiş Fourier serisi modeli ile genişletilmiştir (Oğlu, 2016).

Eskişehir ilinde konutlarda kullanılan doğal gaz tüketim miktarının tahmin edilmesinde sinüslü ve kosinüslü parametrelerin dahil edildiği bir trigonometrik eğri modeli oluşturulmuştur. Kullanılan modelin iyi sonuçlar vererek doğal gaz tüketim ve talep tahmini için kullanışlı bir yöntem olduğu bildirilmiştir (Aras ve Aras, 2005).

Buccini ve ark. (2024)'nin çalışmasında, düzlemdeki veri noktalarına daireler ve elipsler gibi trigonometrik eğrileri uydurmak için yeni yöntemler geliştirilmiştir. Daireleri uydurmak için doğrudan bir yöntem ve trigonometrik polinomlara dayalı elips ve dambıl eğrilerini uydurmak için iki yinelemeli yöntem önerilmiştir. Bu yöntemler, verilen veri noktaları ile uydurulan eğriler arasındaki karesel geometrik uzaklıkların toplamını etkili bir şekilde en aza indirmektedir.

Birçok alanda geniş uygulaması bulunan Fourier serileri ve trigonometrik eğriler meteorolojik olaylarla da uygulanmaktadır. Bu çalışmanın amacı Akşehir ilçesinin aylara göre hava sıcaklık verilerinin trigonometrik eğri uydurulmasıyla incelenmesi ve uygun trigonometrik modelinin oluşturulmasıdır.

2. Materyal ve Metot

2.1. Materyal

Çalışmanın materyali, Çevre, Şehircilik ve İklim Değişikliği Bakanlığı Meteoroloji Genel Müdürlüğü'nün Konya meteoroloji istasyonundan alınan verilerden oluşmaktadır. Akşehir ilçesinin aylık sıcaklık değerleri 1960 Ocak-2021 Aralık ayları arasında ölçülen aylık ortalama sıcaklık ($^{\circ}\text{C}$) verilerinden oluşmaktadır. (Çevre, Şehircilik ve İklim Değişikliği Bakanlığı, 2022). Çalışmada Türkiye'nin yüzölçümü bakımından en büyük ili olan Konya'nın Akşehir ilçesinin aylık hava sıcaklık verilerinin analizi yapılmıştır. Türkiye İstatistik Kurumu (TÜİK) tarafından yayınlanan 2023 yılı Adrese Dayalı Nüfus Kayıt Sistemi (ADNKS)'ne göre Akşehir'in nüfusu 92946'dır (TÜİK, 2023). Karayolları Genel Müdürlüğü'nün www.kgm.gov.tr web sitesinde "mesafe sorgulama" menüsünde Akşehir-Konya arası uzaklık 135 km olarak tespit edilmiştir (KGM, 2024).

2.2. Yöntem

Herhangi bir $f(x)$ fonksiyonunun Fourier serisi ile yaklaşık ifade edilebilmesi için, istenilen aralıkta sürekli olduğu her noktada fonksiyonun tek değerli olması, istenilen aralıkta sonlu ve sürekli olması, istenilen aralıkta sonlu sayıda maksimum veya minimum değerleri alması gibi şartların

sağlanması gerekir (Bayram, 2002). Bu şartlar altında Fourier serileri fonksiyonunun sürekli olduğu yerde $f(x)$ 'e yakınsar. Süreksizlik noktalarında ise seri fonksiyonun sağdan ve soldan limitlerinin aritmetik ortalamasına yakınsar (Buttkus, 2000).

$f(x)$ fonksiyonu $(-L,L)$ aralığında tanımlı ve bu aralık dışında $f(x + 2L) = f(x)$ ile tanımlanmış olsun, yani $2L$ periyoduna sahip olsun. Bir Fourier serisi

$$f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \left(a_n \cos \frac{n\pi x}{L} + b_n \sin \frac{n\pi x}{L} \right) \quad (3)$$

ile verilir. Burada a_0 , a_n ve b_n Fourier katsayıları

$$a_0 = \frac{1}{L} \int_{-L}^L f(x) dx \quad (4)$$

$$\begin{cases} a_n = \frac{1}{L} \int_{-L}^L f(x) \cos \frac{n\pi x}{L} dx \\ b_n = \int_{-L}^L f(x) \sin \frac{n\pi x}{L} dx \end{cases} \quad n = 0,1,2, \dots \quad (5)$$

ile verilir. Eşitlik 4'deki sabit terim

$$\frac{a_0}{2} = \frac{1}{2L} \int_{-L}^L f(x) dx \quad (6)$$

Eşitlik (6) ifadesine eşittir. Bu, bir periyot üzerinde $f(x)$ 'in ortalamasıdır. Eğer $L=\pi$ ise fonksiyon 2π periyoduna sahiptir (Spiegel, 1963).

Bu özellikler göz önüne alınarak herhangi bir $f(x)$ fonksiyonu,

$$f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos nx + b_n \sin nx) \quad (7)$$

şeklinde Fourier serisine açılabilir. Bu şekildeki seriye trigonometrik seri denir (Khuri, 2003). Fourier serisi üzerinde $[-\pi, \pi]$ aralığında terim terime integral alınarak ve Eşitlik 4'te verilen ortogonallik bağıntıları da dikkate alınarak a_n ve b_n katsayıları

$$a_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \cos n\pi dx \quad (n = 0,1,2, \dots) \quad (8.a)$$

$$b_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \sin n\pi dx \quad (n = 0,1,2, \dots) \quad (8.b)$$

şeklinde hesaplanır (Rudin, 1953). a_0 katsayısı ise

$$a_0 = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) dx \quad (9)$$

dir.

Eğer $f(x)$ fonksiyonu sürekli olmayıp, n tane eşit aralıklı ayırık noktalardaki değerleri olarak verilirse toplam sembolleri kullanılır. Özellikle x değişkeninin artan değerleri karşısında y değişkeninin değerleri periyodik bir değişim gösteriyorsa, matematiksel model olarak kesikli Fourier serisi seçilir. Serinin herhangi bir parametresindeki yıllık periyodun etkisi ile oluşan periyodik bileşen, Eşitlik 10 ile açıklanır.

$$y_i = a_0 + \sum_{k=1}^m \left[a_k \cos\left(\frac{2\pi}{T} k_{xi}\right) + b_k \sin\left(\frac{2\pi}{T} k_{xi}\right) \right] + \varepsilon_i \quad (10)$$

şeklinde olur. Burada y_i : Parametrenin ortalama değeri, m : Önemli harmonik sayısı, a_k ve b_k : Fourier katsayıları, T : periyottur (Salas ve Yevjevich, 1972). Eşitlik 4'te verilen ε_i olan i zamandaki artık (hata) değeridir (Bloomfield, 2000).

Bir seride hem trend hem de mevsimsel dalgalanma varsa, uygulanacak regresyon modeli

$$Y_t = a + \sum_{i=1}^m b_i t^i + \sum_{i=1}^{\lfloor s/2 \rfloor} \left[c_i \sin\left(\frac{2\pi i t}{s}\right) + d_i \cos\left(\frac{2\pi i t}{s}\right) \right] + \varepsilon_t \quad (11)$$

şeklindedir. Burada m , serinin polinom derecesidir. Burada, $\sum_{i=1}^m b_i t^i$ toplamı ile serinin trend bileşeni açıklanmaktadır. Bu eşitlikte s , periyot olmak üzere $\lfloor s/2 \rfloor$ periyodun yarısının tamsayı kısmıdır. Burada j indisli toplam serinin mevsimsel bileşenidir. Bu bilgilere göre sinüs ve kosinüs fonksiyonu çiftine harmonik denir.

Mevsimsel serilere uygulanan regresyon analizinde katsayılar en küçük kareler yöntemi kullanılarak

$$\beta = (X'X)^{-1}X'Y \quad (12)$$

(12) formülüyle bulunur. Toplamsal modelde, doğrusal trend ve bir harmonik olduğunda,

$$\beta = \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{bmatrix} \quad (13)$$

ve

$$X = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \sin(2\pi/s) & \cos(2\pi/s) \\ 1 & 2 & \sin(4\pi/s) & \cos(4\pi/s) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & T & \sin(2\pi T/s) & \cos(2\pi T/s) \end{bmatrix}_{T \times 4} \quad (14)$$

şeklindedir (Kadırlar, 2009).

Modelin başarı ölçütlerinin değerlendirilmesinde belirleme katsayısı (R^2) ve hata kareler ortalaması (HKO) kullanılmıştır (Groebner ve ark., 2001; Takma ve ark., 2012).

$$R^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y})^2}{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y}_i)^2} \quad (15)$$

$$HKO = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y})^2 \quad (16)$$

3. Bulgular ve Tartışma

Akşehir ilçesinin aylara göre sıcaklık ($^{\circ}\text{C}$) için ortalama, standart sapma, standart hata, minimum ve maksimum değerlerden oluşan tanımlayıcı istatistikler Tablo 1’de sunulmuştur.

Tablo 1. Akşehir ilçesi aylık ortalama sıcaklık ($^{\circ}\text{C}$) tanımlayıcı istatistikler

Aylar	\bar{X}	ss	$s_{\bar{x}}$	Minimum	Maximum
Ocak	0,963	2,977	0,378	-5,20	6,10
Şubat	2,600	2,788	0,354	-4,30	8,10
Mart	6,365	2,104	0,267	0,50	12,10
Nisan	11,132	1,788	0,227	7,20	15,80
Mayıs	15,621	1,387	0,176	12,30	18,80
Haziran	19,468	1,052	0,134	17,40	22,00
Temmuz	22,745	1,417	0,180	19,50	25,20
Ağustos	22,613	1,583	0,201	19,30	26,70
Eylül	18,603	1,437	0,182	15,30	22,30
Ekim	13,215	1,853	0,235	10,00	17,00
Kasım	7,515	2,076	0,264	2,30	12,60
Aralık	3,045	2,383	0,303	-2,00	7,80
Genel	11,990	7,813	0,286	-5,20	26,70

\bar{X} : Ortalama, ss: Standart sapma, $s_{\bar{x}}$: Standart hata.

Tablo 1 incelendiğinde, Akşehir’de ortalama sıcaklığın en fazla olduğu aylar sırasıyla Temmuz (22,745), Ağustos (22,613) ve Haziran (19,468) aylarıdır. En düşük sıcaklığın görüldüğü aylar ise sırasıyla Ocak (0,963), Şubat (2,600) ve Aralık (3,045) aylarıdır. 1960 Ocak-2021 Aralık dönemine ait ortalama sıcaklık ile ilgili olarak

$$y_i = a_0 + a_1 \sin \theta_i + a_2 \cos \theta_i \quad (17)$$

şeklinde bir trigonometrik eğri uyumu yapılacaktır. Aylık seri olduğundan dolayı, serinin periyodu $T=12$ 'dir.

$$\theta_i = \frac{2\pi}{12}t_i = \frac{\pi}{6}t_i, \quad i = 1, 2, \dots, 12 \quad (18)$$

dönüşümü yapılır. Dönüşüm sonucu elde edilen $\sin\theta_i$ ve $\cos\theta_i$ değerleri Tablo 2'de verilmiştir.

Tablo 2. t_i değerlerine göre oluşturulan sinüs ve kosinüs değerleri

t_i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
θ_i	$\pi/6$	$\pi/3$	$\pi/2$	$2\pi/3$	$5\pi/6$	π	$7\pi/6$	$4\pi/3$	$3\pi/2$	$5\pi/3$	$11\pi/6$	2π
$\sin \theta_i$	0,5	0,87	1	0,87	0,5	0	-0,5	-0,87	-1	-0,87	-0,5	0
$\cos \theta_i$	0,87	0,5	0	-0,5	-0,87	-1	-0,87	-0,5	0	0,5	0,87	1

Tablo 2'deki değerler ile sıcaklık değerler birlikte kullanıldığında elde edilen trigonometrik eğriye ait parametre tahminleri Tablo 3'te sunulmuştur.

Tablo 3. Akşehir ilçesindeki sıcaklık için oluşturulan trigonometrik eğrinin parametre tahmini

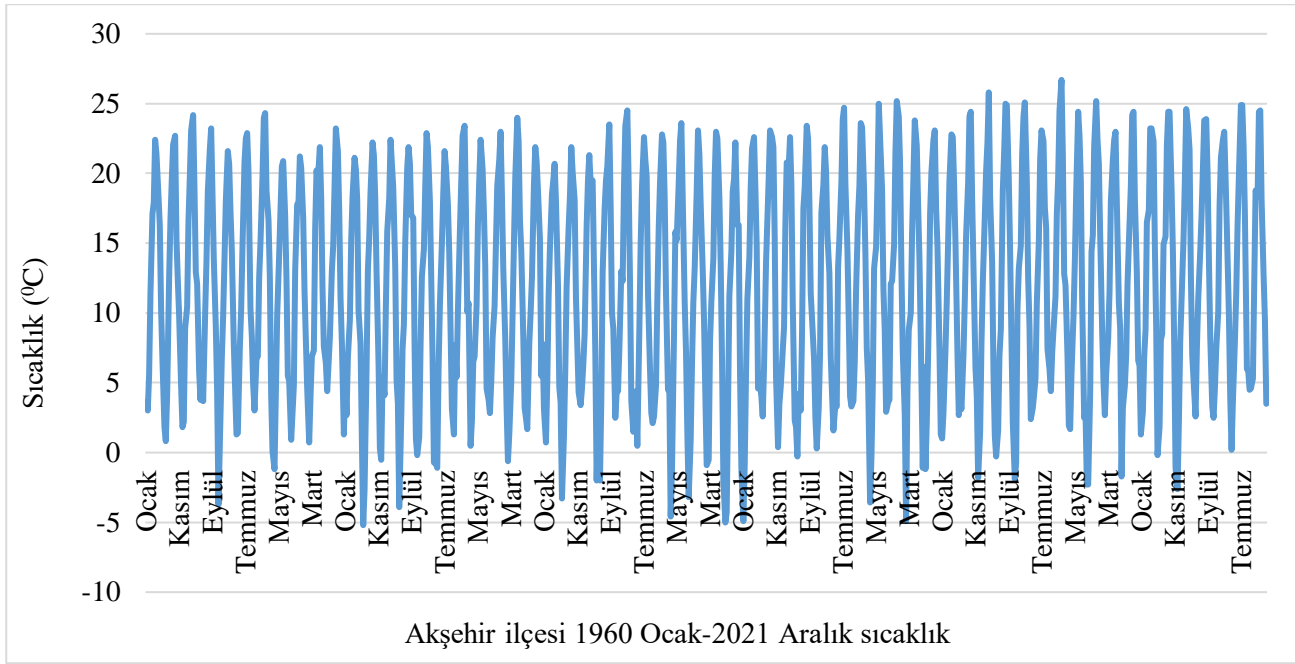
Parametre	Katsayı	Standart Hata	t	p	Collinearity Statistics	
Sabit	11,407	0,148	76,915	0,001	Tolerance	VIF
t	0,002	0,0003	4,540	0,001	1,000	1,000
$\sin \theta_i$	-6,367	0,105	-60,772	0,001	1,000	1,000
$\cos \theta_i$	-8,544	0,105	-81,560	0,001	1,000	1,000

VIF: Varyans büyütme faktörü

Tablo 3'te görüldüğü gibi, elde edilen trigonometrik eğriye ait tüm parametre tahminleri anlamlı bulunmuştur ($p < 0,001$ ve $p < 0,01$). Buna göre

$$Y = 11,407 + 0,002t - 6,367 \sin\left(\frac{2\pi t}{12}\right) - 8,544 \cos\left(\frac{2\pi t}{12}\right) + \varepsilon \quad (19)$$

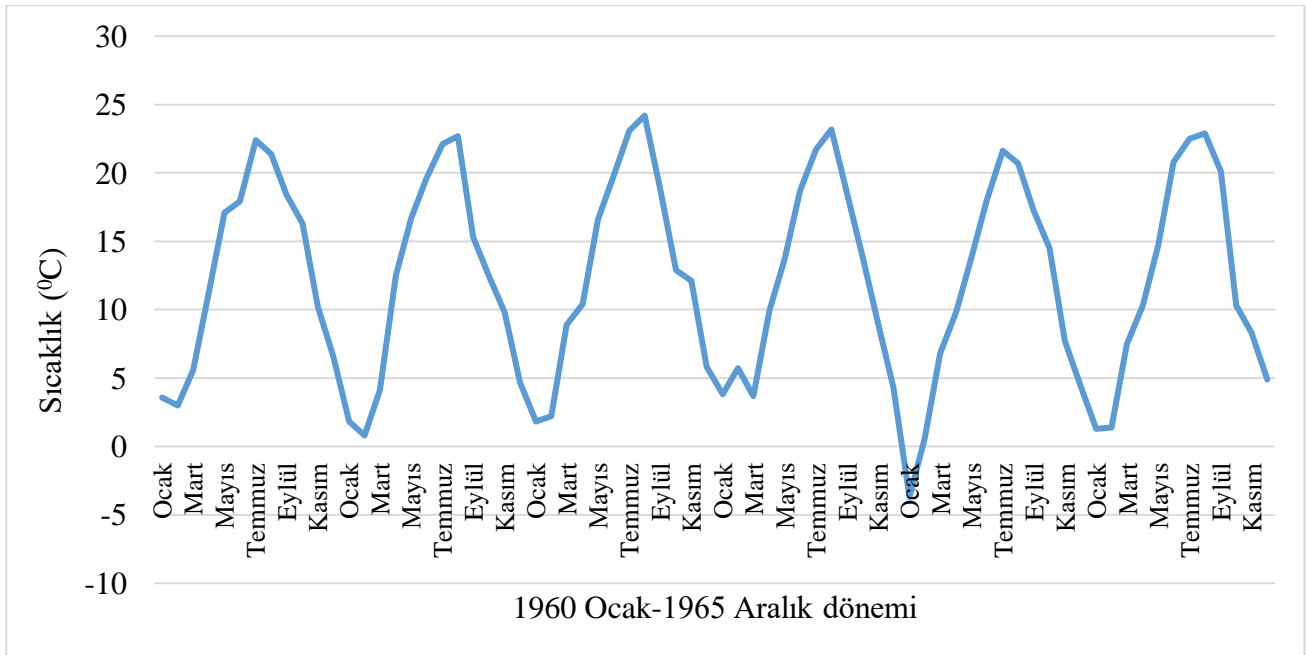
şeklinde trigonometrik eğri oluşmuştur. Modelin genel anlamlılığı incelenmiştir. $F=3456,977$ ve $p < 0,001$ olduğundan model istatistiksel olarak önemlidir. Belirleme katsayısı (R^2) 0,9334, düzeltilmiş belirleme katsayısı ($\bar{R}^2 = 0,9331$) ve Hata Kareler Ortalaması (HKO)=4,082 bulunmuştur. Bu durumda sıcaklık bağımsız değişkenler yani trend, sinüs ve kosinüs değişkenleri tarafından %93,34 oranında açıklanabilmektedir. Ayrıca modelde çoklu doğrusal bağlantı sorunu olup olmadığı da incelenmiş olup, tüm parametrelere ait tolerans ve varyans büyütme faktörü (VIF) değerleri 1 bulunmuştur. Dolayısıyla oluşturulan trigonometrik eğri modelinde çoklu doğrusal bağlantı sorunu bulunmamaktadır. Elde edilen trigonometrik eğri Şekil 1'de daha net görülmektedir.



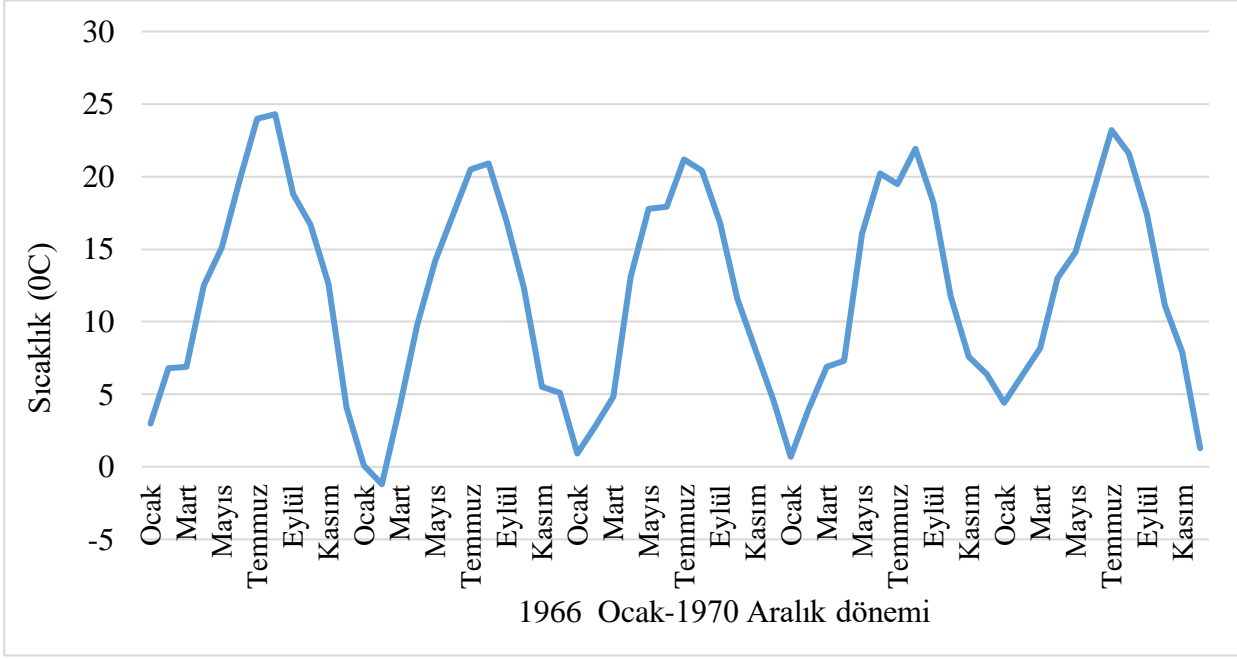
Şekil 1. Akşehir’de 1960-2021 yılları arası aylara göre sıcaklık (°C)

Şekil 1’de görüldüğü gibi genel olarak sıcaklık (°C) değerleri Mart ayından Ağustos ayına kadar artış eğiliminde iken, Eylül ayından Şubat ayına kadar düşüş eğiliminde seyretmiştir. Bu durum ilerleyen yıllarda da benzer şekilde seyrederek periyodik bir şekilde devam etmiştir. Bu nedenle sinüslü ve kosinüslü terimlerin bulunduğu bir trigonometrik bir eğri elde edilmiştir.

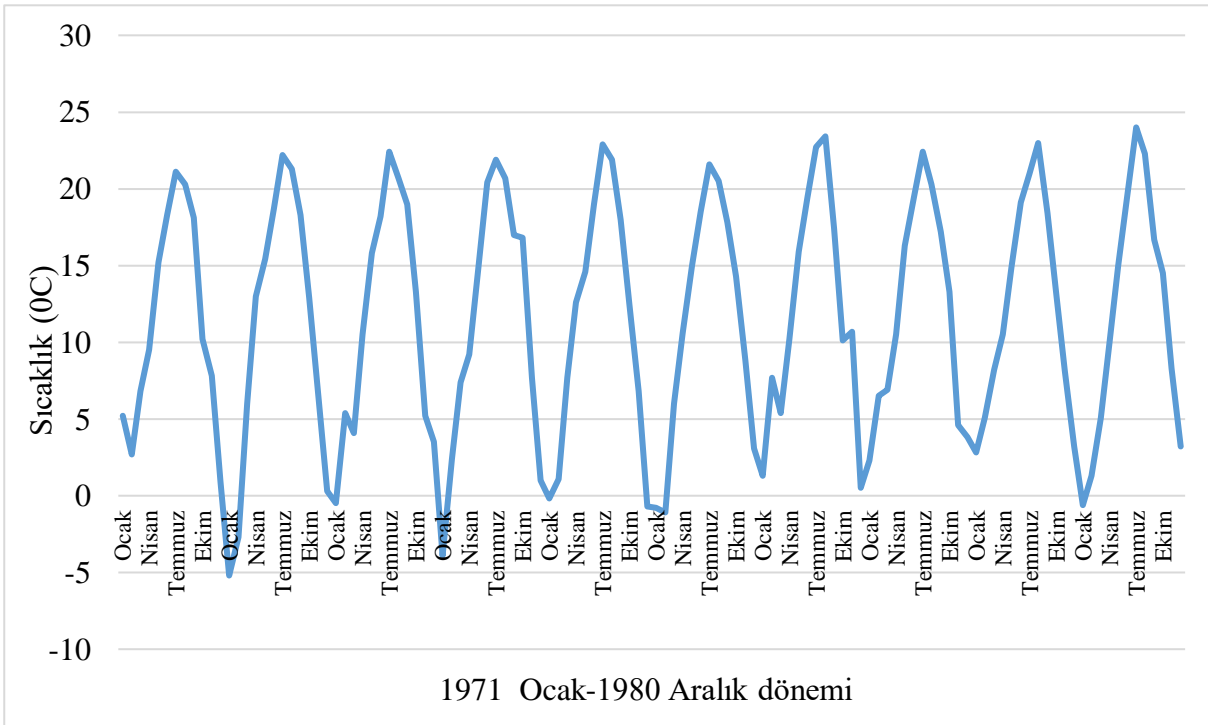
Serilerde trigonometrik eğrinin seyrini daha belirgin görebilmek amacıyla, serinin farklı dönemlere ayrılarak sıcaklık değerlerinin farklı şekilleri gösterilmiştir (Şekil 2-8).



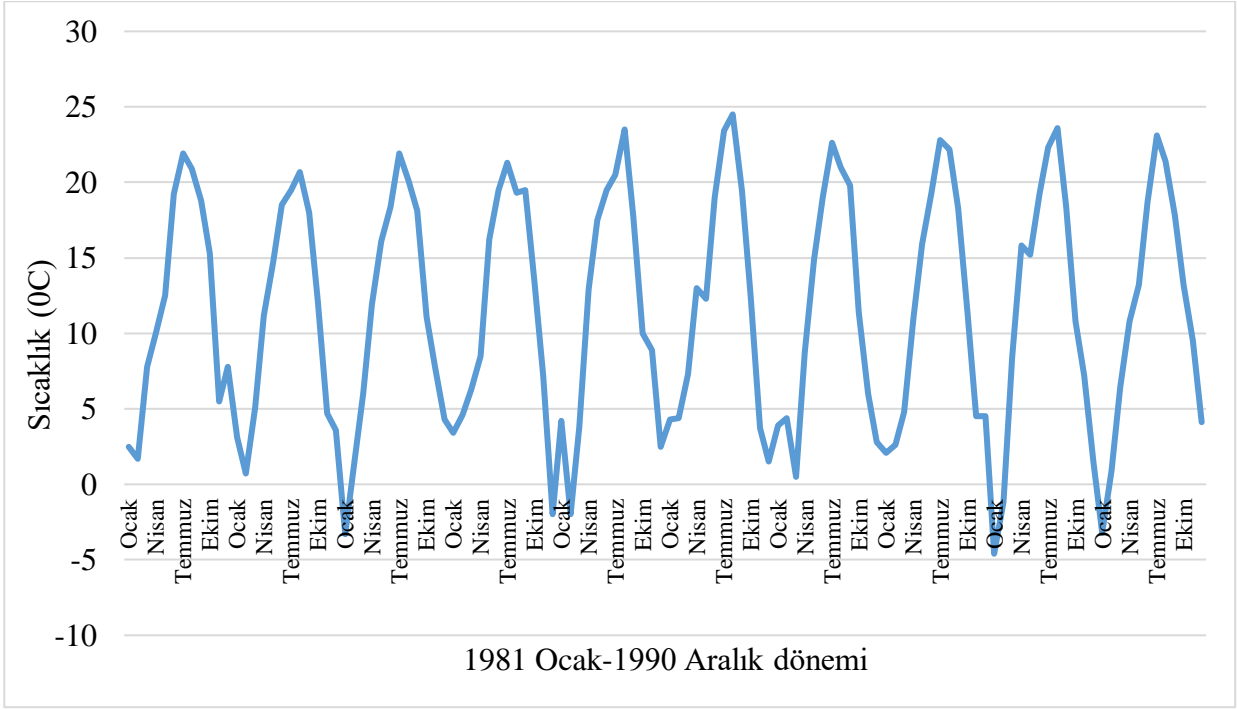
Şekil 2. Akşehir ilçesi 1960 Ocak-1965 Aralık dönemi sıcaklık



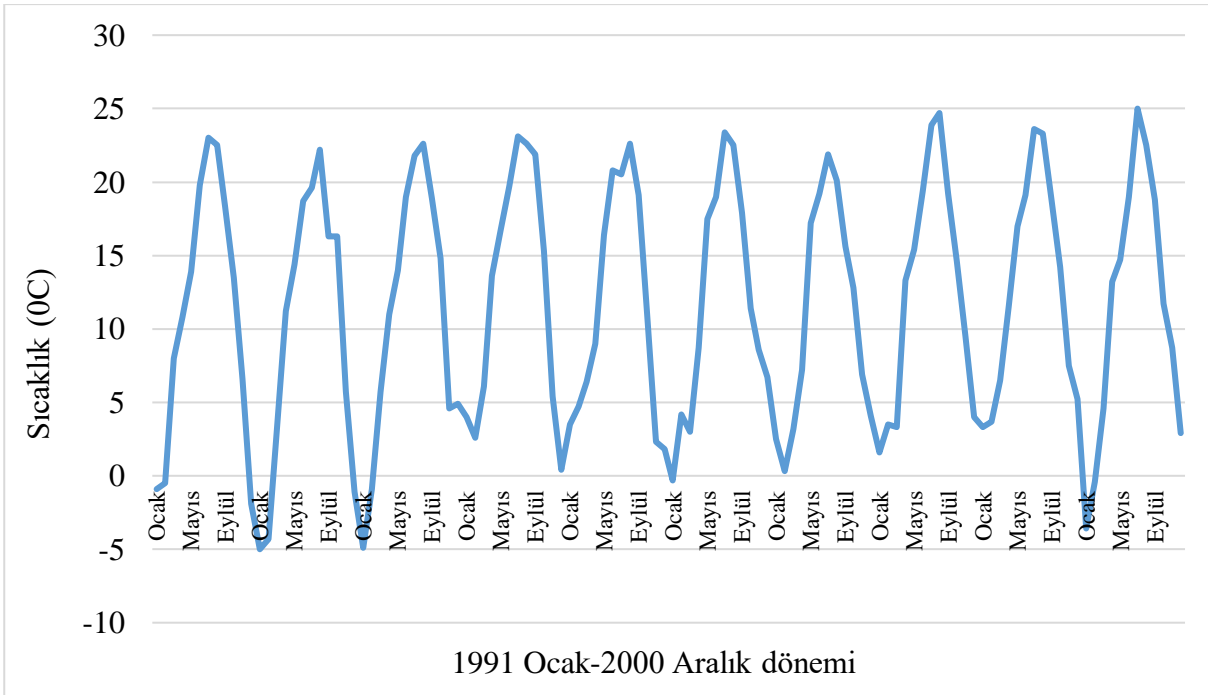
Şekil 3. Akşehir ilçesi 1966 Ocak-1970 Aralık dönemi sıcaklık



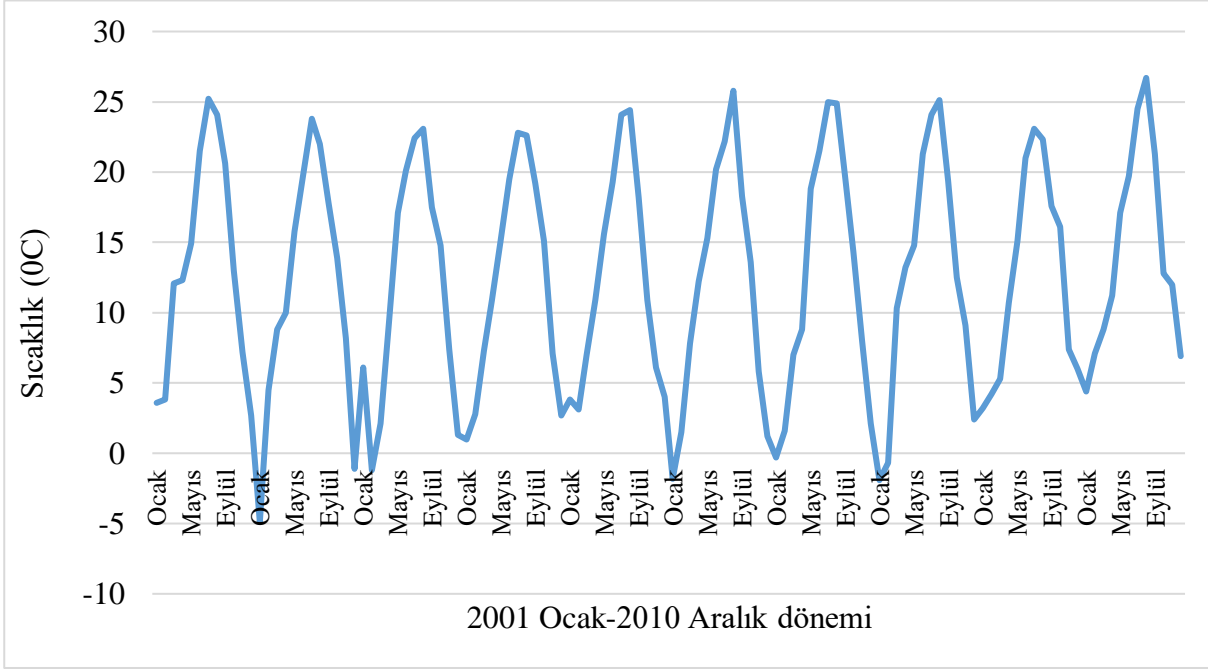
Şekil 4. Akşehir ilçesi 1971 Ocak-1980 Aralık dönemi sıcaklık



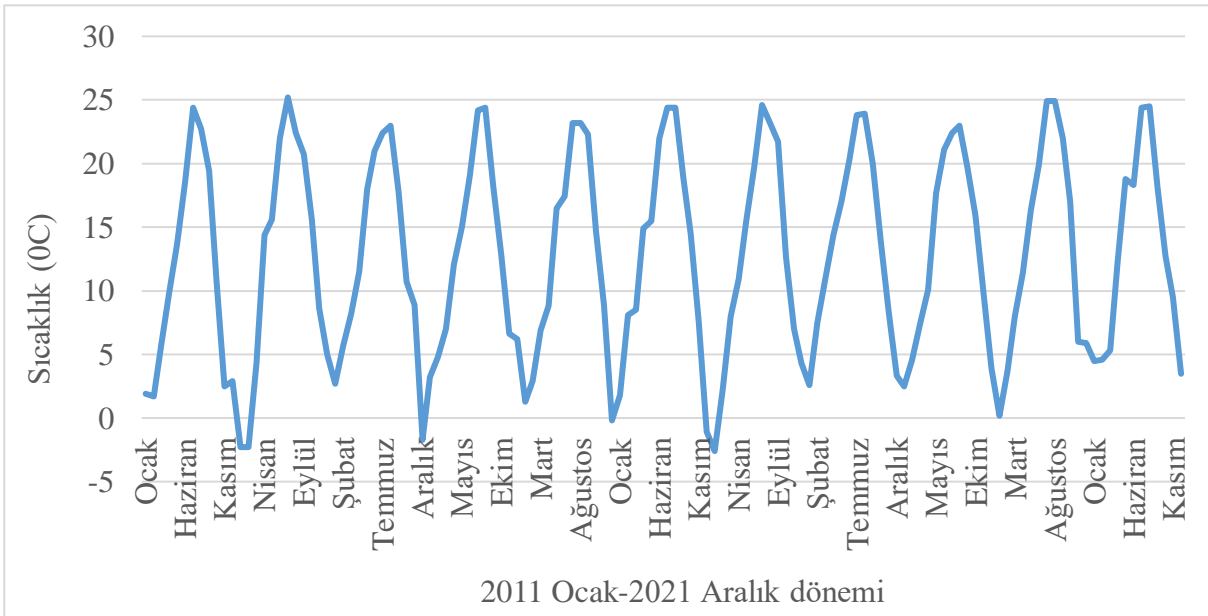
Şekil 5. Akşehir ilçesi 1981 Ocak-1990 Aralık dönemi sıcaklık



Şekil 6. Akşehir ilçesi 1991 Ocak-2000 Aralık dönemi sıcaklık



Şekil 7. Akşehir ilçesi 2001 Ocak-2010 Aralık dönemi sıcaklık



Şekil 8. Akşehir ilçesi 2011 Ocak-2021 Aralık dönemi sıcaklık

İnan ve Çelik (2022)'nin çalışmasında, Fourier serileri kullanılarak Bingöl ilinde 2010 Ocak-2020 Aralık döneminde aylık ölçülen rüzgar hızı (m/s) verileri analiz edilmiştir. Verilere trigonometrik eğri uydurulması sonucunda $R^2=0,638$ olarak hesaplanmıştır. Bu çalışmada elde edilen R^2 değeri çok daha yüksektir. Bir diğer çalışmada 2016 Ocak 2018 Aralık arası 36 aylık dönemi aylık

elektrik tüketimi verilerinde En Küçük Kareler Yöntemi ile Fourier Analizi sonucu trigonometrik bir eğri modeli oluşturulmuştur. Uyum iyiliği istatistikleri incelendiğinde yazarların çalışmasında hesaplanan HKO değeri bu çalışmada elde edilen HKO değerinden çok daha yüksektir. Dolayısıyla bu çalışmadaki model uyumunun daha iyi olduğu görülmüştür.

Bir çalışmada, Göller Bölgesinin aylık ortalama aktüel basıncı için 3. Terimli Fourier modeli uygulanmıştır. Oluşturulan Fourier modelinin parametrelerinin katsayıları istatistiksel olarak anlamlı ve model uygun bulunmuştur. Afyon, Antalya, Burdur, Isparta ve Konya illeri için 5 ayrı Fourier modeli oluşturulmuş olup, bu modellere ait R^2 değerleri 0.991-0.998 aralığında hesaplanmıştır. Bu çalışmada bulunan R^2 değerleri ile uyumludur (Koyun ve Doğan, 2020).

Aras ve Aras (2005)'in çalışmasında, doğalgaz tüketim miktarı modeline trigonometrik değişkenlerin eklenmesiyle gaz tüketiminin bağımsız değişkenlerce açıklanabilme oranı %92'dir. Belirleme katsayısı sonucu bakımından bu çalışma sonucuyla uyumludur.

Bir diğer çalışmada, En Küçük Kareler Yöntemi uygulanarak bulunan a_k ve b_k katsayıları ve 5 harmonik seçilerek Fourier serilerinin uyumu araştırılmıştır. Ancak, $m=3$ için uygun trigonometrik fonksiyon bulunabileceği ve bulunan regresyon denkleminin varyasyonun büyük kısmını açıklayabileceği görülmüştür (Türker, 1982). Bu çalışmada ise $m=1$ harmonik ile uygun trigonometrik fonksiyon elde edilmiştir.

4. Sonuçlar ve Öneriler

Bu çalışmada, Akşehir ilçesinde 1960 Ocak-2021 Aralık dönemi ortalama sıcaklık değerleri trigonometrik fonksiyonlar ile modellendi. Trigonometrik eğri uydurulmasında verilere ait hata kareleri toplamı minimum ve belirleme katsayısı (R^2) maksimum olacak şekilde modeller denenmiştir. Akşehir ilçesinde incelenen dönem içinde hava sıcaklıklarının sürekli olarak Aralık, Ocak ve Şubat aylarında en düşük değerde olduğu, Mart, Nisan ve Mayıs aylarında yükselişe geçtiği, Haziran, Temmuz ve Ağustos aylarında en yüksek seviyeye ulaştığı ve Eylül, Ekim ve Kasım aylarında düşüşe geçtiği görülmüştür. Bu durum her yıl periyodik olarak devam etmiştir. Fourier serileri yardımıyla oluşturulan trigonometrik fonksiyonlara En Küçük Kareler Yöntemi (EKK) ile elde edilen modellerin parametre tahminleri istatistiksel olarak önemli bulunmuştur ($p<0.001$). Modelin genel anlamlılığını test eden F değerleri Akşehir ilçesi için oluşturulan modelde 3456,977 bulunmuştur ve istatistiksel olarak önemlidir ($p<0,001$). Akşehir ilçesi için oluşturulan hava sıcaklığı modeline ait R^2 değeri 0,9334; düzeltilmiş R^2 değeri ise 0,9331 olarak hesaplanmıştır. Dolayısıyla modelin anlamlı olduğu ve elde edilen tahminlerin güvenilir olduğu anlaşılmaktadır. Yapılan analizle, hava sıcaklığı tahmin modeli için trigonometrik eğri uydurulmasının uygun ve kullanışlı olduğu sonucu ortaya çıkmıştır. Ayrıca ortaya konulan bu modellerde hava sıcaklığının periyodikliği

belirlenmiştir. Bu çalışmanın diğer meteorolojik olayların olduğu çalışmalara da kullanılan yöntem olarak rehber olacağı önerilebilir.

Yazarların Katkısı

Tüm yazarlar çalışmaya eşit katkıda bulunmuştur.

Çıkar Çatışması Beyanı

Yazarlar arasında herhangi bir çıkar çatışması bulunmamaktadır.

Araştırma ve Yayın Etiği Beyanı

Yapılan çalışmada araştırma ve yayın etiğine uyulmuştur.

Kaynaklar

- Altın, A. (2011). Fourier Analizi. Gazi Kitabevi, Ankara.
- Aras, H. ve Aras, N. (2005). Eskişehir’de Konutsal Doğal Gaz Talebine Ekonomik Göstergelerin ve Dış Ortam Sıcaklığının Etkileri. *Mühendis ve Makine Dergisi*, 46(540), 20-27.
- Bayram, M. (2002). Fen ve Mühendisler İçin Nümerik Analiz. Aktif Yayınevi, İstanbul, 374-377.
- Bloomfield, P. (2000). Fourier analysis of Time Series an Introduction. John Wiley Sons, Inc, 9-14.
- Buccini, A., Chen, F., Cabbera, O. De la C. and Lothar, R. (2024). Fast alternating fitting methods for trigonometric curves for large data sets. *Applied Numerical Mathematics*, 1, 1-31. <https://doi.org/10.1016/j.apnum.2024.01.001>
- Buttkus, B. (2000). Spectral Analysis and Filter Theory in Applied Geophysics. Springer.
- Çevre, Şehircilik ve İklim Değişikliği Bakanlığı, (2022). Meteoroloji Genel Müdürlüğü. Aylık Ortalama Sıcaklık.
- Devlin, K. (2000). The math gene: How mathematical thinking evolved and why numbers are like gossip. Basic Books. Great Britain.
- Groebner, D.F., Shannon, P.W., Fry, P.C. and Smith, K.D. (2001). Business statistics. A Decision making approach, Upper Saddle River: Prentice Hall/Pearson.
- İnan, C. ve Çelik, Ş. (2022). Rüzgar Hızı Değişiminin Fourier Serileri ile Modellenmesi: Bingöl İli Örneği. *International Journal of Disciplines Economics and Administrative Sciences Studies*, 8(40), 291-297.
- Kadılar, C. (2009). SPSS Uygulamalı Zaman Serileri Analizine Giriş. Bizim Büro Kitabevi, s299, Ankara.
- KGM, (2024). Karayolları Genel Müdürlüğü. Mesafe Sorgulama. <https://www.kgm.gov.tr/sayfalar/Kgm/sitetr/uzakliklar/ilcedenilceyemesafe.aspx> (Erişim tarihi 29 Nisan 2024).
- Khuri, A.I. (2003). Advanced Calculus with Applications in Statistics. John Wiley Sons, Inc., Canada, 471.
- Koyun, T. ve Doğan, B. (2020). Göller Bölgesi İklim Verilerinin Matematiksel Modellenmesi. *Afyon Kocatepe Üniversitesi Fen ve Mühendislik Bilimleri Dergisi*, 20(6), 1112-1123.
- Oğlu, Y.M.Y. (2016). Azerbaycan’da Enflasyon İşlemlerinin İncelenmesinde Ekonomik-Matematiksel Yöntemlerin Uygulanması: SARIMAX Modeli ve Gelişmiş Fourier Serisi Modeli. *Akademik Sosyal Araştırmalar Dergisi*, 4(35), 698-708.
- Özkan, E., Güler, E. ve Aladağ, Z. (2020). Elektrik Enerjisi Tüketim Verileri İçin Uygun Tahmin Yöntem Seçimi. *Endüstri Mühendisliği*, 31(2), 198-214.

- Rudin, W. (1953). Principles of Mathematical Analysis. McGraw-Hill Book Company, Inc., USA, 154.
- Salas, J.D. and Yevjevich, V. (1972). Stochastic Structure of Water Use Time Series, Hydrology Papers, No. 52, Colorado State University, Fort Collins-COLORADO, 71.
- Spiegel, M.R. (1963). Advanced Calculus. Mc-Graw Hill Inc., New York, 298-300.
- Takma, C., Atil, H. and Aksakal, V. (2012). Comparison of Multiple Linear Regression and Artificial Neural Network Models Goodness of Fit to Lactation Milk Yields. Kafkas Üniversitesi Veteriner Fakültesi Dergisi, 18, 941-944.
- TÜİK, (2023). Türkiye İstatistik Kurumu. Adrese Dayalı Nüfus Kayıt Sistemi (ADNKS) Sonuçları. İl ve ilçe nüfusları. <https://data.tuik.gov.tr/Kategori/GetKategori?p=nufus-ve-demografi-109&dil=1> (Erişim tarihi: 07 Mayıs 2024).
- Türker, E.S. (1982). Trigonometrik Fonksiyon Yaklaşımı ve Bununla İlgili Bir Uygulama. *Sakarya Devlet Mühendislik ve Mimarlık Akademisi Dergisi*, 14, 8-15.
- Yarasa, R. (1976). Fourier Analizi, Çağlayan Basımevi, İstanbul.