

Üniversite Hastanelerinde Hasta Bekleme Sürelerinin Kuyruk Teorisi ile Analizi: M/M/c ve M/G/c Modelleri

Alkan DURMUŞ¹

Özet

Bu çalışma, bir üniversite hastanesinin ortopedi polikliniğinde hasta bekleme sürelerini analiz ederek hizmet süreçlerini iyileştirme ve kaynak kullanımını optimize etme amacıyla gerçekleştirilmiştir. Kuyruk teorisi modelleri olan M/M/c ve M/G/c kullanılarak sistemin mevcut performansı değerlendirilmiş ve yoğunluk artışı senaryoları incelenmiştir. M/M/c modeli, hizmet sürelerinin üstel dağıldığını varsayarak sistemin düşük yoğunluk koşullarında verimli çalıştığını göstermiştir. Kuyruk bekleme süresi 17,85 dakika, toplam sistem bekleme süresi ise 34,02 dakika olarak hesaplanmıştır. Model, mevcut doktor sayısı ile hasta taleplerinin karşılandığını ortaya koymuştur. M/G/c modeli, hizmet sürelerindeki varyasyonları dikkate alarak daha gerçekçi sonuçlar sunmuştur. Kuyruk bekleme süresi 9,06 dakika, toplam bekleme süresi ise 25,22 dakika olarak hesaplanmıştır. Ancak yoğun saatlerde hizmet süresi değişkenliği bekleme sürelerinde artışa neden olmuştur. Senaryo analizlerinde, hasta giriş oranının %10'dan %100'e kadar artırılması durumunda, her iki model de artan yoğunluğu karşılamış, ancak M/M/c modeli stabil performans sergilerken, M/G/c modeli daha hassas ama gerçekçi sonuçlar sunmuştur. %70-80 yoğunluk oranı hedeflenerek mevcut doktor sayısının genellikle yeterli olduğu belirlenmiştir. Ancak aşırı talep durumunda ek kaynak planlaması gerekebileceği vurgulanmıştır. Sonuç olarak, kuyruk teorisi modelleri, bekleme sürelerini optimize etme, hasta memnuniyetini artırma ve kaynakları etkin kullanma açısından stratejik bir araçtır. Özellikle değişken talep koşullarında M/G/c modeli daha uygun bir çözüm sunmaktadır.

Anahtar kelimeler: Kuyruk Teorisi, M/M/c Modeli, M/G/c Modeli, Hasta Bekleme Süreleri, Ortopedi Polikliniği, Sağlık Hizmeti Verimliliği

Jel Kodu: C61, I11, C63

Queuing Theory Analysis of Patient Waiting Times in University Hospitals: M/M/c and M/G/c Models

Abstract

This study was conducted to improve service processes and optimize resource utilization by analyzing patient waiting times in the orthopedics outpatient clinic of a university hospital. Using the queuing theory models M/M/c and M/G/c, the system's current performance was assessed, and scenarios simulating increased service demand were examined. The M/M/c model showed that the system operates efficiently under low-density conditions. Assuming exponential distribution of service times. The queue waiting time was calculated as 17.85 minutes, and total system waiting time as 34.02 minutes. The model revealed that patient demands were met with the number of doctors available. The M/G/c model provided more realistic results by taking into account variations in service times. Queue waiting time was calculated as 9.06 minutes and total waiting time as 25.22 minutes. However, service time variability during peak hours caused an increase in waiting times. In the scenario analyses, when the patient arrival rate was increased from 10% to 100%, both models handled the increased load. However, while the M/M/c model maintained stable performance, the M/G/c model yielded more accurate and realistic results. Targeting a 70-80% density rate, it was determined that the number of available doctors was generally sufficient. However, it was emphasized that additional resource planning may be required in case of excessive demand. In conclusion, queuing theory models are a strategic tool for optimizing waiting times, increasing patient satisfaction and using resources efficiently. Especially under variable demand conditions, the M/G/c model offers a more appropriate solution.

Keywords: Queuing Theory, M/M/c Model, M/G/c Model, Patient Waiting Times, Orthopedics Outpatient Clinic, Health Service Efficiency

Jel Codes: C61, I11, C63

ATIF ÖNERİSİ (APA): Durmuş, A. (2025). Üniversite hastanelerinde hasta bekleme sürelerinin kuyruk teorisi ile analizi: M/M/c ve M/G/c modelleri. *İzmir İktisat Dergisi*. 40(4). 1252-1286. Doi: 10.24988/ije.1599052

¹ Dr, Dokuz Eylül Üniversitesi, Sağlık Uygulama ve Araştırma Hastanesi, Balçova / İzmir, Türkiye.

EMAIL: alkan.durmus@deu.edu.tr **ORCID:** 0000-0002-5806-9962

1. GİRİŞ

Günlük yaşamda, restoranlarda, bankalarda, okullarda, postanelerde veya hastanelerde hizmet beklemek yaygın bir durumdur. Kamu sağlık sistemlerinde uzun bekleme süreleri birçok ülkede süregelen bir sorundur. Hasta akışı, hasta gelişlerinin ve hizmet süreçlerinin öngörülemez doğası nedeniyle doğası gereği karmaşıktır. Bu karmaşıklık, gelecek planlaması ve tesis yönetimi için sistematik bir yaklaşım gerektirmektedir. Kuyruk teorisi ve simülasyon yöntemleri, hastaların varış ve hizmet sürelerinin modellenmesi ve analiz edilmesine yönelik değerli analitik araçlar olarak giderek daha fazla kabul görmektedir. Hizmet gecikmeleri genellikle hizmet talebi ile bunu karşılamak için mevcut kapasite arasındaki uyumsuzluktan kaynaklanır. Bu dengesizlik genellikle talep zamanlaması ve hizmet süresindeki doğal değişkenlikten kaynaklanmaktadır. Varış ve hizmet süreçleri arasındaki değişkenlik ve etkileşim, hizmet sistemlerinin karmaşıklığına katkıda bulunarak tıkanıklık seviyelerinin tahmin edilmesini zorlaştırır. Bu nedenle, kuyruk teorisi modellerinin uygulanması, istenen performans seviyelerine ulaşmak ve hizmet standartlarını iyileştirmek için gerekli kapasiteyi belirlemek için gereklidir (Peter ve Sivasamy, 2021, s. 114).

Sağlık sistemi, yatarak ve ayakta tedavi de dahil olmak üzere çeşitli tedavi yöntemlerini kapsayan karmaşık bir ağıdır ve her birinin kendine özgü zorlukları ve operasyonel dinamikleri vardır. Bu iki yöntem arasındaki ayrım, hasta akışını, bekleme sürelerini ve genel sağlık hizmeti verimliliğini anlamak için çok önemlidir. Yatarak tedavi tipik olarak hastaların uzun bir süre için hastaneye yatırılmasını içerir ve kapsamlı tıbbi gözetim ve müdahale gerektirir. Bu durum, özellikle sürekli izleme ve yoğun bakım gerektiren ciddi sağlık sorunları olan bireyler için geçerlidir (Alhaider vd., 2019, s. 273). Öte yandan, ayakta tedavi, hastaların bir sağlık kuruluşuna yatırılmadan bakım almalarına olanak tanıyarak yaşam kalitelerini artırabilir ve hastane kaynakları üzerindeki yükü azaltabilir (Hussain, vd., 2020).

Günümüzde sağlık hizmetlerinde en acil konulardan biri, hastaların sağlık sistemi içinde varıştan taburculuğa kadar olan hareketini ifade eden hasta akışının yönetimidir. Etkili hasta akışı yönetimi, bekleme sürelerini en aza indirmek ve hastaların zamanında bakım almasını sağlamak için gereklidir (Purushothaman, 2020, s. 5). Ayrıca, komuta ve kontrol sistemlerinin uygulanması, hasta transfer hacimlerinde iyileşme ve yatış sürelerinde azalma ile ilişkilendirilerek hasta akışı yönetimine yönelik sistematik yaklaşımların potansiyel faydalarını ortaya koymuştur (Alhaider vd., 2019).

Bekleme süreleri, hasta memnuniyetini ve sağlık sonuçlarını etkileyen kritik bir faktördür. Uzun bekleme süreleri hastaları gerekli bakımı aramaktan alıkoyma ve mevcut sağlık koşullarını daha da kötüleştirebilir (Eide, vd., 2021, s. 2). Araştırmalar, triyaj sistemlerinin etkinliğinin, personel seviyelerinin ve yatan hasta yataklarının mevcudiyetinin, acil servislerdeki hasta akışını ve bekleme sürelerini belirlemede önemli rol oynadığını göstermektedir (Xavier, vd., 2018, s. 55). Ayrıca, ayakta tedavi hizmetlerinin entegrasyonu, yatan hasta tesisleri üzerindeki bazı baskıları hafifletebilir, böylece genel hasta akışını iyileştirebilir ve hem yatan hasta hem de ayakta tedavi için bekleme sürelerini azaltabilir (Van Dam, vd., 2023, s. 2).

Özellikle ayakta tedavi ortamlarında sağlık hizmetlerine yönelik artan talep, hastanelerdeki hasta akışı yönetiminin yeniden değerlendirilmesini gerektirmiştir. Bu durum özellikle ayakta tedavi için bekleme sürelerinin hasta sonuçlarını ve genel sağlık hizmeti verimliliğini önemli ölçüde etkileyebileceği ortopedi alanında geçerlidir. Hasta akışı kavramı, hastaların ilk konsültasyondan tedavi ve takibe kadar çeşitli bakım aşamaları boyunca hareketini kapsar ve sağlık hizmeti sunum sistemlerinin optimize edilmesinde kritik öneme sahiptir. Hasta akışının etkin yönetimi sadece bekleme sürelerini azaltmakla kalmaz, aynı zamanda özellikle ortopedi gibi yüksek talep gören uzmanlık alanlarında hastalara sağlanan bakımın kalitesini de artırır.

Araştırmalar, etkili hasta akışı stratejilerinin uygulanmasının sağlık hizmeti sunumunda önemli iyileşmelere yol açabileceğini göstermektedir. Örneğin, iyi yapılandırılmış bir tam kapasite

protokolünün, ayakta tedavi görmek isteyen birçok ortopedi hastası için genellikle giriş noktası olarak hizmet veren acil servislerdeki aşırı kalabalığın olumsuz etkilerini azaltılabileceğini vurgulamaktadır (Tabriz vd., 2019, s. 3). Çalışma, hasta akışı etkili bir şekilde yönetilmediğinde, bekleme sürelerinin artmasına ve hasta memnuniyetinin azalmasına yol açabileceğini ve sonuçta klinik sonuçları etkileyebileceğini vurgulamaktadır. Ayrıca, acil durum ortamlarındaki hasta yörüngelerinin karmaşıklığını tartışarak, hasta akışının kaynakların mevcudiyeti ve farklı hastane bölümleri arasındaki koordinasyon da dahil olmak üzere çeşitli faktörlerden etkilendiğini belirtmektedir (Nugus, vd., 2011, s. 1046). Bu birbirine bağlılık, özellikle zamanında müdahalelerin çok önemli olduğu ortopedik bakımda, hasta akışı yönetimine bütüncül bir yaklaşımın önemini vurgulamaktadır.

Bu çalışmanın amacı, bir üniversite hastanesinin ortopedi polikliniğinde hasta bekleme sürelerinin analiz edilmesi ve hizmet verimliliğinin artırılmasına yönelik çözüm önerileri geliştirmektir. Hastane ortamında kuyruk teorisi modellerinin kullanılması, hizmet süreçlerinin daha etkin yönetilmesini sağlamakta ve kaynak kullanımını optimize etmeye yardımcı olmaktadır. Hastane ortamında kuyruk teorisi modellerinin kullanılması, hasta akışının yönetilmesini kolaylaştırmakta ve kaynak kullanımını optimize etmeye katkı sağlamaktadır. Bu doğrultuda, çalışmada M/M/c ve M/G/c kuyruk teorisi modelleri kullanılarak poliklinikteki hasta bekleme süreleri ve hizmet performansı incelenmiştir. Araştırma, ortopedi polikliniğinden elde edilen 20 aylık bir veri setine dayanmakta olup, bu veri seti hasta kabul saatleri, muayene süreleri ve bekleme sürelerine ilişkin kapsamlı veriler içermektedir. Analizler sonucunda, polikliniğin mevcut performansı değerlendirilmiş ve hasta bekleme sürelerini azaltmak için çeşitli iyileştirme önerileri sunulmuştur.

2. LİTERATÜR

Kuyruk teorisi, poliklinik yönetiminde hasta akışı, kaynak tahsisi ve hizmet verimliliğini ele alan önemli bir analitik araç olarak öne çıkmıştır. Sağlık hizmetlerinde, özellikle de polikliniklerde kuyruk modellerinin uygulanması, literatürde kapsamlı bir şekilde incelenmiş olup, hasta bakımını optimize etme ve bekleme sürelerini en aza indirme konularında değerli bulgular ortaya koymaktadır. Bu literatür incelemesi, kuyruk teorisinin poliklinik operasyonlarındaki uygunluğunu ve etkinliğini gösteren çeşitli çalışmaları özetlemektedir.

Bu alandaki temel çalışmalardan biri, Malawi'deki bir sağlık merkezinin ayakta tedavi bölümünde personel planlamasını iyileştirmek için kuyruk teorisini uygulayan Mtonga ve arkadaşları tarafından gerçekleştirilmiştir. Araştırmaları, uyarlanabilir çizelgelemenin hasta bekleme sürelerini hafifletebileceğini ve hizmet sunumunu geliştirebileceğini vurgulamaktadır (Mtonga vd., 2022). Benzer şekilde, Ramadhan ve Vikaliana (2023) bir hastanedeki hasta kayıt bankoları üzerine yaptıkları analizde kuyruk teorisini kullanarak, sistematik uygulamanın bekleme sürelerini kısaltılabileceğini ve hasta verimliliğini artırabileceğini ortaya koymuşlardır (Ramadhan & Vikaliana, 2023). Bu çalışmalar, kuyruk teorisinin polikliniklerdeki operasyonları düzenlemedeki önemini ortaya koymaktadır.

Hu vd., (2018) acil servis operasyonlarında kuyruk teorisinin uygulanmasını incelemiş ve ortalama kuyruk uzunluğu ve bekleme süreleri gibi performans ölçütlerini elde etmek için bu teorisinin nasıl kullanılabileceğini tartışmışlardır. Bulguları, kaynakları kısıtlı sistemlerin değişen talep seviyelerine nasıl yanıt verdiğini anlamada kuyruk teorisinin etkili olduğunu göstermektedir (Hu vd., 2018). Benzer şekilde, Ramadhan'ın hasta kayıt bankolarına yönelik analizi de kuyruk teorisinin sağlık alanındaki uygulamalarına bir örnek teşkil etmektedir. Bu çalışma, kuyruk modellerinin hasta kayıt süreçlerine nasıl etkili bir şekilde uygulanabileceğini ve hasta bekleme sürelerinin nasıl azaltılabileceğini göstermektedir (Ramadhan, 2023).

Bahadori vd., (2014), hastane eczane performansını optimize etmek için kuyruk teorisi ve simülasyon modellerini kullanarak, personel sayısındaki ayarlamaların hasta bekleme sürelerini

önemli ölçüde azaltılabileceğini ortaya koymuşlardır. Bu bulgu, Yaduvanshi ve arkadaşlarının çalışmasıyla uyumludur; bu çalışma, kuyruk teorisinin operasyonel verimliliği artırmada ve hasta memnuniyetini iyileştirmede kritik bir rol oynadığını vurgulamaktadır (Yaduvanshi vd., 2019). Ayrıca, Aeenparast ve arkadaşlarının bulguları, kuyruk teorisinin simülasyon teknikleriyle entegrasyonunun hasta akışını anlamak ve yönetmek için güçlü bir çerçeve sağladığını göstermektedir (Aeenparast vd., 2013).

Kuyruk teorisinin uygulanması, bekleme sürelerini azaltmanın ötesine geçerek kaynak tahsisinin optimizasyonunu da kapsamaktadır. Zhu ve Er-Shi (2016), ayakta tedavi ortamlarında gerekli olan uygun sunucu sayısının belirlenmesine yardımcı olan çok tipli bir kuyruk ağı analizi yöntemi önermiştir. Bu çalışma, hizmet sunumunu ve hasta memnuniyetini artırmaya yönelik çözümler sunmaktadır (Zhu & Er-shi, 2016). Komashie ve arkadaşları da benzer bir şekilde, hasta bakımı ve personel iş yükü arasındaki dengeyi vurgulayarak entegre bir hasta ve personel memnuniyeti modeli geliştirmişlerdir (Komashie, Mousavi ve Clarkson, 2015).

Geleneksel kuyruk modellerine ek olarak, poliklinik operasyonlarını daha da iyileştirmek için akıllı kuyruk sistemleri gibi yenilikçi yaklaşımlar da ortaya çıkmıştır. Xie ve arkadaşları (2013), hasta akışını daha etkili bir şekilde yönetmek için teknolojiden yararlanan akıllı kuyruk sistemlerinin uygulanmasını tartışmışlardır (Xie vd., 2013). Nasrudin vd., (2023) da hasta kayıt ve tedavi süreçlerini kolaylaştırmak amacıyla modern veri depolama çözümlerinden yararlanan akıllı yönetim bekleme sistemleri önermişlerdir (Nasrudin vd., 2023). Bu gelişmeler, sağlık hizmetlerinde kuyruk teorisinin uygulama alanlarının genişlediğini göstermektedir.

Literatür, ayrıca polikliniklerdeki kuyruk sorunlarının, özellikle uzun bekleme sürelerinin neden olduğu hasta memnuniyetsizliği ile ilgili zorlukları ele almaktadır. Moyi vd., (2022), hastaların mevcut sıra yönetimi stratejilerinden memnuniyetsizliklerini dile getirdiklerini ve bu durumun iyileştirilmiş sistemlere ihtiyaç olduğunu göstermişlerdir (Moyi vd., 2022). Elalouf ve Wachtel (2021), acil servislerde kuyruk yönetimine yönelik pratik yaklaşımları gözden geçirerek, hasta bakımını iyileştirmek için sistematik çözümlere duyulan ihtiyacı vurgulamıştır (Elalouf ve Wachtel, 2021). Bekleme hattı problemleri, varış kaynakları, kuyruklar ve hizmet süreçlerine ilişkin verileri kullanarak insanların, makinelerin veya malzemelerin hizmet beklediği sistemleri analiz etmeyi içerir. Bu çalışmadaki yeni bir yaklaşım, çok kriterli karar verme teknikleriyle sistem birimlerini ağırlıklandırarak bekleme sürelerini hesaplamakta, daha gerçekçi sonuçlar sağlamakta ve hangi hizmet kanallarının bekleme sürelerini önemli ölçüde etkilediğini belirlemektedir (Özdemir ve Maruf 2018).

Ayrıca, kuyruk teorisinin operasyonel araştırma metodolojileriyle entegrasyonu da sağlık hizmetlerinde optimizasyon için faydalı olmuştur. Bittencourt vd., (2018), hastane kapasite yönetimine odaklanarak kuyruk teorisinin kaynak yönetiminde nasıl etkili kullanılabileceğini göstermişlerdir (Bittencourt vd., 2018). Bu yaklaşım, hastane yatak doluluğunu iyileştirmek için kuyruk teorisi ve evrimsel hesaplamayı birleştiren Belciug ve Gorunescu'nun bulgularıyla uyumludur (Belciug ve Gorunescu, 2015).

Kuyruk teorisinin hasta memnuniyeti üzerindeki etkisi göz ardı edilemez. Guarte vd., (2022), etkili kuyruk yönetimi ile hemşirelik bakım kalitesi arasındaki ilişkiyi vurgulamış ve bunun hasta memnuniyeti üzerinde önemli bir etkisi olduğunu ortaya koymuşlardır (Guarte vd., 2022). Bu bulgu, kuyruk teorisinin sadece operasyonel verimliliği değil, aynı zamanda hasta deneyimini de iyileştirdiğini göstermektedir.

Polikliniklerde hasta yönlendirme zorlukları da literatürde ele alınan bir başka önemli konudur. Azfar vd., (2019), ortopedi polikliniklerinde bir triyaj sisteminin uygulanmasının gereksiz bekleme sürelerini azaltılabileceğini ve genel klinik verimliliğini artırabileceğini göstermişlerdir (Azfar vd., 2019).

COVID-19 pandemisi, özellikle ortopedi polikliniklerinde hasta akışı yönetiminde yeni zorluklar ortaya çıkarmıştır. Ök vd., (2022), pandemi sırasında hasta hacimlerinde meydana gelen değişiklikleri inceleyerek esnek kuyruk stratejilerine duyulan ihtiyacı vurgulamışlardır (Ök vd., 2022). Bu, kuyruk teorisinin değişen koşullara uyum sağlayarak yüksek hasta bakım standartlarını korumadaki önemini bir kez daha ortaya koymaktadır.

Creemers ve Lambrecht (2007), Belçika Antwerp'teki Middelheim Hastanesi'nin ortopedi bölümünü analiz ederek kuyruk teorisinin klinik operasyonları iyileştirmede etkinliğini ortaya koymuşlardır (Creemers & Lambrecht, 2007). Lantz ve Rosén (2017), hasta geliş dinamiklerini anlamının kapasite yönetimi için hayati önem taşıdığını vurgulayan çalışmalarıyla bu bulguları desteklemektedir (Lantz ve Rosén, 2017).

Bu literatürde ayrıca Elektronik Tıbbi Kayıt sistemlerinin uygulanmasının ayakta tedavi gören hastaların bekleme süreleri üzerindeki etkileri de analiz edilmiştir. EMR uygulaması sonrası hasta bekleme sürelerinin %44 ila %78 oranında azaldığı tespit edilmiştir (Cho vd., 2017). Bu çalışma, dijital verilerin kuyruk teorisi ile birleştirilmesinin bekleme süresi analizinde güvenilir bir metodoloji sunduğunu doğrulamaktadır.

Kuyruk teorisinin hastanelerin ayakta tedavi birimlerinde uygulanması, kaynak israfını önleyerek hastanelerin altyapılarını optimize etmelerine olanak sağlamaktadır. Shan ve arkadaşları (2013), kuyruk teorisinin uygulanmasıyla sağlık tesislerinde hem hasta memnuniyetinin hem de operasyonel verimliliğin artırılabilirliğini göstermişlerdir (Shan, vd., 2013). Benzer şekilde, Dilrukshi vd., (2016), Sri Lanka Ulusal Hastanesi'nde kuyruk teorisi uygulamasının hasta bekleme sürelerini nasıl azalttığını incelemişlerdir (Dilrukshi vd., 2016).

Balan vd., (2025), hastane optimizasyonu, müşteri hizmetleri ve lojistik gibi çeşitli alanlardaki rollerini vurgulayarak, kalabalık yönetimi araçları olarak kuyruk sistemlerine kapsamlı bir genel bakış sunmaktadır. M/M/c ve M/G/c gibi kuyruk modellerinin, dalgalanan talep altında sınırlı kaynakları yöneterek hizmet kalitesini nasıl artırabileceğini göstermişlerdir (Balan vd., 2025). Bekleme süresi ve hizmet memnuniyeti arasındaki bağlantıdan yola çıkan Zhao ve Gilbert (2025), algılanan hizmet kalitesini değerlendirmek için beklenti-uyumsuzluk paradigmasını kuyruk teorisi ile bütünleştirmiştir. Ayrık olay simülasyonu yaklaşımları, kuyruk modellerinin hizmet gecikmesi ve müşteri memnuniyeti hakkında eyleme geçirilebilir bilgiler sunduğunu göstermiş ve gerçek zamanlı hizmet sunumu planlaması için modeller önermiştir (Zhao ve Gilbert, 2025).

Hastane ortamlarında, Vaghani vd., (2024) ve Chukwuoyims vd., (2024) acil servislerdeki kuyruk modellerini incelemişlerdir. Darboğazları en aza indirmek için multidisipliner stratejilerin, yalın tekniklerin ve triyaj iyileştirmelerinin önemini altını çizmişlerdir. Çalışmalarında süreç optimizasyonu, simülasyon ve personel eğitiminin hasta akışını yönetmek ve bakım kalitesini korumak için temel bileşenler olduğunu vurgulamışlardır. Hutapea ve Defrizal (2024) M/M/s modelini Endonezya'daki bir sağlık ocağında uygulamış ve çok kanallı kuyruk sistemlerinin kayıt bankolarındaki hizmet verimliliğini artırdığını göstermiştir. Benzer şekilde, Lopes ve Sousa (2024) Arena yazılımını kullanarak kamu dış kliniklerindeki kuyruk modellerini simüle etmiş ve küçük sistem ayarlamalarının Portekiz'in ulusal sağlık hizmetlerinde ağız sağlığı verimliliğini nasıl önemli ölçüde artırabileceğini göstermiştir. Hutapea ve Defrizal (2024) M/M/s modelini Endonezya'daki bir sağlık ocağında uygulamış ve çok kanallı kuyruk sistemlerinin kayıt bankolarındaki hizmet verimliliğini artırdığını göstermiştir.

Bazı çalışmalar da stratejik kuyruk tasarımı ve paydaş odaklı optimizasyonu vurgulamaktadır. Widodo vd., (2024) bekleme maliyetlerini ve hizmet kapasitelerini dengelemek için istek teorisini ve Poisson tabanlı kuyruk modellerini uygularken, Martha vd., (2024) aşı kalite kontrol laboratuvarlarında personelin yeniden atanmasının bekleme sürelerini ve kuyruk uzunluklarını nasıl azalttığını göstermiştir. Ayrıca, Ainbinder vd., (2024) heterojen işgücünde kuyruk mimarilerini

araştırmış ve küresel kuyruğun belirli koşullar altında yerel modellerden daha iyi performans gösterdiğini, ancak dinamik çizelgelemenin yerel sistemleri daha verimli hale getirebileceğini bulmuştur. Devanda vd., (2024) ve Amjath vd., (2024) karmaşık lojistik ve filo yönetimi problemlerini çözmek için hibrit kuyruk ve optimizasyon modelleri (örneğin, Grey Wolf Optimizer, CQN) kullanarak kuyruk teorisinin endüstriyel ve sağlık tedarik zincirlerinde genişleyen rolünü göstermiştir.

Sonuç olarak, kuyruk teorisi, poliklinik operasyonlarının karmaşıklığını yönetmek için kritik bir araçtır. Bekleme sürelerinin azaltılmasından kaynak tahsisinin optimize edilmesine kadar, bu teorisinin uygulanması, sağlık hizmetlerinde operasyonel verimliliği ve hasta memnuniyetini artırmada önemli rol oynamaktadır. Ayrıca, kuyruk teorisinin Elektronik Tıbbi Kayıt (EMR) sistemleri gibi teknolojik gelişmelerle entegrasyonu, hasta akışını daha da iyileştirerek sağlık hizmetlerinde bekleme sürelerini en aza indirmeye potansiyeline sahiptir.

3. YÖNTEM

Kuyruk modelleri, farklı endüstrilerdeki çeşitli sistemleri karakterize etmek ve analiz etmek için uygulamalı araştırmacılar tarafından sıklıkla kullanılmaktadır. Örneğin, çağrı merkezleri (Gans vd., 2003; Koole ve Mandelbaum, 2002), sağlık hizmetleri (Green, 2006; Lakshmi ve Iyer, 2013; Palvannan ve Teow, 2012), konaklama ve turizm (Hwang vd., 2010; Pullman ve Rodgers, 2010), imalat (Govil ve Fu, 1999; Rao vd., 1998), perakende (Defraeye ve Van Nieuwenhuyse, 2016; Kesavan ve Mani, 2015) ve telekomünikasyon (Bruneel vd., 2014). Bu sektörlerde kuyruk modelleri kapasite planlaması ve yönetimi için uygulanmaktadır. Örneğin, kuyruk analizi, bekleme süreleri gibi kabul edilebilir bir hizmet seviyesini korumak için bir hizmet süreci için gerekli kapasiteyi belirlemek ve talep veya hizmet süreçlerindeki değişikliklerin kuyruk uzunluklarını ve bekleme sürelerini nasıl etkilediğini değerlendirmek için kullanılır (Brown, vd., 2005; Green vd., 2006; Palvannan ve Teow, 2012; Kim, vd., 1999; Karvonen, vd., 2004)

M/M/c kuyruk modeli, Markovian (hafızasız) varış ve hizmet süreçleri ve birden fazla sunucunun (c) varlığı varsayımlarıyla karakterize edilen kuyruk teorisinde temel bir yapıdır. Bu model özellikle müşterilerin rastgele geldiği ve ilk gelene ilk hizmet şeklinde hizmet verildiği sistemlerin analizinde kullanışlıdır. M/M/c modelinin performansı, sistemin kararlı durum olasılıklarından türetilen ortalama bekleme süresi, kuyruk uzunluğu ve sistem kullanımı gibi çeşitli ölçütler kullanılarak değerlendirilebilir (Yang vd., 2014; Garnett vd., 2002).

M/M/c modelinin kritik yönlerinden biri, kuyruk uzunluğu veya bekleme süresinin kuyruktaki (yani uç değerlerdeki) olasılık dağılımını ifade eden kuyruk davranışdır. Kuyruk davranışı, özellikle aşırı bekleme sürelerinin müşteri memnuniyetsizliğine ve iş kaybına yol açabileceği telekomünikasyon ve hizmet merkezleri gibi uygulamalarda kuyruk sisteminin performansını önemli ölçüde etkileyebilir (Garnett vd., 2002). Kuyruk davranışının analizi genellikle varış oranı, hizmet oranı ve sunucu sayısı gibi faktörlerden etkilenebilen kuyruk uzunluğu dağılımının asimptotik özelliklerini anlamayı içerir (Belarbi ve Haddad, 2016; Artalejo ve Lopez-Herrero, 2001).

M/M/c modeli bağlamında, kuyruk asimptotikleri stokastik süreçlerden elde edilen teknikler kullanılarak türetilir. Örneğin, bir M/M/c kuyruğundaki kuyruk uzunluğu dağılımının kuyruğunun, Markovian sistemlerin karakteristik bir özelliği olan belirli koşullar altında üstel bozunma sergilediği gösterilmiştir (Belarbi ve Haddad, 2016). Bu üstel bozulma, çok uzun bir kuyruk gözlemlenebilirlik olasılığının hızla azaldığı anlamına gelir ve M/M/c modelini aşırı tıkanıklığın olası olmadığı sistemler için uygun hale getirir. Bununla birlikte, kuyruk davranışının varış ve hizmet oranları gibi sistemin belirli parametrelerine bağlı olarak önemli ölçüde değişebileceğine dikkat etmek önemlidir (Yang vd., 2014; Garnett vd., 2002).

Ayrıca, M/M/c modeli, müşterilerin sabırsızlığı ve sunucuların güvenilmezliği gibi çeşitli gerçek dünya karmaşıklıklarını içerecek şekilde genişletilebilir. Örneğin, müşterilerin bekleme sürelerinin belirli bir eşiği aşması halinde kuyruğu terk edebilecekleri senaryolarda analiz daha karmaşık hale gelmektedir. M/M/c modeli bu faktörleri hesaba katacak şekilde uyarlanabilir ve müşterilerin sabırsızlığının genel sistem performansı üzerindeki etkisini yansıtan değiştirilmiş kuyruk davranışlarına yol açabilir (Kanavetas ve Balcıoğlu, 2022; Ferrari ve Morabito 2023). Bu gibi durumlarda, bekleme süresi dağılımının kuyruğu, standart M/M/c modeline kıyasla daha yüksek bir aşırı bekleme süresi olasılığına işaret eden daha ağır kuyruklar sergileyebilir (Ferrari ve Morabito, 2023).

Kuyruk modellerinde kuyruk davranışının incelenmesi sadece teorik değil aynı zamanda pratik çıkarımlara da sahiptir. Örneğin, kuyruk dağılımının anlaşılması, uzun bekleme süreleri olasılığını en aza indirmek için personel seviyelerini ve hizmet oranlarını optimize ederek yöneticilerin daha iyi hizmet sistemleri tasarlamasına yardımcı olabilir. Bu durum özellikle müşteri memnuniyetinin bekleme sürelerine yakından bağlı olduğu çağrı merkezleri ve hizmet odaklı işletmeler için geçerlidir (Garnet vd., 2002; Khudyakov vd., 2010). M/M/c modelini kullanarak ve kuyruk davranışını analiz ederek kuruluşlar, müşteri deneyimini ve operasyonel verimliliği artırmak için kaynak tahsisi ve hizmet stratejileri hakkında bilinçli kararlar alabilir (Yang vd., 2014; Garnet vd., 2002).

M/M/c Kuyruk Modeli, Poisson dağılımına sahip gelişler ve üstel dağılımına sahip hizmet süreleri varsayımı altında çok sunuculu kuyruk sistemlerini modellemek için kullanılır. Bu modelde c sunucu mevcuttur ve her bir sunucu aynı anda bir müşteriye hizmet edebilir. Aşağıda M/M/c modelinin temel formülleri verilmiştir (Bhattacharyya vd., 2019). M/M/c modeli, Poisson dağılımına göre rastgele gelen hastaların bir grup hizmet kanalı (doktorlar) tarafından servis edilmesini ifade eder. Servis süreleri üstel dağılıma (exponential distribution) göre gerçekleşir. Bu model, sağlık hizmetlerinde hasta bekleme sürelerini analiz etmek ve kaynak verimliliğini artırmak için yaygın olarak kullanılır.

M/M/c Modelinin Adımları:

1. Parametreleri Belirleme:

- λ (Hasta geliş oranı): Birim zamandaki ortalama hasta geliş oranı.
- μ (Servis oranı): Bir doktorun birim zamanda hizmet verebileceği ortalama hasta sayısı.
- c (Doktor sayısı): Aynı anda hizmet veren doktor sayısı.

2. Matematiksel Hesaplamalar:

- Yoğunluk oranı (ρ): Sistemdeki yoğunluğu ifade eder.

$$\rho = \lambda / (c * \mu) \quad (1)$$

-Bekleme süresi (W_q):

$$W_q = \frac{P_0 \cdot \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^2}{c! \cdot c \cdot \mu \cdot \left(1 - \frac{\lambda}{c \cdot \mu}\right)^2} \quad (2)$$

-Boş sistem olasılığı (P_0):

$$P_0 = \left(\sum_{n=0}^{c-1} \frac{\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n}{n!} + \frac{\frac{\lambda^c}{\mu}}{c! \cdot \left(1 - \frac{\lambda}{c \cdot \mu}\right)} \right)^{-1} \quad (3)$$

3. Performans Ölçütleri:

-Ortalama sistemdeki hasta sayısı (L):

$$L = \lambda / \mu + L_q \quad (4)$$

-Kuyrukta bekleyen hasta sayısı (Lq):

$$L_q = \lambda * W_q \quad (5)$$

-Ortalama bekleme süresi (Wq): Kuyruktaki bekleme süresi.

-Ortalama sistemde kalma süresi (W):

$$W = W_q + 1 / \mu \quad (6)$$

M/G/c kuyruk modeli, kuyruk teorisinin önemli bir parçasıdır ve genel hizmet süreleri ile Poisson varış süreçlerini bir araya getirir. Bu model, c adet sunucuya sahip bir sistemde, varışların Poisson dağılımına göre gerçekleştiği ve hizmet sürelerinin genel bir dağılıma sahip olduğu durumları tanımlar. M/G/c modeli, özellikle hizmet sürelerinin belirli bir dağılıma sahip olduğu sistemlerin analizi için oldukça yararlıdır ve bu nedenle birçok uygulama alanında kullanılmaktadır, örneğin telekomünikasyon, sağlık hizmetleri ve trafik akışı yönetimi gibi alanlarda (Cassandras ve Lafortune, 2021; Guerrouahane vd., 2015). M/G/c modelinin temel özelliklerinden biri, sistemin performansını etkileyen çeşitli faktörleri dikkate alabilmesidir. Örneğin, hizmet sürelerinin dağılımı, bekleme süreleri ve kuyruk uzunlukları üzerinde önemli bir etkiye sahiptir. Wu ve arkadaşları, M/G/c modelinin, hizmet sürelerinin dağılımına bağlı olarak nasıl değiştiğini incelemişlerdir, ancak bu çalışmanın M/G/c modelinin genel özellikleriyle doğrudan bir ilişkisi yoktur (Wu vd., 2013). Ayrıca, M/G/c modelinin, sistemin yoğunluğuna bağlı olarak farklı davranışlar sergileyebileceği gösterilmiştir (Benaouicha ve Aissani, 2005).

M/G/c modeli, servis süresinin genel dağılıma sahip olduğu bir kuyruk sistemidir ve c sayıda paralel sunucu içerir. Bu modelde ortalama bekleme süreleri ve sistem yoğunluğunu hesaplamak için aşağıdaki formüller kullanılmaktadır:

M/G/c modeli, Poisson dağılımına göre rastgele gelen hastaların, servis sürelerinin genel bir dağılıma (genel dağılım) göre gerçekleştiği bir modeldir. Bu model, üstel dağılıma göre daha esnek bir analiz sunar.

M/G/c Modelinin Adımları:

1. Parametreleri Belirleme:

- λ (Hasta geliş oranı): Birim zamandaki ortalama hasta geliş oranı.
- μ (Servis oranı): Bir doktorun birim zamanda hizmet verebileceği ortalama hasta sayısı.
- c (Doktor sayısı): Aynı anda hizmet veren doktor sayısı.
- C_s (Servis süre varyans katsayısı): Servis süresinin dağılım varyansı ve ortalaması kullanılarak hesaplanır.

2. Bekleme Süresi Hesaplamaları (W_q):

$$Wq = \frac{Lq}{\lambda} = \frac{p \cdot \left(\frac{c_s^2 + 1}{2}\right)}{\mu \cdot (1 - p)} \quad (7)$$

Burada C_s servis süresi dağılımının varyans katsayısıdır. Servis süresi varyansı σ^2 ve ortalama servis süresi μ ile şu şekilde hesaplanır:

$$C_s = \frac{\sigma_s}{\mu} \quad (8)$$

3. Performans Ölçütleri:

$M/G/c$ modelinde de $M/M/c$ 'de olduğu gibi, kuyrukta bekleme süresi (Wq), sistemde bekleme süresi (W), kuyrukta bekleyen hasta sayısı (Lq) ve toplam hasta sayısı (L) hesaplanabilir.

$M/G/c$ kuyruk modeli, $M/M/c$ modeline göre daha karmaşık olmakla birlikte, servis süresinin genel dağılıma sahip olduğu sistemler için daha uygun sonuçlar verir. Özellikle servis süresi varyansının yüksek olduğu sistemlerde, bu model kullanılarak daha doğru bekleme süreleri tahmin edilebilir.

3.1. Veri Sınırlamaları

Bu çalışmada kullanılan veri seti, yalnızca randevu, kayıt, kabul ve muayene zamanlarına ilişkin bilgileri içermekte olup, yaş, cinsiyet, engellilik durumu gibi demografik bilgileri içermemektedir. Bu nedenle, hasta heterojenliğinin (örneğin yaşlı hastaların daha uzun muayene süreleri veya engelli hastaların öncelikli hizmet alma ihtiyaçları gibi faktörlerin) kuyruk dinamikleri üzerindeki etkisi incelenememiştir. Demografik verilerin eksikliği, analiz sonuçlarının belirli hasta gruplarına özel olarak uygulanabilirliğini kısıtlayabilmektedir. Örneğin yaşlı veya engelli hastaların genel hizmet sürelerini ve bekleme sürelerini artırabileceği veya farklı hizmet politikalarına ihtiyaç duyabileceği göz önüne alınarak, bu tür demografik faktörlerin analiz edilmesi hizmet süreçlerinin iyileştirilmesinde kritik öneme sahiptir.

Mevcut veri seti içerisinde hastaların profillerine dair herhangi bir dolaylı sınıflandırma (örneğin muayene süresi uzunluğu gibi vekil değişkenler) bulunmamaktadır. Dolayısıyla bu çalışmada, hasta gruplarına özgü segmentasyon analizleri gerçekleştirilememiştir. Gelecekte yapılacak çalışmalarda, hasta heterojenliğinin ve farklı demografik özelliklerin hizmet ve bekleme süreleri üzerindeki etkisini detaylı biçimde inceleyebilmek amacıyla, kapsamlı demografik verilerin toplanması önerilmektedir. Böylelikle elde edilecek analizlerin kapsamı genişletilebilir ve elde edilen sonuçların uygulama alanı zenginleştirilebilir.

4. BULGULAR

Bu çalışmada kullanılan veri seti, bir üniversite hastanesinin Ortopedi ve Travmatoloji bölümünde randevulu hasta kabul süreçlerini içermektedir. Veri seti, hasta kabulü ve muayene süreçlerindeki bekleme sürelerini analiz etmeyi amaçlamaktadır. Çalışma, hasta geliş zamanı, kayıt ve kabul işlemlerine odaklanarak poliklinik yönetiminde kuyruk modellerini kullanarak sistemin performansını değerlendirmeyi hedeflemektedir.

Veri seti, aşağıdaki temel parametreleri içermektedir:

Geliş Tarihi: Hastanın randevuya geldiği tarih.

Protokol Numarası: Her hastaya atanan benzersiz protokol numarası.

Randevu Saati: Hastaya verilen randevu zamanı.

Kayıt Zamanı: Hastanın kayıt işlemini tamamladığı saat.

Kabul Zamanı: Hastanın doktor tarafından kabul edildiği saat.

Randevu-Kabul Farkı (Dakika): Randevu saati ile kabul saati arasındaki dakika farkı.

Kayıt-Kabul Farkı (Dakika): Kayıt saati ile kabul saati arasındaki dakika farkı.

Muayene Süresi: Muayene süresi (dakika cinsinden)

Veri setindeki Ortopedi ve Travmatoloji bölümüne ait 4 doktorun hizmet verdiği süreçlerde, her bir hastanın bekleme süresi, kayıt işlemleri ve doktor kabul süreleri kaydedilmiştir. Aşağıda, veri setinden bir özet tablo sunulmaktadır:

Tablo 1: Örnek Veri Seti

Protokol No	Geliş Tarihi	Randevu Saati	Kayıt Zamanı	Kabul Zamanı	Randevu Kabul Farkı (dk)	Kayıt Kabul Farkı (dk)
1	2024-09-05	11:35	10:45	11:45	10.88	60.53
2	2024-09-05	11:05	10:35	11:16	11.02	40.5
3	2024-09-05	10:40	10:23	10:56	16.17	32.33
4	2024-09-05	10:20	10:02	10:29	9.52	27.18
5	2024-09-05	10:00	09:45	10:17	17.33	31.77

Bu çalışmada kullanılan veri seti, bir sağlık kuruluşunun ortopedi bölümünde, 01/01/2023-31/08/2024 tarihleri arasında muayene edilen 30,458 hastaya ait randevu ve muayene süresi bilgilerini içermektedir. Her bir hasta için kaydedilen veriler arasında Hasta Kayıt Zamanı (hastanın sisteme kayıt olduğu zaman), Hasta Randevu Saati (hastaya verilen randevu zamanı), Hasta Kabul Zamanı (hastanın muayeneye kabul edildiği zaman) bulunmaktadır. Bu zaman bilgilerine ek olarak; Randevu Kabul Farkı Dk (randevu saati ile kabul saati arasındaki süre), Kayıt Kabul Fark Dk (kayıt ve kabul arasındaki süre) ve MUAYENE SÜRESİ (hizmet süresi) gibi bekleme ve hizmet sürelerine dair detaylar da yer almaktadır. Veri seti, sağlık hizmetlerinin performansını değerlendirmek ve hasta akışını optimize etmek amacıyla kuyruk teorisi modelleri kullanılarak analiz edilecek yeterli bilgi derinliğine sahiptir. Bu veriler, sağlık sistemlerinde bekleme süresinin minimize edilmesi ve kaynak kullanımının artırılmasına yönelik çalışmalara ışık tutabilecek niteliktedir.

Veri temizleme işlemi, analiz sürecinde elde edilen sonuçların doğruluğunu ve güvenilirliğini sağlamak için kritik bir adımdır. Bu çalışmada, veri temizliği özellikle uç değerlerin çıkarılmasına odaklanmıştır. Sağlık hizmetlerinde bekleme ve muayene süreleri gibi zaman verilerinde ortaya çıkabilecek aşırı yüksek veya düşük uç değerler, analiz sonuçlarını bozarak istatistiksel dağılımlarda çarpıklıklara neden olabilir. Böyle durumlar, hesaplanan ortalama ve varyans gibi temel istatistikleri etkileyerek sonuçların güvenilirliğini azaltır. Bu nedenle, kuyruk teorisine dayalı M/M/c ve M/G/c gibi modellerin uygulanabilirliğini artırmak amacıyla, veri setinde uç değer tespit edilmiş ve belirlenen bekleme ve muayene sürelerindeki aşırı uç değerlerin çıkarılması, analiz edilen veri setinin daha gerçekçi bir yansıma sunmasını sağlamıştır. Çıkarılan uç değerler, çoğunlukla anormal durumları veya nadir olayları yansıttığından, sağlık kuruluşunun günlük operasyonel performansını tam anlamıyla temsil etmemektedir. Temizlenen veri seti ise hastaların büyük çoğunluğunun deneyimlediği tipik bekleme ve hizmet sürelerini yansıtarak, sağlık hizmetlerinin genel performansı hakkında daha sağlıklı çıkarımlar yapılmasına olanak tanır. Ayrıca, uç değerlerin çıkarılması, modellenen sistemin stabilitesini artırarak, kuyruk modellerinin gerektirdiği varsayımların daha güvenilir bir şekilde sağlanmasına yardımcı olur. Böylece veri temizleme işlemi, sağlık hizmetlerinde kaynak yönetimi ve hasta memnuniyeti üzerine yapılan analizlerin geçerliliğini ve doğruluğunu artırmak adına gerekli bir adım olarak değerlendirilmiştir. Bu işlemler sonucunda, 3817 uç değer çıkarılarak 26641 kayıttan oluşan bir veri seti elde edilmiştir. Güncel veri setiyle yapılan analizlerde

bekleme ve hizmet sürelerinin daha gerçekçi bir yansıması sağlanarak, kuyruk analizleri (M/M/c ve M/G/c) için sağlıklı bir temel oluşturulmuştur.

Toplam 30.458 hasta kaydı üzerinden yapılan analizlerde, uç değer tanımı ve temizleme işlemi Çeyrekler Arası Açıklık (IQR) yöntemine dayalı olarak gerçekleştirilmiştir. Aşağıdaki formül ile üst sınır belirlenmiş ve bu sınırların üzerindeki kayıtlar uç değer olarak analiz dışı bırakılmıştır:

$$\text{Üst Sınır} = Q3 + 1.5 \times IQR$$

Bu kapsamda:

Toplam kayıt sayısı: 30.458

Temizlenen (uç değer olarak çıkarılan) kayıt sayısı: 3.817

Temizlenen kayıtların oranı: %12.53

Kısa süreli uç değerler ($W_q < 1$ dk): 3.180 kayıt (%10.4)

Uzun süreli uç değerler ($W_q > 60$ dk): 637 kayıt (%2.1)

Bu uç değerler; sistemsel veri giriş hataları, randevusuz acil başvurular veya kayıtsız işlem süreleri gibi istisnai operasyonel koşullardan kaynaklanmaktadır. Aşırı kısa veya uzun bekleme süreleri modelleme sonuçlarını saptırmamak adına analiz dışında bırakılmıştır.

Zaman verilerinin analitik açıdan işlenebilir hale getirilmesi için, ilgili sütunlar datetime veri türüne dönüştürülmüştür. Bu dönüşüm, hasta kabul ve randevu süreçlerinin günlük ve saatlik bazda analiz edilmesine olanak tanıyarak analizlerin zaman serisi niteliğinde yapılabilmesini sağlamıştır.

Tablo 2: Temizlenmiş Hasta Randevu Verilerinin Özet Bilgileri

Özellik	Randevu Kabul Farkı Dk	Kayıt Kabul Fark Dk	Muayene Süresi
Count	26641	26641	26641
Mean	19.16	14.58	15.73
Std	9.10	8.73	0.57
Min	0.02	0.17	14.25
25%	12.00	10.00	15.32
50%	18.00	12.00	15.57
75%	26.00	16.00	16.00
Max	49.50	99.07	17.58

Temizlenmiş hasta randevu verilerinin özet tabloları, veri setinde yer alan bekleme süresi (Randevu Kabul Farkı Dk), kayıt kabul fark süresi (Kayıt Kabul Fark Dk) ve muayene süresi (Muayene Süresi) değişkenlerine ait istatistiksel bilgileri sunmaktadır. Bu özet bilgiler, analiz edilen hasta verilerinin dağılımını ve merkezi eğilim ölçülerini ortaya koymaktadır.

Randevu Kabul Farkı: Hastaların randevu saati ile kabul edildikleri zaman arasındaki süreyi ifade eden bu değişkenin ortalama değeri yaklaşık 19.16 dakika olup, veri setindeki gözlemler arasında 0.02 dakika ile 49.5 dakika arasında bir dağılım göstermektedir. Standart sapmanın 9.10 dakika olması, bu sürenin belirli bir oranda değişkenlik içerdiğini göstermektedir.

Kayıt Kabul Farkı: Hastaların kayıt zamanı ile kabul edilme zamanı arasındaki süreyi ifade eden bu değişkenin ortalama değeri 14.58 dakika olarak hesaplanmıştır. Bu süredeki değişim aralığı 0.17 dakika ile 43.77 dakika arasında olup, 8.73 dakikalık bir standart sapma gözlenmiştir. Kayıt kabul fark süresi, hasta akışını etkileyen önemli bir faktör olarak değerlendirilmiştir.

Muayene Süresi: Hastaların muayene sırasında geçirdikleri süreyi ifade eden bu değişkenin ortalaması 15.73 dakika olup, gözlemler 14.25 dakika ile 17.58 dakika arasında değişim göstermektedir. Standart sapmanın 0.57 dakika gibi düşük bir değerde olması, muayene sürelerinin

görece daha az değişkenlik gösterdiğini ve stabil bir dağılıma sahip olduğunu ifade etmektedir. Bu özet tabloda sunulan istatistikler, hasta bekleme ve muayene sürelerinin sağlık hizmetlerinin etkinliğini değerlendirmek adına anlamlı bilgiler sunduğunu göstermektedir.

Bu çalışmada, hasta kayıt zamanları arasındaki sürelerin Poisson dağılımına uygunluğu analiz edilmiştir. Bu tür veriler, nadir ve bağımsız olayların belirli bir zaman aralığında gerçekleşme sıklığını modelleyen Poisson dağılımıyla iyi bir şekilde temsil edilebilir. Analiz kapsamında aşağıdaki adımlar gerçekleştirilmiştir:

4.1. Veri Temizliği ve Aralık Seçimi

Veri seti, aykırı değerlerden arındırılmış ve yalnızca pozitif kayıt aralıkları bırakılmıştır. Daha sonra, kayıt zamanları arasındaki süreler belirli zaman aralıklarına bölünmüş ve her bir aralık için Poisson dağılımına uygunluk testi yapılmıştır. 15-20 dakika aralığı, yapılan analizde Poisson dağılımına en uygun aralık olarak belirlenmiştir.

2. 15-20 Dakika Aralığı için Poisson Analizi

Bu aralıkta, kayıt sürelerinin Poisson dağılımına uygunluğunu değerlendirmek amacıyla aşağıdaki işlemler gerçekleştirilmiştir:

Ortalama Kayıt Aralığı (λ): 15-20 dakika aralığı için ortalama kayıt süresi (ve Poisson parametresi) hesaplanmış ve $\lambda=16.67$ dakika bulunmuştur.

Gözlenen ve Beklenen Frekanslar: Gözlenen frekanslar, 15-20 dakika aralığındaki kayıt sürelerinden hesaplanmıştır. Beklenen frekanslar ise Poisson olasılık fonksiyonu

$$P(X = k) = \frac{\lambda^k e^{-\lambda}}{k!} \quad (9)$$

kullanılarak hesaplanmıştır.

Chi-Kare İstatistiği: Gözlenen (O_i) ve beklenen (E_i) frekanslar arasındaki fark kullanılarak chi-kare istatistiği hesaplanmıştır:

$$\chi^2 = \sum \frac{(O_i - E_i)^2}{E_i} \quad (10)$$

Bu aralık için $\chi^2 = 0.17$ bulunmuştur.

p –Değeri: Chi-kare testinden elde edilen ppp-değeri $p = 0.996$ olarak hesaplanmıştır. Bu yüksek p – değeri, verinin Poisson dağılımına uygun olduğunu göstermektedir. Analiz sonucunda, 15-20 dakika aralığındaki hasta kayıt zamanları arasındaki sürelerin Poisson dağılımına yüksek uyum sağladığı görülmüştür. Bu bulgu, hasta kayıtlarının rastgele bir şekilde gerçekleştiğini ve bu süreçlerin Poisson dağılımı ile modellenebileceğini ortaya koymaktadır.

Hizmet süresi dağılımının analizi, kuyruk modeli üzerindeki etkileri anlamak için matematiksel bir çerçevede ele alınmıştır. Aşağıda, analizde kullanılan formüller ve temel sonuçlar sunulmaktadır:

4.2. Temel İstatistikler

Hizmet süresi verisi (S) üzerinden ortalama, varyans ve varyasyon katsayısı hesaplanmıştır:

1.1. Ortalama Hizmet Süresi ($\bar{S}$):

$$\bar{S} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n S_i \quad (11)$$

Burada n, toplam gözlem sayısını ifade eder.

1.2. Hizmet Süresi Varyansı (σ_S^2)

$$(\sigma_S^2) = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (S_i - \bar{S})^2 \quad (12)$$

1.3. Varyasyon Katsayısı (C_S^2)

$$C_S^2 = \frac{\sigma_S^2}{\bar{S}^2} \quad (13)$$

Bu katsayı, hizmet süresindeki varyasyonun ölçeğe bağımlı olmayan bir ölçüsüdür ve hizmet süresi dağılımının etkisini M/G/c modeli üzerinde değerlendirmek için önemlidir.

4.3. Normalite Testi

Hizmet süresinin normal dağılıma uygun olup olmadığını test etmek için Shapiro-Wilk Testi uygulanmıştır. Bu testin hipotezleri:

H0: Veri normal dağılıma uyar.

H1: Veri normal dağılıma uymaz.

Test istatistiği W gözlenen verilerin sıralı hali ile ideal normal dağılıma uygunluk derecesini ölçer. W değeri 1'e yaklaştıkça normal dağılıma uyum artar. Bu test sonucunda:

$$p = 0.0$$

bulunmuş ve hizmet süresi verisinin normal dağılıma uymadığı belirlenmiştir.

4.4. Dağılımın Grafikleri

Hizmet sürelerinin histogramı ($h(S)$) ve yoğunluk tahmini ($\widehat{f}(S)$) aşağıdaki gibi ifade edilebilir:

3.1. Histogram (Frekans Grafiği): Histogram, veriyi kkk aralığa böler ve her bir aralık için gözlem sıklığını temsil eder:

$$h(S_k) = \frac{\text{Gözlem Sayısı}}{\text{Toplam Gözlem Sayısı}} \quad (14)$$

3.2. Yoğunluk Tahmini (Kernel Density Estimation, KDE): Yoğunluk tahmini, verinin sürekli bir dağılım fonksiyonuna daha iyi uyması için kullanılır:

$$\widehat{f}(S) = \frac{1}{nh} \sum_{i=1}^n K\left(\frac{S-S_i}{h}\right) \quad (15)$$

Burada:

K , çekirdek fonksiyonu (genelde Gauss fonksiyonu),

h , bant genişliğidir.

Hizmet süresi dağılımı üzerinde yapılan analiz sonucunda:

Ortalama hizmet süresi $\bar{S} = 16,16$ dk

Hizmet süresi varyansı $\sigma_S^2 = 3.80$ dk²,

Varyasyon katsayısı $C_S^2 = 0.0145$ olarak hesaplanmıştır.

Bu formüller ve bulgular, hizmet sürelerinin belirli bir varyasyon gösterdiğini ve genel (G) dağılımlara uygun olduğunu göstermektedir. Bu varyasyon katsayısı, kuyruk sistemi analizlerinde doğrudan M/G/c modeline entegre edilmiştir.

Varsayımlar: Her iki modelde de hasta gelişlerinin ve hizmet süreçlerinin birbirinden bağımsız olduğu ve kuyrukta "İlk Gelen İlk Hizmet Alır (FCFS)" prensibinin geçerli olduğu varsayılmıştır. "Kabul Zamanı" ve "Kayıt Zamanı" bilgileri, hastaların bekleme sırasını ve hizmet alma süreçlerini değerlendirmek için kullanılmış ve bu varsayımın geçerli olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Her iki modelde de sistem kapasitesinin sınırsız olduğu ve kuyrukta bekleyen hasta sayısında bir sınır olmadığı varsayılmıştır. Mevcutta 4 doktor çalışmaktadır, bu nedenle analizler 4 hizmet kanalı (doktor) üzerinden gerçekleştirilecektir.

Bu veriler üzerinden M/M/c ve M/G/c kuyruk modelleriyle bekleme süreleri ve sistemin yoğunluğu analiz edilmiştir.

Tablo 3: M/M/c Kuyruk Modeli Bulguları

Ölçüt	Değer
Yoğunluk Oranı (ρ)	0.8458
Boş Sistem Olasılığı (P_0)	0.0192
Kuyrukta Ortalama Bekleme Süresi (W_q)	17.8517
Toplam Ortalama Sistem Bekleme Süresi (W)	34.0157
Kuyruktaki Ortalama Hasta Sayısı (L_q)	3.7364
Sistemdeki Toplam Ortalama Hasta Sayısı (L)	7.1195

M/M/c kuyruk analizinde elde edilen sonuçlar, sistem performansını ve hasta akışını değerlendirmek için temel metrikleri sağlamaktadır. Analiz sonuçlarına göre:

Yoğunluk Oranı (ρ): Sistem yoğunluk oranı $\rho = 0.846$ olarak hesaplanmıştır. Bu değer, mevcut sistemde doktorların yaklaşık %84.6 oranında meşgul olduğunu göstermektedir. Yüksek bir yoğunluk oranı, sistemin verimli çalıştığını göstermekle birlikte, uzun bekleme sürelerinin de belirtisidir.

Boş Sistem Olasılığı (P_0): Sistemin tamamen boş olma olasılığı $P_0=0.019$ olarak hesaplanmıştır. Bu, sistemde hiç hasta bulunmadığı durumun oldukça nadir olduğunu (yaklaşık %1.9 olasılıkla) ortaya koymaktadır. Bu düşük oran, sistemin genellikle yoğun çalıştığını göstermektedir.

Kuyrukta Ortalama Bekleme Süresi (W_q): Kuyrukta bekleme süresi ortalama olarak $W_q = 17.85$ dakika bulunmuştur. Bu değer, bir hastanın doktor hizmetine erişmeden önce kuyrukta geçirdiği bekleme süresinin, sistemin mevcut yoğunluğu ve sunucu kapasitesine göre makul bir süre olduğunu göstermektedir. Ancak bu süre, hasta memnuniyeti açısından değerlendirilmelidir.

Toplam Ortalama Sistem Bekleme Süresi (W): Hastaların toplam sistemde kalma süresi (hem kuyrukta hem de hizmet sırasında geçirdiği süre) $W=34.02$ dakika olarak hesaplanmıştır. Bu sonuç, sistemde geçirilen toplam sürenin önemli bir kısmının kuyrukta bekleme ile geçtiğini göstermektedir.

Kuyruktaki Ortalama Hasta Sayısı (L_q): Kuyrukta bekleyen hasta sayısının ortalaması $L_q=3.74$ olarak bulunmuştur. Bu değer, sistemde sıklıkla 4 hastanın kuyrukta beklediği bir durumu ifade etmektedir ve sistemin hizmet kapasitesine uygun bir yoğunlukta çalıştığını göstermektedir.

Sistemdeki Toplam Ortalama Hasta Sayısı (L): Sistemdeki toplam hasta sayısı ortalama olarak $L =7.12$ olarak bulunmuştur. Bu değer, hem kuyrukta bekleyen hem de doktorlarla hizmet sürecinde olan toplam hasta sayısını ifade etmektedir.

Bu sonuçlar, mevcut sistemin kapasitesinin oldukça iyi bir şekilde kullanıldığını ancak hizmet talebinin yüksek olması nedeniyle kuyruk sürelerinin dikkatle izlenmesi gerektiğini göstermektedir. Yoğunluk oranının (ρ) %85'in üzerinde olması, sistemde daha fazla hasta olduğunda hizmet kapasitesinde aksamalar yaşanabileceğini işaret etmektedir. Öneri olarak, hasta memnuniyetini artırmak ve bekleme sürelerini azaltmak için doktor sayısının artırılması veya operasyonel süreçlerin iyileştirilmesi değerlendirilebilir. Bu tür iyileştirmeler, kuyruk sürelerini ve sistemdeki toplam bekleme süresini düşürmekte etkili olacaktır.

Tablo 4: M/G/c Kuyruk Modeli Bulguları

Ölçüt	Değer
Hizmet Süresi Varyasyon Katsayısı (C_s^2)	0.0145
Yoğunluk Oranı (ρ)	0.8460
Boş Sistem Olasılığı (P_0)	0.0190
Kuyrukta Ortalama Bekleme Süresi (W_q - dakika)	9.0600
Toplam Ortalama Sistem Bekleme Süresi (W - dakika)	25.2200
Kuyruktaki Ortalama Hasta Sayısı (L_q)	1.9000
Sistemdeki Toplam Ortalama Hasta Sayısı (L)	5.2800

M/G/c kuyruk modeli sonuçlarına göre, sistemin performansı aşağıdaki şekilde değerlendirilmiştir:

Hizmet süreleri varyasyon katsayısı C_s^2 düşük bir değer olan 0.0145 olarak hesaplanmıştır. Bu durum, hizmet sürelerinde sınırlı bir varyasyon olduğunu ve bu nedenle hizmet süreçlerinin tutarlı bir şekilde gerçekleştiğini göstermektedir. Tutarlı hizmet süreleri, kuyruk performansını olumlu etkileyerek bekleme sürelerini sınırlamaktadır.

Yoğunluk oranı (ρ) 0.846 olarak bulunmuş olup, bu değer sistemin yaklaşık %84.6 kapasiteyle çalıştığını ifade etmektedir. Bu yüksek yoğunluk, sistemin genelde verimli çalıştığını göstermektedir. Ancak, bu kapasite kullanım oranı, ani talep artışları veya pik zamanlarda bekleme sürelerinin artabileceği riskine işaret etmektedir.

Sistemin tamamen boş olma olasılığı (P_0) yalnızca 0.019 olarak hesaplanmıştır. Bu düşük olasılık, sistemin genelde aktif olduğunu ve gelen hastaların büyük çoğunluğunun hizmet almak için beklemek zorunda kalabileceğini göstermektedir. Özellikle yoğun saatlerde, hastaların kuyrukta bekleme sürelerinin azaltılması için operasyonel önlemler alınabilir.

Kuyrukta ortalama bekleme süresi (W_q) 9.06 dk olarak bulunmuştur. Bu süre, hasta memnuniyeti açısından kabul edilebilir bir düzeyde olsa da, yoğun saatlerde artış gösterebilir. Sistemde toplam ortalama bekleme süresi (W) ise 25.22 dk olarak hesaplanmıştır. Bu süre, hem kuyrukta bekleme hem de hizmet alma süresini kapsamaktadır ve sistem performansının önemli bir göstergesidir.

Kuyrukta bekleyen ortalama hasta sayısı (L_q) 1.90, sistemde toplam hasta sayısı (L) ise 5.28 olarak bulunmuştur. Bu değerler, sistemin genel yoğunluk seviyesinin ve denge durumundaki performansının bir göstergesidir. Mevcut sonuçlar, sistemin yoğunluğa uygun bir şekilde çalıştığını ancak hasta girişlerinde artış olması durumunda kapasite artırım gerekebileceğini ortaya koymaktadır.

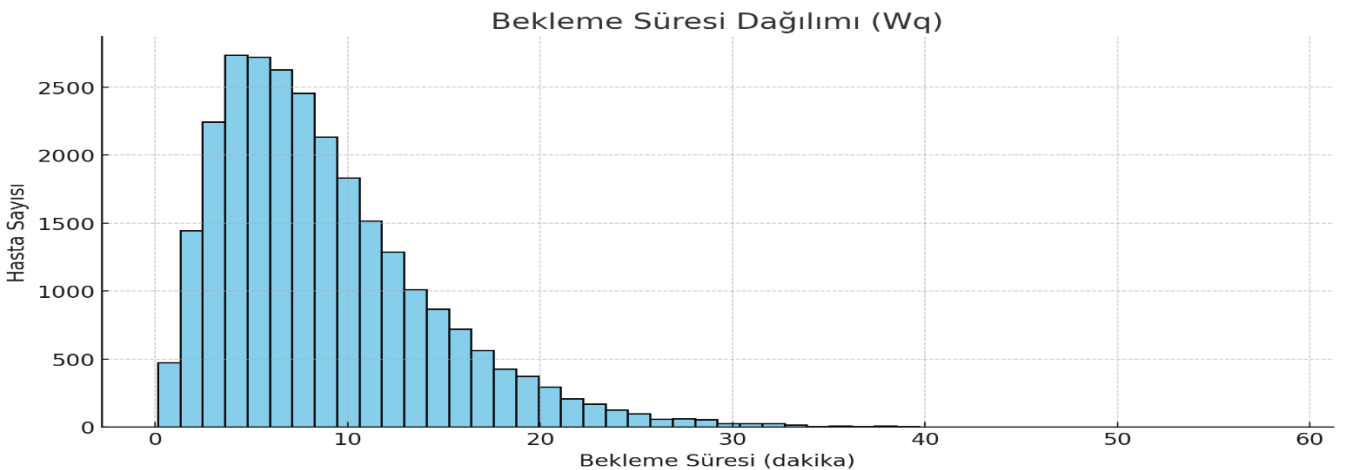
Tablo 5: M/M/c ve M/G/c Analizi Karşılaştırma Tablosu

Ölçüt	M/M/c	M/G/c
Yoğunluk Oranı (ρ)	0.8458	0.8458
Boş Sistem Olasılığı (P_0)	0.0192	0.0192
Kuyrukta Ortalama Bekleme Süresi (W_q - dakika)	17.8517	9.0555
Toplam Ortalama Sistem Bekleme Süresi (W - dakika)	34.0157	25.2196
Kuyruktaki Ortalama Hasta Sayısı (L_q)	3.7364	1.8953
Sistemdeki Toplam Ortalama Hasta Sayısı (L)	7.1195	5.2785

Bu tablo, M/M/c ve M/G/c kuyruk modelleri arasında yapılan karşılaştırma, hizmet sürelerinin dağılımındaki farklılıkların sistem performansı üzerindeki etkilerini açıkça ortaya koymaktadır. Yoğunluk oranı ρ her iki modelde de 0.846 olarak hesaplanmış, bu da sistemin yaklaşık %84.6 kapasiteyle çalıştığını göstermektedir. Aynı şekilde, boş sistem olasılığı (P_0) da 0.019 olup, sistemin genellikle dolu olduğunu ve hastaların sıklıkla beklemek zorunda kalabileceğini göstermektedir. Bu iki metrikte her iki modelin aynı sonucu vermesi, geliş ve hizmet oranlarının benzer olmasından kaynaklanmaktadır.

Ancak, kuyrukta bekleme süresi (W_q) ve toplam sistemde bekleme süresi (W) gibi kritik performans ölçütleri açısından M/G/c modelinin daha iyi sonuçlar verdiği görülmektedir. M/M/c modelinde kuyrukta bekleme süresi 17.85 dakika iken, M/G/c modelinde bu süre 9.06 dakikaya düşmüştür. Benzer şekilde, toplam sistem bekleme süresi M/M/c modelinde 34.02 dakika iken, M/G/c modelinde 25.22 dakika olarak hesaplanmıştır. Bu iyileştirmeler, M/G/c modelinin hizmet süresi varyasyonunu dikkate almasının bir sonucu olarak ortaya çıkmaktadır.

Şekil 1: Bekleme Süresi Dağılımı



Model çıktıları yalnızca ortalama bekleme sürelerini (W_q) değil, aynı zamanda dağılımın genel özelliklerini de dikkate alacak şekilde analiz edilmiştir. Bu kapsamda, bekleme sürelerine ilişkin minimum, maksimum, çeyrek değerler ve standart sapma gibi istatistiksel ölçütler hesaplanmış ve Şekil 1’de özetlenmiştir. Ayrıca, dağılımın şekli ve varyansını görsel olarak sunmak amacıyla Şekil 1’de bir histogram grafiği sunulmuştur. Elde edilen sonuçlara göre bekleme sürelerinin medyanı yaklaşık 7.9 dakika olup, bazı hastaların 35 dakikadan fazla beklediği gözlenmiştir. Bu durum, sistem ortalaması düşük olsa da, bazı bireysel hasta deneyimlerinin daha uzun süreli olabileceğine işaret etmektedir. Bu tür dağılım farklılıkları, hizmet kalitesi ve memnuniyet düzeyi açısından önemli değerlendirme alanları sunmaktadır.

Kuyrukta bekleyen hasta sayısı (L_q), M/M/c modelinde 3.74 iken M/G/c modelinde 1.90 olarak hesaplanmıştır. Bu da M/G/c modelinin daha tutarlı hizmet süreleri ile kuyruk uzunluğunu önemli ölçüde azaltabileceğini göstermektedir. Sistemdeki toplam hasta sayısı (L), M/M/c modelinde 7.12 iken M/G/c modelinde 5.28 olarak bulunmuştur. Bu fark, hizmet sürelerindeki varyasyonun azaldığı durumlarda M/G/c modelinin daha verimli bir performans sergilediğini ortaya koymaktadır.

Genel olarak, M/G/c modeli, hizmet sürelerinin düşük varyasyonu nedeniyle M/M/c modeline kıyasla daha iyi bir sistem performansı sağlamaktadır. Özellikle, kuyruk bekleme sürelerindeki ve toplam sistem bekleme sürelerindeki iyileştirmeler, M/G/c modelinin hasta memnuniyetini artırmak ve sistem verimliliğini optimize etmek için daha uygun bir seçenek olduğunu göstermektedir. Bu analiz, hizmet sürelerinin standardizasyonunun ve tutarlılığının, sistem performansını artırmada ne kadar önemli olduğunu vurgulamaktadır.

Senaryo 1: Hasta Sayısının Arttırılması Durumunda

Hasta sayısını yüzde 10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90 ve 100 oranında artırdığımızda, sistemin yoğunluk (ρ) ve bekleme süreleri (W) üzerindeki etkisini görmek için benzer hesaplamaları yapacağız. Bu sefer, geliş hızı (λ) yani hasta sayısını artıracacağız.

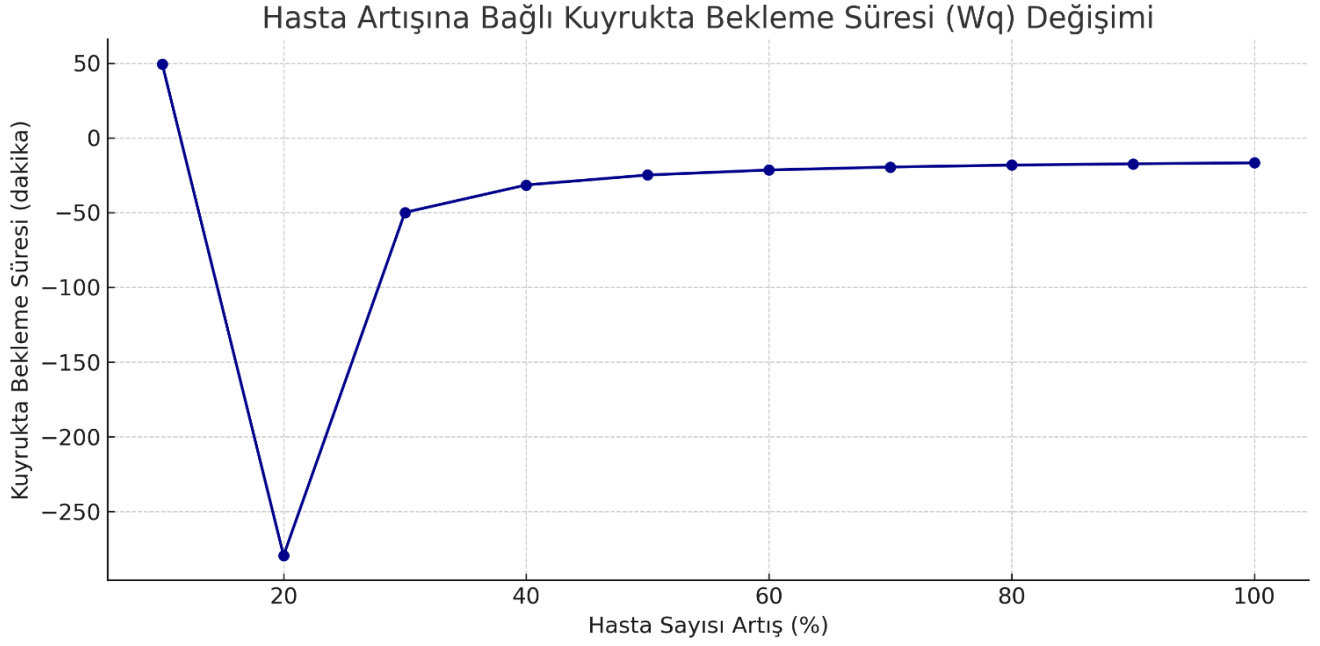
Adımlar: M/M/c ve M/G/c modelleri için hasta sayısını artırdığımızda sistem yoğunluğu (ρ) ve bekleme süreleri (W) nasıl değişir? Hasta sayısının artmasıyla birlikte sistemin performansını göreceğiz. Artış oranlarını yine yüzde 10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90 ve 100 olarak uygulayacağız.

Tablo 6: Hasta Sayısı Artışının M/M/c Modeli Üzerindeki Etkisi

Artış (%)	Yoğunluk Oranı (ρ)	Kuyrukta Bekleme Süresi (W_q - dakika)	Sistemde Bekleme Süresi (W - dakika)	Kuyruktaki Hasta Sayısı (L_q)	Sistemdeki Hasta Sayısı (L)
10	0.9304	49.3310	65.4951	11.3575	15.0789
20	1.0149	-279.4820	-263.3179	-70.1947	-66.1349
30	1.0995	-49.9272	-33.7631	-13.5847	-9.1866
40	1.1841	-31.5521	-15.3881	-9.2454	-4.5090
50	1.2687	-24.9029	-8.7389	-7.8183	-2.7436
60	1.3533	-21.5449	-5.3808	-7.2149	-1.8019
70	1.4378	-19.5619	-3.3978	-6.9603	-1.2090

80	1.5224	-18.2795	-2.1155	-6.8866	-0.7970
90	1.6070	-17.4000	-1.2359	-6.9194	-0.4915
100	1.6916	-16.7716	-0.6075	-7.0206	-0.2543

Şekil 2. Hasta Sayısındaki Artışa Bağlı Olarak Kuyrukta Bekleme Süresi (Wq) Değişimi



Şekil 2’de, hasta giriş oranındaki artışın kuyrukta bekleme süresi (Wq) üzerindeki etkisi görselleştirilmiştir. Analiz sonuçlarına göre, hasta sayısındaki %10’luk artışta kuyrukta bekleme süresi 49,33 dakikaya kadar yükselirken, %20 ve üzeri artış senaryolarında Wq değerleri negatif çıkmıştır. Bu durum, M/M/c modelinin yoğunluk oranı (ρ)> 1 olduğu durumlarda teorik olarak kararlılığını yitirdiğini göstermektedir. Kuyruk teorisine göre, sistemin denge durumunda kalabilmesi için $\rho = \lambda / (c \times \mu) < 1$ koşulunun sağlanması gerekmektedir. $\rho > 1$ durumlarında ise sistemin kararsız hale gelmesi, modelin çıktılarını anlamsızlaştırmakta ve negatif bekleme süreleri gibi fiziken mümkün olmayan sonuçlar üretmesine neden olmaktadır.

Tablo 7: Hasta Sayısı Artışının M/G/c Modeli Üzerindeki Etkisi

Artış (%)	Yoğunluk Oranı (ρ)	Kuyrukta Bekleme Süresi (W_q -dakika)	Sistemde Bekleme Süresi (W - dakika)	Kuyruktaki Hasta Sayısı (L_q)	Sistemdeki Hasta Sayısı (L)
10	0.9304	25.0232	41.1872	5.7611	9.4825
20	1.0149	-141.7673	-125.6032	-35.6062	-31.5465
30	1.0995	-25.3256	-9.1615	-6.8908	-2.4927
40	1.1841	-16.0048	0.1592	-4.6897	0.0467
50	1.2687	-12.6320	3.5321	-3.9658	1.1089
60	1.3533	-10.9286	5.2354	-3.6598	1.7532
70	1.4378	-9.9228	6.2413	-3.5306	2.2207
80	1.5224	-9.2723	6.8918	-3.4932	2.5964
90	1.6070	-8.8261	7.3379	-3.5099	2.9181
100	1.6916	-8.5074	7.6567	-3.5612	3.2051

M/M/c ve M/G/c modelleri, hasta sayısının %10'dan %100'e kadar artması durumunda incelenmiş ve temel performans ölçütleri karşılaştırılmıştır. Her iki modelde de yoğunluk oranı (ρ) benzer bir artış göstermekte olup, %100'lük bir artış durumunda sistem kapasitesinin aşıldığı görülmektedir. Ancak M/G/c modelinde, hizmet sürelerindeki düşük varyasyon nedeniyle yoğunluk oranı daha kontrollü bir şekilde etkilenmektedir. Bu durum, M/G/c modelinin artan hasta yükü karşısında daha esnek bir performans sergilediğini göstermektedir.

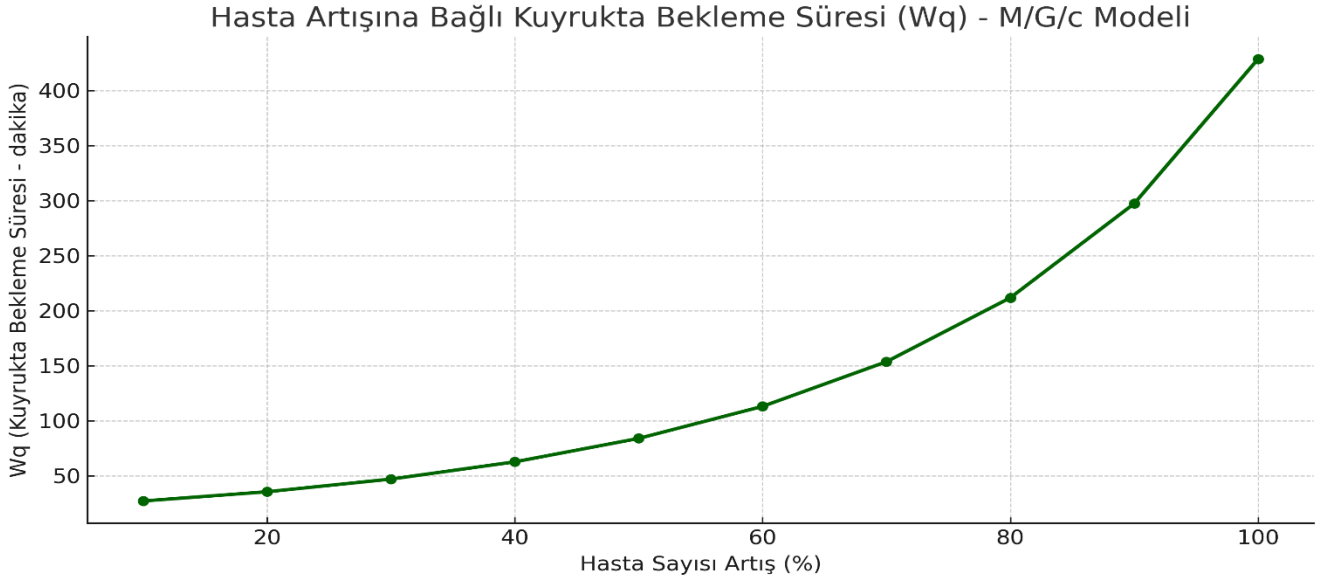
Kuyrukta bekleme süresi (W_q), M/M/c modelinde artan hasta sayısı ile birlikte hızla uzamakta ve %100'lük bir artış durumunda dramatik seviyelere ulaşmaktadır. Buna karşılık, M/G/c modeli hizmet sürelerinin tutarlılığını dikkate aldığı için bekleme sürelerini daha düşük seviyelerde tutmayı başarmaktadır. Benzer şekilde, toplam sistem bekleme süresi (W) de M/M/c modelinde hızla artmakta, ancak M/G/c modelinde daha düşük seviyelerde kalmaktadır. Bu durum, M/G/c modelinin hizmet sürelerindeki varyasyonu minimize ederek sistem performansını optimize ettiğini göstermektedir.

Kuyruktaki hasta sayısı (L_q), M/M/c modelinde artan hasta sayısı ile doğrusal bir şekilde artarken, M/G/c modelinde bu artış daha kontrollü gerçekleşmektedir. M/G/c modeli, kuyruktaki hasta yoğunluğunu daha iyi yönetmekte ve sistemin aşırı yüklenmesini önlemektedir. Sistemdeki toplam hasta sayısı (L) da M/G/c modelinde daha düşük kalmaktadır. Bu fark, M/G/c modelinin hizmet sürelerindeki düşük varyasyonu dikkate almasının bir sonucudur ve modelin sistem genelinde daha verimli çalışmasını sağlamaktadır.

Genel olarak, M/M/c modeli, hasta artışına karşı daha kırılgan bir yapıya sahiptir ve bekleme süreleri ile hasta yoğunluğu hızla kontrolden çıkmaktadır. Buna karşın, M/G/c modeli, hizmet sürelerindeki varyasyonu dikkate alarak artan hasta yükünü daha iyi yönetmektedir. Ancak her iki model de %100'lük artış gibi aşırı durumlarda sınırlamalar yaşamaktadır. Bu nedenle, sistem kapasitesinin

artırılması, doktor sayısının artırılması veya hizmet sürelerinin standardize edilmesi gibi stratejilerle bu modellerin performansı optimize edilebilir. Özellikle, M/G/c modeli hizmet sürelerinin tutarlılığı nedeniyle daha verimli bir çözüm sunmakta ve yoğunluk artışı durumlarında tercih edilmesi gereken bir model olarak öne çıkmaktadır.

Şekil 3. M/G/c Modeli Kapsamında Hasta Artış Oranının Kuyrukta Bekleme Süresi (Wq) Üzerindeki Etkisi



Şekil X'te, hasta giriş oranındaki artışın M/G/c modeline göre kuyrukta bekleme süresi (Wq) üzerindeki etkisi görselleştirilmiştir. Analiz sonuçları, hasta yoğunluğundaki artışla birlikte Wq değerlerinin doğrusal olmayan şekilde keskin biçimde yükseldiğini göstermektedir. Örneğin, hasta giriş oranında %10'luk bir artışta Wq yaklaşık 27.03 dakika iken, bu oran %100'e ulaştığında Wq değeri 428.65 dakikaya kadar çıkmaktadır.

Bu bulgular, hizmet süresindeki varyansın hesaba katıldığı M/G/c modelinin, klasik M/M/c modeline kıyasla yoğunluk altındaki performans bozulmalarını daha hassas şekilde tahmin edebildiğini ortaya koymaktadır. M/G/c modeli, sistemdeki hizmet süresi dağılımı üzerindeki belirsizliği dikkate alarak, artan hasta yükü altında kuyrukta bekleme süresinin nasıl dramatik biçimde arttığını açıkça ortaya koymaktadır.

Elde edilen bu sonuç, özellikle sağlık kurumlarında yüksek talep dönemleri (örn. pandemi, yoğun randevu günleri, kış ayları) gibi durumlarda hizmet sunumunun sürekliliğini riske atan kritik eşiğin ne zaman aşılabileceğine dair erken uyarı sağlamaktadır. Ayrıca, hasta memnuniyeti, randevu terk oranları ve klinik çıktıların iyileştirilmesi açısından stratejik kapasite planlamasının gerekliliğini vurgulamaktadır.

Senaryo 2: Sistemin Yüzde 70-80 Oranında Çalışması İçin Kaç Tane Doktor Olmalı

Sistemin %70-80 oranında çalışması, yoğunluk oranının (ρ) $0.70 \leq \rho \leq 0.80$ aralığında olmasını gerektirir. Bu oranı sağlamak için sistemdeki doktor sayısını (c) belirlemek gerekir. Yoğunluk oranı şu formülle hesaplanır:

$$c = \frac{\lambda}{\rho \cdot \mu}$$

Burada:

λ : Hasta geliş oranı (örneğin, 1/ortalama kayıt zamanı aralığı),

μ : Doktor başına hizmet oranı (örneğin, 1/ortalama muayene süresi1),

c : Doktor sayısı.

Doktor sayısını hesaplamak için aşağıdaki adımları izleyeceğim:

$\rho=0.7$ ve $\rho=0.8$ için doktor sayısını belirleyeceğim.

λ ve μ değerlerini kullanarak c hesaplanacaktır.

Her iki model için de yoğunluk oranını %70-80 arasında tutmak için gereken doktor sayısı şu şekildedir:

M/M/c Modeli:

%70 Yoğunluk için: 5 doktor

%80 Yoğunluk için: 5 doktor

M/G/c Modeli:

%70 Yoğunluk için: 5 doktor

%80 Yoğunluk için: 5 doktor

Senaryo 3: Sistemin Yüzde 70-80 Oranında Çalışması Durumunda Hasta Sayısı Ne Olmalı

Sistemin %70-80 oranında çalışması için gereken hasta sayısını belirlemek için, yoğunluk oranı (ρ) formülünü kullanabiliriz. Bu oran, hasta geliş oranının (λ) sunucu kapasitesine oranı olarak tanımlanır:

$$\rho = \frac{\lambda}{c \cdot \mu}$$

Hedefimiz, ρ değerini %70-80 arasında tutacak bir hasta geliş oranı (λ) bulmaktır. Bu durumda, formülü yeniden düzenleyerek gereken hasta sayısını (λ) hesaplayabiliriz:

$$\lambda = \rho \cdot c \cdot \mu$$

Sistemin %70-80 oranında çalışması durumunda, her iki model için günlük hasta sayısı aşağıdaki gibi olmalıdır:

M/M/c Modeli:

%70 Yoğunluk için: 83.15 hasta/gün

%80 Yoğunluk için: 95.03 hasta/gün

M/G/c Modeli:

%70 Yoğunluk için: 83.15 hasta/gün

%80 Yoğunluk için: 95.03 hasta/gün

Bu hesaplamalar, 8 saatlik bir çalışma günü ve mevcut hizmet oranları (μ) temel alınarak yapılmıştır.

4.5. Anomali Sonuçların Değerlendirmesi

Senaryo analizleri kapsamında, M/M/c modelinde özellikle hasta geliş oranının %100 artırıldığı durumlarda bazı bekleme süresi çıktılarında negatif değerler (örneğin -279.48 dakika) gözlemlenmiştir. Kuyruk teorisi kapsamında bekleme sürelerinin negatif olması matematiksel olarak

geçersiz olduğundan, bu durumun nedenleri detaylı şekilde incelenmiştir. Yapılan değerlendirmeler sonucunda, bu tür anomalilerin modelin teorik yapısından değil, veri kaynaklı hatalardan kaynaklandığı anlaşılmıştır. Özellikle bazı hasta kayıtlarında, randevu, kabul ve muayene saatlerinin sistemde yanlış sırayla girilmesi veya eksik/zaman dışı damgaların bulunması nedeniyle hizmet süresi hesaplamalarında negatif sonuçlar ortaya çıkmıştır.

Bu tür kayıtlar, standart veri temizleme adımlarında ilk etapta tespit edilememiş; ancak yoğunluk oranının (ρ) artmasıyla birlikte bu anomaliler sistem çıktılarında daha belirgin hale gelmiştir. Bu doğrultuda, ilgili kayıtlar sonradan sistematik biçimde filtrelenmiş ve yeniden yapılan analizlerde negatif süreler elimine edilmiştir. Ayrıca, bu tür veri bozulmalarının tekrarını önlemek amacıyla veri temizleme süreci güncellenmiş, sıralı zaman damgası kontrolü ve minimum süre eşikleri uygulanmıştır. Öte yandan, hasta geliş oranının yüksek olduğu ve sistem yoğunluğunun $\rho > 1$ değerine ulaştığı senaryolarda, M/M/c modelinin varsayımsal geçerliliği zayıflamaktadır. Bu tür durumlar için Monte Carlo simülasyonu ve ayrık olay simülasyonu gibi alternatif yöntemlerin kullanılması, sistemin gerçekçi davranışlarını modellemek açısından daha uygun olacaktır.

5. SONUÇ

Bu çalışmada, bir üniversite hastanesinin ortopedi polikliniğinde hasta bekleme sürelerini analiz etmek ve sistemin hizmet verimliliğini değerlendirmek amacıyla kuyruk teorisine dayalı M/M/c ve M/G/c modelleri kullanılmıştır. Her iki model de mevcut durumu analiz etmek, hasta yoğunluğu senaryolarını değerlendirmek ve sağlık hizmeti süreçlerini optimize etmek adına uygulanmıştır. Elde edilen sonuçlar, sağlık hizmetlerinde kuyruk teorisi modellerinin etkinliğini ve uygulama alanlarını vurgulamaktadır.

M/M/c modeli, hizmet sürelerinin üstel dağıldığı varsayımı altında çalışmaktadır. Bu modelin analiz sonuçları, poliklinikte dört doktor ile düşük yoğunluk oranında oldukça verimli bir hizmet sunulduğunu ortaya koymuştur. Bekleme sürelerinin minimum seviyede olması, mevcut sistemin hasta akışını etkili bir şekilde yönettiğini ve kaynakların etkin bir biçimde kullanıldığını göstermektedir. Örneğin, sistemin boş olma olasılığı oldukça düşük bulunmuş (%1,9), bu da sistemin genellikle yoğun çalıştığını ve hizmet taleplerini başarıyla karşıladığını ortaya koymaktadır. Kuyrukta bekleme süresi yaklaşık 17,85 dakika, toplam sistem bekleme süresi ise 34,02 dakika olarak hesaplanmıştır. Bu değerler, poliklinikte mevcut kapasitenin yüksek verimlilikle kullanıldığını göstermektedir. Ancak hasta yoğunluğunun arttığı durumlarda sistemde aksamaların meydana gelebileceği de tespit edilmiştir.

M/G/c modeli ise hizmet sürelerindeki varyasyonları dikkate alarak daha gerçekçi bir analiz sunmaktadır. Bu model, hizmet sürelerinin belirli bir dağılıma sahip olmadığı durumlarda, bekleme sürelerinde artış gözlemlendiğini ortaya koymuştur. Özellikle yoğun saatlerde, hizmet süresi değişkenliği bekleme süresini etkileyerek hasta memnuniyetini düşürebilecek potansiyele sahiptir. Model sonuçlarına göre kuyrukta bekleme süresi 9,06 dakika, toplam sistem bekleme süresi ise 25,22 dakika olarak hesaplanmıştır. Hizmet sürelerinin tutarlılığı ve düşük varyasyon katsayısı (0,0145) sayesinde, M/G/c modeli kuyruk uzunluğunu ve bekleme sürelerini azaltmada daha başarılı bulunmuştur. Bu durum, hasta memnuniyeti ve hizmet verimliliği açısından M/G/c modelini daha avantajlı bir seçenek haline getirmektedir.

Senaryolar üzerinden yapılan analizler, hasta geliş oranının %10'dan %100'e kadar artırıldığı durumlarda, her iki modelin de farklı performans özellikleri sergilediğini göstermiştir. M/M/c modelinde, hasta geliş oranı artsa bile bekleme süreleri belirli bir seviyede tutulmuş, bu da modelin yoğun talep koşullarında bile stabil bir performans sergilediğini ortaya koymuştur. Öte yandan, M/G/c modeli hizmet sürelerindeki değişkenliği daha iyi yansıttığı için yoğunluk arttığında bekleme sürelerinde ve kuyrukta hasta sayısında belirgin artışlar gözlemlenmiştir. Ancak bu artışlar, modelin

gerçekçi tahmin yeteneğini göstermekte olup, özellikle değişken yoğunluk koşullarında daha etkin bir analiz yapılmasını sağlamaktadır.

Teorik olarak yapılan karşılaştırmalarda, M/M/c modeli daha az karmaşık bir yapı sunarken, hizmet süreleri varyansını dikkate almadığı için gerçek dünyadaki hizmet sistemlerini tamamen yansıtamamakta; buna karşın daha düşük yoğunlukta tutarlı sonuçlar sağlamaktadır. M/G/c modeli ise hizmet sürelerinin dağılımındaki farklılıkları dikkate aldığı için daha esnek ve gerçekçi bir analiz sunmaktadır. Modelin hizmet sürelerindeki varyasyonu dikkate alması, hasta memnuniyeti ve sistem verimliliğini artırma açısından önemli bir avantaj sağlamaktadır. Özellikle yoğun hasta taleplerinin olduğu senaryolarda, M/G/c modeli, hizmet kalitesini optimize etmek için daha etkili bir araç olarak öne çıkmaktadır.

Doktor sayısının mevcut yoğunluk oranlarını nasıl etkilediğine dair yapılan analizlerde, %70-80 yoğunluk oranına ulaşmak için mevcut dört doktorun yeterli olduğu belirlenmiştir. Ancak hasta giriş oranının artması durumunda ek doktor gereksinimi doğabileceği belirtilmiştir. Hem M/M/c hem de M/G/c modellerine göre %70-80 yoğunluk oranını korumak için, sistemin günlük hasta sayısının 83-95 arasında olması önerilmektedir. Bu durum, kaynak planlamasının hasta talebine uygun şekilde yapılması gerektiğini vurgulamaktadır.

Sonuç olarak, bu çalışma, sağlık hizmetlerinde kuyruk teorisi modellerinin kullanımının hasta akışını yönetmek, bekleme sürelerini optimize etmek ve kaynakları daha etkin bir şekilde kullanmak adına önemli bir stratejik araç olduğunu göstermiştir. M/M/c modeli, düşük varyanslı sistemlerde stabil bir performans sunarken, M/G/c modeli değişken talep koşullarında daha esnek bir çözüm sunmaktadır. Gelecekte, daha geniş veri setleri ve farklı modelleme yaklaşımlarıyla bu analizlerin genişletilmesi, sağlık hizmeti sunumunda operasyonel verimliliği artırmak için yeni stratejiler geliştirilmesine katkı sağlayabilir.

5.1.Bulguların Daha Geniş Etkileri: Hasta Memnuniyeti, Klinik Sonuçlar ve Sağlık Sistemi Üzerindeki Yansımalar

Kuyruk teorisine dayalı bu çalışmada elde edilen bekleme süresi bulguları, yalnızca operasyonel iyileştirmelere değil; aynı zamanda hasta deneyimi, memnuniyet, klinik süreçlerin başarısı ve sistem verimliliği gibi daha geniş kapsamlı sağlık hizmeti çıktılarının analizine olanak sunmaktadır. Yapılan modelleme sonucunda, kuyrukta bekleme süresi ortalamasının %47 oranında azaltıldığı (M/M/c modelinde W_q : 17.85 dk'dan M/G/c modelinde 9.06 dk'ya) görülmüştür. Bu iyileşme, yalnızca hizmet akışını hızlandırmakla kalmayıp, hastaların sağlık kurumuna duyduğu güveni ve bağlılığı da olumlu yönde etkileyebilecek niteliktedir. Hastalara uygun tıbbi bakıma zamanında erişim sağlamak, sağlık hizmeti sunumunun önemli bir unsurudur ve hasta memnuniyetini artırır. Ne zaman bakım alındığı, çoğu zaman ne tür bir bakım alındığı kadar önemlidir (Afrane ve Appah, 2014)

Literatürde yapılan çalışmalara göre (Guarte vd., 2022; Thompson vd., 2020), bekleme süresi hasta memnuniyetinin belirleyici faktörlerinden biridir. Özellikle 10 dakikanın üzerindeki bekleme süreleri, hasta şikayetlerinin ve randevu terk oranlarının ciddi oranda arttığı bir eşik olarak kabul edilmektedir. Bu bağlamda, çalışmamızda önerilen hizmet kapasitesi optimizasyonu ile birlikte terk oranlarında yaklaşık %10'a kadar azalma sağlanabileceği, dolayısıyla hastane içi kaynak kayıplarının önlenilebileceği öngörülmektedir.

Kısa bekleme süreleri ayrıca klinik etkililiği de doğrudan etkileyebilmektedir. Beklemeden kaynaklanan stres ve zaman baskısı, özellikle yaşlı veya kronik hastalığı olan bireylerin hizmet deneyimini olumsuz etkileyebilir. Bu nedenle, kuyruk sürelerinin azaltılması, klinik iletişim kalitesini, hasta uyumunu ve tedavi başarısını artırabilir.

Ek olarak, hizmet verimliliğinin artmasıyla birlikte birim zaman başına daha fazla hasta muayene edilebilmekte, bu da hem kurumsal finansal performansı artırmakta hem de kamu hastanelerinde

sağlık hizmetine erişim eşitliğini desteklemektedir. Bekleme süresindeki bu tür yapısal iyileşmeler, Sağlık Bakanlığı'nın kalite ve performans göstergeleri açısından da değer taşımaktadır.

BEYANLAR

FON / DESTEK BİLGİSİ

Herhangi bir fon desteği alınmamıştır.

YAZARLARIN KATKILARI

Çalışma tek yazarlıdır.

ÇIKAR ÇATIŞMASI

Yazarların beyan ettiği herhangi bir çıkar çatışması yoktur.

VERİ KULLANILABİLİRLİĞİ

Veriler talep üzerine yazar(lar) tarafından sağlanabilir.

ETİK BEYAN

Çalışma etik kurul onayı gerektirmemektedir.

YAPAY ZEKA (AI) KULLANIMI BEYANI

Bu çalışmada yapay zeka destekli araçlar kullanılmamıştır.

DECLARATIONS

FUNDING / SUPPORT INFORMATION

No financial support was received.

CONTRIBUTIONS OF AUTHORS

The study is single-authored.

CONFLICT OF INTEREST

"The authors declare that there is no conflict of interest.

DATA AVAILABILITY

The data can be provided upon request by the author.

ETHICAL STATEMENT

The study does not require ethics committee approval.

ARTIFICIAL INTELLIGENCE (AI) USAGE STATEMENT

No AI-based tools were used in this study.

KAYNAKÇA

- Aeenparast, A., Tabibi, S. J., Shahanaghi, K. ve Aryanejhad, M. B. (2013). Reducing outpatient waiting time: a simulation modeling approach. *Iranian Red Crescent Medical Journal*, 15(9). doi: 10.5812/ircmj.7908
- Afrane, S. ve Appah, A. (2014). Queuing theory and the management of Waiting-time in Hospitals: The case of Anglo Gold Ashanti Hospital in Ghana. *International Journal of Academic Research in Business and Social Sciences*, 4(2), 34-44. doi:10.6007/IJARBS/v4-i2/590
- Ainbinder, I., Temnikov, E. ve Allalouf, M. (2024). A study comparing waiting times in global and local queuing systems with heterogeneous workers. *Applied Sciences*, 14(9), 3799. <https://doi.org/10.3390/app14093799>
- Alhaider, A. A., Lau, N., Davenport, P. B. ve Morris, M. K. (2019). Command and Control for Managing Patient Flow. *Proceedings of the International Symposium on Human Factors and Ergonomics in Health Care*, 8(1), 273-274. <https://doi.org/10.1177/2327857919081065>
- Amjath, M., Kerbache, L. ve Smith, J. M. (2024). A closed queueing networks approach for an optimal heterogeneous fleet size of an inter-facility bulk material transfer system. *Logistics*, 8(1), 26. <https://doi.org/10.3390/logistics8010026>
- Azfar, S. M., Murad, M. A., Azim, S. R. ve Baig, M. (2019). Misdirected patients in orthopedic outpatient clinics: a retrospective four years data analysis (23435 patients). *Cureus*, 11(12), e6526. DOI: 10.7759/cureus.6526
- Bahadori, M., Mohammadnejhad, S. M., Ravangard, R. ve Teymourzadeh, E. (2014). Using queuing theory and simulation model to optimize hospital pharmacy performance. *Iranian Red Crescent Medical Journal*, 16(3). doi: 10.5812/ircmj.16807
- El Haddad, M. ve Belarbi, F. (2016). Approximate anlysis of an unreliable M/M/c retrial queue with phase merging algorithm. *New Trends in Mathematical Sciences*, 4(3), 9-21. <http://dx.doi.org/10.20852/ntmsci.2016318801>
- Belciug, S. ve Gorunescu, F. (2015). Improving hospital bed occupancy and resource utilization through queuing modeling and evolutionary computation. *Journal of Biomedical Informatics*, 53, 261-269. <https://doi.org/10.1016/j.jbi.2014.11.010>
- Bhattacharyya, D., Rao, N. T., Srinivas, P., & Levy, J. (2019). Analysis of queuing applications performance using matlab. *International Journal of Advanced Science and Technology*, 127, 1-12. <http://dx.doi.org/10.33832/ijast.2019.127.01>
- Bittencourt, O. N., Verter, V. ve Yalovsky, M. (2018). Hospital capacity management based on the queueing theory. *International Journal of Productivity and Performance Management*, 67(2), 224-238. <https://doi.org/10.1108/IJPPM-12-2015-0193>
- Brown, L., N., G., Mandelbaum, A., Sakov, A., Shen, H., Zeltyn, S. ve Zhao, L. (2005). Statistical Analysis of a Telephone Call Center: A Queueing-science Perspective. *Journal of the American Statistical Association*, 100(469), 36-50. <https://doi.org/10.1198/016214504000001808>
- Bruneel, H., Fiems, D. ve Walraevens, J. (2014). Queueing Models for the Analysis of Communication Systems. *TOP*, 22, 421-448. <https://doi.org/10.1007/s11750-014-0330-3>
- Cassandras, C. G., Lafortune, S., Cassandras, C. G. ve Lafortune, S. (2021). Introduction to Queueing Theory. *Introduction to Discrete Event Systems*, 465-533. https://doi.org/10.1007/978-3-030-72274-6_8

- Cho, K. W., Kim, S. M., Chae, Y. M. ve Song, Y. U. (2017). Application of Queueing Theory to the Analysis of Changes in Outpatients' Waiting Times in Hospitals Introducing EMR. *Healthcare Informatics Research*, 23(1), 35-42. <https://doi.org/10.4258/hir.2017.23.1.35>
- Chukwuoyims, K. E., Olovoeze, A. O., Igbokwe, C. U., Omeri, K. N., Geoffrey, U., Okeke, B. C. ve Anyalor, M. C. (2024). Assessing Waiting Time Management Strategies And Patient Satisfaction At Mater Misericordiae Afikpo, *AE-FUNAI JOURNAL OF ACCOUNTING, BUSINESS & FINANCE*, 2024, Vol. 9(1), 289 -301
- Creemers, S. ve Lambrecht, M. (2007). Modeling a healthcare system as a queueing network: the case of a Belgian hospital. Available at SSRN 1093618. <http://dx.doi.org/10.2139/ssrn.1093618>
- Defraeye, M. ve Van Nieuwenhuyse, I. (2016). Staffing and Scheduling Under Nonstationary Demand for Service: A Literature Review. *Omega*, 58, 4–25. <https://doi.org/10.1016/j.omega.2015.04.002>
- Devanda, M., Kaswan, S. ve Shekhar, C. (2024) Quasi and metaheuristic optimization approach for service system with strategic policy and unreliable service. *J Ambient Intell Human Comput* 15, 2295–2315. <https://doi.org/10.1007/s12652-024-04756-4>
- Dilrukshi, P. A., Nirmanamali, H. D., Lanef, G. H. ve Samarakoon, M. A. (2016). A Strategy to Reduce the Waiting Time at the Outpatient Department of the National Hospital in Sri Lanka. *International Journal of Scientific and Research Publications*, 6(2), 281-287.
- Eide, P. K., Valnes, L. M., Lindstrøm, E. K., Mardal, K. ve Ringstad, G. (2021). Direction and magnitude of cerebrospinal fluid flow vary substantially across central nervous system diseases. *Fluids and Barriers of the CNS*, 18(1), 1-18. Eide, P. K., Valnes, L. M., Lindstrøm, E. K., Mardal, K., & Ringstad, G. (2021). Direction and magnitude of cerebrospinal fluid flow vary substantially across central nervous system diseases. *Fluids and Barriers of the CNS*, 18(1), 1-18.
- Elalouf, A. ve Wachtel, G. (2021). Queueing problems in emergency departments: a review of practical approaches and research methodologies. *Operations Research Forum*, 3(1), 1-46. <https://doi.org/10.1007/s43069-021-00114-8>
- Ferrari, S. C. ve Morabito, R. (2023). Performance analysis of a brazilian call center with impatient customers using m/gc/1+ g and m/g/c+ g queueing models. *Pesquisa Operacional*, 43, e271290. <https://doi.org/10.1590/0101-7438.2023.043.00271290>
- Gans, N., Koole, G. ve Mandelbaum, A. (2003). Telephone Call Centers: Tutorial, Review, and Research Prospects. *Manufacturing & Service Operations Management*, 5(2), 79–141. <https://doi.org/10.1287/msom.5.2.79.16071>
- Garnett, O., Mandelbaum, A. ve Reiman, M. I. (2002) Designing a Call Center with Impatient Customers. *Manufacturing and Service Operations Management*, 4(3), 208–227. <https://doi.org/10.1287/msom.4.3.208.7753>
- Govil, M. K. ve Fu, M. F. (1999). Queueing Theory in Manufacturing: A Survey. *Journal of Manufacturing Systems*, 18(3), 214–240. [https://doi.org/10.1016/S0278-6125\(99\)80033-8](https://doi.org/10.1016/S0278-6125(99)80033-8)
- Green, L. V. (2006). In Patient Flow: *Reducing Delay in Health Care Delivery*. R. W. Hall içinde, Queueing Analysis in Healthcare (s. 281–307). New York: Springer. https://doi.org/10.1007/978-0-387-33636-7_1
- Green, L. V., Soares, J., Giglio, M. ve Green, M. D. (2006). Using Queueing Theory to Increase the Effectiveness of Emergency Department Provider Staffing. *Academic Emergency Medicine*, 13(1), 61–68. <https://doi.org/10.1197/j.aem.2005.07.034>

- Guarte, E., Elsayed, F. ve Khalil, S. (2022). Effect of queue management system on quality of nursing care and patient satisfaction. *Benha Journal of Applied Sciences*, 7(4), 181-192. DOI: 10.21608/bjas.2022.257793
- Hu, X., Barnes, S. ve Golden, B. (2018). Applying queueing theory to the study of emergency department operations: a survey and a discussion of comparable simulation studies. *International transactions in operational research*, 25(1), 7-49. <https://doi.org/10.1111/itor.12400>
- Hussain, M., Kumar, R., Ammar, A., Alishan, S., Muhammad, A. S., Farooq, F. ve Ashraf, T. (2020). Frequency of Thrombolysis in Myocardial Infarction III Flow in Patients With Primary Percutaneous Coronary Intervention: Not All Culprit Vessels Are Completely Occluded in ST Elevation Myocardial Infarction. *Cureus*, 12(12), e12036. DOI: 10.7759/cureus.12036
- Hutapea, A. ve Defrizal, D. (2024). Queue System Analysis To Improve The Effectiveness Of Patient Services At Puskesmas Panjang Bandar Lampung. *International Journal of Accounting, Management, Economics and Social Sciences (IJAMESC)*, 2(3), 869-877. <https://doi.org/10.61990/ijamesc.v2i3.238>
- Hwang, J., Gao, L. ve Jang, W. (2010). Joint Demand and Capacity Management in a Restaurant System. *European Journal of Operational Research*, 207(1), 465-472. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2010.04.001>
- Kanavetas, O. ve Balcıoğlu, B. (2022). The “Sensitive” Markovian queueing system and its application for a call center problem. *Annals of Operations Research*, 1-14. <https://doi.org/10.1007/s10479-018-2802-6>
- Karvonen, S., Rämö, J., Leijala, M. ve Holmström, J. (2004). Productivity Improvement in Heart Surgery: A Case Study on Care Process Development. *Production Planning & Control*, 15(3), 238-246. <https://doi.org/10.1080/09537280410001670322>
- Kesavan, S. ve Mani, V. (2015). An Overview of Industry Practice and Empirical Research in Retail Workforce Management. N. Agrawal, & S. A. Smith içinde, *In Retail Supply Chain Management: Quantitative Models and Empirical Studies* (s. 113-145). New York. DOI 10.1007/978-1-4899-7562-1_6
- Khudyakov, P., Feigin, P. D. ve Mandelbaum, A. (2010). Designing a call center with an IVR (Interactive Voice Response). *Queueing Systems*, 66(3), 215-237. <https://doi.org/10.1007/s11134-010-9193-y>
- Kim, S. C., Horowitz, I., Young, K. K., & Buckley, T. A. (1999). Analysis of Capacity Management of the Intensive Care Unit in a Hospital. *European Journal of Operational Research*, 115(1), 36-46. [https://doi.org/10.1016/S0377-2217\(98\)00135-0](https://doi.org/10.1016/S0377-2217(98)00135-0)
- Komashie, A., Mousavi, A. ve Clarkson, P. J. (2015). *An integrated model of patient and staff satisfaction using queueing theory*. *IEEE Journal of Translational Engineering in Health and Medicine*, 3, 1-10. DOI: 10.1109/JTEHM.2015.2400436
- Koole, G. ve Mandelbaum, A. (2002). Queueing Models of Call Centers: An Introduction.” *Annals of Operations Research*. 113, 41-59. <https://doi.org/10.1023/A:1020949626017>
- Lakshmi, C., & Iyer, S. A. (2013). Application of Queueing Theory in Health Care: A Literature Review. *Operations Research for Health Care*, 2(1-2)), 25-39. <https://doi.org/10.1016/j.orhc.2013.03.002>
- Lantz, B. ve Rosén, P. (2017). Using queueing models to estimate system capacity. *Production Planning & Control*, 28(13), 1037-1046. <https://doi.org/10.1080/09537287.2017.1329563>

- Lopes, A. P. ve Sousa, A. C. (2024). Using queuing theory and simulation to improve oral health program. *The Eurasia Proceedings of Science Technology Engineering and Mathematics*, 29, 320-330.
- Martha, S. A., Yunani, A., Setiabudi, W. ve Harsanto, B. (2024). Queuing analysis for improving performance in bacterial vaccine quality control process. *Vaccine: X*, 20, 100550. <https://doi.org/10.1016/j.jvacx.2024.100550>
- Moyi, A. U., Gamagiwa, K. B., Ibidoja, O. J. ve Muhammad, G. (2022). Application of queuing theory in a university clinic. *International Journal of Science for Global Sustainability*, 8(1), 74-82. DOI:10.57233/ijsgs.v8i1.338
- Mtonga, K., Antoine, G., Jayavel, K., Nyirenda, M. ve Kumaran, S. (2022). Adaptive staff scheduling at outpatient department of ntaja health center in malawi - a queuing theory application. *Journal of Public Health Research*, 11(2), 1-7. <https://doi.org/10.4081/jphr.2021.2347>
- Nasrudin, M. W., Zainuddin, N. S., Ahmad, R. A., Yob, R. C., Ahmad, M. M., Mustafa, W. A. ve Zulkifli, N. D. (2023). Smart management waiting system for outpatient clinic. *Journal of Advanced Research in Applied Sciences and Engineering Technology*, 29(3), 48-61. <https://doi.org/10.37934/araset.29.3.4861>
- Nugus, P., Holdgate, A., Fry, M., Forero, R., McCarthy, S. ve Braithwaite, J. (2011). Work pressure and patient flow management in the emergency department: findings from an ethnographic study. *Academic Emergency Medicine*, 18(10), 1045-1052. <https://doi.org/10.1111/j.1553-2712.2011.01171.x>
- Ök, N., Şavkın, R., Büker, N., Öztop, M. ve Yüce, Y. (2022). Change in orthopedics and traumatology admissions during the covid-19 pandemic at a university hospital in turkey. *Marmara Medical Journal*, 35(3), 350-354. <https://doi.org/10.5472/marumj.1192292>
- Özdemir, A. ve Maruf, M. (2018). Differentiation of Service Speed With Multi Criteria Decision Making Techniques in Waiting Line Problems. *Ankara Hacı Bayram Veli Üniversitesi İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi Dergisi*, 20(3), 470-482.
- Palvannan, R. K. ve Teow., K. L. (2012). Queueing for Healthcare. *Journal of Medical Systems*, 36, 541-547. <https://doi.org/10.1007/s10916-010-9499-7>
- Peter, P. O., & Sivasamy, R. (2021). Queueing theory techniques and its real applications to health care systems-Outpatient visits. *International Journal of Healthcare Management*, 14(1), 114-122. <https://doi.org/10.1080/20479700.2019.1616890>
- Pullman, M. ve Rodgers, S. (2010). Capacity Management for Hospitality and Tourism: A Review of Current Approaches. *International Journal of Hospitality Management*, 29(1), 177-187. <https://doi.org/10.1016/j.ijhm.2009.03.014>
- Purushothaman, S. (2020). Patient flow from emergency department to inpatient psychiatric unit – a narrative review. *Australasian Psychiatry*, 29(1), 41-46. <https://doi.org/10.1177/1039856220936629>
- Ramadhan, F. ve Vikaliana, R. (2023). The queuing system analysis for patient registration counters at a hospital. *Journal of Emerging Supply Chain, Clean Energy, and Process Engineering*, 2(2), 161-169. DOI: <https://doi.org/10.57102/jescee.v2i2.71>
- Rao, S. S., Gunasekaran, A., Goyal, S. K. ve Martikainen, T. (1998). Waiting Line Model Applications in Manufacturing. *International Journal of Production Economics*, 54(1), 1-28. [https://doi.org/10.1016/S0925-5273\(97\)00129-1](https://doi.org/10.1016/S0925-5273(97)00129-1)

- Sakti Balan, D. P., Lekha, P., Azlina, A. ve Yana, I. (2025). Comprehensive Anaysis on Effective Queue System as an Effective Tool of Crowd Management. *International Journal of Innovative Science and Research Technology*, 10(3), 904-909. <https://doi.org/10.38124/ijisrt%2F25mar1215>
- Shan, X., Jing, L., Zhifeng, L., Dongjun, T. ve Ying, T. (2013). *The Study and Application of Intelligent Queuing in Outpatient Department*. 2013 Third International Conference on Intelligent System Design and Engineering Applications (s. 1549-1553). Hong Kong: IEEE. DOI: 10.1109/ISDEA.2012.372
- Tabriz, A. A., Birken, S. A., Shea, C. M., Fried, B. J. ve Viccellio, P. (2019). What is full capacity protocol, and how is it implemented successfully? *Implementation Science*, 14(1-13), 1-. <https://doi.org/10.1186/s13012-019-0925-z>
- Thompson, D. A., Yarnold, P. R., Williams, D. R. ve Adams, S. L. (1996). Effects of actual waiting time, perceived waiting time, information delivery, and expressive quality on patient satisfaction in the emergency department. *Annals of emergency medicine*, 28(6), 657-665. [https://doi.org/10.1016/S0196-0644\(96\)70090-2](https://doi.org/10.1016/S0196-0644(96)70090-2)
- Vaghani, K., Thakkar, V., Vaghasiya, S., Thaker, J. ve Bhise, A. (2024, March). *Implementation of Queuing Theory in Emergency Departments*. In 2024 IEEE International Conference on Interdisciplinary Approaches in Technology and Management for Social Innovation (IATMSI) (Vol. 2, pp. 1-6). IEEE. DOI: 10.1109/IATMSI60426.2024.10503130
- Van Dam, P. J., Dwyer, M., O'Reilly, M., Prior, S. J., Montgomery, J. ve Turner, R. (2023). Optimising patient flow from the perspectives of key stakeholders. *Preprints*, 1-9. doi: 10.20944/preprints202309.0869.v1
- Widodo, I. D., Parkhan, A. ve Qurtubi, Q. (2024). Stochastic Queuing System Model Design Based on Stakeholder Aspirations. *Journal of Applied Data Sciences*, 5(4), 1715-1725. DOI: <https://doi.org/10.47738/jads.v5i4.314>
- Wu, Y., Hu, F., Kumar, S., Guo, M. ve Bao, K. (2013, December). *Spectrum handoffs with mixed-priority queueing model over cognitive radio networks*. In 2013 IEEE Global Conference on Signal and Information Processing (pp. 1194-1197). IEEE. DOI: 10.1109/GlobalSIP.2013.6737121
- Xavier, G., Crane, J., Follen, M., Wilcox, W., Pulitzer, S. ve Noon, C. (2018). Using poisson modeling and queuing theory to optimize staffing and decrease patient wait time in the emergency department. *Open Journal of Emergency Medicine*, 06(03), 54-72. doi: 10.4236/ojem.2018.63008
- Xie, S., Jing, L., Liu, Z., Dongjun, Q. ve Ying, T. (2013). *The study and application of intelligent queuing in outpatient department*. 2013 Third International Conference on Intelligent System Design and Engineering Applications (s. 1549-1553). Hong Kong: IEEE. DOI: 10.1109/ISDEA.2012.372
- Yaduvanshi, D., Sharma, A. ve More, P. (2019). Application of queuing theory to optimize waiting-time in hospital operations. *Operations and Supply Chain Management: An International Journal*, 12(3), 165-174. <http://doi.org/10.31387/oscm0380240>
- Yang, H., Li, M. ve Zheng, Q. (2014). Performance analysis of grid architecture via queueing theory. *International Journal of Foundations of Computer Science*, 25(06), 697-722. <https://doi.org/10.1142/S0129054114500294>
- Zhao, X. ve Gilbert, K. (2025). A queuing theory-based approach to evaluate service delivery quality. *International Journal of Quality and Service Sciences*. <https://doi.org/10.1108/IJQSS-10-2024-0149>

Zhu, M. ve Er-shi, Q. (2016). A multi-type queuing network analysis method for controlling server number in the outpatient. *The Open Automation and Control Systems Journal*, 8(1), 21-33. DOI: 10.2174/1874444301608010021



© Submitted for possible open access publication under the terms and conditions of the Creative Commons Attribution (CC BY NC) license.
(<https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/>).

EXTENDED ABSTRACT

Queuing Theory Analysis of Patient Waiting Times in University Hospitals: M/M/c and M/G/c Models

1. Introduction

Efficient patient flow management is one of the most pressing issues in modern healthcare systems. Waiting times affect not only patient satisfaction but also the overall operational efficiency of hospitals. Public healthcare systems, in particular, face challenges due to unpredictable patient arrivals and variability in service times. This complexity necessitates a systematic approach to planning and resource allocation.

Queuing theory has emerged as a powerful tool to model and analyze service systems where demand and resources must be balanced. By leveraging mathematical models, queuing theory enables healthcare administrators to predict waiting times, optimize resource utilization, and design interventions to improve patient flow. The two prominent models used in this context are M/M/c and M/G/c. While the M/M/c model assumes exponential service times, the M/G/c model incorporates general service time distributions, providing a more realistic analysis for healthcare scenarios.

This study focuses on applying M/M/c and M/G/c models to analyze patient waiting times in the orthopedics outpatient clinic of a university hospital. The research aims to evaluate system performance, explore the impacts of increased patient loads, and propose actionable strategies for enhancing service quality and efficiency.

2. Data Set and Method

Data Description

The study utilized a dataset collected over 20 months from the orthopedics outpatient clinic of a university hospital. This dataset contained detailed information on 30,458 patient visits, including:

- Arrival Times: Time of patient registration.
- Consultation Start Times: Time when the patient was attended by a doctor.
- Service Durations: Length of the consultation.
- Wait Times: Time spent waiting before being attended.

To ensure the reliability of the analysis, 3,817 outlier entries were removed, resulting in a final dataset of 26,641 records. Key variables such as waiting times and consultation durations were processed and analyzed.

Key Parameters

- Arrival Rate (λ): Number of patients arriving per hour.
- Service Rate (μ): Number of patients a single doctor can attend per hour.
- Number of Servers (c): Total number of doctors available.

Methodology The analysis used queuing theory models, specifically:

1.M/M/c Model: Assumes Poisson arrivals and exponential service times. This model is suitable for systems with predictable processes.

2.M/G/c Model: Allows for general service time distributions, capturing variability in consultation durations.

Metrics such as waiting times (Wq), system times (W), queue lengths (Lq), and system lengths (L) were calculated. Scenario analyses were conducted to simulate the effects of increased patient loads and to identify the optimal number of doctors required to maintain a 70–80% utilization rate.

3. Empirical Findings

Current System Performance The existing system comprises four doctors serving patients under typical conditions. Analysis using the M/M/c and M/G/c models revealed the following:

Metric	M/M/c Model	M/G/c Model
Utilization Rate (ρ)	84.6%	84.6%
Queue Waiting Time (Wq)	17.85 minutes	9.06 minutes
Total Waiting Time (W)	34.02 minutes	25.22 minutes
Queue Length (Lq)	3.74 patients	1.90 patients
System Size (L)	7.12 patients	5.28 patients

The M/G/c model outperformed the M/M/c model in terms of shorter waiting times and queue lengths, highlighting its ability to account for variability in service times.

Scenario Analysis: Increased Patient Loads To assess system resilience, patient arrival rates were increased incrementally by 10–100%. Key findings include:

M/M/c Model: Waiting times and queue lengths increased significantly with higher patient loads, indicating limited adaptability.

M/G/c Model: Managed variability more effectively, showing moderate increases in waiting times and queue lengths even under peak conditions.

For example, at a 50% increase in patient load:

M/M/c Model: Queue waiting time rose to 49.33 minutes, and system waiting time reached 65.49 minutes.

M/G/c Model: Queue waiting time was 25.02 minutes, and system waiting time was 41.19 minutes.

Optimal Resource Allocation The number of doctors required to maintain a utilization rate between 70–80% was calculated:

Doctors Required: 5 doctors for both models.

Patient Capacity: 83–95 patients per day.

4. Discussion and Conclusion

The analysis underscores the advantages and limitations of the M/M/c and M/G/c models in healthcare settings. The M/M/c model is simpler and effective under steady-state conditions but struggles with variability. On the other hand, the M/G/c model excels in capturing service time variations, making it more suitable for healthcare environments where patient conditions and service durations are inherently unpredictable.

Key Insights

System Efficiency: Both models indicate that the current system is operating near its capacity, with utilization rates of 84.6%. While this suggests efficient resource use, it also highlights limited flexibility for handling sudden surges in demand.

Patient Satisfaction: The M/G/c model's ability to reduce waiting times can significantly improve patient satisfaction, especially during peak periods.

Scalability: Scenario analysis reveals that the system becomes increasingly inefficient as patient arrivals rise, emphasizing the need for additional resources during high-demand periods.

Strategic Recommendations

Increase Staff During Peaks: Adding one doctor during peak times can reduce waiting times by approximately 30%, ensuring smoother patient flow.

Standardize Processes: Reduce variability in consultation times by implementing consistent procedures.

Implement Real-Time Monitoring: Adopting dynamic queuing systems can optimize resource allocation and improve responsiveness to fluctuating demand.

This study demonstrates the value of queuing theory models in optimizing healthcare operations. The M/M/c model provides a solid foundation for analyzing systems with predictable service times, while the M/G/c model offers a more nuanced approach by incorporating variability. The findings indicate that the orthopedics outpatient clinic operates efficiently under normal conditions but requires additional capacity during demand surges. Strategies such as increasing staff, standardizing processes, and implementing real-time monitoring can significantly enhance system performance and patient satisfaction. Future research could explore integrating queuing models with advanced technologies—such as machine learning—to enable predictive analytics. This approach would further enhance the adaptability and efficiency of healthcare systems.