

FARKLI TİPTE ÜRETİLEN HARÇLARIN YARI-DEĞER KALINLIKLARININ TEORİK OLARAK İNCELENMESİ

Abdullah Engin ÇALIK^{1,*}, Hüseyin ŞİRİN¹

¹ Ege Üniversitesi, Fen Fakültesi, Fizik Bölümü, Bornova, İzmir

ÖZET

Bu çalışmada, farklı kimyasal bileşene sahip harç örneklerinde gama ışınlarının soğurulması için deneysel ve teorik yarı-değer kalınlıkları arasındaki uyumsuzluk kesirsel matematik kullanılarak giderilmeye çalışılmıştır. Soğurulmayı temsil eden birinci mertebeden diferansiyel denklem Caputo kesirsel türevi kullanılarak yeniden tanımlanmıştır. Bu denklemin çözümü Mittag-Leffler fonksiyonu terimleri cinsinden elde edilmiştir. Enerjileri sırasıyla 59,9 keV ve 661 keV olan ²⁴¹Am ve ¹³⁷Cs gama ışını kaynakları kullanarak elde edilen deneysel ve teorik lineer soğurma katsayıları kullanarak kesirsel hesaplamalar yapılmıştır. Elde edilen sonuçlar standart matematik ile yapılan hesaplamalar ve deneysel sonuçlarla karşılaştırılmıştır. Hesaplanan kesirsel türev mertebelerinin gama ışınının soğurucu malzemeden geçerken şiddetindeki değişime nasıl bir etki yaptığı belirlenmeye çalışılmıştır.

Anahtar Kelimeler: Soğurulma katsayısı, Yarı-değer kalınlık, Kesirsel matematik

THEORETICAL INVESTIGATION OF HALF-VALUE THICKNESS OF MORTARS PRODUCED BY DIFFERENT TYPES

ABSTRACT

In this study, inconsistency between experimental and theoretical half-value thickness for the absorption of gamma rays in mortar materials with different chemical properties has been removed with the help of fractional calculus. The first order differential equation related to the absorption has been re-defined by using Caputo fractional derivative. The solution of this equation has been obtained in terms of Mittag-Leffler function. The fractional calculations have been done using experimental and theoretical attenuation coefficients data obtained from gamma ray sources ²⁴¹Am and ¹³⁷Cs with 59.9 keV and 661 keV, respectively. The obtained results have been compared with the experimental and standard ones. How the calculated fractional derivative orders affect the intensity of the gamma ray as it passes through the absorbent material has been attempted to determine.

Keywords: Attenuation coefficient, Half-value thickness, Fractional calculus

1. GİRİŞ

Radyasyon veya diğer adıyla ışınım, elektromanyetik dalgalar veya parçacıklar şeklinde enerjinin aktarımıdır. Elektromanyetik spektrum dalgaboyu angström mertebesinde olan gama ışınlarından dalga boyu km mertebesinde olan radyo dalgalarına kadar oldukça geniştir. Alfa ve beta parçacıkları, gama ve x ışınları ile nötronlar etkileştikleri maddede iyonlar meydana getirebildikleri için iyonlaştırıcı radyasyon olarak adlandırılırlar. İyonlaştırıcı radyasyonun canlılar üzerinde hücresel düzeyden genetiğe kadar kalıcı ve geçici biyolojik etkileri vardır. Kozmik ışınlar, yeryüzünde bulunan radyoaktif maddelerin yaydığı gama ışınları, radyumun bozunması sonucu salınan radon gazı ve canlı vücudundaki radyoaktif elementler günlük hayatta maruz kaldığımız doğal iyonlaştırıcı radyasyon kaynaklarıdır. Bunlar harici tıbbi, endüstriyel, eğitim, araştırma ve güvenlik amaçlı uygulamalarla günlük yaşantıda iyonlaştırıcı radyasyonla karşılaşabilir.

*Sorumlu Yazar: engin.calik@ege.edu.tr

Radyasyondan korunmak için süre ve mesafenin yanı sıra zırlama da çok önemlidir. Zırlama için kullanılacak soğurucu malzemenin cinsi ve kalınlığı radyasyonun malzeme tarafından soğurulmasını belirleyen en önemli etmenlerdir. Radyasyonun soğurulma hızı, hem radyasyonun enerjisine hem de soğurucu maddenin kalınlığına bağlıdır. Radyasyonun şiddeti ile soğurucu maddenin kalınlığı arasındaki ilişki aşağıdaki gibidir [1];

$$\frac{dI(x)}{dx} = -\mu I(x). \quad (1)$$

Burada, I radyasyon şiddeti, μ lineer soğurma katsayısı ve x soğurucu maddenin kalınlığıdır. Bu denklemin standart matematik kullanılarak çözümü,

$$I(x) = I_0 \exp(-\mu x) \quad (2)$$

şeklinde. Burada I_0 radyasyonun soğurucu madde tarafından soğurulmadan önceki şiddetidir. Soğurucu maddenin yarı-değer kalınlığı, başlangıçtaki radyasyon şiddetinin yarıya düşmesi için gerekli olan soğurucu kalınlığıdır ve (2) denkleminde hareketle aşağıdaki şekilde ifade edilir;

$$x_{1/2} = \frac{\ln 2}{\mu}. \quad (3)$$

Radyasyon şiddetini yarıya indirmek için çeşitli soğurucu malzemelerin yarı-değer kalınlıklarına (cm) bakıldığında küçükten büyüğe doğru, uranyum, tungsten, kurşun, çelik ve beton gelmektedir [2].

Dış radyasyondan korunmak için günlük hayatımızın büyük bölümünü geçirdiğimiz evlerimiz veya işyerlerimiz en önemli sığınaklarımızdır. Bu yaşam alanlarının yapımında kullanılan inşaat malzemelerinin ve özellikle en önemlisi olan betonun cinsi, kalınlığı ve yoğunluğu radyasyonun soğurulmasında oldukça etkilidir.

Yapı malzemeleri üzerine gerek Türkiye’de gerekse dünyada birçok çalışma mevcuttur. Meckbach ve diğerleri, Avrupa’da evlerde kullanılan yapı malzemeleri tarafından gama radyasyonunun soğurulmasını incelemek için Monte Carlo yöntemini kullanmışlardır [3]. Alam ve diğerleri, Bangladeş’teki toprak numuneleri ve yapı malzemeleri için kütle soğurulma katsayılarını ölçmüşlerdir [4]. Akkurt ve diğerleri, Türkiye’de barit, mermer ve limra taşı için kütle soğurulma katsayılarını hesaplamışlardır [5]. Singh ve diğerleri, Hindistan’da cam, beton, mermer, uçucu kül, çimento ve kireç için [6], Salinas ve diğerleri de, Brezilya’da kullanılan çeşitli yapı malzemeleri için kütle soğurulma katsayılarını hesaplamışlardır [7]. Awadallah ve Imran, Ürdün’de kireç taşı, tuğla ve beton için gama ışını kütle soğurulma katsayılarını ölçmüşlerdir [8]. Türkmen ve diğerleri, silikon dumanı, yüksek fırın cürufu ve doğal zeolit ile karıştırılan Portland çimentoları için kütle soğurma katsayılarını deneysel olarak hesaplamışlardır [9]. Mısırdaki bina duvarlarında ve çatılarında kullanılan yapı malzemelerinin gama kütle soğurma katsayıları Medhat tarafından deneysel olarak ölçülmüş ve hesaplanmıştır [10].

Yılmaz [11] ve Yılmaz ve diğerleri [12], farklı bileşenlere sahip hazırlamış oldukları on iki harç örneği için sırasıyla enerjileri 59,9 keV ve 661 keV olan ^{241}Am ve ^{137}Cs kaynakları kullanarak gama ışını soğurma katsayılarını deneysel olarak ölçmüşler ve teorik olarak hesaplamışlardır. Elde ettikleri veriyi kullanarak foton etkileşme parametreleri olan etkin atom numarası, elektron yoğunluğu, yarı-değer kalınlık ve atomik tesir kesiti değerlerini hesaplamışlardır. Ayrıca bu harç örneklerinin nötron soğurma tesir kesitlerini de hesaplamışlardır. Yarı-değer kalınlıklarını bulurken iki yöntem kullanmışlardır. İlk olarak denklem (2) ile verilen standart matematik ile elde edilen ifadeden hesaplama yapmışlardır. İkinci olarak ise farklı kalınlıklara karşılık gama ışını şiddetini veren grafikten, deneysel I_0 değerinin $I_0/2$ değerine düştüğü kalınlık değerini elde etmişlerdir. İlk yöntem yarı-deneysel teorik bir hesaplama olup, ikinci yöntem deneysel sonuçları göstermektedir. İki yöntem ile elde edilen sonuçlar birbiri ile uyumlu halde değildir.

Daha önce yapmış olduğumuz çalışmalarda [13, 14] radyoaktif kaynak olarak beta bozunması yapan ^{99}Tc , ^{36}Cl , ^{14}C , ^{210}Pb , ^{147}Pm , $^{90}\text{Sr}/^{90}\text{Y}$, ^{137}Cs ve ^{204}Tl radyoizotopları kullanılarak beta parçacıklarının alüminyum malzemelerde soğurulması ve alüminyum soğurucularının yarı-değer kalınlıkları deneysel ve teorik olarak incelenmiştir. Elde edilen deneysel ve teorik sonuçlar arasında uyumsuzluğu giderebilmek için (1) denklemi ile verilen soğurulma denklemi kesirsel matematik kullanılarak yeniden tanımlanarak çözülmüştür. Farklı beta kaynakları kullanılsa bile alüminyum soğurucuların teorik yarı-değer kalınlığını deneysel sonuçlara eşdeğer yapan kesirsel türev mertebesi yaklaşık 0,3 olarak elde edilmiştir.

Bu çalışmada, Yılmaz ve diğerlerinin [12] hazırlamış oldukları on iki harç örneği için gama ışınlarını kullanarak elde etmiş oldukları teorik ve deneysel yarı-değer kalınlıklar arasındaki uyumsuzluk, (1) denkleminin daha önce yapmış olduğumuz çalışmalarda [13, 14] olduğu gibi kesirsel matematik kullanılarak yeniden tanımlanmasıyla giderilmeye çalışılmıştır. Tanımlanan yeni denklemin çözümü Mittag-Leffler (ML) fonksiyonları cinsinden elde edilmiştir. Teorik ve deneysel değerler arasındaki uyumsuzluğu gideren kesirsel türev mertebeleri hesaplanmıştır.

2. MATERYAL VE YÖNTEM

Standart matematik, denge durumundan uzak süreçleri ifade eden fonksiyonları ifade etmekte yetersiz kaldığı için, bu tip fonksiyonların incelenmesi için kesirsel matematik kullanılarak gerçeğe daha yakın tasvirlerde bulunulabilir [15]. Kesirsel matematiğin geçmişi 1700’lü yıllarda L’Hospital ve Leibniz’e kadar uzanır. Kesirsel matematiğin, fizik ve mühendisliğin birçok farklı alanında uygulamaları bulunmaktadır [16-24]. Nükleer fizikteki ilk uygulamaları nükleer bozunma denkleminin kesirsel matematikle yeniden tanımlanması ve çözülmesiyle alfa [25] ve proton [26] bozunumuna uygulanmıştır. Kesirsel matematiğin birçok tanımı içinden en yaygın olarak kullanılanları Riemann-Liouville (RL), Grünwald – Letnikov (GL) ve Caputo tanımlarıdır [16-19].

Fizik veya mühendislikte karşılaşılan uygulama problemleri yorumlanabilir kesirsel türev tanımları gerektirir. Caputo kesirsel türev tanımı, RL tanımının yorum konusundaki eksikliğini tamamlaması açısından önemlidir. RL tanımından farklı olarak, Caputo türev tanımına sahip kesirsel diferansiyel denklemler için tanımlanan başlangıç koşulları ile tam sayılı mertebeli diferansiyel denklemler için tanımlanan başlangıç koşullarının aynıdır. RL ve Caputo tanımları arasındaki diğer önemli bir fark da, bir sabitin RL kesirsel türevinin sıfırdan farklı olmasına rağmen Caputo kesirsel türevinin ise sıfır olmasıdır.

Caputo kesirsel türev tanımı $\alpha > 0$ olmak üzere,

$${}_0^C D_t^\alpha = J^{m-\alpha} D^m f(t) \quad (4)$$

şeklinde dir. Burada D ve J türev ve integral operatörlerini, m ve α ise tamsayı ve kesirsel türev mertebelerini temsil etmektedirler. En genel tanımı ise; $f, [a, b] \subset \mathbb{R}$ üzerinde integrallenebilen, zaman değişkenli bir fonksiyon ve $m - 1 < \alpha \leq m$ ($m \in \mathbb{N}^+$) olmak üzere

$${}_0^C D_t^\alpha f(t) = \frac{1}{\Gamma(m-\alpha)} \int_0^t (t-\tau)^{m-\alpha-1} f^{(m)}(\tau) d\tau \quad , \quad (m-1 < \alpha \leq m) \quad (5)$$

biçiminde tanımlanır. $\alpha = m$ olması standart türevi temsil etmektedir.

RL ve Caputo kesirsel türevleri ancak $f(t)$ fonksiyonunun $m - 1$ türevinin $t = 0$ değerinde sıfır olması ile birbirine aşağıdaki şekilde denk yazılabilir [17-19];

$${}^{RL} D_t^\alpha f(t) = {}_0^C D_t^\alpha f(t) + \sum_{k=0}^{m-1} \frac{t^{k-\alpha}}{\Gamma(k-\alpha+1)} [f^{(k)}(t)]_{t=0}. \quad (6)$$

Bu denklemin elde edilebilmesi için,

$$J^n D^n f(t) = f(t) - \sum_{k=0}^{n-1} f^{(k)}(0^+) \frac{t^k}{k!}, \quad t > 0 \quad (7)$$

ifadesi kullanılmaktadır [19]. (1) denkleminin birinci mertebeden türev mertebesi α kesirsel türev mertebesine taşınırsa, radyasyonun şiddeti ile soğurucu maddenin kalınlığı arasındaki ilişki kesirsel olarak

$$\begin{aligned} \frac{d^\alpha I(x)}{dx^\alpha} &= -\mu^\alpha I(x) \\ {}_0^C D_t^\alpha I(x) &= -\mu^\alpha I(x) \end{aligned} \quad (8)$$

şeklinde yazılır. (4) ifadesi (8) denkleminde uygulanırsa,

$$J^m D^m I(x) = -\mu^\alpha J^\alpha I(x) \quad (9)$$

elde edilir. (7) özelliği (9) denkleminde uygulanırsa,

$$I(x) = \sum_{k=0}^{m-1} I^{(k)}(0^+) \frac{x^k}{k!} - \mu^\alpha J^\alpha I(x) \quad (10)$$

olarak yazılır. $m = 1$ için,

$$I(x) = I(0) - \mu^\alpha J^\alpha I(x) \quad (11)$$

elde edilir. Bu ifadeye Laplace dönüşümü uygulanırsa,

$$\tilde{I}(s) = \frac{I(0)}{s} \frac{s^\alpha}{s^\alpha + \mu^\alpha} \quad (12)$$

ifadesi elde edilir. Bu denkleme ters Laplace dönüşümü uygulanırsa,

$$I(x) = I(0) E_\alpha(-\mu^\alpha x^\alpha) \quad (13)$$

elde edilir. Burada $E_\alpha(-\mu^\alpha x^\alpha)$ ifadesi Mittag-Leffler fonksiyonudur ve $E_\alpha(-\mu^\alpha x^\alpha) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-\mu^\alpha x^\alpha)^n}{\Gamma[n\alpha+1]}$ şeklindedir.

3. HESAPLAMALAR

Yarı-değer kalınlıklarının teorik olarak hesaplamak için üzerinde çalışılan on iki harç örneğinin hazırlanması ve deneysel ölçümleri Yılmaz [11, 12] tarafından yapılmıştır. Harç örnekleri [11,12] referanslarında belirtildiği gibi, TS EN 196-1 standartlarına göre, normalize edilmiş CEN EN 196-1 kumu, sıradan Portland çimento (CEM I 42.5 R.), uçucu kül, silika dumanı ve yüksek fırın cürufu kullanılarak hazırlanmıştır. İçeriğinde mineral katkısı olmayan harç örneği (MO: Mortar Ordinary), 450 g çimento, 1350 g kum ve 225 g sudan oluşmaktadır. Diğer on bir harç örneği çimentonun oranı azaltılıp yerine %5, %10, %20 ve %30 oranlarında uçucu kül (MF: Mortars Fly Ash) ve yüksek fırın cürufu (MB: Mortars Blast Furnace Slag), %2,5, %5 ve %10 oranlarında silika dumanı (MS: Mortars Silica Fume) eklenerek hazırlanmıştır. Hazırlanan harç örneklerinin içerikleri Tablo 1’de verilmiştir. Tablo1’de verilen yoğunluk değerleri sertleşmiş harçların birim ağırlığıdır.

Hazırlanan örneklerin kütle soğurma katsayıları (μ/ρ) deneysel olarak Ortec marka GEM55P4 Model HPGe dedektörü kullanılarak enerjisi 59,5 keV olan ^{241}Am ve 661 keV olan ^{137}Cs radyoaktif kaynaklar kullanılarak, teorik kütle soğurma katsayıları ise WinXCom programı [28, 29] kullanılarak Yılmaz tarafından hesaplanmıştır [11, 12]. Kütle soğurma katsayısı lineer soğurma katsayısının yoğunluğa oranı olarak tanımlandığı için elde edilen bu kütle soğurma katsayıları yoğunlukla çarpılarak lineer soğurma katsayıları elde edilmiş ve Tablo 2’de listelenmiştir.

Tablo 1. Harç örneklerinin içerikleri [11, 12]

Harç Örneği	Çimento (g)	Su (g)	MS (g)	MF (g)	MB (g)	Kum (g)	Birim Ağırlık (g/cm ³)
MO	450	225	0	0	0	1350	2,09
MS2,5	438,75	225	11,25	0	0	1350	2,03
MS5	427,5	225	22,25	0	0	1350	2,07
MS10	405	225	45	0	0	1350	2,02
MF5	427,5	225	0	22,5	0	1350	2,07
MF10	405	225	0	45	0	1350	1,99
MF20	360	225	0	90	0	1350	1,95
MF30	315	225	0	135	0	1350	1,83
MB5	421,5	225	0	0	22,5	1350	1,87
MB10	405	225	0	0	45	1350	1,88
MB20	360	225	0	0	90	1350	1,95
MB30	315	225	0	0	135	1350	1,89

Tablo 2. Lineer soğurma katsayıları [11, 12]

	μ (cm ⁻¹)			
	59,5 keV		661 keV	
	Deneysel	Teorik (WinXCom)	Deneysel	Teorik (WinXCom)
MO	0,593	0,642	0,175	0,163
MS2,5	0,450	0,621	0,198	0,158
MS5	0,389	0,631	0,202	0,161
MS10	0,383	0,612	0,179	0,158
MF5	0,380	0,631	0,182	0,161
MF10	0,328	0,605	0,171	0,155
MF20	0,296	0,587	0,169	0,152
MF30	0,272	0,544	0,161	0,143
MB5	0,302	0,572	0,157	0,146
MB10	0,298	0,575	0,172	0,147
MB20	0,319	0,593	0,173	0,152
MB30	0,275	0,573	0,171	0,147

Tablo 3’te deneysel ve hesaplanan standart ve kesirsel yarı-değer kalınlıkları verilmiştir. Tablo 3’ün ikinci sütununda verilen deneysel yarı-değer kalınlıkları, farklı kalınlıklara göre çizilen sayım grafiklerinden başlangıçtaki sayımın yarı değere düştüğü kalınlık bulunarak elde edilmiştir [11, 12]. Standart matematik ile elde edilen üçüncü ve dördüncü sütunda verilen teorik yarı-değer kalınlıkları (2) denklemi kullanılarak, kesirsel matematik kullanılarak elde edilen beşinci ve altıncı sütunda verilen teorik yarı-değer kalınlıkları ise (13) denklemi kullanılarak hesaplanmıştır. Üçüncü sütunda Standart-1 ve beşinci sütunda Kesirsel-1 olarak isimlendirilen hesaplamalarda lineer soğurma katsayısı olarak Tablo-2’de verilen deneysel değerler; dördüncü sütunda Standart-2 ve altıncı sütunda Kesirsel-2 olarak isimlendirilen hesaplamalarda ise yine Tablo-2’de verilen WinXCom programı ile hesaplanan teorik lineer soğurma katsayıları kullanılmıştır. Tablo 3’ün yedinci ve sekizinci sütunlarında ise sırasıyla Kesirsel-1 ve Kesirsel-2 hesaplamalarında deneysel yarı-değer kalınlıklarına en yakın teorik yarı-değer sonuçlarını veren kesirsel türev mertebeleri verilmiştir.

Tablo 3. On iki harç örneği için deneysel, standart ve kesirsel yarı-değer kalınlıkları

Harç Örneği	59,5 keV						$\alpha 1$	$\alpha 2$
	$x_{1/2}$ (cm)							
	Deneysel [11, 12]	Standart-1	Standart-2	Kesirsel-1	Kesirsel-2			
MO	1,053	1,168	1,080	1,053	1,053	0,337120	0,319100	
MS2,5	1,045	1,540	1,116	1,408	1,045	0,332000	0,325900	
MS5	1,237	1,781	1,098	1,598	1,237	0,339000	0,312154	
MS10	1,301	1,809	1,132	1,589	1,301	0,350000	0,312345	
MF5	1,322	1,823	1,098	1,595	1,322	0,353000	0,313511	
MF10	1,430	2,112	1,146	1,939	1,430	0,331000	0,315040	
MF20	1,573	2,341	1,181	2,164	1,573	0,329000	0,318936	
MF30	1,640	2,547	1,275	2,533	1,640	0,317000	0,316704	
MB5	1,643	2,294	1,211	2,019	1,643	0,349000	0,320228	
MB10	1,613	2,325	1,205	2,086	1,613	0,339000	0,319253	
MB20	1,488	2,172	1,169	1,968	1,488	0,335000	0,316070	
MB30	1,593	2,520	1,210	2,812	1,593	0,312000	0,318147	
661 keV								
MO	3,174	3,960	4,251	3,367	3,676	0,395000	0,363700	
MS2,5	3,647	3,500	4,377	3,647	3,718	0,313665	0,415000	
MS5	3,678	3,430	4,292	3,678	3,678	0,312636	0,381480	
MS10	3,673	3,871	4,398	3,673	3,717	0,323316	0,419100	
MF5	3,795	3,807	4,292	3,795	3,795	0,316750	3,347720	
MF10	3,749	4,052	4,465	3,749	3,789	0,328774	0,419600	
MF20	4,285	4,100	4,556	4,285	4,285	0,313532	0,325130	
MF30	4,125	4,304	4,855	4,125	4,125	0,315930	0,391670	
MB5	4,293	4,414	4,751	4,293	4,293	0,319481	0,335700	
MB10	4,208	4,029	4,726	4,208	4,208	0,313556	0,341143	
MB20	3,250	4,005	4,556	3,402	4,026	0,400700	0,346800	
MB30	3,611	4,052	4,701	3,611	4,043	0,341990	0,374400	

Tablo 3’den görüldüğü gibi, (2) denklemi ile hesaplanan hem Standart-1 hem de Standart-2 teorik sonuçları deneysel sonuçlardan oldukça farklıdır. (13) denklemine göre hesaplanan Kesirsel-1 ve Kesirsel-2 sonuçları ise yapılan 24 hesaplamanın büyük çoğunluğunda deneysel değerler ile birebir eşdeğer veya standart sonuçlara göre deneysel değerlere daha yakındır. 59,5 keV için yapılan hesaplamalarda Kesirsel-1 sonuçlarının 1 tanesi deneysel sonuçlarla birebir eşdeğerken 11 tanesi Standart-1 sonuçlarına göre deneysel değerlere daha yakındır. Kesirsel-1 sonuçlarını deneysel sonuçlara en yakın yapan $\alpha 1$ kesirsel türev mertebeleri yaklaşık 0,312-0,353 arasında değişim göstermektedir. Kesirsel-2 sonuçlarının ise tamamı deneysel sonuçlarla birebir eşdeğerdir. Bu sonuçları deneysel sonuçlarla eşdeğer yapan $\alpha 2$ kesirsel türev mertebeleri yaklaşık 0,312-0,325 arasında birbirlerine oldukça yakın olacak şekilde değişim göstermektedir. 611 keV için yapılan hesaplamalarda Standart-1 ve Standart-2 sonuçları deneysel sonuçlardan farklıdır. Tablo 2’den anlaşıldığı gibi, 611 keV için deneysel lineer soğurma katsayıları teorik lineer soğurma katsayılarından daha büyük iken, 59,5 keV için durum tam tersidir. Teorik lineer soğurma katsayılarının deneysel değerlere göre küçük olmasından dolayı Standart-2 sonuçları da Standart-1 sonuçlarına göre daha büyük değerler almaktadır. Kesirsel-1 sonuçlarının 2 tanesi hariç diğerleri deneysel sonuçlarla eşdeğer iken, Kesirsel-2 sonuçlarının 7 tanesi deneysel sonuçlarla birebir eşdeğer geri kalan 5 tanesi de deneysel sonuçlara oldukça yakındır. Kesirsel-1 sonuçları için kesirsel türev mertebeleri yaklaşık 0,313-0,400 arasında Kesirsel-2 sonuçları için ise yaklaşık 0,325-0,419 arasında değişim göstermektedir.

4. SONUÇLAR

On iki harç örneğinin farklı enerjilerdeki gama ışınlarını soğurmaları sırasında elde edilen deneysel ve (2) denklemi ile hesaplanan teorik yarı-değer kalınlıkları arasındaki uyumsuzluğu gidermek amacıyla (1) denklemi kesirsel matematik kullanılarak (8) denklemi olarak yeniden tanımlanmış ve bu denklemin çözümü (13) denklemi olarak ML fonksiyonları cinsinden elde edilmiştir. Bu yeni denklem kullanılarak

uygun kesirsel türev mertebelerine karşılık yapılan Kesirsel-1 ve Kesirsel-2 hesaplamaları ile elde edilen sonuçlar, deneysel sonuçlarla genel anlamda standart matematikle yapılan Standart-1 ve Standart-2 sonuçlarına göre daha uyum içindedir. Standart sonuçlar ile deneysel değerler arasındaki uyumsuzluğun nedenlerinden biri, (1) denklemi ile verilen standart soğurulma denkleminin sadece soğurucunun kalınlığına bağlı olup, gama ışınlarının enerjisine bağlı olmaması olarak düşünülebilir. Gama ve x-ışınları madde ile fotoelektrik soğurulma, Compton saçılması ve çift oluşumu olmak üzere üç şekilde etkileşmektedir. Lineer soğurulma katsayısı da bu üç etkileşmenin olasılıkları toplamına karşılık gelmektedir [30]. Gama ışınının soğurucu malzemeyi geçebilmesi gelen gama ışınının enerjisine bağlıdır. Hem gamma ışınları hem de diğer radyasyonlar için literatürde kütle soğurma katsayısı ile enerji arasındaki ilişkiyi [30-34] ve enerji ile soğurucu kalınlığı arasındaki ilişkiyi [35] incelemek için çeşitli çalışmalar bulunmakta ve bu çalışmalarda çeşitli düzeltme parametreleri kullanılmaktadır. Elde edilen bu yeni (13) denklemi ile herhangi bir düzeltme parametresine ihtiyaç duymadan deneysel ve teorik sonuçlar arasındaki uyumsuzluk giderilmeye çalışılmıştır.

Teorik sonuçları deneysel değerlere yakın veya eşdeğer yapan kesirsel türev mertebeleri (1) denkleminde olduğu gibi 1'e eşit değildir. Hem Kesirsel-1 hem de Kesirsel-2 hesaplamalarında kesirsel türev mertebeleri yaklaşık 0,3-0,4 arasında değişim göstermektedir. Soğurucu harç örneklerinin kimyasal bileşimleri değişse bile aynı enerjiye sahip gama ışınları için kesirsel türev mertebesi değerleri birbirine yakın olmaktadır. Özellikle Kesirsel-2 hesaplamaları, teorik lineer soğurma katsayıları kullanıldığı için tamamen teorik sonuçları yansıtmaktadır. Bu sonuçlar, yapılan tüm hesaplamalarda deneysel değerlerle en uyumlu olan sonuçlardır. Elde edilen kesirsel türev mertebeleri daha önce beta parçacıkları için elde edilenlere [13, 14] oldukça yakındır. Bu da göstermektedir ki, soğurucu malzemelerin teorik yarı-değer kalınlıklarını hesaplamak için (2) denklemi yerine (13) denklemini kullanmak deneysel sonuçlara uyum açısından daha doğru olmaktadır.

REFERENCES

- [1] Leo WR. Techniques for nuclear and particle physics experiments. Berlin, Germany: Springer Verlag, 1994.
- [2] Yülek GG. Radyasyon fiziği ve radyasyondan korunma. SEK yayınları:14, 1992.
- [3] Meckbach R, Jacob P, Paretzke HG. Shielding of gamma radiation by typical European houses. Nucl Instrum Methods Phys Res A 1987; 255: 160–164.
- [4] Alam, MN, Miah MMH, Chowdhury MI, Kamal M, Ghose S, Rumi R. Attenuation coefficients of soils and some building materials of Bangladesh in the energy range 276–1332 keV. Appl Radiat Isot 2001; 54: 973–976.
- [5] Akkurt I, Kılınçarslan S, Başyigit C. The photon attenuation coefficients of barite, marble and limra. Ann. Nucl. Energy 2004; 31: 577–582.
- [6] Singh S, Kumar A, Devinder S, Kulwant ST, Mudahar GS. Barium-boratefly ash glasses: as radiation shielding materials. Nucl Instrum Methods Phys Res B 2008; 266: 140–146.
- [7] Salinas ICP, Conti CC, Lopes RT. Effective density and mass attenuation coefficient for building material in Brazil. Appl Radiat Isot 2006; 64: 13–18.
- [8] Awadallah MI, Imran MM. Experimental investigation of γ -ray attenuation in Jordanian building materials using HPGe-spectrometer. J Environ Radioactivity 2007; 94: 129–136.

- [9] Türkmen I, Özdemir Y, Kurudirek M, Demir F, Simsek Ö, Demirboğa R. Calculation of radiation attenuation coefficients in Portland cements mixed with silica fume, blast furnace slag and natural zeolite. *Ann Nucl Energy* 2008; 35: 1937–1943.
- [10] Medhat ME. Gamma-ray attenuation coefficients of some building materials available in Egypt, *Annals of Nuclear Energy* 2009; 36: 849–852.
- [11] Yılmaz E. Bazı inşaat malzemelerinde gama ışını soğurma katsayısı ve nötron soğurma tesir kesitinin belirlenmesi. Yüksek Lisans Tezi, Rize Üniversitesi, Rize, Türkiye, 2011.
- [12] Yılmaz E, Baltas H, Kırıs E, Ustabas I, Cevik U, El-Khayatt AM. Gamma ray and neutron shielding properties of some concrete materials. *Annals of Nuclear Energy* 2011; 38: 2204–2212.
- [13] Şen M, Çalık AE. Calculation of half-value thickness for aluminium absorbers by means of fractional calculus. *Annals of Nuclear Energy* 2014; 63: 46-50.
- [14] Şen M, Çalık AE, Ertik H. Determination of half-value thickness of aluminium foils for different beta sources by using fractional calculus. *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section B: Beam Interactions with Materials and Atoms* 2014; 335: 78-84.
- [15] Şirin, H. Transport olayının istatistiksel mekanik yöntemlerle incelenmesi, Doktora Tezi, Ege Üniversitesi, İzmir, Türkiye, 2011.
- [16] Oldham KB, Spainer J. *The Fractional calculus*, San Diego, USA: Academic Press, 1974.
- [17] Miller KS, Ross B. *An introduction to the fractional calculus and fractional differential equations*. New York, USA: John Wiley and Sons Inc, 1993.
- [18] Carpinteri A, Mainardi F. *Fractals and fractional calculus in continuum mechanics*. Berlin, Germany: Springer Verlag, 1997.
- [19] Podlubny I. *Fractional differential equations*. San Diego, USA: Academic Press, 1999.
- [20] Çalık AE, Şirin H, Ertik H, Şen M. Analysis of charge variation in fractional order LC electrical circuit, *Revista Mexicana de Fisica* 2016; 62: 437-441.
- [21] Büyükkılıç F, Bayrakdar Ok Z, Demirhan D. Investigation of the cumulative diminution process using the Fibonacci method and fractional calculus. *Physica A Statistical Mechanics and Its Applications* 2016; 444: 336-344.
- [22] Ertik H, Çalık AE, Şirin H, Şen M, Öder B. Investigation of electrical RC circuit within the framework of fractional calculus. *Revista Mexicana de Fisica* 2015; 61: 58-63.
- [23] Şirin H, Büyükkılıç F, Ertik H, Demirhan D. The effect of time fractality on the transition coefficients: Historical Stern-Gerlach experiment revisited. *Chaos Solitons and Fractals* 2011; 44: 1-3.
- [24] Şirin H, Büyükkılıç F, Ertik H, Demirhan D. The influence of fractality on the time evolution of the diffusion process. *Physica A-Statistical Mechanics and Its Applications* 2010; 389: 2007-2013.
- [25] Çalık, AE, Ertik H, Öder B, Şirin H. A fractional calculus approach to investigate the alpha decay processes *International Journal of Modern Physics E* 2013; 22:1350049.

- [26] Çalık AE, Şirin H, Ertik H, Öder B, Şen M. Half-lives of spherical proton emitters within the framework of fractional calculus. *International Journal of Modern Physics E* 2014; 23: 1450044.
- [27] Mainardi F, Gorenflo R. On Mittag-Leffler-type functions in fractional evolution processes. *J Comput Appl Math* 2000; 118: 283-299.
- [28] Gerward L, Guilbert N, Jensen KB, Levring H. X-ray absorption in matter: reengineering XCOM. *Radiat Phys Chem* 2001; 60: 23–24.
- [29] Gerward L, Guilbert N, Jensen KB, Levring H. WinXCom – a program for calculating X-ray attenuation coefficients. *Radiat Phys Chem* 2004, 71: 653–654.
- [30] Davisson CM, Evans DR. Gamma-ray absorption coefficients. *Reviews of Modern Physics* 1952; 24: 79-107.
- [31] Thümmel, HW, 1974, *Durchgang von elektron und betastrahlung durch materieschichten*, academie verlag, Berlin.
- [32] Burek, R., and Chocyk, D., 1996, Basic aspects of the mass absorption coefficient of beta-particles, *J. Radional Nucl Chem*, 181-191.
- [33] Singh K, Singh H, Sharma V, Nathuram R, Khanna A, Kumar R, Bhatti SS, Sahota HS. Gamma-ray attenuation coefficients in bismuth borate glasses. *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section B* 2002; 194: 1-6.
- [34] Krane SK. *Introductory nuclear physics*. New York, USA: John Wiley and Sons, 1988.
- [35] Gürler, O. and Yalçın, S., 2005, A practical method for calculation of mass-attenuation coefficients of beta particles, *Ann Nucl Energy*, 1918-1925.