

ÖĞRENCİLERİN MATEMATİKTEKİ HATALARINI BELİRLEME VE GİDERMEDE AÇIKLAYICI İPUÇLARIYLA DESTEKLENMİŞ ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER

WORKED-OUT QUESTIONS SUPPORTED WITH SELF-EXPLANATION PROMPTS FOR DETERMINATION AND ELIMINATION OF STUDENTS' MISTAKES IN MATHEMATICS

Zeynep Çiğdem ÖZCAN¹ Çiğdem KILIÇ² Selda OBALAR³

Başvuru Tarihi: 18.06.2017 Kabul Edilme Tarihi: 08.01.2018 DOI: 10.21764/maeuefd.322223

Özet: Bu çalışmanın amacı öğrencilerin bileşik kesirleri sayı doğrusu üzerinde gösterirken yapmış oldukları hataları belirleme ve gidermede yeni bir yöntem olan açıklayıcı ipuçlarıyla desteklenmiş çözümlü örneklerin matematik performansına olan etkisini belirlemektir. Bu amaç doğrultusunda çalışmanın verileri 3 aşamada toplanmıştır. Veri toplama sürecinde hem nitel, hem de nicel ölçme araçlarından yararlanılmıştır. 4. Sınıfa devam eden 36 öğrenci ile çalışmaya başlanmış bu öğrencilerden 31'i ile çalışmanın birinci aşaması gerçekleştirilmiştir. Aşama 1' de öğrencilerden $\frac{5}{3}$ bileşik kesirini sayı doğrusu üzerinde göstermeleri istenmiştir. Araştırmanın 2. aşamasına 22 öğrenci katılmıştır. Aşama 2'de açıklayıcı ipuçlarıyla desteklenmiş çözümlü örneklerin ardından verilen sıra sende soruları ile veriler toplanmıştır. Araştırmanın son aşaması olan 3. aşamada ise 5 öğrenci ile klinik görüşme yapılmıştır. Veriler içerik analizi yöntemi kullanılarak analiz edilmiştir. Araştırmadan elde edilen sonuçlara bakıldığında aşama 1'de bileşik kesri sayı doğrusunda doğru bir biçimde gösteremeyen öğrencilerin kendilerine sunulan açıklayıcı ipuçlarıyla desteklenmiş çözümlü örneklerin ardından bileşik kesirleri sayı doğrusu üzerinde doğru bir biçimde gösterebildikleri gözlenmiştir. Klinik görüşmelerden elde edilen sonuçlara bakıldığında ise, öğrencilerin bu uygulama ile ilgili olumlu görüşler bildirdikleri görülmüştür.

Anahtar sözcükler: *Bileşik kesir, sayı doğrusu, açıklayıcı ipuçlu uyarıcılar, çözümlü örnekler*

Abstract: The aim of this study is to identify the effectiveness of a new method including worked-out questions with self-explanation prompts for determination and elimination of students' mistakes in mathematics. In order to achieve this aim, data were collected in three steps. Both qualitative and quantitative research methods were used for data collection. The study started with a total of 36 students attending the 4th grade and 31 of these students participated in the first stage of the research. In the first step, students were expected to show $\frac{5}{3}$ on the number line. In the second stage of the data collection, 22 students attended the study. In the second step, data were collected from "now it is your turn" questions which were given after worked-out questions with self-explanation prompts. At the third, step task-based interviews were conducted with five students. Data were analyzed using content analysis technique. According to the results of this study, students who couldn't show improper fraction on a number line at the first step were able to do so after examining some worked-out questions with self-explanation prompts. The results of the clinic interview show that students expressed positive opinions about this application.

Key words: *Improper fraction, number line, self-explanation prompt, worked-out questions*

¹ Yrd. Doç. Dr., İstanbul Medeniyet Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Fakültesi, cigdem.ozcan@medeniyet.edu.tr, <http://orcid.org/0000-0002-1132-5455>

² Doç. Dr., İstanbul Medeniyet Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Fakültesi, ckilic6@gmail.com, <https://orcid.org/0000-0001-5379-955>

³ Dr., Teletaş İlkokulu, selda.obalar@gmail.com, <http://orcid.org/0000-0002-7825-1665>

Giriş

Ülkemizde kesirler konusuna ilkokulun ilk yıllarından itibaren yer verilmektedir. İlkokul matematik dersi öğretim programına (1.-4.sınıflar) bakıldığında, kesirler konusunun sayılar ve işlemler öğrenme alanının kesirler alt öğrenme alanında ele alındığı görülmektedir. Kesirler alt öğrenme alanında 1. sınıfta bütün, yarım ve çeyrek kesirler ile ilgili farkındalık oluşturulmaktadır. Bölme (gruplandırma, parçalama) işlemine girişin yapıldığı 2. sınıfta ise parça-bütün ilişkisi vurgulanarak kesir sembolleri tanıtılmaktadır. 3. sınıfta birim kesir kavramı ele alınarak, pay ve payda arasındaki ilişki pekiştirilmektedir. 4. sınıfta basit ve bileşik kesri tanımlamaları ve kullanmaları öğrencilerden beklenmekte ve kesirlerde toplama ve çıkarma işlemlerine giriş yapılmaktadır. Özellikle 4. sınıfta öğrencilerden basit, bileşik ve tam sayılı kesirleri tanımları ve modellerle göstermeleri beklenmekte ve modeller (sayı doğrusu, alan modeli, vb.) kullanılarak isimlendirme çalışmaları yapılmaktadır (MEB, 2015).

Öğrencilerin kesirlerle ilgili işlemleri etkili bir biçimde öğrenebilmeleri için, kesir kavramının çeşitli yönlerini, ilişkileri ve özellikle de kesirlerde modelleme kavramını iyi bilmeleri gerekmektedir (Cathcart, Pothier, Vance ve Bezuk, 2003; Reys, Suydam, Lindquist ve Smith, 1998). Kesirleri modellemenin pek çok yolu bulunmaktadır. Bu modeller arasında alan modeli, küme modeli ve sayı doğrusu yer almaktadır (Bright, Behr, Post ve Wachsmuth, 1988; Cathcart ve diğ., 2003). Kesirlerin sayı doğrusu üzerinde gösteriminde küme ve alan modeline göre bir takım farklılıklar bulunmaktadır. Sayı doğrusu modeli görsel ve sembolik bilginin birleşimini gerektirmekte olup, uzunluk bir birimi temsil etmektedir. Sayı doğrusu sadece birim yinelemeyi içermez aynı zamanda yinelenen birimlerin alt birimlerin alt bölümlerini de içerir. Sayı doğrusu üzerinde ardışık birimler arasında boşluk yoktur. Yani sayı doğrusu adeta bir cetvel görevini görmektedir (Bright ve diğ., 1988). Sayı doğrusu, aritmetik işlemleri geometrik olarak modelleme, ölçme ve sayısal büyüklükleri karşılaştırma yapmak (Lemmo, Branchetti, Ferretti, Maffia ve Martignone, 2015), tahminde bulunmak ve saymak (Skoumpourdi, 2010) için kullanılabilir.

Kesirlerin sayı doğrusu üzerinde gösterilmesinin kesir kavramının gelişimine ve kesirlerde denklik ve dört işlemlerin yapılmasına olanak sağladığı belirtilmektedir. Kesirlerin matematikte yer alan bu konulara yönelik katkısının var olmasına rağmen öğrencilerin kesirleri sayı doğrusunda gösterirken sorunlar yaşadıkları görülmektedir (Lemmo ve diğ., 2015; Okur ve Çakmak-Güler, 2016; Pesen, 2008; Yetim ve Alkan, 2010). Pesen (2008) ilkokul öğrencileri ile yaptığı çalışmada öğrencilerin büyük çoğunluğunun sayı doğrusu üzerinde belirlenen noktaya karşılık gelen kesir sayısını yazma becerisini gösteremediklerini ifade etmiştir. Bazı öğrencilerin sayı doğrusu üzerindeki noktaya karşılık gelen kesir sayısını yazmaya çalışırken, paydanın yazımında bütünün

kaç eş parçaya ayrıldığını saymayıp, 0 (sıfır) dâhil tüm noktaları veya 0 ile 1 arasında kalan iç noktaları saydıklarını belirlenmiştir. Yetim ve Alkan (2010) ortaokul öğrencileri ile yaptıkları çalışmada ortaokul öğrencilerinin tam sayılı, basit ve bileşik kesirleri sayı doğrusunda gösteremediklerini belirlemişlerdir. Lemmo ve diğ. (2015) 6. sınıf öğrencileri ile yaptıkları çalışmada öğrencilerin sayı doğrusunda birim ölçüsünü doğru bir biçimde oluşturamadıkları, yalnızca doğal sayıları doğru bir biçimde sayı doğrusu üzerinde gösterebildikleri ve kesirleri sayı doğrusu üzerinde doğru bir biçimde gösteremedikleri sonucuna varmışlardır. Okur ve Çakmak-Güler (2016) ortaokul 6. ve 7. sınıf öğrencileri ile yaptıkları çalışmada öğrencilerin kesirleri, paydada yer alan sayı kadar sayı doğrusunu parçalara ayırıp payda yer alan sayı kadarını almanın doğru yanıt olduğu kavram yanılgısına sahip olduklarını belirlemişlerdir.

Öğrencilerin kavram yanılgılarını ve hatalarını belirleme ve gidermede etkili olan yollardan biri öğrencilerin kavramsal öğrenmelerini güçlendirip problem çözme becerilerini artırdığı düşünülen çözümlü örneklerdir (Cooper ve Sweller, 1987; Renkl, 1999). Çözümlü örnekler hem problemi hem de o problemin çözümünü içerir ve benzer bir problemin nasıl çözüldüğünü göstermek amacıyla kullanılır. Çözümlü örnekler uzmanın belirli bir problemi nasıl çözdüğünü göstermek için bir model sağlar ve böylece öğrenci bu çözümü önce benzer örneklere daha sonra da daha az benzeyen örneklere uygular. Böylece benzer problemlerden daha az benzeyen problemlere gidecek şekilde öğrenme transferi gerçekleşir (Cooper ve Sweller, 1987). Genellikle öğrencinin problemin yapısını anlaması amacıyla çözüm basamaklandırılmıştır ve çözüme grafik gibi destek çizimler de eşlik edebilir (Atkinson, Derry, Renkl ve Worthem, 2000). Öğrencinin soruyu kendi başına çözme girişimi önemli olsa da özellikle deneyimi az öğrenciler için çözümlü örnekler öğrencinin konu ile ilgili kavramsal yapıyı oturtmasında ve problem çözme becerilerini geliştirmesinde önemli bir etkiye sahiptir (Atkinson ve diğ., 2000; Smith, Mestre ve Ross, 2010; Sweller, Van Merriënboer ve Paas, 1998). Bu durum Sweller ve diğ. (1998) tarafından “çözümlü örnek etkisi” olarak tanımlanmıştır.

Çözümlü örneklerin önemi “bilişsel yük teorisi” ile açıklanabilir (Bokosmaty, Sweller ve Kalyuga, 2015; Reisslein, Reisslein, ve Seeling, 2006; Van Loon-Hillen, Van Gog, ve Brand-Gruwel, 2012). Sweller (1988) tarafından bilişsel yük “bilgiyi işlemek için gerekli olan çaba” olarak tanımlanır. Daha da önemlisi kısa süreli bellek için gerekli olan zihinsel çabaların tümü bilişsel yüküdür. Bilgi öğrenildiği andan itibaren kısa süreli bellekte yük olmaktan çıkar. O halde bilginin öğrenilmesini kolaylaştırma işlemi onu öğrenenlere uygun bir biçimde vermek ile sağlanır. Çözümlü örneklerin deneyimi az öğrencilerde bilişsel yükü azalttığı ancak problemin çözümü ile ilgili gerekli şemalara sahip olan ve bilişsel yük hissetmeyen daha ileri düzey bilgiye sahip olan öğrencilerde bir etkisi

olmadığı (Tuovinen ve Sweller, 1999) düşüncesi yaygındır. Aslında çözümlü örneklerin etkililiği yüklendikleri bilişsel yüke bağlıdır (Chandler ve Sweller, 1991). Bilişsel yük çalışan belleğin sürecine katkıda bulunur. Bilişsel yükün 3 kaynağı vardır (Sweller ve diğ., 1998). İçsel bilişsel yük sunulan bilginin karmaşıklığından ve bağlantılı olmamasından kaynaklanan yüküdür. Bu tür bilişsel yük öğretim metodundan bağımsızdır. Dışsal bilişsel yük ise öğretilen konunun içerik düzenlemesinden kaynaklanır. Problemin gösterim biçiminden ve öğrenciden beklenen aktivitelerden kaynaklanır yani kullanılan öğretim araçlarına bağlıdır. Etkili bilişsel yük ise şema oluşumuna yardımcı olan öğrenme sürecini destekleyen içerik ve etkinliklerden etkilenmektedir (Sweller ve diğ., 1998). Bu sebeple etkili bilişsel yükü desteklemek amacıyla öğrenmeyi destekleyici çalışmalar yapmak önemlidir. Bunu gerçekleştirmek için en etkili yöntemlerden biri çözümlü örneklerin kullanılması olarak düşünülmektedir (Atkinson ve diğ., 2000; Bokosmaty ve diğ., 2015; Kalyuga, Ayres, Chandler ve Sweller, 2003).

Sınıfta yapılan derslerde ve ders kitaplarında çözümlü örneklere yer verilmektedir. Son yıllarda yapılan araştırmalar kitaplarda yer alan standart çözümlü örnekler yerine yapılandırılmış çözümlü örneklerin öğrencilerin problem çözme becerilerini artıracığına işaret etmektedir. Bu yapılandırılmış çözümlü örnek türlerinden biri de son yıllarda üzerinde sıklıkla çalışılan açıklayıcı ipuçlarıyla desteklenmiş çözümlü örneklerdir. Açıklayıcı ipuçlarıyla desteklenmiş çözümlü örnekler özellikle kavram yanlışlarına sahip olan öğrenciler için kullanılan yeni bir stratejidir (McGinn, Lange ve Booth, 2015). Bu çözümlü örnek türü “yapılandırılmış müdahale içeren etkinlikler” den oluşur ve öğrencinin kendi kendine açıklama yapmasını destekler. Kendi kendine açıklama yapma (self-explanation) bir öğrencinin bir soru veya problem çözerken gerçekleştirmiş olduğu akıl yürütme (muhakeme) adımlarını içsel olarak açıklaması olarak tanımlanabilir. Çoğu öğrenci kendi kendine açıklama yapma becerisine sahip değildir. Bu sebeple öğrencilerin çözümlü örnekler üzerinde çalışırken açıklayıcı ipuçları verilmesinin öğrenmeyi kolaylaştırıcı etkiye sahip olacağı düşünülmektedir (Bude, Van de Wiel, Imbos ve Berger, 2012). Bu uyarıcılar çoğunlukla soru şeklinde olur. Çözümlü örnekler ve açıklayıcı ipuçlu uyarıcılar oluşturmak için önerilen adımlar aşağıdaki gibidir (McGinn ve diğ., 2015).

Adım 1: Amacı belirleyin ve bu amaç ile ilgili olarak ortak hataları listeleyin. Bir ders planı yapmaya benzer biçimde dersin amacını ya da odak amacı yazarak başlayın. Adım 2: Her bir örnek için bir hata ya da yanlış seçin. Burada amaç öğrencinin dikkatini problemin bir yönüne odaklanmasını sağlamaktır. Bunu yaparken öğrencilerin çok fazla hata ya da fikir ile boğuşmaları önlenmelidir. Bu adımda bir hataya /kavram yanlışlığına ya da birkaç tanesine odaklanan çalışma kâğıdı hazırlanır. Adım 3: Kavram yanlışlığını kullanarak çözümlü örnek hazırlayın. Amacınıza

uygun olan problem için çözümlü örnek yazın. Çözümlü örnek ister doğru ister yanlış olsun, çözümün doğru ya da yanlış olduğu belirtilmelidir. Adım 4: Daha önce belirlenen hata ya da kavram yanılığısına yönelik olarak açıklayıcı ipuçlarıyla desteklenmiş uyarıcılar yazın. Hayali bir öğrenci tarafından yapılmış bir çalışma aracılığıyla öğrencinin kendi kavram yanılığını ortaya çıkaran sorular yazma ihtiyacı duyacaksınız. “Ne” sorusundan kaçının “neden” sorusuna odaklanın. Adım 5: Çözümlü örneğe benzer bir örnek uygulama oluşturun. Çözümlü örnek çalışıldıktan sonra bu örnek uygulamayı öğrencilere tamamlamaları için verin ve açıklayıcı ipuçlarıyla desteklenmiş uyarıcıları cevaplamalarını sağlayarak alıştırmayı yapmalarını sağlayın. Bu durum ayrıca öğrencilerin kavram yanılığlarıyla ilgili sıkıntıyı giderme sürecini hızlandıracaktır. Açıklayıcı ipuçlarından oluşan uyarıcılar oluşturma bu sürecin en zor aşamasıdır. Çünkü öğrencilerin kavram yanılıklarını başarılı bir biçimde ortaya çıkaran bir problem oluşturma en önemli unsurdur (McGinn ve diğ. 2015).

Smith, Mestre & Ross (2010) tarafından da belirtildiği gibi, özellikle deneyimi az öğrenciler için çözümlü örnekler öğrencinin konu ile ilgili kavramsal yapıyı oturtmasında ve problem çözme becerilerini geliştirmede önemli bir etkiye sahip olmakta ve bu öğrencilerde bilişsel yükü azaltarak (Tuovinen& Sweller, 1999), öğrenmeyi kolaylaştırıcı etkiye sahip olmaktadır (Bude, Van de Wiel, Imbos & Berger (2012). Öğrencilerin matematikte yaşadıkları sorunları belirleme ve ortadan kaldırmada potansiyel etkiye sahip olan açıklayıcı ipuçları ile desteklenmiş çözümlü örneklerin, öğrencilerin kesirleri sayı doğrusunda üzerinde göstermede yaşadıkları sorunları belirme ve gidermedeki rolü üzerine yapılmış çalışmalar olmaması sebebiyle bu çalışmada açıklayıcı ipuçları ile desteklenmiş çözümlü örneklere yer verilmiştir. Bu kapsamda bu araştırmanın amacı öğrencilerin matematikteki hatalarını belirleme ve gidermede yeni bir yöntem olan açıklayıcı ipuçlarıyla desteklenmiş çözümlü örnekleri kullanarak öğrencilerin bileşik kesirleri sayı doğrusu üzerinde gösterirken yapmış oldukları hataları ortaya çıkarma ve bunları giderme yoluna gitmektir.

Yöntem

Araştırma Modeli

Araştırmanın birinci aşaması için nicel yolla veri toplanmış ve öğrencilerin kavram yanılığları nitel yolla analiz edilmiştir. Bu kapsamda içerik analizi yöntemi kullanılmıştır. Araştırmanın ikinci aşamasında ise yine nicel yolla veri toplanmış ve durum çalışması yapılarak öğrencilerin sorulara vermiş olduğu yanıtlar incelenmiştir. Çalışmanın üçüncü aşaması için ise matematik eğitimindeki araştırmalarda sıklıkla kullanılan klinik görüşme tekniği ile veriler toplanmıştır. Matematik eğitiminde klinik görüşme tekniğini kullanmanın amacı, belirli bir öğretimin etkililiğini, öğrencilerin bilgi yapılarını ya da becerilerini belirlemek, gelişim sürecini daha iyi anlamak ya da

problem çözümlerindeki davranışlarını araştırmaktır (Goldin, 1998). Çalışmada klinik görüşme tekniğinin seçilmesinin nedeni ilkokul dördüncü sınıf öğrencilerinin açıklayıcı ipuçlarıyla desteklenmiş çözümlü örneklerle ilgili görüş ve duygularını almaktır.

Katılımcılar

Araştırmaya İstanbul'un Ümraniye ilçesinde bulunan bir devlet ilkokulunda 4. sınıfa devam eden toplam 36 öğrenci ile başlanmış bu öğrencilerden 31'i araştırmanın birinci aşamasına katılmıştır. Araştırmanın ikinci aşamasına 22 öğrenci katılmış ve üçüncü aşamada da hem birinci hem de ikinci aşamaya katılmış olan öğrencilerden 5'i ile klinik görüşmeler gerçekleştirilmiştir. Klinik görüşme yapılacak olan katılımcıların belirlenmesinde ölçüt örnekleme tekniği kullanılmıştır. Ölçüt örnekleme tekniği ile nitel araştırmaya dâhil edilmek istenen katılımcıların belli ölçütleri karşılaması gerekmektedir (Patton, 1990). Bu çalışmada ölçüt, araştırmanın birinci aşamasında soruya doğru yanıt veremeyen ancak ikinci aşamada açıklayıcı ipuçlarıyla desteklenmiş çözümlü örnekler sayesinde soruya yanıt veren öğrenciler seçilmiştir. Çalışmada yer alan öğrencilerin gerçek isimleri kullanılmamış olup, onun yerine K1, K2, K3, K4 ve K5 biçiminde kod isimler kullanılmıştır.

Veri Toplama Araçları

Araştırmada veri toplamak için, araştırmanın birinci aşamasında bir sorudan oluşan bir ölçme aracı ve ikinci aşamada ise açıklayıcı ipuçlarıyla desteklenmiş iki doğru ve iki yanlış çözümlü örneklerin ve her bir uygulama ardından öğrencilerin kendilerinin çözdüğü iki benzer sorudan oluşan bir ölçme aracı kullanılmıştır. Araştırmanın üçüncü aşamasında ise klinik görüşme soruları kullanılmıştır.

Aşama 1: Bileşik kesri sayı doğrusunda gösterme sorusu. Skoumpourdi (2010) sayı doğrularının sayıların/sembollerin olduğu ya da olmadığı yapılandırılmış ve yarı-yapılandırılmış, biçimlerde sunulabileceği gibi boş olarak da çeşitli biçimlerde gösterebileceğini ileri sürmektedir. Bu çalışmada öğrencilere herhangi bir sayı doğrusu verilmeden aşağıdaki biçimde bir soru sorulmuştur;

Soru: $5/3$ kesrini sayı doğrusunda gösteriniz.

Öğrencilerin bu soruya verdikleri cevaplar çerçevesinde hata analizi gerçekleştirilmiştir.

Aşama 2: Açıklayıcı ipuçlarıyla desteklenmiş çözümlü örnekler. Kesirlerin sayı doğrusunda gösterilmesini içeren açıklayıcı ipuçlarıyla desteklenmiş çözümlü örnekler öğrencilere sunulmuştur. Bu örnekler doğru çözümler ve yanlış çözümleri içermek üzere iki bölümden oluşmaktadır. Bu aşamada McGinn ve diğ. (2015) önerdiği 5 adımlı sınıflama dikkate alınarak 4

tane açıklayıcı ipuçlarıyla desteklenmiş çözümlü örneklerden oluşan ölçme aracı öğrencilere uygulanmıştır. Ölçme aracı ile ilgili açıklamalar aşağıda yer almaktadır.

Öğrencilere öncelikle aşağıdaki açıklama sunulmuştur.

Sevgili Öğrenciler,

Aşağıda bileşik kesirlerin sayı doğrusunda gösterilmesi ile ilgili sorular ve sizin gibi 4. sınıf öğrencilerinin yapmış olduğu cevaplar verilmiştir. Bu cevapların bir kısmı doğru, bir kısmı ise yanlış çözülmüştür. Yaşıtlarınızın sorulara vermiş oldukları cevapları iyice inceleyerek aşağıda verilen soruların çözümümüyle ilgili soruları yanıtlayınız.

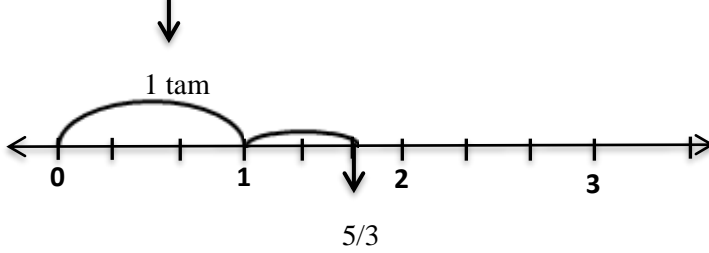
Doğru çözümlerin olduğu bölümde iki örnek soru ve ardından da birer benzer soru öğrencilerin çözümüne sunulmuştur. Bu örnek sorulardan biri ve açıklayıcı ipuçlar içeren sorular aşağıda yer almaktadır.

Örnek 1. Oğuz aşağıdaki soruyu DOĞRU olarak çözmüştür. Aşağıda sorunun çözümü yer almaktadır. Çözümü iyice inceleyiniz.

Soru: kesrini sayı doğrusunda gösteriniz.

Oğuz'un Cevabı:

$$5/3 - 3/3 = 2/3$$



Soru 1: Oğuz kesri niçin 1 ile 2 arasında göstermiştir?

Soru 2: 1 ile 2 arasını niçin 3 parçaya bölmüştür?

Soru3: 1 tamdan sonra niçin 2 parça ilerlemiştir?

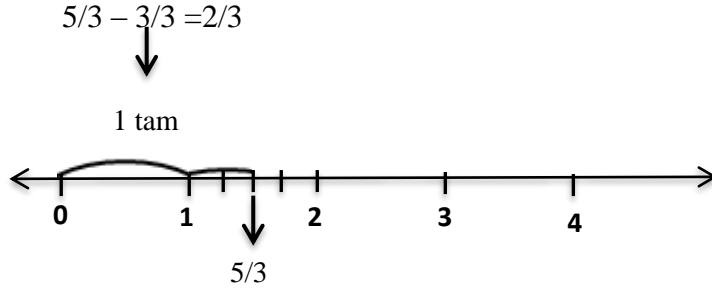
Şimdi sıra sende. Aşağıdaki soruyu çöz.

Doğru çözümlerin ardından öğrencilere iki tane yanlış çözülmüş soru ve açıklayıcı ipuçlar içeren sorular sorulmuş yine birer soru öğrencilerin çözümüne sunulmuştur. Bu örnek sorulardan biri ve açıklayıcı ipuçlu sorular aşağıda yer almaktadır.

Örnek 3. Seren aşağıdaki soruyu çözmeye çalışmış ancak YANLIŞ çözmüştür. Aşağıda sorunun çözümü yer almaktadır. Çözümü iyice inceleyiniz ve aşağıdaki soruları yanıtlayınız.

Soru: $5/3$ kesrini sayı doğrusunda gösteriniz.

Seren'in Cevabı:



Soru 1: Seren kesri niçin 1 ile 2 arasında göstermiştir? Bu yaptığı doğru mu?

Soru 2: 1 ile 2 arasını kaç parçaya bölmüştür? Bu yaptığı doğru mu?

Soru3: 1 tamdan sonra niçin 2 parça ilerlemiştir? Bu yaptığı doğru mu?

Şimdi sıra sende.

Soru: $6/4$ kesrini sayı doğrusunda gösteriniz.

Aşama 3: Klinik görüşme soruları. Öğrencilere klinik görüşmeler sırasında çözümlü soruları incelerken neler yaşadıklarına ilişkin deneyimlerini ortaya çıkarıcı sorular sorulmuştur. Sorulardan bazıları aşağıdaki gibidir.

- 1) Sana bir önceki dersimizde iki çalışma sunduk. Bunlardan ilki yine senin gibi 4. sınıftan iki öğrencinin bileşik kesri sayı doğrusunda göstermesine ilişkin. Ve yaşlıların soruyu doğru çözmüşlerdi. Önce Öğrenci 1'in çözümünü inceledin. Bu çözümü sana sorulan sorular çerçevesinde incelemenin bir katkısı oldu mu? Anlatır mısın?
- 2) Daha sonra $6/4$ kesrini sayı doğrusu üzerinde gösterdin. Nelere dikkat ettin? Neler etkili oldu? Anlatır mısın?
- 3) Bu çalışma hakkında ne düşünüyorsun? Anlatır mısın?
- 4) Bu çalışma hakkında eklemek istediğin bir şey var mı?

Veri Toplama Süreci

Öncelikle sınıf öğretmeni ile 4. sınıfa giden öğrencilerin bu sınıf seviyesinde matematikte en fazla zorlandıkları konu(lar) sorulmuş ve hem öğretmenin görüşü hem de öğrencilerin matematik sınav kâğıtları incelenmiştir. Öğretmenle yapılan görüşme ve incelemeler sonucunda özellikle öğrencilerin bileşik kesirleri sayı doğrusunda göstermede sorunlar yaşadıkları belirlenmiştir.

Birinci aşamada öğrencilere bileşik kesri sayı doğrusunda göstermelerine yönelik bir soru hazırlanmış ve tüm sınıfa uygulanmıştır. Uygulama sonucunda öğrencilerin yanıtları analiz edilmiş ve ikinci aşamada hatalı yanıt veren öğrencilerin hatalarını gidermek için yanlış yapan öğrencilere açıklayıcı ipuçlarıyla desteklenmiş 2 doğru çözülmüş, 2 de yanlış çözülmüş “çözümlü sorular” verilmiştir. Bu çözümlü sorulara benzer hem doğru çözülmüş soruların ardından hem de yanlış çözülmüş soruların ardından birer soru çözülmek üzere öğrencilere sunulmuştur. Üçüncü aşamada ise birinci aşamada bileşik kesri sayı doğrusunda doğru bir biçimde gösteremeyen ancak ipuçlarıyla desteklenmiş çözümlü örneklerin ardından bileşik kesri sayı doğrusu üzerinde doğru bir biçimde gösteren 5 öğrenci ile klinik görüşmeler yapılmış ve ses kayıt cihazı ile görüşmeler kayıt altına alınmıştır. Görüşmeden elde edilen verilerin dökümü yapılmış ve analize hazır hale getirilmiştir.

Veri Analizi

Araştırmanın *birinci aşamasında* uygulanan ölçme aracına öğrencilerin vermiş oldukları yanıtlar tek tek listelenmiş ve daha sonra bu yanıtlar içerik analizi yapılarak gruplandırılmış ve frekans tablosu oluşturulmuştur. Araştırmanın *ikinci aşamasında* önce öğrencilerin doğru çözümlü örneklerden ve yanlış çözümlü örneklerden sonra kendilerine yanıtlamaları için verilen örnek sorulara ilişkin çözümleri ve ilk ölçme aracıyla elde edilen veriler karşılaştırmalı olarak fotoğraflanarak tablolar halinde sunulmuştur. Daha sonra öğrencilerin sorulara vermiş oldukları yanıtlar dört ölçüt göz önünde bulundurularak değerlendirilmiştir. Bu ölçütler aşağıdaki gibidir:

ÖÇ1. Sayı doğrusunda 0'ı başlangıç noktası olarak alması,

ÖÇ2. Sayı doğrusunu doğru aralıklara bölmesi,

ÖÇ3. Kesrin bulunduğu doğal sayı aralığını doğru olarak belirlemesi

ÖÇ4. Kesri doğru olarak göstermesi

Üçüncü aşamasında görüşmelerde elde edilen verilerin analizinde de içerik analizi tekniği kullanılmıştır. İçerik analizi tekniğinin seçilmesinin nedeni öğrencilerin bileşik kesirleri sayı doğrusunda gösterirken yaşamış oldukları sorunları belirleme ve gidermede yeni bir yöntem olan açıklayıcı ipuçlarıyla desteklenmiş çözümlü örneklerin öğrenciler üzerindeki etkisi ile ilgili bilgi toplamaktır (Büyüköztürk, Kılıç-Çakmak, Erkan-Akgün, Karadeniz ve Demirel, 2008).

Bulgular

Araştırmadan elde edilen bulgular aşama aşama olarak verilmiştir.

Birinci Aşamaya İlişkin Bulgular

Araştırmanın birinci aşamasında uygulanan ölçme aracına ilişkin frekans tablosu aşağıda yer almaktadır.

Tablo 1.

Öğrencilerin 5/3 Kesrini Sayı Doğrusunda Göstermesine İlişkin Frekans Tablosu

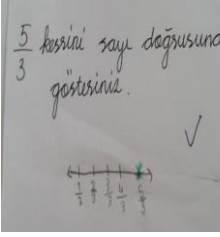
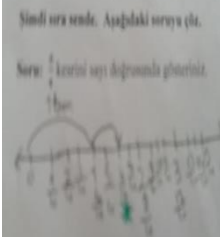
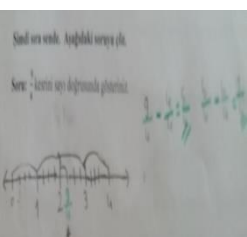
Yapılan Hata	Frekans
Sayı doğrusundaki doğal sayılar arasındaki aralıkların payda (3) yerine daha fazlasına bölünmesi	6
Sayı doğrusunu doğru çizmesine rağmen (aralıkları 3 eşit parçaya bölme) doğru sonuca ulaşamayanlar	6
Sadece doğal sayıları içeren bir sayı doğrusu çizme	2
Doğru cevaplar	17
Toplam	31

Yukarıda Tablo1’de görüldüğü üzere öğrencilerin 17’si soruları doğru olarak yanıtlamıştır. Yanlış olarak yanıtlanan sorular ise 3 grupta kodlanmıştır. Bu öğrencilerden 6’sı sayı doğrusundaki doğal sayılar arasındaki aralıkların payda (3) yerine daha fazlasına bölerek sayı doğrusunu yanlış bölmüştür. Diğer 6 öğrenci sayı doğrusunu doğru çizmesine rağmen (Aralıkları 3 eşit parçaya bölme) doğru sonuca ulaşamamıştır. Öğrencilerden 2’si ise sadece doğal sayıları içeren bir sayı doğrusu çizmiştir ve bileşik kesri sayı doğrusu üzerinde gösterememiştir.

İkinci Aşamaya İlişkin Bulgular

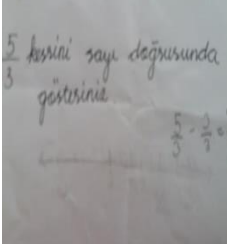
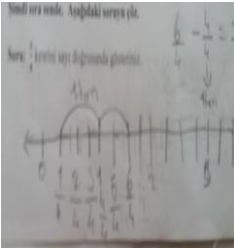
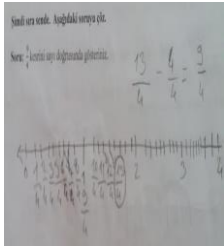
Öğrencilerin ikinci aşamasında vermiş oldukları yanıtlar ile birinci aşamada verilen soruya vermiş oldukları cevaplar karşılaştırmalı olarak aşağıda tablolar halinde gösterilmiştir. Burada yalnızca araştırmanın 3. aşamasına katılan öğrencilerin yanıtlarına yer verilmiştir. Bunun nedeni geriye kalan öğrencilerin tüm sorulara doğru bir biçimde yanıtlar vermiş olmalarıdır. Aşağıdaki tablolarda aşama 1 ve aşama 2’de elde edilen veriler öğrenci bazında ele alınarak bir bütün halinde verilmiştir.

Tablo 2.
K1'e İlişkin Bulgular

	Aşama 1	Aşama 2	
		Doğru Çözümlü Örnekler Sonrası	Yanlış Çözümlü Çözümlü Örnekler Sonrası
			
ÖÇ1	-	+	+
ÖÇ2	-	+	+
ÖÇ3	-	+	+
ÖÇ4	-	+	+

Tablo 2'den görüldüğü gibi, katılımcılardan K1 $5/3$ bileşik kesrini aşama 1'de doğru olarak sayı doğrusu üzerinde doğru bir biçimde gösterememiştir. K1 sayı doğrusunda 0'ı başlangıç noktası olarak alamamış, sayı doğrusunu doğru aralıklara bölememiş, kesrin bulunduğu doğal sayı aralığını doğru olarak belirleyememiştir. Aşama 2'de ise açıklayıcı ipuçlarıyla desteklenmiş doğru çözümlü örnekler ardından sıra sende soruları olan $6/4$ ve $9/4$ kesirlerini sayı doğrusu üzerinde doğru bir biçimde göstermiştir. Bunun yanı sıra kendilerine sunulan açıklayıcı ipuçlarıyla desteklenmiş yanlış çözümlü örneklerin ardından sıra sende sorularını da doğru yanıtlamıştır. K1 $5/3$ ve $13/4$ kesirlerini sayı doğrusu üzerinde doğru bir biçimde gösterebilmiştir.

Tablo 3.
K2'ye İlişkin Bulgular

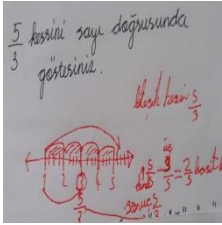
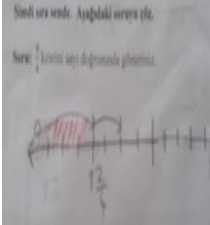
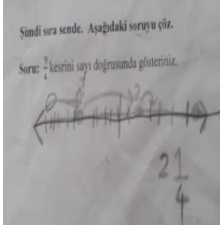
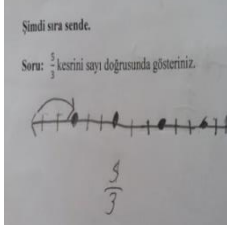
	Aşama 1	Aşama 2	
		Doğru Çözümlü Örnekler Sonrası	Yanlış Çözümlü Çözümlü Örnekler Sonrası
			
ÖÇ1	+	+	+
ÖÇ2	+	+	+
ÖÇ3	-	+	+
ÖÇ4	-	+	+

Tablo 3'ten görüldüğü gibi aşama 1'de katılımcılardan K2 $5/3$ bileşik kesrini doğru olarak sayı doğrusu üzerinde doğru bir biçimde gösterememiştir. K2 sayı doğrusunda 0'ı başlangıç noktası

olarak alabilmiş, sayı doğrusunu doğru aralıklara bölebilmemiş, ancak kesrin bulunduğu doğal sayı aralığını doğru olarak belirleyememiştir. Aşama 2’de ise açıklayıcı ipuçlarıyla desteklenmiş doğru çözümlü örneklerin ardından sıra sende soruları olan $6/4$ ve $9/4$ kesirlerini sayı doğrusu üzerinde doğru bir biçimde göstermiştir. Ayrıca katılımcı K2 kendilerine sunulan açıklayıcı ipuçlarıyla desteklenmiş yanlış çözümlü örneklerin ardında sıra sende sorularını $5/3$ ve $13/4$ kesirlerini sayı doğrusu üzerinde doğru bir biçimde gösterebilmiştir.

Tablo 4.

K3’ye İlişkin Bulgular

	Aşama 1		Aşama 2		
			Doğru Çözümlü Örnekler Sonrası	Yanlış Çözümlü Örnekler Sonrası	Çözümlü Örnekler Sonrası
					
ÖÇ1	-	+	+	-	+
ÖÇ2	-	+	+	+	+
ÖÇ3	-	+	+	-	+
ÖÇ4	-	+	+	-	+

Tablo 4’ten görüldüğü gibi, aşama 1’de katılımcılardan K3 $5/3$ bileşik kesrini sayı doğrusu üzerinde doğru olarak gösterememiş yalnızca 3 ve 5 sayılarını ayrı ayrı işaretleme yoluna gitmiştir. Katılımcılardan K3 sayı doğrusunda 0’ı başlangıç noktası olarak alamamış, sayı doğrusunu doğru aralıklara bölememiş, kesrin bulunduğu doğal sayı aralığını doğru olarak belirleyememiştir. Aşama 2’de ise açıklayıcı ipuçlarıyla desteklenmiş çözümlü örneklerin ardından sıra sende soruları olan $6/4$ ve $9/4$ kesirlerini sayı doğrusu üzerinde doğru bir biçimde göstermiştir. Yine K3 aşama 3’te kendilerine sunulan açıklayıcı ipuçlarıyla desteklenmiş çözümlü örneklerin ardında sıra sende sorularını $5/3$ ve $13/4$ kesirlerini sayı doğrusu üzerinde doğru bir biçimde gösterebilmiştir.

Tablo 5.
K4'ye İlişkin Bulgular

Aşama 1	Aşama 2		Aşama 2	
	Doğru Çözümlü Örnekler Sonrası	Yanlış Çözümlü Örnekler Sonrası	Çözümlü Örnekler Sonrası	Çözümlü Örnekler Sonrası
ÖÇ1	-	+	+	+
ÖÇ2	-	+	+	+
ÖÇ3	-	+	+	+
ÖÇ4	-	+	+	+

Tablo 5'ten görüldüğü gibi katılımcılardan K4 aşama 1'de $5/3$ bileşik kesrini doğru olarak sayı doğrusu üzerinde gösterememiştir. Katılımcılardan K4 sayı doğrusunda 0'ı başlangıç noktası olarak alamamış, sayı doğrusunu doğru aralıklara bölememiş, kesrin bulunduğu doğal sayı aralığını doğru olarak belirleyememiştir. Katılımcı K4 aşama 2'de ise açıklayıcı ipuçlarıyla desteklenmiş doğru çözümlü örneklerin ardından sıra sende soruları olan $6/4$ ve $9/4$ kesirlerini sayı doğrusu üzerinde doğru bir biçimde göstermiştir. Bunun yanı sıra aşama 2'de K4 kendisine sunulan açıklayıcı ipuçlarıyla desteklenmiş yanlış çözümlü örneklerin ardında sıra sende sorularını $5/3$ ve $13/4$ kesirlerini sayı doğrusu üzerinde doğru bir biçimde gösterebilmiştir.

Tablo 6.
K5'e İlişkin Bulgular

Aşama 1	Aşama 2		Aşama 2	
	Doğru Çözümlü Örnekler Sonrası	Yanlış Çözümlü Örnekler Sonrası	Çözümlü Örnekler Sonrası	Çözümlü Örnekler Sonrası
ÖÇ1	-	+	+	+
ÖÇ2	-	-	+	-
ÖÇ3	-	-	-	-
ÖÇ4	-	-	-	-

Katılımcılardan K5 aşama 1'de verilen $5/3$ 'ü sayı doğrusunda göster sorusuna Tablo 6'dan görüldüğü üzere doğru yanıtlayamamıştır. 0 hariç doğal sayıları sayı doğrusunda göstermiştir. K5

sayı doğrusunda 0'ı başlangıç noktası olarak alamamış, sayı doğrusunu doğru aralıklara bölememiş, kesrin bulunduğu doğal sayı aralığını doğru olarak belirleyememiştir. Katılımcı K5 Aşama 2'de ise açıklayıcı ipuçlarıyla desteklenmiş doğru çözümlü örneklerin ardından sıra sende soruları olan $6/4$ ve $9/4$ kesirlerini sayı doğrusu üzerinde kısmen doğru bir biçimde göstermiştir. Bunun yanı sıra Aşama 2'de K5 kendilerine sunulan açıklayıcı ipuçlarıyla desteklenmiş yanlış çözümlü örneklerin ardında sıra sende sorularını $5/3$ ve $13/4$ kesirlerini yine sayı doğrusu üzerinde kısmen doğru bir biçimde gösterebilmiştir.

Üçüncü Aşamaya İlişkin Bulgular

5 öğrenci ile yapılan klinik görüşmeler sonucunda öğrencilerin tamamı $6/4$ ve $9/4$ kesirlerini sayı doğrusu üzerinde gösterirken kendilerine sunulmuş olan açıklayıcı ipuçlarıyla desteklenmiş doğru çözümlü örneklerden yararlandıklarını ifade etmişlerdir. Öğrencilerle yapılan görüşme örnekleri aşağıdaki gibidir.

Görüşmeci: $6/4$ kesrini sayı doğrusu üzerinde gösterdin. Nelere dikkat ettin? Neler etkili oldu? Anlatır mısın?

K3: Şimdi bileşik kesir olduğunu anladım burada zaten. Aralarını dörde böleceğimi. Çünkü payda 4. Payı da 6 olduğu için 6 ya kadar ilerledim. Sonra $6/4$ ten bir tam çıkarmak için $4/4$ 'ü çıkardım. 1 tam buldum ve $2/4$ çıktı. 4 tane ilerledim. Bir tam oldu. 2 tane daha ilerledim. Sayılara dikkat ettim. Neydi onun ismi? Unuttum. Şu çıkarmaya dikkat ettim. Oğuz'un çözümünün aynısını yapmaya çalıştım.

Mesela, etkili olan burada $6/4$ 6'nın 4'ten büyük olmasıydı. Yani bileşik kesir olmasıydı.

Görüşmeci: Ne etkili oldu senin için burada?

K3: Örnekteki doğru çözümleri inceledim. Onun etkisi oldu çözümümde.

Kendilerine sunulmuş olan açıklayıcı uyarıcılar ile desteklenmiş yanlış çözümlü örneklere yönelik olarak katılımcılardan K2 bu türden açıklamaların yapılmasının soruyu doğru bir biçimde çözmesine katkı getirdiği yönünde görüş bildirmiştir.

K2: "Öğretmenim mesela burada 13 yerine tam ekledim mesela buraya 2 tam ekledim $1/4$ yazdım. Sayı doğrusunda yanlış göstermiş. Burada yanlış olarak aralıkları koymamışlardı ben koydum. Tamların üzerini kırmızıyla boyadım. Bir de bunu çizmeye dikkat ettim.

Öğrencilere çalışma hakkında ne düşündükleri sorulduğunda hepsi çalışmanın güzel ve katkı getirici olduğunu hatta bir tanesi 5. sınıfta bile aklında kalacak kadar iyi öğrendiğini bildirmiştir. Öğrencilere çalışma hakkında eklemek istedikleri bir şey olup olmadığı sorulduğunda; katılımcılardan 3'ü çalışma hakkında eklemek istedikleri bir şey olmadığını ifade ederken biri bu

çalışmaların devamını istediğini diğeri de örneğin çarpma gibi başka konularda da bu tarz çalışmalara yer verilmesi gerektiği yönünde görüş bildirmişlerdir.

Tartışma, Sonuç ve Öneriler

Bu çalışmanın amacı, öğrencilerin matematikteki hatalarını belirleme ve gidermede yeni bir yöntem olan açıklayıcı ipuçlarıyla desteklenmiş doğru ve yanlış çözümlü örnekleri kullanarak öğrencilerin bileşik kesirleri sayı doğrusu üzerinde gösterirken yapmış oldukları hataları belirleme ve düzeltme yoluna gitmektir. Öğrencilerin hatalarını belirleme ve gidermede açıklayıcı ipuçlarıyla desteklenmiş çözümlü örneklere yer verilmesinin sebeplerinden biri az deneyimli öğrencilerin çoğunlukla bir soru veya problem çözerken gerçekleştirmiş olduğu akıl yürütme adımlarını içsel olarak açıklayamamasıdır (Bude ve diğ., 2012). Bu sebeple öğrencilere açıklayıcı ipuçlarıyla desteklenmiş çözümlü örneklerin verilmesi öğrencilerin akıl yürütme adımlarını açıklamalarına olanak sağlayacak ve böylece öğrenmeyi kolaylaştırıcı etkiye sahip olacaktır.

İlkokul 4. sınıf öğrencilerine $5/3$ kesrini sayı doğrusu üzerinde göstermeleri sorulduğunda öğrencilerin 17'sinin soruyu doğru olarak, 14'ünün ise yanlış olarak yanıtladığı belirlenmiştir. Yetim ve Alkan (2010) ortaokul öğrencileri ile yaptıkları çalışmada öğrencilerin bileşik kesirleri sayı doğrusunda gösteremedikleri bulgusu ile bu araştırmadan elde edilen bulgular örtüşmektedir. Soruya yanlış olarak yanıt veren öğrencilerden 6'sı sayı doğrusundaki doğal sayılar arasındaki aralıkların payda (3) yerine daha fazlasına bölerek soruyu yanlış çözmüştür. Sayı doğrusunu paydada yer alan sayı kadar parçalara ayırma bulgusu Okur ve Çakmak-Güler (2016) tarafından yapılan çalışmanın bulguları ile benzerlik göstermektedir. Diğer 6 öğrenci ise sayı doğrusunu doğru çizmesine rağmen (Aralıkları 3 eşit parçaya bölme) doğru sonuca ulaşamamıştır. Öğrencilerden 2'si ise sadece doğal sayıları içeren bir sayı doğrusu çizmiştir ve bileşik kesri sayı doğrusu üzerinde gösterememiştir. Bu bulgu Lemmo ve diğ. (2015) tarafından yapılan çalışmanın bulgusu ile paralellik göstermektedir. Kesirleri sayı doğrusu üzerinde göstermede hem ilkökul, hem de ortaokul öğrencilerinin yaşadıkları sorunların ortak sorunlar olduğu düşünüldüğünde, öğretim ortamlarında bu sorunları ortadan kaldırıcı yöntemlere yer verilmesi kaçınılmazdır.

Bu çalışmada öğrencilere açıklayıcı ipuçlarıyla desteklenmiş çözümlü örnekler sunulduğunda az deneyimli öğrencilerin çoğunlukla hatalarını gidererek sorulara doğru yanıtlar verdikleri sonucuna ulaşılmıştır. Öğrencilerin çözümlü örnekler ile ilgili deneyim ve düşüncelerini daha derinlemesine incelemek amacıyla yapılan klinik görüşmeler de bu sonucu desteklemektedir. Öğrencilerin tümü kendilerine sunulmuş olan açıklayıcı ipuçlarıyla desteklenmiş çözümlü örneklerden yararlandıklarını ifade etmişlerdir. Hepsi çalışmanın güzel ve katkı getirici olduğunu ve bu tarz

örnekleri başka konularda da kullanmanın faydalı olacağını belirtmişlerdir. Görüşme sırasında öğrencilerden biri 5. sınıfta bile aklında kalacak kadar iyi öğrendiğini bildirmiştir. Hatta öğrencilerden K5 görüşme sırasında yapmış olduğu hatayı fark etmiş ve hatasını düzeltmek istemiştir. Alan yazındaki pek çok çalışmanın bulguları da bu araştırmanın bulgularını destekler niteliktedir (ör: Atkinson ve diğ., 2003; Chi, DeLeeuw, Chiu ve LaVancher, 1994). Açıklayıcı ipuçları bilişsel etkinlikleri artırır (Bude ve diğ., 2012), bilişsel etkinlikler de bilginin yapılandırmasını güçlendirir ve dışsal bilişsel yükü azaltır ve böylece de bireyin performansı artar (Bude ve diğ., 2012; Renkl, 1997, 1999; Renkl ve diğ., 1998).

Yapılan bir başka araştırma öğrenme sırasında açıklayıcı ipuçlarıyla desteklenmiş çözümlü örnekleri kullanan öğrencilerin problem çözme gerektiren görevlerde daha iyi performans gösterdiği sonucuna ulaşmıştır (Chi ve diğ., 1994). Örneğin Renkl (1999) çalışmasında açıklayıcı ipuçlu uyarıcıları ve eğitsel açıklamalı çözümlü örnekleri karşılaştırmış ve açıklayıcı ipuçlarıyla desteklenmiş çözümlü örneklerin ön bilgiler ile bağlantı kurulması, zamanlama, doğru çözüme ulaşma durumlarında eğitsel açıklamalı örneklere göre daha etkili olduğu sonucuna ulaşmıştır.

Bu araştırmadan elde edilen sonuçlara göre öğrencilerin hatalarını ve kavram yanlışlarını belirme ve gidermede açıklayıcı ipuçlarıyla desteklenmiş çözümlü örnekler umut verici bir yöntemdir. Öğretmenlerin kolaylıkla uygulayabileceği bir özelliğe sahip olan bu çözümlü örnek türünün sınıf çalışmalarının içine kolayca yerleştirilebilecek bir yöntem olduğu da düşünülmektedir. Elde edilen sonuçlara paralel olarak şu öneriler getirilebilir; çözümlü örneklerin etkisinin devam edip etmediğini gözlemlemek amacıyla izleme çalışmaları yapılmalıdır. Öğretmenden alınan resmi olmayan geri bildirim öğrencilerin bu çalışmayı yaparken zorlandıkları doğrultasındadır. Bu sebeple bu öğretim şekli sıklıkla uygulanmalı ve öğrenciler tarafından içselleştirilmelidir.

Kaynakça

- Atkinson, R.K., Derry, S.J., Renkl, A., & Wortham, D.W. (2000). Learning from examples: Instructional principles from the worked examples research. *Review of Educational Research, 70*, 181-214. doi: 10.3102/00346543070002181.
- Bright, G., Behr, M., Post, T., & Wachsmuth, I. (1988). Identifying fractions on number lines. *Journal for Research in Mathematics Education, 19*(3), 215-232.
- Bokosmaty, S., Sweller, J., & Kalyuga, S. (2015). Learning geometry problem solving by studying worked examples: Effects of learner guidance and expertise. *American Educational Research Journal, 52*(2), 307-333. doi: 10.3102/0002831214549450.

- Bude, L., Van de Wiel, M. W. J, Imbos, T., & Berger, M. P. F. (2012). The effect of guiding questions on students' performance and attitude towards statistics. *British Journal of Educational Psychology*, 82, 340-359. doi:10.1111/j.2044-8279.2011.02031.x.
- Cathcart, W. G., Pothier, Y. M., Vance, J. H. & Bezuk, N. S. (2003). Learning mathematics in elementary and middle schools. Upper Saddle River, N.J. : Merrill/Prentice Hall.
- Chandler, & Sweller, J. (1991). Cognitive load theory and the format of instruction. *Cognition and Instruction*, 8(4), 293-332. doi: 10.1207/s1532690xci0804_2.
- Chi, M. T. H., de Leeuw, N., Chiu, M. H., & LaVancher, C. (1994). Eliciting self-explanations improves understanding. *Cognitive Science*, 18, 439-477.
- Cooper, G., & Sweller, J. (1987). Effects of schema acquisition and rule automation on mathematical problem-solving transfer. *Journal of Educational Psychology*, 79, 347-362.
- Crippen, K. J., & Earl, B. L. (2007). The impact of web-based worked examples and self-explanation on performance, problem solving, and self-efficacy. *Computers and Education*, 49(3), 809-821. doi:10.1016/j.compedu.2005.11.018.
- Goldin, G. (1998). Observing mathematical problem solving through task based interviews.A. Teppo. (Ed.), *Qualitative Research Methods in Mathematics Education* (pp.40–62).Reston, Virginia:National Council of Teachers of Mathematics.
- Kalyuga, S. Ayres, P. L., & Chandler, P. A. Sweller, J., (2003). The expertise reversal effect. *Educational Psychologist*, 38 (1), 23-31. doi: 10.1207/S15326985EP3801_4.
- Lemmo, A. , Branchetti, L., Ferretti,F., Maffia, A., Martignone, F. (2015). Students' difficulties dealing with number line: a qualitative analysis of a question from national standardized assessment. *Quaderni di Ricerca in Didattica (Mathematics)* 25(2), 149-156.
- McGinn, K.M., Lange, K.E., & Booth,J.L. (2015). Creating worked examples. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 21 (1), 27-33.
- MEB (2015). İlkokul Matematik Dersi (1, 2, 3 ve 4. Sınıflar) öğretim programı. Ankara.
- Okur, M., & Çakmak-Güler, Z. (2016). Ortaokul 6. ve 7. sınıf öğrencilerinin kesirler konusundaki kavram yanlışları. *Erzincan Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi* 18(2), 922-952.
- Patton, M. Q. (1990). *Qualitative evaluation and research methods* (2nd ed.). CA: Sage Publication.

- Pesen, C. (2008). Kesirlerin sayı doğrusu üzerindeki gösteriminde öğrencilerin öğrenme güçlükleri ve kavram yanılgıları. *İnönü Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 9 (15), 157–168.
- Reisslein, J., Reisslein, M., & Seeling, P. (2006). Comparing static fading with adaptive fading to independent problem solving: The impact on the achievement and attitudes of high school students learning electrical circuit analysis. *Journal of Engineering Education*, 95(3), 217-227. doi: 10.1002/j.2168-9830.2006.tb00894.x.
- Renkl, A. (1997). Learning from worked-out examples: A study on individual differences. *Cognitive Science*, 21(1), 1-29. doi: 10.1207/s15516709cog2101_1.
- Renkl, A. (1999). Learning mathematics from worked-out examples: Analyzing and fostering self-explanations. *European Journal of Psychology of Education*, 14(4), 477-488. doi: 10.1007/BF03172974.
- Reys, R. E., Suydam, M. N., Lindquist, M. M. & Smith, N. L. (1998). Helping children learn mathematics. Needham Heights: Allyn&Bacon.
- Skoumpourdi, C. (2010). The number line: an auxiliary means or an obstacle? *International Journal for Mathematics Teaching and Learning*, 270.
- Smith, A. D., Mestre, J. P., & Ross, B. H. (2010). Eye-gaze patterns as students study worked-out examples in mechanics. *Physical Review Special Topics-Physics Education Research*, 6(2), 020118.
- Sweller, J. (1988). Cognitive load during problem solving: Effects on learning. *Cognitive Science*, 12(2), 257–285. doi:10.1016/0364-0213(88)90023-7.
- Sweller, J., Ayres, P., & Kalyuga, S. (2011). Cognitive load theory. New York: Springer.
- Sweller, J., van Merriënboer, J.J.G., & Paas, F.G. (1998). Cognitive architecture and instructional design, *Educational Psychology Review*, 10, 251–296. 10.1023/A:1022193728205.
- Tuovinen, J. E., & Sweller, J. (1999). A comparison of cognitive load associated with discovery learning and worked examples. *Journal of Educational Psychology*, 91, 334-341.
- Van Loon-Hillen, N., Van Gog, T., & Brand-Gruwel, S. (2012). Effects of worked examples in a primary school mathematics curriculum. *Interactive Learning Environments*, 20(1), 89-99. doi: 10.1080/10494821003755510.

Yetim, S., & Alkan R. (2010). İlköğretim 7. sınıf öğrencilerinin rasyonel sayılar ve bu sayıların sayı doğrusundaki gösterimleri konusundaki yaygın yanlışları ve kavram yanılgıları. *Kırgızistan-Türkiye Manas Üniversitesi Fen Bilimleri Dergisi*, 11, 87-109.

Extended Abstract

Purpose

There are many mathematical topics in mathematics education and fraction is an important one. In order to learn the processes involved in fractions effectively, learners need to be well-informed about the various aspects and relationships of the concept of fraction, and especially the concept of modeling in fractions. Fractions can be presented in sets, number lines or area model. Showing fractions on a number line has a common use. Number line model includes iteration of the unit, simultaneous subdivisions of all iterated units and there is no visual separation between consecutive units. The model is totally continuous. Although the number line is important in the development of the fraction concept and in operations within fractions, it is observed that the students have experienced issues in this respect. Despite the fact that many studies have been carried-out to determine students' mistakes/misconceptions about placing fractions on number lines; it seems that there needs to be studies to eliminate those issues. In the literature, it is emphasized that worked-out questions supported with self-explanation prompts have the potential to determine and eliminate students' misconceptions /mistakes in mathematics.

This type of worked-out questions contains activities with structured interventions. Self-explanation can be defined as inner speech to explain reasoning steps while solving a question or a problem. Studies show that students who are encouraged to use the self-explanation strategy while learning perform better at problem-solving tasks. Since some of the students, especially novices are not self-explainers, it has been suggested that providing learners with self-explanation prompts while they work on worked-out examples has a positive effect on learning. Prompts are generally embedded in the learning material and self-explanation prompts used in the studies are related to worked-out examples. These prompts are mostly given in the form of questions. The following steps have been recommended while constructing worked-out questions supported with self-explanation prompts and these steps are explained below;

Step 1: Determine the objective and list the common misconceptions or mistakes related to this objective. Then, prepare a lesson plan or start to write the aim of the study or focus of the study like a lesson plan. Step 2: Choose only one misconception/mistake for each example. The aim is focusing students' attention on one aspect of the problem. While doing this, it is important to

prevent students from dealing with more than one misconception at a time. Step 3: Prepare a worked-out question by using misconception. Write the solution of this question that meets your objective. It is important to state whether the solution is correct or incorrect. Step 4: Write self-prompts in compliance with the misconception that has been determined previously. At this step you may need to write some sample questions to reveal a student's own misconception by using an imaginary student and his/her performance in a math question. Focus on "why" questions instead of "what" questions. Step 5: Prepare a practice problem similar to the worked-out question. While examining the worked-out question, direct the students to use self-examination prompt question, and then give them a practice problem. This situation will accelerate the procedure that will remove distress related to students' misconceptions. The goal is to determine and eliminate students' misconceptions related to representing fractions on a number line through worked-out questions supported with self-explanation prompts.

In the current research qualitative and quantitative research methods were used for data collection. Data were collected in three stages. The research started with a total of 36 students attending the 4th grade and 31 of these students participated in the first stage of the research. In the first stage, participants were asked to place the fraction $\frac{5}{3}$ on a number line. In the second stage of the data collection, 22 students attended the study. In that stage, students were asked four questions following worked-out questions with supported self-explanation prompts including demonstration of fractional numbers. Two of those worked-out questions with supported self-explanation prompts had right solutions and the other two had wrong solutions. In third stage, task-based interviews were conducted with 5 of the students who participated in both the first and second stages of the study. The purpose of the task-based interviews in the study was to learn the experiences and thoughts of the students deeply about worked-out questions supported with self-explanation prompts including demonstration of fractional numbers on number lines.

Data were analyzed using content analysis technique. In this technique data are summarized and compared various aspects of the aim of the research. The responses given by the students for the measurement tool in the first phase of the research were listed one by one and then these responses were grouped by content analysis and a frequency table was created. The responses of the students from stage 1 and stage 2 were photographed and those responses were compared and presented together in tables. The data obtained from the task-based interviews were analyzed using content analysis technique. The results of stage 3 were given after the results of stage 1 and stage 2.

Results

The results of measurement instrument that was conducted at the first stage related to showing improper fraction on a number line showed that 17 of students solved this question correctly. The students who answered incorrectly were grouped according to their performance in the target question. 6 of these students divided the intervals that were between two integers of number line wrongly. The other 6 students divided the number line properly; on the other hand, they couldn't reach the correct solution. Two of them drew a number line that only consisted of integers and they couldn't show the improper fraction correctly.

In the second stage, the answers of the students who could show improper fractions on a number line only after examining worked-out questions with self-prompt were taken into consideration. Their solutions were examined comparatively. Although they couldn't show improper fraction on a number line at the beginning, after examining worked-out questions with self-explanation prompt, they were able to do so. Clinic interviews showed that both right answers and wrong answers helped them to realize critical points about the concept. When students were asked about their thoughts about the study, all of them expressed that the study had contributed to their learning. One of them also stated that he/she learned the subject such that it would remain in her/his mind at the fifth grade. When they were asked whether they wanted to add something to this study or not three of them stated that they didn't have anything to add. Two of them stated that this study must continue for other subjects like multiplication or problem solving.

Discussion and Conclusion

Almost half of the students couldn't show $5/3$ on a number line correctly. This finding is in agreement with the previous studies. In the literature, it is stated that most of the students couldn't show improper fractions on a number line. Students who give wrong answers to the question mostly divide the interval of integers wrongly. They mostly use the number on the denominator and draw lines accordingly, so the intervals are divided such that it is one more than what it must be. This result is in line with the previous studies. Showing fractions on a number line is an issue for not only primary school students but also middle school students. Therefore, it is critical to find methods to overcome this problem.

In this study, it is observed that when students examined worked-out questions with self-explanation prompts, especially novice students corrected their misconception/mistakes and solved the questions correctly. The results of the task-based interview that was used to investigate

thoughts and experiences of students in depth also supported this result. When students were asked about their thoughts about the study, all of them stated that the study contributed to their learning. In fact, one of them realized his/her wrong answer during the interview. The result which shows the importance of worked-out questions with self-explanation prompts is consistent with the previous studies conducted. Self-explanation prompt facilitate learning and decrease external cognitive load, so the performance of the students increase. In addition, in the literature, it is stated that the combination of a worked-out example questions with a self-explanation prompts improves not only performance but also problem solving skills and self-efficacy.

Worked-out questions supported with self-explanation prompts give promise as a new method to enhance especially novice students' understanding and success in mathematics. A major advantage is that it can be easily implemented and is compatible with ordinary framework conditions in schools with very simple means such as worksheets or homework. In addition, since examples drawn from school textbooks often do not include all the reasons why a certain step in the solutions was performed, solutions of the questions can be given this way. Follow-up studies should be conducted in order to see whether the effects of worked out questions with self-prompt continue or not. Worked-out questions supported with self-explanation prompts should be applied in long term and they should be used for determination and elimination of misconceptions of students in other concepts of mathematics.