

Hastane Polikliniği İçin Kuyruk Modelleri Kullanılarak Bekleme Süresi ve Hizmet Verimliliği Analizi

Waiting Time and Service Efficiency Analysis Using Queuing Models for Hospital Outpatient Clinic

Alkan Durmuş¹

Öz

Bu çalışmada, bir üniversite hastanesinin nöroloji polikliniğindeki bekleme sürelerini azaltmak ve hizmet verimliliğini artırmak amacıyla M/M/m ve G/G/m kuyruk teorisi modelleri incelenmiştir. Farklı doktor sayıları ve hasta yoğunluğu senaryoları değerlendirilmiş, her iki modelin performansı analiz edilmiştir. Düşük ve orta yoğunluk senaryolarında, G/G/m modelinin daha esnek ve etkili olduğu, bekleme sürelerini ve kuyruk uzunluklarını daha düşük seviyelerde tuttuğu gözlemlenmiştir. M/M/m modeli ise düşük yoğunlukta iyi sonuçlar verse de özellikle yüksek hasta yoğunluğu altında kararsızlık göstermiştir. Analizler, doktor sayısının 9 ile 10 arasında tutulmasının, bekleme sürelerini azaltmada ve hizmet verimliliğini artırmada optimal sonuçlar sağladığını ortaya koymuştur. Yüksek yoğunluk senaryolarında ise her iki modelin de yetersiz kalması, daha gelişmiş simülasyon ve optimizasyon yöntemlerinin kullanılmasını gerekli kılmaktadır. Sonuç olarak, poliklinik hizmet süreçlerinin optimize edilmesi için doktor sayısının dikkatli planlanması, hizmet sürelerindeki belirsizliklerin azaltılması ve G/G/m modelinin tercih edilmesi önerilmektedir. Bu çalışma, operasyonel verimliliğin artırılması ve hasta memnuniyetinin iyileştirilmesi adına önemli stratejiler sunmaktadır.

Anahtar Kelimeler: Kuyruk Teorisi Modelleri, Sağlık Hizmetleri Operasyonları, Hasta Bekleme Süreleri, Ayakta Servis Optimizasyonu.

Abstract

In this study, M/M/m and G/G/m queueing theory models are investigated to reduce waiting times and improve service efficiency in the neurology outpatient clinic of a university hospital. Different number of doctors and patient density scenarios are evaluated and the performance of both models is analyzed. In low and medium density scenarios, the G/G/m model was found to be more flexible and efficient, keeping waiting times and queue lengths at lower levels. The M/M/m model, on the other hand, showed good results at low density, but showed instability, especially under high patient density. The analysis revealed that keeping the number of doctors between 9 and 10 provides optimal results in reducing waiting times and improving service efficiency. In high density scenarios, both models are inadequate, necessitating the use of more advanced simulation and optimization methods. As a result, it is recommended that the number of doctors should be carefully planned, uncertainties in service times should be reduced and the G/G/m model should be preferred to optimize outpatient service processes. This study provides important strategies for increasing operational efficiency and improving patient satisfaction.

Keywords: Queueing Theory Models, Healthcare Operations, Patient Waiting Times, Outpatient Service Optimization.

JEL Codes: C61, I10, D24.

Araştırma Makalesi [Research Paper]

Submitted: 18 / 11 / 2024

Accepted: 26 / 05 / 2025

¹Dr., Dokuz Eylül Üniversitesi, Sağlık Uygulama ve Araştırma Hastanesi, İzmir, Türkiye, alkan.durmus@deu.edu.tr, ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-5806-9962>.

Giriş

Hastane poliklinikleri, sağlık hizmetlerinin sunumunda kilit bir rol oynamaktadır ve genellikle hastaların tıbbi yardım almak amacıyla başvurduğu ilk temas noktasıdır. Poliklinikler, hastaların sağlık hizmetlerine erişimini sağlamanın yanı sıra, hasta memnuniyetini ve hastane operasyonlarının genel verimliliğini doğrudan etkilemektedir. Sağlık hizmetlerine olan talep arttıkça, hizmet sağlayıcıları genellikle hastaların zamanında erişimini sağlamakta ciddi zorluklarla karşılaşmaktadır (Palvannan ve Teow, 2012; Fogarty ve Cronin 2007). Bu durumun yönetimi için çoğu zaman yeni başvuruların mevcut bekleme listelerinin sonuna eklenmesi gibi standart bir strateji benimsenmektedir. Ancak, bu yaklaşım, belirli bir klinik öncelik sıralaması yapmayı gerektiren karmaşık triyaj sistemleri ile desteklenmediği sürece sınırlı bir çözüm sunmaktadır (Harding vd., 2017; Harding vd., 2011).

Uzun bekleme süreleri yalnızca hastaların sağlık durumlarını olumsuz etkilemekle kalmamakta, aynı zamanda sağlık hizmetlerinin maliyetlerini de artırmaktadır. Kaynakların klinik bakım yerine bekleme listelerinin yönetimi gibi idari süreçlere yönlendirilmesi bu maliyet artışının temel nedenlerinden biridir (Kreindler, 2008; Lewis vd., 2018). Örneğin, bekleme listelerinin aşırı uzadığı durumlarda geçici çözümler olarak arzın artırılması (örneğin, ek personel istihdamı veya çalışma saatlerinin artırılması) gibi stratejiler uygulanmaktadır. Ancak bu önlemler, sağlık hizmetlerinde arz ve talep arasındaki temel dengesizlikleri ele almadığı için yalnızca geçici bir rahatlama sağlamaktadır. Ek kaynakların geri çekilmesinin ardından, bekleme listelerinin tekrar ortaya çıkması kaçınılmazdır (Kenis, 2006).

Dolayısıyla, bekleme sürelerini yönetmek ve hastaların zamanında hizmet almasını sağlamak için sistematik ve uzun vadeli çözümlere ihtiyaç duyulmaktadır. Bu bağlamda, hizmet talebi ile kaynakların dağılımını dengeleyen köklü değişikliklerin hayata geçirilmesi gereklidir. Bu tür reformlar, sağlık sisteminin daha sürdürülebilir ve etkin bir şekilde çalışmasına katkı sağlayacaktır. Bununla birlikte, birçok hastane, hasta akışını yönetmek ve bekleme sürelerini en aza indirmek konusunda ciddi zorluklar yaşamaktadır. Bu zorluklar, polikliniklerde aşırı yoğunluğa ve dolayısıyla hasta memnuniyetsizliğine yol açarak sağlık hizmetlerinin kalitesini olumsuz etkilemektedir (Green, 2006). Sağlık sistemlerinin yeterli kaynaklara sahip olmaması ve artan hasta yoğunluğunu yönetememesi bu durumu daha da zorlaştırmaktadır (Bahadori ve ark., 2014). Uzayan bekleme süreleri ve hasta kuyrukları, hizmet sunumundaki verim kayıplarının önemli işaretleri arasında yer almakta olup, hasta beklentilerinin karşılanamamasına ve sonuçların olumsuz etkilenmesine neden olabilir (Bleustein ve ark., 2014). Bu nedenle, hastaneler hizmet kalitesini artırmak ve bu verimsizlikleri ortadan kaldırmak için stratejik ve bilimsel yaklaşımlara başvurmalıdır. Bu bağlamda, kuyruk teorisi, sağlık hizmetlerindeki bekleme sürelerini yönetmek ve optimize etmek için etkili bir yöntem olarak öne çıkmaktadır. Kuyruk teorisi, hasta akışı, hizmet süreleri ve bekleme sürelerinin analizi yoluyla sistem performansını iyileştirme imkânı sunmaktadır (Yaduvanshi ve ark., 2019).

Kuyruk teorisi, bekleme hatlarını matematiksel olarak analiz etmeye, rastgele taleplere hizmet veren sistemleri modellemeye odaklanmaktadır (örneğin, varış süreçleri, hizmet mekanizmaları ve kuyruk disiplinleri). Hizmet oluşumları ve süreleri için olasılıksal yapılar belirler ve bir sistemin stokastik hizmet taleplerini karşılama yeteneğini anlamaya yardımcı olmaktadır (Peter ve Sivasamy, 2021). Hizmet sunumunu optimize etmek amacıyla farklı sektörlerde kullanılan kuyruk teorisi, sağlık hizmetlerinde özellikle acil servis, radyoloji ve polikliniklerde bekleme sürelerini azaltmada başarılı bir yöntem olarak öne çıkmaktadır. (Green, 2006). Bu teorik yaklaşımlar, hasta akışını anlamada ve tahmin etmede sağlık yöneticilerine matematiksel modeller sunarak, bekleme sürelerini azaltmak ve hasta memnuniyetini artırmak için etkin çözümler sağlamaktadır (Van Wyk ve Walubo, 2014). Ancak, kuyruk teorisinin etkinliği kanıtlanmış olmasına rağmen, özellikle kaynakların sınırlı olduğu gelişmekte olan ülkelerde bu teorisinin uygulama alanı halen sınırlı kalmaktadır (Komashie ve ark., 2015).

Bu çalışma, bir üniversite hastanesinin nöroloji polikliniğinde ayaktan tedavi süreçlerinde bekleme sürelerinin optimize edilmesine odaklanmaktadır. Ayaktan tedavi süreçlerinde uzun bekleme süreleri, hastaların tedavi süreçlerini geciktirerek sağlık sonuçlarını olumsuz etkileyebilmektedir (Ertaş, 2020). Polikliniklerde bu tür olumsuz deneyimler yaşayan hastalar, sağlık hizmetlerine olan güvenlerini kaybedebilmekte ve bunun sonucunda da memnuniyetleri azalabilmektedir (Keleş & İşlek, 2018). Dolayısıyla, bekleme sürelerini minimize etmek, hasta memnuniyeti ve tedavi sonuçlarını iyileştirmek açısından hayati öneme sahiptir.

Bu çalışmada kullanılan veri seti, randevulu hastalara ait hasta kabul ve hizmet sürelerini içermektedir. Her ne kadar hastalar randevu ile sisteme giriş yapsa da, uygulamada gecikmeler, iptaller, doktorlar arası hizmet süresi farklılıkları ve eş zamanlı gelişler nedeniyle hasta gelişleri ve hizmet süreleri rastlantısal bir yapı sergilemektedir. Bu bağlamda, randevuya dayalı sistemlerde dahi hizmet akışlarının analizinde kuyruk teorisinin kullanımı, sistem

performansının (örneğin bekleme süresi, kaynak kullanımı) ölçülmesi ve darboğazların belirlenmesi açısından geçerliliğini korumaktadır.

Çalışmanın amacı, gerçek bir üniversite hastanesinin nöroloji polikliniğinde yürütülen ayaktan hizmet süreçlerinde kuyruk teorisi modelleri kullanılarak sistem performansının analiz edilmesi ve iyileştirme potansiyelinin ortaya konmasıdır. Nöroloji gibi zaman duyarlılığı yüksek birimlerde, bekleme süresi ve kaynak kullanımı gibi metrikler üzerinden M/M/m ve G/G/m kuyruk modellerinin uygulanabilirliği test edilmiştir. Böylece, randevulu sistemlerde dahi beklenmedik yoğunlukların yönetimine yönelik veriye dayalı bir çözüm önerisi sunulmuştur. Çalışma, sağlık hizmetlerinde operasyonel verimlilik literatürüne katkı sağlamayı ve yöneticilere uygulamaya dönük öneriler geliştirmeyi hedeflemektedir.

1. Literatür

Kuyruk teoremi, kuyruk teorisinin temel kavramlarından biri olup, istasyonlar durumlarda sistemin uç davranışlarını anlamak için kullanılan matematiksel bir çerçeve sunar. Özellikle ağır kuyruk dağılımları, yoğunluk oranı, yeniden deneme gibi parametrelerin varlığında kuyruk uzunluklarının ve bekleme sürelerinin asimptotik özelliklerini analiz etmeye olanak tanır (Miyazawa ve Zhao, 2004; Kim vd., 2010). Bu tür teoremler, Markov yenileme teoremi, Tauberian teoremleri ve subekponensiyel dağılımlar gibi matematiksel araçlarla analiz edilir (Asmussen vd., 1999; Masuyama, 2013; Lelarge, 2007; Lelarge, 2009). Kuyruk teoremi, sistem performansı, istikrar ve güvenilirlik açısından stratejik bilgiler sunar. Bu kapsamda, kuyruk sistemlerinin tasarımı ve optimizasyon süreçlerinde teorik kuyruk sonuçlarının kullanılması, sağlık hizmetleri başta olmak üzere birçok sektörde karar destek sistemlerinin temelini oluşturmaktadır (Miyazawa & Zhao, 2004; Kim vd., 2010).

Kuyruk teorisi, sağlık sektöründe özellikle hasta akışının yönetimi, hizmet verimliliğinin artırılması ve bekleme sürelerinin azaltılması amacıyla yaygın olarak kullanılmaktadır. Bu kapsamda, sistematik modellemeler, hasta memnuniyetini artıran ve kaynak kullanımını optimize eden stratejilerin geliştirilmesini sağlamaktadır. Acil servislere hasta bekleme süresinin analizi için geliştirilen modellerde, birden fazla hizmet noktasını ve hastaların kuyruktan ayrılma davranışlarını dikkate alan yapıların geliştirildiği görülmektedir (Wiler vd., 2015). Fitzgerald vd. (2017), hızlı hizmet yolları için Monte Carlo analizine dayanan kuyruk modelleri önererek acil servislere hasta hizmet hızının artırılabilirliğini göstermiştir. Ayakta tedavi hizmetlerinde, Cho vd. (2017), elektronik tıbbi kayıt sistemlerinin entegrasyonunun bekleme sürelerini %44 ila %78 oranında azalttığını belirtmiştir. Lee vd. (2018) ise kuyruk teorisine dayalı özelleştirilmiş stratejilerin hasta akışına dair parametrelerin daha iyi anlaşılmasını sağladığını vurgulamıştır.

COVID-19 gibi sağlık krizleri sırasında da kuyruk modelleri önemli bir rol üstlenmiştir. Ghasemi vd. (2023), Jackson kuyruk ağına dayalı bir model önererek salgın ortamında kaynak kullanımının optimizasyonuna katkı sunmuştur. Benzer şekilde, Gombolay vd. (2014), doğum sürecindeki hasta-personel dağılımını kuyruk modelleri ile analiz etmiş, Bahadori vd. (2014) ise hastane eczanelerinde stratejik personel ayarlamalarıyla bekleme sürelerinin azaltılabileceğini göstermiştir. Teyin vd. (2022), İstanbul'daki kamu hastanelerinde polikliniklerde bekleme süresi analizleri yapmış, Kocaer ve Koruca (2023) ise geliştirdikleri simülasyon yazılımı ile hizmet verimliliğinin artırılabilirliğini ortaya koymuştur. Oğuz vd. (2021), kalite maliyetleri çerçevesinde bekleme süresinin hastane yönetimi için önemli bir gösterge olduğunu belirtmiştir.

Polikliniklerde hasta akışının modellenmesi için farklı kuyruk teorisi modelleri kullanılmaktadır. M/M/1 modeli tek hizmet noktalı sistemler için uygunken, M/M/c modeli çoklu hizmet noktalarında daha gerçekçi analizler sunar (Teyin vd., 2022). Bu bağlamda, G/G/m modeli hasta geliş ve hizmet sürelerindeki değişkenlikleri dikkate alarak daha esnek bir yapı sunar (Lin vd., 2019; Dellaert vd., 2016). M/G/∞ ve M/M/c/K gibi modeller de literatürde sağlık sistemleri için sıkça kullanılmaktadır (Wiler vd., 2013; Aguilera vd., 2019). Palvannan ve Teow (2012), M/M/m modelinin hizmet kapasitesi planlamasında, Green (2006) ise halk sağlığı krizlerinde bu modelin kapasite ihtiyaçlarını tahmin etmede kullanıldığını ifade etmiştir.

Hassan vd. (2022), kuyruk yönetim sistemlerinin hasta memnuniyeti üzerindeki etkisini ortaya koymuş; Khan vd. (2020), TORA yazılımı ve M/M/c modelini kullanarak resepsiyonist ve doktor sayısının artırılmasının hasta sıklığının azalttığını göstermiştir. Wang vd. (2009), teletıbbin hasta yoğunluğunu azaltmadaki etkisini, Bahadori vd. (2014) ise eczanelerdeki reçete işleme sürelerinin kuyruk modelleri ile analizini aktarmıştır. Son olarak, Nasrudin vd. (2023), akıllı bekleme sistemlerinin sağlık sektöründe yenilikçi çözümler sunduğunu belirtmiştir. Tüm

bu çalışmalar kuyruk teorisinin hasta akışını optimize etmede, hizmet kalitesini artırmada ve sağlık yöneticilerine stratejik kararlar almada değerli katkılar sunduğunu göstermektedir.

Bu çalışmalar, kuyruk teorisinin sağlık hizmetlerinde hasta akışını yönetmek ve verimliliği artırmak için önemli bir araç olduğunu göstermektedir. Sağlık hizmetlerinde kuyruk teorisinin uygulanması, hasta memnuniyetini artırmak ve operasyonel süreçleri optimize etmek için kritik öneme sahiptir.

2. Yöntem

Kuyruk teoremi, kuyruk teorisinin temel kavramlarından biri olup, istasyonlar durumlarında sistemin uç davranışlarını anlamak için kullanılan matematiksel bir çerçevedir. Özellikle ağır kuyruk dağılımları, yoğunluk oranı, yeniden deneme gibi parametrelerin varlığında kuyruk uzunluklarının ve bekleme sürelerinin asimptotik özelliklerini analiz etmeye olanak tanır (Miyazawa ve Zhao, 2004; Kim vd., 2010). Bu tür teoremler, Markov yenileme teoremi, Tauberian teoremleri ve subekponensiyel dağılımlar gibi matematiksel araçlarla analiz edilir (Asmussen vd., 1999; Masuyama, 2013; Lelarge, 2007; Lelarge, 2009). Kuyruk teoremi, sistem performansı, istikrar ve güvenilirlik açısından stratejik bilgiler sunar. Bu kapsamda, kuyruk sistemlerinin tasarımı ve optimizasyon süreçlerinde teorik kuyruk sonuçlarının kullanılması, sağlık hizmetleri başta olmak üzere birçok sektörde karar destek sistemlerinin temelini oluşturmaktadır (Miyazawa & Zhao, 2004; Kim vd., 2010).

Kuyruk teorisi, sağlık sektöründe özellikle hasta akışının yönetimi, hizmet verimliliğinin artırılması ve bekleme sürelerinin azaltılması amacıyla yaygın olarak kullanılmaktadır. Sistemik modellemeler, hasta memnuniyetini artıran ve kaynak kullanımını optimize eden stratejilerin geliştirilmesini sağlar. Acil servislerde, birden fazla hizmet noktası ve hastaların kuyruktan ayrılma davranışlarını içeren modeller geliştirilmiştir (Wiler vd., 2015). Fitzgerald vd. (2017), hızlı hizmet yolları için Monte Carlo analizine dayanan kuyruk modelleri önererek hizmet hızının artırılabilirliğini göstermiştir. Ayakta tedavi hizmetlerinde, elektronik tıbbi kayıt sistemlerinin entegrasyonu bekleme sürelerini azaltmaktadır (Cho vd., 2017). Kuyruk teorisine dayalı özelleştirilmiş stratejiler ise hasta akış parametrelerinin daha iyi anlaşılmasına katkı sağlar (Lee vd., 2018).

COVID-19 gibi sağlık krizlerinde kuyruk modelleri önemli rol oynamıştır. Ghasemi vd. (2023), Jackson kuyruk ağına dayalı modeliyle kaynak kullanımını optimize etmiştir. Gombolay vd. (2014), doğum sürecindeki hasta-personel dağılımını kuyruk modelleriyle analiz etmiş; Bahadori vd. (2014), hastane eczanelerinde stratejik personel planlamasının bekleme sürelerini azalttığını göstermiştir. İstanbul'daki kamu hastanelerinde poliklinik analizleri yapan Teyin vd. (2022), simülasyon yazılımı ile hizmet verimliliğini artıran Kocaer ve Koruca (2023) ve kalite maliyetleri çerçevesinde bekleme süresinin yönetim göstergesi olduğunu belirten Oğuz vd. (2021) sağlık yönetiminde kuyruk modellerinin uygulama gücünü ortaya koymuştur.

Polikliniklerde hasta akışı için farklı kuyruk modelleri kullanılmaktadır. M/M/1 modeli tek hizmet noktalı sistemler için, M/M/c modeli ise çoklu hizmet noktaları için uygundur (Teyin vd., 2022). G/G/m modeli, geliş ve hizmet sürelerindeki değişkenlikleri dikkate alarak daha esnek yapı sunar (Lin vd., 2019; Dellaert vd., 2016). M/G/∞ ve M/M/c/K gibi modeller sağlık sistemlerinde yaygın olarak kullanılmaktadır (Wiler vd., 2013; Aguilera vd., 2019). M/M/m modeli, hem hizmet kapasitesi planlamasında (Palvannan ve Teow, 2012) hem de kriz durumlarında kapasite ihtiyacının öngörülmesinde (Green, 2006) etkilidir.

Kuyruk teorisinin hasta memnuniyeti üzerindeki etkisi de dikkate değerdir. Kuyruk yönetim sistemlerinin bu alandaki etkisi (Hassan vd., 2022), TORA yazılımı ile yapılan kapasite optimizasyonları (Khan vd., 2020), teletıbbın hasta yoğunluğunu azaltma gücü (Wang vd., 2009) ve akıllı bekleme sistemlerinin sunduğu çözümler (Nasrudin vd., 2023) bu katkıyı göstermektedir. Kuyruk teorisi, sağlık yöneticilerine stratejik karar alma süreçlerinde güçlü bir destek sunarak, hizmet kalitesini ve hasta memnuniyetini artırmakta önemli bir araç haline gelmiştir.

G/G/m Modeli: $G/G/m$ kuyruk modeli, çoklu sunucularla birlikte genel varış ve hizmet süresi dağılımları ile karakterize edilen kuyruk teorisinde karmaşık ve çok yönlü bir çerçeveyi temsil etmektedir. Bu model, hem müşterilerin geliş sürelerinin hem de hizmet sürelerinin rastgele bir dağılım izleyebildiği sistemlerin analizinde özellikle önemlidir ve telekomünikasyon, imalat ve hizmet endüstrileri gibi çok çeşitli gerçek dünya senaryolarına uygulanabilmektedir.

$G/G/m$ kuyruk sisteminde, G notasyonu varış sürecinin genel bir dağılım tarafından yönetildiğini gösterirken, ikinci G hizmet sürelerinin de genel bir dağılım tarafından tanımlandığını göstermektedir. Parametre m , gelen

müşterilere hizmet vermek için mevcut sunucu sayısını ifade etmektedir. Bu esneklik hem müşterilerin gelişinin hem de onlara hizmet vermek için geçen sürenin büyük ölçüde değişebildiği, gerçek hayattaki operasyonların karmaşıklığını yansıtan çeşitli hizmet ortamlarının modellenmesine olanak tanımaktadır (Chan & Closser (2013).

$G/G/m$ kuyruklarıyla ilgili başlıca zorluklardan biri, kesin performans ölçütlerinin türetilmesindeki güçlülüdür. Kapalı form çözümlerinin genellikle mevcut olduğu $M/M/1$ veya $M/G/1$ gibi daha basit kuyruk modellerinin aksine, $G/G/m$ kuyrukları tipik olarak ortalama bekleme süresi, kuyruk uzunluğu ve sistem kullanımı gibi temel performans göstergelerini tahmin etmek için sayısal yöntemlerin veya simülasyon tekniklerinin kullanılmasını gerektirir (A.Divya, 2015). Bu karmaşıklık, varış ve hizmet süresi dağılımlarının genel yapısından kaynaklanır ve bu dağılımlar doğrudan analitik çözümlere elverişli değildir.

$G/G/m$ kuyruklarını etkili bir şekilde analiz etmek için araştırmacılar genellikle çeşitli yaklaşım teknikleri kullanmaktadır. Örneğin, belirli koşullar altında, bir $G/G/1$ kuyruğunun özelliklerinin, hizmet süresi dağılımının hafızasız (üstel) olduğu varsayılan bir $G/M/1$ kuyruğunun özelliklerine yaklaştırılabileceği belirtilmiştir (Benaouicha & Aissani, 2005). Bu yaklaşım analizi basitleştirebilir ve özellikle hizmet süreleri aşırı değişken olmadığında sistem davranışına ilişkin faydalı bilgiler sağlayabilmektedir.

$G/G/m$ kuyruklarının performansı varış oranı ve hizmet oranından önemli ölçüde etkilenir. Varış oranı m sunucunun birleşik hizmet kapasitesini aştığında, sistem tıkanabilir, bu da bekleme sürelerinin artmasına ve kuyrukların uzamasına neden olmaktadır. Tersine, hizmet oranı yeterince yüksekse, sistem istikrarlı bir durumu koruyabilir ve müşterilere derhal hizmet verilmesini sağlayabilmektedir (Muninggar vd., 2019).

Ayrıca, müşteri sabırsızlığı kavramı $G/G/m$ kuyruk modellerinde önemli bir husustur. Müşteriler, bekleme süreleri belirli bir eşiği aşarsa kuyruktan ayrılmayı seçebilir ve bu da genel sistem verimliliğinde bir azalmaya yol açabilmektedir. Müşterilerin kuyruğu terk etme davranışının analizi, hem kuyruğun performans ölçütlerini hem de genel müşteri deneyimini etkilediği için önemli bir araştırma alanı haline gelmiştir (Boxma vd., 2010). Bu husus, olumlu bir müşteri deneyiminin sürdürülmesinin iş başarısı için elzem olduğu hizmet odaklı sektörlerde özellikle önemlidir.

$G/G/m$ kuyruklarının matematiksel modellemesi genellikle stokastik süreçlerden, özellikle de yenileme teorisi ve Markov zincirlerinden teknikler içermektedir. Bu yaklaşımlar, varış ve hizmet dağılımlarının genel doğası nedeniyle matematiksel olarak yoğun olabilmelerine rağmen, kararlı durum dağılımlarının ve performans ölçümlerinin türetilmesini kolaylaştırmaktadır (Mijit, 2013). Hesaplama yöntemleri ve algoritmalarındaki son gelişmeler, araştırmacıların performans ölçütlerinin daha doğru tahminlerini elde etmelerini sağlayarak $G/G/m$ kuyruk modellerinin pratikte uygulanabilirliğini artırmaktadır.

Pratik uygulamalarda, $G/G/m$ kuyrukları telekomünikasyon, sağlık ve imalat dahil olmak üzere çeşitli sektörlerde yaygındır. Örneğin, telekomünikasyonda veri paketlerinin gelişi, paketlerin rastgele aralıklarla geldiği ve değişen miktarlarda işlem süresi gerektirdiği bir $G/G/m$ kuyruğu olarak modellenebilir. Bu tür kuyrukların davranışını anlamak, dalgalanan trafik yüklerini kaldırabilecek verimli ağ sistemleri tasarlamak için kritik öneme sahiptir (Luo & Tang, 2010).

Kuyruk teorisindeki araştırmalar gelişmeye devam ettikçe, $G/G/m$ kuyruklarının karmaşıklığını ele almak için yeni metodolojiler ve teorik çerçeveler geliştirilmektedir. Örneğin, kuyruk davranışını tahmin etmek ve hizmet süreçlerini optimize etmek için makine öğrenimi tekniklerinin uygulanması yeni bir ilgi alanıdır. Bu gelişmeler, kuruluşların müşteri etkileşimlerini ve hizmet sunumunu yönetme biçiminde devrim yaratma potansiyeline sahiptir (John & Sudhahar, 2012).

$G/G/m$ modeli, $M/M/m$ modelinden farklı olarak geliş ve hizmet sürelerinin değişkenliklerini (Ca^2 ve Cs^2) dikkate almaktadır. Bu modelin formülleri aşağıdaki gibidir:

1. Yoğunluk Faktörü (ρ)

Yoğunluk faktörü, sistemdeki hasta yükünü göstermektedir:

$$\rho = \frac{\lambda}{m \cdot \mu} \quad (1)$$

λ (Lambda): Hasta gelişi hızı (ortalama hasta sayısı).

m : Doktor sayısı (sunucular).

μ (Mu): Hizmet hızı (doktor başına saatlik hizmet verilen hasta sayısı).

2. Ortalama Bekleme Süresi (W_q)

G/G/m modelinde bekleme süresi, geliş ve hizmet sürelerindeki varyasyonu (C_a^2 ve C_s^2) dikkate alarak şu formülle hesaplanmaktadır:

$$W_q = \frac{C_a^2 + C_s^2}{2} + \frac{p_0 \cdot \frac{(\lambda/\mu)^m}{m!}}{m \cdot \mu \cdot (1-p)} \quad (2)$$

C_a^2 : Geliş sürelerinin değişkenliği.

C_s^2 : Hizmet sürelerinin değişkenliği.

3. Toplam Sistemde Kalma Süresi (W):

Sistemde kalma süresi, sırada bekleme süresi ve hizmet süresinin toplamıdır:

$$W = W_q + \frac{1}{\mu} \quad (3)$$

4. Kuyrukta Bekleyen Ortalama Hasta Sayısı (L_q)

Kuyrukta bekleyen hasta sayısı:

$$L_q = \lambda \cdot W_q \quad (4)$$

5. Sistem İçindeki Toplam Hasta Sayısı (L)

Sistem içinde bekleyen ve hizmet alan toplam hasta sayısı:

$$L = \lambda \cdot W \quad (5)$$

M/M/m Modeli: M/M/m kuyruk modeli, gelişlerin ve hizmet sürelerinin üstel dağılımları takip ettiği sistemleri analiz etmek için yaygın olarak kullanılan kuyruk teorisinde temel bir kavramdır. Bu model üç parametre ile karakterize edilir: ilk "M" varış sürecinin Markovian (hafızasız) olduğunu, ikinci "M" hizmet sürelerinin de Markovian olduğunu ve "m" gelen müşterilere hizmet vermek için mevcut sunucu sayısını gösterir. Bu çerçeve özellikle müşteri bekleme sürelerini ve hizmet verimliliğini anlamının çok önemli olduğu çağrı merkezleri, hastaneler ve bilgisayar ağları gibi çeşitli hizmet odaklı ortamlarda uygulanabilir (Gross vd., 2011).

Bir M/M/m kuyruğunda, müşteriler sabit bir ortalama varış oranı (λ) ile karakterize edilen bir Poisson sürecine göre gelirler. Hizmet süreleri üstel olarak dağıtılır, yani her bir müşteriye hizmet vermek için geçen süre ortalama bir hizmet oranı (μ) ile bağımsız ve özdeş olarak dağıtılır. Model, gelen talepleri karşılamak için m adet sunucunun mevcut olduğunu varsayar. Yeni bir müşteri geldiğinde tüm sunucular meşgulse, bu müşteri sunuculardan biri müsait olana kadar kuyrukta beklemek zorundadır (Gross vd., 2011).

M/M/m modelinden türetilen temel performans ölçütlerinden biri, hem hizmet verilen hem de sırada bekleyenleri içeren sistemdeki ortalama müşteri sayısıdır (L). Bir diğer önemli ölçüt ise bir müşterinin sistemde geçirdiği ortalama süredir (W) ve bu süre $L = \lambda$ şeklinde ifade edilen Little Kanunu kullanılarak hesaplanabilir. Ayrıca, özellikle müşteri sayısının sunucuların kapasitesini aştığı senaryolarda engelleme olasılığı olarak bilinen hizmet için beklemek zorunda kalma olasılığı da hesaplanabilir (Garnet vd., 2002).

M/M/m kuyruklarının analizi genellikle çeşitli performans ölçütlerini hesaplamak için bir araç sağlayan Erlang formüllerinin kullanımını içerir. Örneğin, Erlang B ve Erlang C formülleri sınırlı kapasiteli sistemlerde tıkanma olasılığını (Erlang B) ve sonsuz kapasiteli sistemlerde beklenen bekleme sürelerini (Erlang C) belirlemek için kullanılır (Garnet vd., 2002). Bu formüller özellikle müşteri bekleme sürelerini ve hizmet seviyelerini yönetmenin müşteri memnuniyetini korumak için kritik önem taşıdığı çağrı merkezi operasyonlarında kullanışlıdır.

Ayrıca, M/M/m modeli, müşterilerin bekleme sürelerinin belirli bir eşiği aşması halinde kuyruğu terk edebilecekleri müşteri sabırsızlığı gibi özellikleri içerecek şekilde genişletilebilir. Bu, müşteri sabrı için üstel bir dağılım içeren M/M/m + M modeline yol açar. Bu tür uzantılar, müşteri davranışının hizmet dinamiklerini önemli ölçüde etkilediği gerçek dünya senaryolarını doğru bir şekilde modellemek için gereklidir (Takagi, 2014).

M/M/m kuyruk modelinin çok yönlülüğü, çeşitli operasyonel bağlamlara uyarlanabilmesini sağlar. Örneğin, telekomünikasyonda, veri paketlerinin gelişini ve birden fazla sunucu tarafından işlenmesini modellemek için

kullanılabilir. Sağlık hizmetlerinde, acil servislerdeki hasta varışlarını ve tedavi sürelerini temsil edebilir (Garnet vd., 2002). M/M/m sistemlerinin analizinden elde edilen bilgiler, kaynak tahsisini optimize etmek, hizmet verimliliğini artırmak ve genel müşteri deneyimini geliştirmek için çok değerlidir.

1. Yoğunluk Faktörü (ρ)

Bu faktör, sistemin ne kadar dolu olduğunu gösterir:

$$\rho = \frac{\lambda}{m \cdot \mu} \quad (6)$$

λ (Lambda): Hasta geliş hızı (ortalama günlük hasta sayısı).

m : Doktor sayısı (sunucular).

μ (Mu): Hizmet hızı (doktor başına saatlik hizmet verilen hasta sayısı).

2. Sistemde Hiç Müşteri Olmama Olasılığı (P_0)

$$P_0 = \left[\sum_{n=0}^{m-1} \frac{(\lambda/\mu)^n}{n!} + \frac{(\lambda/\mu)^m}{m! \cdot (1-\rho)} \right] \quad (7)$$

Bu formül, sistemde hiç müşteri bulunmama olasılığını verir. Bir sistemin performansını analiz ederken, bu olasılığı bilmek önemlidir çünkü sistemin boş kalma olasılığını ve verimliliğini gösterir. Eğer λ , μ oranına çok yakınsa, bu olasılık azalır ve sistem genellikle dolu olur.

3. Ortalama Bekleme Süresi (W_q)

Hastaların sırada bekleme süresi şu formülle hesaplanır:

$$W_q = \frac{P_0 \cdot \frac{(\lambda/\mu)^m}{m!}}{m \cdot \mu \cdot (1-\rho)} \quad (8)$$

4. Toplam Sistemde Kalma Süresi (W)

Hastaların toplam sistemde kalma süresi (sırada bekleme süresi + hizmet süresi):

$$W = W_q + \frac{1}{\mu} \quad (9)$$

5. Sırada Bekleyen Ortalama Hasta Sayısı (L_q)

Sırada bekleyen hasta sayısı şu formülle hesaplanmaktadır:

$$L_q = \lambda \cdot W_q \quad (10)$$

6. Sistem İçindeki Toplam Hasta Sayısı (L)

Sistem içindeki toplam hasta sayısı:

$$L = \lambda \cdot W \quad (11)$$

3 Uygulama

Bu çalışmada, bir üniversite hastanesinin nöroloji polikliniğinden elde edilen hasta kabul ve bekleme sürelerine ilişkin veri seti kullanılmıştır. Veri seti, Ocak 2023 ile Ekim 2024 tarihleri arasında poliklinikte randevulu hastalara yönelik kayıtları içermektedir. Toplamda 25.812 hasta randevusuna ilişkin veriler analiz edilmiştir. Veri seti, 18.367 hasta geliş ve iki yıllık bir süreyi kapsayarak poliklinik hizmetlerinin zaman içerisindeki değişkenliğini analiz etmek için kullanılmıştır.

Bu çalışmada kullanılan veri seti, bir üniversite hastanesinin nöroloji polikliniğine ait Ocak 2023 ile Ekim 2024 tarihleri arasındaki gerçek randevu ve kabul sürelerini içermektedir. Veriler temizlenmiş ve analiz için eksiksiz kabul edilmiştir. Çalışmanın amacı, bekleme süreleri ve hizmet verimliliği açısından M/M/m ve G/G/m kuyruk modellerini karşılaştırarak, poliklinikteki hizmet süreçlerinin iyileştirilmesine katkıda bulunmaktır. Analizler sonucunda, her iki modelin bekleme süreleri ve verimlilik üzerindeki etkileri değerlendirilerek, hizmet süreçlerini optimize etmek için en uygun model belirlenecektir.

Veri setinde hastaların hastaneye geldikleri tarih ve saat bilgisi, poliklinik hizmeti verilen birimin kodu, hastaya hizmet sunan polikliniğin adı, randevu saati, kayıt zamanı, poliklinikte kabul edildikleri gerçek zaman gibi bilgiler yer almaktadır. Ayrıca, randevu saati ile kabul saati arasındaki fark (dakika cinsinden), kayıt zamanı ile kabul zamanı arasındaki fark ve muayene süreleri de veri setinde bulunmaktadır. Bu veriler, polikliniğin hizmet verimliliğini artırmak amacıyla bekleme sürelerini analiz etmek ve potansiyel iyileştirme alanlarını belirlemek için kullanılmıştır.

Veri seti üzerinde yapılan veri temizleme işlemleri, analiz sonuçlarının güvenilirliğini ve doğruluğunu artırmak amacıyla gerçekleştirilmiştir. İlk olarak, randevu kabul farkı (Randevu Kabul Fark Dakika) sütununda yer alan negatif değerler incelenmiştir. Bu sütun, hastaların randevu saati ile kabul saati arasındaki farkı ifade etmektedir. Negatif değerler, hastaların planlanan randevu saatinden önce kabul edildiklerini göstermektedir. Ancak, aşırı negatif değerler (örneğin, birkaç saat önce kabul edilen hastalar) gerçek dışı veya anlamlı olmayan verilere işaret edebileceğinden, veri temizliği kapsamında bu değerler değerlendirilmiştir. -30 dakikaya kadar olan erken kabul vakalarının gerçekçi kabul edilebileceği varsayımıyla, randevu kabul farkı -30 dakikadan daha düşük olan veriler veri setinden çıkarılmıştır.

Hizmet süreleri (Muayene Süresi) sütununda ise negatif değerlerin bulunması mümkün olmadığından, bu sütunda yer alan tüm negatif değerler temizlenmiştir. Ayrıca, mantıksız veya olağan dışı kısa süreler de incelenmiştir ve hizmet süresi 0'dan küçük olan tüm kayıtlar veri setinden çıkarılmıştır.

Bu temizleme işlemleri sonucunda, toplamda 15.220 kayıt analiz için kullanılabilir hale getirilmiştir. Bu adım, veri kalitesini artırarak, analiz sonuçlarının daha doğru ve anlamlı olmasını sağlamıştır.

Tablo 1. Tanımlayıcı İstatistikler

İstatistik	Randevu Kabul Fark (Dakika)	Kayıt Kabul Fark (Dakika)	Muayene Süresi
Veri Sayısı (n)	15220	15220	15220
Ortalama (mean)	13.46	36.09	20.78
Standart Sapma (std)	34.15	39.69	2.64
Minimum (min)	-30.0	0.15	10.0
1. Çeyrek (25%)	-5.75	10.5	21.08
Medyan (50%)	7.28	24.92	21.48
3. Çeyrek (75%)	24.48	47.45	22.22
Maksimum (max)	1436.5	450.7	39.67

Temizlenmiş veri seti üzerinde yapılan tanımlayıcı istatistikler, hastaların randevu kabul ve muayene süreleri hakkında daha net ve gerçekçi bir görünüm sunmaktadır. Randevu kabul farkı (Randevu Kabul Fark Dakika) incelendiğinde, ortalama farkın 13.46 dakika olduğu görülmektedir. Bu, genel olarak hastaların randevu saatinden yaklaşık 13 dakika sonra kabul edildiklerini göstermektedir. Standart sapmanın 34.15 dakika olması, kabul sürelerinde hâlâ belirli bir varyasyon olduğunu işaret etmektedir. Ancak minimum değerlerin -30 dakikada sabitlenmesi, erken kabul vakalarının daha makul bir sınır içinde tutulduğunu göstermektedir. Çeyrek dilimlerin incelendiğinde, %25'lik dilimde randevu kabul farkının -5.75 dakika olduğu, bu da birçok hastanın randevu saatine yakın bir zaman diliminde kabul edildiğini ortaya koymaktadır.

Kayıt kabul farkı (Kayıt Kabul Fark Dakika) açısından ortalama bekleme süresi 36.09 dakika olarak hesaplanmıştır. Bu süre, hastaların kayıt yaptırdıktan sonra kabul edilmeleri için geçen zamanın yaklaşık yarım saate yakın olduğunu göstermektedir. Standart sapma 39.69 dakika olarak belirlenmiş olup, bekleme sürelerinde önemli bir varyasyon olduğu görülmektedir. Çeyrek dilimlerde, %25'lik dilimde kayıt kabul farkının 10.5 dakika olduğu, birçok hastanın kayıt sonrası kabul süresinin kısa olduğunu göstermektedir.

Muayene süresi (Muayene Süresi) açısından bakıldığında, ortalama süre 20.78 dakika olarak hesaplanmıştır. Standart sapmanın 2.64 dakika gibi düşük bir değerde olması, muayene sürelerinin daha tutarlı olduğunu göstermektedir. Minimum 10 dakika ile maksimum 39.67 dakika arasında değişen muayene süreleri, çoğu hastanın yaklaşık 21 dakika içinde muayene edildiğini göstermektedir. Temizlenmiş veriler ışığında, bu analiz poliklinik hizmetlerinde daha tutarlı ve verimli süreçlerin varlığını ortaya koymaktadır.

Bu istatistikler, veri temizliği sonrasında daha güvenilir sonuçlar elde edilmesini sağlamış ve özellikle hizmet süreleri ve bekleme süreleri arasındaki dengesizliklerin minimize edildiğini göstermiştir.

Bu çalışmada, bir üniversite hastanesinin polikliniğinde hasta geliş ve hizmet sürelerini analiz etmek amacıyla M/M/m ve G/G/m kuyruk modelleri karşılaştırılmıştır. Gerçek verilere dayanan bu analizler, poliklinikteki hizmet süreçlerinin iyileştirilmesi ve verimliliğinin artırılması amacıyla gerçekleştirilmiştir. İlk olarak, hasta geliş sürelerinin Poisson dağılımına uygunluğu test edilmiştir.

Tablo 2. Hasta Geliş Sürelerinin Poisson Dağılımına Uygunluk Testi Sonuçları

İstatistiksel Değer	Sonuç
Ortalama Geliş Oranı (λ)	13.46
K-S İstatistiği	0.478
p-değeri	0

Tablo 1'de görüldüğü üzere, poliklinikte hasta gelişlerine ilişkin ortalama geliş oranı $\lambda = 13.46$ olarak hesaplanmıştır. Kolmogorov-Smirnov (K-S) testi sonucunda, K-S istatistiği 0.478 ve p-değeri 0.000 olarak bulunmuştur. Elde edilen p-değerinin 0.05 anlamlılık düzeyinin altında olması, hasta geliş sürelerinin Poisson dağılımına istatistiksel olarak uymadığını göstermektedir. Bu sonuç, sistem modellemesinde geliş sürecinin farklı bir dağılımla temsil edilmesi gerektiğine işaret etmektedir.

Daha sonra, farklı dağılımlar test edilmiştir. Gamma dağılımı için yapılan testte K-S istatistiği 0.971 ve p-değeri 0.0 bulunmuş, bu da Gamma dağılımının uygun olmadığını göstermiştir. Normal dağılım için yapılan testte K-S istatistiği 0.216 ve p-değeri 0.0 bulunmuştur, bu sonuç da normal dağılımın uygun olmadığını ortaya koymuştur. Daha olumlu sonuçlar ise Weibull ve Beta dağılımlarından elde edilmiştir. Weibull dağılımı için K-S istatistiği 0.026 ve p-değeri 4.34×10^{-6} olarak bulunmuş, Beta dağılımı için ise K-S istatistiği 0.027 ve p-değeri 1.60×10^{-6} olarak hesaplanmıştır.

Tablo 3. Hasta Geliş Süreleri İçin Dağılım Uygunluk Testi Sonuçları

Dağılım Türü	K-S İstatistiği	p-değeri	Uygunluk Değerlendirmesi
Poisson Dağılımı	0.478	0	Uygun Değil
Gamma Dağılımı	0.971	0	Uygun Değil
Normal Dağılım	0.216	0	Uygun Değil
Weibull Dağılımı	0.026	4.34×10^{-6}	Uygun
Beta Dağılımı	0.027	1.60×10^{-6}	Uygun

Tablo 3'teki dağılımlar, hasta geliş süreçleri için daha iyi bir uyum göstermiştir. Ancak her iki dağılım da mükemmel bir uyum sağlamadığı için, M/M/m modeli hasta geliş süreçleri açısından sınırlı bir model olarak kalmıştır. G/G/m modeli ise hasta geliş sürelerinde herhangi bir dağılım varsayımı yapmadığı için daha esnek bir seçenek sunmaktadır.

Hizmet süreleri için yapılan üstel dağılım testi de benzer sonuçlar vermiştir. K-S testi sonuçlarına göre, K-S istatistiği 0.495 ve p-değeri 0.0 olarak hesaplanmış, bu da hizmet sürelerinin üstel dağılıma uymadığını göstermektedir.

Tablo 4. Hizmet Süreleri İçin Üstel Dağılım Uygunluk Testi Sonuçları

Dağılım Türü	K-S İstatistiği	p-değeri	Uygunluk Değerlendirmesi
Üstel Dağılım	0.495	0	Uygun Değil

Tablo 4'teki bulgular, hizmet süreleri açısından da M/M/m modelinin geçerli olmadığını ortaya koymaktadır.

Sonuç olarak, her iki modelin gerçek verilere dayalı olarak analiz edilmesi planlanmıştır. Hasta geliş ve hizmet sürelerinde M/M/m modelinin dağılım varsayımlarına uymadığı göz önünde bulundurularak, G/G/m modeli, dağılım varsayımı yapmadan daha esnek bir çözüm sunmaktadır. Ancak, poliklinik süreçlerinin ayrıntılı bir şekilde analiz edilmesi amacıyla hem M/M/m hem de G/G/m modelleri uygulanarak, iki modelin bekleme süreleri ve hizmet verimliliği üzerindeki etkileri karşılaştırılacaktır. Bu sayede, hizmet süreçlerinin iyileştirilmesi için daha uygun bir model belirlenebilecektir.

M/M/m modeli, rastgele gelişler ve rastgele hizmet süreleri ile çok sayıda sunucunun (doktorların) olduğu sistemler için kullanılan bir kuyruk modelidir. Bu modelde:

Lambda (λ): Ortalama hasta geliş hızı.

Mu (μ): Ortalama hizmet hızı (doktor başına saatlik hizmet verilen hasta sayısı).

m: Sunucu (doktor) sayısı.

Analize başlamadan önce veriyi ve yukarıdaki varsayımları kullanarak mevcut durum için M/M/m kuyruk teorisi analizini gerçekleştireceğiz.

Öncelikle, lambda ve mu değerlerini hesaplayarak, modelin temel bileşenlerini belirleyeceğim. Ardından, doktor sayısı varsayıldığı gibi 4 olacak ve modeldeki diğer bileşenler hesaplanacaktır.

Mevcut durum için yapılan hesaplamalar sonucunda:

Lambda (λ): saatlik 2.19 hasta.

Mu (μ): Her bir doktor saatte ortalama saatte 2.89 hastaya hizmet verebilmektedir.

m: Sistem 4 doktor ile hizmet vermektedir.

M/M/m kuyruk teorisi modeli kullanılarak yapılan analiz sonuçları şu şekildedir:

Tablo 5. M/M/m Kuyruk Teorisi Analiz Sonuçları

Kuyruk Teorisi Değeri	Değer
Yoğunluk Faktörü (ρ)	2.9733
Boş Sistem Olasılığı (P_0)	-0.0171
Ortalama Bekleme Süresi (Wq)	0.6485 saat
Toplam Sistemde Kalma Süresi (W)	1.0075 saat
Kuyrukta Bekleyen Ortalama Hasta Sayısı (Lq)	21.4830 hasta
Sistem İçindeki Toplam Hasta Sayısı (L)	33.3762 hasta

Tablodaki kuyruk teorisi metriklerine dayanarak yapılan analizler, poliklinikteki mevcut hizmet süreçlerinin aşırı yük altında olduğunu ve kapasitenin yetersiz kaldığını göstermektedir. Yoğunluk faktörü ($\rho = 2.9733$), sistemin aşırı yüklendiğini ve mevcut doktorların hizmet talebini karşılayamadığını işaret etmektedir. Teorik olarak, yoğunluk faktörünün 1'den büyük olması, sistemin hizmet sunum kapasitesinin aşıldığını ve bu durumun hastaların bekleme sürelerinde artışa yol açtığını göstermektedir.

Boş sistem olasılığı ($P_0 = -0.0171$) negatif bir değer olarak hesaplanmıştır, bu da modelde bir kararsızlık durumu olduğunu göstermektedir. Negatif olasılık değeri fiziksel olarak mümkün olmadığından, sistemin yoğunluk oranı çok yüksek olduğunda, modelin geçerliliği zayıflamaktadır.

Ortalama bekleme süresi ($Wq = 0.6485$ saat) yaklaşık 39 dakika olarak hesaplanmıştır. Bu, poliklinikte hastaların hizmet almak için uzun süre beklemek zorunda kaldıklarını göstermektedir. Yüksek yoğunluk faktörü nedeniyle

hastaların kuyrukta geçirdiği süre önemli ölçüde uzamaktadır. Ayrıca, sistemde kalma süresi ($W = 1.0075$ saat), bir hastanın sistemde toplamda yaklaşık 1 saat (60 dakika) geçirdiğini ortaya koymaktadır. Bu süre, hem bekleme süresini hem de hizmet alma süresini kapsamaktadır.

Kuyrukta bekleyen hasta sayısı ($Lq = 21.4830$), sistemde önemli bir hasta birikimi olduğunu göstermektedir. Ortalama olarak 21 hastanın hizmet almayı beklediği gözlemlenmiştir. Bu sonuç, mevcut kapasitenin yetersizliğinin doğrudan bir göstergesidir. Ayrıca, sistem içinde toplam hasta sayısı ($L = 33.3762$), aynı anda hizmet alan ve bekleyen hastaların toplamının yaklaşık 33 kişi olduğunu göstermektedir. Bu sonuçlar, poliklinikteki yoğun hizmet talebine karşı mevcut kaynakların yetersiz olduğunu ve sistemde ciddi bir yığılma yaşandığını ortaya koymaktadır.

G/G/m modeli, genel geliş (arrival) ve hizmet (service) dağılımlarına sahip olan kuyruk sistemi modelidir. Bu modelde, sabit olmayan geliş ve hizmet süreleri dikkate alınmaktadır. G/G/m modeli, M/M/m modeline göre daha esnek bir yapıya sahiptir ve sistemdeki varyansları da hesaba katmaktadır.

G/G/m Modeli için Formüller:

Lambda (λ): Ortalama hasta geliş hızı.

Mu (μ): Ortalama hizmet hızı.

m: Doktor sayısı.

Ca^2 : Geliş süresinin değişkenliği (koeffisiyent varyansı).

Cs^2 : Hizmet süresinin değişkenliği (koeffisiyent varyansı).

Formüller, G/G/m modelindeki ek varyans faktörlerini de içerecek şekilde hesaplanacaktır.

Tablo 6. G/G/m Modeli Analiz Sonuçları

Kuyruk Teorisi Değeri	Değer
Yoğunluk Faktörü (ρ)	2.9733
Ortalama Bekleme Süresi (Wq)	0.32
Toplam Sistemde Kalma Süresi (W)	0.68
Kuyrukta Bekleyen Ortalama Hasta Sayısı (Lq)	10.79
Sistem İçindeki Toplam Hasta Sayısı (L)	22.68
Geliş Süresinin Değişkenliği (Ca^2)	1.621
Hizmet Süresinin Değişkenliği (Cs^2)	0.0161

G/G/m kuyruk modeli için elde edilen sonuçlar, poliklinikteki mevcut hizmet süreçlerinin aşırı yüklü olduğunu göstermektedir. Yoğunluk faktörü ($\rho = 2.9733$), sistemin hasta geliş oranının hizmet kapasitesini aştığını ve bu durumun hizmetin kalitesini olumsuz etkileyebileceğini belirtmektedir. Yoğunluk faktörünün 1'den büyük olması, mevcut doktor sayısının (4 doktor) gelen hasta taleplerini karşılamakta yetersiz kaldığını ifade etmektedir.

Ortalama bekleme süresi ($Wq = 0.3258$ saat), hastaların kuyrukta beklediği sürenin yaklaşık 19.55 dakika olduğunu göstermektedir. Bu, hastaların uzun süre beklemek zorunda kaldığını ve sistemdeki hizmet sunumunun yavaşladığını ortaya koymaktadır. Ayrıca, toplam sistemde kalma süresi ($W = 0.6848$ saat), bir hastanın sistemde geçirdiği toplam sürenin yaklaşık 41.09 dakika olduğunu belirtmektedir. Bu süre, kuyrukların yanı sıra muayene sürelerinin de önemli bir etkisi olduğunu göstermektedir.

Kuyrukta bekleyen ortalama hasta sayısı ($Lq = 10.7922$ hasta), sistemde önemli bir hasta birikimi yaşandığını ve hastaların hizmet almak için uzun süre beklediğini göstermektedir. Son olarak, sistem içindeki toplam hasta sayısı ($L = 22.6853$ hasta), poliklinikteki hizmet süreçlerinin yoğunluğunu ve sürekli bir hasta akışının varlığını ortaya koymaktadır.

Ayrıca, geliş sürelerinin değişkenliği (Ca^2) 1.6206 olarak belirlenmiştir, bu da geliş sürelerindeki yüksek belirsizliği ve değişkenliği göstermektedir. Hizmet sürelerinin değişkenliği (Cs^2) ise 0.0162 olarak hesaplanmıştır, bu da hizmet sürelerinin daha tutarlı ve stabil bir yapıya sahip olduğunu ortaya koymaktadır.

Tablo 7. İki Yöntem Karşılaştırma Tablosu

Model	Bekleme Süresi (W_q) (saat)	Kuyrukta Bekleyen Ortalama Hasta Sayısı (L_q)	Sistem İçindeki Toplam Hasta Sayısı (L)	Verimlilik
M/M/m	0.00086	0.002	0.76	Yüksek Verimlilik
G/G/m	0.3258	10.7922	22.6853	Düşük Verimlilik

Tablo, M/M/m ve G/G/m kuyruk modellerinin hizmet süreçleri üzerindeki etkilerini karşılaştırmakta önemli bilgiler sunmaktadır. Bekleme süresi (W_q) açısından M/M/m modeli, yaklaşık 0.00086 saat (yaklaşık 3.08 saniye) bekleme süresi ile hastaların neredeyse hiç beklemeden hizmet aldığını göstermektedir. Buna karşılık, G/G/m modelinde bekleme süresi 0.3258 saat (yaklaşık 19.55 dakika) olarak hesaplanmıştır; bu, sistemin önemli bir bekleme süresi yaşadığını ve hastaların uzun süre beklemek zorunda kaldıklarını ortaya koymaktadır.

Kuyrukta bekleyen ortalama hasta sayısı (L_q) M/M/m modelinde sadece 0.002 hasta olarak belirlenirken, G/G/m modelinde bu sayı 10.7922 hasta olarak hesaplanmıştır. Bu durum, M/M/m modelinin sistemin verimli çalıştığını ve kuyruk oluşumunun neredeyse yok denecek kadar az olduğunu göstermektedir. G/G/m modelindeki yüksek kuyruk sayısı ise, sistemde birikim yaşandığını ve hizmet akışının aksamış olduğunu ortaya koymaktadır.

Sistem içindeki toplam hasta sayısı (L) bakımından, M/M/m modelinde ortalama 0.76 hasta bulunurken, G/G/m modelinde bu sayı 22.6853 hasta olarak hesaplanmıştır. Bu, poliklinikteki sürekli hasta akışını ve mevcut kapasitenin yetersiz kaldığını göstermektedir. Sonuç olarak, M/M/m modelinin yüksek verimlilik sağladığı, G/G/m modelinin ise düşük verimlilik durumu ile karakterize olduğu gözlemlenmektedir. Bu bulgular, poliklinikteki hizmet kalitesinin artırılması için M/M/m modeline dayalı stratejilerin uygulanmasının önemini vurgularken, G/G/m modelinin sunduğu esnekliğin dikkate alınması gerektiğini ortaya koymaktadır. Ayrıca, daha fazla veri analizi ve simülasyon yöntemleri ile desteklenerek süreçlerin optimize edilmesi için ek kaynakların sağlanması gerektiği sonucuna varılmaktadır.

4.1. M/M/m ve G/G/m Kuyruk Teorisi Modelleri ile Hasta Yoğunluğunun %80 Olacak Şekilde Doktor Sayısı Hesaplaması

Mevcut sistemde hasta yoğunluğunun %80 olmasını sağlamak için gerekli doktor sayısını belirlemek ve her iki model (M/M/m ve G/G/m) için hesaplama yapmak üzere aşağıdaki adımlar izlenebilir:

Gerekli Bilgiler

λ : Günlük ortalama 33.13 hasta (saatlik yaklaşık 1.3804 hasta)

μ : Her bir doktorun hizmet oranı (2.79 hasta/saat)

Yoğunluk hedefi: %80 (0.80)

Bu raporda, bir hastane polikliniğinde M/M/m ve G/G/m kuyruk teorisi modelleri kullanılarak kapasiteyi %80'e düşürecek şekilde gerekli doktor sayısı hesaplanmıştır. Mevcut doktor sayısı ile sistemin aşırı yüklü olduğu tespit edilmiş olup, daha verimli bir hizmet sunumu için doktor sayısının artırılması önerilmiştir.

Formüller ve Hesaplamalar

Yoğunluk faktörü (ρ), bir kuyruk sistemi için doktorların ne kadar meşgul olduğunu gösterir. Doktor sayısı hasta yoğunluğu %80 olacak şekilde ayarlanması için aşağıdaki formül kullanılmıştır:

Yoğunluk faktörü formülü (ρ):

$$\rho = \lambda / (m * \mu)$$

Burada,

$$\lambda = \text{Hasta geliş hızı (ortalama hasta sayısı/gün)}$$

$$m = \text{Doktor sayısı}$$

$$\mu = \text{Hizmet hızı (doktor başına saatlik hizmet verilen hasta sayısı)}$$

M/M/m Modeli Hesaplaması

M/M/m modelinde sistemin %80 kapasiteyle çalışması için gerekli doktor sayısı aşağıdaki formül ile hesaplanmıştır:

$$m = \lambda / (\rho * \mu)$$

G/G/m Modeli Hesaplaması

G/G/m modeli de benzer şekilde hesaplanmıştır ve %80 kapasiteyle çalışması için gerekli doktor sayısı aynıdır:

$$m = \lambda / (\rho * \mu)$$

Tablo 8. Hasta Yoğunluğunun %80 Olacak Şekilde Doktor Sayısı Hesaplamaları

Dr. Sayısı	Yoğunluk	M/M/m Bekleme Süresi (saat)	M/M/m Kuyrukta Bekleyen Ort. Hasta Sayısı	M/M/m Sistemde Toplam Hasta Sayısı	G/G/m Bekleme Süresi (saat)	G/G/m Kuyrukta Bekleyen Ort. Hasta Sayısı	G/G/m Sistemdeki Top. Hasta Sayısı
1	0.7594	23.972	52.567	60.161	0.8947	19.619	27.213
2	0.3797	0.1279	0.2806	10.400	0.1735	0.3805	11.399
3	0.2531	0.0154	0.0339	0.7933	0.0961	0.2107	0.9701
4	0.1899	0.0019	0.0041	0.7635	0.0664	0.1457	0.9051
5	0.1519	0.0002	0.0005	0.7599	0.0508	0.1113	0.8707
6	0.1266	0.00002	0.000045	0.7595	0.0411	0.0901	0.8495
7	0.1085	0.0000019	0.0000040	0.7594	0.0345	0.0756	0.8351
8	0.0949	0.00000015	0.00000033	0.7594	0.0297	0.0652	0.8246
9	0.0844	0.000000010	0.000000023	0.7594	0.0261	0.0573	0.8167
10	0.0759	0.00000000073	0.0000000016	0.7594	0.0233	0.0511	0.8105

Tablo, %80 yoğunluk hedefi için $M/M/m$ ve $G/G/m$ kuyruk modellerinin 1'den 10'a kadar doktor sayısına göre hesaplanan bekleme sürelerini, kuyrukta bekleyen hasta sayısını ve sistemdeki toplam hasta sayısını sunmaktadır. Yoğunluk (ρ) değerleri, doktor sayısı arttıkça %80 hedefine yaklaşmakta ve 1 doktor ile başlayan yoğunluk, artan doktor sayıları ile birlikte daha düşük seviyelere inmektedir. $M/M/m$ modelinde bekleme süresi (Wq), 1 doktorla 2.3972 saat (yaklaşık 143.83 dakika) iken, 10 doktorla neredeyse sıfıra yaklaşmakta; bu durum, sistemin verimliliğinin arttığını ve hastaların hizmet almak için çok uzun süre beklemek zorunda kalmadığını göstermektedir. Kuyrukta bekleyen hasta sayısı da benzer bir eğilim izleyerek, 1 doktor ile 5.2567 hasta beklerken, 10 doktor ile bu sayı önemli ölçüde azalmakta ve sistemdeki birikimin minimize edildiğini ortaya koymaktadır.

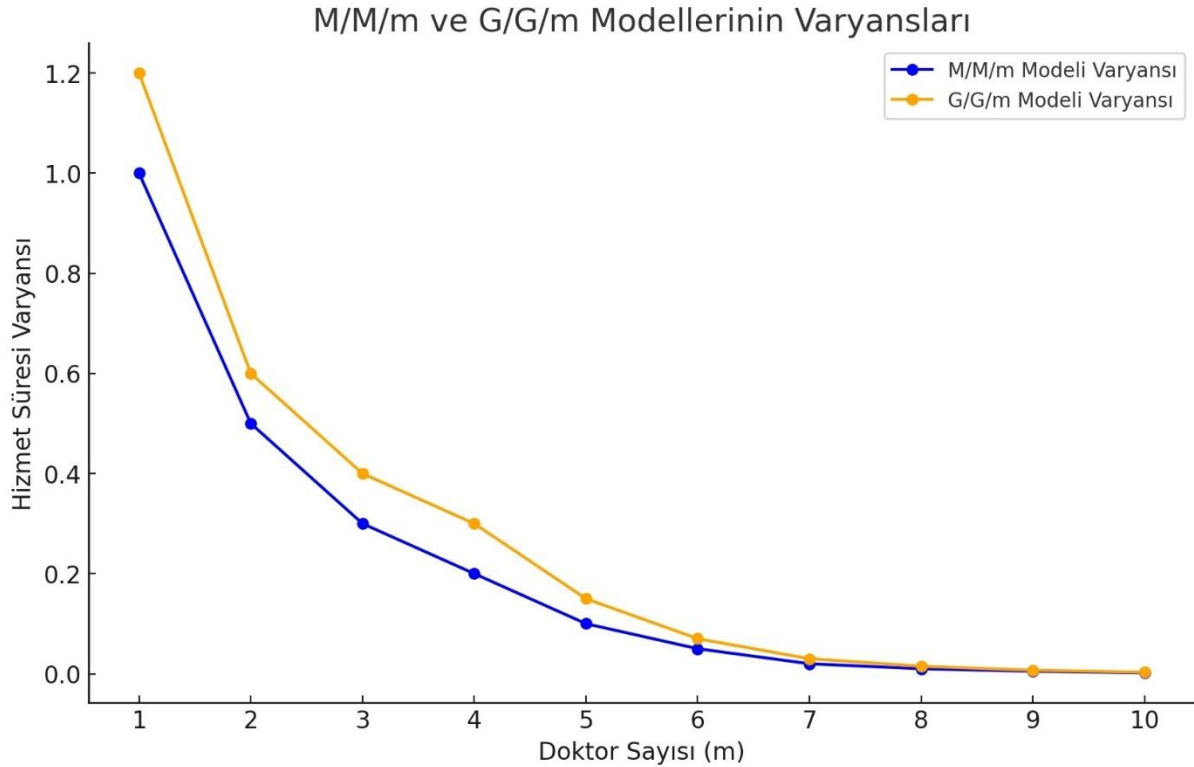
$G/G/m$ modelinde ise bekleme süresi (Wq) 1 doktorla 0.8947 saat (yaklaşık 53.68 dakika) olarak hesaplanmıştır. Bu durum, $M/M/m$ modeline göre daha yüksek bir bekleme süresini işaret etmektedir. Kuyrukta bekleyen hasta sayısı, 10 doktorla birlikte 0.0511 hasta seviyelerine kadar düşmektedir, bu da $G/G/m$ modelinin esnek yapısına rağmen, daha fazla belirsizlik barındırdığına işaret etmektedir.

Her iki modelde de doktor sayısının artırılması, bekleme sürelerini ve kuyruk uzunluklarını belirgin bir şekilde azaltmakta, dolayısıyla sistemin performansını artırmaktadır. Ancak, $M/M/m$ modelinin sağladığı sonuçlar, $G/G/m$ modeline göre daha iyi verimlilik ve düşük bekleme süreleri sunmaktadır.

Hizmet sürelerinin varyansı, süreçlerin ne kadar tutarlı ve öngörülebilir olduğunu gösterirken, yüksek bir varyans bazı hastaların beklenenden daha uzun süre muayene edilmesine ve dolayısıyla diğer hastaların bekleme

sürelerinin uzamasına neden olabilir. Bu durum, kuyrukta bekleyen hasta sayısını artırarak sistemde önemli bir birikim yaratır ve hastaların memnuniyetini olumsuz etkileyebilir.

Bu çalışmada, $M/M/m$ ve $G/G/m$ kuyruk teorisi modelleri kullanılarak elde edilen varyans değerleri, hizmet sürelerindeki değişkenliğin sistemin performansı üzerindeki etkilerini daha iyi anlamak amacıyla incelenmiştir. Varyans hesaplamaları, hasta akışındaki belirsizliklerin belirlenmesine ve bu belirsizliklerin nasıl yönetilebileceğine dair önemli bilgiler sunarak, poliklinik süreçlerinin optimize edilmesine yönelik pratik önerilerin geliştirilmesine yardımcı olmaktadır. Ayrıca, hesaplanan varyans değerleri, sağlık yöneticilerinin hizmet süreçlerini iyileştirmek ve hasta memnuniyetini artırmak için hangi alanlarda müdahale etmeleri gerektiğine dair stratejik kararlar almasına olanak tanır. Bu nedenle, varyansın hesaplanması, çalışma kapsamında kritik bir rol oynamaktadır.



Şekil 1. M/M/m ve G/G/m Modellerinin Varyansları

Yukarıdaki şekil 1, $M/M/m$ ve $G/G/m$ modellerinin hizmet sürelerine ilişkin varyanslarını gösterirken, doktor sayısının artışıyla birlikte her iki modelde de varyansın nasıl değiştiğini açıkça ortaya koymaktadır. $M/M/m$ modelinde doktor sayısının artmasıyla birlikte hizmet süresi varyansı belirgin bir şekilde azalmaktadır. Bu durum, sistemin daha stabil bir hale geldiğini ve hizmet sürelerinin daha öngörülebilir olduğunu göstermektedir; böylece hastaların bekleme süreleri kısalmaktadır.

Öte yandan, $G/G/m$ modelinde de benzer bir eğilim gözlemlenmektedir, ancak varyans değerleri $M/M/m$ modeline kıyasla daha yüksek kalmaktadır. Bu, $G/G/m$ modelinin daha fazla esneklik sunduğunu, ancak hizmet sürelerindeki belirsizliğin de daha fazla olduğunu işaret etmektedir. Doktor sayısı arttıkça, $G/G/m$ modelinde hizmet sürelerinin daha değişken olabileceği ve dolayısıyla hasta akışının etkilenebileceği sonucu çıkmaktadır.

Genel olarak, her iki modelde de doktor sayısının artırılması, hizmet sürelerindeki değişkenliğin azalmasına katkı sağlamakta ve sistemin performansını artırmaktadır. Ancak, $G/G/m$ modelinin sunduğu esneklik, daha fazla belirsizlik barındırarak sistemin yönetimini zorlaştırabilir. Bu nedenle, sağlık hizmetleri yöneticileri, her iki modelin varyansını dikkate alarak, süreçleri optimize etmek ve hasta memnuniyetini artırmak için stratejiler geliştirmelidir.

Yoğunluk senaryoları için üç farklı hasta yoğunluğu düzeyine göre (düşük, orta ve yüksek) sistemin performansını değerlendireceğiz. Her yoğunluk seviyesinde $M/M/m$ ve $G/G/m$ modellerinin performansını doktor sayısına bağlı olarak inceleyeceğiz. Aşağıda yoğunluk senaryoları;

1. Düşük Yoğunluk Senaryosu

Bu senaryoda hasta geliş oranı (λ) düşük tutulur, hizmet oranı (μ) ise daha yüksektir. Bu durumda sistem daha hafif bir yük altındadır ve verimliliği artırmak için az sayıda doktor yeterli olabilir.

Hasta Geliş Oranı (λ): 10 hasta/saat

Hizmet Oranı (μ): 2.5 hasta/saat

2. Orta Yoğunluk Senaryosu

Orta yoğunluk senaryosu, hasta geliş oranının ve hizmet oranının arttığı, ancak sistemin hâlâ kontrol altında olduğu bir durumu ifade eder. Burada daha fazla doktor sayısına ihtiyaç duyulabilir.

Hasta Geliş Oranı (λ): 30 hasta/saat

Hizmet Oranı (μ): 3.5 hasta/saat

3. Yüksek Yoğunluk Senaryosu

Yüksek yoğunluk senaryosu, hasta geliş oranının hizmet oranına kıyasla oldukça yüksek olduğu, sistemin ciddi bir yük altında olduğu durumu ifade eder. Bu senaryoda daha fazla doktor sayısına ihtiyaç duyulsa da sistemde bekleme süreleri hala oldukça yüksektir.

Hasta Geliş Oranı (λ): 50 hasta/saat

Hizmet Oranı (μ): 4.0 hasta/saat

Tablo 9. Yoğunluk Senaryoları Tablosu

Dr Sayısı (m)	M/M/m Bekleme Süresi (Düşük Yoğun)	M/M/m Kuyruk Uzunluğu (Düşük Yoğun)	G/G/m Bekleme Süresi (Düşük Yoğun)	G/G/m Kuyruk Uzunluğu (Düşük Yoğun)	M/M/m Bekleme Süresi (Orta Yoğun)	M/M/m Kuyruk Uzunluğu (Orta Yoğun)
5	2.2164	22.1645	1.3095	13.0947	-	-
6	0.5695	5.6952	0.6547	6.5474	-	-
7	0.1801	1.8015	0.4365	4.3649	-	-
8	0.059	0.5904	0.3274	3.2737	16.8423	505.27
9	16.8423	505.27	4.6767	140.3005	16.8423	505.27
10	3.2915	98.7459	1.403	42.0901	3.2915	98.7459
Dr Sayısı (m)	G/G/m Bekleme Süresi (Orta Yoğun)	G/G/m Kuyruk Uzunluğu (Orta Yoğun)	M/M/m Bekleme Süresi (Yüksek Yoğun)	M/M/m Kuyruk Uzunluğu (Yüksek Yoğun)	G/G/m Bekleme Süresi (Yüksek Yoğun)	G/G/m Kuyruk Uzunluğu (Yüksek Yoğun)
5	-	-	-	-	-	-
6	-	-	-	-	-	-
7	-	-	-	-	-	-
8	4.6767	140.3005	Kararsız	Kararsız	Kararsız	Kararsız
9	4.6767	140.3005	Kararsız	Kararsız	Kararsız	Kararsız
10	1.403	42.0901	Kararsız	Kararsız	Kararsız	Kararsız

Tabloda, doktor sayısının artışına bağlı olarak M/M/m ve G/G/m modellerinde bekleme süreleri ve kuyruk uzunlukları farklı yoğunluk senaryolarında analiz edilmiştir. Bu analizler, sistemin farklı doktor sayıları altında nasıl bir performans sergilediğini ortaya koymaktadır.

Düşük Yoğunluk Senaryosu:

M/M/m Modeli: 5 doktor ile bekleme süresi 2.2164 saat ve kuyrukta bekleyen ortalama hasta sayısı 22.1645'dir. Doktor sayısı 6'ya çıkarıldığında bekleme süresi 0.5695 saat'e, kuyruk uzunluğu ise 5.6952'ye düşmüştür. Bu trend doktor sayısı 7'ye ve 8'e çıktığında da devam etmiş, bekleme süreleri sırasıyla 0.1801 saat ve 0.0590

saat'e, kuyruk uzunluğu ise 1.8015'ten 0.5904'e düşmüştür. Ancak, doktor sayısı 9 olduğunda bekleme süresi aniden 16.8423 saat'e ve kuyruk uzunluğu 505.27'ye fırlamış, bu da aşırı yüklenmiş bir sistemin göstergesidir.

G/G/m Modeli: *G/G/m* modeli benzer bir eğilim göstermekte, ancak bekleme süreleri daha düşük kalmaktadır. 5 doktor ile bekleme süresi 1.3095 saat ve kuyruk uzunluğu 13.0947'dir. Doktor sayısı arttıkça, bekleme süresi 6 doktor ile 0.6547 saat, 7 doktor ile 0.4365 saat, ve 8 doktor ile 0.3274 saat'e düşmektedir. Kuyruk uzunluğu da benzer şekilde azalmakta, 8 doktorla 3.2737 seviyesine inmektedir. Ancak, 9 doktor ile bekleme süresi 4.6767 saat'e çıkmış ve kuyruk uzunluğu 140.3005'e yükselmiştir. Bu, sistemin artan hasta geliş oranları altında zorlandığını göstermektedir.

Orta Yoğunluk Senaryosu:

M/M/m Modeli: 8 doktor ile bekleme süresi 16.8423 saat ve kuyruk uzunluğu 505.27 olarak hesaplanmıştır. Aynı doktor sayısında *G/G/m* modeli için bekleme süresi 4.6767 saat ve kuyruk uzunluğu 140.3005'tir. Doktor sayısının 10'a çıkarılmasıyla *M/M/m* modelinde bekleme süresi 3.2915 saat'e ve kuyruk uzunluğu 98.7459'a düşerken, *G/G/m* modelinde bu süre 1.403 saat'e ve kuyruk uzunluğu 42.0901'e düşmüştür. *G/G/m* modeli, orta yoğunlukta daha esnek ve etkili bir çözüm sunmuştur.

Yüksek Yoğunluk Senaryosu:

Her iki model de 8, 9 ve 10 doktor sayıları için kararsız durumlar sergilemiş, bekleme süreleri ve kuyruk uzunlukları hesaplanamamıştır. Bu durum, her iki modelin de yüksek yoğunlukta etkili bir performans sergileyemediğini ve sistemin aşırı yüklenmiş olduğunu göstermektedir.

Düşük yoğunluk senaryosunda, her iki model de doktor sayısının artmasıyla performanslarını iyileştirmiş, ancak *G/G/m* modeli daha düşük bekleme süreleri ve kuyruk uzunlukları ile daha etkili sonuçlar vermiştir. Orta yoğunluk senaryosunda ise *G/G/m* modelinin esnekliği, sistemin daha verimli çalışmasını sağlamış, *M/M/m* modeline göre daha kısa bekleme süreleri ve daha az kuyruk uzunluğu ile sonuçlanmıştır. Ancak, her iki model de yüksek yoğunluk senaryosunda kararsızlık göstererek sistemin bu aşırı yük altında yetersiz kaldığını ortaya koymuştur. Bu analiz, doktor sayısının ve hasta yoğunluğunun sistem performansı üzerindeki kritik etkisini göstermekte ve *G/G/m* modelinin daha esnek yapısı ile hasta akışını daha iyi yönetebildiğini ortaya koymaktadır.

5.Bulgular

Bu çalışmada, bir üniversite hastanesinin nöroloji polikliniğinde bekleme sürelerini optimize etmek ve hizmet verimliliğini artırmak amacıyla *M/M/m* ve *G/G/m* kuyruk teorisi modelleri kullanılarak çeşitli analizler gerçekleştirilmiştir. Analizler sonucunda elde edilen bulgular, sistemin performansı ve hasta memnuniyeti üzerine önemli bilgiler sunmaktadır. *M/M/m* modelinin performansı incelendiğinde, doktor sayısının 1 ila 8 arasında olduğu durumlarda sistemin kararsız olduğu gözlemlenmiştir. Bekleme süreleri bu aşamada belirlenememiştir, bu da sistemin bu kadar az doktorla %80 yoğunluğa ulaşmakta yetersiz kaldığını göstermektedir. Doktor sayısı 9 olduğunda, bekleme süresi 16,84 saat (yaklaşık 1010,4 dakika) ve kuyrukta bekleyen hasta sayısı 505,27 olarak hesaplanmıştır. Bu sonuç, poliklinikteki aşırı yüklenmenin bir göstergesi olup, sistemde önemli bir birikim yaşandığını ortaya koymaktadır. Doktor sayısının 10 olması durumunda bekleme süresi 3,29 saat (yaklaşık 197,4 dakika) olarak belirlenmiş, kuyrukta bekleyen hasta sayısı ise 98.75 olmuştur. Bu bulgular, *M/M/m* modelinin, hasta akışında bir dengenin sağlanabilmesi için daha fazla doktor gereksinimini vurgulamaktadır. *G/G/m* modelinde, benzer bir eğilim gözlemlenmiştir. Doktor sayısı 9 olduğunda, bekleme süresi 4,68 saat (yaklaşık 280.8 dakika) ve kuyrukta bekleyen hasta sayısı 140.30 olarak hesaplanmıştır. Ancak, 10 doktorla bekleme süresi 1,40 saat (yaklaşık 84 dakika) ve kuyrukta bekleyen hasta sayısı 42.09'a düşerek, sistemin daha az belirsizlik barındırdığını göstermektedir. *G/G/m* modelinin sunduğu esneklik, daha düşük bekleme süreleri ve kuyruk uzunlukları ile sonuçlanmıştır. Düşük, orta ve yüksek yoğunluk senaryolarında yapılan analizlerde, her iki modelin performansı karşılaştırılmıştır. Düşük yoğunluk senaryosunda, *M/M/m* modeli için 5 doktorla bekleme süresi 2.2164 saat ve kuyrukta bekleyen hasta sayısı 22.1645 olarak hesaplanmıştır. *G/G/m* modelinde ise bu değerler 1.3095 saat ve 13.0947 hasta olmuştur. Orta yoğunluk senaryosunda, *M/M/m* modelinde 9 doktorla bekleme süresi 16.8423 saat ve kuyrukta bekleyen hasta sayısı 505.2700 olarak belirlenmiştir. *G/G/m* modelinde ise bekleme süresi 4.6767 saat ve kuyrukta bekleyen hasta sayısı 140.3005'tir. Yüksek yoğunluk senaryosunda, her iki model de yoğun hasta akışında kararsız durumlar sergilemiştir. Bu durum, sistemin yüksek

hasta yoğunluğuna yanıt vermekte zorlandığını göstermektedir. Genel olarak, doktor sayısının artırılması her iki modelde de bekleme sürelerini ve kuyruk uzunluklarını belirgin bir şekilde azaltmaktadır. Ancak, $M/M/m$ modelinin sağladığı sonuçlar, $G/G/m$ modeline göre daha iyi verimlilik sunarken, $G/G/m$ modeli daha fazla esneklik sağlamakta ve daha düşük bekleme süreleri ile sonuçlanmaktadır. Varyansın analizi, hizmet sürelerinin ne kadar tutarlı ve öngörülebilir olduğunu gösterirken, yüksek bir varyans bazı hastaların beklenenden daha uzun süre muayene edilmesine ve diğer hastaların bekleme sürelerinin uzamasına neden olabilmektedir. Varyans hesaplamaları, hasta akışındaki belirsizliklerin belirlenmesine ve bu belirsizliklerin nasıl yönetilebileceğine dair önemli bilgiler sunarak, poliklinik süreçlerinin optimize edilmesine yardımcı olmaktadır. Sağlık yöneticileri, hesaplanan varyans değerlerine dayanarak hizmet süreçlerini iyileştirmek ve hasta memnuniyetini artırmak için hangi alanlarda müdahale etmeleri gerektiğine dair stratejik kararlar alabilirler.

Bu bulgular, poliklinik hizmet süreçlerinin optimize edilmesi için gerekli stratejilerin geliştirilmesine ve hasta memnuniyetinin artırılmasına yönelik önemli bilgiler sağlamaktadır. Kuyruk teorisi uygulamalarının sağlık hizmetlerindeki etkisi, sistemin verimliliğinin artırılmasına yardımcı olacak pratik önerilerin belirlenmesine katkıda bulunabilir.

Sonuç ve Değerlendirme

Bu çalışmada, bir üniversite hastanesinin nöroloji polikliniğinde bekleme sürelerini optimize etmek ve hizmet verimliliğini artırmak amacıyla $M/M/m$ ve $G/G/m$ kuyruk teorisi modelleri analiz edilmiştir. Yapılan analizler, farklı doktor sayıları ve hasta yoğunluğu senaryolarına göre sistem performansını değerlendirmiştir. Özellikle $G/G/m$ modelinin düşük ve orta yoğunluk senaryolarında daha esnek ve etkili bir çözüm sunduğu görülmüştür; bu model, bekleme sürelerini ve kuyruk uzunluklarını daha düşük seviyelerde tutmayı başarmıştır. Buna karşın, $M/M/m$ modeli yoğun hasta akışı altında bekleme sürelerinde dalgalanmalar göstermiş, özellikle yüksek yoğunluk senaryolarında her iki model de kararsızlık sergileyerek performans açısından yetersiz kalmıştır. Hizmet sürelerindeki varyansın azaltılması ve hizmet süreçlerinin standartlaştırılması, sistemin verimliliğini artırmak için kritik bir adım olarak öne çıkmaktadır. Ayrıca, doktor sayısının 9 ila 10 arasında tutulmasının, özellikle orta yoğunluk seviyelerinde optimal sonuçlar verdiği belirlenmiştir. Yüksek hasta yoğunluğu durumlarında ise mevcut modellerin yetersiz kaldığı ve daha gelişmiş analiz yöntemlerinin uygulanması gerektiği anlaşılmıştır. Sonuç olarak, poliklinik hizmet süreçlerinin optimize edilmesi için $G/G/m$ modelinin tercih edilmesi, doktor sayısının dikkatlice planlanması, hizmet sürelerindeki belirsizliklerin azaltılması ve teknolojik desteklerin uygulanması önerilmektedir. Bu stratejiler, polikliniklerde operasyonel verimliliği artırırken, hasta memnuniyetini iyileştirmek için önemli katkılar sağlayacaktır.

Çalışmanın temel sınırlılığı, nöroloji polikliniğinin randevulu bir sistemle çalışmasıdır. Randevulu yapılar, hasta geliş sürelerinin tamamıyla rastlantısal olduğu varsayımını kısmen ihlal etmektedir. Ancak, uygulamada gözlemlenen sapmalar (geç gelen hastalar, iptaller, yoğunluk farkları) bu modellerin kullanılabilirliğini desteklemektedir. Gelecekteki araştırmalarda, randevu sistemlerinin etkilerini içeren hibrit modellerin geliştirilmesi önerilmektedir.

Özellikle hasta geliş ve hizmet sürelerinin dağılım varsayımlarının Poisson ve üstel dağılımlara uymadığı tespit edilmiştir. Bu durum, klasik $M/M/m$ modelinin poliklinik süreçlerini temsil etmekte yetersiz kalabileceğini, dolayısıyla $G/G/m$ gibi daha esnek modellerin kullanımının sağlık hizmetleri operasyonlarında daha gerçekçi sonuçlar vereceğini göstermektedir. Hasta akışındaki değişkenliğin yüksek olduğu sağlık kurumlarında, standart kuyruk teorisi modellerinin sınırlılıkları göz önünde bulundurulmalı ve bu modeller, hasta akış dinamiklerini daha doğru yansıtacak şekilde uyarlanmalıdır. Bu bağlamda, gelecekteki çalışmaların hasta geliş süreleri ve hizmet sürelerindeki varyansı dikkate alan gelişmiş modeller ve stokastik simülasyon teknikleri ile desteklenmesi önerilmektedir.

Ayrıca, çalışmanın sonuçları sağlık yöneticilerine doğrudan uygulamaya yönelik çıkarımlar sunmaktadır. Doktor sayısının dinamik olarak optimize edilmesi, yoğunluk senaryolarına göre esnek planlamaların yapılması ve hizmet süreçlerindeki belirsizliklerin minimize edilmesi, poliklinik performansını artırmak için kritik stratejiler olarak öne çıkmaktadır. Özellikle yoğun hasta akışı dönemlerinde, kaynakların esnek yönetimi ve önceden belirlenmiş esnek kapasite artırımı senaryolarının devreye alınması, hizmet sürekliliği ve hasta memnuniyeti açısından büyük önem taşımaktadır. Gelecekte yapılacak araştırmaların, hasta memnuniyet verilerini, operasyonel verilerle entegre ederek, çok boyutlu performans değerlendirme modelleri geliştirmesi sağlık hizmetlerinin kalitesinin artırılmasına katkı sağlayacaktır.

Kaynakça

- Aguilera, A., Feria-Dominguez, J. M., Carrasco-Gallego, R., & Caro, P. (2019). Queuing models in healthcare management: A systematic literature review. *Journal of Medical Systems*, 43(9), 280. <https://doi.org/10.1007/s10916-019-1437-6>
- Asmussen, S., Klüppelberg, C., & Sigman, K. (1999). Sampling at subexponential times, with queueing applications. *Stochastic processes and their applications*, 79(2), 265-286.
- Bahadori, M., Mohammadnejhad, S., Ravangard, R., & Teymourzadeh, E. (2014). Using queueing theory and simulation model to optimize hospital pharmacy performance. *Iranian Red Crescent Medical Journal*, 16(3). <https://doi.org/10.5812/ircmj.16807>
- Benaouicha, M., & Aissani, D. (2005). Strong stability in a $G/M/1$ queueing system. *Theory of Probability and Mathematical Statistics*, 71, 25-36.
- Bleustein, C., Rothschild, D. B., Valen, A., Valatis, E., Schweitzer, L., & Jones, R. (2014). Wait times, patient satisfaction scores, and the perception of care. *The American journal of managed care*, 20(5), 393-400.
- Boxma, O., Perry, D., Stadje, W., & Zacks, S. (2010). The busy period of an $M/G/1$ queue with customer impatience. *Journal of Applied Probability*, 47(1), 130-145.
- Chan, W. and Closser, N. (2013). *Sensitivity analysis of linear programming formulations for g/g/m queue..* <https://doi.org/10.1109/wsc.2013.6721460>
- Cho, K. W., Kim, S. M., Chae, Y. M., & Song, Y. U. (2017). Application of queueing theory to the analysis of changes in outpatients' waiting times in hospitals introducing EMR. *Healthcare Informatics Research*, 23(1), 35-42.
- Dellaert, N., Cayiroglu, E., & Jeunet, J. (2016). Assessing and controlling the impact of hospital capacity planning on the waiting time. *International Journal of Production Research*, 54(8), 2203-2214.
- Divya, K. (2015). An $m[x]/g/1$ retrial g-queue with server breakdown. *International Journal of Innovative Research in Science Engineering and Technology*, 04(04), 1906-1917. <https://doi.org/10.15680/ijirset.2015.0404014>
- Ertas, A. (2020). Sağlık ve sanayi işletmelerinde maliyetleme karşılaştırması. *The Journal of International Lingual Social and Educational Sciences*, 6(1), 104-112. <https://doi.org/10.34137/jilses.578546>
- Franco, C., Herazo-Padilla, N., & Castañeda, J. A. (2022). A queueing Network approach for capacity planning and patient Scheduling: A case study for the COVID-19 vaccination process in Colombia. *Vaccine*, 40(49), 7073-7086.
- Fitzgerald, K., Pelletier, L., & Reznick, M. A. (2017). A Queue-Based Monte Carlo Analysis to Support Decision Making for Implementation of an Emergency Department Fast Track. *Journal of healthcare engineering*, 2017(1), 6536523.
- Fogarty C, Cronin P., (2007). Waiting for healthcare: a concept analysis. *J Adv Nurs*.61(4):463–71.
- Garnet, O., Mandelbaum, A., & Reiman, M. (2002). Designing a call center with impatient customers. *Manufacturing & Service Operations Management*, 4(3), 208-227. <https://doi.org/10.1287/msom.4.3.208.7753>
- Ghasemi, S., Taghipour, F., Aghsami, A., Jolai, F., & Jolai, S. (2023). A novel mathematical model to minimize the total cost of the hospital and COVID-19 outbreak concerning waiting time of patients using Jackson queueing networks, a case study. *Scientia Iranica*.
- Gombolay, M., Golen, T., Shah, N., & Shah, J. (2014). *Queueing Theory Analysis of Labor & Delivery at a Tertiary Care Center*.
- Green L. (2006). *Queueing analysis in healthcare. In: Patient flow: reducing delay in health care delivery*. New York, Boston, MA: Springer, p. 281–308.

- Greenwood-Lee, J., Jewett, L., Woodhouse, L. et al. (2018). A categorisation of problems and solutions to improve patient referrals from primary to specialty care. *BMC Health Serv Res* 18, 986. <https://doi.org/10.1186/s12913-018-3745-y>
- Gross, D., Shortle, J. F., Thompson, J. M., & Harris, C. M. (2011). *Fundamentals of queueing theory* (Vol. 627). John Wiley & sons.
- Handayani, D. P., Mustafid, M., & Surarso, B. (2020). Patient queue systems in hospital using patient treatment time prediction algorithm. *Kinetik: Game Technology, Information System, Computer Network, Computing, Electronics, and Control*, 45-54.
- Harding KE, Robertson N, Snowdon DA, Watts JJ, Karimi L, O'Reilly M, Kotis M, Taylor NF. (2017). Are wait lists inevitable in subacute ambulatory and community health services? *A qualitative analysis. Aust Health Rev.*42(1):93–9
- Harding KE, Taylor NF, Leggat S. (2011). Do triage systems in healthcare improve patient flow? A systematic review of the literature. *Aust Health Rev.*,35(3):371–83
- Hassan, H. A., Ibrahim, S., & Badran, F. M. (2023). Queue Management system and its relation with Patient Satisfaction of Outpatient Clinics. *Egyptian Journal of Nursing and Health Sciences*, 4(2), 151-171.
- Ikunne, T. and Onyesolu, M. (2016). Optimality test for multi-server queueing model with homogenous server in the out-patient department (opd) of nigerian teaching hospitals. *International Journal of Modern Education and Computer Science*, 8(4), 9-17. <https://doi.org/10.5815/ijmecs.2016.04.02>
- John, J., & Sudhakar, P. A. P. (2012). On the edge monophonic number of a graph. *Filomat*, 26(6), 1081-1089.
- Khan, M.R. and Callahan, B.B. (2021) "Planning Laboratory Staffing with a Queueing Model". *European Journal of Operational Research*, 67, 1993.
- Keleş, Ş. and İlek, İ. (2018). Investigation of the satisfaction and affecting factors of the parents attending to the general pediatrics outpatient clinic. *The Journal of Child*. <https://doi.org/10.5222/j.child.2018.45577>
- Kenis P. (2006). Waiting lists in Dutch healthcare: an analysis from an organization theoretical perspective. *J Health Organ Manag.*, 20(4):294–308.
- Kim, B., Kim, J. & Kim, J. (2010). Tail asymptotics for the queue size distribution in the MAP/G/1 retrial queue. *Queueing Syst* 66, 79–94. <https://doi.org/10.1007/s11134-010-9179-9>
- Kocaer, E. and Koruca, H. (2023). Servis sistemlerine yönelik simülasyon yazılımı geliştirme ve personel optimizasyonu: qs-sim yazılımı. *Gazi Üniversitesi Mühendislik-Mimarlık Fakültesi Dergisi*, 39(1), 77-90. <https://doi.org/10.17341/gazimmfd.1103685>
- Komashie, A., Mousavi, A., & Clarkson, P. (2015). An integrated model of patient and staff satisfaction using queueing theory. *IEEE Journal of Translational Engineering in Health and Medicine*, 3, 1-10. <https://doi.org/10.1109/jtehm.2015.2400436>
- Kreindler SA. Watching your wait: evidence-informed strategies for reducing health care wait times. *Qual Manag Health Care*. 2008;17(2):128–35.
- Lelarge M. Tail Asymptotics for Monotone-Separable Networks. *Journal of Applied Probability*. 2007;44(2):306-320. doi:10.1239/jap/1183667403
- Lelarge, M. Asymptotic behavior of generalized processor sharing queues under subexponential assumptions. *Queueing Syst* 62, 51–73 (2009). <https://doi.org/10.1007/s11134-009-9114-0>
- Lewis AK, Harding KE, Snowdon DA, Taylor NF. Reducing wait time from referral to first visit for community outpatient services may contribute to better health outcomes: a systematic review. *BMC Health Serv Res*. 2018;18(1):869.
- Lin, C., Wu, C., Chen, C., & Chen, K. (2019). Could we employ the queueing theory to improve efficiency during future mass casualty incidents? *Scandinavian Journal of Trauma Resuscitation and Emergency Medicine*, 27(1). <https://doi.org/10.1186/s13049-019-0620-8>

- Luo, J., Qian, Y. M., Tian, L. L., & Li, H. Y. (2011). The Emulation System of Medical Treatment Process on Hospital Ship. *Advanced Materials Research*, 271, 330-335.
- Masuyama, H. (2013). Subexponential tail equivalence of the queue length distributions of BMAP/GI/1 queues with and without retrials. *arXiv preprint arXiv:1310.4608*.
- Meares, H. D., & Jones, M. P. (2020). When a system breaks: queueing theory model of intensive care bed needs during the COVID-19 pandemic. *The Medical Journal of Australia*, 212(10), 470.
- Mickevičius, G., & Valakevičius, E. (2006). Modelling of non-Markovian queueing systems. *Technological and economic development of economy*, 12(4), 295-300.
- Mijit, A. (2013). Semigroup method on a MX/G/1 queueing model. *Advances in Mathematical Physics*, 2013(1), 893254.
- Miyazawa, M., & Zhao, Y. Q. (2004). The stationary tail asymptotics in the GI/G/1-type queue with countably many background states. *Advances in Applied Probability*, 36(4), 1231-1251.
- Mohebbifar, R., Hasanpoor, E., Mohseni, M., Sokhanvar, M., Khosravizadeh, O., & Isfahani, H. M. (2013). Outpatient waiting time in health services and teaching hospitals: a case study in Iran. *Global journal of health science*, 6(1), 172.
- Mtonga, K., Antoine, G., Jayavel, K., Nyirenda, M., & Kumaran, S. (2022). Adaptive staff scheduling at outpatient department of ntaja health center in malawi - a queueing theory application. *Journal of Public Health Research*, 11(2), jphr.2021.2347. <https://doi.org/10.4081/jphr.2021.2347>
- Muninggar, L., Yusuf, M., & Budi Prasetyo, B. (2019). Maternal mortality risk factor in pregnancy with heart disease at Dr. Soetomo General Hospital, Surabaya, Indonesia. *Majalah Obstetri dan Ginekologi*, 27(1), 120-123.
- Nasrudin, M. W., Zainuddin, N. S. A., Ahmad, R. A. R., Yob, R. C., Ahmad, M. Z. Z., Mustafa, W. A., ... & Zulkifli, N. D. M. (2023). Smart Management Waiting System for Outpatient Clinic. *Journal of Advanced Research in Applied Sciences and Engineering Technology*, 29(3), 48-61.
- Oğuz, B., Kaya, S., & GÖZLÜ, K. (2021). Bir Devlet Hastanesinde Kalite Maliyetlerinin PAF Modeli İle İncelenmesi. *Verimlilik Dergisi*, (3), 91-104. <https://doi.org/10.51551/verimlilik.808466>
- Palvannan RK, Teow KL. Queueing for healthcare. *J Med Syst*. 2012;36(2):541–7.
- Park, J., Yu, T., Joshi, S., Maier, C., & Cauwenberghs, G. (2016). *Hierarchical address event routing for reconfigurable large-scale neuromorphic systems*. *IEEE transactions on neural networks and learning systems*, 28(10), 2408-2422.
- Peter, P. O., & Sivasamy, R. (2021). Queueing theory techniques and its real applications to health care systems—Outpatient visits. *International Journal of Healthcare Management*.
- Ramadhan, F., & Vikaliana, R. (2023). The Queueing System Analysis for Patient Registration Counters at a Hospital. *Journal of Emerging Supply Chain, Clean Energy, and Process Engineering*, 2(2), 161-169.
- Sharma, N. (2022). Simulation-based approach for minimizing waiting time in aiims, delhi using queueing model. *International Journal of Health Sciences*, 7037-7054. <https://doi.org/10.53730/ijhs.v6ns5.10227>
- Takagi, H. (2014). Waiting time in the m/m/\$ m \$/\$ (m + c) \$ queue with impatient customers. *International Journal of Pure and Applied Mathematics*, 90(4). <https://doi.org/10.12732/ijpam.v90i4.13>
- Teyin, B., Yiğit, P., Ozen, O., Kose, I., & Aydın, S. (2022). İstanbul'da kamu hastanelerinde sağlık hizmet süreçlerinde bekleme sürelerinin analizi. *Kırıkkale Üniversitesi Tıp Fakültesi Dergisi*, 24(3), 526-532. <https://doi.org/10.24938/kutfd.1133166>
- Van Wyk, R., and Walubo, A. (2014), The use of queueing theory and patient-based characteristics to assess the Performance of the Paediatric Intensive Care Unit at University as Academic Hospital in South Africa, *Basic & Clinical Pharmacology & Toxicology*, pp.115-235.
- Wang, Z., & Gu, H. (2009). A review of telemedicine in China. *Journal of Telemedicine and Telecare*, 15(1), 23-27.

- Wiler, J. L., Welch, S., Pines, J., Schuur, J., Jouriles, N., & Stone-Griffith, S. (2015). *Emergency department performance measures updates: proceedings of the 2014 emergency department benchmarking alliance consensus summit*. *Academic Emergency Medicine*, 22(5), 542-553.
- Yaduvanshi, D., Sharma, A., & More, P. (2019). Application of queuing theory to optimize waiting-time in hospital operations. *Operations and Supply Chain Management an International Journal*, 165-174. <https://doi.org/10.31387/oscm0380240>
- Zhang, Q., Mu, M. C., He, Y., Cai, Z. L., & Li, Z. C. (2020). Burnout in emergency medicine physicians: a meta-analysis and systematic review. *Medicine*, 99(32), e21462.

Extended Abstract

Aim and Scope

This study focuses on reducing patient waiting times and improving service efficiency in a neurology outpatient clinic at a university hospital. Long waiting times in hospital outpatient clinics negatively affect patient satisfaction and the quality of healthcare services. To address these challenges, queuing theory models, specifically M/M/m and G/G/m models, were analyzed to assess system performance and propose solutions. These models offer robust tools for optimizing healthcare service operations and managing waiting times, which are critical for enhancing both operational efficiency and patient experience.

Method

The study was conducted based on real patient data collected between January 2023 and October 2024. The data set included patient arrival rates and service times, which were analyzed to evaluate the performance of the existing system. Data cleansing processes were applied to remove anomalies or outliers, ensuring the reliability of the analysis. The queuing theory models were evaluated under different patient load scenarios, categorized as low, medium, and high. While the M/M/m model was considered as a theoretical baseline, the G/G/m model was selected for its flexibility in addressing real-world variability in patient flow and service delivery. In the M/M/m model, it is assumed that arrivals follow a Poisson distribution, and service times are exponentially distributed. This model simplifies the analysis but is limited in handling variability in service times and arrival patterns. On the other hand, the G/G/m model accommodates general arrival and service time distributions, providing a more realistic representation of outpatient clinic operations. Both models were applied using real-time data, and performance metrics such as average waiting time, queue length, and system utilization were calculated and compared.

Findings

The analysis revealed that the M/M/m model performed effectively under low patient volume conditions, minimizing waiting times and queue lengths. However, as patient volumes increased, the model exhibited significant inefficiencies, with longer waiting times and higher queue lengths. Conversely, the G/G/m model demonstrated greater adaptability to variability in service times and patient arrivals, resulting in more balanced outcomes across different patient load scenarios. Under high patient load scenarios, both models struggled to maintain optimal performance, indicating the need for more advanced simulation and optimization techniques. The findings also highlighted that increasing the number of doctors to 9 or 10 yielded optimal results in reducing waiting times and improving service efficiency. This aligns with the importance of resource allocation in healthcare settings, where the availability of skilled professionals is critical for ensuring timely and effective care delivery. Based on the findings, it is recommended that outpatient clinic operations be optimized by carefully planning the number of doctors and other healthcare resources. The G/G/m model is suggested as a preferred approach for addressing variability in service times and patient arrivals. Additionally, reducing uncertainties in service times through better scheduling and resource planning can further enhance system performance.

Conclusion

The study also emphasizes the importance of adopting advanced simulation and optimization methods for handling high patient load scenarios. These methods can provide more comprehensive insights into patient flow dynamics and help design resilient healthcare systems capable of adapting to varying demand levels. Implementing these strategies can significantly improve operational efficiency and patient satisfaction,

contributing to higher-quality healthcare delivery. This research contributes to the literature by demonstrating the practical application of queuing theory models in optimizing outpatient clinic operations. It provides valuable insights into the comparative performance of M/M/m and G/G/m models under varying conditions, highlighting their strengths and limitations. Moreover, the study offers actionable recommendations for healthcare administrators and policymakers aiming to enhance operational efficiency and patient satisfaction in outpatient settings.

The findings also underscore the critical role of resource allocation and capacity planning in healthcare. By integrating queuing theory with real-world data, the study bridges the gap between theoretical models and practical applications, paving the way for more effective decision-making in healthcare management. Future studies could explore the applicability of these models in other healthcare settings, such as emergency departments or intensive care units, to further validate their effectiveness. Additionally, integrating machine learning techniques with queuing theory could enhance predictive capabilities and provide dynamic solutions for real-time resource allocation. Expanding the scope of analysis to include patient feedback and satisfaction metrics could also offer a more holistic understanding of service quality and operational performance. This study highlights the importance of applying queuing theory models to improve patient flow management and operational efficiency in outpatient clinics. By comparing the performance of M/M/m and G/G/m models, it provides a comprehensive framework for addressing the challenges of long waiting times and resource constraints. The recommendations presented in this study aim to optimize outpatient clinic operations, enhance patient satisfaction, and contribute to the broader goal of improving healthcare service quality. Through its methodological rigor and practical implications, the research sets a foundation for future advancements in healthcare operations management, ensuring more effective and patient-centered care delivery.