

Bayesyen Dikine Hız Çözücü: BRaVe

Emre Barbaros^{1,2} *, Seyit Hökelek^{1,2} , Hasan Ak^{1,2,3} , Nurten Filiz Ak^{1,2,3} 

¹ Erciyes Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Astronomi ve Uzay Bilimleri Ana bilim Dalı, 38039, Kayseri, Türkiye

² Erciyes Üniversitesi, Fen Fakültesi Astronomi ve Uzay Bilimleri Bölümü, 38039, Kayseri, Türkiye

³ Erciyes Üniversitesi, Astronomi ve Uzay Bilimleri Gözlem ve Araştırma Merkezi, Kayseri, Türkiye

Accepted: April 14, 2025. Revised: April 14, 2025. Received: December 8, 2024.

Özet

Çift yıldızların zamana bağlı dikine hız eğrilerinin analizi, bileşenlerin fiziksel parametrelerinin doğrudan belirlenmesine olanak sağlar. En doğru yörünge modellemesi elde etmek amacıyla geliştirdiğimiz BRaVe programı, yörünge parametrelerini ve hatalarını yüksek duyarlılıkla elde etmektedir. BRaVe, kendi içerisinde Bayes istatistiğine dayanan bir optimizasyon rutini içerir. Bu rutin sayesinde ele alınan çift yıldız sisteminin temel yörünge parametreleri en hassas şekilde elde edilebilmesi hedeflenmektedir. BRaVe kodu için referans yıldız olarak Capella A yıldızı seçilmiştir. Polarbase veri arşivinden alınan yüksek çözünürlüklü tayflardan Çapraz Korelasyon Fonksiyonu yöntemi ile dikine hızlar hesaplanmış ve yörünge parametreleri BRaVe aracılığı ile çözülmüştür. Bu çalışmada elde edilen sonuçlar, literatür ile kıyaslanarak paylaşılmıştır.

Abstract

The analysis of the time-dependent radial velocity curves of double stars allows direct determination of the physical parameters of the components. The program BRaVe, which we developed to obtain the most accurate orbital modeling, obtains orbital parameters and errors with high precision. BRaVe includes an optimization routine based on Bayesian statistics. This routine aims to obtain the basic orbital parameters of the considered double star system in the most precise way. Capella A was chosen as the reference star for the BRaVe code. Radial velocities were calculated from high-resolution spectra from the Polarbase data archive using the Cross Correlation Function method and the orbital parameters were solved using BRaVe. The results obtained in this study are presented and compared with the literature.

Anahtar Kelimeler: Binary Stars – Radial Velocity – MCMC

1 Giriş

Çift yıldız sistemleri, ortak bir kütle merkezi etrafında yörünge hareketi gerçekleştiren, kütleçekimsel kuvvetler ile birbirine bağlı ve en az iki yıldızdan oluşan sistemlerdir. İlk kez William Herschel tarafından tanımlanan çift yıldız sistemlerinde, sistemi oluşturan bileşen yıldızlar, kütleleri ile orantılı bir hıza sahiptir (Kamilla ve diğ. 2011). Sistemin bileşenleri ortak kütle merkezi etrafında bir dolanma hareketi yaparken, bileşenlerin birbirlerine olan uzaklığına göre hızlarında yörünge evresine bağlı bir değişkenlik görülür. Hızların dikine bileşeni, tayfsal gözlemlerden doğrudan ölçülebilir. Dikine hızların zamana bağlı değişimlerini gösteren dikine hız eğrileri, sistemin yörüngesinin modellenmesine ve yörünge parametrelerinin hesaplanmasına olanak sağlar.

Yıldızların en temel parametresi olarak tanımlanan kütle değeri, bir yıldızın tüm yaşamının nasıl seyredeceği konusunda bilgiler sunar. Ancak, tek yıldızlar için kütle değerini gözlemlerden elde etmek mümkün değildir. Tek yıldızların kütleleri, çift yıldızlardan elde edilen kütle-ışınım gücü, kütle-yarıçap gibi temel ilişkilerden bulunabilir (Eddington 1926; Kuiper 1938; Torres ve diğ. 2010; Andersen 1991; Eker ve diğ. 2018). Bu ilişkilerin doğru bir yaklaşım verebilmesi, çift yıldız bileşenlerinin temel yıldız parametrelerinin doğru ve hassas belirlenebilmesine bağlıdır. Çift yıldızların kütle değerleri, Dikine hız ve ışık eğrisi analizlerinden elde edilir. Bu eğriler modellenerek, sistemin yörüngesi ve bu yörüngeyi oluşturan

temel yıldız parametreleri bulunabilir. Yörünge modellemesinde kullanılan klasik yaklaşımlar, çok parametrelili ve eş zamanlı minimizasyon için sönümlü en küçük kareler olarak da bilinen Levenberg-Marquardt (LM) algoritması (Levenberg 1944; Marquardt 1963; Tribbey 2010) veya Nelder Mead simpleks algoritması (Nelder & Mead 1965; Press ve diğ. 1992) yöntemlerini kullanır. Ancak, yörünge modellenmesinde kullanılan klasik yöntemler, yerel minimumlara takılarak doğru olmayan sonuçlara veya gözlemlerin hataları nedeniyle hassas olmayan bulgulara yol açabilmektedir. Bu nedenle, Bayes yaklaşım mantığını kullanarak yapılacak dikine hız ve ışık eğrisi çözümleri, hem yerel minimumlardan kaçınılabilmeyi sağlarken hem de hassas doğrulukta belirlenen parametrelerin hata terimlerinin hesaplanabileceğini sağlamaktadır.

Çift yıldızların yörünge çözümlerinde en yaygın kullanılan yöntem, Wilson ve Devinney tarafından geliştirilen algoritmadır (WD, Wilson & Devinney 1971). Bu algoritma, hem ışık eğrisini hem de varsa dikine hız eğrisini birlikte ele alarak bileşenlerin parametrelerini elde eder. WD algoritmasının kullanımını kolaylaştıran PHOBE yazılımı (Prša & Zwitter 2005), esas olarak ışık eğrisi çözümüne odaklanmış ancak varsa dikine hız eğrisi çözümlerinde de bir seçenek sunmuştur. PHOBE'nin yeni sürümleri (örn. Conroy ve diğ. 2020), Bayes yaklaşımlarını dikkate alacak gelişmeler içermektedir. Benzer bir algoritma olan Nightfall (Wichmann 2011), ışık eğrisi ve dikine hız eğrisi simülasyonunda yerel optimizasyon için "simpleks algoritması" ve global optimizasyon için "benzetilmiş tavlama" (simulated annealing) kullanır.

Çift yıldızların ışık eğrileri olmaksızın yalnızca dikine hız

* ebarbaros054@gmail.com

eğrilerinin çözümü, yörünge eğim açısı (i) belirlenemediğinden kütle değeri yerine kütle fonksiyonu olan $f(M)$ sonucunu üretir. Bu nedenle var olan programlar hem ışık eğrisi hem de dikine hız eğrisini birlikte çözmek için üretilmiştir. Ancak, bu önemli bir kısıtlamaya yol açmaktadır. Tutulma göstermeyen tayfsal çift sistemlerin dikine hız eğrisi kullanılarak elde edilecek yörünge çözümleri için Bayes yaklaşımlar kullanan programların doğrudan bir seçeneği yoktur. Bu çalışmada, dikine hız eğrisi çözümünde güçlü bir yöntem olarak Bayes yaklaşımı kullanan BRaVe (Bayesian RADial VELOCITY solver) programının çalışma rutini anlatılmıştır. BRaVe MCMC (Markov Chain Monte Carlo) optimizasyonunu (Metropolis & Ulam 1949; Metropolis ve diğ. 1953; Sharma 2017) adapte etmiştir. Programın sonuçlarını test edebilmek için Capella (α Aur) çift sistemine ait yüksek çözünürlüklü tayflar kullanılmıştır. Elde edilen sonuçlar, literatürde yer alan sonuçlarla karşılaştırılmıştır.

Bu çalışmada öncelikle dikine hız hesaplama ve çözümleme yöntemlerinden bahsedilmiştir. Sonrasında geliştirilen Bayes istatistiğini benimseyen MCMC optimizasyon rutinine değinilmiş ve BRaVe kodu incelenmiştir. Son olarak elde edilen sonuçlara bakılmıştır.

2 Yöntem

Bu bölümde, dikine hız eğrilerinden yörünge modellemesi için kullanılan klasik yöntem ve Bayes yaklaşımı ile MCMC yöntemi anlatılmıştır. BRaVe programının çalışma rutini verilmiştir.

2.1 Dikine Hız Çözümü

Dikine hız, bir çift yıldız sisteminde sistemi oluşturan bileşen yıldızların kütle merkezi etrafında gerçekleştirdikleri yörünge hareketi sebebiyle evreye bağlı olarak bileşenlerin değişen hızlarıdır (Simon & Sturm 1994). Bu hız gözlemciye bir uzaklaşma-yakınlaşma ilişkisi olarak yansır. Bileşenlerin hızları birbirlerine göre terstir ve bir bileşen yaklaşırken diğer bileşen uzaklaşmaktadır. Yıldızların tayflarına bakıldığında bu etki tayf çizgilerinin dalga boyunda bir kaymaya neden olur. Bu kayma Doppler etkisidir. Ayrıca dikine hız hesaplamının en muhtemel yolu da bileşenin tayfına bakmaktır. Çapraz Korelasyon Fonksiyonu (CCF) gibi yöntemler ile bir çift yıldız sisteminin kompozit tayfından doğrudan sistemi oluşturan bileşenlerin dikine hızlarını elde etmek mümkündür.

Dikine hız eğrisi, bize bir yıldız sistemi hakkında oldukça fazla bilgi sunar. Bunlardan en önemlisi, bileşenlerin dikine hız genliklerinin oranı, sistemi oluşturan bileşen yıldızların doğrudan kütle oranını vermesidir. Kütle yıldızlar için en temel parametredir. Ayrıca sistemin yörünge parametreleri de dikine hız eğrisi çözümleri ile elde edilebilir. Teorik Kepler yörünge denklemi bir çift yıldız sisteminin yörüngesinin simüle edilmesine olanak sağlar. Öncelikle,

$$M = E - e \sin(E) \quad (1)$$

denklemi ele alınır. Burada M , ortalama ayrıklık yani açıl hızdır. E , dış ayrıklıktır ve asıl çözülmesi gereken parametredir. e ise yörünge dışmerkezliğidir. E 'nin hesaplanması ile birlikte artık gerçek ayrıklık ν hesaplanabilir:

$$\nu = 2 \arctan \left(\sqrt{\frac{1+e}{1-e}} \right) \tan \left(\frac{E}{2} \right). \quad (2)$$

Gerçek ayrıklık parametresi ile birlikte artık sistemin

bileşenlerinin evreye bağlı dikine hızları belirlenebilir:

$$\nu_n = K_n [\cos(\nu + w) + e \cos(w)]. \quad (3)$$

Burada ν_n bir bileşenin herhangi bir andaki dikine hızıdır. K_n bileşenin dikine hız genliği, w ise enberi noktasının argümanıdır.

Bu noktada artık gözlemler ile teorik dikine hız eğrisinin uyuşabilmesi için doğru yörünge parametrelerine ihtiyaç duyulur. Bu parametreler sistemin yörünge dönemi P , enberi zamanı T_0 , yörünge dışmerkezliği e , enberi noktasının argümanı w , bileşen yıldızların hızı $K_{1,2}$ ve sistemin kütle merkezinin hızı γ 'dır. Bu parametreleri doğrulamak için bir optimizasyon rutini gerekmektedir. BRaVe içerisinde bunun için bir MCMC optimizasyon rutini geliştirilmiştir.

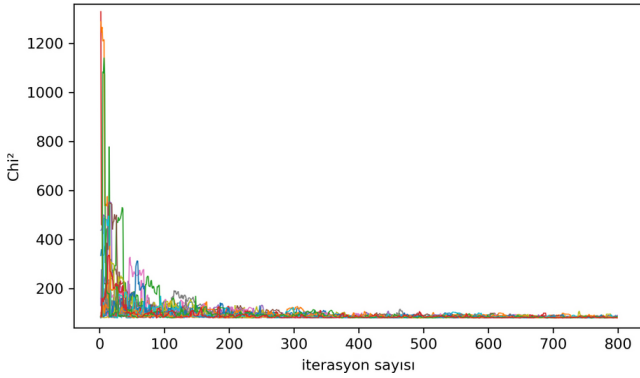
Dikine hızların belirlenmesinde farklı bir yöntem olarak tayfsal ayırma yönteminden bahsedilebilir. Tayfsal ayırma, tayfsal çift yıldız sistemlerini oluşturan bileşen yıldızlarının tayflarını ayrı ayrı elde etmek için kullanılan matematiksel bir yöntemdir. Rutin içerisinde bir yörünge simülasyonu gerçekleştirilir. Bu simülasyon için de sistemin temel yörünge parametrelerine ihtiyaç vardır. Simülasyon sonucunda bileşen yıldızların her bir gözlemdeki dikine hızları hesaplanır. Bu hızlar kullanılarak kompozit tayftaki Doppler kayması sebebi ile kayan çizgilere bir dikine hız düzeltmesi uygulanır. FDMC (Barbaros & Dervişoğlu 2023), tayfsal ayırma yöntemlerinde kullanılan yörünge parametrelerinin en hassas şekilde belirlenebilmesi için yazılmış bir rutin olarak örnek gösterilebilir.

2.2 Markov Chain Monte Carlo (MCMC)

MCMC, Bayes istatistiğine dayanan ve doğru koşullarda bir optimizasyon rutinine dönüştürülebilen matematiksel bir süreçtir. Optimizasyon rutinleri en temelinde bir fonksiyonu tanımlayan parametreleri en iyileme yöntemleridir. Bayes istatistiğine dayanan MCMC optimizasyonu ise sonsal dağılımları tahmin edebilir ve bunu bir mantık çerçevesinde rastlantısal olarak gerçekleştirmektedir. Metropolis ve diğ. (1953), Bayes istatistiği temelli Monte Carlo yönteminin ilk kullanıldığı çalışmadır. Ayrıca bir çok optimizasyon rutinine kıyasla MCMC, bir hata analizine de imkan sağlar. Bu analiz, elde edilen sonucun tutarlılığı açısından MCMC rutinini diğer rutinlerden ayırır.

MCMC iki yöntemi birleştirir. "Markov Chain" ve "Monte Carlo" (Metropolis & Ulam 1949). Markov Chain Rus matematikçi Andrey Markov'un geliştirdiği bir rutindir (Sharma 2017). Markov Chain bir zincir yapısıdır. Zincirin her bir parçası bir iterasyon adımıdır. Yöntemde, mevcut adım gelecekteki durumları etkilemez ve gelecekteki her bir adım da birbirinden bağımsızdır. Lakin mevcut adım, sürecin geleceğini hakkında da gerekli her bilgiyi de içerir. Yani ileri adımlar hakkında bir fikir sunar. Monte Carlo yöntemi ise verilen bir koşulda ve sınırdan oluşturulan uzay içerisinde rastgele sayılar atanarak bir sonucu tahmin etme uygulamasıdır. MCMC rutini üzerine bir çok çalışma gerçekleştiren Metropolis, rutinin kimi eksiklerini fark eder ve Metropolis Hasting (MH) algoritmasını kullanıma sunar (Sharma 2017).

Metropolis algoritması, MCMC rutinlerine eklenen bir kabul kriteridir. Algoritmanın geliştirilme nedeni, Markov Chain yönteminde oluşturulan zincire Monte Carlo yöntemi ile atanan rastgele bir sayının eklenmesi ve eklenmemesinin bir kritere tabii olmasını sağlamaktır. Burada bu kabul, bir mantık çerçevesinde rastgele gerçekleşir. Kabul kriteri aslında bir kıyasa dayalıdır. Kıyas, zincire eklenen en son adım ile hesaplanan zincir adayının sonuçlarının bir oranıdır. Kabul ise bu oranın 0 ile 1



Şekil 1. 800 iterasyonluk bir BRaVe optimizasyonunun zincir dağılımı. Şekilde her bir renk farklı bir optimizasyon sürecini temsil eder.

arasında rastgele atılan bir sayıdan büyük olmasına bağlıdır. Eğer o an ki adımın χ^2 sonucu bir önceki kabul edilen zincir adımından daha iyi ise, hesaplanan oran her zaman 1'den büyük olacak ve sonuç zincire her zaman eklenecektir. Lakin o anki adımın χ^2 sonucu önceki adımdan daha kötü ise sonucun zincire eklenmesi rastgele atanan bir sayının değerine bağlıdır. Bu kabul kriteri sayesinde rutin yerel bir minimuma takılı kalmaz. MH kriteri optimizasyon süreci boyunca yerel minimumlardan kaçınılmasını sağlar. Böylelikle tüm uzayda muhtemel tüm durumlar taranır. Yeri geldiğinde kötü sonuçların da zincire eklenmesi ile tüm parametre uzayında sonuç aranması hedeflenir.

Bu çalışmada geliştirilen MCMC rutini düzenlenmiş teorik Kepler denklemini benimseyen bir dikine hız çözme koduna entegre edilmiş ve geliştirilen bu kod BRaVe olarak adlandırılmıştır.

2.3 BRaVe

BRaVe, teorik Kepler yörüngesini benimseyerek bir çift yıldız sisteminin gözlenmiş dikine hızlarını kullanıp yörünge parametrelerini çözen ve MCMC optimizasyon rutini ile parametre optimizasyonu gerçekleştirmeyi amaçlayan bir koddur. BRaVe, bir çift yıldız sisteminin yörünge parametreleri hakkında herhangi ön bir bilgiye ihtiyaç duymadan sistemin yörünge parametrelerini belirleyebilir. Bir çift yıldız sisteminde belirlenmesi mühim yörünge parametresi yörünge dönemi P 'dir. Bunun en temel nedeni sistemin diğer tüm yörünge parametrelerinin sistemin yörünge dönemine bağımlı olmasıdır. Bu sebeple başlangıçta yörünge dönemi hakkında bir bilgiye sahip olmak süreci ve tutarlı bir sonuç elde etmeyi kolaylaştıracaktır. Bu sebeple BRaVe başlangıçta gözlenmiş dikine hızlar ile Lomb Scargle (Vio ve diğ. 2013) yöntemini kullanarak bir tahmini yörünge dönemi belirler. Bu belirlenen yörünge dönemi ile gözlemler evrelendirilir. Burada belirlenen yörünge dönemi yalnızca parametre uzayını daraltmak için atanır. BRaVe algoritması yörünge dönemi P 'yi içerisinde tekrardan itere etmektedir. Bu sebeple Lomb Scargle yönteminin belirlediği yörünge döneminin hatalı olması sadece süreci uzatacak bir durumdur. BRaVe kodu içerisinde bu dikine hız ölçümlerine bir fit uyarlanır. Bu fit Levenberg-Marquardt algoritmasına (Moré 1978) dayanır. LM algoritması bir eğriye fit uyarlamak için çok etkili bir yöntemdir. Bu fitin parametreleri Bayesian yaklaşıma dayanan MCMC optimizasyonu ile en hassas şekilde belirlenmektedir. Ayrıca diğer optimizasyon

Çizelge 1. Capella A tayfsal çift yıldız sisteminin (Torres ve diğ. 2015) çalışmasında elde edilen yörünge parametreleri.

Parametre	Birim	Değer
P	(gün)	104.02128 ± 0.00016
T_{peri}	(HJD +2400000)	48147.6 ± 2.6
e		0.00089 ± 0.00011
ω	(derece)	342.6 ± 9
K_1	(km/s)	25.9611 ± 0.0044
K_2	(km/s)	26.860 ± 0.017

rutinlerine kıyasla MCMC optimizasyonu bir hata analizine de imkan sağlamaktadır. BRaVe, Python programlama dili aracılığı ile yazılmıştır. Her işletim sisteminde çalışabilmektedir. Her çift yıldız sistemi ve türü için dikine hız çözümü gerçekleştirebilir. Ayrıca gerekli analizleri de içerisinde bulundurmaktadır.

Şekil 1'de BRaVe kodu ile 24 çekirdekli bir bilgisayarda oluşturulan 24 optimizasyon zincirinin 800 iterasyonluk bir optimizasyon rutindeki zincirlerin dağılımları görülmektedir. Görselde her bir zincir rastgele bir veri seti ile başlar. İterasyon sayısı arttıkça zincirler ortak bir sonuca doğru evrilir. Bu durum optimizasyon rutininin doğru bir şekilde çalıştığını kanıtlar niteliktedir.

3 BRaVe Programının Capella A Yıldızıyla Test Edilmesi

BRaVe kodu ilk olarak Capella A çift yıldız sistemi ile sınanmıştır. Capella A sisteminin seçilmesindeki en temel sebep sisteminin bir tayfsal çift yıldız sistemi olmasıdır. Böylelikle elde edilen sonuçlar tayfsal ayırma yöntemleri ile de kıyaslanabilmektedir.

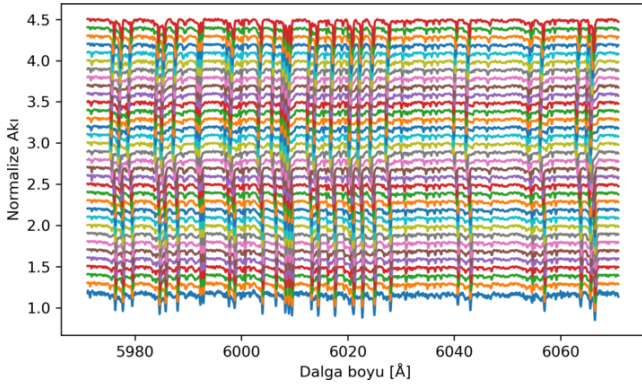
Capella ya da diğer adıyla α Aur, bir tayfsal yıldız sistemidir ve parlaklığı sebebi ile çok uzun zamandan beri bilinen yıldızlardandır. Sistem Capella Aa, Capella Ab ve Capella H, Capella L yıldızlarından oluşan dörtlü bir sistemdir. Capella Aa ve Capella Ab kendi aralarında tayfsal bir çift yıldız sistemi iken, Capella H ve Capella L diğer sisteme oldukça uzak bir çift yıldız sistemidir.

Çalışmada da kullanılan Capella A sistemi iki dev yıldızdan oluşur. Sistemin baş bileşeni Capella Aa $2.56 \pm 0.007 M_{\odot}$ bir kütle ve $11.98 \pm 0.57 R_{\odot}$ bir yarıçapa sahipken, yoldaş bileşen Capella Ab ise $2.48 \pm 0.007 M_{\odot}$ bir kütle ve $8.83 \pm 0.33 R_{\odot}$ bir yarıçapa sahiptir (Torres ve diğ. 2015). Ayrıca Capella A sisteminin oluşturan yıldızların sıcaklıkları çok iyi bilinmektedir; Capella Aa 4970 K, Capella Ab 5730 K olarak belirlenmiştir. Sistem, evrimleşmiş yıldızlara kıyasla benzersizdir. Bunun en büyük sebebi sistemin kimyasal yapısı hakkında bir çok bilgi biliniyor olmasıdır (Torres ve diğ. 2015). Capella A sistemi için gerçekleştirilen güncel çalışmalardan Torres ve diğ. (2015) çalışmasında sistemi için ışık elemanları;

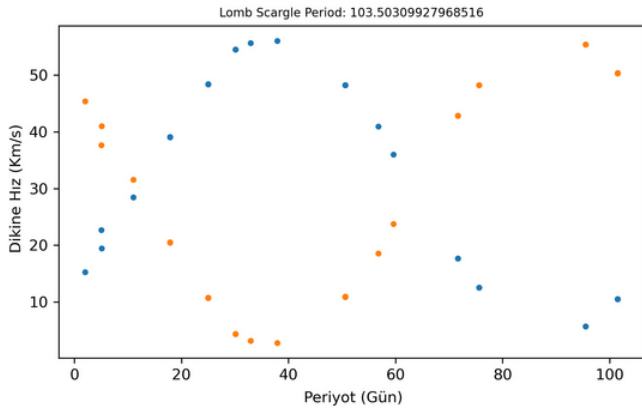
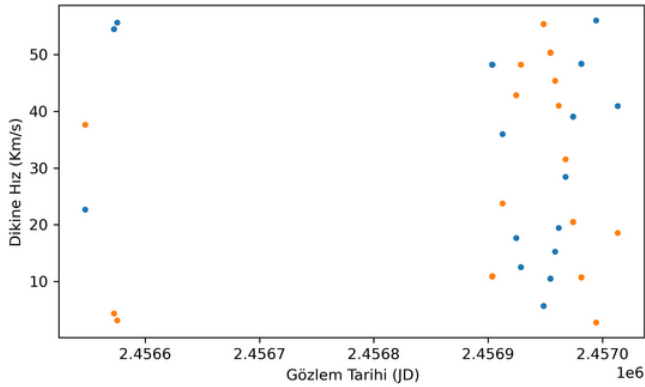
$$T_{\text{peri}} = \text{HJD } 2448147.6 + E \times 104.02128 \quad (4)$$

olarak hesaplamıştır. Çizelge 1'de sistemin diğer yörünge parametreleri de görülmektedir.

Capella A sistemi için Polarbase veri arşivinden 28 adet yüksek çözünürlüklü tayf kullanılmıştır. Tayflar, Capella A sisteminin tüm yörünge evrelerini kapsayacak şekilde seçilmiştir. Belirlenen dalga boyu aralığı (5975-6070 Å) belirgin metal çizgileri içermektedir. Bu tayfsal ayırma ve CCF gibi rutinlerde önemli bir kriterdir. Polarbase arşivinden alınan indirgenmiş tayfların normalizasyon aşaması için ISpec (Blanco-Cuaresma ve diğ. 2014) programını referans alan bir rutin geliştirilmiştir.



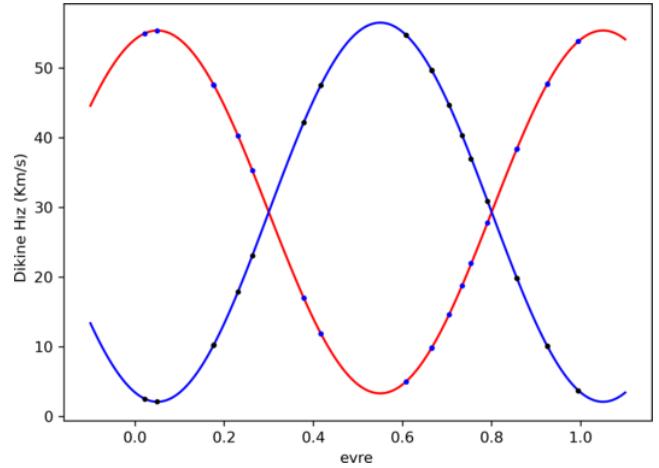
Şekil 2. Polarbase veri arşivinden alınmış Capella A sistemi için düzenlenmiş tayflar.



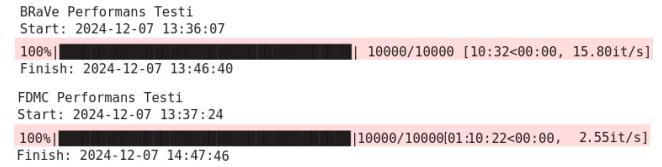
Şekil 3. Capella A sistemi için oluşturulmuş veri seti. Görselde mavi noktalar baş, turuncu noktalar ise yoldaş yıldızı temsil eder. (Üst panel) Şekil 2'de görünen tayflardan CCF yöntemi ile hesaplanmış dikine hızlar. (Alt panel) Bu gözlemler ile BRaVe kodu içerisinde bulunan Lomb Scargle periodogramı kullanılarak tahmin edilen yörünge dönemi ile evrelendirilmiş gözlemler bulunmaktadır.

Şekil 2'de Polarbase veri arşivinden alınan Capella A sistemi için düzenlenmiş 28 adet tayf görülmektedir.

BRaVe kodu kapsamında geliştirilen CCF rutini ile normalize tayflardan bileşenlerin dikine hızları hesaplanmıştır. BRaVe çok basit bir veri seti düzeni ile çalışır. Kullanıcının sadece dikine hızların Julien Günü formatında gözlem tarihlerine ve bileşenlerin ölçülmüş dikine hızlarına ihtiyacı vardır.



Şekil 4. BRaVe kodu ile Capella A sistemi için elde edilen dikine hız eğrisi. Görselde kırmızı eğri baş bileşeni, mavi eğri ise yoldaş bileşeni temsil eder.



Şekil 5. BRaVe kodu ile FDMC kodu arasındaki optimizasyon hız kıyası.

Kullanıcı ister önceden ölçülmüş dikine hızları kullanarak, ister BRaVe koduna gözlenmiş kompozit tayfları vererek dikine hız çözümü gerçekleştirebilir. Gerekli veri seti düzenini BRaVe kodu otomatik olarak ayarlar. Şekil 3'te Capella sistemi için oluşturulan veri seti ve BRaVe kodu bünyesindeki Lomb Scargle yöntemi ile hesaplanan yörünge dönemi görülmektedir.

4 Sonuçlar ve Tartışma

Capella A sistemi için yörünge çözümünün ardından elde edilen yörünge parametreleri ile çizilen dikine hız eğrisi Şekil 4'te verilmiştir. Sonuç 24 zincir ve her zincir başına 10000 iterasyondan oluşan bir optimizasyonun sonunda yapılan analizler ile elde edilmiştir. Gerçekleştirilen dikine hız çözümü sonucunda literatürdeki yöntemlere kıyasla daha hassas yörünge parametreleri bulunmuştur. Öncelikle gözlemler yörünge dönemi P ve enberi zamanı T_0 ile evrelendirildikten sonra sistemin diğer yörünge parametreleri bir fit uyarlanarak belirlenmektedir. Ayrıca BRaVe diğer yöntemlere kıyasla çok daha hızlı bir şekilde çalışmaktadır.

FDMC tayfsal ayırma kodu ile BRaVe'in optimizasyon rutinleri arasındaki süreç farkı Şekil 5'te görülmektedir. Şekilde, üst kısımda BRaVe kodu ile, alt kısımda ise FDMC kodu ile gerçekleştirilmiş optimizasyon rutini süreçleri görülmektedir. Burada FDMC Capella A sisteminin 28 adet yüksek çözünürlüklü tayfını kullanırken BRaVe bu tayflardan CCF yöntemi ile hesaplanan dikine hızları kullanmaktadır. Yapılan kıyas sonucunda BRaVe kodunun FDMC koduna kıyasla 6 kat daha hızlı bir optimizasyon sürecine sahip olduğu belirlenmiştir. Bu durum BRaVe kodunun yörünge parametrelerini optimize

Parameter	Number of Rejected Parameters (Total 1035 times)	Ratio Of Changed Parameters
P	0 times	0 (% 0.0)
T_0	353 times	1932 (% 19.3)
e	144 times	2070 (% 20.7)
ω	110 times	2132 (% 21.3)
K_1	308 times	1898 (% 18.9)
K_2	161 times	1988 (% 19.9)
γ	0 times	0 (% 0.0)

Ratio of stucked parameters on prior: % 8.799999999999999

Iteration Results	Value
Total Iteration	10000 times
Accepted χ^2	% 35.62
Best χ^2	0.1035349427103088

Best Orbit Parameters From Optimization= P(day): 104.021378, T_0 : 2448147.4689787636, e : 0.0007064357603737386, ω : 341.84432897372403, K_1 : 26.04538628288629, K_2 : 27.21238944227798, γ : 29.32

Şekil 6. BRaVe kodu optimizasyon analiz çıktısı.

etmede hem sonuçların doğruluğunu hem de zaman açısından verimli olduğunu göstermiştir.

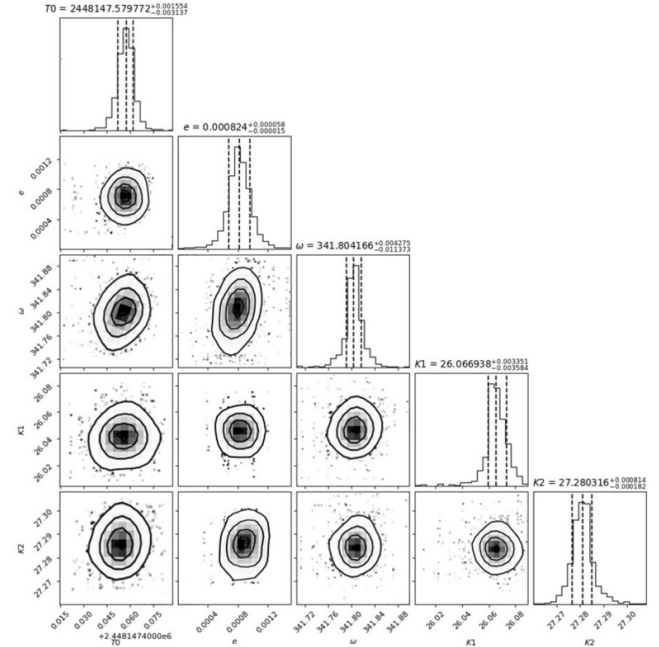
BRaVe, bir optimizasyon rutini sonunda her bir oluşturulan zincir için bir analiz çıktısı oluşturur. Oluşturulan her bir zincir birbirinden bağımsızdır ve farklı çıktı dosyalarına sahiptir. Çok sayıda zincir ile bir optimizasyon rutini gerçekleştirmek tüm koşulların netleştirilmesinde önemli bir husustur. Şekil 6'da Capella A sistemi için BRaVe içerisinde oluşturulan bir zincirin analiz çıktısı görülmektedir. Bu çıktı içerisinde optimizasyon süresince hangi parametrenin kaç kere değişkenlik gösterdiği (bkz. Ratio), parametre uzayının sınırlarının doğruluğunun anlaşılması için parametrenin belirlenen uzayın sınırları dışarısına ne kadar kez çıktığı (bkz. Rejected Parameters) gibi bilgileri içerir. Ayrıca en iyi parametre seti optimizasyon süreci sonucunda kullanıcının ekranında görülür.

Şekil 6'da görülen analiz çıktısındaki Accepted χ^2 parametresi optimizasyon süreci boyunca geliştirilen kabul kriterine bağlı olarak kabul edilen parametrelerin toplam iterasyon sayısına oranıdır. Bu oran sonucun tutarlığı açısından mühimdir ve yaklaşık %20-40 arasında bir değişim göstermelidir. Bu değerin düşük olması parametre uzayının gereğinden fazla geniş olduğunu, değerin çok yüksek olması ise parametre uzayının çok dar bir alanda sıkıştığını gösterir. Bu parametre uzayındaki değişken durumlar parametrelerin sigma değerlerine bağlıdır. Ayrıca analiz çıktısında görülen diğer değişkenler de doğrudan optimizasyon rutini hakkında bir resim sunar.

BRaVe, optimizasyon boyunca her bir parametrenin belirlenen uzaydaki dağılımı ve parametrelerin birbirleri arasındaki ilişkiyi görebilmek için köşe grafiğinden (Foreman-Mackey 2016) yararlanır. Şekil 7'de BRaVe kodu ile Capella A sisteminin optimizasyonu sonunda elde edilen köşe grafiği görülmektedir. Köşe grafiği, bir optimizasyon rutini sonunda iterasyona giren her bir parametrenin birbirleri ile aralarındaki ilişkisinin anlaşılmasını kolaylaştırır. Parametreler arasında doğrudan bir ilişki olmayabilir veya bir korelasyon durumundan söz edilebilir. Köşe grafiği bunun analizini mümkün kılar. Şekil 7'ye bakıldığında, en üst kısımlarda Gauss eğrileri görülmektedir. Bunlar iterasyonlar sonucu parametrelerin uzaydaki yığılmasını temsil eder. Altta kalan diğer kısımlar ise her bir parametrelerin uzaydaki dağılımlarını ve birbirleri arasındaki ilişkiyi gösterir. Bu bir dağa karışın (Gauss eğrileri) ve yukardan (yığılımlar) bakmaya benzetilebilir. Ayrıca belirlenen bir σ alanının içerisinde hata analizi de gerçekleştirir. Hata doğrudan optimizasyon sonucunda parametrelerin ilişkili

Çizelge 2. Capella A tayfsal çift yıldız sisteminin FDBinary (Ilijic 2003), FDMC (Barbaros & Dervişoğlu 2023) ve BRaVe kodu ile elde edilen yörünge parametreleri. T_0 : +2440000.

Parametre	FDBinary	FDMC	BRaVe
P (gün)	104.05291	104.020898 $^{+0.0007}_{-0.0007}$	104.021378 $^{+0.00004}_{-0.00004}$
T_0	8148.42	8147.4186 $^{+0.0559}_{-0.0701}$	8147.479 $^{+0.001}_{-0.001}$
e	0.0037	0.003752 $^{+0.0009}_{-0.0009}$	0.00082 $^{+0.00005}_{-0.00005}$
ω ($^\circ$)	342.8	341.36 $^{+0.12}_{-0.22}$	341.80 $^{+0.01}_{-0.01}$
K_1 (km/s)	25.94	25.94 $^{+0.03}_{-0.03}$	26.053 $^{+0.003}_{-0.003}$
K_2 (km/s)	26.91	26.91 $^{+0.15}_{-0.13}$	27.260 $^{+0.003}_{-0.003}$
γ (km/s)	-	-	29.32 $^{+0.03}_{-0.03}$



Şekil 7. BRaVe kodu optimizasyon köşe grafiği dağılımları. Şekilde sütunlar soldan sağa sırasıyla sistemin yörünge dönemi, T_0 zamanını, yörünge eksantrisitesini, ω açısını, baş ve yoldaş bileşenlerin hızlarını temsil eder.

dağılımlarından hesaplanır. Bu çalışmada hatalar 1 sigma alan içerisinde belirlenmiştir.

Şekil 7'deki köşe grafiğinde sistemin yörünge dönemi P ve sistemin kütle merkezinin hızı γ grafikten çıkarılmıştır. Bunun nedeni P ve γ parametrelerinin belirlendikten sonra diğer parametrelerin de en hassas biçimde belirlenebilmesi için sabit tutulmasıdır.

Tüm analizlerin sonucunda BRaVe kodu ile Capella A sistemi için elde edilen yörünge parametreleri Çizelge 2'de görülmektedir. Ayrıca FDBinary (Ilijic 2003) tayfsal ayırma kodu ve FDMC kodu ile hesaplanan yörünge parametreleri ile de bir kıyas sunulmuştur.

Analizler sonucunda elde edilen parametrelerin hataları Çizelge 1'de verilen Torres ve diğ. (2015) çalışmasında elde edilen hatalardan daha düşük hesaplanmıştır. Ayrıca BRaVe kodu ile elde edilen yörünge parametreleri literatürde bulunan

diğer yöntemlerden daha düşük hataya ve χ^2 sonucuna sahiptir. Bu sayede Capella A sistemi için yeni daha iyi bir parametre seti elde edilmiştir. Bu durum Capella A sistemi için daha doğru bir analize imkan sağlayacaktır.

Sonuç olarak BRaVe kodu ile Capella A sistemi için literatürde bulunan diğer sonuçlara kıyasla daha hassas sonuçlar elde edilmiştir. Ayrıca tayfsal ayırma rutinlerine kıyasla çok daha verimli ve hızlı çalışmaktadır. Kodun modüler ve geliştirilebilir olması ileride farklı çalışmalarda da etkin bir şekilde kullanılabilmesine olanak sağlayacaktır.

BRaVe kodu, tam bitmiş haliyle son kullanıcılara açılmadan önce farklı gerçek çift yıldız sistemleri üzerinde de test edilecek ve bu bağlamda oluşturulan sentetik veriler üzerinden çok farklı koşullar oluşturularak, programın kararlılığı ve sınırları belirlenecektir. Bu çalışma BRaVe kodunun henüz tam bitmiş bir halini içermediğinden sadece literatürde oldukça çok ve yüksek çözünürlüklü tayfı bulunan Capella A yıldızı üzerindeki sonuçları burada sunulmuştur. BRaVe'in nihai kararlılığı ve duyarlılığı son kullanıcıya sunulmadan önce literatürdeki bilinen diğer benzer programlarla da karşılaştırılacaktır. BRaVe kodunun en kararlı hali açık kaynak bir şekilde paylaşılacaktır.

Kaynaklar

- Andersen J., 1991, *A&ARv*, 3, 91
- Barbaros E., Dervişoğlu A., 2023, *Turkish Journal of Astronomy and Astrophysics*, 4, 323–327
- Blanco-Cuaresma S., Soubiran C., Jofré P., Heiter U., 2014, in *Astronomical Society of India Conference Series*. pp 85–91 ([arXiv:1312.4545](#))
- Conroy K. E., ve diğ., 2020, *ApJS*, 250, 34
- Eddington A. S., 1926, *The Internal Constitution of the Stars*. Cambridge University Press
- Eker Z., ve diğ., 2018, *MNRAS*, 479, 5491
- Foreman-Mackey D., 2016, *The Journal of Open Source Software*, 1, 24
- Ilijic S., 2003, PhD thesis, University of Zagreb
- Kamilla S., Nayak M., Khamari Sharma N., Das R., Pattnaik S., 2011, *LATIN AMERICAN JOURNAL OF PHYSICS*, 5
- Kuiper G. P., 1938, *ApJ*, 88, 472
- Levenberg K., 1944, *Quarterly of applied mathematics*, 2, 164
- Marquardt D. W., 1963, *Journal of the society for Industrial and Applied Mathematics*, 11, 431
- Metropolis N., Ulam S., 1949, *Journal of the American Statistical Association*, 44, 335
- Metropolis N., Rosenbluth A. W., Rosenbluth M. N., Teller A. H., Teller E., 1953, *The journal of chemical physics*, 21, 1087
- Moré J. J., 1978, in Watson G. A., ed., *Numerical Analysis*. Springer Berlin Heidelberg, Berlin, Heidelberg, pp 105–116
- Nelder J. A., Mead R., 1965, *The Computer Journal*, 7, 308
- Press W. H., Teukolsky S. A., Vetterling W. T., Flannery B. P., 1992, *Numerical recipes in FORTRAN. The art of scientific computing*. Cambridge University Press
- Prša A., Zwitter T., 2005, *ApJ*, 628, 426
- Sharma S., 2017, *Annual Review of Astronomy and Astrophysics*, 55, 213
- Simon K. P., Sturm E., 1994, *Astronomy & Astrophysics*, 281, 286, *ADS*
- Torres G., Andersen J., Giménez A., 2010, *A&ARv*, 18, 67
- Torres G., Claret A., Pavlovski K., Dotter A., 2015, *The Astrophysical Journal*, 807, 26
- Tribbey W., 2010, *ACM Sigsoft Software Engineering Notes*, 35, 30
- Vio R., Díaz-Trigo M., Andreani P., 2013, *Astronomy and Computing*, 1, 5
- Wichmann R., 2011, *Nightfall: Animated Views of Eclipsing Binary Stars*, *Astrophysics Source Code Library*, record ascl:1106.016

Wilson R. E., Devlin E. J., 1971, *Astrophysical Journal*, vol. 166, p. 605, 166, 605

Access:

M25-0358: *Turkish J.A&A* — Vol.6, Issue 3.