



BIST30'da Portföy Çeşitlendirmesi için Dinamik Zaman Bükme Algoritması: Metodolojik Bir Yaklaşım*

Dynamic Time Warping Algorithm for Portfolio Diversification in BIST30: A Methodological Approach

İsmail ÇELİK¹ , Arife ÖZDEMİR HÖL² , Semra DEMİR³

Geliş Tarihi (Received): 15.11.2024

Kabul Tarihi (Accepted): 27.01.2025

Yayın Tarihi (Published): 25.03.2025

Öz: Bu çalışma, finansal varlıkların doğrusal olmayan yapılarını dikkate alarak çeşitlendirme stratejisi sunan Dinamik Zaman Bükme (DTW) algoritmasının, geleneksel Markowitz portföy çeşitlendirme stratejisine üstünlük sağlayıp sağlamadığını araştırmaktadır. Bu doğrultuda, Borsa İstanbul'da işlem gören BIST30 endeksi kapsamındaki 20 şirketin 01.01.2018-01.01.2024 dönemine ait günlük hisse senedi fiyat verileri kullanılarak portföyler oluşturulmuş ve performansları karşılaştırılmıştır.

Elde edilen bulgular, DTW algoritmasının özellikle boğa piyasalarında daha yüksek kümülatif getiriler sağladığını, ancak bu getirilerin daha yüksek volatilité ve risk ile birlikte geldiğini göstermektedir. Diğer taraftan, Markowitz yöntemi, daha düşük volatilité ve daha dengeli getiriler sunarak ayı piyasalarında daha istikrarlı bir performans sergilemektedir.

Çalışmanın sonuçları, yatırımcıların farklı piyasa koşullarına etkili bir şekilde uyum sağlayarak portföy performanslarını artırmalarına yardımcı olacak alternatif portföy optimizasyon stratejileri sunmaktadır.

Anahtar Kelimeler: Dinamik Zaman Bükme Algoritması, Markowitz, Portföy Çeşitlendirme

&

Abstract: This paper investigates whether the Dynamic Time Warping (DTW) algorithm, which provides a diversification strategy by taking into account the nonlinear structure of financial assets, is superior to the traditional Markowitz portfolio diversification strategy. In this regard, portfolios were constructed and their performances were evaluated through a comparison of the daily stock price data of 20 companies within the scope of the BIST30 index traded in Borsa İstanbul over the period from 01/01/2018 to 01/01/2024.

The findings show that the DTW algorithm provides higher cumulative returns, especially in bull markets, but these returns come with higher volatility and risk. On the other hand, the Markowitz method is more consistent in bear markets, offering lower volatility and more stable returns.

The results of the study provide alternative portfolio optimization strategies to help investors improve their portfolio performance by effectively adapting to different market conditions.

Keywords: Dynamic Time Warping, Markowitz, Portfolio Diversification

Atıf/Cite as: Çelik, İ., Özdemir Höl, A., Demir, S. (2025). BIST30'da Portföy Çeşitlendirmesi için Dinamik Zaman Bükme Algoritması: Metodolojik Bir Yaklaşım. *Abant Sosyal Bilimler Dergisi*, 25(1), 97-110. doi: 10.11616/asbi.1585769

İntihal-Plagiarism/Etik-Ethic: Bu makale, en az iki hakem tarafından incelenmiş ve intihal içermediği, araştırma ve yayın etiğine uyulduğu teyit edilmiştir. / This article has been reviewed by at least two referees and it has been confirmed that it is plagiarism-free and complies with research and publication ethics. <https://dergipark.org.tr/tr/pub/asbi/policy>

Copyright © Published by Bolu Abant İzzet Baysal University, Since 2000 – Bolu

* Çalışma, 27. Finans Sempozyumunda "BIST30'da Portföy Çeşitlendirmesi için Dinamik Zaman Bükme Algoritması: Metodolojik Bir Yaklaşım (Dynamic Time Warping Algorithm for Portfolio Diversification in BIST30: A Methodological Approach)" ismiyle kabul edilen ve sunulan (genişletilmiş özet olarak) bildirinin gözden geçirilmiş ve genişletilmiş halidir.

¹ Prof. Dr., İsmail Çelik, Burdur Mehmet Akif Ersoy Üniversitesi, ismailcelik@mehmetakif.edu.tr. (Sorumlu Yazar)

² Doç. Dr., Arife Özdemir Höl, Burdur Mehmet Akif Ersoy Üniversitesi, aozdemir@mehmetakif.edu.tr.

³ Dr. Öğr. Üyesi, Semra Demir, Burdur Mehmet Akif Ersoy Üniversitesi, semrademir@mehmetakif.edu.tr.

1. Giriş

Portföyde yer alan menkul kıymetlerin getirileri arasındaki ilişkileri dikkate almadan menkul kıymet sayısının artırılması ile riskin azaltılabileceğini savunan geleneksel portföy teorisi, modern portföy yönetiminin kurucusu olan Markowitz'in geliştirdiği teoriyle geçerliliğini kaybetmiştir (Demirtaş ve Güngör, 2004: 104). Markowitz 1952 yılında yayınlamış olduğu "Portföy Seçimi" başlıklı makalesinde portföy seçiminde matematiksel bir yöntem sunmuştur. Bu teori sadece yüksek getiri elde etmeye yönelik tutumun kötü bir strateji oluşturduğunu; bunun yerine, rasyonel yatırımcıların, getirilerin değişkenliğiyle ölçülen yüksek getiri ve düşük risk arzularını dengelemeleri gerektiğini (Brodie vd. 2009: 12267), ayrıca varlıklar arasındaki kovaryansı göz önünde bulundurarak optimum portföy oluşturulabileceğini (Širůček ve Křen, 2017: 24) savunmaktadır. Teoriye göre yatırımcılar, etkin sınırı analiz ederek risk tercihlerine ve getiri hedeflerine göre en uygun portföy dağılımını belirleyebileceklerdir (Keykhai, 2016: 765). Markowitz'in portföy teorisi, ortalama-varyans modelinin pratik uygulaması, yani iyi çeşitlendirilmiş bir portföy oluşturulup oluşturulmaması nedeniyle sorgulanmıştır (Eom vd., 2015: 71). Ayrıca sadece likit hisseler için daha uygun olması (Feng, 2022: 273-274), gerçekliği aşırı basitleştirmesi (Guan vd., 2022: 906), risk ölçümünde varyansa güvenerek her zaman doğru seçim yapamaması (Kallio ve Hardoroudi, 2019), gerçek piyasa koşullarına uygun olmaması (Brodie vd., 2009: 12267) gibi eleştirilere maruz kalmıştır. Modelin, söz konusu eleştirilere karşı geliştirilmesi için çeşitlendirmenin önemi yadsınamaz bir gerçektir (Massahi vd., 2020: 2424). Çünkü çeşitlendirme ne kadar fazla olursa, portföylerin başarı olasılığı da o kadar artmaktadır. Çeşitlendirmenin hızlı bir şekilde yapılabilmesi için, portföyde yer alan menkul kıymetler, benzer özelliklere göre aynı kümede gruplandırılabilir (Gubu vd., 2021a: 33); bu işlem "kümeleme analizi" olarak adlandırılmaktadır. Kümeleme analizi, finansal varlıklar arasındaki ilişkileri ve kalıpları belirlemede etkin ve yatırımcıların portföy kompozisyonu hakkında bilinçli kararlar almasında başarılı bir yöntemdir (Guan ve Jiang, 2007: 856; Fedorovich vd., 2021). Bölümleme, hiyerarşik, ızgara tabanlı, model tabanlı, yoğunluk tabanlı ve çok adımlı (Aghabozorgi vd. 2015: 26) kümeleme portföy seçiminde kullanılan bazı kümeleme yaklaşımlarıdır. Bu yaklaşımlardan hiyerarşik kümeleme, nesneler arasında belirli bir aşama gözeterek sınıflandırma yapabilmesi ile dikkat çekmektedir. Zaman serilerindeki mesafe ölçümü ve kümelemelerin yapılabilmesi içinse makine öğrenimi algoritmalarından yararlanılmaktadır (Xu vd., 2019: 1). Zaman serisi dizileri arasındaki benzerliği veya mesafeyi ölçmek için kullanılan ve içeriğinde hiyerarşik kümelemeyi barındıran Dinamik Zaman Bükme algoritması (DTW), zaman boyutlarını doğrusal olmayan bir şekilde bükerek iki zaman serisinin optimal şekilde hizalanmasına olanak tanıyan dinamik bir programlama algoritmasıdır (Berndt ve Clifford, 1994: 359; Hsu vd., 2015: 2838; Xu vd., 2019: 3). Algoritma, dinamik programlama ilkelerine dayanmaktadır (Sakoe ve Chiba, 1978: 43) ve zaman serilerinde yanlış hizalama sorunlarını çözebilen bir yöntemdir (Lampert vd., 2019: 2421). Zaman serisi kümelemesinde, uyumlu ve uygun benzerlik ölçütüne sahip olması, uygulama öncesi karmaşıklıkların ayarlanabilmesi açısından DTW sağlam bir yöntemdir (Keogh ve Ratanamahatana 2005: 358; Aghabozorgi vd., 2015: 32-33; Kate, 2016: 283). Piyasalara ulaşan bilgi şoklarının finansal varlık fiyatlarına ulaşması ve finansal varlıkların bilgi şoklarına tepki hızları birbirinden farklılık gösterebilmektedir. Bilgi şoklarına finansal varlıkların tepkisinin senkronize olmaması Markowitz gibi portföy çeşitlendirmesini kovaryans matrisine dayalı olarak gerçekleştiren stratejilerin portföy ağırlıklarını yakalamakta başarısız olmasına sebep olabilmektedir. Oysa DTW gibi algoritmalar, finansal zaman serilerini zaman boyutunda eğiltilerek (bükerek) doğrusal olmayan mesafe matrislerini oluşturmaya yardım etmektedir. Doğrusal olmayan mesafe matrislerinin kullanılması temeline dayanan DTW portföy çeşitlendirme stratejisi daha dirençli portföyler oluşturulmasına katkı sağlamaktadır.

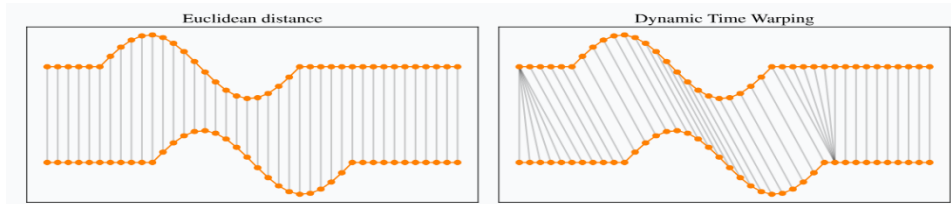
Bu çalışmanın temel araştırma sorusu; finansal varlıkların doğrusal olmayan yapısını dikkate alarak çeşitlendirme stratejisi sunan DTW algoritmasından elde edilen portföyün, Markowitz portföy çeşitlendirme stratejisine üstünlük kurup kurmadığını cevaplamaktır. Bu çalışma, DTW algoritmasını finansal varlıklar arasındaki dinamik ilişkileri ve portföy çeşitlendirme stratejisi sunması açısından literatürde yer alan öncü çalışmalardan biridir. Özellikle makine öğrenmesi temellerine dayalı portföy çeşitlendirme stratejisinin Borsa İstanbul özelinde kullanılması açısından da literatürü zenginleştirmeye

odaklanmıştır. Çalışmanın ilerleyen kısımlarında sırasıyla konuya ilişkin kısa literatür, metodoloji ve portföy çeşitlendirme stratejilerine dair araştırma bulguları sunulacaktır.

2. Literatür

Dinamik Zaman Bükme algoritmasının zaman serilerinde ilk uygulandığı çalışma Berndt ve Clifford (1994)'e aittir. Bu çalışmada daha rafine DTW algoritmaları geliştirmek, bunları bir prototip bilgi keşfi bağlamında değerlendirmek, performansı artırmak için paralel algoritmaları keşfetmek amaçlanmıştır. DTW algoritması, zaman serilerinin farklı segmentleriyle bağımsız olarak eşleştirilmesine dayandığından, zaman serisini bölebilir ve paralel eşleştirme süreçlerini kullanabilir. Hesaplamaların ayrıntı düzeyi, zaman serisinin aralık boyutu değiştirilerek kontrol edilebilir. Bu bağımsız görevler daha sonra birden fazla işlemciye dağıtılabilir (Berndt ve Clifford, 1994: 368). Finansal piyasalarda DTW, finansal ağlar arasındaki çekirdek tabanlı benzerlik ölçüsünü hesaplamak (Bai vd., 2020: 1808), zaman serisi verilerinde önerilen temsili desenin optimize edilmiş desenini verimli bir şekilde çıkarmak, optimum işlem çıkış noktasını bulmak, desen eşleştirme sistemi kurmak (Kim vd., 2018: 2), ticaret stratejileri geliştirmek ve finansal balonları analiz etmek (Caferra vd., 2021) için kullanılmıştır. Ayrıca zaman serisi sınıflandırmasında DTW'nin mesafe ölçümlerindeki performansı ölçülmüştür (Feng vd., 2010; Kulkarni, 2017; Ratanamahatana ve Keogh, 2004). Sıralanan çalışmalarda DTW'nin uygulanmasında başarılı sonuçlar elde edilmiştir. Alan yazındaki çalışmalarda özellikle Ratanamahatana ve Keogh (2004)'in çalışmasında zaman serilerinin sınıflandırılması ve kümelenmesi için DTW'nin, Öklid mesafesinden⁴ daha üstün olduğu sonucuna ulaşılmıştır (Şekil 1). Öklid mesafe ölçümünde zaman serileri arasındaki mesafeler birebir eşleştirme yapılarak doğrudan hesaplanırken DTW algoritmasında ise iki zaman serisinin farklı hızlarda ilerleyebileceği varsayılarak en iyi hizalama yapılması amacıyla dinamik zaman bükme süreçleri işletilir. Özellikle finansal varlıkların bilgi şoklarına verdiği tepkinin farklı zaman aralıklarında olması, portföyü oluşturacak varlıkların arasındaki ilişkilerde zaman kaymalarını beraberinde getirebilmektedir. Daha sonra DTW'nin kesin dizinlenmesi için yeni bir teknik geliştiren Keogh ve Ratanamahatana (2005) şimdiye kadar yapılmış en büyük ve en kapsamlı zaman serisi dizinleme deney kümelenmesi çalışmasını yapmışlardır. Çalışmada DTW'nin tüm rakip yaklaşımlara göre büyük üstünlüğe sahip olduğunu kanıtlamışlardır.

Şekil 1: Öklid Mesafesi ile DTW Algoritması



Jeong ve diğerleri (2011) bir referans noktası ile bir test noktası arasındaki faz farkını DTW modeline dahil ettikleri çalışmalarında optimum ağırlıklara sahip ağırlıklı dinamik zaman bükmesi (WDTW) ve ağırlıklı türev dinamik zaman bükme (WDDTW)'nin zaman serisi sınıflandırması ve kümelemesi için doğruluğu iyileştirme konusunda büyük potansiyele sahip olduğu sonucuna varmışlardır. Li (2021) zaman ağırlığı analizine dayalı dinamik zaman bükmenin bir uzantısını önerdiği çalışmada önerilen teknikte zaman faktörünü dikkate almış ve tekniğin zaman serisi veri madenciliğinde benzerlik ölçümü için avantajlı bir yöntem olduğu sonucuna ulaşmıştır. Kate (2016) DTW'nin gücünden yararlanan ve güçlü bir makine öğrenme yöntemi (destek vektör makinesi- support vector machine) kullanarak DTW'nin performansının daha güçlü olduğu sonucuna ulaşmıştır. DTW, zaman veya hız bakımından farklılık gösterebilen zaman serisi verileri arasındaki benzerliği ölçmek için esnek bir yöntem sunarak finansal ekonometriye önemli katkılarda bulunmuştur. DTW, zaman içinde mükemmel bir şekilde hizalanmamış dizilerin karşılaştırılmasına olanak tanıyarak, veri noktalarının eşzamanlı olarak oluşmayabileceği finansal

⁴ Öklid mesafesi, matematikte ve özellikle geometri ve istatistikte kullanılan bir mesafe ölçüsüdür. İki nokta arasındaki en kısa doğrusal mesafeyi ifade eder. İki boyutlu bir düzlemde, Öklid mesafesi, iki nokta arasındaki mesafeyi hesaplamak için Pisagor teoremini kullanır.

uygulamalarda özellikle yararlı olmaktadır (Ling vd., 2015). Bu yöntem, eş-volatilitelerin tahmin edilmesi, volatilitenin modellenmesi ve tahmin edilmesi, finansal işlem verilerinin analiz edilmesi gibi çeşitli alanlarda kullanılmıştır (Engle ve Russell, 1998; Franses ve McAleer, 2002).

Alan yazındaki çalışmalar özetlendiğinde finansal zaman serilerinde DTW algoritmasının performansı diğer yaklaşımlarla mukayese edilmiş, başarı düzeyinin daha yüksek olduğu sonucuna ulaşılmıştır.

3. Metodoloji

Portföy yönetimi ve varlık seçimi finans alanındaki karar problemlerinden biridir. Verimli bir portföy oluşturabilmek için Markowitz (1952) tarafından ortalama-varyans modeli geliştirilmiştir. Modelde risk, yatırımcıların risk-getiri tercihlerini analiz edebilmeleri için niceliksel olarak belirlenmiştir. Risk niceliği, yatırımcıların yatırım çeşitlendirmesiyle oluşan risk azaltımını ölçmelerini sağlamaktadır (Nanda vd., 2010: 8793). Belirli bir risk miktarı için Markowitz modeli, mümkün olan en yüksek beklenen getiriye sahip bir portföyün nasıl seçileceğini veya belirli bir beklenen getiri için mümkün olan en düşük riske sahip bir portföyün nasıl seçileceğini açıklamaktadır (Vaclavik ve Jablonsky, 2012: 474). Markowitz portföy modeli aşağıdaki şekilde yazılabilir (Massahi vd., 2020: 2426):

$$\min \sigma_p^2 = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_i w_j \sigma_{ij} \quad (1)$$

$$\sum_{i=1}^n w_i R_i \geq R_p \quad (2)$$

$$\sum_{i=1}^n w_i = 1 \quad \text{ve} \quad w_i \geq 0 \quad \forall i \quad (3)$$

Denklemden yer alan w_i, w_j , hisse senetlerine yapılan yatırımın ağırlığını temsil etmektedir. R_i , i hisse senedinin beklenen getirisini, R_p de portföyün beklenen getirisini ifade etmektedir. σ_{ij} i ve j hisse senetleri arasındaki kovaryansı, n de hisse senedi sayısını göstermektedir.

Yatırım çeşitlendirmesi, verimli bir portföy için son derece önemlidir. İyi çeşitlendirilmiş hisse senetlerini seçme sorunu hisse senedi verilerinin kümelenmesiyle ele alınabilir (Nanda vd., 2010: 8793). İyi organize edilmiş portföy yönetimi, benzer hareketlere sahip varlıkların kümelenmesini gerektirir (Shirota ve Murakami, 2021: 1). Kümeleme yöntemlerinin MV modeli için bir boyut azaltma veya ön işleme aracı olarak entegre edilmesi portföy optimizasyon modelinin performansını iyileştirebilir (Tayalı, 2020: 2).

Kümeleme analizi olarak bilinen kümeleme verileri analiz etmek için önemli bir araçtır. Kümeleme yöntemleri verileri küme adı verilen birkaç homojen gruba ayırmaktadır. Kümeler belirli bir küme içerisindeki nesneler arasındaki benzerliğin en üst düzeye çıkarıldığı, aynı kümeye ait olmayan nesneler arasındaki benzerliğin de en aza indirileceği şekilde oluşturulmaktadır (Babiš ve Stehlíková, 2021: 73). Ham zaman serisi kümeleme yöntemleri, bireysel zaman serilerini benzerliklerine göre çeşitli gruplara ayırır. Kümeleme yöntemlerinin iki önemli özelliği, (1) mesafe ölçümü ve (2) bölümlenme kümeleme veya hiyerarşik kümeleme gibi kümelemeye yönelik algoritmalar (Shirota ve Murakami, 2021: 1).

Hiyerarşik kümeleme yöntemi veri nesnelerini bir küme ağacına gruplayarak çalışmaktadır. Toplayıcı ve bölücü olmak üzere iki tür hiyerarşik kümeleme yöntemi bulunmaktadır. Toplayıcı yöntemler, her nesneyi kendi kümesine yerleştirerek başlar ardından kümeleri daha büyük kümelere birleştirerek tüm nesneler tek bir kümede olana ya da istenen küme sayısı gibi belirli sonlandırma koşullarına ulaşılan kadar devam eder. Bölücü yöntemler ise bu işlemin tam tersini yapar (Liao, 2005: 1858).

Hiyerarşik kümeleme, ikili hiyerarşik kümelemenin görselleştirmeleri olan dendrogramların çizilmesini sağlamaktadır. Dendrogram, farklı veri kümeleri arasındaki hiyerarşik ilişkileri gösteren bir tür ağaç diyagramı olup hiyerarşik kümeleme sonuçlarının ilginç ve bilgilendirici bir görselleştirmesini sağlamaktadır. Bir dendrogram hiyerarşik kümeleme algoritmasının hafızasını içermekte, böylece yalnızca grafik incelenerek kümenin nasıl oluştuğu anlaşılabilmektedir. Hiyerarşik kümeleme uygulamasının kolay olması, küme sayısının belirtilmesini gerektirmemesi ve verilerin anlaşılmasında faydalı olan dendrogramlar üretmesi gibi avantajlara sahiptir. Ancak hiyerarşik kümelemenin zaman karmaşıklığı uzun hesaplama sürelerine neden olabilmektedir. Eğer büyük bir veri seti varsa dendrograma bakarak

doğru küme sayısını belirlemek zorlaşmaktadır. Aykırı değerlere karşı çok hassas olan hiyerarşik kümelemenin performansı aykırı değerlerin varlığında önemli ölçüde düşmektedir (Tatsat vd., 2020: 241).

Hiyerarşik kümeleme eşit uzunluktaki küme zaman serileriyle sınırlı değildir. Mesafe veya benzerliği hesaplamak için uygun bir mesafe ölçüsü kullanılırsa eşit olmayan uzunluktaki seriler için de kullanılabilir (Liao, 2005: 1860). Zaman serilerinin benzerliğinin hesaplanmasında sıklıkla kullanılan iki yöntem Öklid mesafesi ve Dinamik Zaman Bükme algoritmasıdır (Liu vd., 2018: 98-101). Öklid mesafesi kullanılabilecek etkili bir mesafe ölçümüdür. İki zaman serisi arasındaki Öklid uzaklığı, bir zaman serisindeki her n 'inci noktadan diğerindeki n 'inci noktaya kadar olan mesafelerin karelerinin toplamıdır. Zaman serisi verileri için Öklid uzaklığını kullanmanın temel dezavantajı, sonuçlarının pek sezgisel olmamasıdır. İki zaman serisi aynıysa ancak biri zaman eksenini boyunca hafifçe kaydırılmışsa, bu durumda Öklid mesafesi bunların birbirlerinden çok farklı olduğunu düşünebilir (Salvador ve Chan, 2007: 567). Öklid mesafesi, zaman serilerinin benzerliğini hızlı bir şekilde hesaplayabilse de zaman eksenindeki küçük değişikliklere karşı çok hassastır ve DTW mesafesi bu kusuru etkili bir şekilde ortadan kaldırabilir. (Liu vd., 2018: 98-101). DTW, bir zaman serisinin kendi zaman eksenini boyunca uzatılması veya daraltılması yoluyla doğrusal olmayan bir şekilde "çarpılması-warped" durumunda, iki zaman serisi arasındaki en uygun hizalamayı bulan bir tekniktir. İki zaman serisi arasındaki bu sapma daha sonra iki zaman serisi arasında karşılık gelen bölgeleri bulmak veya iki zaman serisi arasındaki benzerliği belirlemek için kullanılabilir (Salvador ve Chan, 2007: 561). DTW algoritması; zaman serilerinin farklı şekillerini tespit edebilmek için zaman serileri üzerinde "elastik dönüşüm" gerçekleştirebilir böylece farklı varlıklar arasındaki zaman serisi benzerliği daha iyi ortaya konabilir. DTW sadece farklı zaman serileri arasındaki şekil farklılıklarını tanımlamakla kalmayıp uzaydaki yatay konumlarındaki farklılıkları da ayırt edebilir. İki zaman serisinde karşılık gelen anların Öklid mesafesini doğrudan hesaplayan geleneksel yöntemden farklı olarak DTW algoritması, zaman serisindeki belirli bir andaki noktayı başka bir zaman serisindeki uzun ardışık anlardaki noktalara karşılık getirmekte ve iki zaman serisinin her noktası arasındaki mesafe matrisini hesaplamaktadır. Daha sonra matrisin sol üst köşesinden sağ üst köşesine öyle bir yol bulur ki yol üzerindeki elemanların toplamı minimum olur. DTW iki zaman serisi arasındaki korelasyon mesafesini temsil etmek için yol üzerindeki minimum eleman toplamını kullanmaktadır (He ve Li, 2023: 1784-1785). Borsada DTW, küçük gecikmeleri göz ardı ederek benzer eğilimleri bulmak için kullanılmaktadır (Grzejszczak vd., 2022: 972).

DTW, Berndt ve Clifford (1994) tarafından zaman serilerinde kullanılmaya başlanmıştır. Q ve C olmak üzere iki zaman serisi bulunduğunu ve bu serilerin uzunluklarının sırasıyla n ve m olduğu varsayıldığında (Keogh ve Pazzani, 1999: 3; Ratanamahatana ve Keogh, 2004: 361):

$$Q = q_1, q_2, \dots, q_i, \dots, q_n \quad (4)$$

$$C = c_1, c_2, \dots, c_j, \dots, c_m \quad (5)$$

DTW kullanarak iki diziyi hizalamak için, matrisin $(i^{\text{th}}, j^{\text{th}})$ ögesinin iki nokta q_i ve c_j arasındaki $d(q_i, c_j)$ mesafesini içerdiği bir $n \times m$ matrisi oluşturulmaktadır. (Genellikle Öklid mesafesi kullanılır, yani $d(q_i, c_j) = (q_i - c_j)^2$). Her bir matris elemanı (i, j) , q_i ve c_j noktaları arasındaki hizalamaya karşılık gelmektedir. Çarpıtma yolu W , Q ve C arasındaki bir eşlemeyi tanımlayan bitişik bir matris elemanları kümesidir. W 'nin k^{th} elemanı $w_k = (i, j)_k$ olarak tanımlanmakta dolayısıyla:

$$W = w_1, w_2, \dots, w_k, \dots, w_K \quad \max(m, n) \leq K < m + n - 1 \quad (6)$$

Çarpıtma yolu bazı kısıtlamalara tabidir (Keogh ve Pazzani, 2001: 3):

Sınır koşulları: $w_1 = (1,1)$ ve $w_k = (m,n)$ bu çarpıtma yolunun matrisin çapraz olarak zıt köşe hücrelerinde başlamasını ve bitmesini gerektirmektedir.

Süreklilik: $w_k = (a, b)$ verildiğinde $w_{k-1} = (a', b')$ burada $a - a' \leq 1$ ve $b - b' \leq 1$ 'dir. Çarpıtma yolunda izin verilen adımları çapraz olarak da bitişik hücrelerle kısıtlar. Bu, belirli bir nokta boyunca eşleşmenin imkansız olduğu ve yalnızca komşu noktalarla hizalanabileceği anlamına gelmektedir. Bu, Q ve C 'deki her koordinatın W 'de görünmesini sağlamaktadır.

Monotonluk: $w_k = (a, b)$ verildiğinde $w_{k-1} = (a', b')$ burada $a - a' \geq 0$ ve $b - b' \geq 0$ olur. Bu durum W' 'deki noktaların zamanda monoton olarak aralıklı olmasını zorlamaktadır. Bu kısıtlamaları karşılayan birçok yol bulunmaktadır; ancak aşağıda verilen formül aracılığıyla minimum maliyet yolu elde edilebilir (Liu vd., 2018: 102):

$$DTW(Q, C) = \min \left\{ \sqrt{\sum_{k=1}^K w_k / K} \right\} \quad (7)$$

Paydada yer alan K farklı uzunluktaki eğrilme yollarını telafi etmek için kullanılır. DTW'nin amacı, iki zaman serisi arasındaki en kısa benzerlik mesafesini (en çok benzer olanı) elde etmek için zaman serisini genişletip kısaltmaktır. En kısa mesafe, iki zaman serisinin son mesafe ölçüsüdür. Bunu yapmak için $(0,0)$ noktasından başlayarak Q ve C dizileriyle eşleşen kümülatif bir mesafe tanımlanmaktadır. Her noktada, tüm noktalar için önceden hesaplanan mesafeler toplanmaktadır. (n, m) bitiş noktasına ulaşıldıktan sonra bu kümülatif mesafe, Q ve C arasındaki benzerlik olan nihai toplam mesafedir. Kümülatif mesafe $\gamma(i, j)$ mevcut ızgara mesafesi $d(i, j)$ ile bu noktaya ulaşabilecek bitişik elemanların minimum mesafesinin toplamıdır:

$$\gamma(i, j) = d(q_i, c_j) + \min\{\gamma(i-1, j-1), \gamma(i-1, j), \gamma(i, j-1)\} \quad (8)$$

En iyi yol, yol boyunca kümülatif mesafeyi minimum değere ulaştıran yoldur ve bu yol dinamik programlama algoritması ile elde edilebilir.

DTW algoritmasını kullanan portföy optimizasyon stratejisi, optimum bir yatırım portföyü oluşturma bağlamında zaman serisi verilerini karşılaştırmak ve hizalamak için DTW'nin esnekliğinden yararlanmayı içerir. Yatırımcılar DTW uygulayarak farklı finansal zaman serileri arasındaki benzerliği değerlendirebilir ve bu da mükemmel senkronizasyonda hareket edemeyen varlıklar arasındaki ilişkilerin daha incelikli bir şekilde anlaşılmasına olanak tanır (Luo, 2021: 1-3; Gubu vd., 2021b). DTW ile portföy optimizasyonuna yönelik bir yaklaşım, DTW'yi bir mesafe ölçüsü olarak içeren zaman serisi kümeleme tekniklerini kullanarak verileri ön işlemektir. Bu yöntem, DTW analiziyle belirlenen dinamik benzerliklere ve kalıplara dayanarak hisse senedi portföylerinin oluşturulmasına olanak sağlar (Lucarelli ve Borrotti, 2020).

DTW algoritmasıyla optimize edilen portföylerin performansını Markowitz modeli gibi standart modellerle optimize edilenlerle karşılaştırmak için mevcut araştırma çalışmalarından elde edilen bulguların dikkate alınması önemlidir. Markowitz modeli, varlıkların beklenen getirilerini ve standart sapmalarını dikkate alarak belirli bir risk düzeyi için getirileri en üst düzeye çıkarmaya odaklanan köklü bir optimizasyon aracıdır (Wang, 2023: 369). DTW, zaman serisi verilerini karşılaştırmak için esnek bir yaklaşım sunarken, Montenegro ve Albuquerque (2017) tarafından yapılan araştırma, yerel Gauss korelasyon modeli⁵ kullanılarak seçilen portföylerin, vakaların önemli bir yüzdesinde geleneksel Markowitz yönteminden daha iyi performans gösterdiğini ve alternatif modellerin Markowitz yaklaşımına göre potansiyel faydalarını ortaya koyduğunu göstermiştir.

4. Araştırmanın Amacı, Kısıtları ve Veri Seti

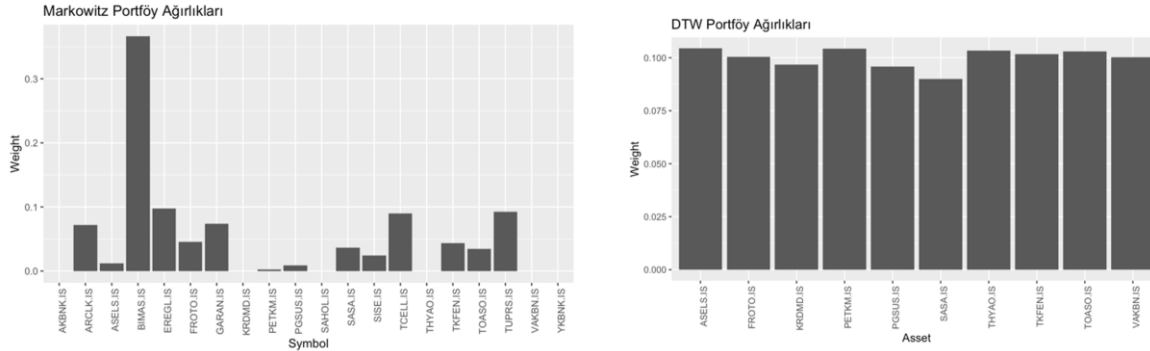
Bu çalışmada risklerini minimuma indirmek ve getirilerini maksimuma çıkarmak isteyen Borsa İstanbul yatırımcılarına önerilerde bulunabilmek için BIST30 kapsamındaki firmalardan seçilen 20 şirketin paylarından portföyler oluşturularak ortalama-varyans modeli ile oluşturulan portföyün performansının kıyaslanması amaçlanmıştır. Çalışmanın en önemli kısıtı, çalışmada kullanılan firma sayısının 20 ile daraltılmasıdır. Seçilen hisselerden kovaryans matrisini kullanarak Markowitz çeşitlendirme stratejisi ile oluşturulan portföyün performansı, Dinamik Zaman Bükme (DTW) algoritmasından elde edilen hiyerarşik kümeleme ve mesafe matrisleri kullanılarak oluşturulan portföyün performansı ile mukayese edilmiştir. Bu amaçla BIST30'da işlem gören şirketlerin 01.01.2018-01.01.2024 dönemine ait günlük fiyat verileri yahoofinance'den elde edilmiştir. Günlük getiri serileri $(P_t - P_{t-1})/P_{t-1}$ formülü aracılığıyla hesaplanmıştır.

⁵ Yerel Gauss Korelasyon Modeli, iki değişken arasındaki non-lineer (doğrusal olmayan) bağımlılıkları da tespit edebilir. Bu, özellikle karmaşık veri setlerinde önemli bir avantaj sağlar.

5. Araştırma Sonuçları

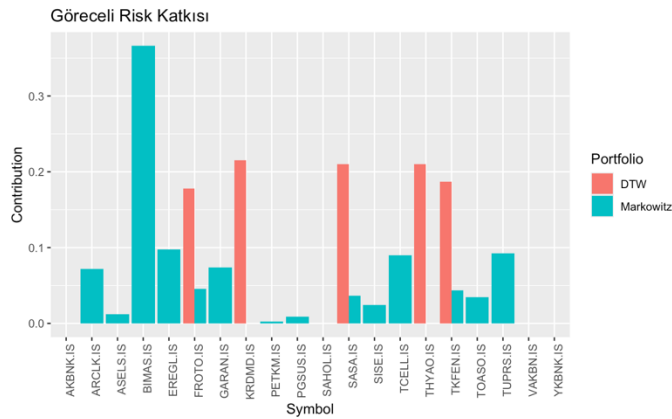
Markowitz ve DTW algoritmasına göre BIST30 endeksinden seçilen 20 hisse senedine göre oluşturulan portföylerin içinde yer alan finansal varlıkların ağırlıkları Şekil 2’de görülmektedir. Portföy çeşitlendirmesi gerçekleştirilirken kısa satış (açığa satış) alternatifi göz ardı edilmiş ve aşağıdaki sonuçlara ulaşılmıştır.

Şekil 2: Finansal Varlıkların Portföy İçindeki Ağırlıkları



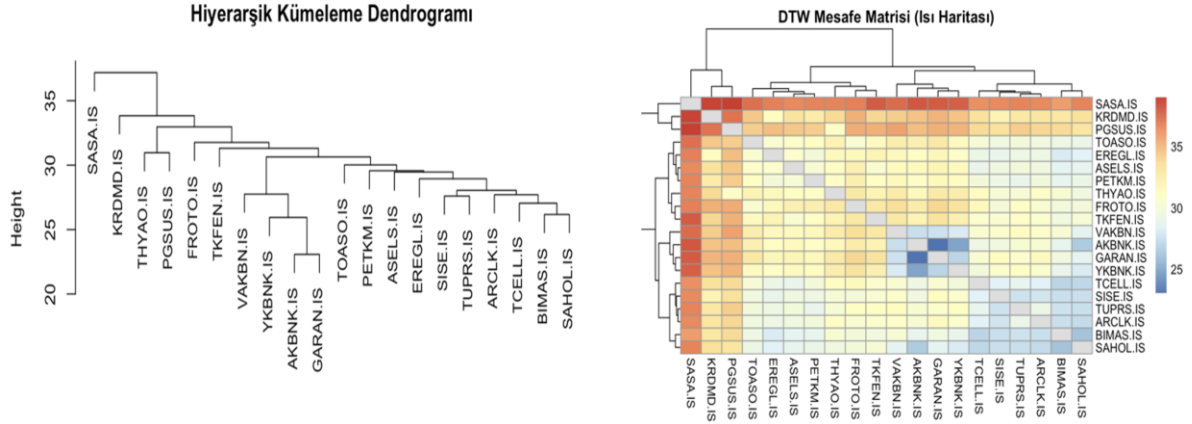
Markowitz portföy teorisi, risk ve getiri arasında optimal bir denge bulmayı amaçlayan bir portföy optimizasyon stratejisi sunmaktadır. Seçili 20 firma hissesi içinden kovaryans matrisleri ışığında 14 varlık portföye dahil edilmiş olmasına karşın varlıklar içinde BİMAS hissesinin ağırlığı görece olarak diğerlerinden oldukça yüksekken DTW algoritmasında ise varlıkların portföy içindeki ağırlıkları belirlenirken Şekil 4’te sunulan mesafe matrislerine dair ısı haritası ve hiyerarşik kümeleme dendrogramından faydalanılmaktadır. Bu sonuca göre DTW stratejisinin varlıkları daha homojen bir şekilde dağıttığı ve portföye seçilen 10 varlığın her birine görece benzer ağırlıklar atadığı görülmektedir. Portföy’e dahil edilen varlıkların portföyün riskine olan görece etkilerini tespit edebilmek için Şekil 3’te sonuçları sunulan göreceli risk katkısına göre özellikle Markowitz stratejisine göre portföyde ağırlığı yüksek olan BİMAS’ın portföyün riskine yukarı yönlü etkisi olduğu, DTW portföyündeki varlıkların ağırlıkları ile ilişkili olarak portföy riskine benzer etki ettikleri tespit edilmiştir.

Şekil 3: Portföylere ait Göreceli Risk Katkısı



Hiyerarşik kümeleme dendrogramları ve mesafe matrisine ait ısı haritaları bir portföydeki varlıkların seçiminde değerli araçlardır. Hiyerarşik kümeleme yoluyla yatırımcılar, varlıkları benzerliklere göre gruplandırabilir ve verilerdeki temel kalıpları ortaya çıkaran kümeler oluşturabilir. Ortaya çıkan dendrogram, bu kümeleri görsel olarak temsil eder ve varlıkların yakınlıklarına veya farklılıklarına göre hiyerarşik olarak nasıl bağlandığını gösterir (Vahidipour vd., 2014: 548; Kuo ve Davidson, 2018: 3).

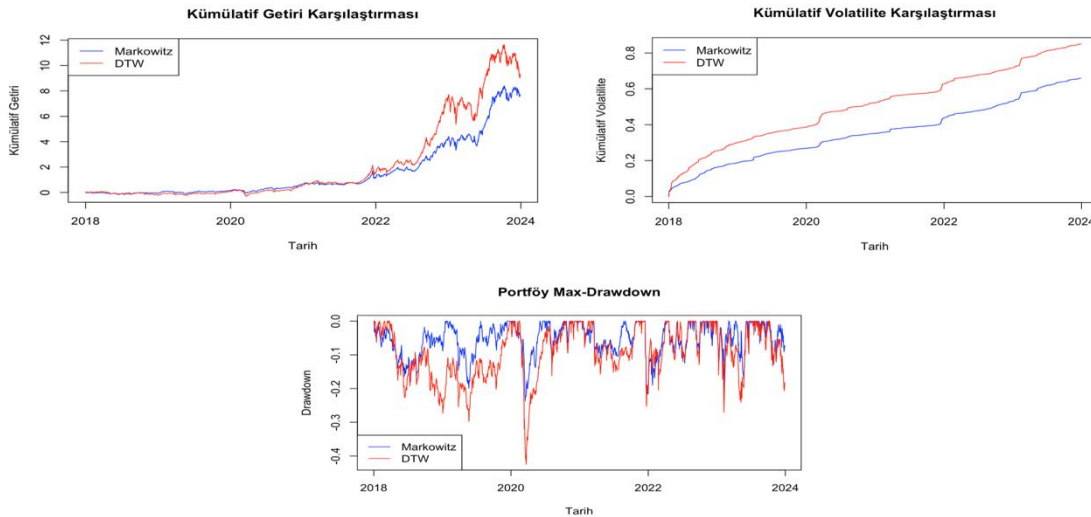
Şekil 4: DTW Algoritmasından Elde Edilen Hiyerarşik Kümeleme Dendrogramı ve Isı Haritası



Isı haritalarının hiyerarşik kümeleme dendrogramlarıyla entegrasyonu, varlık ilişkilerinin görsel bir tasvirini sağlayarak varlık seçim sürecini daha da geliştirir. Mesafe matrisinde varlıkların uzaklıkları ısı renginin kırmızıya dönüşmesi sayesinde tespit edilir. Eğer varlıklar ısı haritasında birbirine çok yakınsa renk skalasında mavi tonlar hakim olacaktır. Isı haritaları, yatırımcıların kümeler içindeki ve kümeler arasındaki varlıklar arasındaki korelasyonun gücünü değerlendirmesine olanak tanır ve benzerliğin yüksek veya düşük olduğu alanları vurgular. Bu görsel birbirini tamamlayan veya zıt davranışlar sergileyen varlıkların belirlenmesine yardımcı olarak iyi çeşitlendirilmiş bir portföy oluşturulmasına yardımcı olur (Henkin ve Barnes, 2022: 1). DTW mesafe matrisi ve hiyerarşik kümeleme dendrogramları, portföy çeşitlendirmesinde birbiriyle aynı kümede olan veya birbirine yakın (mavi renk) fiyat hareketleri sergileyen varlıkları portföy dışında bırakmayı hedefler.

İki farklı strateji yardımıyla oluşturulan portföylerin kümülatif getiri ve volatilité ile maksimum fiyat düşüşlerindeki getiri performansları kıyaslandığında Şekil 5'te sunulan araştırma sonuçları elde edilmiştir.

Şekil 5: Portföy Stratejilerine Ait Kümülatif Getiri, Volatilité ve Maksimum Düşüş Karşılaştırması



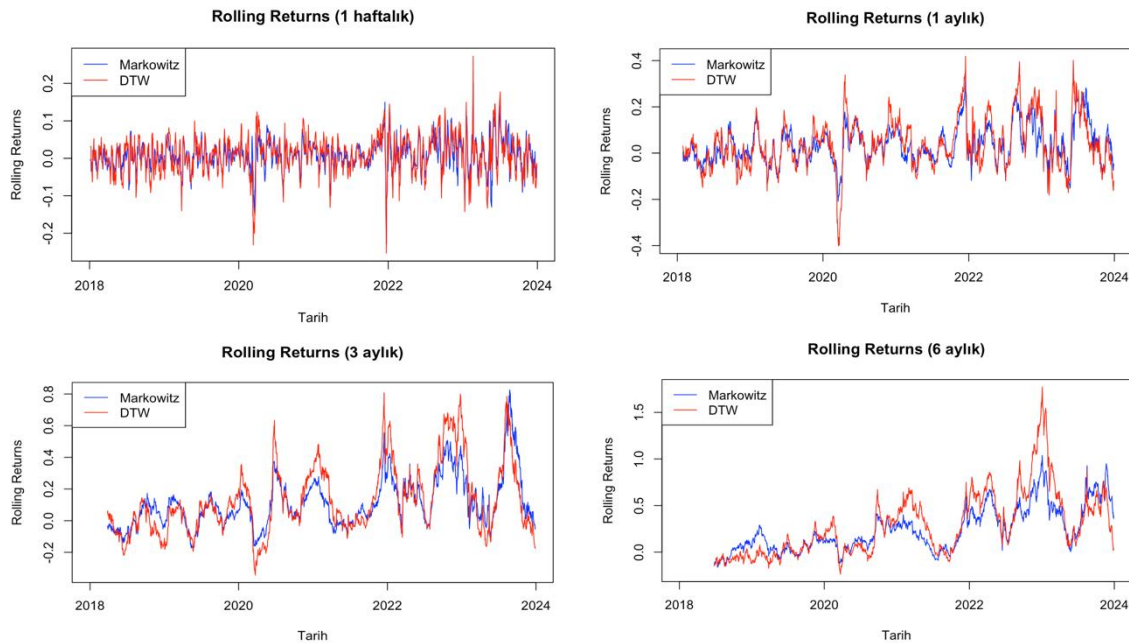
Kümülatif getiri karşılaştırması, DTW algoritması kullanılarak optimize edilen portföylerin, Markowitz modeli kullanılarak optimize edilenlere kıyasla genellikle daha yüksek getiri elde ettiğini göstermektedir. Bu, DTW tabanlı optimizasyonun potansiyel olarak daha kârlı yatırım sonuçlarına yol açabileceğini gösteriyor. Tersine, kümülatif volatilité karşılaştırması, DTW kullanılarak optimize edilen portföylerin

Markowitz modeline kıyasla daha yüksek volatilité sergilediğini ortaya koyuyor. Bu, DTW bazlı portföylerin daha yüksek getiriler sunabilmesine rağmen aynı zamanda artan riskleri de beraberinde getirdiğini göstermektedir.

Maksimum düşüş analizi, bir portföyün belirli bir dönemde zirveden dip noktaya kadar yaşadığı en büyük kaybı ölçer ve yatırımcıların piyasadaki gerilemeler sırasında riske maruz kalma durumunu ve dayanıklılığı değerlendirmesine yardımcı olur (Torre-Torres vd., 2015). Bu ölçüm, farklı portföy optimizasyon stratejileriyle ilişkili potansiyel riskleri anlamak açısından çok önemlidir. Her iki stratejide de zaman zaman benzer maksimum fiyat çekilme kayıp seviyelerine ulaşmıştır. Ancak, DTW yöntemi, bazı dönemlerde daha yüksek kayıp riskleri barındırmaktadır. Bu sonuç, yatırımcıların risk toleranslarına bağlı olarak strateji seçiminin değişiklik göstereceği şeklinde yorumlanmalıdır. Risk algısı yüksek yatırımcının tercihi Markowitz çeşitlenme stratejisi olacakken, düşük yatırımcı içinse DTW yüksek getiri fırsatları sunacak bir portföy oluşturabilmektedir.

Stratejilerin performansı arasında diğer bir kıyaslama, özellikle farklı yatırım ufukları için yuvarlanan getiri analizleri ile tekrarlanmıştır. Şekil 6'da sunulan sonuçlara göre özellikle haftalık (kısa yatırım ufku) yuvarlanan getiri analizi, ardışık örtüşen dönemler üzerinden getirilerin hesaplanmasını içerir ve değişen piyasa koşulları ve yatırım ufukları altında portföy performansının dinamik bir görünümünü sağlar. Yatırımcılar, yuvarlanan getirilerden yararlanarak portföy performansının zaman içindeki tutarlılığını ve istikrarını değerlendirebilir, eğilimleri belirleyebilir ve optimizasyon stratejilerinin çeşitli piyasa senaryoları üzerindeki etkisini değerlendirebilir (Platanakis ve Urquhart, 2020; Nugraha, 2024). Analiz sonuçlarına göre kısa vadede (1 hafta, 1 ay) her iki yöntem de benzer performans sergilerken, orta ve uzun vadede (3 ay, 6 ay) DTW stratejisinden elde edilen portföyün Markowitz portföyüne kıyasla daha yüksek getiri ve risk düzeyine sahip olduğu değerlendirilmiştir.

Şekil 6: Portföy Stratejilerine Ait Yuvarlanan Getiri Karşılaştırması



Sonuç olarak, Markowitz modeli portföy optimizasyonunda bir temel taşı olmaya devam ederken, DTW gibi alternatif yöntemlerin araştırılması, yatırımcılara portföy performansını artırmak ve değişen piyasa koşullarına etkili bir şekilde uyum sağlamak için ek araçlar sağlayabilir. Boğa piyasası dönemlerinde, yani piyasanın genel olarak yükselişte olduğu zamanlarda, DTW yöntemi Markowitz yöntemine göre daha

yüksek kümülatif getiriler sağlamaktadır. 2022 ve 2023 yıllarında görülen keskin yükselişler, DTW'nin boğa piyasasında daha fazla getiri sunduğunu göstermektedir. Özellikle COVID-19 gibi finansal türbülans dönemlerinin eşlik ettiği ayı piyasası koşullarında ise Markowitz yöntemi daha dengeli bir getiri sunmaktadır ve bu tür piyasa düşüşlerinde daha stabil performans göstermektedir. Bu sonuçlar Şekil 5'te sunulan max-drawdown ve Şekil 6'da sunulan yuvarlanan getiri grafikleri ile desteklenmektedir. Finansal analistler, DTW'yi hiyerarşik kümeleme, ısı haritaları, yuvarlanan getiriler ve maksimum düşüş analizleriyle entegre ederek, finansal zaman serisi verilerinde mevcut ilişkiler ve modeller hakkında daha derin bir anlayış kazanabilir ve sonuçta farklı finansal piyasa koşullarında DTW daha bilinçli karar alınmasına yardımcı olabilir.

6. Sonuç ve Değerlendirme

Küreselleşmenin her alanda yoğun olarak yaşandığı 21. yüzyılda, finansal piyasalarda işlemci kesiminin ve sayısının artması sonucu verimli portföyler oluşturmak son derece önemli bir konu haline gelmiştir. Verimli portföyler oluşturabilmek için yatırım çeşitlendirmesi sağlamak, oluşturulan çeşitlendirmenin de piyasa koşullarına göre hızlı bir şekilde revize edilmesi gerekliliği modern portföy yönetiminin temel taşıdır. Yatırım çeşitlendirmesini sağlamak için makine öğrenme algoritmaları bu aşamada gelinen dikkate değer bir noktadır. Makine öğrenme algoritmaları ile en üst seviyede benzer özellikteki varlıkları sınıflandıran DTW algoritması, portföy çeşitlendirme stratejisi olarak kullanılmıştır. Analizi yapabilmek için makine öğrenme algoritmalarından Dinamik Zaman Bükme algoritmasının bir ürünü olan mesafe matrisleri ve hiyerarşik kümeleme dendrogramlarından faydalanılmıştır. Dinamik zaman bükme algoritması özellikle bilginin farklı zamanlarda finansal varlıklara yansımalarının ortaya çıkardığı senkron sorununu da yok etmeye çalışması, birbirine en benzer fiyat verilerini kullanarak uzaklık matrislerini hesaplaması gibi nedenlerden dolayı seçilmiştir.

Çalışmada Borsa İstanbul'da yatırım yapmayı tercih eden yatırımcılar ve portföy yöneticilerine portföy çeşitlendirme noktasında önerilerde bulunulmakla birlikte kullanabilecekleri portföy modellerinin de bir karşılaştırması yapılarak farklı piyasa koşulları için strateji önerisinde bulunulması hedeflenmektedir. Bu amaçla BIST30 da işlem gören seçili 20 şirketin 01.01.2018-01.01.2024 dönemine ait hisse senedi fiyat verileri DTW algoritması çerçevesinde portföy çeşitlendirilmesinde kullanılmıştır. Takip edilen çeşitlendirme stratejisi yardımıyla hisselerin birbirleriyle olan uzaklıkları hem ısı haritaları hem de dendrogram aracılığıyla görsel olarak ortaya koyulmuştur. Daha sonra DTW algoritmasından elde edilen ısı haritalarının hiyerarşik kümeleme dendrogramlarıyla entegrasyonu, varlık ilişkilerinin görsel bir tasvirini sağlayarak varlık seçim sürecini daha da geliştirmiştir. Bu görsel birbirini tamamlayan veya zıt davranışlar sergileyen varlıkların belirlenmesini sağlamakta ve iyi çeşitlendirilmiş bir portföy oluşturulmasına yardımcı olmaktadır. Kümülatif getiri karşılaştırması DTW algoritması kullanılarak optimize edilen portföylerin Markowitz modeli kullanılarak optimize edilenlere kıyasla genellikle daha yüksek getiri elde ettiğini göstermiştir. Buna karşılık kümülatif volatilité karşılaştırması, DTW kullanılarak optimize edilen portföylerin Markowitz modeline kıyasla daha yüksek volatilité sergilediğini ortaya koymuştur. Bu sonuç DTW bazlı portföylerin daha yüksek getiriler sunabilmesine rağmen artan riskleri de beraberinde getirdiği anlamına gelmektedir. Haftalık, aylık, üç aylık dönen getiri analizleri portföy optimizasyon tekniklerinin performansını ölçmek için kullanılmış ve değişen piyasa koşullarında (boğa ve ayı piyasası koşulları) portföy performansının dinamik bir görünümü yatırımcılara sunulmuştur.

Sonuç olarak, Markowitz modeli portföy optimizasyonu noktasında çok önemli bir yere sahip olsa da DTW gibi alternatif yöntemler risk toleranslarına göre yatırımcılara portföy performansını artırma ve değişen piyasa koşullarına uyum sağlama noktasında yardımcı olacaktır. Böylelikle portföy yöneticileri, yatırımcılar, riskten korunmak isteyenler finansal piyasalarda daha bilinçli kararlar alabileceklerdir.

Liu vd. (2018); Feng vd. (2010); Kulkarni, (2017); Ratanamahatana ve Keogh, (2004) tarafından yapılan çalışmalar DTW'nin zaman eksenindeki küçük değişikliklere karşı daha güçlü olduğunu ve mesafe sorununu çözmede daha başarılı olduğunu ortaya koymuştur. Ratanamahatana ve Keogh (2004), Keogh ve Ratanamahatana (2005), Jeong vd. (2011) DTW'nin sınıflandırma ve kümeleme noktasında başarılı

olduğunu gözlemlemişlerdir. Caferra vd. (2021) de yatırım stratejisi oluşturmada başarılı olduğunu kanıtlamışlardır. Yapılan analizler sonucunda ulaşılan bulgular literatürde yer alan bu çalışmalardaki sonuçlar ile örtüşmektedir. Çalışma ilerleyen aşamada hem farklı portföy optimizasyon stratejileri hem de farklı piyasaları temsil eden finansal varlıkları veri setine dahil ederek uluslararası çeşitlendirme perspektifinde geliştirilebilir.

Finansman/ Grant Support

Yazar(lar) bu çalışma için finansal destek almadığını beyan etmiştir.

The author(s) declared that this study has received no financial support.

Çıkar Çatışması/ Conflict of Interest

Yazar(lar) çıkar çatışması bildirmemiştir.

The authors have no conflict of interest to declare.

Yazarların Katkıları/Authors Contributions

Çalışmanın Tasarlanması: Yazar-1 (%50), Yazar-2 (%25), Yazar-3 (%25)

Conceiving the Study: Author-1 (%50), Author-2 (%25), Author-3 (%25)

Veri Toplanması: Yazar-1 (%100), Yazar-2 (%0), Yazar-3 (%0)

Data Collection: Author-1 (%100), Author-2 (%0), Author-3 (%0)

Veri Analizi: Yazar-1 (%100), Yazar-2 (%0), Yazar-3 (%0)

Data Analysis: Author-1 (%100), Author-2 (%0), Author-3 (%0)

Makalenin Yazımı: Yazar-1 (%50), Yazar-2 (%25), Yazar-3 (%25)

Writing Up: Author-1 (%50), Author-2 (25), Author-3 (%25)

Makale Gönderimi ve Revizyonu: Yazar-1 (%50), Yazar-2 (%25), Yazar-3 (%25)

Submission and Revision: Author-1 (%50), Author-2 (%25), Author-3 (%25)

Açık Erişim Lisansı/ Open Access License

This work is licensed under Creative Commons Attribution-NonCommercial 4.0 International License (CC BY NC).

Bu makale, Creative Commons Atıf-GayriTicari 4.0 Uluslararası Lisansı (CC BY NC) ile lisanslanmıştır.

Kaynaklar

- Aghabozorgi, S., Shirkhorshidi, A. S., ve Wah, T. Y. (2015), Time-Series Clustering–A Decade Review, *Information systems*, 53, s.16-38.
- Babiš, A., ve Stehlíková, B. (2021), Time Series Clustering Based on Time-Varying Hurst Exponent, *Advances in Methodology & Statistics/Metodološki Zvezki*, 18(2), s.73-88. <https://doi.org/10.51936/gkct3784>.
- Bai, L., Cui, L., Zhang, Z., Xu, L., Wang, Y., ve Hancock, E. R. (2020), Entropic Dynamic Time Warping Kernels for Co-Evolving Financial Time Series Analysis, *IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems*, 34(4), s.1808-1822.
- Berndt, D. J., ve Clifford, J. (1994), Using Dynamic Time Warping to Find Patterns in Time Series, In *Proceedings of the 3rd international conference on knowledge discovery and data mining*, s.359-370.
- Brodie, J., Daubechies, I., Mol, C. D., Giannone, D., ve Loris, I. (2009), Sparse and Stable Markowitz Portfolios, *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 106(30), s.12267-12272. <https://doi.org/10.1073/pnas.0904287106>
- Caferra, R., Tedeschi, G., ve Morone, A. (2021), Bitcoin: Bubble that Bursts or Gold that Glitters?, *Economics Letters*, 205, 109942, s.1-4. <https://doi.org/10.1016/j.econlet.2021.109942>
- Demirtaş, Ö., ve Güngör, Z. (2004), Portföy Yönetimi ve Portföy Seçimine Yönelik Uygulama, *Journal of Aeronautics and Space Technologies*, 1(4), s.103-109.
- Engle, R., ve Russell, J. (1998), Autoregressive Conditional Duration: A New Model for Irregularly Spaced Transaction Data, *Econometrica*, 66(5), 1127, s.1127-1162. <https://doi.org/10.2307/2999632>

- Eom, C., Park, J. W., Kim, Y. H., ve Kaizoji, T. (2015), Effects of the Market Factor on Portfolio Diversification: The Case of Market Crashes, *Investment Analysts Journal*, 44(1), s.71-83. <https://doi.org/10.1080/10293523.2015.994448>
- Fedorovich, O., Uruskiy, O., Pronchakov, Y., ve Lukhanin, M. I. (2021), Method and Information Technology to Research the Component Architecture of Products to Justify Investments of High-Tech Enterprise, *Radioelectronic and Computer Systems*, (1), s.150-157. <https://doi.org/10.32620/reks.2021.1.13>.
- Feng, L., Zhao, X., Liu, Y., Yao, Y., ve Jin, B. (2010), A Similarity Measure of Jumping Dynamic Time Warping, 2010 Seventh International Conference on Fuzzy Systems and Knowledge Discovery. <https://doi.org/10.1109/fskd.2010.5569383>.
- Feng, Q. (2022), Optimal Portfolio Construction Based on Markowitz Model, *BCP Business & Management*, 35, s.273-280. <https://doi.org/10.54691/bcpbm.v35i.3303>.
- Franses, P., ve McAleer, M. (2002), Financial Volatility: An Introduction, *Journal of Applied Econometrics*, 17(5), s.419-424. <https://doi.org/10.1002/jae.693>.
- Grzejszczak, T., Probiez, E., Gałuszka, A., Simek, K., Jędrasiak, K., ve Wiśniewski, T. (2022), Dynamic Time Warping in Financial Data: Modification of Algorithm in Context of Stock Market Similarity Analysis, *European Research Studies Journal*, XXV (1), s.967-979.
- Guan, H. ve Jiang, Q. (2007), Cluster Financial Time Series for Portfolio, 2007 International Conference on Wavelet Analysis and Pattern Recognition. <https://doi.org/10.1109/icwapr.2007.4420788>.
- Guan, J., He, J., Peng, S., ve Xue, T. (2022), Comparisons to Investment Portfolios under Markowitz Model and Index Model Based on US's Stock Market, *BCP Business & Management*, 26, s.905-915. <https://doi.org/10.54691/bcpbm.v26i.2053>.
- Gubu, L., Rosadi, D., ve Abdurakhman, A. (2021a), Robust Portfolio Selection with Clustering Based on Business Sector of Stocks, *Media Statistika*, 14(1), s.33-43.
- Gubu, L., Rosadi, D., ve Abdurakhman, A. (2021b), Pembentukan Portofolio Saham Menggunakan Klastering Time Series K-Medoid Dengan Ukuran Jarak Dynamic Time Warping, *Jurnal Aplikasi Statistika & Komputasi Statistik*, 13(2), s.35-46. <https://doi.org/10.34123/jurnalasks.v13i2.295>
- He, H., ve Li, H. (2023), A New Boosting Algorithm for Online Portfolio Selection Based on Dynamic Time Warping and Anti-Correlation, *Computational Economics*, 63, s.1777-1803. <https://doi.org/10.1007/s10614-023-10383-6>.
- Henkin, R., ve Barnes, M. (2022), Visxhclust: An R Shiny Package for Visual Exploration of Hierarchical Clustering, *The Journal of Open Source Software*, 7(70), 4074, s.1-4. <https://doi.org/10.21105/joss.04074>.
- Hsu, C., Huang, K., Yang, C., ve Guo, Y. (2015), Flexible Dynamic Time Warping for Time Series Classification, *Procedia Computer Science*, 51, s.2838-2842. <https://doi.org/10.1016/j.procs.2015.05.444>.
- Jeong, Y. S., Jeong, M. K., ve Omitaomu, O. A. (2011), Weighted Dynamic Time Warping for Time Series Classification, *Pattern recognition*, 44(9), s.2231-2240.
- Kallio, M. ve Hardoroudi, N. D. (2019), Advancements in Stochastic Dominance Efficiency Tests, *European Journal of Operational Research*, 276(2), s.790-794. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2018.12.014>.
- Kate, R. J. (2016), Using Dynamic Time Warping Distances As Features for Improved Time Series Classification, *Data mining and knowledge discovery*, 30, s.283-312.
- Keogh, E. ve M. Pazzani. (2001), Derivative Dynamic Time Warping, In *Proc. of the First Intl. SIAM Intl. Conf. on Data Mining*, Chicago, Illinois.

- Keogh, E. J., ve Pazzani, M. J. (1999), Scaling up Dynamic Time Warping to Massive Datasets, In Principles of Data Mining and Knowledge Discovery: Third European Conference, PKDD'99, Prague, Czech Republic, September 15-18. Proceedings 3, s.1-11. Springer Berlin Heidelberg.
- Keogh, E., ve Ratanamahatana, C. A. (2005), Exact Indexing of Dynamic Time Warping, Knowledge and information systems, 7, s.358-386. doi: 10.1007/s10115-004-0154-9.
- Keykhaei, R. (2016), Mean-variance Portfolio Optimization When Each Asset Has Individual Uncertain Exit-Time, Pakistan Journal of Statistics and Operation Research, 12(4), s.765-773. <https://doi.org/10.18187/pjsor.v12i4.1251>.
- Kim, S. H., Lee, H. S., Ko, H. J., Jeong, S., Byun, H. W., ve Oh, K. J. (2018), Pattern Matching Trading System Based on the Dynamic Time Warping Algorithm, Sustainability, 10(12), 4641, s.1-18. <https://doi.org/10.3390/su10124641>.
- Kulkarni, N. (2017), Effect of Dynamic Time Warping Using Different Distance Measures on Time Series Classification, International Journal of Computer Applications, 179(6), s.34-39. <https://doi.org/10.5120/ijca2017915974>.
- Kuo, C., ve Davidson, I. (2018), On the Equivalence of Tries and Dendrograms- Efficient Hierarchical Clustering of Traffic Data, s.1-9. <https://doi.org/10.48550/arxiv.1810.05357>.
- Lampert, T., Lafabregue, B., ve Gañarski, P. (2019), Constrained Distance Based K-Means Clustering for Satellite Image Time-Series, In IGARSS 2019-2019 IEEE International Geoscience and Remote Sensing Symposium (pp. 2419-2422). IEEE.
- Li, H. (2021), Time Works Well: Dynamic Time Warping Based on Time Weighting for Time Series Data Mining, Information Sciences, 547, s.592-608.
- Liao, T. W. (2005), Clustering of Time Series Data—A Survey, Pattern recognition, 38(11), s.1857-1874. doi:10.1016/j.patcog.2005.01.025
- Ling, S., McAleer, M., ve Tong, H. (2015), Frontiers in Time Series and Financial Econometrics: An Overview, Journal of Econometrics, 189(2), s.245-250. <https://doi.org/10.1016/j.jeconom.2015.03.019>.
- Liu, L., Li, W., ve Jia, H. (2018), Method of Time Series Similarity Measurement Based on Dynamic Time Warping, Computers, Materials & Continua, 57(1), s.97-106. doi:10.32604/cmc.2018.03511.
- Lucarelli, G., ve Borrotti, M. (2020), A Deep Q-Learning Portfolio Management Framework for the Cryptocurrency Market, Neural Computing and Applications, 32(23), s.17229-17244. <https://doi.org/10.1007/s00521-020-05359-8>.
- Luo, J. (2021), A Study on Stock Graph Recognition Based on Wavelet Denoising and DTW Algorithm, Mathematical Problems in Engineering, 2021, s.1-15. <https://doi.org/10.1155/2021/6641749>.
- Markowitz, H. (1952), Portfolio Selection, The Journal of Finance, 7(1), s.77-91. <https://doi.org/10.2307/2975974>
- Massahi, M., Mahootchi, M., ve Arshadi Khamseh, A. (2020), Development of an Efficient Cluster-Based Portfolio Optimization Model Under Realistic Market Conditions, Empirical Economics, 59(5), s.2423-2442. <https://doi.org/10.1007/s00181-019-01802-5>
- Montenegro, M., ve Albuquerque, P. (2017), Wealth Management: Modeling the Nonlinear Dependence, Algorithmic Finance, 6(1-2), s.51-65. <https://doi.org/10.3233/af-170203>
- Nanda, S. R., Mahanty, B., ve Tiwari, M. K. (2010), Clustering Indian Stock Market Data for Portfolio Management, Expert Systems with Applications, 37(12), s.8793-8798. <https://doi.org/10.1016/j.eswa.2010.06.026>.
- Nugraha, E. (2024), Portfolio Optimization Analysis Using Markowitz Model on IDX30 Stock Index in 2022 and 2023, Firm Journal of Management Studies, 9(1), 97. <https://doi.org/10.33021/firm.v9i1.4990>.

- Platanakis, E., ve Urquhart, A. (2020), Should Investors Include Bitcoin in Their Portfolios? a Portfolio Theory Approach, The British Accounting Review, 52(4), 100837, s.1-19. <https://doi.org/10.1016/j.bar.2019.100837>.
- Ratanamahatana, C. A. ve Keogh, E. (2004), Making Time-Series Classification More Accurate Using Learned Constraints, Proceedings of the 2004 SIAM International Conference on Data Mining. <https://doi.org/10.1137/1.9781611972740.2>.
- Sakoe, H., ve Chiba, S. (1978), Dynamic Programming Algorithm Optimization for Spoken Word Recognition, IEEE transactions on acoustics, speech, and signal processing, 26(1), s.43-49.
- Salvador, S., ve Chan, P. (2007), Toward Accurate Dynamic Time Warping in Linear Time and Space, Intelligent Data Analysis, 11(5), s.561-580. DOI: 10.3233/IDA-2007-11508.
- Shirota, Y., ve Murakami, A. (2021), Long-term Time Series Data Clustering of Stock Prices for Portfolio Selection, In 2021 IEEE International Conference on Service Operations and Logistics, and Informatics (SOLI) 1-6.
- Širůček, M., ve Křen, L. (2017), Application of Markowitz Portfolio Theory by Building Optimal Portfolio on the US Stock Market, J. Stanković, P. Delias, S. Marinković, S. Rochhia (Eds.), In Tools and Techniques for Economic Decision Analysis (pp. 24-42). IGI Global.
- Tatsat, H., Puri, S., ve Lookabaugh, B. (2020), Machine Learning and Data Science Blueprints for Finance, O'Reilly media.
- Tayalı, S. T. (2020), A Novel Backtesting Methodology for Clustering in Mean-Variance Portfolio Optimization, Knowledge-Based Systems, 209, s.1-12. <https://doi.org/10.1016/j.knosys.2020.106454>
- Torre-Torres, O. V. D. I., Figueroa, E. G., ve Montoya, D. A. (2015), An Actual Position Benchmark for Mexican Pension Funds Performance, Economía Teoría Y Práctica, (43). <https://doi.org/10.24275/etypuam/ne/432015/delatorre>.
- Vaclavik, M., ve Jablonsky, J. (2012) Revisions of Modern Portfolio Theory Optimization Model, Central European journal of operations research, 20, s.473-483. DOI 10.1007/s10100-011-0227-2.
- Vahidipour, S., Mirzaei, A., ve Rahmati, M. (2014), Comparing Weighted Combination of Hierarchical Clustering Based on Cophenetic Measure, Intelligent Data Analysis, 18(4), s.547-559. <https://doi.org/10.3233/ida-1406,57>.
- Wang, Y. (2023), Select the Optimal Portfolio by Analyzing and Comparing the Better Performance of Markowitz Model and Index Model Under 5 Different Constraints, Advances in Economics, Management and Political Sciences, 13(1), s.364-376. <https://doi.org/10.54254/2754-1169/13/20230753>.
- Xu, Y., Zhao, X., Chen, Y., ve Yang, Z. (2019), Research on A Mixed Gas Classification Algorithm Based on Extreme Random Tree, Applied Sciences, 9(9), 1728, s.1-17. <https://doi.org/10.3390/app9091728>.