



**Ondokuz Mayıs Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi**  
Ondokuz Mayıs University Journal of Faculty of Education

e-ISSN: 2548-0278 OMU EFD, December 2025, 44(2): 789-840

# Üçüncü Sınıf Öğrencilerinin Matematik Problemlerini Çözme Süreçlerinin İncelenmesi

## Investigation into Third-grade Students' Mathematics Problem-solving Processes

Yusuf ERGEN<sup>1</sup>, Özcan AYDINLIK<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Kahramanmaraş Sütçü İmam Üniversitesi, Kahramanmaraş, Türkiye  
· yergen22@gmail.com · ORCID > 0000-0003-4313-5354

<sup>2</sup>Millî Eğitim Bakanlığı, Kahramanmaraş, Türkiye  
· zcanaydinlik49@gmail.com · ORCID > 0000-0001-7373-2366

### Makale Bilgisi/Article Information

**Makale Türü/Article Types:** Araştırma Makalesi/Research Article

**Geliş Tarihi/Received:** 19 Aralık/December 2024

**Kabul Tarihi/Accepted:** 17 Temmuz/July 2025

**Yıl/Year:** 2025 | **Cilt-Volume:** 44 | **Sayı-Issue:** 2 | **Sayfa/Pages:** 789-840

**Atif/Cite as:** Ergen, Y. & Aydınlik, Ö. "Üçüncü Sınıf Öğrencilerinin Matematik Problemlerini Çözme Süreçlerinin İncelenmesi - Investigation into Third-grade Students' Mathematics Problem-solving Processes" Ondokuz Mayıs Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, Ondokuz Mayıs University Journal of Faculty of Education, 44(2), December 2025: 789-840.

**Sorumlu Yazar/Corresponding Author:** Yusuf ERGEN

**Etik Kurul Beyanı/Ethics Committee Approv:** "Araştırma için Kahramanmaraş Sütçü İmam Üniversitesi Bilimsel Araştırma ve Yayın Etiği Kurulu'ndan 07.17.2024 tarihli ve 2024/327974 karar sayısı ile etik kurul izni alınmıştır. - Ethics committee permission was obtained from Kahramanmaraş Sütçü İmam University Scientific Research and Publication Ethics Committee with the decision number 2024/327974 dated 07.17.2024."

## ÜÇÜNCÜ SINIF ÖĞRENCİLERİNİN MATEMATİK PROBLEMLERİNİ ÇÖZME SÜREÇLERİNİN İNCELENMESİ

### ÖZ

Bu çalışmada, 3. sınıf öğrencilerinin matematik problemlerini çözme süreçlerinin Polya'nın problem çözme aşamalarına göre incelenmesi amaçlanmıştır. Araştırma çoklu durum çalışması deseninde yürütülmüştür. Katılımcılar maksimum çeşitlilik örnekleme yöntemi ile seçilen ilkökul 3. sınıfı bitirmiş 'Çok iyi, iyi ve yeterli' düzeyde matematik başarısına sahip 3 öğrenciden oluşmaktadır. Bu öğrencilere araştırmacılar tarafından ikişer matematik problemi verilmiştir. Veriler klinik mülakat tekniğiyle toplanmış ve betimsel analiz yöntemiyle analiz edilmiştir. Araştırma sonucunda; matematik başarısı "çok iyi" olan öğrenci her iki problemde de problem çözme aşamalarını doğru takip etmiştir. Matematik başarısı "iyi" olan öğrenci bir problemde çözüm basamaklarını doğru takip ederken matematik başarısı "yeterli" olan öğrenci ise her iki problemde de problem çözme aşamalarını takip edememiştir. Matematik başarısı "çok iyi" olan öğrencinin değerlendirme aşaması dışındaki problem çözme aşamalarını kullandığı gözlemlenirken matematik başarısı "yeterli" olan öğrencinin ise problem çözme aşamalarını takip etmediği belirlenmiştir. Ayrıca matematik başarısı "iyi ve yeterli" olan öğrencilerin problemi anlama ve plan yapma basamaklarında zorlandıkları buna bağlı olarak da doğru sonuca ulaşamadıkları belirlenmiştir.

**Anahtar Sözcükler:** Matematik, Problem Çözme, İlkokul Öğrencileri.



## INVESTIGATION INTO THIRD-GRADE STUDENTS' MATHEMATICS PROBLEM-SOLVING PROCESSES

### ABSTRACT

This study aimed to examine the mathematics problem-solving processes of 3rd-grade students according to Polya's problem-solving stages. The research was conducted in a multiple-case study design. The participants consisted of 3 students who completed the 3rd-grade of primary school and had 'very good, good, and adequate' level of mathematics achievement selected by the maximum diversity sampling method. These students were given two math problems by the researcher. Data were collected using a clinical interview technique and analyzed using a content analysis method. As a result of the study, the student with 'very good' mathematics achievement followed the problem-solving steps in both problems. While the student with 'good' mathematics achievement followed the solution steps in one problem, the student with 'sufficient' mathematics achievement could

not follow the problem-solving steps in both problems. It was observed that the student with 'very good' mathematics achievement used the problem-solving steps other than the evaluation step, while the student with 'low' mathematics achievement did not follow the problem-solving steps. In addition, it was determined that students with 'good and sufficient' mathematics achievement had difficulty understanding the problem and creating a plan, and accordingly, they could not reach the correct result.

**Keywords:** Mathematics, Problem-Solving, Elementary School Students.



## GİRİŞ

Matematik öğretim programlarının merkezinde problem çözme becerileri bulunur. De Walle, Karp ve Williams (2021), problem çözmeyi matematiğin kalbi olarak tanımlar. Birçok araştırmacı (Baş & Kıvılcım, 2013; İlhan et al. 2021; Loğoğlu, 2016; Yeşilova, 2013) matematik başarısını matematik problemlerini çözme becerileri ile açıklamıştır. Dolayısıyla öğrencilerin matematik problemlerini çözüm süreçlerini incelemenin, matematik öğretim programlarının geliştirilmesine ve matematik başarısının artmasına katkı sağlayacağı düşünülmektedir.

Problem çözme becerisine sahip olmak matematik dersinin bütününde başarılı olmak için de gereklidir (Özsoy, 2005), çünkü problem çözme matematikle bütünleşmiş bir süreçtir. Matematik öğretimi sürecinin büyük bir bölümü problem çözümüne odaklanır (Felmer, Pehkonen, & Kilpatrick, 2016). Temel aritmetik becerilerin öğretimi ile birlikte problem çözmeye daha da yoğunlaşılır. Tayfur ve Kale'nin (2022) ilkokul dördüncü sınıf öğrencilerinin dört işlem ve problem çözme başarıları arasındaki ilişkiyi incelendikleri çalışmada dört işlem becerisinin problem çözme başarısını olumlu şekilde etkilediği fakat problem çözme başarısı için tek başına yeterli olmadığı sonucuna ulaşılmıştır. Tao, vd. (2025) 'ne göre de matematik problemlerinde sayısal ilişkilerin ve dilsel nüansların çoğu örtük olarak verilir ve bu ayrıntıları belirlemek gerekir. Nitekim matematik problemlerini çözme becerileri temel aritmetik becerilerden daha karmaşık bir süreçtir ve matematik başarısını önemli oranda açıklama gücüne sahiptir. Problem çözme başarısının artırılması için öğrencilerin problem çözme süreçlerinin incelenmesi ve hangi aşamalarda hata yapıldığının belirlenmesi gerekir. Literatürde yapılmış çalışmalarda problem çözme aşamalarının (Forgan, 2003; Heller, Keith, & Anderson, 1992) çeşitli şekilde sınıflandırmasından bahsedilmesinin yanında Polya'nın (1957) problem çözme aşamaları literatürde daha çok yer almaktadır. Problem çözme aşamalarının matematik başarısı ile ilişkisinin ve öğrencilerin problem çözme süreçlerini inceleme çalışmalarının farklı örneklerde yinelenerek devam etmesi değerli görülmektedir.

Millî Eğitim Bakanlığı (MEB, 2018) matematik öğretimi müfredatı incelendiğinde matematik problemi çözmeye yönelik kazanımlara fazlaca yer verildiği görülmektedir. Matematik problemleri birçok ders kitabında bulunur ve öğrencileri sınıfta öğrenilen prosedürleri kullanmaları için eğitmeyi amaçlar (Ahdhianto, vd., 2020). Matematik problemleri literatürde genel olarak rutin ve rutin olmayan problemler olarak sınıflandırılmıştır. Rutin problemler, çoğunlukla matematik ders kitapları içerisinde yer alan ve basit dört işlem becerisi ile çözülebilen daha önce karşılaşılmış veya benzeri çözülmüş sorular olarak tanımlanır (Altun, 2018). Müfredatta verilen problemlerin büyük çoğunluğu rutin problemlerden oluşmaktadır (MEB, 2018). Rutin problemlerin diğer problem türlerine göre daha kolay çözüyor olması öğrencilerin matematik problemlerine karşı özgüvenlerini artırmaktadır (Tayfur & Kale 2022). Rutin olmayan problemler ise; bilinen bir yöntem veya formül ile çözülemeyen, çözümü, öğrencinin verileri dikkatli analiz etmesini, yaratıcı bir girişimde bulunmasını, bir veya daha fazla stratejiyi kullanmasını gerektiren problemlerdir (Artut & Tarım, 2006). Rutin olmayan problemlerin birden çok çözümü vardır ve çözümler öğrenciler arasında farklılık gösterebilir (Robinson, 2016).

Matematik öğretiminin amaçlarından biri de öğrencileri etkin problem çözücüler olarak yetiştirmektir (Baki, 2008). Ancak, matematik problemlerini çözebilme birbiriyle ilişkili matematiksel, dilsel ve bağlamsal özellikler arasındaki karmaşık etkileşimi ele almak için anlayış ve beceriler gerektirir (Sanders, Kwok & Gooden, 2025). Öğretmenler eğitim-öğretimin ilk yıllarından itibaren matematik kazanımlarının öğretiminde öğrencilerin problem çözme becerilerini geliştirmek için bu anlayış ve beceriyi geliştirme yönünde çaba sarf etmelidir (Pesen & Bindak, 2021). Uluslararası sınav sonuçları incelendiğinde Türkiye'nin daha üst seviyelere yükselmesi gerektiği söylenebilir (TIMSS, 2015 & TIMSS, 2019). 2018 yılında yapılan Uluslararası Öğrenci Değerlendirme Programı (PISA) sınavında Türkiye OECD ortalamasının altında yer almaktadır. 2022 yılında yapılan PISA uygulamasında ise Türkiye'deki öğrencilerin matematik alanında %39'u 2. yeterlilik düzeyine ulaşamamıştır. Bu oran OECD ülkelerinde %31'dir. Aynı uygulamada Türkiye, OECD ülkeleri arasında matematik alanında 32., uygulamaya katılan 81 ülke arasında ise 39. olmuştur. Türkiye'de 2024 yılında yapılan Yükseköğretim Kurumları Sınavı'nda (YKS) ise öğrencilerin TYT oturumunda 40 matematik sorusunda 7.9, AYT oturumunda yine 40 soruda 5.5 doğru cevap ortalamasına sahip oldukları belirlenmiştir. Liselere Geçiş Sınavı (LGS) sonuçları incelendiğinde 2022 yılı matematik testi sorularında 20 soruda 4.74, 2021 yılında 4.20, 2020 yılında 4.89, 2019 yılında ise 5.09 doğru cevap sayısı ortalamasına sahip olduğu görülmektedir. Ayrıca 2019 yılında 4. Sınıf seviyesinde yapılan Türkçe-Matematik-Fen Bilimleri Öğrenci Başarı İzleme Araştırması (TMF-ÖBA)-I'de matematik testinde sorulan 15 sorunun tamamını doğru cevaplayan öğrenci oranı %4,34 olarak ölçülmüştür. Problem çözme becerileri ile matematik başarısı arasındaki pozitif ilişki (Acar, vd.,

2020) göz önüne alındığında yukarıdaki verilerin iyileştirilmesinde problem çözme sürecine ilişkin çalışmalara ihtiyaç duyulduğu açıktır. Bu çalışmaların ilkökul düzeyinde olması matematik öğretiminin temelleri açısından da önemlidir.

Matematiksel bilgilerin kazanılmasında ve bu bilgilerin günlük hayatta karşılaşılan problemlerin çözümünde kullanılmasında matematiksel süreç becerilerinden yararlanılmaktadır (Erdoğan & Özdemir-Erdoğan, 2013). Bu süreçler problemi anlama, verilenler arasında çözüm için gerekli bilgiyi seçme, elde edilen bilgileri matematiksel sembollere dönüştürme ve işlemler yaparak çözüme ulaşma olarak ifade edilebilir (Ulu, Tertemiz & Peker, 2016). Matematik problemlerini çözmeye sadece sonuçlar değil, bu sonuçlara ulaşmak için düşünme sürecinin ve aşamalarının da bilinmesi gerekir. Problem çözme bir süreç olup, bu süreçte uygulanması gereken bazı aşamalar söz konusudur (Yurtseven & Ocak, 2021). Heller, Keith ve Anderson (1992) bu süreçleri sorunu görselleştirme, bir çözüm planlama, planı uygulama ve kontrol edip değerlendirme olarak tasarlar; Forgan (2003), problemi tanımlama, problem için çözüm üretme ve beyin fırtınası yapma, çözümlerin sınırlılıklarını tanımlama, çözümlerden uygun olanı seçme ve çözümü uygulayıp değerlendirme olarak tasarlamıştır. Polya (1957) ise problem çözme sürecinin problemin anlaşılması, çözüme ilişkin stratejinin seçilmesi (plan yapma), seçilen stratejinin uygulanması (planın uygulanması) ve çözümün değerlendirilmesi şeklinde dört aşamadan oluştuğunu belirtmiştir. Problemin anlaşılması basamağında problem hakkında verilen bilgiler listelenir, istenilen sonuçlar ve varsa koşullar net olarak ifade edilir. Problemin düzgün şekilde okunmayıp anlaşılması problem çözmeye en büyük engellerden biridir (Baykal, 2014). Çünkü öğrencilerin farklı türlerde verilmiş problemleri çözerken en çok problemi anlama basamağında zorlandıkları tespit edilmiştir (Temiz & Çimen, 2017). Stratejinin seçilmesi basamağında ise verilen problemin çözümüne uygun problem çözme stratejileri düşünülür ve uygun stratejiler seçilir. Bu stratejilerin oluşturulmasının ve uygun olanın seçilmesinin karşılaşılan problemlerin anlamlı olarak çözüme kavuşturulmasında yarar sağlayacağı düşünülmektedir (Temel & Altun, 2020). Seçilen stratejilerin uygulanması basamağında; problemin çözümü yapılır ve bir sonuç elde edilir. Eğer sonuç elde edilemiyorsa farklı bir çözüm stratejisi denir ve bu durum sonuç bulunana kadar devam eder. Çözümün değerlendirilmesi basamağında ise problemin farklı çözüm yöntemlerinin olup olmadığı tartışılır. Bu çalışmada araştırmacılar ve öğretmenler arasındaki geniş kabulünden dolayı Polya'nın (1957) problem çözme aşamaları esas alınmıştır.

Problem çözme süreçlerine ilişkin alan yazın tarandığında birçok çalışmaya (Friel ve Markworth, 2009; Gooding, 2009; Gökkurt, vd., 2015; Memnun, 2014; Özdişi & Katrancı, 2019) rastlanmaktadır. Friel ve Markworth (2009) çalışmasında matematik problemlerinde ilişki arama stratejisini kullanmanın problem çözmeye kolaylaştırıcı etkisinden bahsederken görselleştirmenin önemine de vurgu yapmıştır. Gooding (2009) ise öğrencilerin problemlerde yaşadığı zorluk-

ları; öğrencilerin problemlerde verilen durumu anlamlandıramaması, problemleri matematiksel dille ifade edememesi, matematiksel hesaplamayı doğru yapmaması ve bulunan cevabı değerlendirememesi olarak ifade etmiştir. Kaya (2019), 6. sınıf öğrencilerinin alan ölçme problemlerinde problemi anlama, problem için plan yapma, problemi çözme, problemi kontrol etme ve problemi geliştirme aşamalarının her birinde yeterlilik oranlarının düşük olduğu sonucuna ulaşırken, Özdişçi ve Katrancı (2019) ortaokul öğrencilerinin büyük bir kısmının problemi anlamada sorun yaşamadıklarını ancak planı hazırlama basamağında öğrencilerin yetersiz olduğu sonucunu elde etmiştir. Planı uygulama aşamasında uygun ve doğru çözümlere ulaşılmasına rağmen tüm sınıf seviyelerindeki öğrencilerin problem çözümlerinde sorunlar yaşadıklarını ortaya koymuştur. Ayrıca Polya'nın (1957) matematik problemlerini çözme süreci aşamaları alan yazında oldukça geniş yer bulmakta, araştırmacılar arasında kabul görmektedir. İlkokul öğrencilerinin matematik problemi çözme süreçlerine ilişkin yapılan çalışmaların (Dölek, 2018; Süzer, 2021) büyük çoğunluğunda da Polya'nın problem çözme aşamaları esas alınmıştır. Dölek (2018)'in yapmış olduğu çalışmada 4. sınıf öğrencilerinin problem çözme aşamalarının tümünde performanslarının düşük olduğu sonucuna ulaşırken, Süzer'in (2021) ilkokul 4. sınıflarla yaptığı çalışmada öğrencilerin problem çözme becerilerinin oldukça düşük olduğu bilgisini aktarmaktadır. Ergen (2020) ise yine ilkokul 4. Sınıf öğrencileriyle yapmış olduğu çalışmada öğrencilerin problemi anlama aşamasında sorun yaşadığını ve öğrencilerin büyük çoğunluğunun aritmetik işlemleri doğru yapmalarına rağmen ilk aşamada doğru sonuca ulaşamadıklarını ifade etmiştir.

Matematik eğitiminde problem çözmeye yapılan vurgu arttıkça problem çözme süreçlerini incelemek de önemli hâle gelmiştir (Kayan & Çakıroğlu, 2008). Özellikle ilkokul öğrencilerinin problem çözme becerileri edinmeleri önemli görüldüğünden bu öğrencilerin matematik problemlerini nasıl çözümlüyor ve hangi stratejileri kullandıklarına ilişkin çalışmalar önemli görülmektedir. Bu çalışma, problem çözme aşamalarının takip edilme durumuna ilişkin öğretmen ve öğrencilere bilgi vermesi açısından değerli, matematik problemlerini çözme süreçlerine ilişkin ilkokul düzeyinde çalışmalar yapan araştırmacılara ışık tutması açısından da gerekli görülmektedir. 3. sınıf, öğrencilerin sayılar ve işlemlerle ilgili temel kavramları öğrendikleri, sayıların ötesine geçerek soyut kavramlar üzerinde düşünmeye, karmaşık problemleri çözmeye başladığı kritik bir dönemdir. Yani bu dönem öğrencilerin karmaşık problemlere yaklaştıkları, soyut düşünmeye sıçrama yapacakları dönemdir. Bu nedenle öğrencilerin daha ileri düzeyde analiz ve soyut düşünme gerektiren problemlerle karşılaşmadan önce temel seviyede problem çözme süreçlerinin incelenmesi problem çözme süreçlerine ilişkin sorunların ortaya çıkarılması açısından önemli görülmektedir. Ayrıca rutin problemlerin yapısı gereği, öğrencilerin temel matematik kavramlarına ve işlemlerine ilişkin becerilerini belirlemek açısından rutin olmayan problemlere göre daha işlevsel olduğu düşünülmektedir. B nedenle, çalışmada 3. Sınıf öğrencilerinin rutin matematik problemlerini çözme süreçlerini

derinlemesine analiz etmek ve bulgulara yönelik önerilerde bulunmak amaçlanmıştır. Bu doğrultuda aşağıdaki alt problemlere cevap aranmıştır.

1. Öğrenciler problem çözmede bir süreç takip ediyorlar mı?
2. İlkokul 3. sınıf öğrencilerinin matematik problemi çözme sürecinde hangi aşamaları kullanıyor?
3. Çözüme ulaşamayan öğrenciler hangi aşamada sorun yaşıyor? Neden?

## YÖNTEM

### Araştırmanın Deseni

Araştırma nitel araştırma desenlerinden durum çalışması deseni yürütülmüştür. Durum çalışması sınırlı bir durumun derinlemesine betimlenmesi, incelenmesi ve değerlendirilmesi olarak tanımlanmaktadır (Merriam, 2013). Bu çalışmada da 3. Sınıf öğrencilerin matematik problemi çözme süreçlerinin ayrıntılı olarak incelenmesi ve analizinin yapılması amaçlandığından bu desen tercih edilmiştir.

### Çalışma Grubu

Çalışmanın örneklemini Kahramanmaraş ili Dulkadiroğlu ilçesinde bulunan bir devlet okulunda aynı sınıfta öğrenim gören matematik başarısı "Yeterli, İyi ve Çok İyi" olan, 3. sınıfı bitirmiş üç öğrenci (2 kız, 1 erkek) oluşturmaktadır. Katılımcılar maksimum çeşitlilik örnekleme yöntemiyle seçilmiştir. Öğrencilerin seçiminde sınıf öğretmenlerinin düşüncesi etkili olmuştur. Sınıf öğretmeni araştırmacıya matematik başarısı "Yeterli, İyi ve Çok İyi" olan öğrencilerden ikişer öğrenci önermiştir. Araştırmacı ise her gruptan rastgele bir öğrenci seçmiştir. Bilimsel çalışma etiği gereği öğrencilerin ismi farklı bir isimle değiştirilmiştir. Milli Eğitim Bakanlığının Okul Öncesi Eğitim ve İlköğretim Kurumları Yönetmeliği'ne göre 1., 2., 3. ve 4. sınıflardaki başarı sonuçları "Geliştirilmeli, İyi ve Çok İyi" şeklinde değil ilgili yönetmeliğe uygun olarak "Geliştirmeli, Yeterli, İyi ve Çok İyi" şeklinde açıklanmıştır ( mevzuat.gov.tr). Bu çalışmaya katılan öğrencilere ilişkin bazı bilgiler aşağıdaki tabloda verilmiştir.

**Tablo 1.** Katılımcılara İlişkin Bilgiler

Takma Adı	Yaşı	Cinsiyeti	Dönem Sonu Matematik Başarısı
Cihan	9	Erkek	Çok iyi
Hatice	9	Kız	İyi
Semanur	9	Kız	Yeterli

## Veri Toplama Süreci ve Araçları

Araştırma verileri klinik mülakat yöntemi ile toplanmıştır. Goldin (1998) klinik mülakat yöntemini; problem çözerken öğrencilerin matematiksel davranışlarını gözleme ve bu gözlemlerden öğrencilerin matematiksel anlamalarını, bilgi şemalarını, bilişsel düşünce süreçlerini ve bu süreçte ortaya çıkan duyuşsal durumları hakkında çıkarım yapma olarak tanımlamıştır.

Araştırma verileri öğrencilerin öğrenim düzeyine uygun 2 rutin matematik problemi aracılığıyla toplanmıştır. Bu problemlerin seçiminden önce madde havuzu oluşturulmuştur. Matematik problemleri bir sınıf öğretmeni ve iki akademisyen tarafından incelenerek uzman görüşü alınmıştır. Oluşturulan 13 soruluk madde havuzunda 5 madde "uygun değil", 6 madde "uygun", kalan 2 madde ise "dil bilgisi açısından hatalı" bulunmuştur. Örneğin "Bir Tüccar 129 litre şerbeti 3 litrelik şişelere doldurmuştur. Tüccar bu şişelerin 17'sini sattığına göre elinde kaç şişe şerbet kalmıştır?" sorusu hem MEB (2018) 3. sınıf matematik müfredatına uygun olmadığı hem de anlam yönünden şişelerin dolu olup olmadığına ilişkin belirsizlik oluşturduğu gerekçesiyle araştırmada kullanılması uzmanlar tarafından uygun görülmemiştir. 3. sınıf matematik dersi müfredat kazanımlarına ve öğrencilerin başarı düzeylerine göre "uygun" olarak değerlendirilen maddelerden 2 tanesi araştırmada kullanılmak üzere rastgele seçilmiştir. Seçilen bu 2 madde pilot uygulama yapılmak üzere araştırmaya katılmayan 2 öğrenciye uygulanmıştır. Uygulama sonucunda problemlerden kaynaklı herhangi bir hatanın olmadığı tespit edilmiştir. Bu doğrultuda araştırmada kullanılacak problemler netlik kazanmıştır. Bu süreçle araştırmanın geçerliliği ve güvenilirliği artırılmaya çalışılmıştır. Çalışmada kullanılacak 2 rutin problem şunlardır:

**Problem 1:** 3 yıl arayla doğan iki kardeşin küçüğü 5 yaşındadır. Buna göre kardeşlerin yaşları toplamı kaçtır?

**Problem 2:** Bir sınıfta 14 sıra vardır. Her sıraya 2 öğrenci oturursa 6 öğrenci ayakta kalmalıdır. Buna göre bu sınıfta kaç öğrenci vardır?

Veri toplama öncesinde her öğrencinin velisiyle iletişime geçilmiştir. Veri toplama için etik kuruldan ve velilerden gerekli izinler alınmıştır. Veriler her öğrenciden ayrı zaman dilimlerinde ve birbirinin çözümlerini görmeyecekleri şekilde toplanmıştır. Böylece modelleme hatasının önüne geçilmeye çalışılmıştır. Problem çözümü sırasında odada araştırmacı ve öğrenci dışında kimse bulunmamıştır. Görüşme ses kaydına alınmıştır. Kağıt üzerinde yapılan işlemler veri olarak kullanılmak üzere toplanmıştır. Araştırmada yayın etiği gereği öğrencilerin isimleri gerçeğinden farklı olacak şekilde değiştirilmiştir.

## Verilerin Analizi

Klinik görüşme yöntemiyle elde edilen veriler Polya'nın (1957) problem çözme basamakları temel alınarak betimsel analiz yöntemiyle analiz edilmiştir. Betimsel analiz çeşitli veri toplama teknikleri ile elde edilmiş verilerin daha önceden belirlenmiş durumlara göre detaylı bir şekilde yorumlanmasını içeren bir nitel veri analizi türüdür (Yıldırım & Şimşek 1999).

## Araştırmanın Etik İzinleri

Araştırmacılar bu çalışmayı yürütürken “Yükseköğretim Kurumları Bilimsel Araştırma ve Yayın Etiği Yönergesi” kapsamında belirlenen kurallar takip edilmiş ve “Bilimsel Araştırma ve Yayın Etiğine Aykırı Eylemler” kapsamında tanımlanan davranışlardan ise uzak durmuştur.

Çalışmada intihal, sahtecilik, çarpıtma, tekrar yayın, dilimleme, haksız yazarlık gibi etik dışı davranışlarda bulunulmamıştır. Kullanılan tüm kaynaklar eksiksiz şekilde belirtilmiş, başkalarının çalışmaları uygun biçimde atıf yapılarak kullanılmıştır. Çalışmada sunulan verilerin doğru, şeffaf ve orijinal olduğunu ve yazarlar arasında herhangi bir çıkar çatışması bulunmadığını beyan ederiz.

Bu çalışma kapsamında insan katılımcılardan veri toplanmıştır. Araştırma, Kahramanmaraş Sütçü İmam Üniversitesi Sosyal ve Beşeri Bilimler Bilimsel Araştırma ve Yayın Etiği Kurulu'ndan aşağıda tarih ve sayısı belirtilen yazıyla onay alınarak gerçekleştirilmiştir. Araştırma için velilerden veli onam belgesi, katılımcılardan ise gönüllü katılım belgesi alınarak gönüllülük esasına uygun şekilde veri toplanmıştır. Katılımcıların kimlik bilgileri gizli tutulmuş ve veriler sadece bilimsel amaçlarla kullanılmıştır.

**Etik kurul izin bilgileri:** Etik değerlendirmeyi yapan kurul adı = Kahramanmaraş Sütçü İmam Üniversitesi Sosyal ve Beşeri Bilimler Bilimsel Araştırma ve Yayın Etiği Kurulu

Etik değerlendirme kararının tarihi = 17.07.2024

Etik Kurul karar numarası =327974

## BULGULAR

Bu bölümde öğrencilerin her biriyle yapılan klinik görüşmelerden elde edilen bulgulara yer verilmiştir.

Şekil 1'de Cihan'ın birinci probleme yönelik çözümü ve kendisiyle yapılan mülakatın dökümü yer almaktadır.

<p><b>Araştırmacı:</b> Cihan merhaba. Gördüğün gibi burada iki problem var. Birinci problemi okur musun?</p> <p><b>Cihan:</b> 3 yıl arayla doğan iki kardeşin küçüğü 5 yaşındadır. Buna göre kardeşlerin yaşları toplamı kaçtır?</p> <p><b>Araştırmacı:</b> Ne anladın? Bu soruda soru bizden ne istiyor?</p> <p><b>C:</b> Bir dakika.</p> <p><b>A:</b> Düşünceni bana sesli olarak ifade et.</p> <p><b>C:</b> 3 yıl aralıkla hocam iki kardeş doğmuş, küçüğü 5 yaşındaymış. Buna göre kardeşlerin yaşları toplamı kaçmış.</p> <p><b>A:</b> Bu soruyu nasıl çözeriz?</p> <p><b>C:</b> 3 yıl arayla dediği için iki kardeş de olduğu için önce küçüğü 5 yaşında. Sonra bundan 3 yıl sonra da yani 5'le 3'ü topladık, 8 olur. En sonra 8'le 5'i toplam bulurum.</p> <p><b>A:</b> Neden 3 ile 5'i topladın?</p>	<p><b>C:</b> 3 yıl arayla diyor. Birincisi 5 yaşındaymış, ikincisi de 5'le 3'ü toplam. Sonra da 8'de 5'i toplam.</p> <p><b>A:</b> 8 neyi ifade ediyor?</p> <p><b>C:</b> Büyüğün yaşını.</p> <p>Sonra da 8 ile 5'i toplam.</p> <p><b>A:</b> Neden topladın?</p> <p><b>C:</b> Kardeşlerinin yaşlarının toplamı sorduğu için. 13 bulurum.</p> <p><b>A:</b> 13 senin cevabın değil mi? Emin misin?</p> <p><b>C:</b> Evet.</p>
--	---

**Şekil 1.** Cihan'ın birinci probleme yönelik çözümü ve kendisiyle yapılan mülakatın dökümü

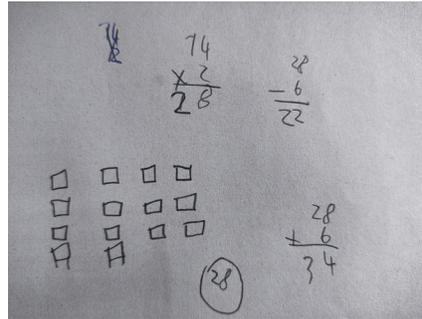
Cihan soruyu doğru okuyarak sorunun kendisinden ne istediği hakkında bilgileri doğru bir şekilde aktarmıştır. Bu durum Cihan'ın problemi anlaşılması basamağında bir problem yaşamadığını göstermektedir. Ardından '3 yıl arayla dediği için iki kardeş de olduğu için önce küçüğü 5 yaşında. Sonra bundan 3 yıl sonra da yani 5'le 3'ü toplarız. 8 ile de 5'i toplayarak cevabı bulurum' ifadeleri ile çözüm için strateji belirlemiştir. Cihan, belirlediği stratejiyi uygulamış ve problemde yer alan verileri kullanarak doğru bir çözüm gerçekleştirmiştir. 8 ile 5'i toplayarak 13 cevabını bulmuştur. Ancak Cihan sonucun ya da çözüm sürecinin doğruluğunu kontrol etmek amacıyla herhangi bir değerlendirme yapmamıştır.

Buna göre Cihan'ın bu matematik problemini çözme sürecinde Polya'nın (1957) problem çözme aşamalarını takip ettiği; problemi anlama, uygun stratejiyi belirleme, stratejiyi uygulama basamaklarını kullandığı ancak çözümü ve sonu-

cun doğruluğunu değerlendirme aşamasını kullanmadığı belirlenmiştir. Bununla birlikte Cihan problemin çözümünde herhangi bir aşamada sorun yaşamamıştır.

Şekil 2'de Cihan'ın ikinci probleme yönelik çözümü ve kendisiyle yapılan mülakatın dökümü yer almaktadır.

<p><b>Araştırmacı:</b> Cihan, şimdi ikinci probleme geçtik. Her şey yine aynı şekilde devam edecek. Hazırsan başlayalım. Problemi okur musun?</p> <p><b>Cihan:</b> Bir sınıfta 14 sıra vardır her sıraya 2 öğrenci oturursa 6 öğrenci ayakta kalmalıdır. Buna göre bu sınıfta kaç öğrenci vardır.</p> <p><b>A:</b> Ne anladın bu sorudan?</p> <p><b>C:</b> 14 sıra varmış, her sırayı iki öğrenci otururmuş, 6 öğrenci de ayakta kalmış.</p> <p>Altı ayakta kaldıysa 14. 14'le 2'yi mi çarpacağım? (<i>düşünür</i>) (<math>14 \times 2 = 28</math> bulur)</p> <p><b>C:</b> Sınıfta 28 kişi varmış hocam.</p> <p><b>A:</b> 28 kişi mi varmış sınıfta?</p> <p><b>C:</b> Evet herhalde galiba öyle.</p> <p><b>A:</b> İstersen soruyu bir daha okuyabilirsin.</p> <p><b>C:</b> Haaaa! Bu 28 değil o zaman bence. Kaç öğrenci vardır diye soruyor.</p> <p><b>A:</b> Nasıl çözebiliriz peki?</p> <p><b>C:</b> 28 ile...</p> <p><b>A:</b> Soruyu İstersen bir daha baştan okuyabilirsin. (<i>İçinden okur</i>)</p> <p><b>C:</b> 28'den 6 çıkaracağız ama yanlış sanki. (<i>22 cevabını bulur</i>)</p> <p><b>A:</b> Soru bizden ne istiyor?</p> <p><b>C:</b> Sınıfta kaç öğrenci vardır?</p>	<p><b>A:</b> Bu sınıftaki öğrenci sayısını nasıl buluruz bu probleme göre?</p> <p><b>C:</b> Bunun resimle yapacağım hocam.</p> <p>Bir sınıf çizelim, 14 sıra yapalım. (<i>Çizim yapar</i>)</p> <p>3 6 9 12 15 sıra (<i>15 sıra çizince 1 sırayı siler.</i>)</p> <p><b>C:</b> Şimdi anladım</p> <p>2,4- 6- 8- 10- 12- 14- 16 -18- 20- 22- 24- 26- 28</p> <p><b>A:</b> 28 neyi ifade ediyor?</p> <p><b>C:</b> Oturdıkları öğrenci sayısı. 6'yı da toplayacağız. Ayakta kalan çünkü. (<math>28+6= 34</math> bulur)</p> <p><b>A:</b> 34 kişi Bu sınıfta olan öğrenci sayısı mı? Emin misin?</p> <p><b>C:</b> Evet hocam</p>
--	---



**Şekil 2.** Cihan'ın ikinci probleme yönelik çözümü ve kendisiyle yapılan mülakatın dökümü

Cihan problemi doğru anlayarak problemin çözümüne ilişkin ilk aşamada sorun yaşanmamıştır. Ancak çözüm strateji olarak 14 ile 2'yi çarpacağını ve sınıftaki öğrencilerin sayısını bulacağını ifade etmiştir. Araştırmacının "Soruyu yeniden okumak ister misin?" uyarısıyla cevabın 28 olamayacağını, bir yerde eksik olduğunu fark etmiştir. Cihan problem çözümünde strateji belirleme aşamasında hata yapmıştır. Araştırmacının uyarısıyla problemi tekrar okumuştur. Okuduktan sonra ayakta 6 öğrencinin kaldığını fark etmiştir. Ardından sırada oturan öğrenci sayısı ile ayakta kalan öğrenci sayısını toplaması gerekirken çıkarması gerektiğini ifade etmiştir. Burada öğrencinin direkt çözüme ulaşmak istemesinin etkisi gö-

rılmektedir. Bu durum öğrencinin ilk başta problemi doğru anlasa dahi çözme sürecinde yanlışlıklar yaptığını göstermektedir. Sonrasında problemi tekrar okuduğunda yeniden çözüm stratejisi geliştirmiştir ve problemin çözümünü “*resimle yapacağım*” ifade etmiştir. Cihan belirlediği stratejiye uygun çizimler ve işlemler yaparak doğru sonuca ulaşmıştır. 28 ile 6’yı toplayıp 34 sonucunu bulduktan sonra sonuçtan “emin” olduğunu ifade edip değerlendirme aşaması için problemin sonucunu ya da çözüm sürecinin doğruluğunu kontrol etmek amacıyla herhangi bir işlem yapmamıştır.

Bu bulgulara göre Cihan’ın matematik problemi çözme sürecinde Polya’nın (1957) problem çözme aşamalarını takip ettiği; problemi anlama, uygun stratejiyi belirleme, stratejiyi uygulama basamaklarını kullandığı ancak çözümü ve sonucun doğruluğunu değerlendirme aşamasını kullanmadığı belirlenmiştir. Bununla birlikte Cihan strateji belirleme aşamasında hata yapmıştır. Bunun ardından yeniden çözüme uygun strateji geliştirip problemi doğru bir şekilde çözmüştür.

Şekil 3’te Hatice’nin birinci probleme yönelik çözümü ve kendisiyle yapılan mülakatın dökümü yer almaktadır.

**Araştırmacı:** Hatice merhaba. Gördüğün gibi bu kağıtta iki problem var. Hazırsan ilk problemden başlayalım.

**Araştırmacı:** Soruyu bana dışından oku.

**Hatice:** 3 yıl arayla doğan iki kardeşin küçüğü 5 yaşındadır. Buna göre kardeşlerin yaşları toplamı kaçtır.

A: Sorudan ne anladın öncelikle?

H: Sorudan 3 yıl arayla doğan iki kardeşin küçüğü 5 yaşında olduğunu, iki kardeş olduğunu ve kardeşlerin yaşları toplamını soruyor.

A: Nasıl çözeriz bu soruyu?

H: **(Düşünür)** Hocam toplayacak mıyız?

Çıkarma gibi de düşünüyorum toplama da.

A: Bu soruyu özel bu soruyu nasıl çözerim diye bir düşüncem var mı? **(Sessiz kalır)**

A: İstersen bir daha oku soruyu.

A: Bu sorunun bizden istediği şey neydi?

H: Kardeşlerin yaşları toplamı.

A: Nasıl buluruz kardeşlerin yaşları toplamını? **(soruyu okur)**. Nasıl bulacağına ilişkin bir fikrin var mı?

H: Aklımdan bir ara şöyle geçti. 1. yıl bir kardeş doğmuş, şimdi 8 yaşında olabilir belki.

A: Bir kardeş şimdi 8 yaşında mı diyorsun?

H: Bilmiyorum.

A: Nasıl buldun 8'i? H: Öyle.

A: 3 yıl arayla doğmak ne demek?

H: Yani ara ara 3 yıl ara var.

A: Bu soruya bakarsak 3 yıl arayla doğmak sence neyi ifade ediyor?

A: Peki burada küçük kardeş kaç yaşındaydı?

H: 5.

A: Peki küçük kardeş yaşında bir de büyük kardeş var diyebilir miyiz?

H: Evet.

A: Bu büyük kardeşi nasıl buluruz yaşını? **(Düşünür)**

A: Kaç yıl arayla doğmuş bunlar?

H: 3.

A: Peki önce büyük kardeş mi doğar küçük kardeş mi?

H: 5 ile 3'ü toplarsam ne olur?

A: Ne olur 5'le 3'ü toplarsan? Neyi bulmuş olursun?

H: 8 yaşında.

A: Ne 8 yaşında?

H: Büyük kardeş.

A: İstersen işlemi yap. **(İşlemi yapar.)**

A: Bunu yaparak neyi bulmuş olduk?

H: Büyük kardeşin yaşını.

A: Soru bitti mi peki böyle. Soru bizden ne istiyordu?

H: 2 kardeşin 3 yıl arayla doğmasını.

A: Kardeşlerinin yaşlarını biliyor muyuz?

H: Evet en küçük kardeş 5 yaşında.

A: Peki ne yapmamız lazım burada?

H: 5'ten 2'yi çıkardık. Olmayacak.

A: Küçük kardeş 5 yaşında değil mi? Bundan sonra ne yapabiliriz?

H: 2 ile toplarsak?

A: Kaç kardeş vardı bu soruda?

H: İki kardeş

A: Hangisinin yaşı 5?

H: En küçük

A: O zaman büyüğün yaşı kaç olabilir?

H: 7 olabilir.

A: Nasıl buldun 7'yi?

H: 5'te 2'yi topladım.

A: 3 yıl ara dediği şey ne olabilir sence?

H: Birinci yıl birisi de doğsa, biri öbür sene hiç olmaz. Tam üçüncü yılda diğeri doğar.

A: Bir kardeş 3 yaşındayken diğeri doğmuş mu olur?

A: Bu mantıkla diğer kardeşin yaşını bulabilir miyiz? **(düşünür.)**

A: peki seninle kardeşin arasında kaç yaş var? H: 2

A: Bu 2 yıl arayla doğduğunuz anlamına mı gelir?

H: Hayır A: Gelmez mi? **(Düşünür)**

A: Sen doğduktan 2 yıl sonra kardeşin doğmuş olmuyor mu?

H: Emin değilim.

H: Aaaaa! **(8 artı 5 işlemi yapar)**

A: Niye onları topladın?

H: Toplamını soruyor.

A: Neyin toplamı kaçtır diyor?

H: Kardeşlerin yaşları toplamı kaçtır diyor.

A: Onların yaşlarını toplamaktan kardeşlerin yaşları toplamını mı buluruz?

H: Evet.

A: Yap bakalım. **(Önce yanlış toplar.)**

A: Cevap o mu? **(Düzeltilir 13 bulur)**

A: Kaç buldun sonucu?

H: 13.

A: 13 neyi ifade ediyor?

H: İki kardeşin yaşları toplamını.

A: Sonucundan emin misin?

H: Evet.

$$\begin{array}{r} 5 \\ + 3 \\ \hline 8 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 8 \\ + 5 \\ \hline 13 \end{array}$$

**Şekil 3.** Hatice'nin birinci probleme yönelik çözümü ve kendisiyle yapılan mülakatın dökümü

Problemi anlama basamağında Hatice'nin problemi doğru okuduğu ve doğru anladığı gözlenmiştir. Bu problemi nasıl çözeriz sorusuna *"hocam toplayacak mıyız? Çıkarma gibi de düşünüyorum toplama da"* ifadeleriyle probleme ilişkin veriler arasında ilişki kuramadığı söylenebilir. Ardından araştırmacının soruyu tekrardan okumasını istemesiyle problemi tekrar okuyan Hatice, problemin kendisinden *"kardeşlerinin yaşları toplamını istediğini"* aktarmıştır. Araştırmacı *"bu problemi nasıl çözeriz"* diye sorduğunda Hatice'den *"bir yıl bir kardeş doğmuş şimdi 8 yaşında olabilir belki"* cevabını almıştır. Bu durum okuma esnasında önemli yerlerin anlaşılmadığını, okuduğunu organize edemediğini ve veriler arasında ilişkileri anlamlandıramadığını göstermektedir. Araştırmacının *"3 yıl arayla doğmak ne demek?"* sorusuna Hatice *"ara ara 3 yıl ara var"* cevabı vermiştir. Buna göre, problemde yer alan *"ara"* kelimesinin ne anlamda kullanıldığını bilmediğini söyleyebiliriz. İlerleyen süreçte küçük ve büyük kardeş arasındaki farklı ilk anda anlayamamıştır. Küçük kardeşim 5 yaşında olduğunu bilmesine rağmen *"diğer kardeşin 5'ten 2 çıkartarak bulunabileceğini"* ifade etmiştir. Burada strateji geliştirme basamağında yanlış strateji seçtiğini söyleyebiliriz. Ayrıca problemde iki değil *"üç yıl arayla"* ifadesi yer aldığı için okuduğunu anlama kısmında da araya farklı konuşmaların girmesi ile beraber problemi anlamada zorluk yaşadığı düşünülmüştür. Araştırmacının probleme ilişkin soruları ile beraber süreç devam etmiştir. Araştırmacı *"Küçük kardeş 5 yaşında değil mi? Bundan sonra ne yapabiliriz?"* sorusuna Hatice *"2 ile toplarsak"* cevabını vermiştir. Hatice, problemde iki kardeş yer aldığı için 2 ile toplayarak büyük kardeşin yaşının bulunacağını düşünmektedir. Bu arada 5 ile 2'yi toplayarak 7 elde etmiştir. Bu sonucun büyük kardeşinin yaşı olduğunu belirtmiştir. Bu durum yanlış strateji seçimi yapıldığında stratejinin uygulanması ne kadar doğru olursa olsun, yanlış sonuca ulaşılacağını ve strateji seçiminin önemini göstermektedir. Araştırmacı Hatice'ye *"Kardeşimle aranda kaç yaş var?"* diye sormuştur. *"İki"* cevabına veren Hatice, aynı zamanda araştırmacının *"bu iki yıl arayla doğduğunuz anlamına mı geliyor?"* sorusuna *"hayır gelmez"* cevabı vererek çelişkiye düşmüştür. Hatice *"arayla"* kelimesinin anlamını bilmemektedir. Bu durum bize problem çözümünde problemin anlaşılması için öğrencinin kelime dağarcığının geniş olması gerekliliğini göstermektedir. Araştırmacının *"önce büyük kardeş mi doğar küçük kardeş mi?"* sorusuna Hatice, *"5 ile 3'ü toplarsam ne olur?"* diye karşılık vermiştir. Ardından 3 yıl arayla doğruluklarını da ifade eden Hatice, 8 cevabını bularak büyük kardeşin 8 yaşında olduğunu bulmuştur. Bu noktada problemin tamamlandığını zannederek kalemı bırakmıştır. Ancak araştırmacının yönlendirmesi ile beraber 8+5 işlemini yapmıştır. Nedeni sorulduğunda *"kardeşlerin yaşlarının toplamının sorulduğunu"* ifade etmiştir. Toplama işlemini yaparken önce yanlış işlem yapsa da hemen kendi kendine doğru cevabı bulmuştur. En sonunda *"sonucundan emin olduğunu"* ifade ederek çözümü sonlandırmıştır.

Bu bulgulara göre Hatice'nin matematik problemi çözme sürecinde Polya'nın (1957) problem çözme aşamalarını takip etmediği; problemi anlama, uygun stra-

tejiyi belirleme, stratejiyi uygulama ve çözümün ve sonucun doğruluğunu değerlendirme aşamalarını kullanmadığı belirlenmiştir. Bununla birlikte Hatice'nin problem çözümünün her aşamasında çözüme uygun olmayan işlemler yapmıştır. Özellikle problemin anlaşılması aşamasında, problemde yer alan verilerin ne için, nerede ve ne zaman kullanılacağına ilişkin bir düşünce oluşmadığından problem çözümünün diğer aşamalarında da bu eksiklik ön plana çıkmıştır. Ayrıca problemde yer alan günlük ifadelerin öğrenci tarafından anlaşılması da problem çözümünü zorlaştırmıştır. Hatice'nin problemin çözüm sürecinde yaptığı uygun olmayan işlemlerin ardından araştırmacının yardımı ve yönlendirmesiyle birlikte yeniden çözüme uygun strateji geliştirip problemi doğru bir şekilde çözmüştür.

Şekil 4'te Hatice'nin ikinci probleme yönelik çözümü ve kendisiyle yapılan mülakatın dökümü yer almaktadır.

<p><b>Araştırmacı:</b> Hatice, şimdi ikinci probleme geçtik. Her şey yine aynı şekilde devam edecek. Hazırsan başlayalım. Problemi okur musun?</p> <p><b>Hatice:</b> Bir sınıfta 14 sıra vardır. Her sırada 2 öğrenci oturursa 6 öğrenci ayakta kalmaktadır. Buna göre bu sınıfta kaç öğrenci vardır?</p> <p><b>Araştırmacı:</b> Ne anladın bu sorudan?</p> <p><b>H:</b> Bundan 14 sıra olduğunu anladım. Sonra her sıraya 2 öğrenci oturduğunu anladım ve 6 tane öğrencinin ayakta kaldığını anladım. Bu sınıfta kaç öğrenci olduğunu soruyor.</p> <p><b>A:</b> Bu soruyu nasıl çözeriz?</p> <p><b>H:</b> Önce ben bunu şöyle yapıyordum. Şekil çizerek yapıyordum.</p>	<p><b>A:</b> Nasıl istersen öyle yap. (14 sıra şekli çizerek)</p> <p><b>A:</b> Neden bunu yaptın?</p> <p><b>H:</b> Böylece 28 öğrenci oldu. 6'sı da ayakta kalmış. 29, 30, 31, 32, 33, 34. 34 öğrenci varmış.</p> <p><b>A:</b> 34'ü nasıl buldun?</p> <p><b>H:</b> Önce bu sırayı çizerek üzerine 2 tane çizgi çizdim. Bu çizgileri ikişer ritmik sayma ile saydım. Sonra 6 ekledim.</p> <p><b>A:</b> Emin misin yani sorunun doğru olduğuna?</p> <p><b>H:</b> Evet</p>
--	---



**Şekil 4.** Hatice'nin ikinci probleme yönelik çözümü ve kendisiyle yapılan mülakatın dökümü

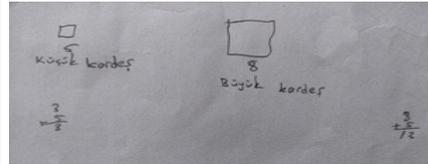
Hatice problemi doğru okuyarak bu problemi nasıl çözüleceğine ilişkin olarak da "geçmişte şekil çizme stratejisini kullanarak çözdüğünü" ifade ederek problemin çözümüne ilişkin strateji belirlemiştir. Ardından kullanacağı stratejiyi uygulamaya dökmüştür. Problem içerisinde yer alan 14 sırayı şekil çizerek göstermiştir. Her sıraya 2 öğrencinin oturduğunu, bu nedenle her sıranın üzerine iki çizgi atmıştır. Çizdiği çizgileri sayarak sırada oturan öğrencilerin sayısını 28 bulmuştur. Ardından "6 öğrencinin de ayakta kaldığını" ifade ederek 28'in üzerine 6 saymıştır. Burada üzerine sayıma stratejisini kullandığı gözlemlenmiştir. 34 öğrenci olarak sonucu bulduğunu ifade etmiştir. Problemin sonucundan emin olup olmadığı sorulduğunda "eminim" diyerek problemin çözümünü tamamlamıştır.

Bu bulgulara göre Hatice'nin matematik problemi çözme sürecinde Polya'nın (1957) problem çözme aşamalarını takip ettiği; problemi anlama, uygun stratejiyi belirleme, stratejiyi uygulama basamaklarını kullandığı ancak çözümü ve sonucun doğruluğunu kontrol etmek amacıyla değerlendirme aşamasını kullanmadığı belirlenmiştir. Bununla birlikte Hatice'nin problemin çözümünün herhangi bir aşamasında sorun yaşamadığı görülmüştür.

Şekil 5'te Semanur'un birinci probleme yönelik çözümü ve kendisiyle yapılan mülakatın dökümü yer almaktadır.

<p><b>Araştırmacı:</b> Semanur merhaba. Gördüğün gibi bu kağıtta iki problem var. Hazırsan ilk problemden başlayalım. Bana problemi okur musun?</p> <p><b>Semanur:</b> 3 yıl arayla doğan iki kardeşin küçüğü 5 yaşındadır. Buna göre bu kardeşlerin yaşları toplamı kaçtır?</p> <p><b>Araştırmacı:</b> Ne anladın bu sorudan?</p> <p><b>S: (Düşünür)</b> Toplama mı?</p> <p><b>A:</b> Ne toplaması? (<b>Düşünür</b>)</p> <p><b>A:</b> Burada neyi bulmamızı istiyor?</p> <p><b>S:</b> Yaşlarını.</p> <p><b>A:</b> Neyin yaşlarını?</p> <p><b>S:</b> Kardeşlerin.</p> <p><b>A:</b> İstersen bir daha oku. (<b>İçinden okur.</b>) Ne yapmamız lazım?</p> <p><b>S:</b> Kardeşinin kaç yaş olduğunu bulacağız. Burada toplama işlemi yapmam lazım.</p> <p><b>A:</b> Tamam bir yap nasıl yapıyorsun bakalım. (<b>İçinden okur</b>)</p> <p><b>A:</b> Nasıl çözeriz bu soruyu? (<b>Düşünür</b>)</p> <p><b>A:</b> Soruyu anladın mı? İstersen bir daha oku soruyu? İlk cümleyi oku bana istersen?</p> <p><b>S:</b> 3 yıl arayla doğan iki kardeşin küçüğü 5 yaşındadır.</p> <p><b>A:</b> Burada kaç kardeş var?</p> <p><b>S:</b> 5</p> <p><b>A:</b> Beş kardeş mi var?</p> <p><b>S:</b> Hayır iki kardeş var.</p> <p><b>A:</b> Başka ne anladık burada? (<b>İçinden okur</b>)</p> <p><b>S:</b> İki. (<b>Soruyu okur</b>)</p>	<p><b>A:</b> Kardeşlerin yaşlarına biliyor muyuz? Yoksa hiçbirinin yaşını bilmiyor muyuz?</p> <p><b>S:</b> Yok birinin yaşını biliyoruz 5 yaşında. Diğer kardeşin kaç yaşında olduğunu bulacağız.</p> <p><b>A:</b> Peki diğer kardeşin yaşını nasıl buluruz? (<b>Soruyu okur</b>)</p> <p><b>A:</b> Şekil çizebiliriz.</p> <p><b>S:</b> Nasıl yani?</p> <p><b>A:</b> Mesela bir kardeşi karede gösterebilir kare çizerek bu birinci çocuk diye gösterebilirsin şekil çizmeyi biliyorsan.</p> <p><b>S:</b> Kare çizeceğim değil mi?</p> <p><b>A:</b> İsteddiğini çizebilirsin. (<b>İki farklı kare şekli çizer</b>)</p> <p><b>A:</b>Bu (şekli küçük olan kare) hangi kardeş?</p> <p><b>S:</b> Küçüğü.</p> <p><b>A:</b> Buna küçük kardeş diyebilir miyiz?</p> <p><b>S:</b> Evet. Buna küçük kardeş yazayım.</p> <p><b>A:</b> Kaç yaşında bu küçük kardeş?</p> <p><b>S:</b> 5. Karenin altına 5 mi yazacağım.</p> <p><b>A:</b> Sen bilirsin, belirtmek istiyorsan belirt.</p> <p><b>S:</b> 5 yaşındaydı yazayım. (<b>karenin altına 5 yazar</b>)</p> <p><b>A:</b> Bundan sonra ne yapacağız?</p> <p><b>S:</b> Ondan sonra da diğer kardeşin yaşını bulmaya çalışacağız</p> <p><b>A:</b> Nasıl bulacağız?</p> <p><b>S:</b> Toplama işlemi yapacağız. (<b>Soruyu okur</b>)</p> <p><b>A:</b> Şimdi ne yapmayı planlıyorsun?</p> <p><b>A:</b> Kaç kardeş vardı burada?</p>
---	---

<p>A: Bu (şekli büyük olan kare) hangi kardeş?  A: Bundan başka kardeşi var mı?  S: Var.  A: O zaman biz şuna (şekli büyük olan kare) ne deriz?  S: Büyük. O zaman 5 ile yok 3 ile...<b>(Soruyu okur)</b>  A: Burada kaç tane kardeş var?  S: İki.  A: Birinci kardeşin yaşını biliyor muyuz?  S: Biliyoruz 5.  A: İkinci kardeşin yaşını mı bulmamız lazım?  S: Evet. A: Nasıl buluruz peki?  S: 3 ile.  A: Kaç yıl araya doğmuş bunlar?  S: 3 yıl arayla.  A: 3 yıl arayla doğmak ne demek ne demek sence?  <b>(Düşünür)</b>  A: Ara ne demek? S: Ara şey... Neydi?  A: Peki şurada kalem ve telefon var değil mi?  S: Evet  A: Kalem kardeş telefonu da büyük kardeş olarak düşünürsek ikisinin arası kaçmış?  S: 3 mü?  A: Kareyi göstererek bu neyi temsil ediyor?  S: Küçükü.  A: Küçükü kaç yaşında?  S: 5  A: Diğeri? (şekli büyük olan kare)  S: Onu da bilmiyoruz.  A: Nasıl buluruz?  S: Toplama işlemiyle mi?  A: Ne ile neyi toplayacaksınız?  S: 3 ile.  A: Aralığı ne kadarmış? S: 3  A: Küçük kardeş kaç yaşındaymış? S: 5.  A: O zaman büyük kardeş kaç yaşında olur?  S: 3'le beşi toplarsak.  A: 3 ile 5'i toplarsan neyi bulmuş olursun? S: 8</p>	<p>A: İşte bu 8 neyi ifade ediyor? S: Yaşını.  A: Neyin yaşını?  S: Büyük kardeşin yaşını. (Şekli büyük olan karenin altına 8 yazar)  S: Şimdi 8'le 2'yi mi şey yapacağım?  A: Bundan sonra ne yapacağız?  S: Çıkartma. A: Çıkartma mı?  S: Yok toplama  A: Neden toplama? <b>(Düşünür.)</b>  A: İstersen soruyu bir daha oku. <b>(soruyu okur)</b>  A: Sonra bizden ne istiyor?  S: Yaşını bulacağız.  A: En sonunda soru bizden ne istiyor?  S: Toplamı kaçtır diyor.  A: Neyin toplamı kaçtır?  S: Sorunun mu?  A: Cümleyi okursan orada yazıyor zaten. <b>(okur)</b>  S: Kardeşlerin yaşları toplamı kaçtır?  A: Ne yapacağız peki?  S: 8 ile 5'i toplayacağım.  A: Neden?  S: Yaşını bulmak için  A: Neyin yaşını?  S: Kardeşlerin yaşlarına bulmak için.  A: Yani kardeşlerin yaşını bulmak için küçük kardeşle büyük kardeşinin yaşını toplayacağım diyorsun? <b>(toplama işlemi yapar)</b>  S: 13  A: 13 neyi temsil ediyor?  S: Toplamını.  A: Neyin toplamını?  S: Kardeşlerin yaşları toplamını.</p>
---	---



**Şekil 5.** Semanur'un birinci probleme yönelik çözümünü ve kendisiyle yapılan mülakatın dökümünü

Semanur problemi sesli olarak doğru bir şekilde okumuştur. Bu problemde ne anladığı sorulduğunda “toplama” cevabını vererek birazcık düşünmüştür. Ardından “burada neyi bulmamızı istiyor?” sorusuna “kardeşlerin yaşlarını” cevabını vermiştir. Bu cevaplarla bir belirsizlik yaşadığı araştırmacı tarafından hissedilip problemin yeniden okunması tavsiye edilmiştir. Problemi tekrar okuyan Semanur, “kardeşin kaç yaş olduğunu bulacağız, burada toplama işlemi yapmam lazım” cevabını vermiştir. Bu ifade bize Semanur’un okuduğunu anlamada, organize etmeden ve veliler arasındaki ilişkileri anlamlandırmada problem yaşadığını göstermektedir. Daha sonra Semanur’a birkaç defa daha problemi okuması tavsiye edilmiştir. Tekrardan problemde “5 kardeşin olduğunu” ifade eden Semanur’a araştırmacı tarafından “istersen şekil çizerek bu soruyu çözebilirsin” önerisi yapılmıştır. Bu öneriyle kare şeklini çizen Semanur birinci kardeşin (karenin) altına 5 yaşında olduğunu belirtmiştir. Ardından büyük bir kare çizip *bu karenin büyük kardeşe ait olduğunu* söylemiştir. Ancak büyük kardeşin yaşının nasıl bulunacağına ilişkin hatalı fikirler ortaya koyduğu görülmüştür. Ayrıca “3 yıl arayla doğduğu ifadesini” zihninde anlamlandıramadığı fark edilmiştir. Araştırmacı tarafından farklı bir örnekle “ara” kelimesinin ne anlama geldiği ifade edilmiştir. Sonrasında “5 ile 3’ü toplayarak 8 sonucunun büyük kardeşin yaşını temsil ettiğini” ifade etmiştir. Problemde yer alan “iki kardeşin yaşları toplamı kaçtır?” sorusuna nasıl cevap verileceğini ilişkin soru sorulduğunda “çıkarma yaparak” cevabını vermiştir. Bu durum Semanur’un veriler arasındaki ilişkiyi anlamlandıramadığını göstermektedir. Daha sonra soruyu tekrar okuyarak problemin sonunda ne istendiğinin farkına varmıştır. 8 ile 5’i toplayarak 13 cevabını bulmuştur. En sonunda “13 cevabının iki kardeşin yaşları toplamı olduğunu” ifade ederek problemin çözümünü tamamlamıştır.

Bu bulgulara göre Semanur’un matematik problemi çözme sürecinde Polya’nın (1957) problem çözme aşamalarını takip etmediği; problemi anlama, uygun stratejiyi belirleme, stratejiyi uygulama ve çözümün ve sonucun doğruluğunu değerlendirme aşamalarını kullanmadığı belirlenmiştir. Bununla birlikte Semanur’un problem çözümünün her aşamasında çözüme uygun olmayan ifadeler kullanmıştır. Özellikle problemin anlaşılması aşamasında, problemde yer alan ifadelerin anlaşılmaması ve verilerin nasıl kullanılacağına ilişkin bir düşünce oluşmaması problem çözümünün diğer aşamalarında da bu sorun ön plana çıkmıştır. Semanur’un problemin çözüm sürecinde kullandığı yanlış ifadeler ve yaptığı uygun olmayan işlemlerin ardından araştırmacının yardımı ve yönlendirmesiyle birlikte yeniden çözüme uygun strateji geliştirip problemi doğru bir şekilde çözmüştür.

Şekil 6’da Semanur’un ikinci probleme yönelik çözümü ve kendisiyle yapılan mülakatın dökümü yer almaktadır.

<p><b>Semanur:</b> Bir sınıfta 14 sıra vardır. Her sıraya 2 öğrenci oturursa artı 6 öğrenci ayakta kalmaktadır. Buna göre bu sınıfta kaç öğrenci vardır?</p> <p>S: 14 ile 16'yı mı toplayacağım?</p> <p><b>Araştırmacı:</b> 16 mı?</p> <p>S: 2.</p> <p>S: 14 ile 2'yi toplayacağım.</p> <p>A: Bu sorudan ne anladın?</p> <p>S: Bu sınıfta kaç kişi olduğunu bulacağız.</p> <p>A: Peki nasıl bulacağız bu sınıfta kaç kişi olduğunu?</p> <p><i>(soruyu okur)</i></p> <p>S: 14'le önce 2'yi mi toplayacağım?</p> <p>A: Neden toplar?</p> <p>S: Oturuyor fazladan da öğrenci kalıyor.</p> <p>A:Kaç tane sıra var?</p> <p>S:14.</p> <p>A: Her sıraya öğrenci oturuyor mu?</p> <p>S: Evet.</p> <p>A: Kaç kişi oturuyor?</p> <p>S: 2.</p> <p>A: Bu sıraya oturanlar nasıl buluruz?</p> <p>S: Toplama işlemi ile bulacağız.</p> <p>A: Nasıl Toplama işlemi buluruz? <i>(soruyu okur)</i></p> <p>S: 14'le 2 yi mi toplayacağım?</p> <p>A: 14 ile 2 toplarsam oturan öğrenci sayısını mı bulurum diyorsun?</p> <p>S: Daha bulamam. 14'le 2'yi toplarım 16 bulurum, sonra da 6'yı eklerim öyle bulurum.</p> <p>A: Peki şöyle düşün. Sınıfta 2 tane sıra var. Her sıraya kaç öğrenci oturuyor?</p> <p>S: 2.</p> <p>A: Bu iki sıraya toplam kaç öğrenci oturur sence?</p> <p>S: 4.</p> <p>A: Peki 3 sıra olursa?</p> <p>S: 6.</p> <p>A: 4 sıra olursa?</p> <p>S: 8.</p>	<p>S: Kaç kişi olduğunu bulmak için geride o sayıyla da 6'yı toplayacağım.</p> <p>A: Öyle yaparsak bulur muyuz?</p> <p>S: Bulur muyuz? <i>(düşünür)</i></p> <p>A: Sınıfta kaç tane sıra var?</p> <p>S: 14 sıra.</p> <p>A: Her sıraya kaç kişi oturuyor?</p> <p>S: Her sırada iki öğrenci oturuyor. 14 ile 2'yi mi toplayacağım? 14 ile 6'yı toplayacağım. <i>(soruyu okur)</i></p> <p>A: Nasıl çözeriz bu soruyu?</p> <p>S: Bu soruyu toplayacağım. <i>(soruyu okur)</i></p> <p>Kaç öğrenci olduğunu bulacağız. <i>(soruyu okur)</i></p> <p>A: Tüm sıralara öğrenci oturuyor mu sence?</p> <p>A: Peki 14 sıra olursa bu sayı nasıl buluruz?</p> <p>S: Aaaa! 14'le 2'yi çarpacağım. <i>(çarpma işlemi yapar)</i></p> <p>S: İlk önce 2'yle 1'i mi çarpacağım?</p> <p>A: Bildiğin şekli ile çarpma işlemi yapar mısın?</p> <p>Doğru yaptın.</p> <p>S: Bitti mi?</p> <p>A: Hayır çarpma işlemi doğru yaptın.</p> <p>S: Geriye de 28 ile 6'yı mı toplayacağım? <i>(düşünür)</i></p> <p>A: Ne işine yarayacak 28 ile 6'yı toplamak?</p> <p>S: Sınıftaki öğrenci sayısını bulurum.</p> <p>A: Yap bakalım. <i>(toplama işlemi yapar)</i></p> <p>S: 34.</p> <p>A: 34 neyi temsil ediyor?</p> <p>S: Sınıftaki öğrenci sayısını.</p> <p>A: Problemin çözümünü tamamladın mı?</p> <p>S: Evet.</p>
---	---

$$\begin{array}{r} 16 \\ \times 2 \\ \hline 32 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 28 \\ \times 6 \\ \hline 168 \end{array}$$

**Şekil 6.** Semanur'un ikinci probleme yönelik çözümü ve kendisiyle yapılan mülakatın dökümü

Araştırmacı tarafından Semanur'a problemi okuması söylenmiş ve neler yapması gerektiği sorulduğunda da "14 ile 16'yı toplayacağım" ifadesini kullanmıştır. Burada soruyu anlama basamağında hem verileri doğru yorumlayamadığı hem de problemin kendisinden ne istediğini anlamadığını söyleyebiliriz. Ardından tekrar "ne anladığı" sorulduğunda "Bu sınıfta kaç kişi olduğunu bulacağız" cevabını vererek problemi anladığını görülmektedir. Ancak strateji olarak öğrencinin neler yapılabileceği incelendiğinde öğrenci tarafından sorunun gerçek manada anlaşılmadığı belirlenmiştir. Sadece sayısal verilerle işlem yaparak sonuca ulaşacağını zannetmektedir. Böylelikle öğrencinin probleminin içerisinde yer alan olayı görmezden gelerek sadece sayısal verilere yönelik problem ile ilişkisiz ifadeler kullandığını göstermektedir. Bu durum problemi anlama basamağının problemin çözümü için önemini ortaya koymaktadır. Araştırmacının tekrardan neler yapması gerektiği sorularına Semanur'un aynı şekilde çözüme yönelik olmayan cevaplar verdiği görülmektedir. Semanur soruyu birkaç defa daha okumasına rağmen problemin uygun çözümü için herhangi bir strateji geliştirmemiştir. Ardından araştırmacının yardımları ve çözüme yönelik soruları ile süreç devam etmiştir. Araştırmacının yardımıyla 14 sırada 28 öğrenci bulan Semanur çözümün burada bittiğini düşünmüştür. Soruyu tekrar okuduğunda problemin birden farklı bir durumun sonucunu istediği Semanur tarafından anlaşılmıştır. Ardından 28 ve 6'yı toplayarak 34 sonucuna ulaşmıştır. 34'ün problemin sonucu olduğunu düşünen Semanur herhangi bir değerlendirme yapmayarak sonucun doğru olduğunu ifade etmiştir.

Bu bulgulara göre Semanur'un matematik problemi çözme sürecinde Polya'nın (1957) problem çözme aşamalarını takip etmediği; problemi anlama, uygun stratejiyi belirleme, stratejiyi uygulama ve çözümün ve sonucun doğruluğunu değerlendirme aşamalarını kullanmadığı belirlenmiştir. Bununla birlikte Semanur'un problem çözümünün her aşamasında çözüme uygun olmayan ifadeler kullanarak problem çözümünü gerçekleştirmemiştir. Özellikle problemin anlaşılması aşamasında, problemde yer alan verilerin kullanımına ilişkin bir uygun bir fikir belirtilmediğinden problem çözümünün diğer aşamalarında da bu belirsizlik ön plana çıkmıştır. Aynı zamanda problemin sonunda yer alan ifadenin unutulması problemin çözümünün yarıda kalmasına neden olmuştur. Semanur'un problemin çözüm sürecinde kullandığı uygun olmayan ifadelerin ardından araştırmacının yardımı ve yönlendirmesiyle birlikte yeniden çözüme uygun strateji geliştirip problemi doğru bir şekilde çözmüştür.

## SONUÇ VE TARTIŞMA

Araştırma bulgularına göre, katılımcıların üçü de problemleri kendi cümleleriyle ifade edebilmiştir. Ancak öğrencilerin, problemi okurken önemli yerlerin altını çizme, daire içine alma, verilenleri not alma gibi stratejileri kullanmadığı görülmüştür. Yapılan çalışmada matematik başarısı "çok iyi" olan öğrenci her iki

problemde de çözüm aşamalarını takip etmiştir. Matematik başarısı “iyi” olan öğrenci bir problemde çözüm aşamalarını takip ederken matematik başarısı “yeterli” olan öğrenci ise her iki problemde de problem çözme aşamalarını takip edememiştir. Çelebioğlu (2009) problem çözme stratejilerinin kullanımının problem çözmeye yardımcı olacağını ifade etmiştir. Bu nedenle matematik problemi çözmeye bir süreç takip etmek problem çözümünde sonuca ulaşmada kritik öneme sahip olduğu söylenebilir.

Matematik başarısı “çok iyi” olan Cihan’ın, matematik problemleri çözme sürecinde her iki problemde de Polya’nın (1957) problem çözme aşamalarını takip ettiği; problemi anlama, uygun stratejiyi belirleme, stratejiyi uygulama basamaklarını kullandığı ancak çözümü ve sonucun doğruluğunu değerlendirme aşamasını kullanmadığı söylenebilir. Matematik başarısı “iyi” olan Hatice’nin ise ilk matematik problemi çözme sürecinde Polya’nın (1957) problem çözme aşamalarını takip etmediği; problemi anlama, uygun stratejiyi belirleme, stratejiyi uygulama ve çözümün ve sonucun doğruluğunu değerlendirme aşamalarını kullanmadığı; ikinci problemde ise değerlendirme aşaması dışındaki aşamaları kullandığı gözlemlenmiştir. Matematik başarısı “yeterli” olan Semanur’un ise her iki matematik problemi çözme sürecinde Polya’nın (1957) problem çözme aşamalarını takip etmediği; problemi anlama, uygun stratejiyi belirleme, stratejiyi uygulama ve çözümün ve sonucun doğruluğunu değerlendirme aşamalarını kullanmadığı söylenebilir. Bu sonuçlara paralel olarak Yanbıyık et al.’ın (2024) 4. sınıflar üzerine yaptığı çalışmada da; “yüksek” matematiksel başarıya sahip öğrencilerin problem çözme basamaklarının tamamını gerçekleştirdikleri, “orta” düzeyde başarılı olanların bu basamakları eksik olarak yaptıkları ancak “düşük” düzeyde başarılı öğrencilerden birinin de problem çözme basamaklarının tamamını gerçekleştirdiği sonucuna ulaşılmıştır. Umurbek ve Özsoy (2020) 7. sınıflarla yaptıkları çalışmada öğrencilerin problem çözme adımlarını kullanma eğilimlerinin düşük olduğunu, özellikle plan yapma aşamasını gerçekleştirmeden uygulama aşamasına geçtiklerini ifade etmişlerdir. Süzer (2021) ise ilkökul öğrencilerinin rutin problemlerde en çok hatanın değerlendirme aşamasında yaptıklarını ifade ederek yapılan çalışmanın bulgularını destekler nitelikte bir sonuca ulaşmıştır. Bu çalışmalar dikkate alındığında matematik başarısı “çok iyi” olan öğrencilerin problem çözme etkinlikleri sırasında genellikle değerlendirme aşaması dışındaki problem çözme aşamalarını (problemi anlama, plan yapma ve planı uygulama) kullandıkları söylenebilir. Matematik başarısı “yeterli” olan öğrencilerin ise problem çözme aşamalarını izlemedikleri söylenebilir. Bu durum problem çözme aşamalarının takip edilmesinin matematik başarısı üzerinde etkili olabileceğine işaret edebilir. Öztürk (2021) öğrencilerin matematik dersinde yaptıkları yanlışların problemi doğru okuyamamasından kaynaklandığını belirtirken, Memnun ve İlksen Kanbur (2020), ilkökul 3. sınıf öğrencileri ile yaptıkları çalışmada okuduğunu anlama düzeyi yüksek öğrencilerin de çözümün kontrol edilmesi aşamasında sorun yaşadıklarını belirtmiştir. Ataman

(2018) ise öğrencilerin iyi problem çözücü olmaları için plan yapma aşamasında kendilerini geliştirmesi gerektiğini vurgulamıştır. Özsoy'un da (2005) yaptığı çalışmada matematik başarısı ile problem çözme becerisi arasında anlamlı ve pozitif yönde bir ilişki olduğunu ortaya koymuştur. Matematik başarısı "yeterli" olan öğrencilerin yanında "çok iyi ve iyi" matematik başarısına sahip öğrencilerin de değerlendirme basamağını atlamaları dikkat çekicidir. Oysa değerlendirme basamağı, öğrencilerin problemi nasıl çözme süreçlerini gözden geçirmelerine ve işlem hataları yapıp yapmadıklarına ilişkin kontroller yapmalarına imkân sağlar. Bu nedenle öğrencilerin bu basamağı atlamaları önemli bir eksiklik olarak görülebilir.

Problem çözümünde öğrencilerin hangi aşamalarda sorun yaşadıklarına baktığımızda matematik başarısı "çok iyi" olan Cihan ilk problemde sorun yaşamazken ikinci problemde strateji belirleme aşamasında sorun yaşamıştır. Aklına gelen ilk çözümü uygulamaya dökerek hata yapan bu öğrenci daha sonra problemi yeniden okuyarak doğru strateji seçmiş ve doğru sonuca ulaşmıştır. Matematik başarısı "iyi" olan Hatice ise ilk problemde sorunlar yaşamıştır. Problem çözümünün her aşamasında çözüme uygun olmayan işlemler yapmıştır. Özellikle problemin anlaşılması aşamasında, problemde yer alan verilerin ne için, nerede ve ne zaman kullanılacağına ilişkin bir düşünce oluşmadığından problem çözümünün diğer aşamalarında da bu eksiklik ön plana çıkmıştır. Ayrıca problemde yer alan günlük ifadelerin öğrenci tarafından anlaşılmasında da problem çözümünde sorun yaşamasına neden olmuştur. Arsal'a (2009) göre, başarılı problem çözücüler problemin matematiksel yapısını doğru bir şekilde ifade edebilirler ve farklı stratejiler kullanarak çözüme ulaşırlar. Hatice'nin problemin çözüm sürecinde uygun olmayan stratejiler kullanımının ardından araştırmacının yardımı ve yönlendirmesiyle birlikte yeniden çözüme uygun strateji geliştirip problemi doğru bir şekilde çözmüştür. Öğrencilerin bir problemi nasıl tanımladıklarını belirlemek, anlamak ve var olan bilgilerini değerlendirmek problem çözümüne katkı sağlayarak etkili çözümlere ulaşılabilir (Kükey, 2018). Bu nedenle öğrencilerin problemde ne anladığı ve çözümü için nasıl bir süreç takip edeceğinin farkında olması matematik problemlerinde doğru sonucuna ulaşmada etkili bir rol oynayabilir. Matematik başarısı "iyi" olan bu öğrenci ikinci problemin benzerini daha önce çözdüğünü belirterek verilen problemin herhangi bir aşamasında sorun yaşamamıştır. Matematik başarısı "yeterli" olan Semanur her iki problemde de sorunlar yaşamıştır. Problem çözümünün her aşamasında çözüme uygun olmayan ifadeler kullanmıştır. Özellikle problemin anlaşılması aşamasında, problemde yer alan ifadelerin anlaşılmasında ve verilerin nasıl kullanılacağına ilişkin bir düşünce oluşmadığından problem çözümünün diğer aşamalarında da bu sorun ön plana çıkmıştır. Problem çözme esnasında öğrenciler, problemde yer alan kavramları ve yapılacak işlemleri bir araya getirerek bunları problemin çözümünde kullanabilmelidir (Bernardo,1999). Rocha ve Babo'ya (2023) göre, matematik alt yapısı, matematik problemi çözme başarısını etkilemektedir, ancak öğrencilerin problem hakkında akıl

yürütme yeterliliğini belirlememektedir. Bu nedenle öğrencilerin problemde yer alan bilgileri doğru okuyup doğru anlamaları ve akıl yürütmeleri matematik alt yapıları zayıf olsa da problem çözme için oldukça önemlidir. Okuduğunu anlama düzeyi ile problem çözme becerisi arasında pozitif yönlü bir ilişkinin varlığı birçok çalışmada yer almaktadır (Boz, 2018; Gürsoy & Çeliköz, 2022). Goos, Galbraith ve Renshaw, (2000) problem çözmeye en önemli ve ilk aşamanın okuduğunu anlama olduğu ve bu aşamanın başarılı bir şekilde gerçekleşmediği durumlarda öğrenciler problemde verilen sayıları rastgele kullanarak anlamsız sonuçlara ulaşacaklarını belirtmiştir. Problemi anlama, problem çözmenin ilk aşaması olmasının yanında diğer aşamalar için de anahtar görevindedir. (Ergen, 2018; Van de Walle, et al., 2021).

Memnun ve Kanbur'un (2019) çalışmasında da okuduğunu anlama seviyesi düşük olan öğrencilerin problem çözmenin tüm basamaklarında sorun yaşadığı, okuduğu anlama düzeyi yüksek olan öğrencilerin ise problem çözme aşamalarında başarılı olduğu ancak okuduğunu anlama düzeyine göre genel olarak çözümün kontrol edilmesi aşamasında sorun yaşadıklarını göstermiştir. Semanur'un problemin çözümüne ilişkin doğru olmayan düşünceleri ve strateji seçiminin ardından araştırmacının yardımı ve yönlendirmesiyle birlikte yeniden çözüme uygun strateji geliştirip problemi doğru bir şekilde çözdüğü gözlemlenmiştir. Bu durum matematik başarısı düşük olan öğrencilerin okuduğunu anlama, verilenleri ilişkilendirme, çok yönlü düşünme gibi üst bilişsel becerilerinin geliştirilmesi gerektiğinin bir göstergesi olarak düşünülebilir (Ergen 2020). Gürbüz ve Güder (2016) öğretmenlerin problem çözümünde sadece belirli stratejileri kullandıklarını belirtmiştir. Problemi doğru çözmek için kalıplaşmış stratejiler kullanmak yerine problem çözme sürecini daha iyi anlama yolu ile yapılabilecek bir sürece ihtiyaç duyulmaktadır (Bülbül, Elçi, Güler, & Güven, 2021). Bu çalışmalar, öğrenciler için okuduğunu anlamaya yardımcı olacak ve problem çözme süreçlerine ilişkin bilgilendirmelerin uygun bir şekilde yapılacağı etkinliklerin ve uygulamaların gerekliliğini işaret eder. Bu sonuçlara benzer olarak Gökkurt, vd.'nin (2015) yaptıkları çalışmada da öğrencilerin genel olarak problemi anlama, plan yapma ve değerlendirme aşamalarında yeterli olamadıklarını ancak doğru strateji belirleyen öğrencilerin çoğunun planı uygulama aşamasında zorlanmadıklarını ortaya koymuşlardır. Benzer olarak, Prince ve Felder'in (2006) çalışmasında da öğrencilerin genellikle problemin anlaşılması ve çözüm stratejilerinin geliştirilmesi aşamalarında güçlük çektikleri belirtilmiştir. Bu sonuçlara göre öğrencilerin problemi anlama ve plan yapma basamaklarında zorlandıkları buna bağlı olarak da doğru sonuca ulaşamadıkları söylenebilir.

## ÖNERİLER

Araştırmada matematik başarısı çok iyi ve iyi olan öğrencilerin problem çözme aşamalarını takip ettikleri ancak matematik başarısı yeterli olan öğrencinin ise problem çözme aşamalarını takip etmediği belirlenmiştir. Buna göre öğretmenlere matematik başarısı yeterli düzeyde olan öğrencilere yönelik problem çözme etkinlikleri sırasında problem çözmenin belirli aşamalar takip edilerek yapılması gerektiğine ve bu aşamaların hangi süreçleri içerdiğine vurgu yapmaları önerilebilir.

Araştırmada öğrencilerin genellikle değerlendirme aşamasını kullanmadıkları belirlenmiştir. Matematik başarısı "yeterli" olan öğrencilerin ise problem çözmede herhangi bir aşama izlemedikleri belirlenmiştir. Buna göre öğretmenlere, problem çözme etkinlikleri sırasında değerlendirme aşamasını özellikle vurgulamaları; matematik başarısı "yeterli" öğrenciler için ise problem çözmenin bütün aşamalarını belirterek örnek çözümler yapmaları önerilebilir.

Araştırmada öğrencilerin problemi anlama ve plan yapma basamaklarında zorlandıkları belirlenmiştir. Buna göre öğrencilere okuduğunu anlama becerilerini geliştirmeleri için kitap okumaları, okuma sırasında okuduğunu anlama stratejileri kullanmaları önerilebilir. Öğretmenlere ise sık sık okuduğunu anlama çalışmalarını yaparak bu çalışmalar sırasında okuduğunu anlama stratejilerine yer vermeleri önerilebilir.

Bu çalışma ilköğretim 3. sınıf öğrencilerinin problem çözme süreçlerinin incelenmesi ile sınırlı olduğundan diğer tüm sınıflar için de bu konuya benzer çalışmalar yapılabilir. Bu araştırma klinik mülakat durum çalışması olarak tasarlandığından genellenebilir sonuçlara ulaşmayı amaçlamamıştır. Farklı araştırma desenleri kullanılarak çalışma genelleştirilebilir sonuçlar elde edilebilir.

### ÇIKAR ÇATIŞMASI

Makalenin yazarları arasında, çalışma kapsamında herhangi bir kişisel ve finansal çıkar çatışması bulunmamaktadır.

### YAZAR KATKISI

Çalışma Dizaynı: YE(%50), ÖA(%50)

Veri Toplama: YE(%50), ÖA(%50)

İstatistiksel Analiz: YE(%50), ÖA(%50)

Makalenin Hazırlanması: YE(%50), ÖA(%50)

## KAYNAKLAR

- Ahdhianto, E., Marsigit, H., Haryanto, & Nurfaui, Y. (2020). Improving fifth-grade students' mathematical problem-solving and critical thinking skills using problem-based learning. *Universal Journal of Educational Research*, 8(5), 2012-2021.
- Altun, M. (2018). İlkokullarda matematik öğretimi. Bursa: Aktüel.
- Arsal, Z. (2009). Problem çözme stratejilerinin problem çözme başarısını yordama gücü. *Abant İzzet Baysal Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 9(1), 103-113.
- Artut, P. D., & Tarım, K. (2006). İlköğretim öğrencilerinin rutin olmayan sözel problemleri çözme düzeylerinin çözüm stratejilerinin ve hata türlerinin incelenmesi. *Çukurova Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Dergisi*, 15(2), 39-50.
- Ataman, M. (2018). *Açılın ben öğretmenim*. Ankara: Elma Yayınevi.
- Baki, A. (2008). *Kuramdan uygulamaya matematik eğitimi*. Ankara: Harf Eğitim.
- Baş, G., & Kivılcım, Z. (2013). Lise öğrencilerinin problem çözmeye yönelik yansıtıcı düşünme becerileri ile matematik ve geometri derslerindeki akademik başarıları arasındaki ilişki. *Ahi Evran Üniversitesi Kırşehir Eğitim Fakültesi Dergisi*, 14(3), 1-17.
- Baykal, M. (2014). İlköğretimde matematik öğretimi 6-8. sınıflar kitabının incelenmesi.
- Bernardo, A. B. I. (1999). Overcoming obstacles to understanding and solving word problems in mathematics. *Educational Psychology*, 19(2), 149-163. <https://doi.org/10.1080/0144341990190203>
- Boz, I. (2018). İlkokul 4. sınıf öğrencilerinin okuduğunu anlama düzeyi ile matematik problemlerini çözme başarısı arasındaki ilişkinin incelenmesi. *Journal of Human and Social Sciences*, 7(1), 40-53.
- Bülbül, B. Ö., Elçi, A. N., Güler, M., & Güven, B. (2021). Matematik öğretmeni adaylarının bilgisayar destekli ortamda geometri problem çözme stratejilerinin belirlenmesi. *Dokuz Eylül Üniversitesi Buca Eğitim Fakültesi Dergisi*, (51), 403-432.
- Çelebioğlu, B. (2009). *İlköğretim birinci sınıf öğrencilerinin problem çözme stratejilerini kullanabilme düzeyleri*. (Yayımlanmamış yüksek lisans tezi). Uludağ Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü, Bursa.
- Dölek, S. (2018). İlkokul dördüncü sınıf öğrencilerinin problem çözme ve kurma çalışmalarının incelenmesi (Doktora tezi) Necmettin Erbakan Üniversitesi, Türkiye.
- Erdoğan, A., & Erdoğan, E. (2013). Didaktik durumlar teorisi ışığında ilköğretim öğrencilerine matematiksel süreçlerin yaşatılması. *Ahi Evran Üniversitesi Kırşehir Eğitim Fakültesi Dergisi*, 14(1), 17-34.
- Ergen, Y. (2018). İlkokulda problem çözme/kurma stratejileri ve uygulamaları. In Y. Ergen (Ed.), *Matematik problemlerini çözme ve kurma becerilerinin geliştirilmesi: Öğretmen/anne-baba el kitabı* (pp. 131-168). Ankara: Eğiten Kitap.
- Ergen, Y. (2020). Does mathematics fool us? A study on fourth grade students' non-routine maths problem solving skills. *Issues in Educational Research*, 30(3), 845-865.
- Felmer, P., Pehkonen, E., & Kilpatrick, J. (Eds.). (2016). *Posing and solving mathematical problems: Advances and new perspectives*. Cham : Springer.
- Forgan, J. W. (2003). Teaching problem solving through children's literature. Westport, CT: Libraries Unlimited.
- Friel, S. N., & Markworth, K. A. (2009). A framework for analyzing geometric pattern tasks. *Mathematics teaching in the Middle school*, 15(1), 24-33.
- Goldin, G. (1998). Observing mathematical problem solving through task based interviews. In A. Teppo (Ed.), *Qualitative research methods in mathematics education* (pp. 40-62). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Gooding, S. (2009). Children's difficulties with mathematical word problems. *Proceedings of the British Society for Research into Learning Mathematics*, 29(3), 31-36.
- Goos, M., Galbraith, P. & Renshaw, P. (2000). A money problem: a source of insight into problem solving action. *International Journal for Mathematics Teaching and Learning*, 1-21.
- Gökkurt, B., Örnek, T., Hayat, F., & Soylu, Y. (2015). Öğrencilerin problem çözme ve problem kurma becerilerinin değerlendirilmesi. *Bartın University Journal of Faculty of Education*, 4(2), 751-774.
- Gürbüz, R., & Güder, Y. (2016). Matematik öğretmenlerinin problem çözmeye kullandıkları stratejiler. *Ahi Evran Üniversitesi Kırşehir Eğitim Fakültesi Dergisi*, 17(2), 371-386.
- Gürsoy, S. E., & Çeliköz, N. (2022). İlkokul 2. sınıf öğrencilerinin Türkçe dersindeki okuduğunu anlama becerilerinin matematik dersindeki problem çözme becerilerine etkisi. *Uluslararası Sosyal ve Eğitim Bilimleri Dergisi*, (17), 78-96.
- Heller, P., Keith, R., & Anderson, S. (1992). Teaching problem solving through cooperative grouping. Part 1: Group versus individual problem solving. *American Journal of Physics*, 60(7), 627-636.

- Millî Eğitim Bakanlığı. (n.d.). Kurum ve Kuruluş Yönetmeliği. Retrieved from <https://www.mevzuat.gov.tr/File/GeneratePdf?mevzuatNo=19942&mevzuatTur=KurumVeKurulusYonetmeli&mevzuatTertip=5>
- İlhan, A., Gencioğlu, M., & Poçan, S. (2021). Ortaokul öğrencilerinin matematik tutumu ve problem çözmeye yönelik algılarının matematik başarılarıyla ilişkisi. *Muğla Sıtkı Koçman Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 8(1), 1-15.
- Kaya, D. (2019). 6. sınıf öğrencilerinin alan ölçme ile ilgili problem çözmeye becerileri. *International Journal of Educational Studies in Mathematics*, 6(4), 144-171.
- Kayan, F., & Çakıroğlu, E. (2008). İlköğretim matematik öğretmen adaylarının matematiksel problem çözmeye yönelik inançları. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 35(35), 218-226.
- Kösece Loçoğlu, P. (2016). *Polya'nın problem çözmeye yöntemine dayalı etkinliklerde matematik öğretiminin ilkökul 4. sınıf öğrencilerinin matematik problemi çözmeye başarılarına etkisi* (Yayımlanmamış yüksek lisans tezi). Gazi Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü.
- Kükey, E. (2018). Ortaokul öğrencilerinin matematiksel düşünme biçimleri ile öğretmen ve öğretmen adaylarının bu konudaki görüşlerinin incelenmesi. (Yayımlanmamış Doktora Tezi). İnönü Üniversitesi.
- Millî Eğitim Bakanlığı [MEB]. (2018). *İlkokul matematik dersi öğretim programı ve kılavuzu (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 ve 8. sınıflar)*. Ankara: Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığı.
- Millî Eğitim Bakanlığı. (n.d.). LGS yerleştirme sonuçlarına ilişkin rapor. Retrieved from <https://www.meb.gov.tr/lgs-yerlestirme-sonuclarina-iliskin-raporlar-erisime-acildi/haber/27091/tr>
- Millî Eğitim Bakanlığı. (n.d.). PISA 2018 Türkiye ön raporu. Retrieved from <https://pisa.meb.gov.tr/www/pisa-2018-turkiye-on-raporu-yayimlandi/icerik/3>
- Millî Eğitim Bakanlığı. (2015). TIMSS ulusal raporu. Retrieved from <https://timss.meb.gov.tr/www/raporlar/icerik/3>
- Millî Eğitim Bakanlığı. (2019). TIMSS ulusal raporu. Retrieved from <https://timss.meb.gov.tr/www/raporlar/icerik/3>
- Ölçme, Seçme ve Yerleştirme Merkezi. (2023). YKS sonuçlarına ilişkin sayısal bilgiler. Retrieved from <https://www.osym.gov.tr/TR,25647/2023-yks-sinav-sonuclarina-iliskin-sayisal-bilgiler.html>
- Millî Eğitim Bakanlığı. (2019). Türkçe-matematik-fen bilimleri öğrenci başarı izleme araştırması (TMF-ÖBA)-I: 4. sınıf seviyesi. Retrieved from <https://www.meb.gov.tr/2019-4sinif-seviyesi-turke-matematik-fen-bilimleri-ogrenci-basari-izleme-arastirmasi-tmf-oba-sonuc-raporu-aciklandi/haber/19362/tr>
- Memnun, D. S. (2014). Beşinci ve altıncı sınıf öğrencilerinin sözel problemleri çözmeye konusundaki yetersizlikleri ve problem çözümlerindeki hataları. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education (TURCOMAT)*, 5(2), 158-175.
- Memnun, D. S., & İlksen Kanbur, N. (2020). Üçüncü sınıf öğrencilerinin okuma becerilerine göre problem çözmeye başarıları ve çözüm sürecinde karşılaştıkları güçlükler. *OPUS International Journal of Society Researches*, 15(22), 927-965.
- Merriam, S. B. (2013). *Nitel araştırma: Desen ve uygulama için bir rehber* (S. Turan, Ed.). Ankara: Nobel Yayın Dağıtım.
- Özdişi, S., & Katrançlı, Y. (2020). Ortaokul öğrencilerinin problem çözmeye ve problem oluşturma becerilerinin incelenmesi. *Millî Eğitim Dergisi*, 49(226), 149-184.
- Özsoy, G. (2005). Problem çözmeye becerisi ile matematik başarıları arasındaki ilişki. *Gazi Üniversitesi Gazi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 25(3), 179-190.
- Öztürk, M. N. (2021). Sekizinci sınıf öğrencilerinin soru çözerken yaptıkları yanlışların analizi. *Sosyal Araştırmalar ve Davranış Bilimleri*, 7(14), 238-256.
- Pesen, C., & Bindak, R. (2021). İlkokul matematik dersinde problem çözmeye öğretim uygulamaları. *Balıkesir Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Dergisi*, 23(1), 173-186.
- Polya, G. (1957). *How to solve it: A new aspect of mathematical method* (F. Halatçı, Çev.). İstanbul: Sistem Yayıncılık.
- Prince, M., & Felder, R. (2006). Inductive teaching and learning methods: Definitions, comparisons, and research bases. *Journal of Engineering Education*, 95(2), 123-138.
- Robinson, L. M. (2016). *An exploratory study of the factors related to successful mathematical problem solving on non-routine unconstrained tasks* (Unpublished doctoral dissertation). Temple University, USA.
- Rocha, H., & Babo, A. (2024). Problem-solving and mathematical competence: A look to the relation during the study of linear programming. *Thinking Skills and Creativity*, 51, 101461.
- Sanders, M., Kwok, M., & Gooden, M. (2025). What makes a math word problem solvable and clear? An analysis of pre-service teachers' two-step problem posing. *The Journal of Mathematical Behavior*, 80, 101267.
- Süzer, A. (2021). İlkokul öğrencilerinin problem çözmeye becerileri ve süreçleri (Yüksek lisans tezi) Bartın Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü.
- Tao, X., Zhang, Y., Xie, Z., Zhao, Z., Zhou, G., & Lu, Y. (2025). Unifying the syntax and semantics for math word problem solving. *Neurocomputing*, 636, 130042. doi:10.1016/j.neucom.2023.130042

- Tayfur, Y. C., & Kale, M. (2022). İlkokul dördüncü sınıf öğrencilerinin dört işlem ve problem çözme başarıları arasındaki ilişkinin incelenmesi. *Gazi Üniversitesi Gazi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 42(3), 2569-2595.
- Temel, H., & Altun, M. (2020). Problem çözme stratejilerinin matematiksel süreç becerilerine göre sınıflandırılması. *International Journal of Educational Studies in Mathematics*, 7(3), 173-197.
- Temiz, D., & Çimen, E. E. (2017). Beşinci sınıf öğrencilerinin farklı türde verilmiş problemleri çözme becerilerinin incelenmesi. *Eğitim ve Öğretim Araştırmaları Dergisi*, 6(4), 297-310.
- Ulu, M., Tertemiz, N., & Peker, M. (2016). Okuduğunu anlama ve problem çözme stratejileri eğitiminin ilköğretim 5. sınıf öğrencilerinin rutin olmayan problem çözme başarısına etkisi. *Afyon Kocatepe Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi*, 18(2), 303-340.
- Umurbek, M., & Özsoy, N. (2020). *Yedinci sınıf öğrencilerinin cebirsel sözel problemleri çözme sürecinin incelenmesi*.
- Van de Walle, J. A., Karp, K. S., & Bay-Williams, J. M. (2021). *Elementary and middle school mathematics*. Boston, MA: Pearson.
- Yanbıyık, S., Arslan, Ü., Ayhan, O., Karatosun, L., Solak, G., Ceylan, E., ... & Akbulut, G. (2024). 4. sınıf öğrencilerinin problem çözme basamaklarını uygulama durumlarının belirlenmesi: Fermi problemleri uygulamaları. *Türkiye Bilimsel Araştırmalar Dergisi*, 9(1), 50-60.
- Yeşilova, Ö. (2013). İlköğretim 7. sınıf öğrencilerinin problem çözme sürecindeki davranışları ve problem çözme başarı düzeyleri (Doktora tezi). Marmara Üniversitesi.
- Yıldırım, A. & Şimşek, H. (1999). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri*. Ankara: Seçkin Yayınevi.
- Yurtseven, R., & Ocak, G. (2021). İlkokul 4. sınıf öğrencilerinin problem çözme becerilerinin incelenmesi. *International Journal of Social Science Research*, 10(1), 16-34.



## INVESTIGATION INTO THIRD-GRADE STUDENTS' MATHEMATICS PROBLEM-SOLVING PROCESSES

### ABSTRACT

This study aimed to examine the mathematics problem-solving processes of 3rd-grade students according to Polya's problem-solving stages. The research was conducted in a multiple-case study design. The participants consisted of 3 students who completed the 3rd-grade of primary school and had 'very good, good, and adequate' level of mathematics achievement selected by the maximum diversity sampling method. These students were given two math problems by the researcher. Data were collected using a clinical interview technique and analyzed using a content analysis method. As a result of the study, the student with 'very good' mathematics achievement followed the problem-solving steps in both problems. While the student with 'good' mathematics achievement followed the solution steps in one problem, the student with 'sufficient' mathematics achievement could not follow the problem-solving steps in both problems. It was observed that the student with 'very good' mathematics achievement used the problem-solving steps other than the evaluation step, while the student with 'low' mathematics achievement did not follow the problem-solving steps. In addition, it was determined that students with 'good and sufficient' mathematics achievement had difficulty understanding the problem and creating a plan, and accordingly, they could not reach the correct result.

**Keywords:** Mathematics, Problem-Solving, Elementary School Students.



## ÜÇÜNCÜ SINIF ÖĞRENCİLERİNİN MATEMATİK PROBLEMLERİNİ ÇÖZME SÜREÇLERİNİN İNCELENMESİ

### ÖZ

Bu çalışmada, 3. sınıf öğrencilerinin matematik problemlerini çözme süreçlerinin Polya'nın problem çözme aşamalarına göre incelenmesi amaçlanmıştır. Araştırma çoklu durum çalışması deseninde yürütülmüştür. Katılımcılar maksimum çeşitlilik örnekleme yöntemi ile seçilen ilkökul 3. sınıfı bitirmiş "Çok iyi, iyi ve yeterli" düzeyde matematik başarısına sahip 3 öğrenciden oluşmaktadır. Bu öğrencilere araştırmacılar tarafından ikişer matematik problemi verilmiştir. Veriler klinik mülakat tekniğiyle toplanmış ve betimsel analiz yöntemiyle analiz edilmiştir. Araştırma sonucunda; matematik başarısı "çok iyi" olan öğrenci her iki problemde de problem çözme aşamalarını doğru takip etmiştir. Matematik başarısı "iyi"

olan öğrenci bir problemde çözüm basamaklarını doğru takip ederken matematik başarısı “yeterli” olan öğrenci ise her iki problemde de problem çözme aşamalarını takip edememiştir. Matematik başarısı “çok iyi” olan öğrencinin değerlendirme aşaması dışındaki problem çözme aşamalarını kullandığı gözlemlenirken matematik başarısı “yeterli” olan öğrencinin ise problem çözme aşamalarını takip etmediği belirlenmiştir. Ayrıca matematik başarısı “iyi ve yeterli” olan öğrencilerin problemi anlama ve plan yapma basamaklarında zorlandıkları buna bağlı olarak da doğru sonuca ulaşamadıkları belirlenmiştir.

**Anahtar Sözcükler:** Matematik, Problem Çözme, İlkokul Öğrencileri.



## INTRODUCTION

Problem solving skills are at the centre of mathematics curricula. De Walle, Karp, and Williams (2014) define problem solving as the heart of mathematics. Many researchers (Baş & Kivılcım, 2013; İlhan et al. 2021; Loğoğlu, 2016; Yeşilova, 2013) have explained mathematics achievement with mathematics problem-solving skills. Therefore, examining students’ mathematics problem solving processes can contribute to the development of mathematics curricula and increase mathematics achievement.

Having problem solving skills is also necessary to be successful in the whole mathematics course (Özsoy, 2005), because problem solving is a process integrated with mathematics. A large part of the mathematics teaching process focuses on problem solving (Felmer, Pehkonen & Kilpatrick, 2016). Along with the teaching of basic arithmetic skills, problem solving is further emphasised. Tayfur and Kale (2022) examined the relationship between four operations and problem solving achievement of fourth grade primary school students and concluded that four operations skills positively affect problem solving achievement, but it is not sufficient for problem solving achievement alone. According to Tao et al. (2025), most numerical relationships and linguistic nuances in mathematical problems are implicit and must be identified. Mathematics problem solving skills are a more complex process than basic arithmetic skills and have a significant explanatory power for mathematics achievement. To increase problem solving success, students’ problem solving processes should be analysed and determine at which stages errors are made. In addition to various classifications of problem solving stages (Heller, Keith & Anderson, 1992; Forgan, 2003), Polya’s (1957) problem solving stages are more common in the literature. It is considered valuable to continue to examine the relationship between problem solving stages and mathematics achievement and students’ problem solving processes by repeating the studies in different samples.

When the mathematics teaching curriculum of the Ministry of National Education (MoNE, 2018) is examined, it is seen that there are many learning outcomes for solving mathematical problems. Math problems are found in many textbooks and aim to train students to use the procedures learned in the classroom (Ahdhianto et al., 2020). Mathematical problems are generally classified as routine and non-routine problems in the literature. Routine problems are defined as previously encountered or similarly solved questions that are primarily included in mathematics textbooks and can be solved with simple four-operation skills (Altun, 2018). Most of the problems given in the curriculum consist of routine problems (MoNE, 2018). The fact that routine problems are easier to solve than other problem types increases students' self-confidence in mathematical problems (Tayfur & Kale, 2022). Non-routine problems are problems that cannot be solved by a known method or formula and whose solution requires the student to analyse the data carefully, make a creative attempt, and use one or more strategies (Artut & Tarım, 2006). Non-routine problems have multiple solutions and solutions may differ among students (Robinson, 2016).

One of the aims of mathematics teaching is to train students as effective problem solvers (Baki, 2008). However, solving mathematical problems requires understanding and skills to address the complex interactions between interrelated mathematical, linguistic, and contextual features (Sanders, Kwok, & Gooden, 2025). Teachers should strive to develop this understanding and skill in teaching mathematics from the early years of education in order to improve students' problem-solving skills (Pesen and Bindak, 2021). When the results of international examinations are analysed, Turkey should rise to higher levels (TIMSS, 2015 and TIMSS, 2019). In the 2018 Programme for International Student Assessment (PISA) exam, Turkey ranked below the OECD average. In the 2022 PISA application, 39% of the students in Turkey did not reach the 2nd proficiency level in mathematics. This rate is 31% in OECD countries. In the same application, Turkey ranked 32nd among OECD countries in mathematics and 39th among 81 countries participating in the application. In the Higher Education Institutions Examination (YKS) held in Turkey in 2024, it was determined that students had an average of 7.9 correct answers in 40 mathematics questions in the TYT session and 5.5 correct answers in 40 questions in the AYT session. When the results of the High School Transition Examination (LGS) are examined, it is seen that the average number of correct answers in mathematics test questions in 2022 was 4.74 in 20 questions, 4.20 in 2021, 4.89 in 2020, and 5.09 in 2019. In addition, in the Turkish-Mathematics-Science Sciences Student Achievement Monitoring Survey (TMF-ÖBA)-I conducted at the 4th-grade level in 2019, the rate of students who answered all 15 questions asked in the mathematics test correctly was measured as 4.34%. Considering the positive relationship between problem solving skills and mathematics achievement (Acar et al., 2020), studies on the problem solving process are needed to improve the above

data. The fact that these studies are at the primary school level is also important in terms of the foundations of mathematics teaching.

Mathematical process skills are used in the acquisition of mathematical knowledge and the use of this knowledge in solving problems encountered in daily life (Erdoğan & Özdemir-Erdoğan, 2013). These processes can be expressed as understanding the problem, selecting the necessary information for the solution among the given information, transforming the obtained information into mathematical symbols and reaching the solution by performing operations (Ulu, Tertemiz, & Peker, 2016). In solving mathematical problems, the results and the thinking process and stages to reach these results should be known. Problem solving is a structured process that involves distinct stages (Yurtseven & Ocak, 2021). Heller, Keith, and Anderson (1992) conceptualised these processes as visualising the problem, planning a solution, implementing the plan, and checking and evaluating it; Forgan (2003) designed them as defining the problem, generating solutions for the problem and brainstorming, defining the limitations of the solutions, selecting the appropriate solution, and implementing and evaluating the solution. Polya (1957) proposed a four-stage model of problem solving: understanding the problem, selecting the strategy for the solution (making a plan), implementing the selected strategy (implementing the plan) and evaluating the solution. In the comprehension stage, relevant information is identified, desired outcomes are clarified, and conditions—if any—are explicitly stated, the information given about the problem is listed, and the desired results and the conditions, if any, are clearly expressed. Inadequate comprehension of the problem is considered a major obstacle in effective problem solving (Baykul, 2014). Because it has been determined that students have the most difficulty in the step of understanding the problem while solving different types of problems (Temiz & Çimen, 2017). During the strategy selection stage, appropriate methods are considered and selected based on the problem's requirements. It is thought that creating these strategies and choosing the appropriate one will be beneficial in solving the problems encountered in a meaningful way (Temel & Altun, 2020). In the implementation step of the selected strategies; the problem is solved and a result is obtained. If the solution is not achieved, alternative strategies are attempted iteratively until success is reached. In the evaluation of the solution step, it is discussed whether there are different solution methods for the problem. In this study, Polya's (1957) problem solving stages were taken as a basis due to its wide acceptance among researchers and teachers.

When the literature on problem solving processes is reviewed, many studies (Friel & Markworth, 2009; Gooding, 2009; Gökkurt et al., 2015; Kaya, 2019; Memnun, 2014; Özdişçi & Katranç, 2019) are found. In their study, Friel and Markworth (2009) mentioned the facilitating effect of using the relationship search strategy in mathematics problems in problem solving and emphasised the importance of visualisation. Gooding (2009), on the other hand, expressed the difficulties expe-

rienced by students in problems as students' inability to make sense of the situation given in the problems, inability to express the problems in mathematical language, inability to make mathematical calculation correctly, and inability to evaluate the answer found. Kaya (2019) concluded that 6th-grade students had low proficiency rates in each of the stages of understanding the problem, making a plan for the problem, solving the problem, controlling the problem and developing the problem in area measurement problems, while Özdişçi and Katrancı (2019) found that most of the secondary school students did not have problems in understanding the problem. However, the students were inadequate in the step of preparing the plan. Although appropriate and correct solutions were reached at the plan implementation stage, it was revealed that students at all grade levels had problems in problem solving. In addition, Polya's (1957) stages of the mathematics problem solving process are widely used in the literature and accepted by researchers. Most of the studies (Dölek, 2018; Süzer, 2021) on the primary school students' mathematics problem solving processes are based on Polya's problem solving stages. In the study conducted by Dölek (2018), it was concluded that the performance of 4th-grade students in all problem solving stages was low, while Süzer (2021) reported that the problem solving skills of the students were relatively low in his study conducted with 4th grade primary school students. Ergen (2020), again in his study with primary school 4th-grade students, stated that students had problems in the problem comprehension stage and that most students could not reach the correct result in the first stage, although they performed arithmetic operations correctly.

As the emphasis on problem solving in mathematics education has increased, it has become important to examine problem solving processes (Kayan & Çakıroğlu, 2008). Since it is especially important for primary school students to acquire problem solving skills, studies on how these students solve mathematical problems and which strategies they use are considered important. This study is considered valuable in terms of providing information to teachers and students about the follow-up of problem solving stages and necessary in terms of shedding light on researchers who conduct studies on the processes of solving mathematical problems at the primary school level. Grade 3 is a critical period in which students learn the basic concepts of numbers and operations, go beyond numbers and start to think about abstract concepts and solve complex problems. In other words, this is the period when students approach complex problems and make a leap to abstract thinking. For this reason, it is important to examine the problem solving processes of students at the basic level before they encounter problems that require more advanced analysis and abstract thinking to reveal the problems related to problem solving processes. In addition, routine problems are thought to be more functional than non-routine problems in terms of determining students' skills related to basic mathematical concepts and operations due to their structure. Therefore, this study aimed to analyse 3rd-grade students' solving processes of routine mathematical problems in depth and make suggestions about the findings. In this direction, answers to the following sub-problems were sought.

1. Do students follow a process in problem solving?
2. Which stages do primary school 3rd-grade students use in the process of solving mathematical problems?
3. At which stage do students who cannot reach a solution have problems? Why?

## METHOD

### Research Design

This research was conducted in a case study design, one of the qualitative research designs. Case study is defined as in-depth description, examination and evaluation of a limited situation (Merriam, 2013). In this study, this design was preferred since it was aimed to examine and analyse the mathematics problem solving processes of 3rd-grade students in detail.

### Working Group

The sample of this study consisted of three students (2 girls and 1 boy) who were studying in the same class in a public school in the Dulkadiroğlu district of Kahramanmaraş province and whose mathematics achievement was “Adequate, Good and Very Good” and who completed the 3rd-grade. The participants were selected by the maximum diversity sampling method. The opinions of the class teachers were effective in the selection of the students. The class teacher suggested two students to the researcher from the students with “Adequate, Good and Very Good” mathematics achievement. The researcher randomly selected one student from each group. In accordance with the ethics of scientific study, the names of the students were changed to a different name. According to the Regulation on Preschool Education and Primary Education Institutions of the Ministry of National Education, the achievement results in the 1st, 2nd, 3rd and 4th grades were not described as “Should be Improved, Good and Very Good” but as “Should be Improved, Adequate, Good and Very Good” in accordance with the relevant regulation (legislation.gov.tr). Some information about the students participating in this study is given in Table 1 below.

**Table 1.** Information on Participants

Alias Name	Age	Gender	End of Term Maths Achievement
Cihan	9	Male	Very good
Hatice	9	Girl	Good
Semanur	9	Girl	Adequate

## Data Collection Process and Tools

The data were collected using a clinical interview method. Goldin (1998) defined the clinical interview method as observing students' mathematical behaviours while solving problems and making inferences from these observations about students' mathematical understanding, knowledge schemes, cognitive thought processes and affective states that arise in this process.

The research data were collected through two routine maths problems suitable for the students' learning level. Before the selection of these problems, an item pool was created. The maths problems were examined by a classroom teacher and two academicians, and expert opinions were obtained. In the pool of 13 items, five items were found "not appropriate," six items were found "appropriate" and the remaining two items were found "grammatically incorrect." For example, "A merchant filled 129 litres of sherbet into 3-litre bottles. Since the merchant sold 17 of these bottles, how many bottles of sherbet did he have left?" was not deemed appropriate by the experts to be used in the study because it was not suitable for the 3rd-grade mathematics curriculum of the Ministry of National Education (2018) and because it created uncertainty about whether the bottles were full or not in terms of meaning. Two of the items evaluated as "appropriate" according to the 3rd-grade mathematics curriculum outcomes and students' achievement levels were randomly selected to be used in the study. These two items were applied to two students who did not participate in the research for pilot application. As a result of the application, it was determined that there were no errors arising from the problems. In this direction, the problems to be used in the research became clear. With this process, it was tried to increase the validity and reliability of the research. The two routine problems to be used in this study are as follows:

**Problem 1:** The younger of two siblings born three years apart is five years old. According to this, the ages of the siblings are

What is the sum?

**Problem 2:** There are 14 desks in a classroom. If two students sit in each desk, six students should stand.

According to this, how many students are in this class?

The parents of each student were contacted before data collection. The necessary permissions were obtained from the ethics committee and parents for data collection. Data were collected from each student in separate time periods and in a way that they would not see each other's solutions. Thus, modelling error was tried to be prevented. No one other than the researcher and the student was present in the room during the problem solving. The interview was audio recorded.

The transactions made on paper were collected to be used as data. In the research, the names of the students were changed to be different from the real ones due to publication ethics.

### Analysing the Data

The data obtained by clinical interview method were analysed by descriptive analysis method based on Polya's (1957) problem solving steps. Descriptive analysis is a type of qualitative data analysis that involves interpreting the data obtained by various data collection techniques in detail according to predetermined situations (Yıldırım and Şimşek 1999).

### Ethical Authorisations of this Research

While conducting this study, the rules determined within the scope of the "Directive on Scientific Research and Publication Ethics of Higher Education Institutions" were followed and the behaviours defined within the scope of "Actions Contrary to Scientific Research and Publication Ethics" were avoided.

This study has not engaged in any unethical behaviour such as plagiarism, fraud, distortion, republication, slicing, or unfair authorship. All sources used have been fully cited, and the works of others have been used with appropriate references. We declare that the data presented in this study are accurate, transparent, and original, and that there is no conflict of interest among the authors.

Data was collected from human participants in this study. The research was conducted with the approval of the Kahramanmaraş Sütçü İmam University Social and Human Sciences Scientific Research and Publication Ethics Committee, as indicated below. Data was collected on a voluntary basis by obtaining parental consent forms from parents and voluntary participation forms from participants. Participants' personal information has been kept confidential, and the data has been used solely for scientific purposes.

**Ethics committee permission information:** Name of the ethical review board = Kahramanmaraş Sütçü İmam University Social and Human Sciences Scientific Research and Publication Ethics Committee

Date of ethical evaluation decision = 17.07.2024

Ethics Committee decision number =327974

## FINDINGS

In this section, the findings obtained from the clinical interviews with each of the students are presented.

Figure 1 shows Cihan's solution to the first problem and the transcript of the interview with him.

<p><b>Researcher</b> Cihan hello. As you can see, there are two problems here. Can you read the first problem?</p> <p><b>Cihan:</b> The younger of two siblings born 3 years apart is 5 years old. According to this, what is the sum of the ages of the siblings?</p> <p><b>Researcher:</b> What do you understand? What does the question ask us in this question?</p> <p><b>C:</b> Wait a minute.</p> <p><b>A:</b> Express your thoughts to me out loud.</p> <p><b>A:</b> Two brothers were born 3 years apart, the youngest was 5 years old. According to this, what is the sum of the ages of the siblings.</p> <p><b>A:</b> How do we solve this question?</p> <p><b>A:</b> Since it says 3 years apart, since there are two siblings, the younger one is 5 years old first. Then, 3 years after that, we add 5 and 3 together, we get 8. Then I add 5 to 8 and find it.</p> <p><b>A:</b> Why did you add 3 and 5?</p>	<p><b>A:</b> He says 3 years apart. The first one was 5 years old, and the second one I add 5 and 3. Then I add 5 in 8.</p> <p><b>A:</b> What does 8 mean?</p> <p><b>A:</b> The age of the elder.</p> <p>Then I add 8 and 5.</p> <p><b>A:</b> Why did you add?</p> <p><b>A:</b> Because he asked for the sum of the ages of his siblings. I get 13.</p> <p><b>A:</b> 13 is your answer, isn't it? Are you sure?</p> <p><b>C:</b> Yes.</p>
--	---

The image shows two handwritten mathematical calculations on a piece of paper. On the left, there is a vertical addition: 5 plus 3 equals 8. On the right, there is another vertical addition: 8 plus 5 equals 13. Both calculations are written in dark ink.

**Figure 1.** Cihan's solution to the first problem and transcript of the interview with him

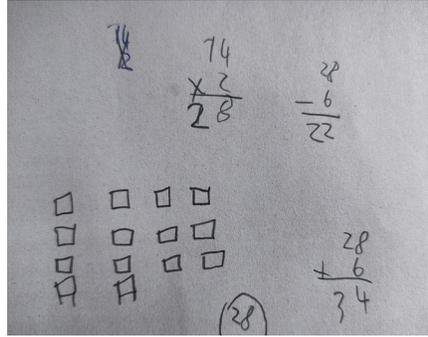
Cihan read the question correctly and conveyed the information about what the question asked him correctly. This shows that Cihan did not have a problem in the step of understanding the problem. Then, he said, "Since it says 3 years apart, since there are two siblings, the younger one is 5 years old first. Then, 3 years after that, we add 5 and 3. I will find the answer by adding 8 and 5" and determined a strategy for the solution. Cihan applied the strategy he determined and realised a correct solution using the data in the problem. He found the answer 13 by adding 8 and 5. However, Cihan did not make any evaluation to check the accuracy of the result or the solution process.

Accordingly, it was determined that Cihan followed Polya's (1957) problem solving stages in the process of solving this mathematical problem; he used the steps of understanding the problem, determining the appropriate strategy, and applying

the strategy, but he did not use the stage of evaluating the solution and the accuracy of the result. However, Cihan did not have any problems at any stage in solving the problem.

Figure 2 shows Cihan's solution to the second problem and the transcript of the interview with him.

<p><b>Researcher:</b> Cihan, we have now moved on to the second problem. Everything will continue in the same way. Let's start if you are ready. Can you read the problem?</p> <p><b>Cihan:</b> There are 14 desks in a classroom. If 2 students sit in each desk, 6 students should stand. According to this, how many students are there in this class?</p> <p><b>A:</b> What do you understand from this question?</p> <p><b>A:</b> There were 14 desks, each desk was occupied by two students and 6 students were standing.</p> <p>If six students are standing, 14. Do I multiply 14 by 2? (<i>thinks</i>) (<i>finds <math>14 \times 2 = 28</math></i>)</p> <p><b>A:</b> There were 28 people in the class.</p> <p><b>A:</b> There were 28 people in the class?</p> <p><b>C:</b> Yes, I guess so.</p> <p><b>A:</b> You can read the question again if you want.</p> <p><b>C:</b> Haaaa! I don't think it's 28 then. It asks how many students there are.</p> <p><b>A:</b> How can we solve it?</p> <p><b>A:</b> With 28...</p> <p><b>A:</b> You can read the question again from the beginning if you want.</p> <p><b>A:</b> We will subtract 6 from 28, but it seems wrong.</p> <p>(<i>22 finds the answer</i>)</p> <p><b>A:</b> What does the question ask us?</p> <p><b>A:</b> How many students are in the class?</p>	<p><b>A:</b> How can we find the number of students in this class according to this problem?</p> <p><b>A:</b> I will do this with a drawing, teacher.</p> <p>Let's draw a classroom, let's make 14 desks.</p> <p><b>(Drawing)</b></p> <p>3 6 9 12 15 rows (<i>When you draw 15 rows, it erases 1 row</i>).</p> <p><b>A:</b> Now I understand</p> <p>2,4- 6- 8- 10- 12- 14- 16 -18- 20- 22- 24- 26- 28</p> <p><b>A:</b> What does 28 stand for?</p> <p><b>A:</b> The number of students they sit with. We'll add 6. Because they are standing (<math>28+6= 34</math>).</p> <p><b>A:</b> 34 people Is that the number of students in this class?</p> <p><b>Q:</b> Are you sure?</p> <p><b>A:</b> Yes, sir.</p>
---	--



**Figure 2.** Cihan's solution to the second problem and transcript of the interview with him

Cihan understood the problem correctly and there was no problem in the first stage regarding the solution of the problem. However, as a solution strategy, he stated that he would multiply 14 by 2 and find the number of students in the class. With the researcher's warning "Do you want to read the question again?," he realised that the answer could not be 28 and that it was missing somewhere. Cihan made a mistake at the strategy determination stage in problem solving. He read the problem again with the warning of the researcher. After reading, he realised that there were 6 students standing. Then, he stated that he should subtract the number of students sitting in the row from the number of students standing. Here, the effect of the student wanting to reach the solution directly is seen. This situation shows that the student made mistakes in the solving process even if he understood the problem correctly at first. Afterwards, when he reread the problem, he developed a solution strategy again and stated that he would solve the problem "by drawing." Cihan reached the correct result by making drawings and operations in accordance with the strategy he determined. After adding 28 and 6 and finding the result 34, he stated that he was "sure" of the result and did not take any action to check the result of the problem or the accuracy of the solution process for the evaluation phase.

According to these findings, it was determined that Cihan followed Polya's (1957) problem solving stages in the mathematics problem solving process; he used the steps of understanding the problem, determining the appropriate strategy, and applying the strategy, but he did not use the stage of evaluating the solution and the accuracy of the result. However, Cihan made a mistake at the strategy determination stage. After that, he developed a strategy suitable for the solution again and solved the problem correctly.

Figure 3 shows Hatice's solution to the first problem and the transcript of the interview with her.

<p><b>Researcher</b> Hatice, hello. As you can see, there are two problems on this paper. Let's start with the first problem if you are ready.</p> <p><b>Researcher:</b> Read the question to me from outside.</p> <p><b>Hatice:</b> The younger of two siblings born 3 years apart is 5 years old. According to this, what is the sum of the ages of the siblings.</p> <p><b>A:</b> What did you understand from the question first?</p> <p><b>H:</b> The question asks that the younger of the two siblings born 3 years apart is 5 years old, that there are two siblings and the sum of the ages of the siblings.</p> <p><b>A:</b> How can we solve this question?</p>	<p><b>H:</b> 2 siblings born 3 years apart.</p> <p><b>A:</b> Do we know the ages of the siblings?</p> <p><b>H:</b> Yes, the youngest brother is 5 years old.</p> <p><b>A:</b> So what should we do here?</p> <p><b>H:</b> We subtracted 2 from 5. It won't work.</p> <p><b>A:</b> Isn't the younger brother 5 years old? What can we do next?</p> <p><b>H:</b> Add by 2?</p> <p><b>A:</b> How many siblings were there in this question?</p> <p><b>H:</b> Two siblings</p> <p><b>A:</b> Which one is 5 years old?</p> <p><b>H:</b> The youngest</p>
--	---

<p><b>H:</b> (<i>Thinking</i>) Teacher, are we going to add? I think like subtraction and addition.</p> <p><b>A:</b> Do you have any thoughts on how to solve this particular question? (<i>Remains silent</i>)</p> <p><b>A:</b> Read the question again if you want.</p> <p><b>A:</b> What did this question ask us to do?</p> <p><b>H:</b> The sum of the ages of the siblings.</p> <p><b>A:</b> How can we find the sum of the ages of the siblings? (<i>reads the question</i>). Do you have any idea how to find it?</p> <p><b>H:</b> For a while I thought like this. In year 1, a sibling was born, maybe he/she is 8 years old now.</p> <p><b>A:</b> Are you saying that a sibling is now 8 years old?</p> <p><b>H:</b> I don't know.</p> <p><b>A:</b> How do you like 8? <b>H:</b> I do.</p> <p><b>A:</b> What does it mean to be born 3 years apart?</p> <p><b>H:</b> It means that there is a gap of 3 years.</p> <p><b>A:</b> Looking at this question, what do you think it means to be born 3 years apart?</p> <p><b>A:</b> And how old was the younger brother here?</p> <p><b>H:</b> 5.</p> <p><b>A:</b> So can we say that there is an older sibling the age of the younger sibling?</p> <p><b>H:</b> Yes.</p> <p><b>A:</b> How do we find the age of this big brother? (<i>Thinking</i>)</p> <p><b>A:</b> How many years apart were they born?</p> <p><b>H:</b> 3.</p> <p><b>A:</b> So is the older sibling born first or the younger sibling?</p> <p><b>H:</b> What happens if I add 5 and 3?</p> <p><b>A:</b> What happens if you add 5 and 3? What do you get?</p> <p><b>H:</b> 8 years old.</p> <p><b>A:</b> What is 8 years old?</p> <p><b>H:</b> Big brother.</p> <p><b>A:</b> Do the operation if you want. (<i>Does the operation.</i>)</p> <p><b>A:</b> What did we find out by doing this?</p> <p><b>H:</b> The age of the older sibling.</p> <p><b>A:</b> Is the question finished like this? What did the question want from us?</p>	<p><b>A:</b> Then what would be the age of the elder?</p> <p><b>H:</b> It could be 7.</p> <p><b>A:</b> How did you find 7?</p> <p><b>H:</b> I added 2 out of 5.</p> <p><b>A:</b> What do you think the 3-year break could be?</p> <p><b>H:</b> Even if one is born in the first year, one will never be born the following year. Exactly in the third year, the other one is born.</p> <p><b>A:</b> When one sibling is 3 years old, is the other one born?</p> <p><b>A:</b> With this logic, can we find the age of the other sibling? (<i>thinks.</i>)</p> <p><b>A:</b> So how many years are there between you and your brother? <b>H:</b> 2</p> <p><b>A:</b> Does this mean that you were born 2 years apart?</p> <p><b>H:</b> No      <b>A:</b> Doesn't it? (<i>thinks</i>)</p> <p><b>A:</b> Isn't your brother born 2 years after you were born?</p> <p><b>H:</b> I'm not sure.</p> <p><b>H:</b> Aaaa! (<i>does the operation 8 plus 5</i>)</p> <p><b>A:</b> Why did you collect them?</p> <p><b>H:</b> He's asking for the sum.</p> <p><b>A:</b> What is the sum of what?</p> <p><b>H:</b> What is the sum of the ages of the siblings?</p> <p><b>A:</b> Do we find the sum of the ages of the siblings by adding their ages?</p> <p><b>H:</b> Yes.</p> <p><b>A:</b> Do it. (<i>He sums incorrectly first.</i>)</p> <p><b>A:</b> Is that the answer? (<i>Corrects and finds 13</i>)</p> <p><b>A:</b> What did you get?</p> <p><b>H:</b> 13.</p> <p><b>A:</b> What does 13 stand for?</p> <p><b>H:</b> The sum of the ages of the two brothers.</p> <p><b>A:</b> Are you sure of the result?</p> <p><b>H:</b> Yes.</p>
--	--

$$\begin{array}{r} 5 \\ + 3 \\ \hline 8 \end{array} \quad \begin{array}{r} 8 \\ + 5 \\ \hline 13 \end{array}$$

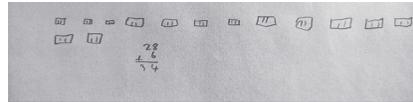
**Figure 3.** Hatice's solution to the first problem and transcript of the interview with her

In the problem comprehension step, it was observed that Hatice read and understood the problem correctly. In response to the question of how to solve this problem, she said, “*Teacher, are we going to add?*” It can be said that she could not establish a relationship between the data related to the problem with her statements “*I think like subtraction and addition.*” Then, Hatice, who read the problem again after the researcher asked her to read the question again, stated that the problem asked her to “*sum the ages of her siblings.*” When the researcher asked “*how can we solve this problem?*,” Hatice answered “*one sibling was born one year and now he/she may be 8 years old.*” This situation shows that she could not understand the important parts during reading, could not organise what she read and could not make sense of the relationships between the data. To the researcher’s question “*What does it mean to be born 3 years apart?*,” Hatice answered “*there is a 3-year gap from time to time.*” Accordingly, we can say that she did not know the meaning of the word “interval” in the problem. In the following process, she could not understand the difference between younger and older siblings at first. Although he knew that his younger brother was 5 years old, he stated that “*the other brother can be found by subtracting 2 from 5.*” Here, we can say that he chose the wrong strategy in the strategy development step. In addition, since the problem included the expression “*three years apart*” instead of two years apart, it was thought that he had difficulty in understanding the problem with the interruption of different conversations in the reading comprehension part. The process continued with the researcher’s questions about the problem. When the researcher asked “*Isn’t the younger sibling 5 years old? What can we do next?*,” Hatice answered “*If we add with 2.*” Hatice thinks that since there are two siblings in the problem, the age of the older sibling will be found by adding with 2. In the meantime, she obtained 7 by adding 5 and 2. She stated that this result was the age of her older sibling. This situation shows that when the wrong strategy is chosen, no matter how correct the implementation of the strategy is, the wrong result will be reached and the importance of strategy selection. The researcher asked Hatice “*How old are you between you and my brother?*” Hatice, who answered “two,” also contradicted the researcher’s question “*does this mean that you were born two years apart?*” by answering “no, it does not.” Hatice does not know the meaning of the word “apart.” This situation shows us that the student’s vocabulary should be wide to understand the problem in problem solving. To the researcher’s question “*Is the older sibling born first or the younger sibling?*,” Hatice answered “no.” *What happens if I add 5 and 3 together?* Then, Hatice, who also expressed the truths in 3 years intervals, found the answer 8 and found that the older sibling was eight years old. At this point, she thought that the problem was completed and put down the pen. However, with the guidance of the researcher, she performed the  $8+5$  operation. When asked why, he stated that “*the sum of the ages of the siblings was asked.*” Although he first made the wrong operation while doing addition, he immediately found the correct answer on his own. At the end, he concluded the solution by expressing that he was “sure of the result.”

According to these findings, it was determined that Hatice did not follow Polya's (1957) problem solving stages; she did not use the stages of understanding the problem, determining the appropriate strategy, applying the strategy and evaluating the accuracy of the solution and the result. In addition, Hatice performed operations that were not appropriate for the solution at every stage of problem solving. Especially at the stage of understanding the problem, since there was no thought about what, where, and when to use the data in the problem, this deficiency came to the fore in the other stages of the problem solution. In addition, the fact that the daily expressions in the problem were not understood by the student also made the problem solution difficult. After Hatice's inappropriate actions during the solution process of the problem, with the help and guidance of the researcher, she developed a strategy suitable for the solution again and solved the problem correctly.

Figure 4 presents Hatice's solution to the second problem alongside the corresponding interview transcript.

<p><b>Researcher:</b> Hatice, now we have moved on to the second problem. Everything will continue in the same way. Let's start if you are ready. Can you read the problem?</p> <p><b>Hatice:</b> There are 14 desks in a classroom. If 2 students sit in each row, 6 students are standing. According to this, how many students are there in this class?</p> <p><b>Researcher:</b> What do you understand from this question?</p> <p><b>H:</b> I understood that there are 14 rows, then I understood that 2 students sit in each row and 6 students are standing. He is asking how many students are in this class.</p> <p><b>A:</b> How do we solve this question?</p> <p><b>H:</b> Firstly, I did it like this, I did it by drawing a figure.</p>	<p><b>A:</b> Do as you like (<i>draws 14 rows</i>).</p> <p><b>A:</b> Why did you do that?</p> <p><b>H:</b> So there were 28 students. 6 of them were left standing. 29, 30, 31, 32, 33, 34. There were 34 students.</p> <p><b>A:</b> How did you find 34?</p> <p><b>H:</b> First I drew this line and drew 2 lines on it, counted them in rhythmic counting by twos, then I added 6.</p> <p><b>A:</b> Are you sure that the question is correct?</p> <p><b>H:</b> Yes.</p>
--	--



**Figure 4.** Hatice's solution to the second problem and transcript of the interview with her

correctly read the problem and identified a strategy by stating that she had solved the problem using the strategy of drawing a shape in the past. Then, she put the strategy into practice. She illustrated the 14 rows in the problem by drawing a figure. She stated that two students sat in each row, so she drew two lines on each row. By counting the lines she drew, he found the number of students sitting in the row as 28. Then, she stated that "6 students were standing" and counted 6 on 28. It was observed that he used the strategy of counting on. She stated that he found the result as 34 students. When asked whether he was sure of the result of the problem, she said "I am sure" and completed the solution of the problem.

According to these findings, it was determined that Hatice followed Polya’s (1957) problem solving stages; she used the steps of understanding the problem, determining the appropriate strategy, and applying the strategy, but she did not use the evaluation stage to check the solution and the accuracy of the result. However, it was observed that Hatice did not have any problems at any stage of problem solving.

Figure 5 presents Semanur’s solution to the first problem and the transcript of the interview with her.

<p><b>Researcher</b> Semanur hello. As you can see, there are two problems on this paper. If you are ready, let’s start with the first problem. Can you read the problem to me?</p> <p><b>Semanur:</b> The younger of two siblings born 3 years apart is 5 years old. According to this, what is the sum of the ages of these siblings?</p> <p><b>Researcher:</b> What do you understand from this question?</p> <p><b>S: (Thinking)</b> Addition?</p> <p><b>A:</b> What addition? <i>(Thinking)</i></p> <p><b>A:</b> What does he want us to find out here?</p> <p><b>S:</b> Their age.</p> <p><b>A:</b> Their age of what?</p> <p><b>S:</b> Your brothers and sisters.</p> <p><b>A:</b> Read it again if you want. <i>(He reads from inside.)</i> What should we do?</p> <p><b>S:</b> We will find out how old your brother is. I need to do addition here.</p> <p><b>A:</b> OK, let’s see how you do it.</p> <p><i>(Reads from inside)</i></p> <p><b>A:</b> How do we solve this question? <i>(Thinking)</i></p> <p><b>A:</b> Do you understand the question? Read the question again if you want? Read me the first sentence if you want?</p> <p><b>Q:</b> Two siblings were born 3 years apart and the younger one is 5 years old.</p> <p><b>A:</b> How many siblings are there?</p> <p><b>S:</b> 5</p> <p><b>A:</b> There are five siblings?</p> <p><b>S:</b> No, there are two brothers.</p> <p><b>A:</b> What else do we understand here? <i>(reads from inside)</i></p> <p><b>Q:</b> Two. <i>(Reads the question)</i></p> <p><b>A:</b> Which sibling is this <i>(the square with the larger shape)?</i></p>	<p><b>A:</b> Do we know the ages of the siblings, or do we not know the ages of any of them?</p> <p><b>Q:</b> No, we know the age of one of them is 5 years old. We will find out how old the other sibling is.</p> <p><b>A:</b> So how do we find the age of the other brother? <i>(Reads the question)</i></p> <p><b>A:</b> We can draw shapes.</p> <p><b>S:</b> What do you mean?</p> <p><b>A:</b> For example, you can show a sibling in a square, you can draw a square and show that this is the first child if you know how to draw shapes.</p> <p><b>S:</b> I will draw a square, right?</p> <p><b>A:</b> You can draw whatever you want. <i>(Draws two different square shapes)</i></p> <p><b>A:</b> Which brother is this <i>(the square with the smaller shape)?</i></p> <p><b>S:</b> The little one.</p> <p><b>A:</b> Can we call it a little brother?</p> <p><b>S:</b> Yes. I’ll call this one little brother.</p> <p><b>A:</b> How old is this little brother?</p> <p><b>S:</b> 5. I will write 5 under the square.</p> <p><b>A:</b> It’s up to you, if you want to specify it, specify it.</p> <p><b>S:</b> I’ll write he was 5 years old <i>(writes 5 under the square).</i></p> <p><b>A:</b> What do we do next?</p> <p><b>S:</b> After that we will try to find out the age of the other brother</p> <p><b>A:</b> How will we find it?</p> <p><b>S:</b> We will do addition. <i>(Reads the question)</i></p> <p><b>A:</b> What are you planning to do now?</p> <p><b>A:</b> How many brothers and sisters were there?</p> <p><b>A:</b> What does this 8 stand for? <b>S:</b> Your age.</p> <p><b>A:</b> The age of what?</p> <p><b>S:</b> The age of the older sibling. <i>(Writes 8 under the square with the bigger shape)</i></p>
--	--

<p>A: Does it have any other siblings?  S: Yes.  A: Then what do we call it (<i>the square with a big shape</i>)?  Q: Big. Then not with 5, but with 3...(<i>Reads the question</i>)  A: How many siblings are there here?  S: Two.  A: Do we know the age of the first sibling?  S: We know 5.  A: Do we need to find the age of the second sibling?  S: Yes. A: How do we find it?  S: With 3.  A: How many years apart were they born?  S: 3 years apart.  A: What do you think it means to be born 3 years apart? (<i>thinks</i>)  A: What does intermediate mean? S: Ara is... What was it?  A: Well, there's a pen and a phone over there, right?  S: Yes.  A: If we consider the pen as a sister and the phone as a big brother, how far apart are the two?  Q: 3?  A: Pointing to the square, what does this represent?  S: The smaller one.  A: How old is the little one?  S: 5  A: The other one? (<i>the square with the larger shape</i>)  Q: We don't know that either.  A: How do we find it?  Q: By addition?  A: Add what to what?  Q: With 3.  A: What is the interval? S: 3  A: How old was the younger brother? S: 5.  A: How old would the older sibling be then?  Q: If we add 3 and 5.  A: If you add 3 and 5, what do you get? Q: 8.</p>	<p>Q: Am I going to do 8 and 2 now?  A: What do we do next?  S: Subtraction. A: Subtraction?  S: No, addition.  A: Why collection? (<i>Thinking</i>)  A: If you want, read the question again (<i>reads the question</i>).  A: Then what does he want from us?  Q: We will find your age.  A: What does the question ask us at the end?  S: It asks what is the sum.  A: What is the sum of what?  S: Of the question?  A: If you read the sentence, it's already there. (<i>reads</i>)  S: What is the sum of the ages of the siblings?  A: What are we going to do?  S: I will add 8 and 5.  A: Why?  Q: To find your age  A: The age of what?  S: To find the age of the siblings.  A: So you are saying that in order to find the age of your siblings, I will add the age of your younger sibling and your older sibling? (<i>makes addition</i>)  S: 13  A: What does 13 represent?  S: Its sum.  A: The sum of what?  S: The sum of the ages of the siblings.</p>
--	--

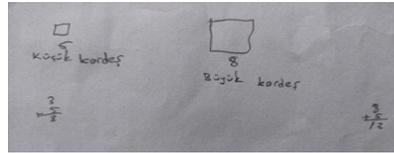


Figure 5. Semanur's solution to the first problem and transcript of the interview with her

Semanur read the problem out loud accurately. When she was asked what she understood from this problem, she answered “addition” and thought for a while. Then, to the question “*what does he want us to find here?*,” she answered “*the ages of the siblings.*” The researcher felt that she was experiencing uncertainty with these answers and advised her to reread the problem. After rereading the problem, Semanur answered “*we will find out how old the siblings are, I need to do addition here.*” This statement suggests that Semanur had problems in comprehending what she read, organising and making sense of the relationships between parents. Semanur was then advised to read the problem a few more times. The researcher suggested to Semanur, who stated “*you have 5 siblings*” in the problem again, that “*you can solve this question by drawing a shape if you want.*” With this suggestion, Semanur drew a square shape and stated that she was 5 years old under the first sibling (square). Then she drew a big square and said that *this square belonged to the older sibling.* However, it was observed that she put forward erroneous ideas about how to find the age of the older sibling. In addition, it was noticed that he could not make sense of the expression “*born 3 years apart*” in his mind. The researcher used a different example to explain what the word “*interval*” means. Afterwards, he stated that “*by adding 5 and 3, the result of 8 represents the age of the older sibling*”. When asked how to answer the question “*What is the sum of the ages of two siblings?*” in the problem, she answered “*by subtraction.*” This situation shows that Semanur could not make sense of the relationship between the data. Then, she reread the question and realised what was asked at the end of the problem. She found the answer 13 by adding 8 and 5. Finally, she completed the solution of the problem by stating that “*13 is the sum of the ages of two siblings.*”

According to these findings, it was determined that Semanur did not follow Polya’s (1957) problem solving stages; she did not use the stages of understanding the problem, determining the appropriate strategy, applying the strategy and evaluating the accuracy of the solution and the result. In addition, Semanur used expressions that were not suitable for the solution at every stage of problem solving. Especially at the stage of understanding the problem, since the expressions in the problem were not understood and there was no thought about how to use the data, this problem came to the fore in other stages of the problem solution. After Hatice used wrong expressions and inappropriate procedures during the solution process of the problem, with the help and guidance of the researcher, she developed a strategy suitable for the solution again and solved the problem correctly.

Figure 6 shows Semanur’s solution to the second problem and the transcript of the interview with her.

**Semanur:** There are 14 desks in a classroom. If 2 students sit on each desk, plus 6 students are standing. According to this, how many students are there in this class?

S: Do I add 14 and 16?

**Researcher:** 16?

S: 2.

Q: I will add 14 and 2.

A: What do you understand from this question?

S: We will find out how many people are in this class.

A: So how do we find out how many people are in this class?

(reads the question)

Q: Do I add 2 first with 14?

A: Why add them together?

Q: He is sitting and there are extra students.

A: How many desks are there?

S: 14.

A: Do students sit in each row?

S: Yes.

A: How many people sit?

S: 2.

A: How do we find those who sit in this row?

Q: We will find them by addition.

A: How do we find the addition? (reads the question)

Q: Do I add 14 and 2 well?

A: Are you saying that if I add 14 and 2, I will find the number of students sitting?

S: I can't find it yet. I'll add 14 and 2 and get 16, then I'll add 6 and get it that way.

A: Well, think like this. There are 2 desks in the classroom. How many students sit on each desk?

S: 2.

A: How many students do you think will sit on these two desks in total?

S: 4.

A: What if there are 3 desks?

S: 6.

A: What if there are 4 rows?

S: 8.

S: To find out how many people there are, I'll add 6 with that number behind.

A: If we do so, will we find it?

Q: Will we find it? (thinks)

A: How many desks are there in the classroom?

S: 14 desks.

A: How many people sit in each desk?

S: Two students sit in each row. Do I add 14 and 2? I will add 14 and 6 (reads the question).

A: How do we solve this question?

Q: I will collect this question. (reads the question)

I will find out how many students there are. (reads the question)

A: Do you think students sit on all the desks?

A: How can we find this number if there are 14 desks?

S: Aaaaa! I will multiply 14 by 2 (multiplication).

Q: Do I multiply 2 by 1 first?

A: Can you do the multiplication as you know it?

You did it right.

Q: Are you finished?

A: No, you did the multiplication correctly.

Q: Do I add 28 and 6 together? (thinks)

A: What do you need 28 and 6 for?

S: I will find the number of students in the class.

A: Do it (makes addition).

S: 34.

A: What does 34 represent?

Q: The number of students in the class.

A: Have you completed solving the problem?

S: Yes.

$$\begin{array}{r} 16 \\ \times 2 \\ \hline 32 \end{array} \quad \begin{array}{r} 28 \\ \times 6 \\ \hline 168 \end{array}$$

**Figure 6.** Semanur's solution to the second problem and transcript of the interview with her

Semanur was told to read the problem by the researcher and when she was asked what she should do, she said “*I will add 14 and 16.*” Here, we can say that in the step of understanding the question, both she could not interpret the data correctly and she did not understand what the problem asked her to do. Then, when he was asked “*what he understood*” again, it is seen that he understood the problem by answering “*We will find out how many people are in this class.*” However, when what the student could do as a strategy was examined, it was determined that the student did not really understand the problem. He thinks that he will reach the result only by processing with numerical data. Thus, it shows that the student overlooked the contextual narrative in the problem and uses expressions that are not related to the problem only for numerical data. This situation underscores the critical role of understanding the problem for the solution of the problem. Semanur gave non-solution-oriented answers to the researcher’s questions about what to do again. Although Semanur read the question a few more times, she did not develop any strategy for the appropriate solution to the problem. Then, the process continued with the researcher’s help and solution-oriented questions. Semanur, who found 28 students in 14 rows with the help of the researcher, thought that the solution ended here. When she read the question again, it was understood by Semanur that the problem asked for the result of a different situation. Then, she reached the result of 34 by adding 28 and 6. Semanur, who thought that 34 was the result of the problem, did not make any evaluation and stated that the result was correct.

According to these findings, it was determined that Semanur did not follow Polya’s (1957) problem solving stages; she did not use the stages of understanding the problem, determining the appropriate strategy, applying the strategy and evaluating the accuracy of the solution and the result. In addition, Semanur failed to solve the problem using inappropriate expressions at every stage of problem solving. Especially at the stage of understanding the problem, since there was no appropriate idea about using the data in the problem, this uncertainty came to the fore in the other stages of the problem solution. At the same time, forgetting the statement at the end of the problem caused the solution of the problem to be interrupted. After the inappropriate expressions used by Semanur in the solution process of the problem, with the help and guidance of the researcher, she developed a strategy suitable for the solution again and solved the problem correctly.

## CONCLUSION AND DISCUSSION

According to the research findings obtained in this study, all three of the participants were able to express the problems in their own sentences. However, it was observed that the students did not employ strategies, such as underlining important parts, circling, and taking notes while reading the problem. In the study, the student with “very good” mathematics achievement followed the solution steps in both problems. While the student with “good” mathematics achievement followed the solution steps in one problem, the student with “sufficient” mathematics achievement could not follow the problem solving steps in both problems. Çelebi-oğlu (2009) stated that the use of problem solving strategies would help problem solving. Therefore, it can be said that following a process in mathematics problem solving is critical in reaching the result in problem solving.

Cihan, whose mathematics achievement is “very good,” followed Polya’s (1957) problem solving steps in both problems; he used the steps of understanding the problem, determining the appropriate strategy, and applying the strategy but did not use the steps of evaluating the solution and the accuracy of the result. Hatice, whose mathematics achievement was “good,” did not follow Polya’s (1957) problem solving stages in the first mathematics problem solving process; she did not use the stages of understanding the problem, determining the appropriate strategy, applying the strategy and evaluating the accuracy of the solution and the result; and in the second problem, she used the stages other than the evaluation stage. It can be said that Semanur, whose mathematics achievement was “adequate,” did not follow Polya’s (1957) problem solving stages in both mathematics problem solving processes; she did not use the stages of understanding the problem, determining the appropriate strategy, applying the strategy and evaluating the correctness of the solution and the result. In parallel with these results, in the study conducted by Yanbıyık et al. (2024) on 4th graders, it was concluded that students with “high” mathematical achievement performed all of the problem solving steps, those with “medium” achievement performed these steps incompletely, and one of the students with “low” achievement performed all of the problem solving steps. Umurbek and Özsoy (2020), in their study with 7th graders, stated that students’ tendency to use problem solving steps was low, especially that they proceeded to the implementation stage without realising the planning stage. Süzer (2021) stated that primary school students made the most mistakes in routine problems at the evaluation stage and reached a conclusion that supported the findings of this study. Considering these studies, it can be said that students with “very good” mathematics achievement generally use problem solving stages other than the evaluation stage (understanding the problem, making a plan and implementing the plan) during problem-solving activities. On the other hand, it can be said that students with “adequate” mathematics achievement do not follow the problem solving stages.

This situation may indicate that following the problem solving stages may be effective on mathematics achievement. Öztürk (2021) states that students' mistakes in mathematics lessons stem from their inability to read the problem correctly, while Memnun and İlksen Kanbur (2020) indicate that even students with a high level of reading comprehension experience problems in the solution verification stage in their study with third-grade primary school students. Ataman (2018), on the other hand, emphasised that students need to improve their planning skills in order to become good problem solvers. Özsoy (2005) revealed that there is a significant and positive relationship between mathematics achievement and problem solving skills. It is noteworthy that students with "adequate" mathematics achievement, as well as students with "very good and good" mathematics achievement, skipped the evaluation step. However, the evaluation step allows students to review how they solved the problem and to check whether they have made processing errors. Therefore, students' skipping this step can be seen as an important deficiency.

When examining the stages where students encountered difficulties in problem solving, Cihan, whose mathematics achievement was "very good," had no problems in the first problem, but had problems in the second problem at the strategy determination stage. This student, who made a mistake by applying the first solution that came to his mind, then reread the problem, chose the correct strategy and reached the correct result. Hatice, whose mathematics achievement was "good," had problems in the first problem. At every stage of the problem solution, she performed operations that were not suitable for the solution. Especially at the stage of understanding the problem, since there was no thought about what, where and when to use the data in the problem, this deficiency came to the fore in the other stages of the problem solution. In addition, the fact that the daily expressions in the problem were not understood by the student caused her to have problems in problem solving. According to Aرسال (2009), successful problem solvers can correctly express the mathematical structure of a problem and reach the solution using different strategies. After Hatice used inappropriate strategies in the solution process of the problem, with the help and guidance of the researcher, she developed a strategy suitable for the solution again and solved the problem correctly. Determining how students define a problem, understanding and evaluating their existing knowledge can contribute to problem solving and effective solutions can be achieved (Kükey, 2018). For this reason, being aware of what students understand from the problem and how to follow a process for its solution can play an effective role in achieving the correct result in mathematics problems. This student, whose mathematics achievement was "good," stated that he had solved a similar problem to the second problem before and did not have any problems at any stage of the given problem. Semanur, whose mathematics achievement was "adequate," had problems in both problems. She used expressions that were not suitable for the solution at every stage of the problem solution. This problem came to the fore at other stages of prob-

lem solving, especially at the stage of understanding the problem, since the expressions in the problem were not understood and there was no thought about how to use the data. During problem solving, students should be able to bring together the concepts and operations in the problem and use them in solving the problem (Bernardo, 1999). According to Rocha and Babo (2023), mathematical background influences success in solving mathematical problems, but does not determine students' reasoning ability regarding the problem. For this reason, even if students' mathematical background is weak, their ability to read and understand the information in the problem correctly and to reason is very important for problem solving. The existence of a positive relationship between reading comprehension level and problem solving skills is found in many studies (Boz, 2017; Gürsoy & Çeliköz, 2022). Goos, Galbraith, and Renshaw (2000) stated that the most important and first stage in problem solving is reading comprehension. In cases where this stage is not successfully realised, students will reach meaningless results by randomly using the numbers given in the problem. In addition to being the first stage of problem solving, problem comprehension is also the key for other stages. (Ergen, 2018; Van de Walle, et al., 2021).

In the study of Memnun and Kanbur (2019), it was shown that students with low reading comprehension levels had problems in all steps of problem solving, while students with high reading comprehension level were successful in problem solving stages. However, they generally had problems in the control of the solution according to their reading comprehension level. After Semanur's incorrect thoughts and strategy selection regarding the solution of the problem, it was observed that with the help and guidance of the researcher, she developed a strategy suitable for the solution again and solved the problem correctly. This situation can indicate that students with low mathematics achievement should develop metacognitive skills, such as reading comprehension, associating given information, and multidimensional thinking (Ergen, 2020). Gürbüz and Güder (2016) stated that teachers use only certain strategies in problem solving. Instead of using fixed strategies to solve problems correctly, there is a need for a process that can be achieved by better understanding the problem-solving process (Bülbül, Elçi, Güler, & Güven, 2021). These studies indicate the necessity of activities and applications that will help students understand what they read and provide appropriate information about problem-solving processes. Similar to these results, Gökkurt et al. (2015) found that students were generally not sufficient in the stages of understanding the problem, making a plan and evaluation. However, most of the students who determined the correct strategy did not have difficulty in the implementation of the plan. Similarly, in Prince and Felder's (2006) study, it was stated that students generally had difficulties in the stages of understanding the problem and developing solution strategies. According to these results, students have difficulties in the steps of understanding the problem and making a plan, and accordingly, they cannot reach the correct result.

## RECOMMENDATIONS

This study found that students with very good and good mathematics achievement followed the problem-solving stages. However, students with sufficient mathematics achievement did not follow the problem solving stages. Accordingly, it can be suggested that teachers should emphasise that problem solving should be done by following certain stages and which processes these stages include during problem-solving activities for students with sufficient mathematics achievement.

Students in this study generally did not use the evaluation stage. It was determined that students with “adequate” mathematics achievement did not follow any stage in problem solving. Accordingly, it can be suggested that teachers should emphasise the evaluation stage during problem-solving activities. For students with “adequate” mathematics achievement, they should provide sample solutions by specifying all stages of problem solving.

In this study, it was determined that students had difficulty in the steps of understanding the problem and making a plan. Accordingly, this finding suggests that students should read books to improve their reading comprehension skills and use reading comprehension strategies during reading. Teachers, on the other hand, can be advised to conduct frequent reading comprehension activities and include reading comprehension strategies during these activities.

Given its clinical interview design, the study did not aim to produce generalisable results. . Generalisable results could be obtained using different research designs.

### CONFLICT OF INTEREST

The authors declare that there is no personal or financial conflict of interest related to this study.

### AUTHOR CONTRIBUTIONS

Study Design: YE(50%), ÖA(50%)

Data Collection: YE(50%), ÖA(50%)

Statistical Analysis: YE(50%), ÖA(50%)

Manuscript Preparation: YE(50%), ÖA(50%)

## REFERENCES

- Ahdhianto, E., Marsigit, H., Haryanto, & Nurfaui, Y. (2020). Improving fifth-grade students' mathematical problem-solving and critical thinking skills using problem-based learning. *Universal Journal of Educational Research*, 8(5), 2012-2021.
- Altun, M. (2018). *Mathematics teaching in primary schools*. Bursa: Aktüel.
- Arsal, Z. (2009). The power of problem solving strategies to predict problem solving success. *Abant İzzet Baysal University Journal of Faculty of Education*, 9(1), 103-113.
- Artut, P. D., & Tarım, K. (2006). Investigation of solution strategies and error types of elementary school students' levels of solving non-routine verbal problems. *Çukurova University Journal of Institute of Social Sciences*, 15(2), 39-50.
- Ataman, M. (2018). Open up, I'm the teacher. Ankara: Elma Publishing House.
- Baki, A. (2008). *Mathematics education from theory to practice*. Ankara: Harf Eğitim.
- Baş, G., & Kivılcım, Z. (2013). The relationship between high school students' reflective thinking skills towards problem solving and their academic achievement in mathematics and geometry courses. *Ahi Evran University Kırşehir Faculty of Education*, 14(3), 1 - 17.
- Baykal, M. (2014). *Examining the book of mathematics teaching in primary education 6-8th grades*.
- Bernardo, A. B. I. (1999). Overcoming obstacles to understanding and solving word problems in mathematics. *Educational Psychology*, 19(2), 149-163. <https://doi.org/10.1080/0144341990190203>
- Boz, I. (2018). Investigation of the relationship between reading comprehension level of 4th grade primary school students and their success in solving mathematics problems. *Journal of Human and Social Sciences*, 1(1), 40-53.
- Bülbül, B. Ö., Elçi, A. N., Güler, M., & Güven, B. (2021). Determining the strategies of prospective mathematics teachers for solving geometry problems in computer-assisted environments. *Dokuz Eylül University Buca Faculty of Education Journal*, (51), 403-432.
- Çelebioğlu, B. (2009). The levels of using problem solving strategies of primary school first grade students. (Unpublished master's thesis). Uludağ University, Institute of Social Sciences, Bursa.
- Dölek, S. (2018). *Examination of problem solving and construction studies of primary school fourth grade students* (Doctoral dissertation, Necmettin Erbakan University, Turkey).
- Erdoğan, A., & Erdoğan, E. (2013). Making elementary school students experience mathematical processes in the light of didactic situations theory. *Journal of Ahi Evran University Kırşehir Faculty of Education*, 14(1), 17-34.
- Ergen, Y. (2018). Problem solving/construction strategies and applications in primary school. In Y. Ergen (Ed.), *Developing Mathematics Problem Solving and Construction Skills: Teacher/Parent Handbook* (131-168) in. Eğitim Kitabı
- Ergen, Y. (2020). Does mathematics fool us?: A study on fourth grade students' non-routine maths problem solving skills. *Issues in Educational Research*, 30(3), 845-865.
- Felmer, P., Pehkonen, E., & Kilpatrick, J. (Eds.). (2016). *Posing and solving mathematical problems: Advances and new perspectives*. Springer.
- Forgan, J. W. (2003). *Teaching problem solving through children's literature*. Libraries Unlimited.
- Friel, S. N., & Markworth, K. A. (2009). A framework for analyzing geometric pattern tasks. *Mathematics teaching in the Middle school*, 15(1), 24-33.
- Goldin, G. (1998). Observing mathematical problem solving through task based interviews. In A. Teppo (Ed.), *Qualitative research methods in mathematics education* (pp. 40-62). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Gooding, S. (2009). Children's difficulties with mathematical word problems. *Proceedings of the British Society for Research into Learning Mathematics*, 29(3), 31-36.
- Goos, M., Galbraith, P., & Renshaw, P. (2000). A money problem: a source of insight into problem solving action. *International Journal for Mathematics Teaching and Learning*, 1-21.
- Gökkurt, B., Örnek, T., Hayat, F., & Soylu, Y. (2015). Evaluation of students' problem solving and problem posing skills. *Bartın University Journal of Faculty of Education*, 4(2), 751-774.
- Gürbüz, R., & Güder, Y. (2016). Strategies used by mathematics teachers in problem solving. *Ahi Evran University Kırşehir Faculty of Education Journal*, 17(2), 371-386.
- Gürsoy, S. E., & Çeliköz, N. (2022). The effect of 2nd grade primary school students' reading comprehension skills in Turkish course on their problem solving skills in mathematics course. *International Journal of Social and Educational Sciences*, (17), 78-96.
- Heller, P., Keith, R., & Anderson, S. (1992). Teaching problem solving through cooperative grouping. Part 1: Group versus individual problem solving. *American Journal of Physics*, 60(7), 627-636.

- İlhan, A., Gemcioğlu, M., & Poçan, S. (2021). The relationship between secondary school students' mathematics attitudes and perceptions towards problem solving and their mathematics achievement. *Muğla Sıtkı Koçman University Journal of Faculty of Education*, 8(1), 1-15.
- Kaya, D. (2019). Problem Solving Skills Related to Area Measurement of 6th Grade Students'. *International Journal of Educational Studies in Mathematics*, 6(4), 144-171.
- Kayan, F., & Çakıroğlu, E. (2008). Pre-service elementary mathematics teachers' beliefs about mathematical problem solving. *Hacettepe University Journal of Faculty of Education*, 35(35), 218-226.
- Kösece Loğoğlu, P. (2016). *The effect of mathematics teaching with activities based on polyanalytic problem solving method on mathematics problem solving achievements of primary school 4th grade students* (Master's thesis, Institute of Educational Sciences).
- Kükey, E. (2018). Investigating the mathematical thinking styles of secondary school students and the views of teachers and prospective teachers on this subject. *Unpublished Doctoral Dissertation*. İnönü University.
- MoNE. (2018). *Primary school mathematics curriculum and guide (1st, 2nd, 3rd, 4th, 5th, 6th, 7th and 8th grades)*. Presidency of the Board of Education and Discipline, Ankara.
- MoNE. (n.d.). *Report on LGS placement results*. Retrieved from <https://www.meb.gov.tr/lgs-yerlestirme-sonuclarina-iliskin-raporlar-erisime-acildi/haber/27091/tr>
- MoNE. (n.d.). *PISA 2018 Turkey preliminary report*. Retrieved from <https://pisa.meb.gov.tr/www/pisa-2018-turkiye-on-raporu-yayimlandi/icerik/3>
- MoNE. (n.d.). *TIMSS national report (2015)*. Retrieved from <https://timss.meb.gov.tr/www/raporlar/icerik/3>
- MoNE. (n.d.). *TIMSS national report (2019)*. Retrieved from <https://timss.meb.gov.tr/www/raporlar/icerik/3>
- MoNE. (n.d.). *Numerical information on YKS results*. Retrieved from <https://www.osym.gov.tr/TR,25647/2023-yks-sinav-sonuclarina-iliskin-sayisal-bilgiler.html>
- MoNE. (n.d.). *Turkish-mathematics-science student achievement monitoring research (TMF-ÖBA)-I: 2019 4th grade level*. Retrieved from <https://www.meb.gov.tr/2019-4sinif-seviyesi-turkce-matematik-fen-bilimleri-ogrenci-basari-izleme-arastirmasi-tmf-oba-sonuc-raporu-aciklandi/haber/19362/tr>
- Memnun, D. S. (2014). Fifth and sixth grade students' inability to solve verbal problems and their errors in problem solving. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education (TURCOMAT)*, 5(2), 158-175.
- Memnun, D. S., & Kanbur, N. I. (2020). Problem solving achievements of third grade students according to their reading skills and the difficulties they encounter in the solution process. *OPUS International Journal of Society Researches*, 15(22), 927-965.
- Merriam, S. B. (2013). *Qualitative research: A guide to design and application* (Translated from 3rd edition, Translation editor: S. Turan). Ankara: Nobel Publication Distribution.
- Özdışcı, S., & Katrançlı, Y. (2020). Investigation of problem solving and problem posing skills of secondary school students. *Journal of National Education*, 49(226), 149-184.
- Özsoy, G. (2005). The relationship between problem solving skills and mathematics achievement. *Gazi University Gazi Education Faculty Journal*, 25(3), 179-190.
- Öztürk, M. N. (2021). Analysis of mistakes made by eighth-grade students while solving questions. *Social Research and Behavioural Sciences*, 7(14), 238-256.
- Pesen, C., & Bindak, R. (2021). Problem solving teaching practices in primary school mathematics course. *Balkesir University Journal of Institute of Science and Technology*, 23(1), 173-186.
- Polya, G. (1957). *How to solve it: A new aspect of mathematical method* (F. Halatçı, Trans.). Istanbul: Sistem Publishing.
- Prince, M., & Felder, R. (2006). Inductive teaching and learning methods: Definitions, comparisons, and research bases. *Journal of Engineering Education*, 95(2), 123-138.
- Robinson, L. M. (2016). *An exploratory study of the factors related to successful mathematical problem solving on non-routine unconstrained tasks* (Unpublished doctoral dissertation). Temple University, USA.
- Rocha, H., & Babo, A. (2024). Problem-solving and mathematical competence: A look to the relation during the study of Linear Programming. *Thinking Skills and Creativity*, 51, 101461.
- Sanders, M., Kwok, M., & Gooden, M. (2025). What makes a math word problem solvable and clear? An analysis of pre-service teachers' two-step problem posing. *The Journal of Mathematical Behavior*, 80, 101267.
- Süzer, A. (2021). *Problem solving skills and processes of primary school students* (Master's thesis, Bartın University, Institute of Educational Sciences).
- Tao, X., Zhang, Y., Xie, Z., Zhao, Z., Zhou, G., & Lu, Y. (2025). Unifying the syntax and semantics for math word problem solving. *Neurocomputing*, 636, 130042.
- Tayfur, Y. C., & Kale, M. (2022). Investigation of the relationship between four operations and problem solving achievements of fourth grade primary school students. *Gazi University Gazi Faculty of Education Journal*, 42(3), 2569-2595.

- Temel, H., & Altun, M. (2020). Classification of problem solving strategies according to mathematical process skills. *International Journal of Educational Studies in Mathematics*, 7(3), 173-197.
- Temiz, D., & Çimen, E. E. (2017). Investigation of fifth grade students' ability to solve different types of problems. *Journal of Education and Instruction Research*, 6(4), 297-310.
- Ulu, M., Tertemiz, N., & Peker, M. (2016). The effect of reading comprehension and problem solving strategies training on non-routine problem solving success of 5th grade primary school students. *Afyon Kocatepe University Journal of Social Sciences*, 18(2), 303-340.
- Umurbek, M., & Özsoy, N. (2020). Investigation of seventh grade students' process of solving algebraic verbal problems.
- Van de Walle, J. A., Karp, K. S., & Bay-Williams, J. M. (2021). *Elementary and middle school mathematics*. Pearson.
- Yanbıyık, S., Arslan, Ü., Ayhan, O., Karatosun, L., Solak, G., Ceylan, E., ... & Akbulut, G. (2024). Determination of 4th Grade Students' Application of Problem Solving Steps: Fermi Problems Applications. *Journal of Scientific Research in Turkey*, 9(1), 50-60.
- Yeşilova, Ö. (2013). *Primary school 7th grade students' behaviours in problem solving process and problem solving success levels* (Doctoral dissertation). Marmara University.
- Yıldırım A. and Şimşek, H. (1999). *Qualitative Research Methods in Social Sciences*. Ankara: Seçkin Publishing House.
- Yurtseven, R., & Ocak, G. (2021). Investigation of problem solving skills of 4th grade primary school students. *International Journal of Social Science Research*, 10(1), 16-34.

