

21. Yüzyıl Becerilerinin Anahtarı: Matematik Eğitiminde İşbirlikli Problem Çözme

Fatma ERDOĞAN, Fırat Üniversitesi, ORCID ID: 0000-0002-4498-8634

Fatih Tunahan ZENGİN, Fırat Üniversitesi, ORCID ID: 0009-0006-7567-882X

Öne Çıkanlar

- İPÇ, matematiksel problem çözmede bilişsel ve sosyal becerileri bütünleştirir.
- Matematik derslerinde etkili İPÇ için öğretmen rehberliği gereklidir.
- İPÇ, öğrenci etkileşimi, yaratıcılık ve matematiksel akıl yürütmeyi geliştirir.

Öz

Bu çalışma, işbirlikli problem çözmenin (İPÇ) kavramsallaştırılması, kapsamı ve matematik eğitimi bağlamında uygulanabilirliği üzerine detaylı bir inceleme sunarak, bu yaklaşımın hem teorik hem de pratik yönlerine ışık tutmayı amaçlamaktadır. 21. yüzyılda İPÇ, öğrencilerin hem bilişsel hem de sosyal becerilerini geliştiren, eğitim ve iş dünyasında başarı için kritik bir beceri olarak öne çıkmaktadır. İPÇ'nin temel unsurları arasında iş birliği, müzakere ve paylaşım gibi sosyal etkileşimler ile bilişsel problem çözme süreçleri yer almakta ve bu süreçler grup dinamikleri ile desteklenmektedir. Matematik eğitimi, 21. yüzyıl becerilerinin geliştirilmesinde ve İPÇ gibi yenilikçi becerilerin teşvik edilmesinde merkezi bir rol oynamaktadır. İPÇ, öğrencilerin matematiksel problem çözme süreçlerinde iş birliği yapmalarını, fikir alışverişinde bulunmalarını ve yaratıcı düşünme becerilerini geliştirmelerini teşvik eden sosyal bir yaklaşımdır. Matematik sınıflarında İPÇ sürecinde öğretmenler, yalnızca bilgi aktarıcı değil, aynı zamanda öğrencilerin anlam oluşturma süreçlerine rehberlik eden bir kolaylaştırıcı olarak kritik bir rol oynar. Çalışmalar, İPÇ süreçlerinin otorite ilişkileri, geri bildirim döngüleri ve üstbilişsel söylemler aracılığıyla öğrenci etkileşimlerini ve matematiksel kavrayışı derinleştirdiğini göstermektedir. Sonuç olarak, İPÇ'nin matematik eğitimine entegrasyonu, öğrencilerin matematiksel başarısını artırırken, kapsayıcı ve etkileşimli bir öğrenme ortamı yaratılmasına katkıda bulunur. İPÇ ve matematik eğitimi üzerine yapılan bu kapsamlı çalışma, bu alanların gelecekteki araştırma yönelimleri ve uygulayıcılar için öneriler sunmaktadır.

Anahtar Kelimeler: İşbirlikli problem çözme, 21. yüzyıl becerileri, grup çalışması, matematik eğitimi



İnönü Üniversitesi
Eğitim Fakültesi Dergisi
Cilt 26, Sayı 2, 2025
ss. 640-673

[DOI
10.17679/inuefd.1569112](https://doi.org/10.17679/inuefd.1569112)

Makale Türü
Derleme Makalesi

Gönderim Tarihi
17.10.2024

Kabul Tarihi
18.05.2025

Önerilen Atıf

Erdoğan, F., & Zengin, F. T. (2025). 21. yüzyıl becerilerinin anahtarı: Matematik eğitiminde işbirlikli problem çözme, *İnönü Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 26(2), 640-673. DOI: 10.17679/inuefd.1569112



Content of this journal is licensed under a Creative Commons Attribution-NonCommercial 4.0 International License.

1. Giriş

21. yüzyılın hızla değişen dünyasında, eğitim sistemlerinin öğrencilere yalnızca bilgi aktarımı sunmasının ötesinde bir anlayış benimsemesi gerekliliği giderek daha fazla vurgulanmaktadır. Bu bağlamda, küresel eğilimler, öğrencilerin hem bireysel hem de grup çalışmasında etkili olabilmelerini sağlayacak becerilere sahip olmalarını zorunlu kılmaktadır (Ekonomik İşbirliği ve Kalkınma Örgütü [Organisation for Economic Co-Operation and Development-OECD], 2017). Bu doğrultuda, OECD'nin Eğitim 2030 Vizyonu, işbirlikli problem çözme (İPÇ) becerisini 21. yüzyılın en kritik yetkinliklerinden biri olarak tanımlamakta ve eğitimin geleceği için temel bir gereklilik olarak vurgulamaktadır (Cao, 2024). İPÇ, iki ya da daha fazla bireyin, belirli bir probleme yönelik ortak, uygulanabilir bir çözüm üretmek ve bunu sürdürebilmek amacıyla beceri ve bilgilerini paylaşarak yürüttükleri eşgüdümlü çabaları ifade eder (OECD, 2017). Bu süreç, hem bilişsel hem de sosyal becerileri geliştirerek bireylerin karmaşık problemleri daha etkili bir şekilde çözmelerine yardımcı olur (Zhang vd., 2022). Küresel eğitim eğilimleri göz önünde bulundurulduğunda, öğrencilerin İPÇ yeterliklerinin geliştirilmesi giderek daha kritik hale gelmektedir.

İPÇ'nin önemi, özellikle matematik eğitimi bağlamında giderek artmaktadır. Bireylerin analitik düşünme ve problem çözme becerilerini geliştiren temel bir disiplin olarak matematik, iş birlikli öğrenme için sağlam bir zemin sunmaktadır (Fitzsimons & Ní Fhloinn, 2024). Matematikğin geleneksel bireysel öğrenme yaklaşımları soyut kavramların anlaşılmasında güçlüklerle sonuçlanabilmekteyken, İPÇ öğrencilerin kavramsal anlayışlarını derinleştiren ve problem çözme becerilerini daha etkili biçimde pekiştiren bir yaklaşım olarak öne çıkmaktadır (Jarry-Shore & Richardson, 2024; Liljedahl & Cai, 2021). Bu bağlamda, öğrenciler matematiksel problemleri iş birliği içerisinde çözerken hem bilişsel hem de sosyal beceriler geliştirir, farklı bakış açılarını anlama ve matematiksel kavramları tartışma fırsatı elde ederler (Andrews-Todd vd., 2023). Bu nedenle, İPÇ'nin matematik sınıflarına nasıl etkili bir biçimde entegre edilebileceğinin anlaşılması hem kuramsal araştırmalar hem de uygulamalı incelemeler açısından önemli bir alan olmayı sürdürmektedir.

Bu çalışmada, özellikle matematik eğitimi bağlamında İPÇ'nin kuramsal ve uygulamalı yönleri kapsamlı biçimde incelenmektedir. İlk olarak, "İPÇ nedir ve ne değildir?" sorularına kapsamlı bir yanıt sunulmaktadır. Bu doğrultuda, iş birlikli öğrenme, matematiksel problem çözme, İPÇ'nin doğası ve temel unsurları, İPÇ'nin kavramsallaştırılması, İPÇ çerçeveleri ve İPÇ becerilerinin geliştirilmesi ve değerlendirilmesine yönelik güncel yaklaşımların yanı sıra, İPÇ'nin bilişsel-sosyal beceri gelişimindeki önemi üzerine ayrıntılı içerik sunulmaktadır. Sonrasında, İPÇ'nin matematik eğitimindeki rolü ele alınmakta; ardından, matematik sınıflarında İPÇ sürecindeki öğretmen rolü ve uygulanabilecek pedagojik yaklaşımlar tartışılmaktadır. Son olarak, matematik eğitiminde İPÇ ve öğrenci etkileşimlerine dayalı çalışmalardan elde edilen yansımalar paylaşılmaktadır.

1.1. Araştırmanın Amacı ve Önemi

Her ne kadar matematik eğitiminin doğası gereği problem çözme becerilerine sıklıkla vurgu yapılsa da, bu süreçte İPÇ'nin rolüne ilişkin araştırmalar sınırlıdır (Jarry-Shore & Richardson, 2024; Osuna & Munson, 2024). Özellikle, İPÇ'nin matematik sınıflarındaki rolü ve önemi literatürde yeterince ele alınmamıştır. 21. yüzyıl becerilerinin eğitim programlarına entegrasyonuna yönelik küresel vurgular dikkate alındığında, matematik eğitimi bağlamında İPÇ'nin kuramsal ve uygulamalı yönleriyle daha derinlemesine araştırılması büyük önem taşımaktadır. Matematik eğitiminde İPÇ'nin daha iyi anlaşılması, öğretim uygulamalarının geliştirilmesine, daha etkili pedagojik stratejilerin belirlenmesine ve bilişsel-sosyal becerileri desteklemeyi amaçlayan öğretim programlarının tasarımına katkı sağlayabilir. Bu bağlamda, bu çalışma İPÇ'nin çeşitli boyutlarını kapsamlı biçimde incelemeyi, matematik eğitimi bağlamında pedagojik temellerini, öğretmenlerin rolünü ve öğrencilerin bilişsel, sosyal ve akademik

gelişimleri üzerindeki etkilerini analiz etmeyi amaçlamaktadır. Ayrıca, bu çalışmanın temel odak noktalarından biri, matematik öğretmenlerinin İPÇ süreçlerinde nasıl rehberlik edebileceğini ve İPÇ'nin etkililiğini artırmak amacıyla hangi pedagojik stratejilerin uygulanabileceğini incelemektir. Bu çalışmanın, İPÇ'nin matematik derslerine entegrasyonuna ilişkin kuramsal ve uygulamalı yönleri net bir şekilde ortaya koyarak literatüre katkı sunması beklenmektedir. Bununla birlikte, bu çalışmanın, matematik eğitimi bağlamında İPÇ'nin kuramsal ve uygulamalı yönlerini ayrıntılı bir biçimde ele alarak hem eğitimcilere hem de araştırmacılara değerli bakış açıları sunması beklenmektedir.

2. İPÇ'nin Kuramsal Temelleri

2.1. İşbirlikli Öğrenme Nedir?

Günümüz dünyasında küresel sistem, derin ve karmaşık dönüşümlerden geçmektedir. Bu değişimlere uyum sağlamak ve sürdürülebilir kalkınmayı desteklemek amacıyla pek çok ülke ve uluslararası kuruluş, öğrencilerin 21. yüzyıl becerilerinin geliştirilmesine yönelik çabalara odaklanmaktadır. Bu doğrultuda, geleneksel bilgi anlayışının ötesine geçmek ve öğrencileri Eğitim 4.0 ile uyumlu çağdaş yetkinliklerle donatmak giderek daha önemli hâle gelmektedir (Osuna & Munson, 2024). Bu süreçte, iş birliği ve problem çözme becerileri; öğrenme, çalışma ve yaşam süreçlerinde öğrencilerin ihtiyaç duyduğu temel yetkinlikler olarak öne çıkmakta ve eğitim hedefleri ile öğrenme içeriklerinde giderek daha fazla öncelik kazanmaktadır (Hansen, 2022).

Roschelle ve Teasley (1995), iş birliğini “katılımcıların bir problemin çözümüne ilişkin ortak bir anlayışı inşa etmek ve sürdürmek için gerçekleştirdikleri eşgüdümlü ve eşzamanlı bir etkinlik” olarak tanımlamıştır. Buna ek olarak, iş birlikli öğrenme, bireylerin bir problemi çözmek amacıyla gruplar hâlinde çalıştıkları bir öğretme ve öğrenme yaklaşımıdır (Tedla & Chen, 2024). Öğrenmenin sosyal bir doğaya sahip olduğu ve akranlar arası etkileşimler yoluyla anlam kazandığı fikri, işbirlikli öğrenmenin temelini oluşturmaktadır. Bu bağlamda, bilgi, iş birliği süreci boyunca bireylerin aktif etkileşimiyle yapılandırılmaktadır (Chen vd., 2018).

İşbirlikli öğrenmenin kuramsal temeli sosyal yapılandırmacılık yaklaşımına dayanmaktadır. Yapılandırmacı yaklaşımın iş birlikli öğrenme üzerindeki etkisi de bu çerçevede değerlendirilmektedir; zira öğrencilerin sosyal etkileşimler aracılığıyla daha derin ve anlamlı öğrenme deneyimleri yaşadıkları gösterilmiştir (Yang, 2023). İşbirlikli öğrenmenin sağladığı kazanımlar incelendiğinde, yalnızca öğrencilerin akademik başarılarının değil, aynı zamanda sosyal ve psikolojik gelişimlerinin de önemli ölçüde arttığı görülmektedir. Eleştirel düşünme ve problem çözme becerilerinin gelişimine katkı sağlayan bu yaklaşım, aynı zamanda destekleyici bir öğrenme topluluğu oluşturulmasına yardımcı olmakta ve öğrencilerin kaygı düzeylerinin azaltılmasına katkıda bulunmaktadır (Häkkinen vd., 2017). Johnson ve Johnson (2009), grup çalışmalarının “etkileşimler için bir uyarıcı” işlevi gördüğünü belirtmiş; bu süreçte öğrencilerin iletişim becerilerini geliştirdiklerini ve akıl yürütme yetilerini daha derinlemesine kullanarak öğrenme sürecine katkıda bulunduklarını ifade etmişlerdir.

2.2. Matematiksel Problem Çözme: Kuramsal Temelleri ve Eğitimdeki Rolü

Son yıllarda problem çözme, matematik eğitiminin merkezinde yer almakta ve bu konunun eğitimdeki kritik rolü araştırmacılar tarafından sıkça vurgulanmaktadır (Santos-Trigo, 2024). Bu bağlamda, Krulik ve Rudnick (1989), problemi “çözüm yolunun hemen belli olmadığı bir durum” olarak tanımlamış ve bu tanım, matematiksel düşünmenin karmaşıklığını ortaya koymuştur. Matematik, bireylerin kendi bilgilerini yapılandırdıkları bir süreç olarak en iyi şekilde öğrenilir ve bu süreçte problem çözme, öğrenmenin gerçekleşmesi için önemli bir araçtır (Säfsström vd., 2024). Problem çözme, en yalın hâliyle, bireyin mevcut bilgi, beceri ve anlayışlarını kullanarak alışılmadık bir durumun gereklerini karşılaması süreci olarak tanımlanabilir (Krulik & Rudnick, 1989). Aynı zamanda problem çözme, belirsizlik karşısında bir hedefe ulaşmak için strateji geliştirme çabası olarak da görülebilir (Hesse vd., 2015). Bu süreç,

tümevarımsal düşünmeden tümdengelimsel düşünmeye doğru ilerleyen bir yapıyı içerir ve karmaşık problemler çoğu zaman çok aşamalı çözüm süreçlerini gerektirir (Liljedahl & Cai, 2021).

Matematiksel problem çözme, bireylerin bilişsel ve yaratıcı becerilerini geliştirmelerine olanak tanıyan dinamik bir süreçtir (Foster, 2023). Matematiksel problem çözmeye aktif katılım, öğrencilerin esnek düşünme, yaratıcılık ve üretkenlik gibi becerileri edinmesine katkıda bulunur. Bu beceriler, eğitimde başarının temel dayanakları arasında yer almaktadır (Säfström ve diğ., 2024).

Pólya'nın 1945 yılında yayımladığı *How to Solve It* (Nasıl Çözmeli?) adlı eseri, problem çözme sürecine ilişkin dört temel aşama ortaya koymuştur ve bu aşamalar günümüz matematik eğitiminin temelini oluşturmaya devam etmektedir. Bu aşamalar; problemi anlama, bir plan oluşturma, planı uygulama ve geriye dönüp değerlendirme biçiminde sıralanmıştır. Pólya'nın çalışmaları ve onu izleyen araştırmalar, problem çözmeyi bilişsel bir süreç olarak ele almış ve öğrencilerin derinlemesine anlam geliştirebilmeleri için stratejiler kullanmaları gerektiğini vurgulamıştır (Schoenfeld, 1985). Mason ve diğerleri (2010), problem çözmeye yönelik yapılandırılmış yaklaşımlar geliştirmiş ve bu süreçte matematiksel dilin önemine dikkat çekmiştir. Pólya'nın çalışmalarını genişleten OECD (2014), öğrencilerin problem çözücü bireyler olarak gelişmeleri için gerekli yeterlikleri dört kategoride sınıflandırmıştır: keşfetme ve anlama; temsil etme ve biçimlendirme; planlama ve uygulama; izleme ve yansıtma. Bu süreçler, problem çözme aşamalarının sırayla değil, çoğu zaman paralel biçimde ilerleyebileceğini göstermektedir. Son yıllarda, matematikte problem çözme giderek daha fazla iş birlikli bir yaklaşıma evrilmiştir. Pólya'nın çalışmaları, öğrencilerin matematikçilerin bireysel stratejilerine benzer bireysel problem çözme deneyimleri yaşamaları gerektiğini öne sürerken; günümüzde bu deneyimlerin iş birlikli bir ortamda paylaşılması ve geliştirilmesi teşvik edilmektedir (Fitzsimons & Ní Fhloinn, 2024).

2.3. İPÇ: 21. Yüzyıl Becerisi

21. yüzyıl, bireylerin yaşam tarzlarını, öğrenme biçimlerini ve iş yapma yöntemlerini, onları büyük gruplarla gerçek zamanlı olarak bağlantı kurabilir hâle getirerek dönüştürmektedir (Care & Kim, 2018; İlhan & Poçan, 2024). Bu yeni yetkinlikler, eğitim programlarını yeniden şekillendirmekte ve OECD ile 21. Yüzyıl Öğrenme Ortaklığı (Partnership for 21st Century Learning, 2016) gibi kuruluşlar, İPÇ'yi öncelikli bir beceri olarak tanımlamaktadır (OECD, 2017). Bu beceri, öğrencilerin hem eğitim ortamlarında hem de mesleki hayatta grup çalışmalarında başarılı olabilmeleri için gerekli olan disiplinlerarası bir yetkinlik olarak görülmektedir. Bu bağlamda, İPÇ yalnızca bir öğretim aracı değil, aynı zamanda modern eğitimin stratejik bir hedefi olarak değerlendirilmektedir (Jarry Shore & Richardson, 2024).

Küresel sosyoekonomik değişimler ve bilgi teknolojilerindeki gelişmeler, iş birliği temelli becerilere olan ihtiyacı artırmaktadır. OECD'nin "Eğitim 2030" projesi de bu becerileri, öğrencilerin karmaşık problemlerle başa çıkabilmeleri ve ekip çalışmalarında etkili olabilmeleri açısından vazgeçilmez unsurlar olarak değerlendirmektedir (Cao, 2024). Teknolojinin hızlı gelişimi ve dijital ortamların yaygın biçimde benimsenmesi, bireyler arası iş birliğini kolaylaştırmakta; farklı coğrafi bölgelerdeki insanların gerçek zamanlı olarak birlikte çalışabilmesini mümkün kılmaktadır. Bu durum, hem eğitim alanında hem de iş dünyasında İPÇ'nin öneminin giderek artmasına yol açmaktadır (Siddiq & Scherer, 2017).

2.4. İPÇ'nin Doğası ve Temel Unsurları

İPÇ kavramının kökeni, O'Neil ve diğerlerinin (1992) çalışmalarına dayanmaktadır. O'Neil ve diğerleri İPÇ'yi, bir grup içerisindeki etkileşimler yoluyla gerçekleşen bir dizi problem çözme görevi olarak tanımlamıştır. Bu etkileşimler; uyum sağlama becerisi, eşgüdüm, karar verme, kişilerarası beceriler, liderlik ve etkili iletişim gibi temel faktörlerle şekillenmektedir. İPÇ becerileri, bireylerin grup etkinliklerine aktif katılımını, ortak bir anlayış geliştirilmesini, çözüm

yollarının belirlenmesini ve problemin çözüme kavuşturulmasını kolaylaştırır. Bu beceri, iki temel öğeyi içerir: iş birliği ve problem çözme (OECD, 2017). İş birliği düzeyi, grup üyeleri arasındaki sosyal etkileşimlerin derinliğini yansıtır; karşılıklı anlayış, ekip organizasyonu ve uzlaş, etkili iletişim yoluyla kurulur, sürdürülür ve gerçekleştirilir. Bu süreç, hem kişilerarası dinamikleri hem de bireysel bilişsel etkileşimleri kapsar. Problem çözme düzeyi ise bilgi toplama, keşfetme, anlama ve planları uygulama gibi süreçleri içerir. Bu süreç, bireylerin psikolojik özelliklerini yansıtan bilişsel bir etkileşim yapısı olarak karşımıza çıkar (Cao, 2024).

Uluslararası Öğrenci Değerlendirme Programı (Programme for International Student Assessment [PISA], 2015) ve uluslararası bir organizasyon olan 21. Yüzyıl Becerilerinin Değerlendirilmesi ve Öğretimi (Assessment and Teaching of 21st Century Skills [ATC21S]) projeleri kapsamında da İPÇ yeterli; iş birliği (sosyal beceriler) ve problem çözme (bilişsel beceriler) olmak üzere iki ana bileşene ayrılarak yeniden yapılandırılmıştır. İPÇ, aynı zamanda bireylerin sosyal çevreyle etkileşimleri aracılığıyla üst düzey bilişsel beceriler kazandıkları bir tür sosyalleşme biçimi olarak da değerlendirilmektedir. Bu durum, iş birliği ve problem çözmenin birbirinden ayrı değil; aksine birbirini tamamlayan ve karşılıklı olarak destekleyen unsurlar olduğunu göstermektedir (Zhang vd., 2022).

Özetle, İPÇ'nin temel özellikleri konusunda genel bir uzlaş bulunmaktadır. Birincisi, İPÇ hem sosyal hem de bilişsel boyutlara sahiptir. İkincisi, İPÇ; takım üyeleri arasında iletişim, etkileşim, bilgi paylaşımı ve ortak anlayışın geliştirilmesini içerir. Üçüncüsü ise, İPÇ doğrudan gözlemlenebilir bireysel bir beceri olmaktan çok, karmaşık iş birliği durumlarında ortaya çıkan örtük bir beceri olarak kabul edilmektedir (Hesse vd., 2015). Sonuç olarak, İPÇ yeterli; iş birliği ve problem çözmenin özelliklerini içeren, bileşik yapı, sürece dayalı ve örtük bir yetkinlik olarak değerlendirilmektedir.

2.5. İPÇ'nin Kavramsallaştırılması

OECD'nin PISA 2015 değerlendirmesine göre İPÇ, bireyin iki veya daha fazla üyeden oluşan bir grupta etkin bir şekilde etkileşimde bulunarak anlayış alışverişinde bulunması, uzlaşmaya varması, çözümler belirlemesi ve kolektif bilgi, beceri ve eylemleri birleştirerek sorunları etkili biçimde çözme yeteneği olarak tanımlanmıştır. PISA çerçevesinde problem çözme ve sosyal iş birliği becerileri, İPÇ bağlamında bir araya getirilmiştir (OECD, 2017). Bu tanım, İPÇ sürecinde grup dinamiklerinin önemini vurgularken, bireylerin bilişsel ve sosyal becerilerinin gelişimine de katkı sağladığını belirtmektedir (Andrews-Todd & Forsyth, 2020). OECD tarafından yapılan ve literatürde yaygın kabul gören bu tanım, çeşitli kuramlar ve kavramlar aracılığıyla genişletilmiştir.

ATC21S ise İPÇ'yi "bir takımda yer alan diğer bireylerin bakış açısını tanıma; bilgi, deneyim ve uzmanlığa yapıcı katkı sunma; katkı ihtiyacını belirleme ve katkıları yönetme; bir problemi çözmeye ilişkin yapıyı ve süreci tanıma; ve takım üyesi olarak grup bilgisini ve anlayışını inşa etme ve geliştirme becerileri" olarak tanımlanmıştır (Chai vd., 2024). ATC21S'e göre İPÇ, grup üyelerinin gerçekçi bir durumdan ideal bir hedefe ulaşmak için bir dizi adımı birlikte tamamladığı ortak bir etkinliktir (Cao, 2024). Bu tanım, grup üyelerinin hedefe ulaşmak için iş birliği yaparken birbirlerinin bakış açılarını dikkate aldıklarını ve çözüm sürecinde etkin rol üstlendiklerini vurgulamaktadır. Dolayısıyla ATC21S projesi, İPÇ'yi eleştirel düşünme, problem çözme, karar verme ve iş birliği becerilerinin bir bileşimi olarak tanımlamaktadır (Care vd., 2016). PISA ve ATC21S'in İPÇ tanımları arasında önemli farklılıklar bulunmaktadır. PISA'nın tanımı bireylerin bilgisayar ajanlarıyla iş birliğine odaklanırken, ATC21S tanımı insan katılımcılar arasındaki etkileşimi ön plana çıkarmaktadır (Chai vd., 2024).

Her ne kadar farklı çalışmalarda İPÇ'ye dair çeşitli tanımlar yapılmış olsa da, tüm tanımlar ortak olarak çözülmesi gereken bir ortak hedefin varlığını işaret etmekte ve bu hedefin bireysel olarak değil, yalnızca grup etkileşimiyle başarılabileceğini vurgulamaktadır (Graesser vd., 2018). Araştırmalar, İPÇ becerilerinin öğretilmesi ve geliştirilmesinin önemine

dikkat çekmektedir (Cao, 2024). Ancak, günümüzde İPÇ becerilerinin tanımı ve kavramsallaştırılmasına yönelik yeterli bilimsel kanıt henüz mevcut değildir (Chai vd., 2024; Sun vd., 2020). Araştırmacılar İPÇ kavramını ve tanımını benimsediklerinde, bu alanda farklı kuramsal modellerin ortaya çıkması beklenmektedir.

3. Kuramsal Modeller, Çerçeveseler ve İPÇ’de Değerlendirme Yaklaşımları

3.1. İPÇ Çerçeveseleri: Bilişsel ve Sosyal Boyutların Entegrasyonu

21. yüzyılda İPÇ becerilerinin önemi arttıkça, araştırmacılar bu becerilere ilişkin davranışları, değerlendirme yöntemlerini ve yetkinlikleri tanımlayan çeşitli kuramsal modeller ve çerçeveseler geliştirmektedir (ör., Hesse vd., 2015; OECD, 2017). Bu kuramsal çerçeveseler, İPÇ’nin bilişsel, sosyal ve davranışsal yönlerini bütüncül biçimde analiz ederek beceri gelişimine katkı sağlamaktadır.

İPÇ’nin temel boyutlarına odaklanan ilk yaklaşımlardan biri, Roschelle ve Teasley (1995) tarafından geliştirilen ortak problem alanı modeli (joint problem space model) olmuştur. Bu modelde, ekip üyeleri hedefler, problemler ve olası çözümlere ilişkin bilgileri paylaşır. Modelin merkezinde yer alan “ortak problem alanı” ekip üyeleri arasında müzakere süreçlerinin gerçekleşebilmesi için kurulması gereken bilişsel bir yapıyı ifade eder (Andrews-Todd & Forsyth, 2020).

İPÇ’ye yönelik bir diğer erken dönem çerçeve, pedagojik odaklı olup Nelson (1999) tarafından geliştirilmiştir. Bu model, ekip üyelerinin etkili bir iş birliği için gerçekleştirmesi gereken bir dizi eylemi tanımlar. Örneğin, ekip üyelerinin bireysel ve ortak çalışmalara zaman ayırmaları, ilgili bilgi ve kaynakları belirlemeleri ve paylaşımları gerektiği belirtilir (Sun vd., 2020).

İPÇ’ye ilişkin çerçeveseler arasında en yaygın kabul görenlerden biri, Hesse ve diğerleri (2015) tarafından ATC21S projesi kapsamında geliştirilen İPÇ yeterlik çerçevesidir. Bu çerçevede, sosyal ve bilişsel beceriler ile bu değişkenlerin tanımlanması ön plandadır. Sosyal beceriler üç alanda sınıflandırılır: katılım, bakış açısı alma ve sosyal düzenleme. Bilişsel beceriler ise görev düzenleme ve bilgi inşası olarak iki temel başlıkta ele alınır.

Güncel çalışmalar, sosyal ve bilişsel beceri kümeleri arasındaki karmaşık ilişkilere odaklanmaktadır. Araştırmalar, yüksek düzeyde sosyal becerilere sahip katılımcılar arasındaki etkileşimlerin, yüksek nitelikli bilişsel katılımı kolaylaştırabileceğini göstermektedir. Çünkü aktif sosyal etkileşimler, etkili geri bildirim iletiminin yanı sıra grup içinde ortak planlama ve uygulama süreçlerini destekler. Öte yandan, bilişsel beceriler problem çözme sürecinin başarıyla tamamlanmasını sağlar (Liu vd., 2015). Bu nedenle, İPÇ’ye ilişkin sosyal ve bilişsel beceriler doğal olarak birbirine bağlıdır ve bu becerilerin sergilenmesi durumsal ihtiyaçlara göre şekillenir (Hesse vd., 2015).

PISA çerçevesi, bireysel problem çözmenin dört aşaması ile üç temel iş birliği becerisini bütünleştirerek 12 yetkinlikten oluşan bir matris geliştirmiştir. Bu modele göre, İPÇ için üç temel sosyal yetkinlik tanımlanmıştır: problemi çözmek için eylem başlatma, ekip yapısını organize etme ve sürdürme. Bu üç sosyal beceri, dört bilişsel/problem çözme süreciyle kesişerek beceri matrisini oluşturur: keşfetme ve anlama, temsil etme ve biçimlendirme, planlama ve uygulama, izleme ve yansıtma (OECD, 2017). Bu beceriler matrisi; ekip üyelerinin bakış açılarını ve yetkinliklerini ortaya çıkarma, görevleri tanımlama ve açıklama, ekip organizasyonunu sürdürme, rolleri denetleme ve yapıcı geri bildirim sağlama gibi yetenekleri içerir (Chai vd., 2024).

Benzer şekilde, İPÇ ontoloji çerçevesi, İPÇ yapısını sosyal ve bilişsel olmak üzere iki boyuta ayırır. Sosyal boyut, iş birliği ve ekip çalışmasına; bilişsel boyut ise problem çözme süreçlerine odaklanır. Bu çerçeve, bilgisayar destekli İPÇ etkinlikleri sırasında sohbet mesajları

ve kayıtlı olaylar (örneğin, öğrencilerin parametre girişlerini ayarlaması) gibi kaynaklardan veri toplar (Andrews-Todd & Forsyth, 2020).

İPÇ yeterliğinin geliştirilmesine yönelik olarak, Sun ve diğerleri (2020), İPÇ yeterliğini üç ana boyutta tanımlayan genel bir model önermiştir: ortak bilgi inşası, müzakere/koordinasyon ve takım işlevinin sürdürülmesi. Sun ve diğerlerinin modeli, İPÇ'nin yapısal bileşenlerine odaklansa da bilgisayar destekli iş birliği, takım çalışması veya problem çözme gibi diğer terimlere vurgu yapmaz. Bu model, İPÇ becerilerinin değerlendirilmesinde önemli bir adımı temsil eder ve hem uzaktan hem de yüz yüze insan-insan etkileşimlerinin analizinde kullanılabilir (Sun vd., 2020).

Alternatif bir çerçeve ise, İPÇ'nin bilişsel ve sosyal boyutlarının bilgi inşasını desteklemedeki bütünlük işlevlerine odaklanır. PISA ve ATC21S çerçevelerine dayalı olarak, bu model özellikle bilgisayar destekli iş birlikli öğrenme ortamları için geliştirilmiştir. Model, öğrenci söylemlerini analiz ederek ve konuşma metin verilerini inceleyerek İPÇ becerilerini değerlendirir. Bu çerçeve dört temel beceriyi içerir: kaynak/fikir paylaşımı, bilgi/bakış açısı benimseme ve uyarlama, problem çözme fikirlerini organize etme, olumlu iletişimi sürdürme. Ayrıca bu dört beceri başlığı altında toplam 33 alt kategori tanımlanmıştır (Liu vd., 2015).

3.2. İPÇ Becerilerinin Geliştirilmesine ve Değerlendirilmesine Yönelik Güncel Yaklaşımlar

İPÇ, bireylerin hem sosyal hem de bilişsel becerilerini kapsayan karmaşık bir yapıdır. Bu karmaşıklık, İPÇ becerilerinin ölçülmesini zorlaştırmaktadır (Chai vd., 2024). İPÇ becerilerinin etkili bir biçimde öğretilmesi için, bu becerilerin nasıl ölçüleceği ve değerlendirileceğine ilişkin sistematik bir çerçevenin geliştirilmesi gerekmektedir. Bu amaçla çeşitli kuramsal modeller ve çerçeveler oluşturulmuştur (Hesse vd., 2015; OECD, 2017; Sun vd., 2020). Ancak, İPÇ becerilerinin değerlendirilmesi konusunda hâlen bir uzlaşma sağlanabilmiş değildir. Değerlendirme sürecine yön verecek sistematik bir çerçeve olmadan, İPÇ becerilerinin hem öğretimi hem de ölçümü etkin bir şekilde gerçekleştirilememektedir (Andrews-Todd vd., 2023).

ATC21S ve PISA gibi çerçeveler İPÇ'nin değerlendirilmesinde yaygın olarak kullanılmakta olup çeşitli avantaj ve dezavantajlara sahiptir (Graesser vd., 2018). PISA, İPÇ becerilerini insan-bilgisayar etkileşimleri üzerinden değerlendirirken, bu yaklaşımın gerçek sosyal etkileşimlerden uzak kalması önemli bir sınırlılık olarak öne çıkmaktadır (Sun vd., 2020). Öte yandan, ATC21S çerçevesi insan-insan etkileşimlerine odaklanmaktadır; ancak bu yaklaşımın geniş ölçekli değerlendirme ortamlarında kontrolü oldukça zordur (Hesse vd., 2015). Bu sınırlılıkların ötesinde, gerçek yaşam senaryolarına dayalı insan-insan etkileşimlerini esas alan daha karmaşık değerlendirme yaklaşımlarına olan ihtiyaç giderek artmaktadır (Care vd., 2016).

İPÇ becerileri, dijital ve yüz yüze ortamlarda uygulanan çeşitli yöntemlerle değerlendirilmektedir (örneğin; anketler, testler, gözlemler, sesli düşünme protokolleri). Ancak bu yöntemler, bazen farklı alanlara uygulanabilirlikten yoksundur ve yanlış tanımlanmış maddeler veya sosyal olarak arzu edilen yanıtlama gibi öz-bildirim yanlılıklarıyla karşı karşıya kalabilir. Ayrıca, geleneksel çoktan seçmeli testler, sürece dayalı yapılar olan İPÇ gibi becerileri ölçmekte yetersiz kalmaktadır. Bu durum, bilgisayar tabanlı ortamların İPÇ değerlendirmelerinde kullanımına yönelik ilgiyi artırmaktadır (Chai vd., 2024). Ancak, bilgisayar ortamından elde edilen veriler üzerinden hedeflenen becerilerin nasıl tanımlanıp ölçüleceği konusunda işlevselleştirme sorunu bulunmaktadır. Neyse ki, son yıllardaki yöntemsel gelişmeler bu tür zorlukların aşılmasına katkı sağlamış ve bilgisayar tabanlı İPÇ değerlendirmelerinin uygulanabilirliğini artırmaktadır (Andrews-Todd & Forsyth, 2020). Ayrıca, bu süreç insan değerlendiricilere ihtiyaç duyulmaksızın, doğal dil işleme (natural language processing) teknikleri kullanılarak otomatik hâle getirilebilmektedir (Andrews-Todd vd., 2023).

İPÇ becerilerinin sistematik biçimde öğretilmesi ve değerlendirilebilmesi için yönlendirici ilkelere ve modellere ihtiyaç vardır (Fitzsimons & Ní Fhloinn, 2024; Sun vd., 2020).

Bununla birlikte, İPÇ değerlendirme sürecinde kullanılan araçların özelliklerine, uygulanan kuramsal modellere ve bu testlerin psikometrik niteliklerine dair ayrıntılı bilgiler sunan derinlemesine çalışmalar yetersizdir. İPÇ değerlendirme araçlarının gelecekte daha etkili biçimde geliştirilebilmesi için, söz konusu bilgiler bir araya getirilerek kapsamlı biçimde incelenmeli ve bu alandaki bilgi bütünlüğü sağlanmalıdır (Chai vd., 2024).

4. Matematik Eğitiminde İPÇ: Pedagojik Perspektifler ve Ampirik Bulgular

4.1. Matematik Eğitiminde İPÇ'nin Rolü ve Önemi

21. yüzyıl becerilerinin geliştirilmesi ve yenilikçi yetkinliklerin teşvik edilmesi, matematik eğitimi reformlarının temel unsurlarından biridir. Bu becerilerden biri olan İPÇ, çağdaş eğitim araştırmaları ve matematik eğitimi içinde merkezi bir rol oynamaktadır. Matematik, öğrencilerin hem iş birliği farkındalığını hem de problem çözme becerilerini geliştirmelerine önemli katkılar sağlar (Jarry-Shore & Richardson, 2024). Nitekim, 2015 PISA raporu da matematik eğitiminde İPÇ'nin önemini özellikle vurgulamıştır (OECD, 2017).

Matematik sınıfları, öğrencilerin İPÇ becerilerini geliştirmeleri için vazgeçilmez bir ortam sunar. Geleneksel öğretmen merkezli sınıflarda, grup çalışmasının ve öğrenci etkileşiminin ihmal edilmesi, çoğu zaman öğrencilerin matematiksel kavramları yalnızca ezber yoluyla anlamaya çalışmalarıyla sonuçlanmaktadır (Lu vd., 2023). Ancak günümüzde matematik eğitimi, bireysel problem çözme yöntemlerinden iş birlikli yaklaşımlara geçişin önemini giderek daha fazla vurgulamaktadır (Pruner & Liljedahl, 2021).

Matematik yalnızca bireysel bir etkinlik olarak değil, başkalarıyla iş birliği içinde anlam geliştirmenin gerçekleştiği sosyal bir etkinlik olarak da görülmelidir. Bu bağlamda, matematik sınıflarına İPÇ etkinliklerinin entegre edilmesi, öğrencilerin sosyal ve bilişsel etkileşimlerini artırmakta ve öğrenme süreçlerini daha derinlemesine kavramalarını sağlamaktadır (Smith, 2023). Schoenfeld'in modeline göre, problem çözme doğrusal bir süreç değil; geri bildirim döngülerini içeren dinamik bir yapıdır (Schoenfeld, 1985). Dolayısıyla, İPÇ yalnızca matematiksel bilgi ve becerilerin gelişimini desteklemekle kalmaz; aynı zamanda yaratıcı düşünme ve esneklik gibi üst düzey becerilerin gelişimine de katkı sağlar (Andrews-Todd vd., 2023). Nitekim araştırmalar, İPÇ'nin ezbere öğrenmeden ziyade tartışma ve fikir alışverişi yoluyla öğrencilerin matematiksel kavrayışlarını geliştirdiğini göstermektedir (Fitzsimons & Ní Fhloinn, 2024; Smith, 2023).

İPÇ'nin matematik eğitimindeki bir diğer önemli yönü, öğrenci etkileşimlerine yapılan vurgudur. Geleneksel bireysel problem çözme etkinliklerinde sıklıkla göz ardı edilen bu etkileşimler, aslında matematiksel öğrenmeyi derinleştiren temel unsurlardandır (Hansen, 2022). Öğrencilerin fikirlerini açıklama, düşünme süreçlerini gerekçelendirme ve diğer öğrencilerin düşüncelerini sorgulama becerileri, İPÇ süreçlerinde ortaya çıkan ve oldukça kritik olan yetkinliklerdir (Lu vd., 2023). Bu tür etkileşimler, öğrencilerin problem çözme süreçlerini geliştirmelerine ve matematiksel akıl yürütme becerilerini güçlendirmelerine katkıda bulunur (Hansen, 2022).

İletişim, matematik eğitiminde İPÇ'nin bir diğer temel bileşenidir. Matematik sınıflarında iletişim, öğrencilerin düşüncelerini ifade edebilmeleri ve diğer öğrencilerle etkileşim kurabilmeleri açısından hayati bir beceridir (Cao, 2024). İPÇ süreçleri, yalnızca bireysel bilgi yapılandırma dayalı değildir; aynı zamanda grup üyeleriyle iletişim ve etkileşim yoluyla öğrencilerin bilişsel süreçlerini geliştirmelerine olanak tanır. Bu yaklaşım, öğrencilerin derin düşünme süreçlerine katılmalarını ve üst düzey matematiksel analiz becerileri kazanmalarını sağlar (Zhang vd., 2022). Ayrıca, bazı matematik sınıflarında derse aktif olarak katılmayan öğrencilerin dışlanması yaygın bir sorundur. Bu öğrenciler, dersten geri kalmaları, ilgi eksikliği ya da özel eğitim ihtiyaçları nedeniyle katılım göstermemektedir. İPÇ süreçlerindeki iletişim, matematik sınıflarında kapsayıcılığı sağlamak için önemli bir araç olabilir (Klang vd., 2021).

Matematik öğretim programlarının doğası gereği, İPÇ etkinliklerinin matematik sınıflarına entegre edilmesi kaçınılmaz hâle gelmiştir. Matematiksel problemleri İPÇ yaklaşımıyla çözmek, öğrencilere hem bilişsel hem de sosyal yeterliklerini geliştirme fırsatı sunar (Liu & Wei, 2024). Bu süreçte kullanılan stratejiler, öğrencilerin bireysel ve grup düzeyindeki etkileşimlerini en üst düzeye çıkarmayı hedeflemektedir. Analiz, strateji geliştirme, uygulama ve değerlendirme gibi aşamalar, İPÇ'nin yapı taşlarını oluşturmaktadır (Jarry-Shore & Richardson, 2024). Ancak, matematik eğitimi bağlamında İPÇ üzerine yapılan araştırmalar sınırlı düzeydedir (Graesser vd., 2018; Jarry-Shore & Richardson, 2024). Bu becerilerin matematik eğitiminde daha derinlemesine incelenmesi, İPÇ'nin öğrenci başarısı ve diğer öğrenme çıktıları üzerindeki etkilerinin daha iyi anlaşılmasına katkı sağlayacaktır.

4.2. Matematik Eğitiminde İPÇ Sürecinde Öğretmen Rolü ve Pedagojik Yaklaşımlar

Öğretmenler, İPÇ etkinliklerinin tasarımcısı ve kolaylaştırıcısı olarak, öğrencileri yönlendirir ve grup dinamiklerini yönetirler (Liu & Wei, 2024). Ancak, öğrencilerin yalnızca gruplara ayrılması, İPÇ'nin başarılı olmasını garanti etmez; bu süreçte öğretmenlerin aktif müdahalesi gereklidir (Osuna & Munson, 2024; Smith, 2023). İPÇ'nin etkili bir şekilde uygulanabilmesi için öğretmenlerin yalnızca bilgi aktaran kişiler olmaktan çıkıp, öğrencilerin anlam üretme süreçlerine rehberlik eden kolaylaştırıcılar olarak hareket etmeleri gerekir. Yetersiz düzeydeki iş birliği, matematik öğretmenlerinin mesleki grup öğretimi becerilerini zorlayabilir; ancak etkili öğretmen yönlendirmesi, grup çalışmalarını ve İPÇ becerilerinin gelişimini önemli ölçüde destekler (van Leeuwen & Janssen, 2019; Li, 2024).

İPÇ etkinliklerinde öğretmenler yalnızca başarıya değil, sürece yönelik becerilere de odaklanmalıdır. Öğrenci ve öğretmenlerin iş birliği sürecine odaklandıkları sınıflarda, daha adil etkileşimler, problem üzerine daha uzun tartışmalar ve öğrencilerin matematiksel yeterliklerinde daha yüksek kazanımlar gözlemlenmektedir (Cao, 2024). Bu bağlamda, öğretmenin İPÇ sürecindeki rolü, sınıf düzeyinde öğretici olmaktan çok, küçük gruplar içinde kolaylaştırıcı olarak konumlanmaktadır. Öğretmenler, öğrencilerin matematiksel fikirlerini ifade edebilecekleri bir ortam sunmalıdır. Matematik sınıflarındaki sosyal etkileşimlerin, öğrencilerin anlamalarını derinleştirmede etkili olduğu gösterilmiştir (Smith, 2023).

Öğretmenlerin, problem çözme görevleri sırasında öğrencilerle nasıl etkileşim kurduğu da oldukça önemlidir. İPÇ etkinliklerine katılan öğrencilerin bulunduğu sınıflarda, grup üyeleri fikirlerini tartışarak, düşüncelerini gözden geçirerek ve yeni yaklaşımlar deneyerek anlam inşa ederler. Öğretmenler, bu söylem ortamına müdahale ederek, öğrencilerin problem çözme sürecindeki düşünme biçimlerini daha iyi anlayabilirler. Bu tür etkileşimlerde çeşitli söylem stratejileri kullanarak, öğretmenler öğrencilerin matematiksel düşünme süreçlerini derinleştirebilirler (Munson, 2019).

Zorlayıcı problemleri iş birliği içinde çözerken, öğrenciler matematiksel fikirlerini ifade etmede veya tartışmalara katılmada zorluk yaşayabilirler. Öğretmenlerin bu güçlükleri fark etmesi ve bunlara uygun şekilde tepki vermesi önemlidir (Jarry-Shore & Richardson, 2024). Warshauer ve diğerleri (2021), öğretmenlerin matematik sınıflarında ortaya çıkan iş birliği güçlüklerine karşı farkındalıklarının, bu zorlukları verimli şekilde yönetmelerine yardımcı olduğunu vurgulamaktadır. Öğretmen müdahaleleri; öğrencilerin problem çözme stratejilerine geri bildirim vermeyi, görev sürecini desteklemeyi ve grup dinamiklerini yönlendirmeyi içerir (Cao, 2024). Nitekim van Leeuwen ve Janssen'in (2019) çalışması, öğretmenlerin öğrenci performansına yönelik sağladıkları geri bildirimin, grup iş birliği ve problem çözme becerileri üzerinde olumlu etkiler yarattığını ortaya koymuştur. Liu ve Wei (2024) de, öğretmenlerin grup görevlerine her öğrenciyi dâhil etmesi gerektiğini, bunun tartışma kalitesini artırarak öğretimsel hedeflere katkı sağladığını belirtmektedir.

İPÇ ortamlarında öğretmenlerin bir diğer sorumluluğu ise öğrencilere roller atamaktır. Rol dağılımı, etkili grup dinamiklerinin oluşturulması ve öğrenme performansının artırılması

açısından kritik bir strateji olarak değerlendirilmektedir (Jiang vd., 2021). Araştırmalar, açık rollerin ve görev dağılımının grup üyeleri arasında olumlu bir karşılıklı bağımlılık geliştirdiğini ve bunun hem öğrencilerin akademik başarılarını hem de öğrenme sürecine yönelik motivasyonlarını artırdığını göstermektedir (Capar & Tarım, 2015; He vd., 2023). Sonuç olarak, öğretmenlerin İPÇ sürecindeki rolü, öğrenci etkileşimlerini yönetmek ve bu süreçleri desteklemektir. Grup dinamiklerine yönelik öğretmen müdahaleleri, hem bireysel hem de grup düzeyinde başarıyı artırmada kritik öneme sahiptir.

4.3. Matematik Eğitiminde İPÇ: Öğrenci Etkileşimlerine Dayalı Çalışmalar

İPÇ, matematik eğitiminde önemli bir yaklaşım olarak görülmekte ve farklı kültürel bağlamlar, sınıf ortamları ve öğrenci grupları üzerinden şekillenen etkileşimlerle biçimlenmektedir. Yapılan çeşitli çalışmalar, İPÇ süreçlerinin öğrencilerin bilişsel ve sosyal gelişimleri üzerindeki etkilerini incelemekte ve bu süreçlerin kültürel, didaktik ve sosyal dinamiklerden nasıl etkilendiğini ortaya koymaktadır.

Kültürlerarası bir bağlamda yürütülen çalışmalardan biri, Chan ve diğerleri (2018) tarafından Avustralya ve Çin'deki matematik sınıflarında gerçekleştirilmiştir. Bu çalışma, öğrenci-öğrenci ve öğrenci-öğretmen etkileşimlerinin her iki kültürde de problem çözme süreçlerine nasıl katkı sağladığını incelemiştir. Bulgular, sosyal etkileşimlerin öğrenme sürecini her iki kültürde de şekillendirdiğini ortaya koymuştur. Benzer şekilde, Zhang ve diğerleri (2022) Çin ve Avustralya'daki öğrenciler arasında matematik derslerinde gerçekleşen İPÇ süreçlerinde "anlam müzakeresini" incelemiştir. Bu çalışma, öğrencilerin bilgi, yöntem, didaktik normlar ve sosyal/kişilerarası etkileşim gibi unsurlara nasıl odaklandığını karşılaştırmıştır. Sonuçlar, Çinli ve Avustralyalı öğrencilerin İPÇ görevlerine yaklaşım biçimlerinde eğitim sistemleri ve öğretim tarzlarındaki farklılıklardan kaynaklanan belirgin kültürel farklar olduğunu göstermiştir.

Aydın (2020) tarafından yürütülen çalışmada, yedinci sınıf öğrencilerinin dört haftalık bir süreçte İPÇ becerilerinin gelişimi izlenmiştir. Bulgular, düzenli geri bildirim ve değerlendirme sağlandığında, öğrencilerin sosyal ve bilişsel becerilerinde belirgin gelişmeler yaşandığını ortaya koymuştur. Benzer şekilde, Lu ve diğerleri (2023) matematik sınıflarındaki İPÇ etkinlikleri sırasında gerçekleşen bilişsel ve iletişimsel süreçlere odaklanmış ve erkek öğrencilerin İPÇ süreçlerinde daha etkili bilişsel iletişim kurduklarını ve daha derin tartışmalara katıldıklarını saptamıştır. Langer-Osuna ve diğerleri (2020) tarafından otorite ilişkileri üzerine tasarlanan bir çalışmada, İPÇ sürecinde otoritenin öğrenci grupları arasında nasıl dağıldığı ve değiştiği araştırılmıştır. Çalışmada, öğrencilerin entelektüel otoriteyi paylaşma kapasitesinin, grup içi iş birliğini ve matematiksel tartışmaların derinliğini artırdığı bulunmuştur.

Andrews-Todd ve diğerleri (2023) tarafından yürütülen bir çalışmada ise, ortaokul öğrencilerinin bilgisayar destekli görevler aracılığıyla İPÇ becerileri değerlendirilmiştir. Çalışmada, öğrencilerin matematiksel görevler sırasında en sık sergiledikleri İPÇ becerileri arasında bilgi paylaşımı ve ortak anlayış geliştirme yer almıştır. Türkeş-Yazıcı (2022) da ortaokul öğrencilerinin İPÇ becerilerini incelemiş ve öğrencilerin özellikle ortak anlayış geliştirme ve probleme uygun eyleme geçme konularında başarılı olduklarını, ancak ekip yapısını organize etme ve sürdürme becerilerinin daha az gelişmiş olduğunu bulmuştur.

Smith (2023) tarafından yürütülen bir diğer çalışmada, İskoçya'daki ilkökul öğrencileri arasında İPÇ sürecinde yürütülen üstbilişsel tartışmaların desteklenmesi incelenmiştir. Çalışma, üstbilişsel tartışmaların öğrencilerin problem çözme süreçlerini derinleştirdiğini ve grup dinamiklerini olumlu yönde etkilediğini ortaya koymuştur. İPÇ süreçlerinde öğrenci başarısını artırmak amacıyla geliştirilen bir başka model ise, Fitzsimons ve Ní Fhloinn (2024) tarafından ortaya konan "problem çözme toplulukları" (Communities of Problem-Solving [CoPs]) modelidir. Bu model, matematik derslerinde grup çalışması ve iş birliği yoluyla öğrencilerin problem çözme becerilerini geliştirmeyi hedeflemektedir. Model, öğrencilerin bireysel problem çözme ve iletişim becerilerini güçlendirmekte; tartışma, tahmin, eleştiri, çözüm oluşturma, akıl

yürütme, iletişim ve genişletme olmak üzere altı aşamadan oluşmaktadır. İrlanda'daki lise öğrencileriyle uygulanan modelin, İPÇ sürecinde öğrenci başarısına olumlu katkı sağladığı belirlenmiştir.

Bu çalışmalardan elde edilen bulgular, matematiksel problem çözme süreçlerinde iş birliğinin öğrencilerin bilişsel ve sosyal gelişimleri üzerinde olumlu etkileri olduğunu göstermektedir. Kültürlerarası karşılaştırmalar, otorite ilişkileri, bilişsel süreçlerin görselleştirilmesi ve üstbilişsel tartışmalar, İPÇ süreçlerinin etkililiğini artıran kritik bileşenler olarak öne çıkmaktadır. Bu bağlamda, öğrenci-öğretmen etkileşimlerinin yapılandırılması, kültürel farklılıkların dikkate alınması ve bilişsel süreçlerin görünür kılınması, İPÇ süreçlerinin daha etkili hâle getirilmesinde önemli faktörler olarak değerlendirilmektedir.

5. Sonuçlar

Bu çalışma, matematik eğitimi bağlamında İPÇ'nin kavramsallaştırılmasını, kapsamını ve uygulanabilirliğini derinlemesine incelemeyi amaçlamış; bu sürecin hem kuramsal hem de uygulamalı yönlerini aydınlatmıştır. Çalışmada, İPÇ'nin ne olduğu ve ne olmadığına dair kapsamlı bir çerçeve ortaya konulmuş ve bu süreçte bilişsel ve sosyal boyutların ayrılmaz bir bütün oluşturduğu vurgulanmıştır. Bu bağlamda, İPÇ, 21. yüzyılda hem eğitimde hem de iş yaşamında başarı için kritik bir yeterlik olarak öne çıkmakta; öğrencilerin bilişsel ve sosyal becerilerinin gelişimine katkı sağlamaktadır (Care & Kim, 2018; OECD, 2017). İPÇ, bilgi paylaşımı, strateji geliştirme ve problem çözme süreçlerinin ekip çalışmasına dayalı olarak bütünleşik biçimde yürütülmesini kolaylaştırır (Cao, 2024; O'Neil vd., 1992). İş birliği, müzakere, paylaşım gibi sosyal etkileşimler ile bilişsel problem çözme süreçleri, grup dinamikleri tarafından desteklenen İPÇ'nin temel bileşenlerindendir (Chai vd., 2024; Zhang vd., 2022). OECD ve ATC21S çerçeveleri, İPÇ'yi sosyal ve bilişsel becerilerin bütünleşik bir yapısı olarak görmekte ve bu becerilerin değerlendirilmesine yönelik çeşitli modeller geliştirmektedir (Hesse vd., 2015; OECD, 2017). Araştırmalar, İPÇ'nin öğrencilerin bilişsel gelişimine katkı sağladığını ve disiplinler arası problem çözmede yaratıcı düşünme, iş birliği ve iletişim becerilerini güçlendirdiğini göstermektedir (Fitzsimons & Ní Fhloinn, 2024; He vd., 2023).

Matematik eğitimi, 21. yüzyıl becerilerinin geliştirilmesinde ve İPÇ gibi yenilikçi yeterliklerin teşvik edilmesinde merkezi bir rol oynamaktadır (Cao, 2024; Jarry-Shore & Richardson, 2024). PISA çerçevesi, İPÇ'nin matematik eğitime entegrasyonunun önemine dikkat çekerek bu becerilerin öğrencilerin matematiksel başarılarını artırmadaki kritik rolünü vurgulamaktadır (OECD, 2017). Geleneksel öğretim yaklaşımlarının aksine, İPÇ öğrencilerin matematiksel bilgileri ezberlemekten ziyade anlamlı ve derinlemesine öğrenmelerini sağlar (Lu vd., 2023; Smith, 2023). İPÇ, öğrencilerin matematiksel problem çözme süreçlerinde iş birliği yapmalarını, fikir alışverişinde bulunmalarını ve yaratıcı düşünme becerilerini geliştirmelerini teşvik eden sosyal bir yaklaşımdır (Fitzsimons & Ní Fhloinn, 2024; Liu & Wei, 2024; Zhang vd., 2022). Öğrenci etkileşimleri ve iletişim, İPÇ'nin yapı taşlarını oluşturur; bu süreçler öğrencilerin bilişsel ve sosyal yeterliklerini geliştirmenin yanı sıra, matematik sınıflarında kapsayıcı bir ortam oluşmasına da katkı sağlar (Andrews-Todd vd., 2023; Hansen, 2022; Klang vd., 2021; Smith, 2023).

Matematik sınıflarında İPÇ süreçlerinde öğretmenler, yalnızca bilgi aktarıcı değil, aynı zamanda öğrencilerin anlam üretme süreçlerine rehberlik eden kolaylaştırıcılar olarak kritik bir rol üstlenirler (Li, 2024; Liu & Wei, 2024). İPÇ'nin etkili biçimde uygulanabilmesi için öğretmenlerin grup dinamiklerini yönetmesi ve sürece aktif biçimde müdahil olması gerekmektedir; bu da öğrencilerin daha derin matematiksel öğrenme deneyimleri yaşamalarını sağlar (Jarry-Shore & Richardson, 2024; Osuna & Munson, 2024). Öğretmenler, İPÇ süreçlerinde öğrencilerin problem çözme stratejileri geliştirmelerine ve sosyal etkileşim becerilerini ilerletmelerine rehberlik eder (He vd., 2023; van Leeuwen & Janssen, 2019). Ayrıca, öğrencilerin İPÇ etkinliklerinde başarı sağlayabilmeleri için öğretmenlerin grup rollerini net

biçimde tanımlaması ve her öğrencinin sürece dâhil olmasını sağlaması gerekmektedir (Cao, 2024; Jiang vd., 2021).

Matematik eğitiminde İPÇ, farklı kültürel bağlamlar ve sınıf ortamlarında gerçekleşen çeşitli etkileşimlerle biçimlenen bir öğrenme sürecidir ve öğrenciler ile öğretmenler arasındaki sosyal ve bilişsel dinamiklerin önemini vurgular (Chan vd., 2018; Zhang vd., 2022). Yapılan çalışmalar, otorite ilişkileri, geri bildirim döngüleri ve üstbilişsel tartışmalar yoluyla İPÇ süreçlerinin öğrenci etkileşimlerini ve matematiksel kavrayışı derinleştirdiğini göstermektedir (Langer-Osuna vd., 2020; Smith, 2023). Matematik sınıflarında İPÇ, öğrencilerin bilişsel gelişimini desteklemenin yanı sıra üstbiliş, iş birliği, bilgi paylaşımı ve problem çözme becerilerini de geliştirerek grup dinamikleri üzerinde olumlu etkiler yaratmaktadır (Andrews-Todd vd., 2023; Smith, 2023). Bu nedenle, İPÇ süreçlerinin daha etkili hâle gelebilmesi için kültürel farklılıkların gözetilmesi, bilişsel süreçlerin görünür hâle getirilmesi ve öğrenci-öğretmen etkileşimlerinin yapılandırılması önem taşımaktadır (Fitzsimons & Ní Fhloinn, 2024; Zhang vd., 2022).

Sonuç olarak, İPÇ, matematik eğitimi bağlamında öğrencilerin bilişsel ve sosyal gelişimlerine önemli katkılar sağlayan etkili bir yaklaşımdır. Bu yaklaşım, öğrencilere yalnızca matematiksel problemleri çözme becerisi kazandırmakla kalmaz; aynı zamanda iş birliği yapma, farklı bakış açıları geliştirme ve yaratıcı düşünme kapasitelerini artırma imkânı sunar. Matematik sınıflarında İPÇ süreçlerinde öğretmenler, grup dinamiklerini yöneterek ve öğrencilerin anlam üretme süreçlerine rehberlik ederek merkezi bir rol üstlenirler. Ayrıca, İPÇ'nin farklı kültürel bağlamlarda farklı şekillerde uygulanabildiği ve öğrencilerin öğrenme deneyimlerini derinleştirdiği görülmektedir. Bu nedenle, İPÇ'nin matematik eğitimine entegrasyonu, öğrencilerin hem matematiksel başarılarını artırmakta hem de kapsayıcı ve etkileşimli bir öğrenme ortamı oluşmasına katkıda bulunmaktadır.

5.1. Çıkarımlar ve Öneriler

Bu kapsamlı çalışma İPÇ ve matematik eğitimi alanlarına ilişkin gelecekteki araştırmalar için değerli bir temel sunmaktadır. Gelecekte yapılacak araştırmalarda, İPÇ yalnızca matematik eğitimi bağlamında değil, aynı zamanda disiplinlerarası bağlamlarda da ele alınabilir; bu sayede İPÇ'nin daha geniş bir problem yelpazesinde nasıl uygulanabileceği araştırılabilir. İPÇ'nin disiplinlerarası ortamlardaki etkisinin incelenmesi ve bu süreçlerde hangi bilişsel stratejilerin geliştirildiğinin araştırılması, bu becerinin eğitimdeki genel geçerliliğine dair daha bütüncül bir anlayış sağlayabilir. Ayrıca, farklı eğitim sistemleri içinde İPÇ'nin matematik sınıflarında nasıl uygulandığını ve bu süreçlerde öğretmen-öğrenci etkileşimlerinin nasıl yapılandırıldığını araştırmak üzere geniş ölçekli kültürlerarası karşılaştırmalar yapılabilir. Bu tür çalışmalar, İPÇ'nin farklı kültürel bağlamlarda nasıl optimize edilebileceğine ve öğretim stratejilerinin bu bağlamlara nasıl uyarlanabileceğine dair derinlemesine içgörüler sunabilir. Öte yandan, matematik öğretmenlerinin İPÇ süreçlerindeki rolü üzerine daha fazla ampirik çalışmaya ihtiyaç vardır. Bu bağlamda, farklı öğretmen yönlendirme stratejilerinin (örneğin doğrudan öğretim, kolaylaştırıcı rehberlik gibi) İPÇ performansı üzerindeki etkilerini karşılaştıran deneysel çalışmalar yapılabilir.

Teknolojik gelişmeler, günümüzde İPÇ'nin dijital platformlarda uygulanabilmesine olanak tanımaktadır. Bu doğrultuda, dijital ve hibrit matematik öğrenme ortamlarında İPÇ'nin uygulanabilirliği ve etkisi gelecekteki araştırmalarda incelenebilir. Ayrıca, İPÇ becerilerinin değerlendirilmesine yönelik yüksek geçerliliğe sahip ölçme araçlarının sınırlı sayıda olması önemli bir araştırma boşluğudur. İPÇ'nin hem bilişsel hem de sosyal boyutlarını daha doğru şekilde yansıtan yenilikçi ve geçerli değerlendirme araçlarının geliştirilmesi önem taşımaktadır. Bu bağlamda, öğrenci etkileşimlerini analiz etmek ve bu süreçlerden ölçümler elde etmek için doğal dil ve yapay zekâ gibi teknolojilerden faydalanılması önerilebilir.

Bu çalışma, uygulayıcılar için de çeşitli öneriler sunmaktadır. Öncelikle, İPÇ'nin etkililiği, öğrenciler arasındaki sosyal etkileşimlerin kalitesine bağlıdır. Bu nedenle, matematik öğretmenlerinin İPÇ süreçlerinde grup dinamiklerini hem sosyal hem de bilişsel otoriteyi paylaşarak daha etkili bir şekilde yönetmeleri önerilmektedir. Öğretmenler, öğrencilerin İPÇ süreçlerinde karşılaştıkları güçlükleri dikkatle gözlemlemeli ve gerektiğinde müdahale etmelidir. Son olarak, öğretmenlerin İPÇ sürecinde öğrencilere sorular sorarak onların düşüncelerini ifade etmelerini ve stratejilerini paylaşmalarını teşvik etmeleri gerekmektedir. Bu tür sorgulayıcı yaklaşımlar, öğrencilerin üstbilişsel becerilerinin gelişimini destekleyebilir.

Etik Komite Onayı: Bu çalışma bir derleme makalesi olduğu için etik kurul onayı alınmamıştır.

Hakem Değerlendirmesi: Dış bağımsız.

Yazar Katkıları: Yazarlar; bu makalenin araştırılması, yazarlığı ve yayımlanması için eşit düzeyde katkı sağlamışlardır.

Çıkar Çatışması: Yazar(lar); bu makalenin araştırılması, yazarlığı ve yayımlanmasına ilişkin herhangi bir potansiyel çıkar çatışması beyan etmemiştir.

Finansal Destek: Yazar(lar); bu makalenin araştırılması, yazarlığı ve yayımlanması için herhangi bir finansal destek almamıştır.

Yapay Zekâ Kullanımı Bildirimi: Yazar (lar); bu makalenin araştırılması, yazarlığı ve yayımlanması için herhangi bir yapay zekâ aracından faydalanmamıştır.

Kaynakça

- Andrews-Todd, J., & Forsyth, C. M. (2020). Exploring social and cognitive dimensions of collaborative problem solving in an open online simulation-based task. *Computers in Human Behavior*, 104, 105759. <https://doi.org/10.1016/j.chb.2018.10.025>
- Andrews-Todd, J., Jiang, Y., Steinberg, J., Pugh, S. L., & D'Mello, S. K. (2023). Investigating collaborative problem solving skills and outcomes across computer-based tasks. *Computers & Education*, 207, 104928. <https://doi.org/10.1016/j.compedu.2023.104928>
- Aydın, F. N. (2020). 7. sınıf öğrencilerinin matematik dersinde işbirlikli problem çözme becerilerinin gelişiminin izlenmesinde kullanılabilecek boylamsal bir test deseni. (Yayın No. 628502) [Yüksek lisans tezi, Gazi Üniversitesi]. YÖK Ulusal Tez Merkezi.
- Cao, Y. (2024). Research on collaborative problem solving teaching in a secondary school mathematics classroom. In Y. Cao (Ed.), *Students' collaborative problem solving in mathematics classrooms: Perspectives on rethinking and reforming education* (pp. 1-18). Springer.
- Capar, G., & Tarim, K. (2015). Efficacy of the cooperative learning method on mathematics achievement and attitude: A meta-analysis research. *Educational Sciences: Theory and Practice*, 15(2), 553–559. <https://doi.org/10.12738/estp.2015.2.2098>
- Care, E., & Kim, H. (2018). Assessment of twenty-first century skills: The issue of authenticity. In E. Care, P. Griffin, & M. Wilson (Eds.), *Assessment and teaching of 21st century skills: Research and applications* (pp. 21–39). Springer.
- Care, E., Scoular, C., & Griffin, P. (2016). Assessment of collaborative problem solving in education environments. *Applied Measurement in Education*, 29(4), 250-264. <https://doi.org/10.1080/08957347.2016.1209204>
- Chai, H., Hu, T., & Wu, L. (2024). Computer-based assessment of collaborative problem solving skills: A systematic review of empirical research. *Educational Research Review*, 100591. <https://doi.org/10.1016/j.edurev.2023.100591>
- Chan, M. C. E., Clarke, D., & Cao, Y. (2018). The social essentials of learning: An experimental investigation of collaborative problem solving and knowledge construction in mathematics classrooms in Australia and China. *Mathematics Education Research Journal*, 30(1), 39-50. <https://doi.org/10.1007/s13394-017-0209-3>
- Chen, J., Wang, M., Kirschner, P. A., & Chin-Chung, T. (2018). The role of collaboration, computer use, learning environments and supporting strategies in CSCL: A meta-analysis. *Review of Educational Research*, 88, 1–45. <https://doi.org/10.3102/0034654318791584>
- Fitzsimons, A., & Ní Fhloinn, E. (2024). The cops model for collaborative problem-solving in mathematics. *Irish Educational Studies*, 43(4), 1043-1060. <https://doi.org/10.1080/03323315.2023.2189137>
- Foster, C. (2023). Problem solving in the mathematics curriculum: From domain-general strategies to domain-specific tactics. *The Curriculum Journal*, 34(4), 594-612. <https://doi.org/10.1002/curj.213>
- Graesser, A. C., Fiore, S. M., Greiff, S., Andrews-Todd, J., Foltz, P. W., & Hesse, F. W. (2018). Advancing the science of collaborative problem solving. *Psychological Science in the Public Interest*, 19(2), 59–92. <https://doi.org/10.1177/1529100618808244>
- Häkkinen, P., Järvelä, S., Mäkitalo-Siegl, K., Ahonen, A., Näykki, P., & Valtonen, T. (2017). Preparing teacher-students for twenty-first-century learning practices (PREP 21): A

- framework for enhancing collaborative problem-solving and strategic learning skills. *Teachers and Teaching*, 23(1), 25–41. <https://doi.org/10.1080/13540602.2016.1203772>
- Hansen, E. K. S. (2022). Students' agency, creative reasoning, and collaboration in mathematical problem solving. *Mathematics Education Research Journal*, 34(4), 813–834. <https://doi.org/10.1007/s13394-021-00365-y>
- He, S., Shi, X., Choi, T. H., & Zhai, J. (2023). How do students' roles in collaborative learning affect collaborative problem-solving competency? A systematic review of research. *Thinking Skills and Creativity*, 50, 101423. <https://doi.org/10.1016/j.tsc.2023.101423>
- Hesse, F., Care, E., Buder, J., Sassenberg, K., & Griffin, P. (2015). A framework for teachable collaborative problem solving skills. In P. Griffin & E. Care (Eds.), *Assessment and teaching of 21st century skills: Methods and approach* (pp. 37–56). Springer.
- İlhan, A., & Poçan, S. (2024). Generation X and generation Y teachers' reasoning, awareness, and metacognitive thinking skills in geometry-measurement. *International Innovative Education Researcher*, 4(1), 146-184. <https://doi.org/10.29228/iedres.73141>
- Jarry-Shore, M., & Richardson, A. (2024). Noticing struggle during collaborative problem-solving in the middle-school mathematics classroom. *Journal of Mathematics Teacher Education*. <https://doi.org/10.1007/s10857-024-09638-2>
- Jiang, S., Smith, B. E., & Shen, J. (2021). Examining how different modes mediate adolescents' interactions during their collaborative multimodal composing processes. *Interactive Learning Environments*, 29(5), 807–820. <https://doi.org/10.1080/10494820.2019.1612450>
- Johnson, D. W., & Johnson, R. T. (2009). An educational psychology success story: Social interdependence theory and cooperative learning. *Educational Researcher*, 38(5), 365–379. <https://doi.org/10.3102/0013189X09339057>
- Klang, N., Karlsson, N., Kilborn, W., Eriksson, P., & Karlberg, M. (2021). Mathematical problem-solving through cooperative learning-The importance of peer acceptance and friendships. *Frontiers in Education*, 6, 710296. <https://doi.org/10.3389/feduc.2021.710296>
- Krulik, S., & Rudnick, J. A. (1989). *Problem solving: A handbook for senior high school teachers*. Allyn and Bacon.
- Langer-Osuna, J. M., Munson, J., Gargroetzi, E., Williams, I., & Chavez, R. (2020). "So what are we working on?": How student authority relations shift during collaborative mathematics activity. *Educational Studies in Mathematics*, 104(3), 333–349. <https://doi.org/10.1007/s10649-020-09962-3>
- Li, R. (2024). Differences between experienced and preservice teachers in noticing students' collaborative problem-solving processes. In Y. Cao (Ed.), *Students' collaborative problem solving in mathematics classrooms: An empirical study* (pp. 219-241). Springer.
- Liljedahl, P., & Cai, J. (2021). Empirical research on problem solving and problem posing: A look at the state of the art. *ZDM*, 53(4), 723-735. <https://doi.org/10.1007/s11858-021-01291-w>
- Liu, L., von Davier, A. A., Hao, J., Kyllonen, P., & Zapata-Rivera, J.-D. (2015). A tough nut to crack: Measuring collaborative problem solving. In Y. Rosen, S. Ferrara, & M. Mosharraf (Eds.), *Handbook of research on computational tools for real-world skill development* (pp. 344–359). IGI-Global.

- Liu, Y., & Wei, H. (2024). Teacher intervention in collaborative mathematics problem solving in secondary school. In Y. Cao (Ed.), *Students' collaborative problem solving in mathematics classrooms: Perspectives on rethinking and reforming education* (pp. 243-274). Springer. https://doi.org/10.1007/978-981-99-7386-6_1
- Lu, J., Wu, S., Wang, Y., & Zhang, Y. (2023). Visualizing the commognitive processes of collaborative problem solving in mathematics classrooms. *The Asia-Pacific Education Researcher*, 32(5), 615-628. <https://doi.org/10.1007/s40299-022-00681-2>
- Mason, J., Burton, L., & Stacey, K. (2010). *Thinking mathematically* (2nd ed). Pearson.
- Munson, J. (2019). After eliciting: Variation in elementary mathematics teachers' discursive pathways during collaborative problem solving. *The Journal of Mathematical Behavior*, 56, 100736. <https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2019.100736>
- Nelson, L. M. (1999). Collaborative problem solving. In C. M. Reigeluth (Vol. Ed.), *Instructional design theories and models: A new paradigm of instructional theory: Vol. 2*, (pp. 241–267). Routledge.
- O'Neil Jr, H. F., Allred, K., & Baker, E. L. (1992). *Measurement of workforce readiness: Review of theoretical frameworks: CSE technical report 343*. National Center for Research on Evaluation Standards.
- Organisation for Economic Co-Operation and Development. (2014). *PISA 2012 results: Creative problem solving*. OECD Publishing. <http://dx.doi.org/10.1787/9789264208070-en>
- Organization for Economic Cooperation and Development. (2017). *PISA 2015 results (volume V): Collaborative problem solving, PISA*. OECD Publishing. <https://doi.org/10.1787/9789264285521-en>
- Osuna, J. M., & Munson, J. (2024). Exploring what teachers notice about students' interactional dynamics during collaborative mathematics problem-solving and their connections to instructional practice. *Teaching and Teacher Education*, 137. <https://doi.org/10.1016/j.tate.2023.104380>
- Partnership of 21st Century Learning (2016). *Framework for 21st century learning*. http://www.p21.org/storage/documents/docs/P21_framework_0816.pdf.
- Pruner, M., & Liljedahl, P. (2021). Collaborative problem solving in a choice-affluent environment. *ZDM*, 53, 753–770. <https://doi.org/10.1007/s11858-021-01232-7>
- Roschelle, J., & Teasley, S. D. (1995). The construction of shared knowledge in collaborative problem solving. In C. O'Malley (Ed.), *Computer-supported collaborative learning* (pp. 69–197). Springer.
- Säfström, A. I., Lithner, J., Palm, T., Palmberg, B., Sidenvall, J., Andersson, C., Boström, E., & Granberg, C. (2024). Developing a diagnostic framework for primary and secondary students' reasoning difficulties during mathematical problem solving. *Educational Studies in Mathematics*, 115(2), 125-149. <https://doi.org/10.1007/s10649-023-10278-1>
- Santos-Trigo, M. (2024). Problem solving in mathematics education: Tracing its foundations and current research-practice trends. *ZDM*, 56, 211-222. <https://doi.org/10.1007/s11858-024-01578-8>
- Schoenfeld, A. H. (1985). *Mathematical problem solving*. Academic Press.
- Siddiq, F., & Scherer, R. (2017). Revealing the processes of students' interaction with a novel collaborative problem solving task: An in-depth analysis of think-aloud protocols. *Computers in Human Behavior*, 76, 509–525. <https://doi.org/10.1016/j.chb.2017.08.007>

- Smith, J. (2023). Supporting metacognitive talk during collaborative problem solving: A case study in Scottish primary school mathematics. *Education 3-13*, 1-16. <https://doi.org/10.1080/03004279.2023.2187670>
- Sun, C., Shute, V. J., Stewart, A., Yonehiro, J., Duran, N., & D'Mello, S. (2020). Towards a generalized competency model of collaborative problem solving. *Computers & Education*, 143, 103672. <https://doi.org/10.1016/j.compedu.2019.103672>
- Tedla, Y. G., & Chen, H. L. (2024). The impacts of computer-supported collaborative learning on students' critical thinking: a meta-analysis. *Education and Information Technologies*, 1-30. <https://doi.org/10.1007/s10639-024-12857-y>
- Türkeş-Yazıcı, A. (2022). *Ortaokul 6. sınıf öğrencilerinin iş birlikli problem çözme becerilerinin incelenmesi*. (Yayın No. 764138) [Yüksek lisans tezi, Aydın Adnan Menderes Üniversitesi]. YÖK Ulusal Tez Merkezi.
- van Leeuwen, A., & Janssen, J. (2019). A systematic review of teacher guidance during collaborative learning in primary and secondary education. *Educational Research Review*, 27, 71–89. <https://doi.org/10.1016/j.edurev.2019.02.001>
- Warshauer, H. K., Starkey, C., Herrera, C. A., & Smith, S. (2021). Developing prospective teachers' noticing and notions of productive struggle with video analysis in a mathematics content course. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 1–33. <https://doi.org/10.1007/s10857-019-09451-2>
- Yang, X. (2023). A historical review of collaborative learning and cooperative learning. *TechTrends*, 67(4), 718-728. <https://doi.org/10.1007/s11528-022-00823-9>
- Zhang, S., Cao, Y., Chan, M. C. E., & Wan, M. E. V. (2022). A comparison of meaning negotiation during collaborative problem solving in mathematics between students in China and Australia. *ZDM*, 54, 287-302. <https://doi.org/10.1007/s11858-022-01335-9>

Key to 21st Century Skills: Collaborative Problem Solving in Mathematics Education

Fatma ERDOĞAN, Fırat University, ORCID ID: 0000-0002-4498-8634

Fatih Tunahan ZENGİN, Fırat University, ORCID ID: 0009-0006-7567-882X

Highlights

- CPS integrates cognitive and social skills in mathematical problem-solving.
- Teacher guidance is essential for effective CPS in math classrooms.
- CPS enhances student interaction, creativity, and mathematical reasoning.

Abstract

This study aims to provide a detailed examination of the conceptualization, scope, and applicability of collaborative problem-solving (CPS) in the context of mathematics education, shedding light on both its theoretical and practical aspects. In the 21st century, CPS stands out as a critical skill for success in both education and the business world, developing both cognitive and social skills in students. The key components of CPS include social interactions such as collaboration, negotiation, and sharing, along with cognitive problem-solving processes, all supported by group dynamics. Mathematics education plays a central role in developing 21st-century skills and fostering innovative abilities like CPS. CPS encourages students to collaborate, exchange ideas, and develop creative thinking skills during mathematical problem-solving processes. In CPS processes within mathematics classrooms, teachers play a critical role not only as knowledge transmitters but also as facilitators who guide students' meaning-making processes. Research shows that CPS processes deepen student interactions and mathematical understanding through authority relationships, feedback loops, and metacognitive conversations. As a result, integrating CPS into mathematics education not only enhances students' mathematical achievements but also contributes to creating an inclusive and interactive learning environment. This comprehensive study on CPS and mathematics education provides valuable insights for future research directions and offers recommendations for practitioners.

Keywords: Collaborative problem solving, 21st century abilities, group-work, mathematics education



Inönü University
Journal of the Faculty of
Education
Vol 26, No 2, 2025
pp. 640-673
[DOI](#)
10.17679/inuefd.1569112

Article Type
Review Article

Received
17.10.2024

Accepted
18.05.2025

Suggested Citation

Erdoğan, F., & Zengin, F. T. (2025). Key to 21st century skills: Collaborative problem solving in mathematics education, *Inönü University Journal of the Faculty of Education*, 26(2), 640-673. DOI: 10.17679/inuefd.1569112

1. Introduction

In the rapidly changing world of the 21st century, there is an increasing emphasis on the need for educational systems to offer more than mere knowledge transfer to students. In this context, global trends demand that students possess skills that enable them to be effective both in individual and group work (OECD, 2017). Accordingly, the OECD's Education 2030 Vision has identified collaborative problem-solving (CPS) as one of the most crucial skills of the 21st century and has highlighted it as a fundamental requirement for the future of education (Cao, 2024). CPS refers to the coordinated efforts of two or more individuals to share their skills and knowledge to formulate and sustain a common, viable solution to a given problem (OECD, 2017). This process enhances both cognitive and social skills, helping individuals to solve complex problems more effectively (Zhang et al., 2022). Given global educational trends, developing students' CPS competencies is increasingly critical.

The importance of CPS is increasing, particularly in the context of mathematics education. Mathematics, as a fundamental discipline that enhances individuals' analytical thinking and problem-solving skills, provides a robust platform for collaborative learning (Fitzsimons & Ní Fhloinn, 2024). Traditional individual approaches to learning mathematics often lead to difficulties in understanding abstract concepts, whereas CPS emerges as an approach that deepens students' conceptual understanding and more effectively strengthens problem-solving skills (Jarry-Shore & Richardson, 2024; Liljedahl & Cai, 2021). In this context, as students solve mathematical problems collaboratively, they develop both cognitive and social skills, and they gain opportunities to understand different perspectives and discuss mathematical concepts (Andrews-Todd et al., 2023). Therefore, understanding how CPS can be effectively integrated into mathematics classrooms remains a significant area for both theoretical inquiry and practical exploration.

In this study, which thoroughly examines both the theoretical and practical aspects of CPS, especially within the context of mathematics education, we first provide a comprehensive answer to the questions "What is CPS and what is it not?". In this regard, detailed content is provided on collaborative learning, mathematical problem-solving, the nature and fundamental elements of CPS, the conceptualization of CPS, CPS frameworks, and current approaches to developing and assessing CPS skills, as well as the importance of CPS in cognitive-social skill development. Next, the role of CPS in mathematics education is discussed. Subsequently, the role of the teacher in the CPS process in mathematics classrooms and the pedagogical approaches that can be applied are examined. Finally, reflections from studies based on CPS and student interactions in mathematics education are presented.

1.1. Purpose and Significance of the Study

Although problem-solving skills are emphasized due to the nature of mathematics education, research on the role of CPS in this process is limited (Jarry-Shore & Richardson, 2024; Osuna & Munson, 2024). Specifically, the role and importance of CPS in mathematics classrooms have not been sufficiently addressed in the literature. Considering the increasing global emphasis on integrating 21st-century skills into educational curricula, further theoretical and practical investigation of CPS within mathematics education is essential. A deeper understanding of CPS in mathematics education could potentially enhance instructional practices, contribute to more effective pedagogical strategies, and inform curriculum design aimed at fostering essential cognitive and social skills. In this context, this study aims to comprehensively examine the various dimensions of CPS and analyze its pedagogical foundations within the context of mathematics education, as well as the role of teachers and its effects on students' cognitive, social, and academic development. Furthermore, one of the key focuses of this study is to explore how mathematics teachers can provide guidance in CPS processes and what pedagogical strategies can be employed to enhance the effectiveness of

CPS. This study is expected to contribute to the existing literature by clearly revealing the theoretical and practical aspects of CPS integration into mathematics lessons. Additionally, it is anticipated that this study will provide valuable insights to both educators and researchers by addressing the theoretical and practical aspects of CPS in the context of mathematics education in a detailed manner.

2. Theoretical Foundations of CPS

2.1. What is Collaborative Learning?

In today's world, the global system is undergoing deep and complex changes. In order to adapt to these changes and support sustainable development, many countries and international organizations are focusing on efforts to develop students' 21st-century skills. In this regard, moving beyond traditional knowledge and equipping students with contemporary competencies that align with Education 4.0 is becoming increasingly important (Osuna & Munson, 2024). In this process, collaboration and problem-solving skills are highlighted as essential competencies that students need in their learning, work, and life processes, and these skills are increasingly being prioritized in educational goals and learning content (Hansen, 2022).

Collaboration has been defined by Roschelle and Teasley (1995) as "a coordinated and simultaneous activity in which participants engage in an effort to construct and maintain a shared understanding of a problem's solution". Besides, collaborative learning is a teaching and learning approach that involves individuals working in groups to solve a problem (Tedla & Chen, 2024). The idea that learning has a social nature and becomes meaningful through interactions among peers forms the foundation of collaborative learning. In this context, knowledge is constructed through the active interaction of individuals during the collaborative process (Chen et al., 2018).

The theoretical foundation of collaborative learning is based on social constructivism. The influence of the constructivist approach on collaborative learning is also evaluated in this context, as it has been shown that student groups experience deeper and more meaningful learning through social interactions (Yang, 2023). When examining the benefits of collaborative learning, it is seen that not only students' academic success but also their social and psychological development significantly increases. This approach, which contributes to the development of critical thinking and problem-solving skills, also helps to create a supportive learning community and reduce students' anxiety levels (Häkkinen et al., 2017). Johnson and Johnson (2009) stated that group work serves as a "stimulus for interactions", and in this process, students improve their communication skills and contribute to the learning process by using their reasoning abilities more deeply.

2.2. Mathematical Problem Solving: Theoretical Foundations and Its Role in Education

In recent years, problem-solving has taken center stage in mathematics education, and the critical role of this topic in education has been frequently emphasized by researchers (Santos-Trigo, 2024). Krulik and Rudnick (1989) defined a problem as "a situation for which the solution path is not immediately apparent", and this definition highlights the complexity of mathematical thinking. Mathematics is best learned as a process in which individuals construct their own knowledge, and in this process, problem-solving is an important tool for learning to occur (Säfström et al., 2024). Problem-solving, in its truest sense, can be defined as the process by which an individual uses their existing knowledge, skills, and understanding to meet the demands of an unfamiliar situation (Krulik & Rudnick, 1989). Problem-solving can also be seen as an effort to develop a strategy to achieve a goal in the face of uncertainty (Hesse et al., 2015). This process involves a structure that progresses from inductive thinking to deductive thinking, and complex problems may require multiple stages of solution (Liljedahl & Cai, 2021).

Mathematical problem-solving is a dynamic process that allows individuals to develop cognitive and creative abilities (Foster, 2023). Active participation in mathematical problem-solving contributes to students' acquisition of skills such as flexible thinking, creativity, and productivity. These skills are considered fundamental pillars of success in education (Säfström et al., 2024).

Pólya's 1945 publication "How to Solve It" presented four key stages of the problem-solving process, and these stages continue to form the foundation of modern mathematics education. These stages include understanding the problem, devising a plan, carrying out the plan, and looking back. Pólya's work, and that of subsequent researchers, has described problem-solving as a cognitive process and emphasized that students must use strategies to develop deep understanding (Schoenfeld, 1985). Mason et al. (2010) developed structured approaches to problem-solving and highlighted the importance of mathematical language in this process. Expanding on Pólya's work, the OECD (2014) categorized the competencies required for students to develop as problem-solvers into four categories: exploring and understanding; representing and formulating; planning and executing; monitoring and reflecting. These processes show that problem-solving stages can progress not in sequence but in parallel. In recent years, problem-solving in mathematics has increasingly evolved into a collaborative approach. While Pólya's work suggested that students experience individual problem-solving strategies similar to those of mathematicians, today the sharing and development of these experiences in a collaborative environment are encouraged (Fitzsimons & Ní Fhloinn, 2024).

2.3. CPS: A 21st Century Skill

The 21st century has transformed individuals' lifestyles, learning methods, and ways of conducting business by enabling them to connect with large groups in real time (Care & Kim, 2018; İlhan & Poçan, 2024). These new abilities have reshaped educational curricula, and organizations such as the OECD and the Partnership for 21st Century Learning (2016) have identified CPS as a priority skill (OECD, 2017). This skill is seen as a cross-disciplinary competence necessary for students to succeed in group work both in education and in the professional world. In this context, CPS is not only considered a teaching tool but also a strategic goal of modern education (Jarry Shore & Richardson, 2024).

Global socio-economic changes and advancements in information technology are increasing the demand for collaboration-based skills. The OECD's "Education 2030" project also considers these skills as essential components of students' abilities to handle complex problems and be effective in teamwork (Cao, 2024). The rapid development of technology and the widespread adoption of digital environments are facilitating collaboration between individuals, making it possible for people in different geographic regions to collaborate in real time. This has led to the growing importance of CPS in both education and the professional world (Siddiq & Scherer, 2017).

2.4. The Nature and Key Elements of CPS

The concept of CPS can be traced back to the work of O'Neil et al. (1992). O'Neil et al. described CPS as a set of problem-solving tasks that occur through the interactions of a group. These interactions are shaped by key factors such as adaptability, coordination, decision-making, interpersonal skills, leadership, and effective communication. CPS skills facilitate individuals' active participation in group activities, the development of shared understanding, the identification of solutions, and problem resolution. This skill includes two core elements: collaboration and problem-solving (OECD, 2017). The level of collaboration highlights the depth of social interactions between group members; mutual understanding, team organization, and consensus are built, maintained, and achieved through effective communication. This process includes both interpersonal dynamics and individual cognitive

interactions. The level of problem-solving involves processes such as information extraction, exploration, understanding, and executing plans. It presents itself as a cognitive interaction structure reflecting the psychological traits of individuals (Cao, 2024). Both PISA 2015 and ATCS21S restructured CPS capacity into collaboration (social skills) and problem-solving (cognitive skills). CPS is also considered a form of socialization through which individuals acquire high-level cognitive skills via interaction with the social environment. This demonstrates that collaboration and problem-solving are not separate but rather complement and support each other (Zhang et al., 2022).

In summary, there is a general consensus on the essential features of CPS. First, CPS has both social and cognitive dimensions. Second, CPS involves communication, interaction, information sharing, and the development of shared understanding among team members. Third, CPS is considered an implicit skill that emerges in complex collaborative situations rather than being directly observable in individuals (Hesse et al., 2015). As a result, CPS competence is viewed as a compound, process-oriented, and implicit ability that includes the characteristics of both collaboration and problem-solving.

2.5. Conceptualization of CPS

According to the definition in the OECD's PISA 2015 assessment, CPS is characterized as an individual's capability to actively engage in a group of two or more people by exchanging understanding, reaching agreements, identifying solutions, and integrating collective knowledge, skills, and actions to resolve issues effectively. In PISA, problem-solving and social collaboration skills are combined within the CPS context (OECD, 2017). This definition emphasizes the importance of group dynamics in the CPS process while contributing to the development of individuals' cognitive and social skills (Andrews-Todd & Forsyth, 2020). The widely accepted OECD definition of CPS has been expanded in the literature through various concepts and theories.

In the project Assessment and Teaching of 21st Century Skills (ATC21S), CPS is defined as "recognizing the perspective of others in a team; contributing constructively to knowledge, experience, and expertise; determining the need for and managing contributions; recognizing the structure and procedure involved in solving a problem; and building and enhancing group knowledge and understanding as a member of a team" (Chai et al., 2024). According to ATC21S, CPS is described as a joint activity in which group members complete a series of steps to transition from a realistic situation to an ideal goal (Cao, 2024). This definition emphasizes that group members consider each other's perspectives while collaborating to achieve a goal and play an active role in the solution process. Hence the ATC21S project suggests that CPS is a combination of critical thinking, problem-solving, decision-making, and collaboration skills (Care et al., 2016). The definitions of CPS in PISA and ATC21S differ significantly. While PISA's definition focuses on individuals' collaboration with computer agents, ATC21S emphasizes collaboration among human participants (Chai et al., 2024).

Although various definitions of CPS have been made in different studies, all definitions point to the existence of a common goal that must be solved and emphasize that this goal cannot be achieved by individuals alone (Graesser et al., 2018). Research emphasizes the importance of teaching and developing CPS skills. However, there is insufficient scientific evidence for the current definition and conceptualization of CPS skills (Chai et al., 2024; Sun et al., 2020). When researchers adopt the concept and definition of CPS skills, the emergence of different theoretical models is expected.

3. Theoretical Models, Frameworks, and Assessment Approaches in CPS

3.1. CPS Frameworks: Integration of Cognitive and Social Dimensions

As the importance of CPS skills in the 21st century has grown, researchers have developed various theoretical models and frameworks that define behaviors, assessments, and skills related to CPS (e.g., Hesse et al., 2015; OECD, 2017). These theoretical frameworks contribute to skill development by comprehensively analyzing the cognitive, social, and behavioral aspects of CPS.

One of the earliest approaches addressing the critical aspects of CPS is the joint problem space model developed by Roschelle and Teasley (1995). In this model, team members share knowledge about goals, problems, and potential solutions. At the core of the model lies the joint problem space, a cognitive structure that team members must establish to enable negotiation processes (Andrews-Todd & Forsyth, 2020).

Another early framework for CPS was pedagogically oriented, developed by Nelson (1999). This framework outlines a series of actions that team members can take to effectively collaborate. For instance, team members should allocate time for individual and collective work, identify, and share relevant knowledge and resources (Sun et al., 2020).

Among the various CPS frameworks, the one proposed by Hesse et al. (2015) has been widely accepted. The CPS competency framework developed as part of the ATC21S project involves social and cognitive skills and the identification of these variables. Within this framework, social skills are categorized into three areas: participation, perspective-taking, and social regulation. Cognitive skills are classified as follows: task regulation and knowledge building (Hesse et al., 2015).

Recent studies have focused on the complex relationship between social and cognitive skill sets. Research suggests that interactions between participants with high social skills can facilitate high-quality cognitive engagement. This is because active social interactions allow for the effective transmission of feedback and support joint planning and implementation of plans among small groups or pairs. Cognitive skills, on the other hand, ensure the successful completion of problem-solving processes (Liu et al., 2015). Therefore, the social and cognitive skills associated with CPS are inherently interconnected and their manifestation is shaped by situational needs (Hesse et al., 2015).

The PISA framework developed a matrix of twelve competencies by integrating three core collaborative skills with the four phases of individual problem-solving. PISA's theoretical model identifies three key social competencies for CPS: initiating actions to solve the problem, organizing, and maintaining team structure. These three CPS competencies intersect with four cognitive or problem-solving processes to form a skills matrix. These processes include exploring and understanding, representing and formulating, planning and executing, and monitoring and reflecting (OECD, 2017). This matrix of skills includes abilities such as uncovering team members' perspectives and abilities, defining and explaining tasks, maintaining team organization, overseeing roles, and providing constructive feedback (Chai et al., 2024).

Similar to the other two models, the CPS ontology framework separates the structure of CPS into two dimensions: social and cognitive. The social dimension emphasizes collaboration and teamwork, while the cognitive dimension focuses on problem-solving processes. This framework collects relevant data from sources such as chat messages and recorded events (e.g., students adjusting parameter inputs) during computer-supported CPS activities (Andrews-Todd & Forsyth, 2020).

In terms of developing CPS competence, Sun et al. (2020) proposed a general CPS competency model that defines CPS competence in three main dimensions: shared knowledge

building, negotiation or coordination, and maintaining team function. While Sun and colleagues focus on the structure of CPS, their model does not emphasize other terms like computer-supported collaborative learning, teamwork, or problem-solving. This CPS competency model represents an important step in assessing CPS skills and can be used in CPS environments to evaluate both remote and face-to-face human-to-human interactions (Sun et al., 2020).

An alternative framework focuses on the integrated functions of CPS's cognitive and social dimensions in supporting knowledge building. Based on the PISA and ATC21S frameworks, this CPS framework was developed specifically for computer-supported collaborative learning environments. The framework evaluates students' CPS skills by analyzing discourse and examining speech text data. It includes four broad CPS skills: sharing resources/ideas, absorbing and adapting knowledge/perspectives, organizing problem-solving ideas, and maintaining positive communication. Additionally, there are 33 subcategories under these four main CPS skills (Liu et al., 2015).

3.2. Current Approaches to the Development and Evaluation of CPS Skills

CPS is a complex structure that encompasses both the social and cognitive skills of individuals. This complexity makes it difficult to measure CPS skills (Chai et al., 2024). For CPS skills to be effectively taught, a systematic framework must be developed for how these skills will be measured and assessed. Various theoretical models and frameworks have been developed to assess CPS skills (Hesse et al., 2015; OECD, 2017; Sun et al., 2020). However, there is no consensus on the evaluation of CPS skills. Without a systematic framework to guide the CPS evaluation process, it is difficult to teach and assess CPS skills effectively (Andrews-Todd et al., 2023).

Frameworks like ATC21S and PISA are widely used for evaluating CPS, but they come with advantages and disadvantages (Graesser et al., 2018). While PISA evaluates CPS skills through human-agent interactions, one limitation is its distance from real social interactions (Sun et al., 2020). On the other hand, the ATC21S framework focuses on human-to-human interactions, but it is challenging to control in large-scale evaluations (Hesse et al., 2015). Beyond these limitations, there is a growing need for complex evaluations based on human-to-human interactions in real-life CPS scenarios (Care et al., 2016).

CPS skills are evaluated using various methods, including digital and face-to-face environments (e.g., surveys, tests, observations, and think-aloud protocols). However, these methods sometimes lack applicability across different fields and can encounter self-report biases, such as misdefined items or socially desirable responses. Additionally, traditional multiple-choice questions are inadequate for assessing process-oriented structures like CPS. This has led to increased interest in using computer-based environments in CPS assessments (Chai et al., 2024). However, there is a functionalization issue regarding how the targeted skills will be identified and measured based on data obtained from the computer environment. Fortunately, recent methodological advancements have helped overcome such challenges and increased the feasibility of computer-based CPS assessments (Andrews-Todd & Forsyth, 2020). Furthermore, this process can be automated using natural language processing (NLP) techniques instead of relying on human evaluators (Andrews-Todd et al., 2023).

To systematically teach and assess CPS skills, guiding principles and models must be developed (Fitzsimons & Ní Fhlóinn, 2024; Sun et al., 2020). In addition, there is a lack of in-depth studies providing detailed information on the features of tools used in CPS assessments, the theoretical models applied, and the psychometric qualities of these tests. For the future development of CPS assessment tools, it is essential to integrate this information and thoroughly examine it (Chai et al., 2024).

4. CPS in Mathematics Education: Pedagogical Perspectives and Empirical Insights

4.1. The Role and Importance of CPS in Mathematics Education

Supporting the development of 21st-century skills and encouraging innovative abilities has become one of the key elements of reforms in mathematics education. CPS, one of these skills, plays a central role in contemporary educational research and mathematics education. Mathematics significantly contributes to the development of students' collaboration awareness and problem-solving skills (Jarry-Shore & Richardson, 2024). In fact, the 2015 PISA report emphasized the importance of CPS in mathematics education (OECD, 2017).

Mathematics classrooms are an indispensable environment for developing students' CPS skills. In traditional teacher-centered classrooms, the neglect of group work and student interactions often leads students to try to understand mathematical concepts through mere memorization (Lu et al., 2023). However, in today's mathematics education, the importance of shifting from individual problem-solving methods to collaborative approaches is increasing (Pruner & Liljedahl, 2021).

Mathematics should not only be viewed as an individual activity but also as a social activity where meaning is developed through collaboration with others. In this context, integrating CPS activities into mathematics classrooms enhances students' social and cognitive interactions, allowing for a deeper understanding of learning processes. According to Schoenfeld's model, problem-solving is not a linear process but a dynamic structure that includes a feedback loop (Schoenfeld, 1985). Thus, CPS not only fosters the development of mathematical knowledge and skills but also contributes to the enhancement of abilities like creative thinking and flexibility (Andrews-Todd et al., 2023). Indeed, CPS has been shown to improve students' mathematical understanding through discussion and idea exchange, rather than rote learning (Fitzsimons & Ní Fhlóinn, 2024).

Another significant aspect of CPS in mathematics education is the emphasis on interactions between students. These interactions, often overlooked in traditional individual problem-solving activities, are in fact one of the fundamental elements that deepen mathematical learning (Hansen, 2022). The ability of students to explain their ideas, justify their reasoning, and question others' thought processes are critical skills that emerge in CPS processes (Lu et al., 2023). Such interactions contribute to students' development of problem-solving processes and enhance their mathematical reasoning abilities (Hansen, 2022).

Communication is another key feature of CPS in mathematics education. Communication in mathematics classrooms is a vital skill for students to express their thoughts and engage with other students (Cao, 2024). CPS processes go beyond individual knowledge construction, helping students enhance their cognitive processes through communication and interaction with group members. This approach enables students to engage in deep thinking and gain high-level mathematical analysis skills (Zhang et al., 2022). Furthermore, in some mathematics classrooms, the exclusion of students who do not participate actively in lessons is a common form of disengagement. These students may not participate in mathematics lessons due to falling behind, lack of interest, or special education needs. Communication in CPS processes can be a crucial tool for inclusivity in mathematics classrooms (Klang et al., 2021).

Given the nature of mathematics curricula, integrating CPS activities into mathematics classrooms is inevitable. Solving mathematical problems using the CPS approach provides students with an opportunity to develop both cognitive and social competencies (Liu & Wei, 2024). The strategies used in this process aim to optimize students' interactions at both the individual and group levels. Phases such as analysis, strategy development, implementation, and evaluation form the building blocks of CPS (Jarry-Shore & Richardson, 2024). However, research on CPS in the context of mathematics education remains limited (Graesser et al., 2018; Jarry-Shore & Richardson, 2024). A deeper examination of these skills in mathematics

education will provide a better understanding of the impact of CPS on student success and other outcomes.

4.2. The Role of Teachers and Pedagogical Approaches in CPS in Mathematics Education

Teachers, as designers and facilitators of CPS activities, guide students and manage group dynamics (Liu & Wei, 2024). However, simply grouping students does not guarantee the success of CPS; active intervention from teachers is necessary in this process (Osuna & Munson, 2024; Smith, 2023). Effective implementation of CPS requires teachers not only to be knowledge transmitters but also to act as facilitators guiding students' meaning-making processes. Inadequate collaboration challenges the professional group teaching skills of mathematics teachers; however, effective teacher guidance significantly supports group work and the development of CPS skills (van Leeuwen & Janssen, 2019; Li, 2024).

In CPS activities, teachers should focus not only on success but also on process skills. When students and teachers focus on the collaboration processes, more equitable interactions, longer discussions on the problem, and higher gains in mathematical proficiency are observed (Cao, 2024). In this context, the role of the teacher in the CPS process shifts from an instructor at the class level to more of a facilitator within small groups. Teachers should provide a platform for students to express their mathematical ideas. Social interactions in mathematics classrooms have been shown to be effective in enhancing students' understanding (Smith, 2023).

How teachers interact with students during problem-solving tasks is crucial. In classrooms where students participate in CPS activities, group members construct meaning through discussions, presenting ideas, revising their thoughts, and experimenting. Teachers can intervene in this discursive space to better understand students' thinking during the problem-solving process. By using various discursive strategies and applying them in different ways during these interactions, teachers can deepen students' mathematical thinking (Munson, 2019).

When solving challenging problems collaboratively, students may face difficulties in expressing their mathematical ideas and participating in discussions. Teachers should pay attention to these struggles and interpret them accordingly (Jarry-Shore & Richardson, 2024). Warshauer et al. (2021) highlight that teachers' awareness of collaboration struggles while solving problems in mathematics classrooms helps them manage these struggles productively. Teacher intervention involves providing feedback on students' problem-solving strategies, supporting task progress, and directing group dynamics (Cao, 2024). Indeed, a study by van Leeuwen and Janssen (2019) demonstrated that the feedback provided by teachers on student performance had positive effects on group collaboration and problem-solving skills. Liu and Wei (2024) also emphasize that teachers should involve every student in group tasks to enhance the quality of discussions and advance instructional goals.

Another responsibility of teachers in CPS environments is assigning roles to students. Assigning roles is considered a critical strategy for establishing effective group dynamics and improving learning performance (Jiang et al., 2021). Research has shown that clear roles and task distributions create positive interdependence among group members, increasing both students' academic achievement and their motivation during the learning process (Capar & Tarim, 2015; He et al., 2023). In conclusion, the role of teachers in the CPS process is to manage student interactions and support these processes. Teachers' interventions in group dynamics are critical for enhancing success at both the individual and group levels.

4.3. CPS in Mathematics Education: Studies Based on Student Interactions

CPS is regarded as an important approach in mathematics education, shaped by different interactions across various cultures, classroom settings, and student groups. Various

studies examine the effects of CPS processes on students' cognitive and social development and reveal how these processes are influenced by cultural, didactic, and social dynamics. In an intercultural context, a study by Chan et al. (2018) compared CPS processes in mathematics classrooms in Australia and China. The study investigated how student-student and student-teacher interactions contributed to problem-solving processes in both cultures. Results showed that social interactions shaped the learning process in both cultures. Similarly, a study conducted by Zhang et al. (2022) examined meaning negotiation during CPS processes in mathematics lessons between students in China and Australia. The study compared the elements students focused on during CPS, such as knowledge, procedures, didactic norms, and social/interpersonal interactions. Results showed significant cultural differences in how Chinese and Australian students approached CPS tasks, attributed to differences in their educational systems and teaching styles.

A longitudinal study by Aydın (2020) tracked the development of CPS skills among seventh-grade students over four weeks. The findings showed that students' social and cognitive skills improved significantly throughout the CPS process, especially with regular feedback and evaluation. Similarly, Lu et al. (2023) focused on the cognitive and communicative processes that occurred during CPS activities in mathematics classrooms. Their findings revealed that male students exhibited more effective cognitive communication during CPS processes and engaged in in-depth discussions. In a study designed on authority relations, Langer-Osuna et al. (2020) investigated how authority is distributed and changes among student groups during the CPS process. The study found that the capacity of students to share intellectual authority in problem-solving processes increased group collaboration and the depth of mathematical discussions.

One of the studies examining students' CPS skills was conducted by Andrews-Todd et al. (2023), evaluating middle school students' CPS skills through computer-supported tasks. The most frequently observed CPS skills in students during a mathematics task were knowledge sharing and developing shared understanding. Similarly, Türkeş-Yazıcı (2022) examined the CPS skills of middle school students. Türkeş-Yazıcı found that students generally performed well in developing shared understanding and taking appropriate action to solve problems, although their abilities to organize and maintain team structures were relatively less prominent.

Another study by Smith (2023) explored the support of metacognitive discussions during CPS among primary school students in Scotland. The research showed that metacognitive discussions deepened students' problem-solving processes and positively influenced group dynamics. The CPS model (CoPs) developed by Fitzsimons and Ní Fhloinn (2024) is an approach aimed at improving students' problem-solving skills through group work and collaboration in mathematics lessons. This model strengthens students' individual problem-solving and communication skills. The CoPs model consists of six stages: discussion, prediction, critique, solution building, reasoning, communication, and extension. Applied to high school students in Ireland, this model has shown positive contributions to students' problem-solving skills during the CPS process.

The results of this study on CPS indicate the positive effects of collaboration on students' cognitive and social development during mathematical problem-solving processes. Cross-cultural comparisons, authority relationships, visualization of cognitive processes, and metacognitive discussions are critical elements that enhance the effectiveness of CPS processes. In this context, structuring student-teacher interactions, considering cultural differences, and visualizing cognitive processes are important factors to consider for making CPS processes more effective.

5. Conclusions

This study aimed to provide an in-depth examination of the conceptualization, scope, and applicability of CPS in the context of mathematics education, shedding light on both its theoretical and practical aspects. A comprehensive framework has been drawn about what CPS is and what it is not, highlighting that cognitive and social dimensions are inseparable in this process. In this regard, in the 21st century, CPS stands out as a critical competence for success in both education and the workforce, developing both cognitive and social skills in students (Care & Kim, 2018; OECD, 2017). CPS facilitates the integrated execution of knowledge sharing, strategy development, and problem-solving processes based on teamwork (Cao, 2024; O'Neil et al., 1992). Among the key components of CPS are social interactions such as collaboration, negotiation, and sharing, as well as cognitive problem-solving processes, all supported by group dynamics (Chai et al., 2024; Zhang et al., 2022). The OECD and ATC21S frameworks view CPS as an integrated structure of both social and cognitive skills and have developed various models for the assessment of these skills (Hesse et al., 2015; OECD, 2017). Research shows that CPS contributes to students' cognitive development and enhances creative thinking, collaboration, and communication skills in solving interdisciplinary problems (Fitzsimons & Ní Fhloinn, 2024; He et al., 2023).

Mathematics education plays a central role in developing 21st-century skills and promoting innovative abilities like CPS (Cao, 2024; Jarry-Shore & Richardson, 2024). The PISA framework emphasizes the importance of integrating CPS into mathematics education, showing that these skills play a critical role in increasing students' mathematical achievements (OECD, 2017). Unlike traditional teaching approaches, CPS allows students to develop meaningful and in-depth understanding, not just memorization of mathematical knowledge (Lu et al., 2023; Smith, 2023). CPS is a social approach that encourages students to collaborate, exchange ideas, and develop creative thinking skills during mathematical problem-solving processes (Fitzsimons & Ní Fhloinn, 2024; Liu & Wei, 2024; Zhang et al., 2022). Student interactions and communication are the building blocks of CPS, and these processes not only develop students' cognitive and social competencies but also contribute to inclusivity in mathematics classrooms (Andrews-Todd et al., 2023; Hansen, 2022; Klang et al., 2021; Smith, 2023).

In CPS processes in mathematics classrooms, teachers play a critical role not only as knowledge transmitters but also as facilitators guiding students' meaning-making processes (Li, 2024; Liu & Wei, 2024). Effective implementation of CPS requires active teacher intervention and management of group dynamics, enabling students to have deeper mathematical learning experiences (Jarry-Shore & Richardson, 2024; Osuna & Munson, 2024). Teachers guide students in developing problem-solving strategies and improving social interaction skills during CPS processes (He et al., 2023; van Leeuwen & Janssen, 2019). Besides for students to succeed in CPS activities, teachers need to clearly define group roles and ensure that each student is included in the process (Cao, 2024; Jiang et al., 2021).

In mathematics education, CPS is a learning process shaped by various interactions in different cultural contexts and classroom settings, emphasizing the importance of social and cognitive dynamics between students and between students and teachers (Chan et al., 2018; Zhang et al., 2022). Studies show that CPS processes deepen student interactions and mathematical understanding through authority relationships, feedback loops, and metacognitive conversations (Langer-Osuna et al., 2020; Smith, 2023). In mathematics classrooms, CPS supports students' cognitive development while also improving their metacognition, collaboration, knowledge-sharing, and problem-solving skills, positively affecting group dynamics (Andrews-Todd et al., 2023; Smith, 2023). Therefore, for CPS processes to be more effective, it is essential to consider cultural differences, visualize

cognitive processes, and structure student-teacher interactions (Fitzsimons & Ní Fhloinn, 2024; Zhang et al., 2022).

In conclusion, CPS is an effective approach in the context of mathematics education that contributes significantly to students' cognitive and social development. CPS not only provides students with the ability to solve mathematical problems but also allows them to collaborate, develop different perspectives, and enhance their creative thinking capacity. Teachers play a crucial role in CPS processes in mathematics classrooms by managing group dynamics and guiding students' meaning-making processes. Additionally, CPS has been shown to be applied in different ways across cultural contexts, deepening students' learning experiences. Thus, the integration of CPS into mathematics education not only improves students' mathematical success but also helps create an inclusive and interactive learning environment.

5.1. Implications and recommendations

This comprehensive study on CPS and mathematics education provides a valuable foundation for future research directions in these fields. Future studies could investigate CPS not only within mathematics education but also in interdisciplinary contexts, exploring how CPS can be applied to a broader range of problems. Examining the impact of CPS in interdisciplinary settings and investigating how different cognitive strategies are developed in such processes could offer a more comprehensive understanding of the overall validity of this skill in education. Large-scale cross-cultural comparisons could also be conducted to explore how CPS is implemented in mathematics classrooms within different educational systems and how teacher-student interactions are structured in these processes. Such studies could provide in-depth insights into how CPS can be optimized in different cultural contexts and how teaching strategies can be adapted to these contexts. Moreover, the role of mathematics teachers in CPS processes requires further empirical research. In this regard, experimental studies could be conducted to compare the effects of different guidance strategies (e.g., direct instruction, facilitative guidance) on CPS performance.

Technological advancements now enable the application of CPS in digital platforms. Future research could examine the applicability and impact of CPS in digital and hybrid mathematics learning environments. Another significant research gap is the limited number of high-validity assessment tools for evaluating CPS skills. New and innovative assessment tools that better reflect both the cognitive and social dimensions of CPS could be developed. In this context, technologies such as NLP and artificial intelligence (AI) could be explored to analyze student interactions and obtain measurements from these processes.

The study also offers several recommendations for practitioners. First, the effectiveness of CPS depends on the quality of social interactions between students. Therefore, it is recommended that mathematics teachers manage group dynamics more effectively during CPS processes by sharing both social and cognitive authority. Teachers can carefully observe the challenges students face during CPS processes in mathematics and intervene when necessary. Lastly, teachers should ask questions during CPS processes, encouraging students to articulate their thoughts and share their strategies. The inquiry process may support the development of students' metacognitive skills.

Ethics Committee Approval: Ethics committee approval was not obtained as the study was a review article.

Peer-review: Externally peer-review.

Author Contributions: The authors contributed equally to the research, authorship, and publication of this article.

Conflict of Interest: The author(s) declare no potential conflicts of interest related to the research, authorship and publication of this article.

Financial Disclosure: The author(s) has received no financial support for the research, authorship and publication of this article.

Notice of Use of Artificial Intelligence: The author(s) did not utilise any artificial intelligence tool(s) for the research, authorship and publication of this article.

References

- Andrews-Todd, J., & Forsyth, C. M. (2020). Exploring social and cognitive dimensions of collaborative problem solving in an open online simulation-based task. *Computers in Human Behavior*, 104, 105759. <https://doi.org/10.1016/j.chb.2018.10.025>
- Andrews-Todd, J., Jiang, Y., Steinberg, J., Pugh, S. L., & D'Mello, S. K. (2023). Investigating collaborative problem solving skills and outcomes across computer-based tasks. *Computers & Education*, 207, 104928. <https://doi.org/10.1016/j.compedu.2023.104928>
- Aydin, F. N. (2020). *A longitudinal test design that can be used to monitor the development of 7th grade students' collaborative problem solving skills in mathematics course*. (Publication No. 628502) [Master thesis, Gazi University]. Council of Higher Education Thesis Center.
- Cao, Y. (2024). Research on collaborative problem solving teaching in a secondary school mathematics classroom. In Y. Cao (Ed.), *Students' collaborative problem solving in mathematics classrooms: Perspectives on rethinking and reforming education* (pp. 1-18). Springer.
- Capar, G., & Tarim, K. (2015). Efficacy of the cooperative learning method on mathematics achievement and attitude: A meta-analysis research. *Educational Sciences: Theory and Practice*, 15(2), 553–559. <https://doi.org/10.12738/estp.2015.2.2098>
- Care, E., & Kim, H. (2018). Assessment of twenty-first century skills: The issue of authenticity. In E. Care, P. Griffin, & M. Wilson (Eds.), *Assessment and teaching of 21st century skills: Research and applications* (pp. 21–39). Springer.
- Care, E., Scoular, C., & Griffin, P. (2016). Assessment of collaborative problem solving in education environments. *Applied Measurement in Education*, 29(4), 250-264. <https://doi.org/10.1080/08957347.2016.1209204>
- Chai, H., Hu, T., & Wu, L. (2024). Computer-based assessment of collaborative problem solving skills: A systematic review of empirical research. *Educational Research Review*, 100591. <https://doi.org/10.1016/j.edurev.2023.100591>
- Chan, M. C. E., Clarke, D., & Cao, Y. (2018). The social essentials of learning: An experimental investigation of collaborative problem solving and knowledge construction in mathematics classrooms in Australia and China. *Mathematics Education Research Journal*, 30(1), 39-50. <https://doi.org/10.1007/s13394-017-0209-3>
- Chen, J., Wang, M., Kirschner, P. A., & Chin-Chung, T. (2018). The role of collaboration, computer use, learning environments and supporting strategies in CSCL: A meta-analysis. *Review of Educational Research*, 88, 1–45. <https://doi.org/10.3102/0034654318791584>
- Fitzsimons, A., & Ní Fhloinn, E. (2024). The cops model for collaborative problem-solving in mathematics. *Irish Educational Studies*, 43(4), 1043-1060. <https://doi.org/10.1080/03323315.2023.2189137>
- Foster, C. (2023). Problem solving in the mathematics curriculum: From domain-general strategies to domain-specific tactics. *The Curriculum Journal*, 34(4), 594-612. <https://doi.org/10.1002/curj.213>
- Graesser, A. C., Fiore, S. M., Greiff, S., Andrews-Todd, J., Foltz, P. W., & Hesse, F. W. (2018). Advancing the science of collaborative problem solving. *Psychological Science in the Public Interest*, 19(2), 59–92. <https://doi.org/10.1177/1529100618808244>

- Häkkinen, P., Järvelä, S., Mäkitalo-Siegl, K., Ahonen, A., Näykki, P., & Valtonen, T. (2017). Preparing teacher-students for twenty-first-century learning practices (PREP 21): A framework for enhancing collaborative problem-solving and strategic learning skills. *Teachers and Teaching*, 23(1), 25–41. <https://doi.org/10.1080/13540602.2016.1203772>
- Hansen, E. K. S. (2022). Students' agency, creative reasoning, and collaboration in mathematical problem solving. *Mathematics Education Research Journal*, 34(4), 813–834. <https://doi.org/10.1007/s13394-021-00365-y>
- He, S., Shi, X., Choi, T. H., & Zhai, J. (2023). How do students' roles in collaborative learning affect collaborative problem-solving competency? A systematic review of research. *Thinking Skills and Creativity*, 50, 101423. <https://doi.org/10.1016/j.tsc.2023.101423>
- Hesse, F., Care, E., Buder, J., Sassenberg, K., & Griffin, P. (2015). A framework for teachable collaborative problem solving skills. In P. Griffin & E. Care (Eds.), *Assessment and teaching of 21st century skills: Methods and approach* (pp. 37–56). Springer.
- İlhan, A., & Poçan, S. (2024). Generation X and generation Y teachers' reasoning, awareness, and metacognitive thinking skills in geometry-measurement. *International Innovative Education Researcher*, 4(1), 146–184. <https://doi.org/10.29228/iedres.73141>
- Jarry-Shore, M., & Richardson, A. (2024). Noticing struggle during collaborative problem-solving in the middle-school mathematics classroom. *Journal of Mathematics Teacher Education*. <https://doi.org/10.1007/s10857-024-09638-2>
- Jiang, S., Smith, B. E., & Shen, J. (2021). Examining how different modes mediate adolescents' interactions during their collaborative multimodal composing processes. *Interactive Learning Environments*, 29(5), 807–820. <https://doi.org/10.1080/10494820.2019.1612450>
- Johnson, D. W., & Johnson, R. T. (2009). An educational psychology success story: Social interdependence theory and cooperative learning. *Educational Researcher*, 38(5), 365–379. <https://doi.org/10.3102/0013189X09339057>
- Klang, N., Karlsson, N., Kilborn, W., Eriksson, P., & Karlberg, M. (2021). Mathematical problem-solving through cooperative learning-The importance of peer acceptance and friendships. *Frontiers in Education*, 6, 710296. <https://doi.org/10.3389/feduc.2021.710296>
- Krulik, S., & Rudnick, J. A. (1989). *Problem solving: A handbook for senior high school teachers*. Allyn and Bacon.
- Langer-Osuna, J. M., Munson, J., Gargroetzi, E., Williams, I., & Chavez, R. (2020). "So what are we working on?": How student authority relations shift during collaborative mathematics activity. *Educational Studies in Mathematics*, 104(3), 333–349. <https://doi.org/10.1007/s10649-020-09962-3>
- Li, R. (2024). Differences between experienced and preservice teachers in noticing students' collaborative problem-solving processes. In Y. Cao (Ed.), *Students' collaborative problem solving in mathematics classrooms: An empirical study* (pp. 219–241). Springer.
- Liljedahl, P., & Cai, J. (2021). Empirical research on problem solving and problem posing: A look at the state of the art. *ZDM*, 53(4), 723–735. <https://doi.org/10.1007/s11858-021-01291-w>
- Liu, L., von Davier, A. A., Hao, J., Kyllonen, P., & Zapata-Rivera, J.-D. (2015). A tough nut to crack: Measuring collaborative problem solving. In Y. Rosen, S. Ferrara, & M. Mosharraf

- (Eds.), *Handbook of research on computational tools for real-world skill development* (pp. 344–359). IGI-Global.
- Liu, Y., & Wei, H. (2024). Teacher intervention in collaborative mathematics problem solving in secondary school. In Y. Cao (Ed.), *Students' collaborative problem solving in mathematics classrooms: Perspectives on rethinking and reforming education* (pp. 243-274). Springer. https://doi.org/10.1007/978-981-99-7386-6_1
- Lu, J., Wu, S., Wang, Y., & Zhang, Y. (2023). Visualizing the commognitive processes of collaborative problem solving in mathematics classrooms. *The Asia-Pacific Education Researcher*, 32(5), 615-628. <https://doi.org/10.1007/s40299-022-00681-2>
- Mason, J., Burton, L., & Stacey, K. (2010). *Thinking mathematically* (2nd ed). Pearson.
- Munson, J. (2019). After eliciting: Variation in elementary mathematics teachers' discursive pathways during collaborative problem solving. *The Journal of Mathematical Behavior*, 56, 100736. <https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2019.100736>
- Nelson, L. M. (1999). Collaborative problem solving. In C. M. Reigeluth (Vol. Ed.), *Instructional design theories and models: A new paradigm of instructional theory: Vol. 2*, (pp. 241–267). Routledge.
- O'Neil Jr, H. F., Allred, K., & Baker, E. L. (1992). *Measurement of workforce readiness: Review of theoretical frameworks: CSE technical report 343*. National Center for Research on Evaluation Standards.
- Organisation for Economic Co-Operation and Development. (2014). *PISA 2012 results: Creative problem solving*. OECD Publishing. <http://dx.doi.org/10.1787/9789264208070-en>
- Organization for Economic Cooperation and Development. (2017). *PISA 2015 results (volume V): Collaborative problem solving, PISA*. OECD Publishing. <https://doi.org/10.1787/9789264285521-en>
- Osuna, J. M., & Munson, J. (2024). Exploring what teachers notice about students' interactional dynamics during collaborative mathematics problem-solving and their connections to instructional practice. *Teaching and Teacher Education*, 137. <https://doi.org/10.1016/j.tate.2023.104380>
- Partnership of 21st Century Learning (2016). *Framework for 21st century learning*. http://www.p21.org/storage/documents/docs/P21_framework_0816.pdf.
- Pruner, M., & Liljedahl, P. (2021). Collaborative problem solving in a choice-affluent environment. *ZDM*, 53, 753–770. <https://doi.org/10.1007/s11858-021-01232-7>
- Roschelle, J., & Teasley, S. D. (1995). The construction of shared knowledge in collaborative problem solving. In C. O'Malley (Ed.), *Computer-supported collaborative learning* (pp. 69–197). Springer.
- Säfström, A. I., Lithner, J., Palm, T., Palmberg, B., Sidenvall, J., Andersson, C., Boström, E., & Granberg, C. (2024). Developing a diagnostic framework for primary and secondary students' reasoning difficulties during mathematical problem solving. *Educational Studies in Mathematics*, 115(2), 125-149. <https://doi.org/10.1007/s10649-023-10278-1>
- Santos-Trigo, M. (2024). Problem solving in mathematics education: Tracing its foundations and current research-practice trends. *ZDM*, 56, 211-222. <https://doi.org/10.1007/s11858-024-01578-8>
- Schoenfeld, A. H. (1985). *Mathematical problem solving*. Academic Press.

- Siddiq, F., & Scherer, R. (2017). Revealing the processes of students' interaction with a novel collaborative problem solving task: An in-depth analysis of think-aloud protocols. *Computers in Human Behavior*, 76, 509–525. <https://doi.org/10.1016/j.chb.2017.08.007>
- Smith, J. (2023). Supporting metacognitive talk during collaborative problem solving: A case study in Scottish primary school mathematics. *Education 3-13*, 1-16. <https://doi.org/10.1080/03004279.2023.2187670>
- Sun, C., Shute, V. J., Stewart, A., Yonehiro, J., Duran, N., & D'Mello, S. (2020). Towards a generalized competency model of collaborative problem solving. *Computers & Education*, 143, 103672. <https://doi.org/10.1016/j.compedu.2019.103672>
- Tedla, Y. G., & Chen, H. L. (2024). The impacts of computer-supported collaborative learning on students' critical thinking: a meta-analysis. *Education and Information Technologies*, 1-30. <https://doi.org/10.1007/s10639-024-12857-y>
- Türkeş-Yazıcı, A. (2022). *Investigation of 6th grade middle school students' collaborative problem solving skills*. (Publication No. 764138) [Master thesis, Aydın Adnan Menderes University]. Council of Higher Education Thesis Center.
- van Leeuwen, A., & Janssen, J. (2019). A systematic review of teacher guidance during collaborative learning in primary and secondary education. *Educational Research Review*, 27, 71–89. <https://doi.org/10.1016/j.edurev.2019.02.001>
- Warshauer, H. K., Starkey, C., Herrera, C. A., & Smith, S. (2021). Developing prospective teachers' noticing and notions of productive struggle with video analysis in a mathematics content course. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 1–33. <https://doi.org/10.1007/s10857-019-09451-2>
- Yang, X. (2023). A historical review of collaborative learning and cooperative learning. *TechTrends*, 67(4), 718-728. <https://doi.org/10.1007/s11528-022-00823-9>
- Zhang, S., Cao, Y., Chan, M. C. E., & Wan, M. E. V. (2022). A comparison of meaning negotiation during collaborative problem solving in mathematics between students in China and Australia. *ZDM*, 54, 287-302. <https://doi.org/10.1007/s11858-022-01335-9>

İletişim/Correspondence

Doç. Dr. Fatma ERDOĞAN
f.erdogan@firat.edu.tr

Fatih Tunahan ZENGİN
f.tunazenginn@gmail.com