

DİNAMİK GEOMETRİ YAZILIMI CABRİ'NİN MATEMATİK EĞİTİMİNDE KULLANIMI: PİSAGOR BAĞINTISI VE ÇOKGENLERİN DIŞ AÇILARI

İlhan Karataş

Doç. Dr., Bülent Ecevit Üniversitesi, İlköğretim Bölümü, Zonguldak, ilhankaratas@beun.edu.tr

Bülent Güven

Prof. Dr., Karadeniz Teknik Üniversitesi, OFMAE bölümü, Trabzon, bguven@ktu.edu.tr

ÖZET

Teknolojinin matematik eğitiminde kullanılmasıyla birlikte sınıf ortamlarındaki uygulamalarda da değişimler meydana gelmiştir. Bu ortamlarda kullanılan dinamik geometri yazılımları, geometri öğretiminde öğrencilere geometrik yapılar üzerinde varsayımlarda bulunmalarına, varsayımlarını test etme ve genelleme yapma fırsatı vermiştir. Dinamik Geometri Yazılımları (DGY)'nin sahip olduğu sürükleme özelliği yardımıyla, öğrenci şeklin özelliklerini değiştirirken değişmeyen ilişkileri gözleyerek keşfedebilir. Bu keşif öğrenciye çok güçlü bir varsayımda bulunma imkânı sağlar. Ardından öğrenci bu varsayımını birçok örnekle destekleyebilir ya da reddedebilir. Geleneksel ortamlarda görülemeyen, oluşturulamayan birçok ilişki ve özellikler oluşturulup araştırabilmekte ve böylece genelleme rahatlıkla çalışılabilmektedir. Çalışmada öğrencilerin öğrenmelerine katkı sağlayacak ve öğretmenlerin sınıf ortamında kullanabilecekleri iki etkinlik örneği verilmiştir. Öğrenciler, etkinliklerde Pisagor bağıntısı ve çokgenlerin dış açıları toplamını keşfetme imkânı elde edecekler ve genellemelere ulaşacaklardır.

Anahtar Kelimeler: Pisagor bağıntısı, Çokgenler, Dinamik Geometri Yazılımı

USING DYNAMIC GEOMETRY SOFTWARE CABRI IN MATHEMATICS EDUCATION: PYTHAGOREAN RELATIONSHIP AND EXTERIOR ANGLES OF POLYGONS

ABSTRACT

A change in practice in the classroom with the use of technology in mathematics education has occurred. Dynamic geometry software used in these environments has given students the opportunity to make their assumptions on the geometric structures, to test their assumptions and to make their generalizations. With the help of the "dragging" feature of Dynamic Geometry Software (DGS), students can discover by observing the invariant relationships while changing the properties of the shape. This discovery allows students the opportunity to make very strong assumptions. Then students can support or reject their assumptions with many examples. Many relationships and properties can be created and then be explored that are not seen and created in traditional media thereby generalizations can easily be studied. In this study, it has been given two examples of activities that both teachers can use in their classrooms and contribute to students' learning. In the activities, students will have the opportunity to discover the Pythagorean relationship and the total sum of the exterior angles of polygons and thus they will reach generalizations.

Keywords: Pythagorean relationship, Polygons, Dynamic Geometry Software

GİRİŞ

Bilgisayar teknolojileri iş ve gündelik hayatımızın içine her geçen gün biraz daha fazla girmektedir. Bu teknolojilerin matematik eğitiminde kullanılması bir yandan öğrencilerin; araştırma, inceleme, muhakeme etme, varsayımda bulunma, matematiksel ilişkileri keşfetme ve genellemelerde bulunma konusundaki motivasyonlarını artırırken diğer yandan kavramsal anlamalarını da derinleştirmekte ve onların iyi birer problem çözücü olmasına yardımcı olmaktadır (Werheimer, 1990). Heddens ve Speer (1997) günümüz teknolojilerinin tüm alanlarda olduğu gibi matematikle ilgili öğretim ve öğrenme süreçlerini de değiştirmeye başladığını ve öğretmenlerin teknolojik araçları, öğrencilerin ilgilerini artırmak ve matematiği anlamalarını kolaylaştırmak için kullanmaları gerektiğini vurgulamaktadır.

Yeni teknolojilerin matematik eğitiminde kullanılmasının yararları; başarıyı artırmanın yanı sıra, matematiğe karşı olumlu tutum geliştirme, ilgiyi arttırma, matematik derslerine karşı duyulan endişe ve korkuyu azaltma ve daha da önemlisi analitik ve kritik düşünme gibi etkili düşünme alışkanlıkları geliştirme açılarından önemli olduğu görülmektedir (Peker, 1985). Yousef (1997) bilgisayar teknolojisinin bilişsel anlamda öğrencilere katkılarını ifade ederken öğrencilerin matematiksel modellemelere dayalı problemleri çözmelerine ve araştırma, keşfetme, varsayımda bulunma ve yaratıcı düşünme becerilerinin geliştirdiğini vurgulamaktadır. Ayrıca bilgisayar destekli öğrenme ortamlarında öğrencilere bir matematikçi gibi araştırma yapma fırsatı verildiğinde öğrencilerin düşünme becerilerinin gelişimine olanak sağlamaktadır (Baki, 2001). Bilgisayar teknolojisinde yaşanan hızlı gelişmelerin matematik sınıflarına yansımaları olan dinamik geometri yazılımları (DGY), matematik eğitiminde bu amaçlara ulaşabilmesi için umut vaat etmektedirler.

Yapılan araştırmalar, dinamik özelliğe sahip olan geometri yazılımlarının öğrencilere, yaygın olarak kullanılan kâğıt-kalem çalışmalarına göre çok daha fazla soyut yapılar üzerine yoğunlaşma fırsatı verdiğini göstermiştir (Hazan ve Goldenberg, 1997; Baki ve Güven, 2009; Güven, 2007; Marrades ve Gutierrez, 2000). Bununla birlikte bu yazılımlar, geometri öğretiminde etkili bir şekilde kullanıldığında matematiksel deneyimleri destekleme ve geometriyi öğrencilere araştırma yoluyla öğretme fırsatı vermektedir (Battista ve

Clements, 1995; Arcavi ve Hadas, 1996). Bu yeni yaklaşımla, öğrenciler araştırma ortamı içerisine rahatça girerek keşfetme, varsayımda bulunma, test etme, reddetme, formüle etme ve açıklama olanaklarına sahip olurlar. Sınıflara bilgisayarın ve dinamik geometri yazılımlarının girmesiyle, matematik sınıflarında yapılan ispatların doğası da değişmiştir. Bu yeni teknoloji ile öğrenciler matematiksel ilişkileri tümevarım yoluyla keşfedebilmekte, basit ya da karmaşık şekilleri çok rahatlıkla oluşturup bunların analizini yapabilmekte ve kendi varsayımlarını teorem olarak ifade edebilmektedirler.

DGY'lerin en önemli özelliği oluşturulan şekillerin sürüklenbilmesidir (Hoyles ve Noss, 1994). Şekilleri sürükleme yardımıyla, öğrenci şeklin özelliklerini değiştirirken değişmeyen ilişkileri gözleyerek keşfedebilir. Bu keşif öğrenciye çok güçlü bir varsayımda bulunma imkânı sağlar. Ardından öğrenci bu varsayımını birçok örnekle destekleyebilir ya da reddedebilir. Cabri yazılımı bir araç olarak ekran üzerindeki matematiksel nesnelere değiştirerek matematiksel düşünceleri güçlendirmektedir. Geleneksel ortamlarda görülemeyen, oluşturulamayan birçok ilişki ve özellikler oluşturulup araştırabilmekte ve böylece genelleme rahatlıkla çalışılabilmektedir (Güven, 2007).

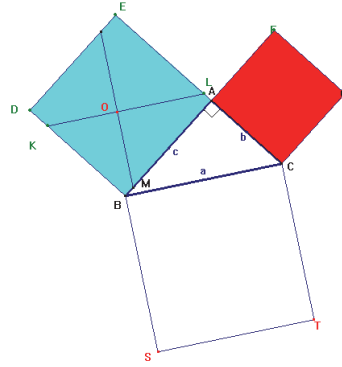
Çalışmanın Amacı

Bu çalışmada, teknolojinin matematik öğretmenlerine sunduğu fırsatları ve öğrencilerin matematiksel deneyimlerini nasıl zenginleştirdiği vurgulanmaktadır. Bu amaç doğrultusunda matematik eğitiminde öğretim amaçlı kullanılan Dinamik geometri yazılımlarından Cabri 2D yazılımı kullanılarak iki etkinlik açıklanmıştır. Birinci etkinlikte Pisagor bağıntısı vurgulanırken, ikinci etkinlikte çokgenlerin dış açıları vurgulanmış ve Dinamik geometri yazılımıyla öğrencilerin bu matematiksel ilişkileri araştırma ve keşfetme süreçlerinin betimlenmesi amaçlanmıştır.

Etkinlik 1. Pisagor teoremi ve genelleştirilmesi

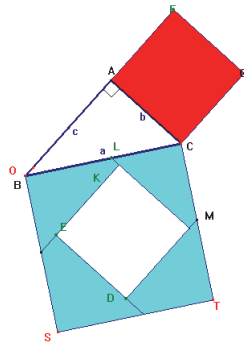
Bu etkinlik, ilköğretim 8.sınıf Geometri öğrenme alanı Üçgenler alt öğrenme alanında yer alan “*Pythagoras (Pisagor) bağıntısını oluşturur*” kazanımına yöneliktir. Öğretmenler, Dinamik geometri yazılımını kullanarak öğrencilerine etkileşimli bir ortam sunabilir ve Pisagor bağıntısını

araştırabilirler. Bu etkinlikte düzlem geometrinin en önemli teoremlerinden biri olan Pisagor teoreminin öğrenci tarafından nasıl keşfedilebileceği gösterilmektedir. Öğrenci, önceden öğretmen tarafından hazırlanan “Dik üçgen” dosyasını açtığı anda aşağıdaki gibi bir ekran görüntüsüyle karşılaşır.

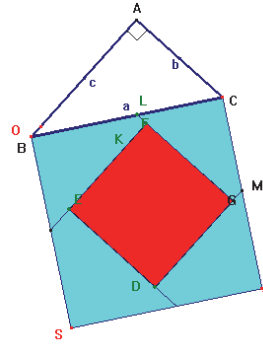


Şekil 1

Öğrenci, çalışma yaprağındaki (Ek-1) ilgili yerlere kenar uzunlukları a , b ve c olan dik üçgenin kenarları üzerine kurulu olan karelerin alanlarını; $A(ABDE)=a^2$, $A(ACGF)=b^2$ ve $A(BSTC)=a^2$ biçiminde yazabilir. Çalışma yaprağındaki yönergeler doğrultusunda b ve c kenarları üzerine kurulan kareleri hipotenüs üzerine kurulu olan karenin üzerine aşağıdaki gibi taşır (Şekil 2 ve Şekil 3).



Şekil 2

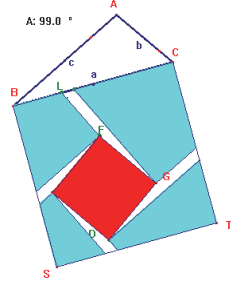


Şekil 3

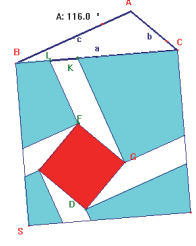
Bu işlem sonucunda a kenarı üzerine kurulu olan karenin alanının b ve c kenarları üzerine kurulu olan karelerin alanları ile tamamen doldurulduğunu

gören öğrenci, $a^2 = b^2 + c^2$ sonucuna ulaşabilir. Elde edilen durumun bütün dik üçgenler için geçerli olup olmadığını ABC dik üçgeninin köşelerini sürükleyerek farklı dik üçgenler içinde elde edilen bağıntıyı sağladığı gözlemlenebilir.

Bu aşamadan sonra öğretmen, öğrencilerine bu bağıntının geniş açılı ve dar açılı üçgenlerde nasıl olduğunu araştırmalarını isteyebilir. Aynı ekranda yer alan ABC üçgenindeki B köşesinden üçgenin durumunu değiştirerek A açısının ölçüsüne göre b ve c kenarları üzerine kurulu kareler ile a kenarı üzerine kurulu karenin alanlarını karşılaştırabilecektir. Buna göre A açısının ölçüsü 90^0 'den büyük olduğu durumlarda aşağıdaki durumları gözlemleyecektir (Şekil 4 ve Şekil 5).

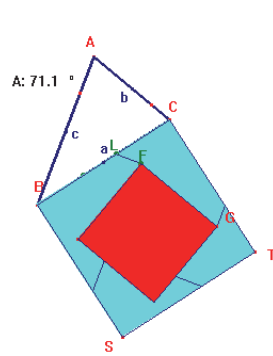


Şekil 4

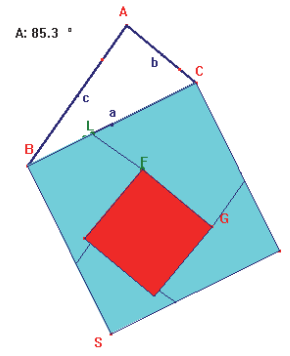


Şekil 5

Benzer şekilde A açısının ölçüsü 90^0 'den küçük olduğu durumlarda aşağıdaki durumları gözlemleyecektir (Şekil 6 ve Şekil 7).



Şekil 6

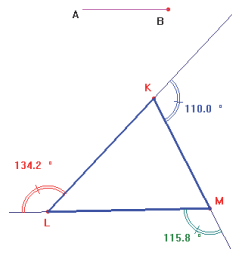


Şekil 7

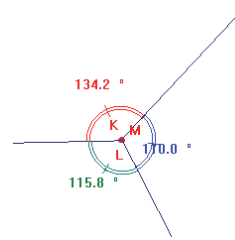
Öğrenci gözlem sonuçlarına göre dar açılı üçgenlerin kenarları arasında $a^2 < b^2 + c^2$, geniş açılı üçgenlerin kenarları arasında $a^2 > b^2 + c^2$ bağıntısının olduğu sonucuna ulaşabilir.

Etkinlik 2. Çokgenlerin dış açıları

Bu etkinlik, öğrencilerin çokgenlerin dış açıları toplamının 360^0 olduğunu gözlemleyebilmelerine olanak sağlayacaktır. Öğretmen, dinamik geometri yazılımında hazırlanmış geometrik yapıyı öğrencilerin açmasını isteyebilir. Ekrandaki birinci yapıda herhangi bir üçgen ve üçgenin dış açı ölçüleri yer almaktadır (Şekil 8). Öğrencilerden $[AB]^*$ doğru parçasının B noktasını hareket ettirerek geometrik yapıdaki değişimi gözlemeleri istenir. B noktası A noktasına doğru hareket ettirildiğinde üçgenin dış açıları bir tam açıyı tamamlamaktadır (Şekil 9).



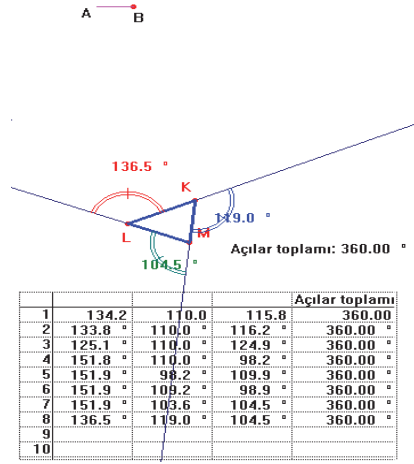
Şekil 8



Şekil 9

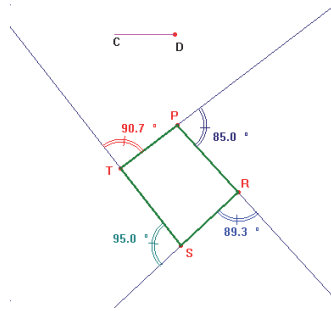
Öğrenciler, üçgenin dış açıları toplamını tablo oluşturma özelliğini kullanarak hesaplayabilecek ve 360^0 olduğunu gözlemleyebilecektir (Şekil 10).

* Bu geometrik yapıda KLM üçgeninin K, L ve M köşeleri AB doğru parçası ile bağımlı olarak inşa edilmiştir. AB doğru parçasının B noktası A noktasına doğru hareket ettirildikçe üçgenin köşeleri bir noktaya doğru yaklaşmaktadır.

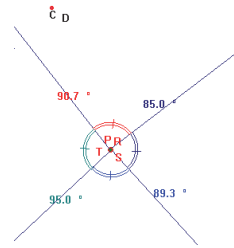


Şekil 10

Ayrıca KLM üçgeninin köşeleri hareket ettirildiğinde dış açıların toplamının sabit kaldığı görülecektir (Şekil 10). Öğretmen, dörtgen ve beşgen için de benzer aşamalar kullanılarak dış açıların toplamının 360^0 olduğu sonucuna öğrencilerin ulaşmasına olanak sağlayabilir. Aşağıda herhangi bir dörtgenin dış açıları toplamını veren geometrik yapı oluşturulmuştur (Şekil 11). Öğretmen, öğrencilerinden CD doğru parçasının D noktasını hareket ettirerek dörtgenin dış açılarındaki değişimi gözlemlemelerini isteyebilir (Şekil 12).



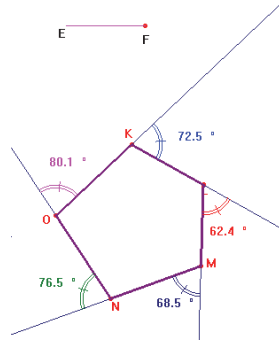
Şekil 11



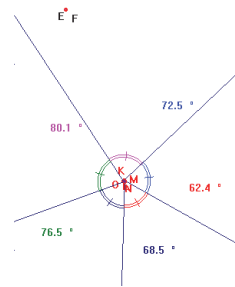
Şekil 12

Öğrenciler D noktasını hareket ettirdikçe PRST dörtgeninin dış açıları, benzer şekilde tam açıyı oluşturacaktır. Dinamik geometri yazılımının tablo oluşturma özelliği kullanılarak öğrencilerin, PRST dörtgenini köşelerinden

hareket ettirerek farklı dörtgenler için de aynı sonucu gözlemlenmeleri sağlanabilir. Öğrenciler, üçgen ve dörtgen için elde edilen sonucun herhangi bir KLMNO beşgeni için de geçerli olup olmadığını araştırmak için aşağıdaki geometrik yapıyı kullanabilirler (Şekil 13).



Şekil 13



Şekil 14

Şekilde gösterilen beşgenin dış açılarının, EF doğru parçasının hareket ettirilmesiyle bir tam açıyı oluşturduğu görülebilir (Şekil 14). Sonuç olarak öğrenciler, deneyimleriyle üçgen, dörtgen ve beşgen için elde ettikleri sonuçlara bakarak çokgenlerin dış açıları toplamının 360° olduğu hipotezine ulaşabilirler.

SONUÇ VE ÖNERİLER

Etkinliklerde görüldüğü gibi bilgisayar destekli ortamlar, öğrencilerin soyut matematiksel ilişkileri somut örnekleri kullanarak anlamalarına katkıda bulunabilir. Bununla birlikte teknoloji, sunduğu olanaklarla sezgilere dayalı olarak yeni matematiksel ilişkilerin bulunmasına ortam sağlayabilir. Ayrıca bu etkinliklerin sınıf ortamlarında kullanılırken çalışma kâğıtlarıyla desteklenmesi, öğrencilerin elde ettiği sonuçları yönergelere göre bu kâğıtlara yazması ve sınıf ortamında tartışılmasına imkân verilmesi gerekmektedir. Bu nedenle öğrenme ortamlarında bu etkinlikler çeşitlendirilerek öğrencilere sunulmalıdır. Bununla birlikte öğretmen ve öğretmen adaylarına teknolojinin matematik eğitiminde

nasıl kullanılması gerektiğiyle ilgili örnek durumlar verilerek sınıf ortamlarına kolaylıkla taşımaları sağlanmalıdır.

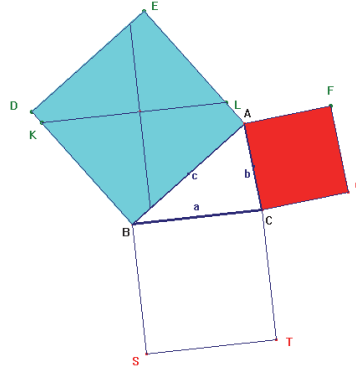
KAYNAKLAR

- Arcavi, A., ve Hadas, N. (1996). *Promoting changes in the curriculum by means of dynamic Technologies-an example*. Retrieved July 20, 2009, from http://www.fi.uu.nl/wisweb/en/overig/lcme-8/WG13_13.html.
- Baki, A. ve Guven, B. (2009). Khayyam with Cabri: Experiences of pre-service mathematics teachers with Khayyam's solution of cubic equations in dynamic geometry environment, *Teaching Mathematics and Its Applications*, 28, 1-9.
- Baki, A. (2001). Bilişim teknolojisi ışığı altında matematik eğitiminin değerlendirilmesi. *Milli Eğitim Dergisi*, 149, 26-31.
- Battista, M.T. ve Clements, D.H. (1995). Geometry and proof. *Mathematics Teacher*, 88, 48-54.
- Güven, B. (2007). Using dynamic geometry software to convey real-world situations into the classroom: the experience of student mathematics teachers with a minimum network problem, *Teaching Mathematics and Its Applications*, 27 (1), 24-37.
- Hazzan O. ve Goldenberg E.P. (1997). Students' understanding of the notion of function in dynamic geometry environments. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 1. 263-291.
- Heddens, J,W. ve Speer, R.W. (1997). *Today's mathematics*, (9. Ed.). New Jersey: Merrill an Imprint of Prentice-Hall., 336.
- Hoyle, C ve Noss, R. (1994). Dynamic geometry environment: What's the point?, 87(9), 716-717.
- Marrades, R. ve Gutierrez, A. (2000). Proofs produced by secondary school students learning geometry in a dynamic computer environment. *Educational Studies in Mathematics*, 44, 87-125.
- Peker, Ö. (1985). *Ortaöğretim Kurumlarında matematik öğretiminin sorunları, matematik öğretimi ve sorunları*. Ankara : TED Yayınları, 52.
- Wertheimer, R. (1990). The geometry proof tutor: An intelligent computer-based tutor in the classroom. *Mathematics Teacher*, April, 308-317.
- Yousef, A. (1997). The effect of the geometers' sketchpad on the attitude toward geometry of high school students. *Unpublished Doctoral Theses*, Ohio University.

EK-1**Etkinlik**

'Dik üçgen' dosyasını açınız.

- 1-) Şekilde verilen BAC dik üçgeninin AB uzunluğu c , AC uzunluğu b ve BC uzunluğu ise a olarak verilmiştir. Ayrıca BAC üçgeninin kenarlarına kareler oluşturulmuştur. Buna göre, ABDE, ACGF ve BCTS karelerin alan bağıntılarını veren matematiksel ifadeleri yazınız.
- 2-) Ekranda görmüş olduğunuz renkli karelerin D, E, K, L ve F noktalarından tutarak aşağıya doğru hareket ettirerek BCTS karesine doğru sürükleyiniz
- 3-) Renkli karelerin alanları için ne söyleyebilirsiniz?
- 4-) Büyük karenin alanı ile renkli karelerin alanları arasındaki ilişki için ne söyleyebilirsiniz? ABC üçgeninin köşelerinden hareket ettiriniz ve gözlemleyiniz. Yeni durumlar için ne söyleyebilirsiniz?
- 5-) Elde ettiğiniz sonuç yardımıyla ABC dik üçgeninin kenarları arasında nasıl bir ilişki vardır?
- 6-) Çalışmadan elde ettiğiniz sonucu matematiksel gösterimleri de kullanarak aşağıya yazınız.
- 7) Benzer şekilde ekranda verilen ABC üçgeni ve kenarlarına çizilen kareleri görmektesiniz. ABDE, ACGF ve BCTS karelerin alan bağıntılarını veren matematiksel ifadeleri yazınız.



- 8) ABC üçgeninin açılarını açı ölçme özelliğini kullanarak ölçünüz.
- 9) Elde ettiğiniz verilerden ABC üçgenin açıları için ne söyleyebilirsiniz?
- 10) Ekranda görmüş olduğunuz renkli karelerin D, E, K, L ve F noktalarından tutarak aşağıya doğru hareket ettirerek BCTS karesine doğru sürükleyiniz.
- 11) ABC üçgeninin A açısına göre gözlemlerinizi karşılaştırınız.
- 12) Çalışmadan elde ettiğiniz sonucu matematiksel gösterimleri de kullanarak aşağıya yazınız.

