



Kafkas Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Dergisi Institute of Natural and Applied Science Journal

Dergi ana sayfası/ Journal home page: <https://dergipark.org.tr/tr/pub/kujs>



E-ISSN: 2587-2389

Farklı Kiriş Teorilerine Göre Kısa Fiber Takviyeli Nano Kirişlerin Kritik Burkulma Yüklerinin Değerlendirilmesi

Uğur KAFKAS^{1*}

¹ Kütahya Dumlupınar Üniversitesi, Kütahya Teknik Bilimler MYO, İnşaat Teknolojisi, Kütahya, Türkiye

(İlk Gönderim / Received: 10. 09. 2024, Kabul / Accepted: 06. 11. 2024, Online Yayın / Published Online: 20. 11. 2024)

Anahtar Kelimeler:

Kısa Fiber Takviyeli Kirişler,
Kritik Burkulma Yükü,
Yerel Olmayan Elastisite Teorisi,
Euler-Bernoulli Kiriş
Teorisi,
Timoshenko Kiriş Teorisi,
Levinson Kiriş Teorisi.

Özet: Bu çalışmada, kısa fiber takviyeli nano kirişlerin burkulma davranışları, yerel olmayan elastisite teorisi çerçevesinde, Euler-Bernoulli, Timoshenko ve Levinson kiriş teorileri kullanılarak analiz edilmiştir. Yerel olmayan elastisite teorisi, nanoyapıların küçük ölçekli etkilerini dikkate alarak daha gerçekçi bir modelleme sunmakta ve nano ölçekteki malzemelerin yüzey etkileri, atomik kuvvetler ve mikro yapıların özelliklerinin burkulma davranışları üzerindeki etkilerinin incelenmesine olanak tanımaktadır. Yerel olmayan elastisite teorisi çerçevesinde gerçekleştirilen bu analizlerde, fiber hacim oranı, fiberin uzunluk/çap oranı, elastisite modülü oranı ve yerel olmayan parametre gibi önemli parametrelerin kritik burkulma yükleri üzerindeki etkileri incelenmiştir. Analizler sonucu ortaya çıkan sonuçlar grafiksel olarak sunulmuştur. Analizler, yerel olmayan parametrenin artışının, kirişlerin kritik burkulma yüklerinde belirgin bir düşüşe neden olduğunu göstermektedir. Fiber hacim oranının artması ise, kirişlerin burkulma direncini artırarak kritik burkulma yüklerinin yükselmesine neden olmaktadır. Ayrıca, fiber uzunluk/çap oranının artışı da burkulma direncini güçlendirmekte, özellikle uzun ve ince fiberlerin kullanıldığı yapılar daha yüksek burkulma yüklerine ulaşmaktadır. Elastisite modül oranı artışı ise, kirişlerin burkulma yüklerini daha da yükselterek, özellikle rijitliği yüksek fiberlerin yapısal performansa katkısını açıkça ortaya koymaktadır. Bu çalışma, mikro ve nano ölçekli uygulamalarda kullanılacak kompozit nano kirişlerin tasarımı ile ilgili önemli bilgiler sunmakta olup, gelecekteki araştırmalar için de önemli bir temel oluşturmaktadır.

Evaluation of Critical Buckling Loads of Short Fiber Reinforced Nanobeams According to Different Beam Theories

Keywords:

Short Fiber Reinforced Beams,
Critical Buckling Load,
Nonlocal Elasticity Theory,
Euler-Bernoulli Beam Theory,
Timoshenko Beam Theory,
Levinson Beam Theory.

Abstract: This study analyzed the buckling behavior of short fiber reinforced nanobeams within the framework of nonlocal elasticity theory using Euler-Bernoulli, Timoshenko, and Levinson beam theories. The nonlocal elasticity theory provides a more realistic modeling approach by considering the effects of surface interactions, atomic forces, and the characteristics of microstructures, allowing for an examination of the impact of these factors on the buckling behavior of nanoscale materials. The analyses, conducted under the framework of nonlocal elasticity theory, investigated the effects of essential parameters such as fiber volume fraction, fiber length-to-diameter ratio, elastic modulus ratio, and the nonlocal parameter on critical buckling loads. The results, presented graphically, reveal that an increase in the nonlocal parameter leads to a significant reduction in the critical buckling loads of the beams, indicating a decrease in rigidity. An increase in fiber volume fraction enhances the buckling resistance of the beams, resulting in higher critical buckling loads. Additionally, increasing the fiber length-to-diameter ratio further strengthens the buckling resistance, particularly in beams with long and slender fibers. The increase in the elastic modulus ratio also leads to higher critical buckling loads, particularly highlighting the significant contribution of highly rigid fibers to structural performance. This study provides important insights into the design of composite nano-beams for micro- and nano-scale applications and provides an important basis for future research.

*İlgiliyazar: ugur.kafkas@dpu.edu.tr
DOI: 10.58688/kujs.1547854

1. GİRİŞ

Nanoteknoloji, malzeme biliminde devrim yaratmış ve mühendislik yapılarında yeni nesil çözümler sunmuştur. Gelişen malzeme teknolojileri ile birlikte mühendislik yapılarında kullanılan malzemelerin özellikleri büyük bir dönüşüm geçirmiştir. Son yıllarda özellikle takviyeli yapıların analizi üzerine birçok çalışma yapılmıştır (Borjalilou ve ark., 2019; Civalek ve ark., 2022a, 2023a; Esen ve ark., 2021; Gul ve Aydogdu, 2023; Haddouch ve ark., 2024; Salehipour ve ark., 2024). Kısa fiber takviyeli nanokompozitler, üstün mekanik özellikleri sayesinde geleneksel malzemelere göre daha hafif, dayanıklı ve çok yönlü kullanım imkanı sunmaktadır (Pakravan ve ark., 2017). Kısa fiber takviyeli nanokirişler, malzeme içinde dağılan kısa liflerin etkisiyle yüksek mukavemet, düşük yoğunluk ve esneklik gibi üstün özelliklere sahiptir. Bu nanokirişler, özellikle hafif yapılar gerektiren uygulamalarda tercih edilmektedir (Hosseini, 2017). Liflerin nanokirişe entegre edilmesi, malzemenin yük taşıma kapasitesini artırmakta ve yapının stabilitesini güçlendirmektedir (Wang ve ark., 2022).

Nano kirişlerin kısa fiber takviyesi ile güçlendirilmesi, mikroyapısal özelliklerin iyileştirilmesi ve mekanik performans artırılması gibi avantajlar sunmaktadır. Bu nedenle, kısa fiber takviyeli nano kirişler, ileri mühendislik uygulamalarında önemli bir malzeme seçeneği olarak öne çıkmaktadır (Pervaiz ve ark., 2021). Kısa fiber takviyeli nano kirişler, birçok mühendislik alanında yaygın olarak kullanılmaktadır. Özellikle havacılık, otomotiv, denizcilik, inşaat ve savunma sanayii gibi hafif ama güçlü malzemelerin kritik olduğu alanlarda önemli rol oynarlar. Örneğin, uçak kanat yapılarında veya hafif otomotiv parçalarında kullanılan bu nano kirişler, hem yapının ağırlığını azaltmakta hem de dayanıklılığını artırmaktadır (Ramu ve ark., 2019). Bunun yanı sıra, nano/mikroelektromekanik sistemlerde (NEMS, MEMS), sensör teknolojilerinde ve biyomedikal uygulamalarda da kullanılmaktadır. Bu çok yönlü kullanım alanları, nano kirişlerin mühendislik tasarımında vazgeçilmez bir bileşen olmasını sağlamaktadır (Dong ve ark., 2021). Daikh ve ark. (2024), karbon nanotüp ile takviye edilmiş fonksiyonel derecelendirilmiş nanokirişlerin eğilme davranışlarını incelemiş ve NEMS ile MEMS gibi uygulamalarda yüksek dayanım ve hafif yapıların sağladığı avantajları vurgulamıştır. Akpınar ve ark. (2024a), kısa lif takviyeli nano kirişlerin termo-mekanik titreşim frekanslarını analiz ederek bu tür yapıların yüksek sıcaklıklarda stabiliteyi koruma ve frekans kontrol yeteneklerini araştırmışlardır. Bir başka çalışmada Akpınar ve ark. (2024b), kısa fiber takviyeli nano kirişlerin titreşim özelliklerini inceleyerek, klasik teorilere ek olarak ikinci derece gerinim gradyan teorisini uygulamış ve titreşim frekanslarının lif-matris oranı gibi parametrelerle nasıl değiştiğini analiz etmiştir.

Klasik kiriş teorileri, yapısal analizlerde sıklıkla kullanılan ve kirişlerin yük taşıma kapasitesini belirlemek için geliştirilen modellerdir. Bu teoriler arasında en yaygın olanları Euler-Bernoulli ve Timoshenko teorileridir. Euler-Bernoulli kiriş teorisi, basit ve genellikle uzun kirişler için uygun olan bir model sunarken, Timoshenko kiriş teorisi kesme etkilerini de hesaba katarak, kiriş uzunluğunun enkesit yüksekliğine oranının küçük olduğu kirişlerde

kullanılmaktadır (Khadem ve Euler, 1992; T Kaneko, 1975). Levinson kiriş teorisi (Levinson, 1981) ise Timoshenko kiriş teorisinden farklı olarak daha yüksek mertebeden kayma şekil değiştirmesini de içerir.

Klasik kiriş teorileri, kirişlerin küçük boyut etkilerini göz ardı ettiği için mikro ve nano boyutlu yapıların deformasyonunu doğru bir şekilde tahmin edememektedir (Yaylı, 2019a). Bu tür mikro ve nano ölçeklerdeki sınırlamalar nedeniyle, bilim insanları yüksek mertebeli yerel olmayan elastisite teorilerini geliştirmiştir. Yaygın olarak kullanılan bazı yüksek mertebeli teorileri arasında Eringen'in yerel olmayan elastisite teorisi (Eringen, 1983; Eringen ve Edelen, 1972), gerilme çifti teorisi (Toupin, 1962), değiştirilmiş gerilme çifti gerilim teorisi (Yang ve ark., 2002), şekil değiştirme değişimi teorisi (Mindlin, 1964, 1965) ve yerel olmayan şekil değiştirme değişimi teorisi (Lim ve ark., 2015) yer almaktadır. Literatürde, yüksek mertebeli elastisite teorileri kullanılarak, nano yapıların eğilme (Abdelrahman ve Eltaher, 2022; Akgöz ve Civalek, 2015; Civalek ve ark., 2020), titreşim (Akbaş, 2018; Togun ve Bağdatlı, 2016a, 2016b; Yaylı, 2017, 2018a, 2019b, 2020), burulma (Arda ve Aydogdu, 2018; Aydogdu ve Arda, 2016; Civalek ve ark., 2022b; Yaylı, 2013, 2018b, 2018c, 2018d) ve burkulma (Civalek ve ark., 2022c; Civalek ve ark., 2023b; Kafkas ve ark., 2023; Yaylı, 2017) davranışları üzerine bir çok çalışma bulunmaktadır. Bu çalışmada, yerel olmayan elastisite teorisinin klasik kiriş teorilerine entegre edilmiş versiyonları incelenmiştir.

Burkulma, yapıların belirli bir kritik yük seviyesinde denge konumlarından sapması ve ani stabilite kaybı ile karakterize edilen bir yapısal davranıştır. Burkulma yükü yapı elemanlarının yapısal çöküşüne neden olabilir (Dubina ve ark., 2013; Moses, 1982; Serna ve ark., 2006). Bu olgu, özellikle ince ve uzun yapı elemanlarında belirgindir; ancak nano ölçekli yapılar için de önemli bir güvenlik sorununu temsil eder (I-Ling, 2011). Nano yapılar, atomik boyutta düzenlemelere sahip olan malzemelerdir ve yüksek mukavemet, esneklik, düşük yoğunluk gibi benzersiz özelliklere sahiptirler. Ancak bu yapılar küçük boyutta olduklarından, burkulma gibi stabilite problemlerine karşı daha hassas tepki verebilirler (Silvestre ve ark., 2014). Kısa fiber takviyeli nano kirişler, geleneksel kirişlerin aksine, nanokompozit malzeme yapısına sahiptir ve içinde kısa, yönlendirilmiş fiberler barındırır. Bu kısa fiberler, malzemenin mekanik özelliklerini önemli ölçüde iyileştirir; özellikle burkulma, çekme ve eğilme yükleri altında daha yüksek dayanım sağlarlar. Kısa fiberler, matris homojen olarak dağılır ve nano kirişlerin rijitliğini, mukavemetini ve stabilitesini artırır (Nunes ve ark., 2016). Böylece bu kirişler, mühendislik yapılarında daha güvenli ve dayanıklı bir yapı elemanı olarak kullanılır.

Bu çalışmada, kısa fiber takviyeli nano kirişlerin kritik burkulma davranışları, yerel olmayan elastisite teorisi çerçevesinde, Euler-Bernoulli, Timoshenko ve Levinson kiriş teorileri kullanılarak analiz edilmiştir. Yerel olmayan elastisite teorisi, nanoyapıların küçük ölçekli etkilerini dikkate alarak daha gerçekçi bir modelleme sunmakta ve nano ölçekteki malzemelerin yüzey etkileri, atomik kuvvetler ve mikro yapıların özelliklerinin burkulma davranışları üzerindeki etkilerinin incelenmesine olanak tanımaktadır.

Yerel olmayan elastisite teorisi çerçevesinde gerçekleştirilen bu analizlerde, farklı kiriş teorileri, fiber hacim oranı, fiberin uzunluk/çap oranı, elastisite modülü oranı ve yerel olmayan parametre gibi önemli parametrelerin kritik burkulma yükleri üzerindeki etkileri incelenmiştir. Analizler sonucu ortaya çıkan sonuçlar grafiksel olarak sunulmuştur.

2. MATERYAL VE METOT

2.1. Kısa Fiber Takviyeli Malzemelerin Yapısal Özellikleri

Kısa fiber takviyeli kompozitler, yüksek mukavemet-ağırlık oranları ve iyileştirilmiş mekanik özellikleri nedeniyle mühendislik yapılarında yaygın olarak kullanılmaktadır. Bu malzemeler, matris içerisine dağılmış kısa fiberlerin oluşturduğu kompozit yapısıyla, geleneksel malzemelere göre üstün performans sergiler. Fiberlerin yönelim, uzunluk/çap oranı ve hacim fraksiyonu gibi parametreler, kompozitin genel mekanik davranışını doğrudan etkiler. Bu çalışmada, kısa fiber takviyeli malzemelerin elastisite modüllerinin tahmini için yaygın olarak kullanılan Halpin-Tsai denklemleri kullanılmaktadır (Agarwal ve ark., 2006).

Kısa fiber takviyeli kompozitlerin elastik özellikleri, matris ve fiberin bireysel elastisite modüllerine, fiberin yönelimi ve hacim fraksiyonuna bağlı olarak değişir. Bu tür kompozitler, belirli yönlerde üstün dayanım gösterirken, fiber yönelim ve dağılımına bağlı olarak farklı mekanik davranışlar sergilerler. Halpin-Tsai denklemleri, kısa fiber takviyeli kompozitlerin modüllerini belirlemek için oldukça faydalıdır ve hem boyuna hem de enine modüllerin hesaplanmasına olanak tanır (Agarwal ve ark., 2006). Bu denklemler, fiberlerin matris içerisindeki etkisini dikkate alarak malzemenin genel davranışını tahmin eder. Boyuna ve enine elastisite modülleri şu şekilde ifade edilir (Civalek ve ark., 2023):

$$E_B = E_m \left(\frac{1 + (2l/d)\eta_B V_f}{1 - \eta_B V_f} \right) \quad (1)$$

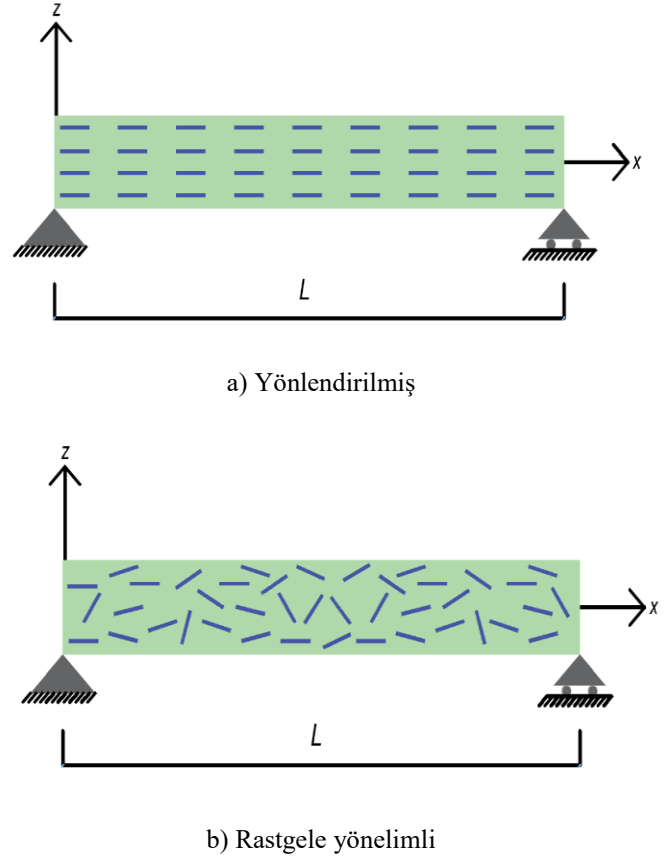
$$E_E = E_m \left(\frac{1 + 2\eta_E V_f}{1 - \eta_E V_f} \right) \quad (2)$$

Burada, E_B , E_E ve E_m sırasıyla fiberin boyuna elastisite modülünü, fiberin enine elastisite modülünü ve matrisin elastisite modülünü, l/d fiber uzunluk/çap oranını, V_f fiber hacim dağılımını ve η_B ve η_E ise fiber ve matris arasındaki elastisite modülü oranlarına bağlı katsayıları ifade eder ve E_f fiber malzemenin elastisite modülü olmak üzere, aşağıdaki gibi tanımlanır (Agarwal ve ark., 2006):

$$\eta_B = \frac{\left(\frac{E_f}{E_m}\right) - 1}{\left(\frac{E_f}{E_m}\right) + 2\left(\frac{l}{d}\right)} \quad (3)$$

$$\eta_E = \frac{\left(\frac{E_f}{E_m}\right) - 1}{\left(\frac{E_f}{E_m}\right) + 2} \quad (4)$$

Şekil 1'de görüldüğü gibi kısa fiber takviyeli kompozitlerin yönlendirilmiş ve rastgele yönelimli olmak üzere iki türlü imalatı mevcuttur. Halpin-Tsai denklemleri, özellikle yönlendirilmiş kısa fiber takviyeli kompozitler için elastisite modülü tahmininde kullanışlıdır (Agarwal ve ark., 2006). Bu denklemler, fiberin uzunluğu, çapı ve hacim oranının elastisite modülleri üzerindeki etkisini değerlendirmede önemli bilgiler sunar. l/d oranı arttıkça, boyuna elastisite modülü önemli ölçüde artarken, enine modül üzerinde daha sınırlı bir etki gözlemlenir. Ayrıca, V_f arttıkça hem boyuna hem de enine modüller yükselir, bu da kompozitin genel mukavemetini artırır.



Şekil 1. Kısa fiber takviyeli kompozit nano kirişin şematik gösterimi: a) Yönlendirilmiş b) Rastgele yönelimli.

Rastgele yönelimli kısa fiber kompozitler için, Halpin-Tsai denklemlerinin doğrudan kullanımı uygun olmayabilir. Bu tür kompozitlerin elastik modülleri genellikle aşağıdaki ortalama denklemler ile tahmin edilir (Agarwal ve ark., 2006):

$$E_R = \frac{3}{8} E_B + \frac{5}{8} E_E \quad (5)$$

$$G_R = \frac{1}{8} E_B + \frac{1}{4} E_E \quad (6)$$

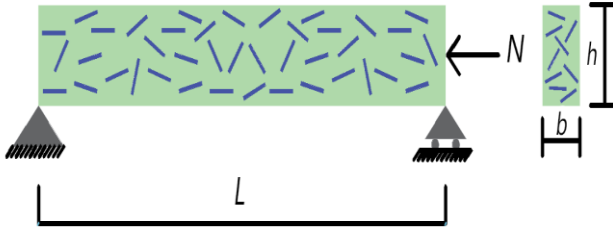
Burada E_R , rastgele yönelimli fiber kompozitlerin ortalama elastisite modülünü; G_R ise rastgele yönelimli fiber kompozitlerin ortalama kayma modülünü temsil etmektedir.

Bu denklemler, rastgele yönelimli fiberlerin etkisini daha gerçekçi bir şekilde temsil eder.

2.2. Kiriş Teorileri ve Kritik Burkulma Yükü Hesapları

Kiriş teorileri, yapısal elemanların taşıma kapasitesini, stabilitesini ve davranışını analiz etmek için mühendislikte yaygın olarak kullanılmaktadır. Özellikle ince yapısal elemanlar olan kirişler, yük altında eğilme ve burkulma gibi kritik mekanik davranışlar sergilerler. Kirişlerin burkulma yükleri, stabilite açısından büyük önem taşır; çünkü bu yüklerin aşılması, yapının ani ve tehlikeli bir şekilde stabilitesini kaybetmesine yol açabilir. Bu nedenle, mühendislik yapılarında kirişlerin kritik burkulma yüklerinin doğru bir şekilde hesaplanması, yapısal güvenliği sağlamada önemli bir rol oynar.

Gelişen malzeme teknolojileri ve mikro/nano ölçekli yapıların analiz gereksinimleri, yerel olmayan elastisite teorisinin kullanılmasını gerektirmektedir. Yerel olmayan elastisite teorisi, klasik kiriş teorilerinin ötesine geçerek, küçük ölçekli yapılar üzerinde uzun menzilli kuvvet etkilerini de hesaba katar (Yaylı, 2019). Yerel olmayan parametrelerin burkulma yükleri üzerindeki etkisi, özellikle kısa fiber takviyeli nano kirişlerin stabilitesi açısından kritik bir öneme sahiptir.



Şekil 2. Basit mesnetli rastgele yönelimli kısa fiber takviyeli kompozit nano kirişin ve kesitinin şematik gösterimi.

Bu bölümde, Şekil 2'de görülen, uzunluğu L , kesit genişliği b , kesit yüksekliği h olan ve N eksenel yükü ile yüklenmiş, basit mesnetli rastgele yönelimli bir kısa fiber takviyeli nano kiriş için, Euler-Bernoulli, Timoshenko ve Levinson kiriş teorilerinin yerel olmayan etkilerle genişletilmiş hareket denklemleri sunularak, bu teorilere göre kısa fiber takviyeli nano kirişlerin kritik burkulma yükleri hesaplanacaktır.

2.2.1. Hareket denklemleri

2.2.1.1. Euler-Bernoulli kiriş teorisi

Euler-Bernoulli kiriş teorisi, kirişlerin eğilme ve burkulma davranışlarını modellemek için kullanılan en temel teorilerden biridir. Bu teori, kayma şekil değiştirmesini ihmal eder. Teori, özellikle kiriş uzunluğunun enkesit yüksekliğine oranının büyük olduğu kirişlerin analizinde etkili olup, mühendislik yapılarında yaygın olarak kullanılmaktadır. Euler-Bernoulli kiriş teorisi, yerel olmayan etkilerle eklenerek daha karmaşık yapılar için de kullanılabilir hale getirilebilir.

Euler-Bernoulli teorisinin yerel olmayan elastisite teorisi ile genişletilmiş hareket denklemi aşağıdaki gibidir (Reddy, 2007):

$$\begin{aligned} & \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left(-E_R I \frac{\partial^2 w^E}{\partial x^2} \right) \\ & + (e_0 a)^2 \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(N^E \frac{\partial w^E}{\partial x} \right) - q + \rho A \frac{\partial^2 w^E}{\partial t^2} \right. \\ & \left. - \rho I \frac{\partial^4 w^E}{\partial x^2 \partial t^2} \right] + q - \frac{\partial}{\partial x} \left(N^E \frac{\partial w^E}{\partial x} \right) \\ & = \rho A \frac{\partial^2 w^E}{\partial t^2} - \rho I \frac{\partial^4 w^E}{\partial x^2 \partial t^2} \end{aligned} \quad (7)$$

Bu denklemi, klasik Euler-Bernoulli teorisinden farklılaştıran yerel olmayan etkiler, $e_0 a$ terimiyle ifade edilen yerel olmayan parametredir ve burada e_0 malzemeye bağlı bir sabiti ve a 'da malzeme iç karakteristik uzunluğu ifade eder. Ayrıca bu denklemde A ve I sırasıyla kesit alanı ve atalet momentini, ρ yoğunluğu, q kirişe etki eden düşey yayılı kuvveti, N^E ve w^E ise sırasıyla Euler-Bernoulli kiriş teorisine göre kiriş üzerindeki eksenel kuvveti ve kirişin düşey yer değiştirmesini ifade eder.

2.2.1.2. Timoshenko kiriş teorisi

Timoshenko kiriş teorisi, kirişlerin burkulma ve eğilme davranışlarını daha gerçekçi bir şekilde modellemek için geliştirilmiş bir teoridir. Euler-Bernoulli teorisinden farklı olarak, Timoshenko teorisi kirişin eğilmesi sırasında ortaya çıkan kayma şekil değiştirmelerini de hesaba katar. Bu özellik, Timoshenko teorisini özellikle kayma şekil değiştirmelerinin etkisinin önemli olduğu kiriş uzunluğunun enkesit yüksekliğine oranının büyük olduğu kirişlerin analizinde daha doğru bir model haline getirir. Kayma şekil değiştirmesinin dahil edilmesi, yapının gerçekte gösterdiği davranışları daha iyi temsil eder, bu da Timoshenko teorisinin geniş bir mühendislik uygulama alanı bulmasını sağlar.

Timoshenko kiriş teorisinin bir diğer önemli avantajı, dinamik analizlerde sağladığı hassasiyettir. Kesme kuvvetlerinin ve rotasyonel hareketlerin dahil edilmesi, yüksek frekanslı titreşim analizlerinde ve kısa fiber takviyeli nano kirişler gibi kompleks yapıların modellenmesinde kritik bir rol oynar. Teorinin kapsamı, klasik kiriş teorilerinin ötesine geçerek, yerel olmayan etkilerin de bu tür analizlere eklenmesini sağlar.

Timoshenko teorisinin yerel olmayan etkilerle genişletilmiş hareket denklemi, kirişin burkulma, eğilme ve titreşim davranışlarını tanımlar. Bu teorisin denklemleri, kirişin hem statik hem de dinamik yükler altında nasıl davrandığını anlamak için kritik öneme sahiptir. Aşağıda, Timoshenko kiriş teorisinin yerel olmayan etkilerle genişletilmiş hareket denklemi sunulmaktadır (Reddy, 2007):

$$\begin{aligned}
& \frac{\partial}{\partial x} \left[G_{RA} K_s \left(\phi^T + \frac{\partial w^T}{\partial x} \right) \right] + q - \frac{\partial}{\partial x} \left(N^T \frac{\partial w^T}{\partial x} \right) \\
& - (e_0 a)^2 \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left[q \right. \\
& \left. - \frac{\partial}{\partial x} \left(N^T \frac{\partial w^T}{\partial x} \right) \right] \\
& = \rho A \left(\frac{\partial^2 w^T}{\partial t^2} \right. \\
& \left. - (e_0 a)^2 \frac{\partial^4 w^T}{\partial x^2 \partial t^2} \right)
\end{aligned} \quad (8)$$

$$\begin{aligned}
& \frac{\partial}{\partial x} \left(E_{RI} \frac{\partial \phi^T}{\partial x} \right) - G_{RA} K_s \left(\phi^T + \frac{\partial w^T}{\partial x} \right) \\
& = \rho I \frac{\partial^2 \phi^T}{\partial t^2} \\
& - (e_0 a)^2 \rho I \frac{\partial^4 \phi^T}{\partial x^2 \partial t^2}
\end{aligned} \quad (9)$$

Burada K_s kesme düzeltme faktörünü, ϕ^T , N^T ve w^T ise sırasıyla Timoshenko kiriş teorisine göre kirişin dönme açısını, kiriş üzerindeki aksel kuvveti ve kirişin düşey yer değiştirmesini ifade eder.

2.2.1.3. Levinson kiriş teorisi

Levinson kiriş teorisi, klasik Euler-Bernoulli ve Timoshenko kiriş teorilerinin ötesine geçerek hem kesme hem de dönme etkilerini daha doğru bir şekilde modelleyen gelişmiş bir teodir. Bu teori, özellikle kiriş uzunluğunun enkesit yüksekliğine oranının büyük olduğu kirişlerin analizi için uygundur ve yerel olmayan etkilerle birleştirildiğinde, mikro ve nano ölçekteki yapıların dinamik davranışlarının daha iyi anlaşılmasına yardımcı olur. Levinson teorisinin hareket denklemi, kirişin eğilme, kesme ve dönme etkilerini bir araya getirir ve bu etkilerin kiriş üzerindeki karmaşık etkileşimlerini tanımlar. Aşağıda Levinson kiriş teorisinin genişletilmiş hareket denklemi sunulmuştur (Reddy, 2007):

$$\begin{aligned}
& \frac{\partial}{\partial x} \left[G_{RA} \left(\phi^L + \frac{\partial w^L}{\partial x} \right) \right] + q - \frac{\partial}{\partial x} \left(N^L \frac{\partial w^L}{\partial x} \right) \\
& + (e_0 a)^2 \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left[-q \right. \\
& \left. + \frac{\partial}{\partial x} \left(N^L \frac{\partial w^L}{\partial x} \right) \right] \\
& = \rho A \left(\frac{\partial^2 w^L}{\partial t^2} \right. \\
& \left. - (e_0 a)^2 \frac{\partial^4 w^L}{\partial x^2 \partial t^2} \right)
\end{aligned} \quad (10)$$

$$\begin{aligned}
& \frac{\partial}{\partial x} \left(E_{RI} \frac{\partial \phi^L}{\partial x} \right) - \frac{4}{3h^2} E_{RJ} \left(\frac{\partial^2 \phi^L}{\partial x^2} + \frac{\partial^3 w^L}{\partial x^3} \right) \\
& - G_{RA} \left(\phi^L + \frac{\partial w^L}{\partial x} \right) \\
& = \rho I \frac{\partial^2 \phi^L}{\partial t^2} \\
& - (e_0 a)^2 \rho I \frac{\partial^4 \phi^L}{\partial x^2 \partial t^2}
\end{aligned} \quad (11)$$

Burada I 'nın atalet momenti olduğunu belirtilmiştir. I kesit alanının 2. dereceden standart atalet momentiyken, J ise kesit alanının 4. dereceden atalet momentini temsil etmektedir. h kiriş kesit yüksekliğini, ϕ^L , N^L ve w^L ise sırasıyla Levinson kiriş teorisine göre kirişin dönme açısını, kiriş üzerindeki aksel kuvveti ve kirişin düşey yer değiştirmesini ifade eder.

2.2.2. Analitik çözüm

Şekil 2'de görülen basit mesnetli ve herhangi bir N aksel yük ile yüklenmiş nano kiriş için, kirişin uç noktalarındaki ($x = 0$ ve $x = L$) sınır şartları aşağıdaki gibi ifade edilebilir (Şimşek, 2019):

$$w = 0, \quad \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = 0. \quad (12)$$

Genel yer değiştirmeler w ve ϕ fonksiyonları Fourier serisine açılarak yazılırsa (Reddy, 2007):

$$w(x, t) = \sum_{m=1}^{\infty} W_m \sin \frac{m\pi x}{L} e^{i\omega_m t} \quad (13)$$

$$\phi(x, t) = \sum_{m=1}^{\infty} \Phi_m \cos \frac{m\pi x}{L} e^{i\omega_m t} \quad (14)$$

Burada m mod numarasını ve ω_m de titreşim frekansını ifade eder. Benzer biçimde yayılı yük için de seri açılımı sonucu aşağıdaki gibidir (Şimşek, 2019):

$$q(x) = \sum_{m=1}^{\infty} Q_m \sin \frac{m\pi x}{L} \quad (15)$$

Buradan Q_m şu şekilde tanımlanır:

$$Q_m = \frac{2}{L} \int_0^L q(x) \sin \frac{m\pi x}{L} dx \quad (16)$$

2.2.2.1. Euler-Bernoulli kiriş teorisi

Denklem (13)-(16)'yı Denklem (7)'de yerlerine yazarsak Euler-Bernoulli kiriş teorisi için hareket denklemi aşağıdaki gibi zamandan bağımsız halde yazılabilir (Reddy, 2007):

$$\begin{aligned} & \left[\left(1 + (e_0 a)^2 \left(\frac{m\pi}{L} \right)^2 \right) \left[N^E \left(\frac{m\pi}{L} \right)^2 \right. \right. \\ & \quad \left. \left. + \omega_m^2 \left\{ \rho A + \rho I \left(\frac{m\pi}{L} \right)^2 \right\} \right] \right. \\ & \quad \left. - E_R I \left(\frac{m\pi}{L} \right)^4 \right] W_m \\ & \quad + \left[1 + (e_0 a)^2 \left(\frac{m\pi}{L} \right)^2 \right] Q_m \\ & = 0 \end{aligned} \quad (17)$$

Burkulma problemi için q ve tüm zaman türevleri sıfır olarak alınarak hareket denklemi tekrar yazılabilir:

$$\begin{aligned} & \left(1 + (e_0 a)^2 \left(\frac{m\pi}{L} \right)^2 \right) \left[N^E \left(\frac{m\pi}{L} \right)^2 \right. \\ & \quad \left. + \omega_m^2 \left\{ \rho A + \rho I \left(\frac{m\pi}{L} \right)^2 \right\} \right] \\ & \quad - E_R I \left(\frac{m\pi}{L} \right)^4 = 0 \end{aligned} \quad (18)$$

Kritik burkulma yükü N_{kr}^E 'nin hesaplanabilmesi için $\omega_m = 0$ olarak alınması gerekir. $m = 1$ için kritik burkulma yükü (Şimşek, 2019), N_{kr}^E aşağıdaki gibi hesaplanabilir (Reddy, 2007):

$$N_{kr}^E = \frac{1}{\left[1 + \frac{(e_0 a)^2 \pi^2}{L^2} \right]} \frac{\pi^2 E_R I}{L^2} \quad (19)$$

2.2.2.2. Timoshenko kiriş teorisi

Denklem (13)-(16)'yı Denklem (8) ve (9)'da yerlerine yazarsak Timoshenko kiriş teorisi için hareket denklemi aşağıdaki gibi zamandan bağımsız halde yazılabilir (Reddy, 2007):

$$\begin{aligned} & -G_R A K_s \left(\frac{m\pi}{L} \right) \left(\Phi_m + \frac{m\pi}{L} W_m \right) \\ & + \left(1 + (e_0 a)^2 \left(\frac{m\pi}{L} \right)^2 \right) Q_m \\ & + \left(1 + (e_0 a)^2 \left(\frac{m\pi}{L} \right)^2 \right) N^T \left(\frac{m\pi}{L} \right)^2 W_m \\ & + \left(1 + (e_0 a)^2 \left(\frac{m\pi}{L} \right)^2 \right) \rho A \omega_m^2 W_m = 0 \end{aligned} \quad (20)$$

$$\begin{aligned} & -E_R I \left(\frac{m\pi}{L} \right)^2 \Phi_m - G_R A K_s \left(\Phi_m + \frac{m\pi}{L} W_m \right) \\ & + \left(1 + (e_0 a)^2 \left(\frac{m\pi}{L} \right)^2 \right) \rho I \omega_m^2 \Phi_m = 0 \end{aligned} \quad (21)$$

Kritik burkulma yükü N_{kr}^T 'nin hesaplanabilmesi için; q , tüm zaman türevleri ve ω_m sıfır olarak alınmasıyla, $m = 1$ alınarak aşağıdaki gibi hesaplanır (Reddy, 2007):

$$N_{kr}^T = \frac{1}{\left[1 + \frac{(e_0 a)^2 \pi^2}{L^2} \right] \left[1 + \frac{\pi^2 E_R I}{G_R A K_s L^2} \right]} \frac{\pi^2 E_R I}{L^2} \quad (22)$$

2.2.2.3. Levinson kiriş teorisi

Son olarak da Levinson kiriş teorisi için zamandan bağımsız hareket denklemi Denklem (13)-(16)'yı Denklem (10) ve (11)'de yerlerine yazılarak elde edilir (Reddy, 2007):

$$\begin{aligned} & -G_R A \left(\frac{m\pi}{L} \right) \left(\Phi_m + \frac{m\pi}{L} W_m \right) \\ & + \left(1 + (e_0 a)^2 \left(\frac{m\pi}{L} \right)^2 \right) Q_m \\ & + \left(1 + (e_0 a)^2 \left(\frac{m\pi}{L} \right)^2 \right) N^L \left(\frac{m\pi}{L} \right)^2 W_m \\ & + \left(1 + (e_0 a)^2 \left(\frac{m\pi}{L} \right)^2 \right) \rho A \omega_m^2 W_m = 0 \end{aligned} \quad (23)$$

$$\begin{aligned} & -E_R I \left(\frac{m\pi}{L} \right)^2 \Phi_m \\ & - \left[G_R A - \frac{4}{3h^2} E_R I \left(\frac{m\pi}{L} \right)^2 \right] \left(\Phi_m + \frac{m\pi}{L} W_m \right) \\ & + \left(1 + (e_0 a)^2 \left(\frac{m\pi}{L} \right)^2 \right) \rho I \omega_m^2 \Phi_m = 0 \end{aligned} \quad (24)$$

Levinson kiriş teorisi için de kritik burkulma yükü N_{kr}^L , Timoshenko kiriş teorisinin kritik burkulma yükü ile kesme düzeltme faktörü haricinde aynıdır (Reddy, 2007):

$$N_{kr}^L = \frac{1}{\left[1 + \frac{(e_0 a)^2 \pi^2}{L^2} \right] \left[1 + \frac{\pi^2 E_R I}{G_R A L^2} \right]} \frac{\pi^2 E_R I}{L^2} \quad (25)$$

3. BULGULAR VE TARTIŞMA

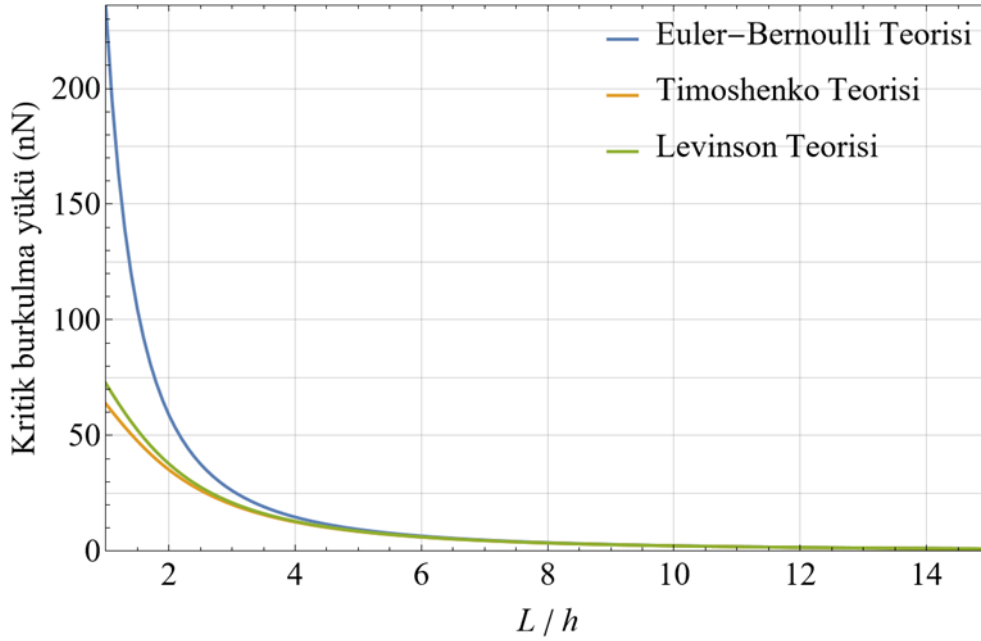
Bu bölümde, kısa fiber takviyeli nano kirişlerin farklı kiriş teorilerine göre kritik burkulma yüklerinin sayısal analizleri sunulmaktadır. Çalışmada, Euler-Bernoulli, Timoshenko ve Levinson kiriş teorilerinin burkulma davranışları karşılaştırılmış ve yerel olmayan parametre ($e_0 a$) ve diğer değişkenlerin etkisi incelenmiştir. Kritik burkulma yükleri, farklı parametreler altında analiz edilmiş ve sonuçlar grafikler aracılığıyla görselleştirilmiştir. Bu analizler, yapısal güvenliğin sağlanmasında hangi teorisinin daha uygun olduğunu anlamak için önemlidir.

Kiriş teorileri, yapısal analizlerde kirişlerin burkulma ve eğilme davranışlarını modellemek için kullanılan temel araçlardır. Bu çalışmada ele alınan Euler-Bernoulli, Timoshenko ve Levinson kiriş teorileri, farklı varsayımlar ve modelleme yaklaşımları ile kirişlerin burkulma analizlerinde kritik rol oynar. Euler-Bernoulli kiriş teorisi, en basit ve klasik yaklaşımı sunar; kayma şekil değiştirmelerini ihmal

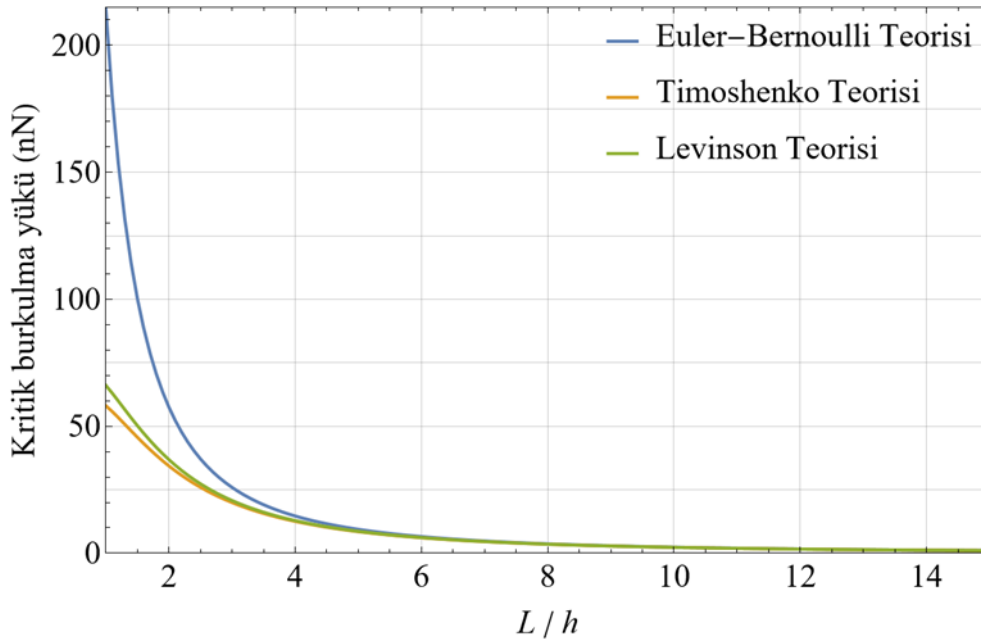
eder ve sadece eğilme etkilerini dikkate alır. Bu yaklaşım, uzun ve ince kirişler için uygun sonuçlar sağlasa da kiriş uzunluğunun enkesit yüksekliğine oranının büyük olduğu için yetersiz kalabilir. Timoshenko kiriş teorisi, kayma şekil değiştirmesini hesaba katarak daha karmaşık ve gerçekçi bir model sunar. Bu teori, özellikle kiriş uzunluğunun enkesit yüksekliğine oranının büyük olduğu kirişlerin analizinde önemli avantajlar sağlar. Kesme etkilerinin dikkate alınması, kirişin stabilitesi ve burkulma yükü üzerindeki etkilerin daha doğru bir şekilde modellenmesine olanak tanır. Levinson kiriş teorisi ise, Timoshenko teorisinin bir adım ötesine geçerek, daha gelişmiş bir kayma şekil değiştirmesi modeli sunar. Bu teoriler, yerel olmayan elastisite teorisiyle

birleştirildiğinde, küçük ölçekli yapıların uzun menzilli kuvvet etkileri de göz önüne alınarak, daha doğru ve güvenilir analizler yapılabilmektedir.

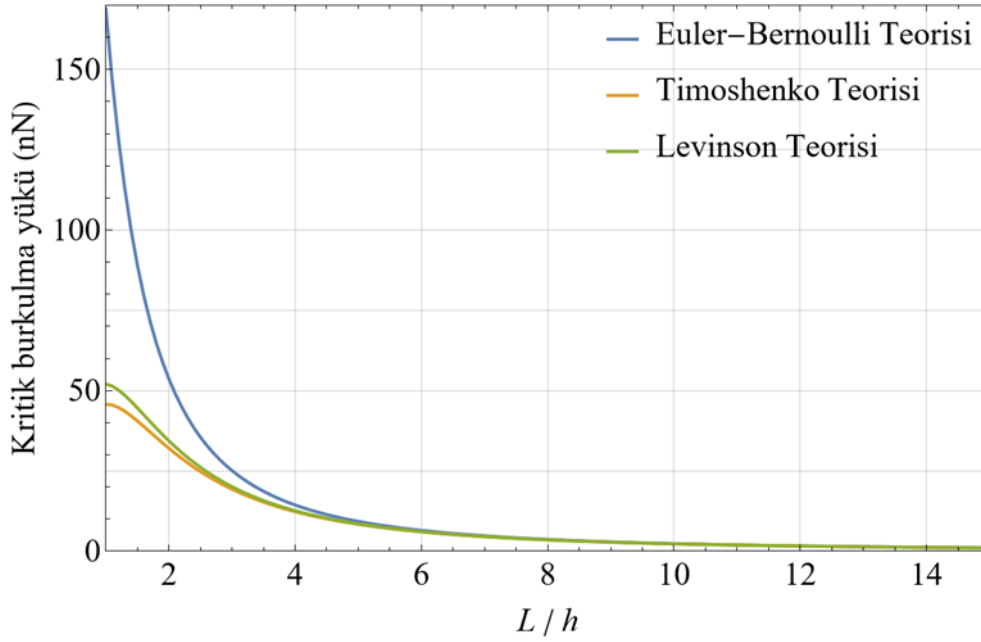
Bu bölümde, öncelikle kiriş teorilerinin burkulma yükleri üzerindeki etkileri karşılaştırılmak için, farklı L/h oranları ve yerel olmayan parametre değerleri için, $E_f = 72.40$ GPa, $E_m = 2.76$ GPa, $V_f = 0.2$ (Agarwal ve ark., 2006), $l = 5$ nm, $d = 1$ nm, $b = 5$ nm ve $h = 10$ nm değerleri alınmıştır. Şekil 3-5'te, $e_0a = 0.1, 1, 2$ değerleri için farklı L/h oranları ile elde edilen sayısal sonuçların grafiksel gösterimleri sunulmaktadır.



Şekil 3. Farklı L/h oranları için kritik burkulma yükleri ($e_0a = 0.1$).



Şekil 4. Farklı L/h oranları için kritik burkulma yükleri ($e_0a = 1$).



Şekil 5. Farklı L/h oranları için kritik burkulma yükleri ($e_0a = 2$).

Şekil 3-5'e bakıldığında, Euler-Bernoulli teorisinin basit varsayımlarla eğilme etkilerini dikkate alırken, kayma şekil değiştirmesini ihmal etmesinin sonuçları açık biçimde görülmektedir. Bu durum, özellikle düşük L/h oranlarında, Euler-Bernoulli teorisinin diğer teorilere göre daha yüksek kritik burkulma yükleri tahmin etmesine neden olmaktadır. Diğer yandan, Timoshenko ve Levinson teorileri kayma şekil değiştirme etkilerini modellemeleri nedeniyle, burkulma yüklerinde daha düşük değerler sunmaktadır. Bu iki teoriden Timoshenko, kesme etkilerini daha güçlü bir şekilde dahil ederek, genellikle en düşük burkulma yükü sonuçlarını veririrken, Levinson teorisi biraz daha yüksek sonuçlar sunmaktadır. Bu fark, Timoshenko teorisinde bulunan K_s kesme düzeltme faktöründen kaynaklanmaktadır. L/h oranı arttıkça kiriş teorilerinin kritik burkulma yükleri yakınlaşmaktadır. Örneğin $e_0a = 0.1$, $L/h = 1$ durumunda, Timoshenko kiriş teorisi Euler-Bernoulli kiriş teorisine göre yaklaşık % 72 oranında daha düşük kritik burkulma yükü tahmin ederken, $L/h = 15$ durumunda ise bu oran % 1'e kadar düşmüştür. Analizler, yerel olmayan parametre e_0a 'nın kritik burkulma yükleri üzerindeki önemli etkisini de ortaya koymuştur. e_0a parametresi arttıkça, kritik burkulma yüklerinde belirgin bir düşüş gözlenmiştir. Bu düşüş, kirişin yerel olmayan etkiler sebebiyle rijitliğinin azaldığını ve burkulmaya karşı direncinin düştüğünü göstermektedir. Mikro ve nano ölçekli yapılarda, uzun menzilli kuvvet etkileşimleri ve moleküler seviyedeki etkiler klasik teorilerde öngörülen rijitliği zayıflatmakta, bu da kritik burkulma yüklerinin daha düşük olmasına neden olmaktadır. Bu nedenle, yerel olmayan etkiler dikkate alınmadan yapılan analizler, kirişlerin burkulmaya karşı gerçek direncini olduğundan daha yüksek tahmin edebilir, bu da yapısal güvenlik açısından yanılgılara yol açabilir.

Çalışmanın bu kısmında ise, farklı fiber hacim oranları ve yerel olmayan parametre değerleri kullanılarak, kiriş teorilerinin burkulma yükleri üzerindeki etkileri Şekil 6-8'de karşılaştırılmıştır. Şekillerdeki ortak eğilimler, kiriş teorilerinin burkulma davranışlarını ve yerel olmayan

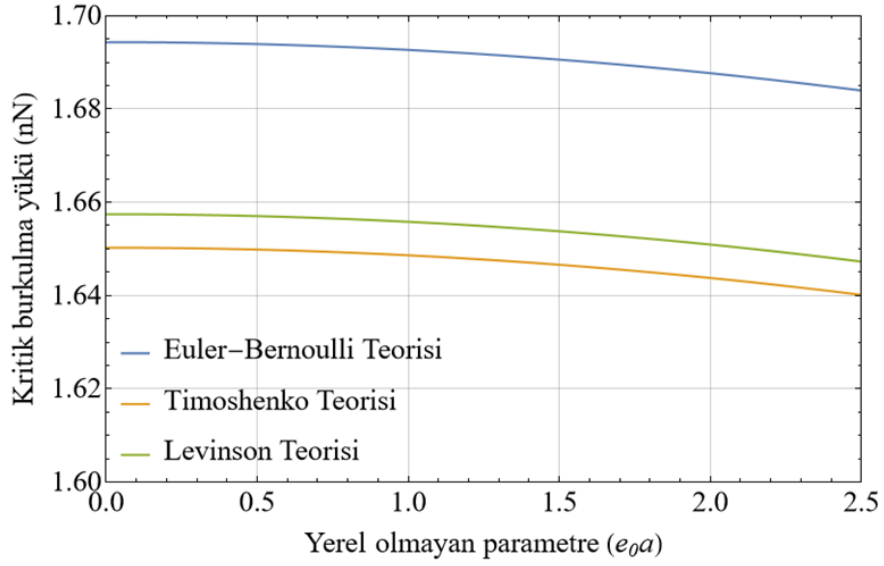
etkilerin bu davranışlara nasıl etki ettiğini net bir şekilde ortaya koymaktadır.

Şekillerden de gözlemlendiği gibi, e_0a değerinin artışı, kirişlerin kritik burkulma yüklerinde bir düşüşe yol açmaktadır. Bu düşüş, kiriş rijitliğinde azalmayı işaret eder ve yerel olmayan etkilerin yapı üzerindeki baskınlığını gösterir. Kritik burkulma yüklerindeki bu düşüş, yerel olmayan parametrenin yapının genel rijitliğini zayıflattığı anlamına gelir. Mikro ve nano ölçekli yapılarda uzun menzilli kuvvet etkileşimleri, klasik teorilerin öngördüğü yükleri düşürerek, yapının stabilitesini olumsuz etkiler.

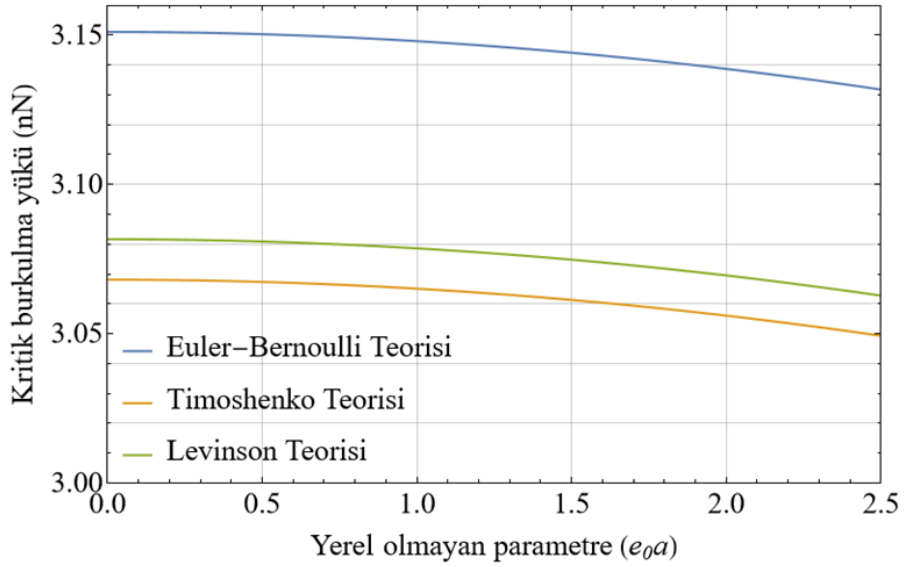
Buna ek olarak, fiber hacim oranı kritik burkulma yükleri üzerinde pozitif bir etkiye sahiptir. Grafiklerde görüldüğü üzere, V_f arttıkça, burkulma yükleri de belirgin bir şekilde artmaktadır. Örneğin, $V_f = 0.1$ ile $V_f = 0.5$ arasında kritik burkulma yüklerinde, tüm kiriş teorilerinde yaklaşık 3 kata kadar artışlar gözlemlenmiştir. Bu durum, fiber takviyesinin kiriş rijitliğini artırarak burkulma direncini yükselttiğini açıkça göstermektedir.

Şekil 6-8'e bakıldığında e_0a değerinin artması, kiriş rijitliğini düşürürken, V_f değerinin artışı yapının burkulma yüklerini kayda değer şekilde artırmaktadır. Bu bulgular, kiriş analizlerinde doğru parametrelerin seçiminin yapısal güvenlik açısından kritik olduğunu ve özellikle mikro ve nano ölçekli yapılarda yerel olmayan etkilerin mutlaka dikkate alınması gerektiğini bir kez daha ortaya koymaktadır.

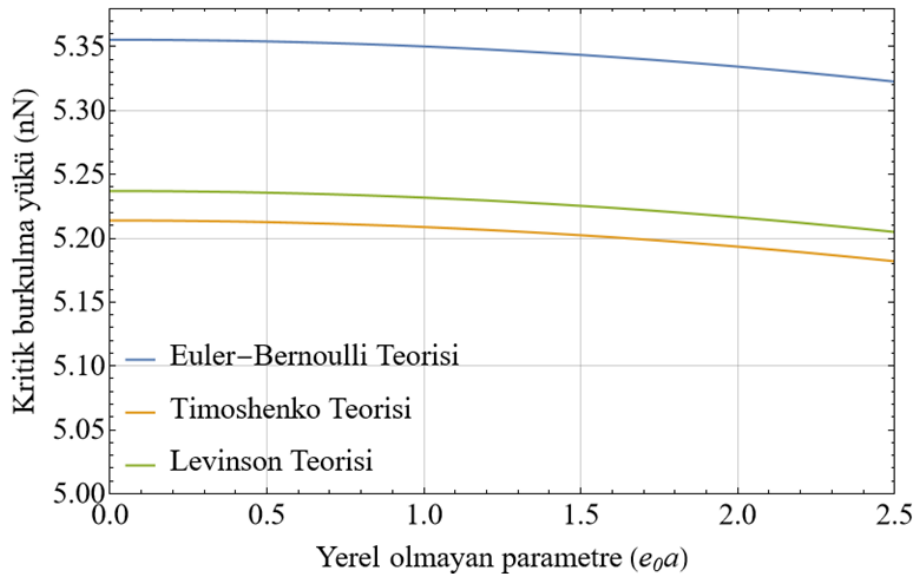
Şekil 9-10'da ise Timoshenko kiriş teorisi kullanılarak, $e_0a = 0.2$ durumunda, farklı fiber hacim oranları ($V_f = 0.1, 0.3, 0.5, 0.7$) ve farklı fiber uzunluk/çap oranları (l/d) için kritik burkulma yükleri çizilmiştir. Bu analizler, özellikle Timoshenko teorisinin kesme ve kayma şekil değiştirme etkilerini içerdiği için en düşük burkulma yüklerini tahmin etmesi durumunu yansıtmaktadır. Şekillerin detaylı incelenmesi, kritik burkulma yüklerinin bu parametrelere nasıl tepki verdiğini ortaya koymaktadır.



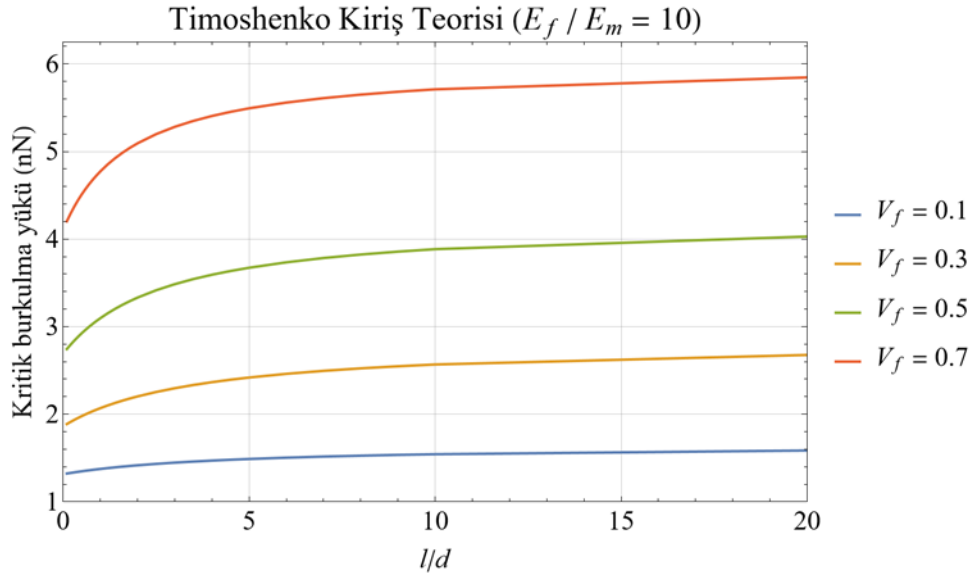
Şekil 6. Farklı e_0a değerleri için kritik burkulma yükleri ($V_f = 0.1$).



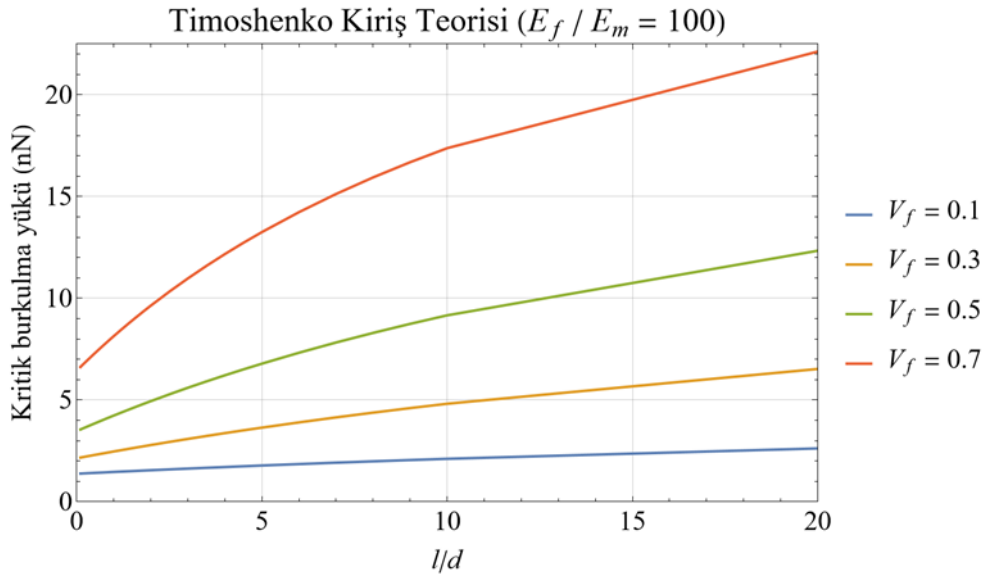
Şekil 7. Farklı e_0a değerleri için kritik burkulma yükleri ($V_f = 0.3$).



Şekil 8. Farklı e_0a değerleri için kritik burkulma yükleri ($V_f = 0.5$).



Şekil 9. Timoshenko kiriş teorisine göre farklı V_f ve l/d değerleri için kritik burkulma yükleri.



Şekil 10. Timoshenko kiriş teorisine göre farklı V_f ve l/d değerleri için kritik burkulma yükleri.

Şekil 9 ve 10'a bakıldığında, fiber hacim oranı arttıkça kritik burkulma yüklerinin belirgin bir şekilde yükseldiği gözlemlenmektedir. Bu artış, fiber takviyesinin kiriş rijitliğini güçlendirdiğini ve böylece burkulma direncinin arttığını ortaya koymaktadır. Yüksek fiber hacim oranları, yapıların stabilitesini olumlu yönde etkileyerek kritik yüklerin daha yüksek seviyelere çıkmasına katkıda bulunmaktadır. Bunun yanı sıra, fiberin uzunluk/çap oranı arttıkça kritik burkulma yüklerinin de arttığı görülmektedir. Uzun ve ince fiberlerin kiriş yapısına entegrasyonu, burkulma direncini artırarak kritik yüklerin yükselmesine neden olmaktadır. Bu durum, fiber uzunluğunun kirişin burkulma davranışında belirleyici bir parametre olduğunu göstermektedir. Özellikle yüksek l/d oranları, yapının burkulma direncini artırarak güvenli yapısal tasarıma katkı sağlamaktadır.

Elastisite modül oranı da kritik burkulma yükleri üzerinde önemli bir etkiye sahiptir. Grafikteki sonuçlar, E_f/E_m oranının artmasıyla birlikte kritik burkulma yüklerinin

belirgin şekilde arttığını göstermektedir. Özellikle $E_f/E_m = 100$ durumu, $E_f/E_m = 10$ durumuna kıyasla çok daha yüksek burkulma yükleri sunmaktadır. Bu artış, daha rijit bir fiber malzemenin kiriş yapısının rijitliğini büyük ölçüde güçlendirdiğini ve burkulma direncini artırdığını ortaya koymaktadır. Daha yüksek E_f/E_m oranlarında, uzunluk/çap oranına göre kritik burkulma yüklerinin artış hızı da önemli ölçüde yükselmektedir. $E_f/E_m = 100$ olduğunda, uzun ve ince fiberlerin etkisi daha belirgin hale gelmekte ve burkulma yüklerinin daha hızlı artmasına neden olmaktadır. Bu, rijitliği yüksek fiberlerin kirişin burkulma direncini daha etkili bir şekilde artırdığını göstermektedir.

4. SONUÇ

Bu çalışmada, kısa fiber takviyeli nanokompozit kirişlerin kritik burkulma davranışları, Euler-Bernoulli, Timoshenko ve Levinson gibi çeşitli kiriş teorileri kullanılarak ve yerel olmayan elastisite etkileri dikkate alınarak incelenmiştir. Elde

edilen sonuçlar, kiriş teorisi seçiminin ve yerel olmayan etkilerin, özellikle mikro ve nano ölçekli uygulamalarda, öngörülen kritik burkulma yükleri üzerinde önemli bir etkiye sahip olduğunu göstermektedir.

Analizler, yerel olmayan parametre arttıkça kritik burkulma yüklerinde bir düşüş olduğunu ortaya koymuştur. Bu durum, nanoyapılarda uzun menzilli etkileşimlerin kiriş rijitliğini zayıflatarak burkulma direncini azalttığını göstermektedir. Tüm kiriş teorilerinde gözlenen bu düşüş, klasik modellerin yerel olmayan etkileri dikkate almadığı durumlarda burkulma direncini olduğundan yüksek tahmin edebileceğini ortaya koymaktadır.

Nano kirişlerin boyuna göre kalınlıklarının oranı da kritik burkulma yüklerini etkilemektedir. L/h oranı yükseldikçe nano kirişlerin kritik burkulma yükleri belirgin bir düşüş göstermektedir. L/h oranı arttıkça kiriş teorilerinin kritik burkulma yükleri de yaklaşmaktadır. Örneğin $e_0a = 0.1$, $L/h = 1$ durumunda, Timoshenko kiriş teorisi Euler-Bernoulli kiriş teorisine göre yaklaşık % 72 oranında daha düşük kritik burkulma yükü tahmin ederken, $L/h = 15$ durumunda ise bu oran % 1'e kadar düşmüştür.

Fiber hacim oranının artışı, kirişlerin kritik burkulma yüklerini olumlu yönde etkilemekte ve kiriş rijitliğini artırarak burkulma direncini güçlendirmektedir. Çalışma, V_f değerinin 0.1'den 0.5'e çıkmasının kritik burkulma yüklerini 3 kat arttırdığını göstermiştir. Bu bulgu, fiber takviyesinin yapısal performansını artırmadaki önemli rolünü açıkça ortaya koymaktadır. Uzunluk/çap oranı (l/d) arttıkça bu etki daha da belirgin hale gelmekte ve uzun ince fiberlerin kiriş rijitliğine katkısı daha da artmaktadır.

Elastisite modül oranı da kritik burkulma yükleri üzerinde önemli bir etkiye sahiptir. $E_f/E_m = 100$ durumunda elde edilen burkulma yükleri, $E_f/E_m = 10$ durumuna göre çok daha yüksek olup, daha rijit fiberlerin kirişin burkulma direncine önemli bir katkı sağladığını göstermektedir. Bu etki, özellikle yüksek l/d oranlarında daha da belirginleşmekte ve rijitliğin artışıyla birlikte burkulma yükleri hızla yükselmektedir.

Sonuç olarak, bu çalışma, nanokompozit kirişlerin burkulma analizinde yerel olmayan etkilerin, uygun kiriş teorisi seçiminin ve mikro ve nano ölçekli uygulamalarda yapısal stabilitenin doğru tahmin edilebilmesi için yerel olmayan etkileşimlerin göz önünde bulundurulmasının önemini ortaya koymaktadır. Ayrıca, fiber hacim oranı, uzunluk/çap oranı ve elastisite modül oranı gibi parametrelerin dikkatlice seçilmesi, yapı elemanlarının burkulma direncini hesaplamak açısından son derece önemlidir. Gelecekteki çalışmalarda bu teorik bulguların deneysel doğrulamalarının yapılması ve burkulma davranışı üzerinde etkili olabilecek diğer yapısal parametrelerin de incelenmesi faydalı olacaktır.

5. KAYNAKLAR

- Abdelrahman, A. A. ve Eltaher, M. A. (2022). On bending and buckling responses of perforated nanobeams including surface energy for different beams theories. *Engineering with Computers*, 38(3), 2385-2411. <https://doi.org/10.1007/s00366-020-01211-8>
- Agarwal, B. D., Broutman, L. J., Agarwal, B. D. ve Broutman, L. J. (2006). *Analysis and performance of fiber composites Third edition (Third.)*. John Wiley & Sons.
- Akbaş, Ş. D. (2018). Forced vibration analysis of functionally graded porous deep beams. *Composite Structures*, 186, 293-302. <https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2017.12.013>
- Akgöz, B. ve Civalek, Ö. (2015). Bending analysis of FG microbeams resting on Winkler elastic foundation via strain gradient elasticity. *Composite Structures*, 134, 294-301. <https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2015.08.095>
- Akpınar M. Uzun B. ve Yaylı, M. Ö. (2024a). On the thermo-mechanical vibration of an embedded short-fiber-reinforced nanobeam. *Advances in nano research*, 17(3), 197-211. doi:10.12989/ANR.2024.17.3.197
- Akpınar, M., Uzun, B. ve Yaylı, M. Ö. (2024b). Stokes' transform solution method for dynamics of a short-fiber-reinforced nanorod via second-order strain gradient theory. *Mechanics Based Design of Structures and Machines*, 1-21. doi:10.1080/15397734.2024.2404612
- Arda, M. ve Aydogdu, M. (2018). Torsional vibration of double CNT system embedded in an elastic medium. *Noise Theory Pract.*, 4, 15-27.
- Aydogdu, M. ve Arda, M. (2016). Torsional vibration analysis of double walled carbon nanotubes using nonlocal elasticity. *International Journal of Mechanics and Materials in Design*, 12(1), 71-84. <https://doi.org/10.1007/s10999-014-9292-8>
- Borjalilou, V., Taati, E. ve Ahmadian, M. T. (2019). Bending, buckling and free vibration of nonlocal FG-carbon nanotube-reinforced composite nanobeams: exact solutions. *SN Applied Sciences*, 1(11), 1323. doi:10.1007/s42452-019-1359-6
- Civalek, Ö., Uzun, B. ve Yaylı, M. Ö. (2020). Frequency, bending and buckling loads of nanobeams with different cross sections. *Advances in Nano Research*, 9(2), 91-104. <https://doi.org/10.12989/anr.2020.9.2.091>
- Civalek, Ö., Uzun, B. ve Yaylı, M. Ö. (2022a). Nonlocal Free Vibration of Embedded Short-Fiber-Reinforced Nano-

- /Micro-Rods with Deformable Boundary Conditions. *Materials*, 15(19), 6803. doi:10.3390/ma15196803
- Civalek, Ö., Uzun, B. ve Yaylı, M. Ö. (2022b). Torsional vibrations of functionally graded restrained nanotubes. *European Physical Journal Plus*, 137(1). https://doi.org/10.1140/epjp/s13360-021-02309-8
- Civalek, Ö., Uzun, B. ve Yaylı, M. Ö. (2022c). An effective analytical method for buckling solutions of a restrained FGM nonlocal beam. *Computational and Applied Mathematics*, 41(2), 67. https://doi.org/10.1007/s40314-022-01761-1
- Civalek, Ö., Uzun, B. ve Yaylı, M. Ö. (2023a). Torsional static and free vibration analysis of noncircular short-fiber-reinforced microwires with arbitrary boundary conditions. *Polymer Composites*. doi:10.1002/pc.27321
- Civalek, Ö., Uzun, B. ve Yaylı, M. Ö. (2023b). Thermal buckling analysis of a saturated porous thick nanobeam with arbitrary boundary conditions. *Journal of Thermal Stresses*, 46(1), 1-21. https://doi.org/10.1080/01495739.2022.2145401
- Daikh A. A., Draï A., Belarbi M. O., Houari Mohammed S. A., Benoumer A., Eltaher M. A. ve Mohamed N. A. (2024). Static bending response of axially randomly oriented functionally graded carbon nanotubes reinforced composite nanobeams. *Advances in nano research*, 16(3), 289-301. doi:10.12989/ANR.2024.16.3.289
- Dong, M., Zhang, H., Tzounis, L., Santagiuliana, G., Bilotti, E. ve Papageorgiou, D. G. (2021). Multifunctional epoxy nanocomposites reinforced by two-dimensional materials: A review. *Carbon*, 185, 57-81. doi:10.1016/j.carbon.2021.09.009
- Dubina, D., Ungureanu, V. ve Crisan, A. (2013). Experimental Evidence of Erosion of Critical Load in Interactive Buckling. *Journal of Structural Engineering*, 139(5), 705-716. doi:10.1061/(ASCE)ST.1943-541X.0000789
- Eringen, A. C. (1983). On differential equations of nonlocal elasticity and solutions of screw dislocation and surface waves. *Journal of Applied Physics*, 54(9), 4703-4710. doi:10.1063/1.332803
- Eringen, A. C. ve Edelen, D. G. B. (1972). On nonlocal elasticity. *International Journal of Engineering Science*, 10(3), 233-248. doi:10.1016/0020-7225(72)90039-0
- Esen, I., Daikh, A. A. ve Eltaher, M. A. (2021). Dynamic response of nonlocal strain gradient FG nanobeam reinforced by carbon nanotubes under moving point load. *The European Physical Journal Plus*, 136(4), 458. doi:10.1140/epjp/s13360-021-01419-7
- Gul, U. ve Aydogdu, M. (2023). On the Axial Vibration of Viscously Damped Short-Fiber-Reinforced Nano/Micro-composite Rods. *Journal of Vibration Engineering & Technologies*, 11(3), 1327-1341. doi:10.1007/s42417-022-00643-4
- Haddouch, I., Mouallif, I., Benhamou, M., Zhouri, O., Abdellaoui, H., Hachim, A., El Maani, R., Radi, B. ve Mouallif, Z. (2024). Effect of plant short fibers on the mechanical properties of carbon fiber reinforced epoxy matrix by using FEM based numerical homogenization technique. *International Journal of Nanoelectronics and Materials (IJNeaM)*, 17(1), 52-65. doi:10.58915/ijneam.v17i1.462
- Hosseini, S. B. (2017). A Review: Nanomaterials as a Filler in Natural Fiber Reinforced Composites. *Journal of Natural Fibers*, 14(3), 311-325. doi:10.1080/15440478.2016.1212765
- I-Ling. (2011). Structural Instability of Carbon Nanotube. *Carbon Nanotubes - Synthesis, Characterization, Applications içinde*. InTech. doi:10.5772/17946
- Kafkas, U., Ünal, Y., Yaylı, M. Ö. ve Uzun, B. (2023). Buckling analysis of perforated nano/microbeams with deformable boundary conditions via nonlocal strain gradient elasticity. *Advances in Nano Research*, 15(4), 339-353. https://doi.org/10.12989/anr.2023.15.4.339
- Khadem, S. ve Euler, J. (1992). Dynamic stability of flexible spinning missiles. II - Vibration and stability analysis of a structurally damped controlled free-free Bernoulli-Euler beam, as a model for flexible missiles. 33rd Structures, Structural Dynamics and Materials Conference içinde. Reston, Virginia: American Institute of Aeronautics and Astronautics. doi:10.2514/6.1992-2211
- Levinson, M. (1981). A new rectangular beam theory. *Journal of Sound and Vibration*, 74(1), 81-87. doi:10.1016/0022-460X(81)90493-4
- Lim, C. W., Zhang, G. ve Reddy, J. N. (2015). A higher-order nonlocal elasticity and strain gradient theory and its applications in wave propagation. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 78, 298-313. doi:10.1016/j.jmps.2015.02.001
- Mindlin, R. D. (1964). Micro-structure in linear elasticity. *Archive for Rational Mechanics and Analysis*, 16, 51-78. doi:10.1007/BF00248490
- Mindlin, R. D. (1965). Second gradient of strain and surface-tension in linear elasticity. *International Journal of Solids and Structures*, 1(4), 417-438. doi:10.1016/0020-7683(65)90006-5
- Moses, F. (1982). System reliability developments in structural engineering. *Structural Safety*, 1(1), 3-13. doi:10.1016/0167-4730(82)90011-X

- Nunes, F., Silvestre, N. ve Correia, J. R. (2016). Structural behaviour of hybrid FRP pultruded columns. Part 2: Numerical study. *Composite Structures*, 139, 304-319. doi:10.1016/j.compstruct.2015.12.059
- Pakravan, H. R., Latifi, M. ve Jamshidi, M. (2017). Hybrid short fiber reinforcement system in concrete: A review. *Construction and Building Materials*, 142, 280-294. doi:10.1016/j.conbuildmat.2017.03.059
- Pervaiz, S., Qureshi, T. A., Kashwani, G. ve Kannan, S. (2021). 3D Printing of Fiber-Reinforced Plastic Composites Using Fused Deposition Modeling: A Status Review. *Materials*, 14(16), 4520. doi:10.3390/ma14164520
- Ramu, P., Jaya Kumar, C. V. ve Palanikumar, K. (2019). Mechanical Characteristics and Terminological Behavior Study on Natural Fiber Nano reinforced Polymer Composite – A Review. *Materials Today: Proceedings*, 16, 1287-1296. doi:10.1016/j.matpr.2019.05.226
- Reddy, J. N. (2007). Nonlocal theories for bending, buckling and vibration of beams. *International Journal of Engineering Science*, 45(2-8), 288-307. doi:10.1016/J.IJENGSCI.2007.04.004
- Salehipour, H., Shahmohammadi, M. A., Folkow, P. D. ve Civalek, O. (2024). An analytical solution for vibration response of CNT/GPL/fibre/polymer hybrid composite micro/nanoplates. *Mechanics of Advanced Materials and Structures*, 31(10), 2094-2114. doi:10.1080/15376494.2022.2150916
- Serna, M. A., López, A., Puente, I. ve Yong, D. J. (2006). Equivalent uniform moment factors for lateral-torsional buckling of steel members. *Journal of Constructional Steel Research*, 62(6), 566-580. doi:10.1016/j.jcsr.2005.09.001
- Silvestre, N., Faria, B. ve Canongia Lopes, J. N. (2014). Compressive behavior of CNT-reinforced aluminum composites using molecular dynamics. *Composites Science and Technology*, 90, 16-24. doi:10.1016/j.compscitech.2013.09.027
- Şimşek, M. (2019). Some closed-form solutions for static, buckling, free and forced vibration of functionally graded (FG) nanobeams using nonlocal strain gradient theory. *Composite Structures*, 224, 111041. doi:10.1016/j.compstruct.2019.111041
- T Kaneko. (1975). On Timoshenko's correction for shear in vibrating beams. *Journal of Physics D: Applied Physics*, 8(16), 1927-1936. doi:10.1088/0022-3727/8/16/003
- Togun, N. ve Bağdatlı, S. (2016a). Nonlinear Vibration of a Nanobeam on a Pasternak Elastic Foundation Based on Non-Local Euler-Bernoulli Beam Theory. *Mathematical and Computational Applications*, 21(1), 3. https://doi.org/10.3390/mca21010003
- Togun, N. ve Bağdatlı, S. M. (2016b). Size dependent nonlinear vibration of the tensioned nanobeam based on the modified couple stress theory. *Composites Part B: Engineering*, 97, 255-262. https://doi.org/10.1016/j.compositesb.2016.04.074
- Toupin, R. (1962). Elastic materials with couple-stresses. *Archive for rational mechanics and analysis*, 11(1), 385-414. doi:10.1007/BF00253945
- Wang, Y., Wang, Z. ve Zhu, L. (2022). A Short Review of Recent Progress in Improving the Fracture Toughness of FRP Composites Using Short Fibers. *Sustainability*, 14(10), 6215. doi:10.3390/su14106215
- Yang, F., Chong, A. C. M., Lam, D. C. C. ve Tong, P. (2002). Couple stress based strain gradient theory for elasticity. *International Journal of Solids and Structures*, 39(10), 2731-2743. doi:10.1016/S0020-7683(02)00152-X
- Yaylı, M. Ö. (2013). Torsion of Nonlocal Bars with Equilateral Triangle Cross Sections. *Journal of Computational and Theoretical Nanoscience*, 10(2), 376-379. https://doi.org/10.1166/jctn.2013.2707
- Yaylı, M. Ö. (2017). A compact analytical method for vibration of micro-sized beams with different boundary conditions. *Mechanics of Advanced Materials and Structures*, 24(6), 496-508. https://doi.org/10.1080/15376494.2016.1143989
- Yaylı, M. Ö. (2018a). Free longitudinal vibration of a nanorod with elastic spring boundary conditions made of functionally graded material. *Micro & Nano Letters*, 13(7), 1031-1035. https://doi.org/10.1049/mnl.2018.0181
- Yaylı, M. Ö. (2018b). On the torsional vibrations of restrained nanotubes embedded in an elastic medium. *Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering*, 40(9), 419. https://doi.org/10.1007/s40430-018-1346-7
- Yaylı, M. Ö. (2018c). Torsional vibration analysis of nanorods with elastic torsional restraints using non-local elasticity theory. *Micro & Nano Letters*, 13(5), 595-599. https://doi.org/10.1049/mnl.2017.0751
- Yaylı, M. Ö. (2018d). Torsional vibrations of restrained nanotubes using modified couple stress theory. *Microsystem Technologies*, 24(8), 3425-3435. https://doi.org/10.1007/s00542-018-3735-3
- Yaylı, M. Ö. (2019a). Stability analysis of a rotationally restrained microbar embedded in an elastic matrix using strain gradient elasticity. *Curved and Layered Structures*, 6(1), 1-10. doi:10.1515/cls-2019-0001

Yaylı, M. Ö. (2019). Free vibration analysis of a rotationally restrained (FG) nanotube. *Microsystem Technologies*, 25(10), 3723-3734. <https://doi.org/10.1007/s00542-019-04307-4>

Yaylı, M. Ö. (2020). Axial vibration analysis of a Rayleigh nanorod with deformable boundaries. *Microsystem Technologies*, 26(8), 2661-2671. <https://doi.org/10.1007/s00542-020-04808-7>