



A decomposition-based solution for shelf space allocation and assortment optimization with space elasticity, substitution effects and multiple facing options for the retail sector

Dilek Tüzün Aksu^{1,2*}, Bahadır Durak², Didem Civelek², Selin Tortop²

¹Department of Industrial Engineering, Faculty of Engineering, Yeditepe University, 34755, İstanbul, Türkiye

²Obase R&D Center, 34771, İstanbul, Türkiye

Highlights:

- An assortment optimization model considering substitution effects, facing options, and store-wise constraints
- Decomposition based approach for solving high complexity assortment optimization problem
- An optimization software that includes realistic constraints and conditions of the retail sector and produces results in a reasonable time

Keywords:

- Assortment Planning
- Decomposition
- Mathematical Modeling
- Integer Programming
- Product Substitution

Article Info:

Research Article

Received: 12.12.2024

Accepted: 14.06.2025

DOI:

10.17341/gazimmfd.1600434

Acknowledgement:

This study was funded by the Scientific and Technological Research Council of Turkey (TUBITAK) TEYDEB 1501 Grant No: 3211063

Correspondence:

Author: Dilek Tüzün Aksu
e-mail: dtuzun@yeditepe.edu.tr
phone: +90 532 254 6911

Graphical/Tabular Abstract

We propose a decomposition-based solution approach for assortment optimization in the retail sector as illustrated in Figure A. In this solution, we first assign each product considered as a candidate for the assortment to a product category that contains all products that can be substituted with it. Next, for each of these product categories, an Assortment Optimization Model (AOM) is run under various shelf capacity settings that are feasible for that category to create alternative assortment solutions for that category. As a result of these runs, an optimal objection function value (profit, revenue, sales volume, etc.) is obtained for each category under each shelf capacity option for that category. In the final step, the result from the previous step is provided as an input for the Capacity Allocation Model (CAM) to allocate the total shelf capacity among all categories and determine the optimal assortment for the entire store. The new software developed based on the proposed methodology provides category managers with a scientific approach to optimize their product assortments. Given the simplistic rule-based solutions available in the current assortment software, this software offers retailers an opportunity to increase sales and minimize operating costs by improving their assortment.

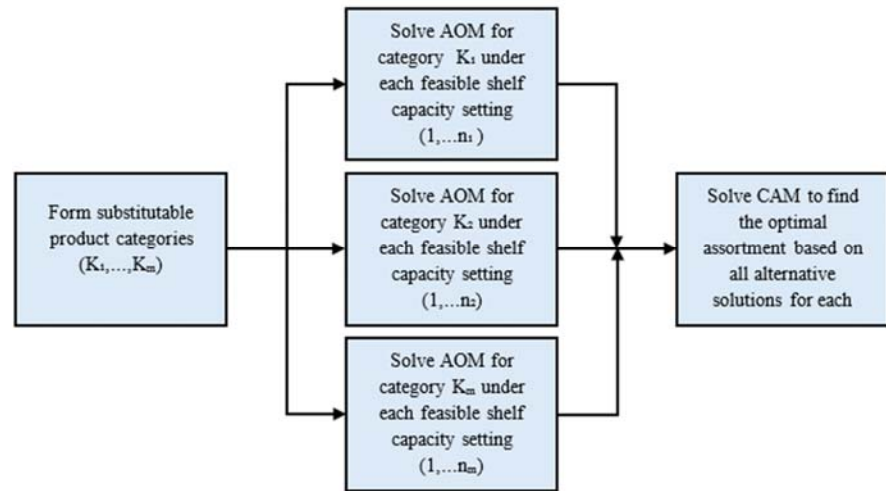


Figure A. Decomposition based solution approach for the Retail Assortment Optimization Problem

Purpose: Product variety has increased significantly in recent years, making it increasingly difficult for retailers to determine the optimal product assortment to be displayed in their stores given the limited shelf space available. We model an assortment problem with product substitution and facing options to optimize the storewide product assortment of a retailer. The objective is to determine which categories and products to include in the assortment and how many facings of each product to be displayed on the shelves to maximize the total profit (net sales revenue – replenishment cost).

Theory and Methods: Due to high computational complexity, we solve the retail assortment problem using a decomposition approach which first optimizes each category under a set of possible shelf capacity options and then allocates the total shelf space among all categories using a category allocation model.

Results: Using a full factorial experimental design, we show that the proposed approach can yield the optimal assortment for realistic size problems within reasonable CPU time.

Conclusion: Unlike current applications that rely on simplistic rules, the new software offers scientific decision-making that can optimize category management to boost sales revenues and minimize replenishment costs.



Perakende sektörü için alan esnekliği, ikame ürün etkileri ve farklı ön yüz seçeneklerini dikkate alan ayrıştırma bazlı bir mağaza çapında raf alanı atama ve portföy optimizasyonu çözümü

Dilek Tüzün Aksu^{1,2*}, Bahadır Durak², Didem Civelek², Selin Tortop²

¹Yeditepe Üniversitesi, Mühendislik Fakültesi, Endüstri Mühendisliği Bölümü, 34755, İstanbul, Türkiye

²Obase Ar-Ge Merkezi, 34771, İstanbul, Türkiye

ÖNEÇIKANLAR

- Raf alanı atama ve portföy optimizasyonu probleminin entegrasyonu
- Tamsayı programlama ve ayrıştırmaya dayalı çözüm yöntemi
- Perakende sektörüne yönelik bir optimizasyon yazılımı

Makale Bilgileri

Araştırma Makalesi

Geliş: 12.12.2024

Kabul: 14.06.2025

DOI:

10.17341/gazimmfd.1600434

Anahtar Kelimeler:

Ürün portföy optimizasyonu, ayrıştırma methodu, matematiksel model, tamsayı programlama, ikame etkisi

ÖZ

Perakende sektöründe ürün çeşitliliği son yıllarda büyük artış göstermiş, bu da perakendecilerin binlerce hatta onbinlerce ürün arasında kısıtlı raf kapasitesi altında mağazadaki toplam raf alanının ürün kategorileri arasında nasıl paylaşılacağı ve her bir kategoride yer alacak ürün portföylerini ürünleri belirlemelerini giderek zorlaştırmıştır. Bu kararı etkileyen önemli bir faktör ikame etkisi olarak adlandırılan benzer ürünler arasındaki talep geçişkenliğidir. Müşteriler aradıkları ürünü mağazada bulamadıkları durumda belli oranda benzer ürünleri satın alabilmektedir. Ancak ikame etkisinin seviyesinin ölçülmesi zor olduğu gibi bu etkinin portföy optimizasyonunda göz önünde bulundurulması da kurulan modellerin karmaşıklığını artırmaktadır. Ürün portföyünün belirlenmesinde hangi ürünlerin sergileneceğinin yanı sıra kısıtlı raf kapasitesi altında her üründen kaçar adet ön yüze yer verileceği de müşteri talebini ve operasyonel stok yenileme maliyetini etkileyen önemli bir karardır. Bu çalışmada, ikame ürün etkileri, farklı ön yüz seçenekleri, sergilenen ürün sayısına bağlı alan esnekliği ve bunlardan doğan stok yenileme maliyetlerinin göz önünde bulundurulduğu bir mağaza çapında raf alanı atama ve portföy optimizasyon problemi ele alınmıştır. Bu problemin yüksek karmaşıklıkta olmasından dolayı iki aşamalı bir ayrıştırma yaklaşımı ile çözüme gidilmiştir. Bu yaklaşım sayesinde gerçekçi boyutta raf alanı atama ve portföy optimizasyon problemlerinin makul sürelerde çözülebildiği gözlemlenmiştir.

A decomposition-based solution for shelf space allocation and assortment optimization with space elasticity, substitution effects and multiple facing options for the retail sector

HIGHLIGHTS

- An assortment optimization model considering substitution effects, facing options, and store-wise constraints
- Decomposition based approach for solving high complexity assortment optimization problem
- An optimization software that includes realistic constraints and conditions of the retail sector and produces results in a reasonable time

Article Info

Research Article

Received: 12.12.2024

Accepted: 14.06.2025

DOI:

10.17341/gazimmfd.1600434

Keywords:

Assortment planning, decomposition, mathematical modeling, integer programming, product substitution

ABSTRACT

Product variety in the retail sector has increased significantly in recent years, making it increasingly difficult for retailers to determine how to allocate total shelf space across product categories within a store, even when faced with limited shelf capacity, and to determine the product portfolios to include within each category, considering thousands or even tens of thousands of products. A key factor influencing this decision is the shift in demand between similar products, known as the substitution effect. Customers may purchase similar products to a certain extent if they cannot find the product they are looking for in the store. However, the level of substitution effect is difficult to measure, and considering this effect in portfolio optimization increases the complexity of the models developed. In addition to determining which products to display in the product portfolio, the number of front-end displays, as well as the number of front-end displays, are also important decisions affecting customer demand and operational inventory replenishment costs. This study addresses a store-wide shelf space allocation and portfolio optimization problem that considers the effects of substitute products, different front-end options, space flexibility due to the number of products displayed, and the resulting inventory replenishment costs. Due to the high complexity of this problem, a two-stage decomposition approach was employed. It has been observed that thanks to this approach, realistic sized shelf space allocation and portfolio optimization problems can be solved in reasonable times.

*Sorumlu Yazar / Yazarlar / *Corresponding Author / Authors: *dtuzun@yeditepe.edu.tr, bahadir_durak@yahoo.com, didemcivelek@gmail.com, selin.tortop@obase.com / Tel: +90 532 254 6911

1. Giriş (Introduction)

Perakende sektörü, müşterilere her kategoride geniş bir ürün yelpazesi sunulmasıyla öne çıkmaktadır. Mağazalarda bulunan sınırlı raf kapasitesi göz önüne alındığında, perakende şirketlerinin vermesi gereken iki önemli karar mağazalarda her kategoriye ne kadar raf alanı ayrılacağına belirlenmesi ve ayrılan bu alanda her bir kategorinin portföyünde yer alacak ürünlerin seçilmesidir. Kategoriyeye ayrılan raf kapasitesi sergilenen ürün çeşitliliği, stokların yenilenmesinden doğan operasyonel maliyet, kategori ciro ve karlılığı üzerinde etkili olduğu için bu iki kararın bütünleşik olarak alınarak ürün portföylerinin mağaza çapında optimize edilmesi uygun olacaktır. Ancak bütünleşik problemin yüksek karmaşıklıkta olmasından dolayı gerek pratikte gerekse teoride aşamalı çözüm yaklaşımları öne çıkmaktadır [1]. Perakendeciler tarafından ele alınması gereken bir diğer kritik konu da rafa yerleştirilecek her bir üründen kaçar adet sergileneneğinin belirlenmesidir. Hızlı tüketilen bir üründen rafta sınırlı sayıda bulundurmamak yok satma riskini artırır ve mağaza yöneticileri için sık sık stok yenilenmesi gibi operasyonel zorluklar doğurur [2]. Bir üründen çok fazla birim bulundurmamak, daha düşük yenileme maliyetlerine ek olarak aynı zamanda daha fazla *ön yüzün* (teşhirdeki görünür birim sayısı) sergilenmesine olanak tanır; bu da ürünün görünürlüğünü artırır ve müşterilerin ürünü kolayca bulmasını sağlayarak ürünün talebini artırır. Sergilenen önyüz sayısı ile ürüne olan talepteki artış alan esnekliği olarak adlandırılır [3]. Eisend [4] tarafından 2014 yılında yapılan ve 1.268 alan esnekliği ölçümünü içeren bir meta-analizde alan esnekliğinin ortalama %17'lik bir etki yaptığı tespit edilmiştir. Ayrıca araştırmalar, yüksek ürün çeşitliliğinin satışları azalttığını göstermektedir [5, 6]. Şöyle ki, sınırlı sayıda alternatif arasında seçim yapılabildiğinde müşterilerin satın alma olasılığı daha yüksek olabilmektedir [7]. Boatwright ve Nunes [5] tarafından 42 kategori üzerinde yapılan bir çalışma, çeşitlilikteki kapsamlı bir azalmanın (%54'e kadar) satışları ortalama %11 oranında artırdığını göstermektedir. İlk olarak Corstjens ve Doyle [8] tarafından ortaya atılan çapraz-alan esnekliği ise bir ürünün talebinin beraber sergilediği diğer ürünlere ayrılan alandan etkilenme seviyesini ölçer. Ancak Eisend [4] tarafından yapılan meta-analizde bu etkinin son 40 yılda yapılan çalışmaların sadece beşinin bu etkiyi saptadığını belirtilmiş ve ortalama çapraz-alan esnekliğini-0.016 olarak hesaplamıştır. Schaal ve Hübner [9] ise çapraz-alan etkisinin sergilenen önyüz sayısı üzerinde kayda değer etki yapabilmesi için bu değerden çok daha yüksek gözlemlenmesi gerektiğini göstermiştir.

Kategori bazında ikame ürün etkileri, ürün portföy optimizasyonunda önemli bir etkidir. Müşterinin istediği ürün mevcut değilse, müşteri bu ürünü farklı marka veya boyuttaki başka bir ürünle ikame etmeyi seçebilir. İkame oranları ürüne göre değişmekle birlikte, geçmiş araştırmalar talebin %84'e varan bir kısmının aynı marka veya diğer markaların ürünleriyle ikame edilebildiğini göstermektedir [10-12]. Un gibi yüksek ikame oranına sahip ürünler için birkaç seçenek sunmak satışlarda önemli bir düşüşe neden olmayabilir. Ancak, kahve gibi markaya duyulan sadakatin yüksek olduğu kategorilerde, yüksek kaliteli bir müşteri hizmeti sağlamak için mağazanın geniş bir ürün yelpazesine sahip olması gerekir. Bu nedenle, ürün portföy planlanması, müşteriye iyi bir seçki sunmak için kategori düzeyinde ikame etkilerini hesaba katmalıdır.

Perakendeciler mağaza bazında da farklı talep modelleriyle karşılaşmakta ve bu da yerel müşterilerin beklentilerini karşılamak için ürün portföyünü mağaza düzeyinde belirlemelerini gerektirmektedir. Belirli bir mağaza için bile ürün yelpazesi, yeni gelen ürünler, sezonluk ürünler veya değişen müşteri tercihleri gibi pazar dinamiklerinde meydana gelen birçok değişikliğe bağlı olarak yenilenmelidir.

Tüm bu faktörler göz önünde bulundurulduğunda, mağaza çapında ürün portföy planlaması, perakendecilerin önemli ölçüde zaman ve çaba harcadığı karmaşık bir süreçtir. Ürün portföy revizyonları genellikle zaman içerisinde küçük çaplı değişiklikler şeklinde gerçekleştirilmekte, bu nedenle bütünleşik ve optimal bir portföy yönetimi mümkün olmamaktadır. Bir mağazadaki ürün portföyünün optimize edilmesi, birçok faktörün dikkatle değerlendirilmesini ve pazar dinamiklerini göz önünde bulundurarak revize edilmesini gerektirir. Bu durum, karar verme sürecini otomatikleştirebilecek ve daha iyi kararlar alınmasına olanak sağlayan optimizasyon yazılımlarına duyulan ihtiyacı ortaya çıkarmaktadır. Temel optimizasyon modellerinin hesaplama karmaşıklığının yüksek olması nedeniyle, ticari ürün portföy optimizasyonu yazılım örnekleri genellikle basit kurallara dayanan sezgisel çözüm yaklaşımlarına dayanmaktadır [13, 14]. Literatür özetinde detaylandırıldığı üzere bu alanda yapılan çalışmalar büyük ölçüde kategori bazında raf planlama ve portföy optimizasyonuna yönelik olup mağaza bazında raf alanı tahsisini konu alan sınırlı sayıda çalışma mevcuttur. Kapsamlı veri gereksinimleri ve yüksek karmaşıklıkta modelleme ve çözüm yaklaşımları nedeniyle bu çalışmaların pratikte uygulanabilirliği sınırlıdır. Sonuç olarak, kategori yönetimi alanındaki karar destek sistemleri çoğunlukla en son teknoloji optimizasyon modellerini kullanmamaktadır [15]. Bu çalışmada, mağaza çapında kategorilere tahsis edilecek raf alanlarını belirleyen ve bu kapasiteler altında ürünler arasındaki talep geçişkenliğini ve operasyonel etkileri hesaba katarak ürün portföylerini belirleyen bir optimizasyon problemi ele alınmıştır. Ortaya çıkan problem gerçekçi boyuttaki problem örnekleri için zorlayıcı olduğundan, makul bir süre içinde yüksek kaliteli çözümler sağlayan ayrıştırma tabanlı bir çözüm yaklaşımı geliştirilmiştir.

2. Literatür Çalışması (Literature Review)

Perakende ürün portföy planlaması, ürün çeşitliliğinin artan karmaşıklığı ve fiziksel raf alanı kısıtlamalarının getirdiği sınırlamalar nedeniyle kapsamlı araştırmalara konu olmuştur. Bu konudaki literatür genel olarak birbirleriyle ilişkili üç alana ayrılabilir: (1) mağaza yerleşim planlaması, (2) kategori bazında alan planlaması ve (3) ürün düzeyinde ürün portföyü ve raf alanı kararları [16]. Mağaza yerleşim planlaması, mağaza bölümlerinin (örneğin temizlik malzemeleri) mağaza içindeki konumlarının ve boyutlarına ilişkin alt ve üst sınırların tanımlandığı süreçtir. Bu süreç perakendecinin genel stratejisi ve pazarlama felsefesi uyarınca uzun vadeli olarak belirlenir. İkinci aşamada genellikle yıllık olarak her bölümde yer alan kategorilerin (örneğin deterjanlar) büyüklüklerinin belirlendiği kategori alan planlanması yapılır. Son alanda ise kategori bazında raflarda yer alacak ürün portföyünün ve portföydeki her ürüne ayrılan alanın belirlenmesine ilişkin kararlar yer alır. Aşağıda bu üç alandaki çalışmalara ilişkin literatür özetlenmiş ve bu makaledeki çalışmanın katkısı mevcut literatüre kıyasla ortaya konmuştur.

Mağaza yerleşimi ve mağaza alanının planlanmasına ilişkin ilk çalışmalardan birinde Campo vd. [17] her bölümün mağaza içindeki satış payına, boyutuna ve konumuna bağlı çekim faktörlerini dikkate alarak bölüm boyutlarını ve konumlarını belirlerler. Bölüm bazlı veriler ışığında yapılan bu çalışmada ürünlere ilişkin ayrıntıllı yer almadığından ürünler arası ikame etkileri gibi hususlar dikkate alınmaz. Botsali vd. [18] izgara, kıvrımlı ve merkez-uç (grid, serpentine ve hub-and-spoke) olmak üzere farklı mağaza düzeni tasarımlarını inceleyerek bu tasarımların dürtüsel satın alma (impulse buying), gelir ve müşteri seyahat mesafesi üzerindeki etkilerini analiz eder. Ghoniem vd. [19], dürtüsel satın almayı maksimize etmek amacıyla ürünlerin raflara yerleştirildiği bir sırt çantası problemi önerirler, [20]'de ise bu problemin büyük boyutlu örneklerini çözmek

için bir değişken komşuluk araması metasezgiseli geliştirirler. Flamand vd. [21] ise [19]'daki yaklaşımı kategori gruplarına uyarlayarak her kategori grubunun mağazadaki konumunu belirler, her grup içerisinde yer alan kategorilerin pozisyonlarına ve raf alanlarına karar verir. Bunu takip eden bir çalışmada ise [22], önceki çalışmalarını kategorilerin mağazada yer alıp almaması kararını içerecek şekilde genişletirler. Özgörmüş ve Smith [23]'ün çalışması bölüm seviyesinde bir yerleşim problemine odaklanarak yerleşim düzenine ilişkin kurallara istinaden bölümlerin mağazadaki konumlarını belirlerler. Bu çalışmada alan esnekliği ve dürtüsel satın alma oranları kategori düzeyinde dikkate alınmakla beraber ürün düzeyindeki veriler kapsam dışı bırakılmıştır. Adı geçen çalışmalar genel olarak dürtüsel satın alma etkileri ışığında bölüm ve kategorilerin konum ve sıralamalarını konu almaktadır. Bu çalışmalarda ürün seviyesinde detaylar yer almadığından kategori karlılıklarının hesaplanmasında ikame esnekliği gibi etkiler dikkate alınmaz. Kategorilere ayrılan alanın kategoriden elde edilen kar üzerinde etkisi göz ardı edilerek kategori konum ve alanının dürtüsel satın alma üzerindeki etkilerine yoğunlaşılır.

Literatürde ürün portföy planlamasının farklı yönlerini ele alan çok sayıda çalışma bulunmaktadır. Bu alandaki literatür hakkında genel bir değerlendirme için Hübner ve Kuhn [14], Shin vd. [24] ve Kök vd. [15], Karampatsa vd. [25] Bianchi-Aguiar vd. [26], Heger ve Klein [27] tarafından yapılan derleme makaleleri incelenebilir. Kök vd. [15] göre, ürün portföy planlaması yapılabilmesi için öncelikle ürün portföyünde bulundurulmaya aday her bir ürüne yönelik talebi ölçen bir talep modeline ihtiyaç duyulmaktadır. İkame edilebilir ürünler söz konusu olduğunda, literatürde talep modellemesi için iki ana araştırma damarı mevcuttur. İlk grupta yer alan fayda temelli modeller, her müşterinin her ürüne bir fayda atadığını ve faydasını en üst düzeye çıkaran ürünü seçtiğini varsayan çok terimli logit (MNL) modelini temel alır [28-32].

Alternatif olarak, ikinci gruptaki dışsal talep modelleri ise doğrudan her bir ürüne olan talebi ve talep edilen ürünün mağazada bulunmaması durumunda bu talebin nasıl ikame edileceğini belirtir. Smith ve Agrawal [33] ile Kök ve Fisher [34] dışsal talebi kullanan ilk çalışmalara imza atmışlardır. Smith ve Agrawal [33], ürün ikamesi ve envanter seviyelerini hesaba katan dışsal talepli bir model önermektedir. Bu makalede önerilen çok ürünlü gazete satıcısı modeli, her bir ürünün stok seviyesini kullanıcı tarafından tanımlanan hizmet seviyelerine ulaşacak ve beklenen toplam kârı maksimize edecek şekilde belirler. Yazarlar bu doğrultuda hem ürün portföyü dışı hem de stok dışı ikameleri dikkate alan ve ilk tercih olasılıklarına dayalı bir dışsal seçim modeli kullanmışlardır. Kök ve Fisher [34] ise, Smith ve Agrawal'a [33] benzer bir ikame yaklaşımı kullanarak raf kapasite kısıtı altında, dışsal talebe bağlı olarak toplam kârı maksimize etmeyi hedefleyen başka bir ürün portföy modeli geliştirmiştir. Bu çalışmada ikame sürecinin modellenmesi Smith ve Agrawal [33] ile benzerdir, bu modelde ek olarak mağazadaki mevcut raf kapasitesi uyarınca ürün portföyüne dahil edilecek ön yüz sayıları da belirlenmektedir. Ortaya çıkan modelin karmaşıklığı nedeniyle, her bir ürün için ön yüz sayısı tekrarlı bir sezgisel yöntem ile belirlenmekte, her bir alt kategoriye ayrılacak yere karar vermek için ise bir yerel arama algoritması kullanılmaktadır.

Kök vd. [15] göre, alternatif ürünler arasındaki ikameler, her bir alternatif için ikame olasılığını gösteren bir ikame olasılık matrisi kullanılarak modellenmektedir. Bu matris, rastgele, bitişik, alt grup içeren ve orantılı ikame dahil olmak üzere birçok farklı senaryoyu yansıtabilecek şekilde oluşturulabilir. Önerilen çalışmada, ikame edilen ürün talebinin alternatif ürünler arasında pazar paylarına göre dağıtıldığı orantılı ikameyi varsayan bir dışsal talep modeli kullanılmaktadır. Ürün portföy literatüründe, perakende sektöründeki ikame davranışının modellenmesinde oransal ikame sıklıkla

kullanılmaktadır [33, 35- 37]. Bu modellerde kullanılacak ikame oranları ya doğrudan tüketici anketleri ya da işlemsel verilerle tahmin edilmektedir [34, 38].

Hübner ve Kuhn'un [14] belirttiği üzere, portföy optimizasyonu alanında yer alan araştırmalar ele aldıkları sorular açısından iki geniş kategoriye ayrılabilir. İlk kategori, tüketici davranışına ve ikame etkilerine dayalı olarak listelenecek ürünleri belirleyen ürün portföy planlama modellerini içerir. [28, 33, 34, 39]. Bu alanda geliştirilen modellerin hesaplama karmaşıklığı nedeniyle, bu çalışmalarda dikkate alınan ortalama ürün sayısı oldukça sınırlıdır (30'dan az).

İkinci kategoride yer alan raf alanı planlama modelleri, alan esnekliği etkilerine, sınırlı raf alanına ve operasyonel stok yenileme kısıtlarına dayalı ön yüz seçeneklerini ve stok yenileme kararlarını içerir. Bu kategorideki çalışmalar, raf teşhirinin müşteri talebi üzerindeki etkisini yansıttığı için daha gerçekçidir, ancak çözülebilecek problem örneklerinin boyutu, ek mekansal hususlar ve envanter hususlarıyla ilgili yüksek karmaşıklık nedeniyle hala sınırlıdır.

Önyüz sayısına bağımlı talebi dikkate alan ilk raf alanı planlama modellerinden biri, Hansen ve Heinsbroek [40] tarafından geliştirilmiştir. Bu çalışmada, minimum stok miktarları, tam sayı kısıtları ve alan elastikiyetleri gibi çeşitli kısıtlamaları göz önünde bulunduran doğrusal olmayan bir model formüle edilmiş; çözüm için ise Lagrangian gevşetme yöntemi kullanılmıştır. Corstjens ve Doyle [8] ise alan ve çapraz-alan elastikiyetlerini göz önünde bulunduran, alan elastik gelirlerini kapsamlı şekilde modelleyen ve perakende kârını maksimize etmeyi amaçlayan sınırlı raf alanı modelini önermiş ve geometrik programlama yöntemiyle çözmüştür. Alan elastik talebin bir diğer deterministik modeli Zufryden [41] tarafından geliştirilmiş ve dinamik programlama ile çözülmüştür.

Raf alanının iki boyutlu ele alındığı çalışmalardan Yang ve Chen [42] ise sınırlı önyüz sayısı altında alan ve talep arasındaki doğrusal bir elastiklik varsayımıyla iki boyutlu (yatay ve dikey) tahsis etkilerini içeren bir raf alanı planlama problemi tanımlamıştır. Yang [43], bu problem için sırt çantası sezgisel bir algoritması önermiş ve yalnızca basitleştirilmiş problem versiyonları için optimal çözümler elde edebilmiştir. Lim vd. [44], Yang'ın çalışmalarını temel alarak meta-sezgisel optimizasyon yöntemleri kullanmıştır. Hwang vd. [45], ürünler arasındaki komşuluk ilişkilerini ve çoklu raf segmentlerini dikkate alan bir talep fonksiyonu önermiştir. Hansen vd. [46], kâr fonksiyonuna detaylı lokasyon etkilerini entegre eden bir model geliştirmiştir.

Yakın zamanda literatürde raf yüksekliklerinin heterojen kabul edildiği çalışmalar da bulunmaktadır. Bai vd. [47], her birinin ayrı yükseklikte tanımlanabildiği birden fazla raf segmentinin mevcut olduğu bir model önermiştir. Bu çalışmaya benzer şekilde, Düsterhöft vd. [48] ile Hübner vd. [49], çoklu raf sistemleri ve farklı boyutlarda raf segmentleri içeren ilk modelleri geliştirmiştir. Bianchi-Aguiar vd. [50], ürün gruplaması ve sergileme yönü kısıtlarını dikkate alarak mağazacılık (merchandising) kurallarını entegre eden bir model formüle etmişlerdir. Geismar vd. [51], ürünlerin birden fazla raf seviyesi boyunca sergilenmesine olanak tanıyan iki boyutlu bir raf alanı optimizasyonu modeli geliştirmiş ve bu modeli ayrıştırma (decomposition) yaklaşımı ile çözmüştür. Hübner vd. [52] ise bu modeli ürün portföy ve ürün yerleşimi kararlarını da içerecek şekilde genişletmiştir. Yakın zamanda Hübner and Kuhn [1] periyodik ve ihtiyaca dayalı (ad-hoc) stok yenileme süreçlerinin dikkate alındığı kapsamlı bir raf alanı planlama karar destek modeli sunmuştur.

Bu çalışmada ele alınan portföy optimizasyonu problemi de yukarıda belirtilen raf alanı planlama başlığı altında değerlendirilebilir ancak model karmaşıklığını minimuma indirerek ticari bir yazılım olarak

uygulanabilir hale getirmek amacıyla literatürde en yaygın kullanılan yaklaşımlar benimsenmiştir. 2021 yılında yayınlanan Bianchi-Aguiar vd. [26] ait literatür tarama makalesinde bu alandaki çalışmalarda dikkate alınan özellikler detaylı olarak incelenmiştir. Bu makalede Tablo 3'te görüleceği üzere raf kapasitesi, ikame etkileri ve alan esnekliği birçok makalede göz önünde bulundurulmuş temel unsurlar olup, bu nedenle bu çalışmada da geliştirilen modele dahil edilmiştir. Öte yandan stok yenileme sürecini ayrıntılı olarak modellemek yerine, her ürün için ön yüz seçeneklerini dikkate alan ve stok yenileme maliyetlerini hesaba katan bir model önerilmiştir. Heterojen yükseklikte raflar ve iki boyutlu raf planlama gibi unsurlar da modelin uygulanabilirliğini korumak için kapsam dışı bırakılmıştır.

Literatürde mağaza çapında raf alanı planlaması ve ürün portföy optimizasyonu problemlerini bir arada ele alan sınırlı sayıda çalışma bulunmaktadır. Bildiğimiz kadarıyla bu kapsamdaki çalışmaların ilki Irion vd. [53] tarafından yapılmıştır. Bu çalışmada mağaza çapında bir raf kapasitesi bölümlenme ile alan ve çapraz alan esnekliğinin yanı sıra ikame etkisine sahip bir ürün portföy optimizasyonunu içeren bütünlük bir problem ele alınmış ve stok tutma ve yenileme maliyeti ise rafta bulunan ürün miktarı ve ürüne olan talep doğrultusunda modellenmiştir. Yüksek karmaşıklıkta bu problem için hiyerarşik bir ayrıştırma yaklaşımı önerilmiştir. Bu çerçevede öncelikle kategori bazında belli raf alanı seviyeleri için portföy optimizasyon modelleri çözülerek bunların sonuçları üzerinden raf alanı ile kar arasındaki ilişki regresyon ile modellenmiştir. Akabinde bu sonuçlar ışığında mağaza raf alanını kategorilere tahsis eden bir kar maksimizasyonu modeli geliştirilmiştir. Ancak, tahmin edilmesi gereken çok sayıda parametre ve ortaya çıkan modellerin karmaşıklığı, bu çalışmadaki modellerin pratikte uygulanmasını zorlaştırmaktadır. Bu çalışma ürün seviyesinde detaylara yer verilmesi ve kategorilere ayrılan alanın karlılığa etkisinin dikkate alınması açısından önemli olmakla beraber yer verilen kategori sayısının dokuz ile sınırlı kalması 50'nin üzerinde kategorinin bir arada planlanması gereken günümüz mağazaları için uygulanabilirliğini sınırlandırmaktadır.

Mağaza çapında raf alanı planlaması ve portföy optimizasyonu konularını bütünlük olarak ele alan bir diğer çalışma ise Ostermeier vd. [16] aittir. Bu çalışmada da Irion vd. [53] çalışmasındaki gibi alan esnekliği ve ikame etkisine dayalı bir talep modellemesi yapılmış ve benzer bir hiyerarşik bir ayrıştırma yaklaşımı kullanılmıştır ancak [53]'ten farklı olarak kategori bazlı farklı raf boyut seçenekleri dikkate alınmıştır. Stok yenileme maliyeti ise ana modele dahil edilmemiş, daha yüksek karmaşıklıkta olan versiyonda dikkate alınmıştır. Oluşturulan algoritma kapsamında öncelikle her kategori için olası her raf boyut seçeneği uyarınca ikame etkilerinin yok sayıldığı bir portföy optimizasyonu problemi (PAM) çözülmüştür. Çözümde verilen portföy doğrultusunda ikame etkilerinin tekrar hesaplanması ile güncellenen yeni talep değerleri ile PAM'in tekrar çalıştırılmış ve bu sayede iteratif olarak ikame etkilerinin güncellenerek çözüme dahil edilmesi sağlanmıştır. İterasyonlar kar değerlerinin yakınsamasının ardından sonlandırılarak elde edilen kategori bazlı sonuçlar ışığında mağaza raf alanını kategorilere tahsis edilen bir raf alanı atama modeli (SAM) çalıştırılmıştır.

Bu makalede de bu iki çalışmaya [16, 53] benzer şekilde mağaza çapında raf alanının kategorilere tahsisi ve portföy optimizasyonunu içeren bir optimizasyon çözümü sunulmaktadır. Bu modellerden farklı olarak, uygulamaya kolaylığını ve ölçeklenebilirliği artırmak amacıyla bu iki modelde bulunan ancak perakende şirketleri ile iletişimimizde öne çıkmayan çapraz-alan esnekliği [53], farklı raf tipleri [16] gibi unsurlar kapsam dışı bırakılmıştır. Bunun yanı sıra bu modellerde yer almayan ancak perakendeciler tarafından sıklıkla uygulanan marka seviyesinde kararlar ve stok yenileme maliyetleri modele eklenmiştir. Modele dahil edilecek unsurların belirlenmesinde Bianchi-Aguiar vd. [26] ait literatür tarama makalesinden de

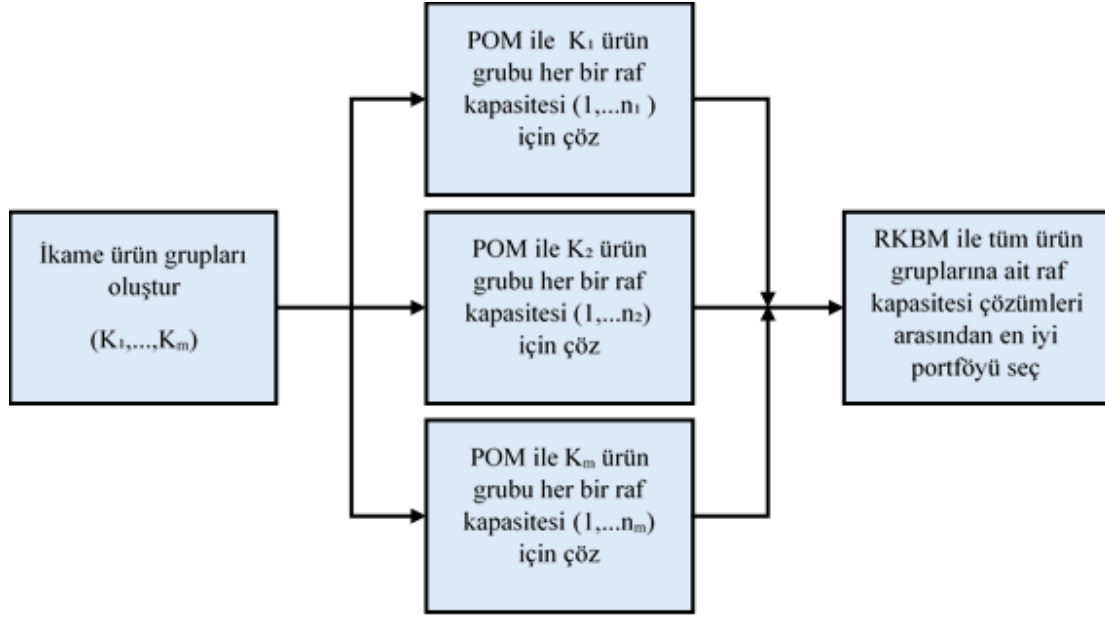
faydalanılmış, literatürde yaygın olarak dikkate alınan kısıt ve koşul ve yaklaşımlar sektör temsilcileriyle görüşülerek modele eklenmiştir. Ortaya çıkan model karmaşıklık ve uygulanabilirlik arasında pragmatik ve ölçeklenebilir bir denge sunmaktadır.

3. Ayrıştırma Tabanlı Çözüm Yaklaşımı (Decomposition Based Solution Approach)

Yöneylem araştırması alanında karmaşık optimizasyon problemlerinin çözümünde ayrıştırma yöntemleri yaygın şekilde kullanılmaktadır [54, 55]. Önceki bölümde tartışıldığı üzere bu makalede ele alınan mağaza çapında raf alanı planlama ve portföy optimizasyonuna ilişkin bütünlük problemin benzerleri de literatürde ayrıştırma yardımıyla çözülmüştür [16, 53]. Bu yaklaşımın ilk adımında, portföy optimizasyonuna dahil edilebilecek tüm ürünler değerlendirilerek, her ürün birbiriyle ikame edebilen ürünlerden oluşan bir ürün kategorisine atanmaktadır. Her ürünün sadece bir kategoriye atanabileceği varsayılmıştır. Bir ürün portföye dahil edilmediğinde ürün talebinin belirli bir oranı aynı kategorideki diğer ürünlerle ikame edilmektedir. İkame oranı olarak adlandırılan bu oran kategoriye bağlıdır. İkame edilen talep, o kategorinin ürün portföyünde yer alan diğer ürünlere pazar paylarıyla doğrusal orantılı olacak bir şekilde dağıtılır. İkinci adımda, her bir kategori için, o kategoride uygulanabilir olan raf kapasitesi seçeneklerine dayalı alternatif ürün portföy çözümleri oluşturulmaktadır. Bir kategoriye tahsis edilen raf kapasitesi, o kategoriyi sergilemek için kullanılacak raf alanının uzunluğudur. Perakendecilerin her bir kategori için olurlu raf kapasitelerinin bir listesini sağladığı varsayılmıştır. Bu doğrultuda, her bir kategoriye ilişkin raf kapasitesi seçenekleri, sonlu ve kesikli bir raf uzunluğu kümesini oluşturmaktadır. Önerilen çözümde, her kategoride o kategori için tanımlanmış her bir raf kapasitesi seçeneği uyarınca bir Portföy Optimizasyon Modeli (POM) çalıştırılmaktadır (Şekil 1). Bu sayede tüm raf kapasite seçenekleri için amaç fonksiyonu (kar, gelir, satış hacmi vb.) belirlenmektedir. Son aşamada ise, bir önceki aşamalarda elde edilen bilgiler, mağazanın toplam raf kapasitesini tüm kategoriler arasında dağıtarak, tüm kategoriler ışığında mağaza genelinde amaç fonksiyonunu maksimize etmek için Raf Kapasitesi Bölümlenme Modeline (RKBM) girdi olarak kullanılır. Aşağıda doğrusal olmayan tamsayı bir model olan POM'a ilişkin formülasyon verilmiş, akabinde Fadiloğlu [36] tarafından bu problemin basitleştirilmiş bir versiyonu için kullanılan doğrusallaştırma yaklaşımı ile bu problemin doğrusal versiyonu elde edilmiştir.

3.1. Portföy optimizasyon modeli (POM) (Assortment Optimization Model)

POM, bir ürün kategorisi için mağaza ürün portföyüne hangi markaların ve SKU'ların (stok kalemlerinin) dahil edileceğini ve seçilen her SKU'nun rafta kaç ön yüzünün sergileneceğini belirler. Modelin ana yapısı raf alanı planlama literatüründe yer alan birçok model ile benzer olmakla beraber [16, 47, 52, 53, 56] doğrusallaştırılmasında iki ana kaynaktan yararlanılmıştır. İkameden kaynaklanan ek talebe ilişkin terimlerin doğrusallaştırılması için Fadiloğlu'ndaki [36] yaklaşım kullanılmış, alan esnekliğine ilişkin polinom ifade ise Gajjar ve Adil [56] tarafından önerildiği şekilde 0-1 değişkenler üzerinden doğrusal olarak modellenmiştir. Bu modelde J göz önünde bulundurulmuş markalar kümesini, $j \in J$ kümenin her bir elemanını ifade eder. K kategoride yer alan tüm SKU'ların kümesini, $k \in K$ ifadesi bu kümenin elemanlarını belirten endekstir. L ön yüz seçenekleri kümesini, $l \in L$ ise bu kümenin endeksini belirtir. Ayrıca f_{jkl} , j markasının k SKU'sunun l ön yüz seçeneği uyarınca rafta sergilenen ön yüz sayısı ve d_{jk} raf derinliği boyunca yerleştirilebilecek j markasına ait k SKU birimlerinin sayısı ifade etmektedir. Bu iki parametreden hareketle, rafa yerleştirilen k SKU'lu ürün sayısı $f_{jkl}d_{jk}$ şeklinde hesaplanabilir. ss_{jk} , j markasının k



Şekil 1. Ürün Portföy Optimizasyon Sistemi (Product Assortment Optimization System)

SKU'sunun bir birimi tarafından işgal edilen raf alanı (uzunluk), S ise bu kategori için mağazada mevcut olan toplam raf alanı (uzunluk) olarak tanımlanmaktadır. p_{jk} ve q_{jk} sırasıyla j markasının k SKU'sunun birim başına karını ve periyot başına temel talebini göstermektedir. Alan esnekliği modele bu alandaki birçok çalışmada olduğu gibi polinom bir fonksiyonla dahil edilmiştir [8, 16, 52, 53]. Buna göre j markasının k SKU'sunun l ön yüz seçeneği uyarınca rafta f_{jkl} önyüz ile sergilenmesi durumunda talebinin $q_{jk} \cdot f_{jkl}^{\beta^{jk}}$ şeklinde gerçekleştiği varsayılır. Buradaki β^{jk} parametresi j markasının k SKU'sunun alan esnekliğidir. Ayrıca bir SKU'yu portföye eklemenin sabit maliyeti c , stoğu tükenen bir SKU'nun stok yenileme maliyeti ise r ile tanımlanmıştır. Perakendeciye portföye dahil edilecek ürünler üzerinde kontrol sağlamak amacıyla kategoride yer alacak marka sayısına W^{Min} ve W^{Max} olmak üzere alt ve üst sınırlar getirilmiştir. Perakendeci tarafından belirlenecek bir diğer parametre, kategori için minimum talep koruma oranı olan e parametresidir. e parametresi, o kategoride satılan toplam birim sayısının ikame etkisi olmadan doğrudan karşılanması gereken talebin ürünün toplam talebine oranına ilişkin bir alt sınır getirir. Son olarak, s parametresi kategorinin ikame oranını temsil eder ve ürün yelpazesinde yer almayan bir SKU'nun talebinin ürün yelpazesindeki diğer SKU'larla ikame edilme oranını belirtir. Talebin geri kalanının $(1-s)$ kaybolduğu varsayılmıştır. Ayrıca mevcut SKU'lar arasında orantılı ikame olduğunu varsayılmıştır, yani her SKU kendi talebiyle orantılı olarak ikame edilen talebin bir kısmını karşılamaktadır [15]. POM'da iki adet ikili karar değişkeni bulunmaktadır, bunlardan ilki X_{jkl} , eğer j markasının k SKU'lu ürünü l ön yüz seçeneğine göre sergileniyse 1, yoksa 0 değerini almaktadır. İkincisi, W_j ise eğer j markası portföye dahil edildiyse 1, edilmediyse 0 değerini almaktadır.

Bu tanımlamalar ışığında Portföy Optimizasyon Modelinin doğrusallaştırılmasına ilişkin yöntem aşağıda verilmektedir. Bunun için öncelikle doğrusal olmayan POM amaç fonksiyonu tanımlayalım.

İkame grubunun total talebi $T = \sum_j \sum_k q_{jk}$ olarak gösterilsin. Toplam satış kaybı ise $U = T - \sum_j \sum_k \sum_l q_{jk} X_{jkl} = \sum_j \sum_k q_{jk} - \sum_j \sum_k \sum_l q_{jk} X_{jkl}$ şeklinde tanımlanabilir. Bu durumda j markasına ait k SKU'sunun ikame etkisi ve f_{jkl} önyüzünün sergilenmesinden

doğan alan esnekliği ve altındaki ikame etkisi altındaki satış miktarı ise $\tilde{q}_{jk} = q_{jk} \cdot f_{jkl}^{\beta^{jk}} + \frac{s q_{jk} U}{T-U}$ şeklinde ifade edilebilir. Bu notasyon doğrultusunda, doğrusal olmayan POM amaç fonksiyonu $Z = \sum_j \sum_k \sum_l \left[\tilde{q}_{jk} \left(p_{jk} - \frac{r}{f_{jkl} d_{jk}} \right) - c \right] X_{jkl}$ şeklinde tanımlanır. Bu amaç fonksiyonunda \tilde{q}_{jk} terimi ve bu terimde yer alan U ve T 'nin tanımları yerine konduğunda Eş. 1'deki eşitlik elde edilir. Bu formül terimler yerine konarak aşağıdaki şekilde düzenlenebilir:

$$Z = \sum_j \sum_k \sum_l \left[q_{jk} \left(f_{jkl}^{\beta^{jk}} - s \right) \left(p_{jk} - \frac{r}{f_{jkl} d_{jk}} \right) - c \right] X_{jkl} + \sum_j \sum_k \sum_l \frac{s q_{jk} \left(\sum_j \sum_k q_{jk} \right) X_{jkl}}{\sum_j \sum_k \sum_l q_{jk} X_{jkl}} \left(p_{jk} - \frac{r}{f_{jkl} d_{jk}} \right) \quad (1)$$

$$Z = \sum_j \sum_k \sum_l \left[q_{jk} \left(f_{jkl}^{\beta^{jk}} - s \right) \left(p_{jk} - \frac{r}{f_{jkl} d_{jk}} \right) - c \right] X_{jkl} + \left(\sum_j \sum_k q_{jk} \right) \frac{\sum_j \sum_k \sum_l \left(p_{jk} - \frac{r}{f_{jkl} d_{jk}} \right) q_{jk} X_{jkl}}{\sum_j \sum_k \sum_l q_{jk} X_{jkl}} \quad (2)$$

Eş. 2'te verilen Z fonksiyonunu doğrusallaştırmak için

$$y = \frac{\sum_j \sum_k \sum_l \left(p_{jk} - \frac{r}{f_{jkl} d_{jk}} \right) q_{jk} X_{jkl}}{\sum_j \sum_k \sum_l q_{jk} X_{jkl}} \text{ şeklinde yeni bir değişken tanımlanır.}$$

Böylece Eş. 3'teki eşitlik elde edilir.

$$\sum_j \sum_k \sum_l \left(p_{jk} - \frac{r}{f_{jkl} d_{jk}} \right) q_{jk} X_{jkl} = \sum_j \sum_k \sum_l q_{jk} y X_{jkl} \quad (3)$$

Bu durumda Z fonksiyonu Eş. 4'teki gibi yazılabilir:

$$Z = \sum_j \sum_k \sum_l \left[q_{jk} \left(f_{jkl}^{\beta^{jk}} - s \right) \left(p_{jk} - \frac{r}{f_{jkl} d_{jk}} \right) - c \right] X_{jkl} + s \left(\sum_j \sum_k q_{jk} \right) y \quad (4)$$

Ayrıca $z_{jkl} = y x_{jkl} \forall j \in J, \forall k \in K, \forall l \in L$ şeklinde bir değişken daha tanımladığımızda bir ikame grubu için raf kapasitesi kısıtı altında portföye dahil edilecek SKU'ları ve her bir SKU için sergilenen ön yüz sayısını belirleyen POM modeli aşağıdaki gibi doğrusallaştırılabilir:

$$\text{Ençok } Z = \sum_j \sum_k \sum_l \left[q_{jk} \left(f_{jkl}^\beta - s \right) \left(p_{jk} - \frac{r}{f_{jkl} d_{jk}} \right) - c \right] x_{jkl} + \sum_j \sum_k \sum_l s (\sum_j \sum_k q_{jk}) y \quad (5)$$

Öyle ki

$$\sum_j \sum_k \sum_l s s_{jk} f_{jkl} x_{jkl} \leq S \quad (6)$$

$$W_j \geq \sum_l x_{jkl} \quad \forall j \in J, \forall k \in K \quad (7)$$

$$W^{Min} \leq \sum_j W_j \leq W^{Max} \quad (8)$$

$$\sum_j \sum_k \sum_l q_{jk} * x_{jkl} \geq e * \sum_j \sum_k q_{jk} \quad (9)$$

$$\sum_l x_{jkl} \leq 1 \quad \forall j \in J, \forall k \in K \quad (10)$$

$$\sum_j \sum_k \sum_l \left(p_{jk} - \frac{r}{f_{jkl} d_{jk}} \right) q_{jk} x_{jkl} = \sum_j \sum_k \sum_l q_{jk} z_{jkl} \quad (11)$$

$$z_{jkl} \leq y \quad \forall j \in J, \forall k \in K, \forall l \in L \quad (12)$$

$$z_{jkl} \geq y - M(1 - x_{jkl}) \quad \forall j \in J, \forall k \in K, \forall l \in L \quad (13)$$

$$z_{jkl} \leq M x_{jkl} \quad \forall j \in J, \forall k \in K, \forall l \in L \quad (14)$$

$$x_{jkl} \in \{0,1\} \quad \forall j \in J, \forall k \in K, \forall l \in L \quad (15)$$

$$W_j \in \{0,1\} \quad \forall j \in J \quad (16)$$

$$y \geq 0 \quad (17)$$

$$z_{jkl} \geq 0 \quad \forall j \in J, \forall k \in K, \forall l \in L \quad (18)$$

Eş. 5 – Eş. 18 arasında verilen POM modelinde, Eş.5'teki ikame etkileri ve stok yenileme maliyetlerini dikkate alan ikame grup karını gösteren doğrusallaştırılmış amaç fonksiyonunu vermektedir. Eş. 6'da verilen kısıt ise ikame grubunun rafta kapladığı yerin raf kapasitesini aşmamasını sağlar. Eş. 7'de verilen kısıt bir markanın seçilmesine ilişkin değişkenler ile bu markanın SKU'larının seçimi arasında ilişki kurar. Eş. 8'deki kısıt seçilen marka sayısının alt ve üst sınırlar arasında olmasını sağlar. Eş. 9'da verilen kısıt ikame grubunun talebinin karşılanma oranının alt sınırın üzerinde olmasını garanti eder. Eş. 10'daki kısıtlar bir SKU için en çok bir ön yüz seçeneği seçilmesini sağlar. Eş. 11 – Eş. 14 arasında verilen kısıtlar amaç fonksiyonun doğrusallaştırılması için tanımlanan değişkenlere ilişkin kısıtlardır. Son dört kısıt grubu ise karar değişkenlerinin tanım aralıklarını verir.

3.2. Raf Kapasitesi Bölümleme Modeli (RKBM) (Capacity Allocation Model)

Raf Kapasitesi Bölümleme Modeli, mağazadaki toplam raf kapasitesini portföye dahil edilebilecek ikame grupları arasında paylaşım üzerine geliştirilmiştir. Bu model, portföye dahil edilen her bir kategori için, o kategoriye yönelik mevcut raf kapasitesi seçenekleri arasından ne kadar raf alanı tahsis edileceğini belirler. Modelde I mevcut kategorileri, $i \in I$ bu kümenin her bir elemanı

ifade eder. N_i , i kategorisine ait raf kapasite seçeneklerini, $n \in N_i$ ise bu kümenin endeksini ifade etmektedir. RKBM çalıştırılmadan önce, her i kategorisine ait $n \in N_i$ endeksli tüm olası raf kapasite seçenekleri için Portföy Optimizasyon Modeli çözülmektedir. POM sonuçlarına dayanarak, i kategorisine n raf kapasitesi seçeneğine doğrultusunda ayrılan raf uzunluğu S_{in} ve bu seçenek ile i kategorisinden elde edilen kar Z_{in} hesaplanır. Ardından, RKBM bu veriler ışığında S^{Tot} ile ifade edilen toplam raf kapasitesini (uzunluğunu) aday kategoriler arasında toplam karı maksimize edecek şekilde paylaşır. Modeldeki R^{Min} ve R^{Max} ifadeleri sırasıyla, portföye dahil edilecek kategori sayısı için alt ve üst sınırları tanımlamaktadır. Son olarak, v_{in} , i kategorisi n raf kapasite seçeneğine göre yer tahsis edilirse 1 değerini alan bir ikili değişkendir.

$$\text{Ençok } Z^{Tot} = \sum_i \sum_n Z_{in} v_{in} \quad (19)$$

Öyle ki

$$\sum_n v_{in} \leq 1 \quad \forall i \in I \quad (20)$$

$$\sum_i \sum_n L_{in} v_{in} \leq L^{Tot} \quad (21)$$

$$R^{Min} \leq \sum_i v_{in} \leq R^{Max} \quad (22)$$

$$v_{in} \in \{0,1\} \quad \forall i \in I, \forall n \in N \quad (23)$$

Eş. 19 – Eş. 23'te verilen RKBM modelinde, Eş. 19'daki amaç fonksiyon mağaza portföyüne dahil edilen tüm ikame gruplarından elde edilen toplam karı en çoklar. Eş. 20'deki kısıtlar bir ikame grubu için en çok bir raf kapasitesi seçeneğinin seçilmesini sağlar. Eş. 21'deki kısıtlar portföye dahil edilen tüm ikame gruplarına ayrılan toplam raf kapasitesinin mağaza kapasitesini aşmamasını garanti eder. Eş. 22'deki kısıt ise mağaza portföyüne dahil edilen ikame grubu sayısının verilen alt ve üst sınırlar arasında kalmasını sağlar. Eş. 23'eki kısıtlar ise karar değişkenlerinin değer aralıklarını tanımlar. POM ve RKBM modellerinde kullanılan notasyon Tablo 1'de listelenmiştir.

4. Hesaplama Sonuçları (Computational Results)

POM ve RKBM'nin gerçekçi boyuttaki problemler üzerindeki performansını ölçmek için iki dizi hesaplama deneyi yapılmıştır. Tüm testler 1.80 ve 1.99 GHz hızında Intel Core i7 işlemciye ve 16 GB RAM'e sahip bir kişisel bilgisayarda gerçekleştirilmiştir. Modeller Python'da kodlanmış ve SCIP çözücüsü kullanılarak çözülmüştür. Bu deneylerin sonuçları aşağıda iki alt başlık altında raporlanmıştır.

4.1. POM hesaplama sonuçları (Computational Results of POM)

POM başarımını değerlendirmek için, farklı boyutlarda 18 problem örneği üzerinde denemeler yapılmıştır. Her bir örnek, her i kategorisi altında $|J| = 5$ adet marka içermektedir. Örnekler, SKU sayısı, SKU başına ön yüz seçeneği sayısı ve kategori için mevcut raf kapasitesi (uzunluğu) olmak üzere üç faktör içeren tam faktöriyel bir tasarıma göre oluşturulmuştur. Daha düşük faktör ayarlarına sahip örnekler daha yüksek ayarlara sahip örneklerin bir alt kümesi olacak şekilde kurgulanmıştır. Örneğin, 20 SKU'lu bir örnek, 10 SKU'lu örnekteki tüm SKU'ları içermektedir. Kategorideki SKU sayısı $|K| = 10, 20, 30$ olacak şekilde üç seviyede ayarlanmıştır ve kategori i için her bir SKU'nun ön yüz seçenekleri $N_i = 2, 3$ olacak şekilde iki seviyede tanımlanmıştır. Son olarak, i kategorisi altındaki raf kapasite seçenekleri ise $S_{i1} = 70, S_{i2} = 90, S_{i3} = 110$ cm şeklinde üç seviyede tanımlanmıştır. 18 problem dizisi içeren POM hesaplama sonuçları Tablo 2'de gösterilmiştir.

Tablo 2'de raporlanan hesaplama sonuçları, problem boyutu arttıkça daha fazla SKU'nun ürün portföyüne dahil edildiğini göstermektedir.

Tablo 1. Notasyon (Notation)

Setler	
I	kategoriler ($i = 1, 2, \dots, I$)
J	markalar ($j = 1, \dots, J$)
K	SKU'lar ($k = 1, \dots, K$)
L	ön yüz seçenekleri ($l = 1, \dots, L$)
N_i	i ikame ürün grubuna ait raf kapasite seçenekleri ($n = 1, 2 \dots N$)
Parametreler	
β	alan esnekliği
c	bir SKU'nun portföye eklenmesinin sabit maliyeti.
d_{jk}	j markasına ait k SKU'sundan raf derinliğinde yerleştirilebilecek birim sayısı
e	minimum talep karşılama oranı
f_{jkl}	j markasına ait k SKU'sunun l ön yüz seçeneğinde sergilenen ön yüz sayısı.
S	kategoriye tahsis edilen toplam raf alanı
S_{in}	n raf kapasitesi seçeneğinin seçilmesi durumunda i kategorisine ayrılmış olan raf uzunluğu
S^{Tot}	mağazadaki toplam uygun raf kapasitesi
p_{jk}	j markasına ait k SKU'sunun bir biriminden elde edilen kar
q_{jk}	j markasına ait k SKU'sunun bir biriminin periyot başına talebi
r	birim stok yenileme maliyeti
R^{Max}	mağaza portföyüne dahil edilecek maksimum ikame grubu sayısı
R^{Min}	mağaza portföyüne dahil edilecek minimum ikame grubu sayısı
s	ikame katsayısı
ss_{jk}	j markasına ait k SKU'sunun bir biriminin raf genişliğinde kapladığı yer.
W^{Max}	ikame grubu portföyüne dahil edilecek maksimum marka sayısı
W^{Min}	ikame grubu portföyüne dahil edilecek minimum marka sayısı
Z^{Tot}	portföye dahil edilen tüm kategorilerden elde edilen kar
Z_{in}	i ikame grubuna n seçeneği uyarınca raf kapasitesi ayrıldığında ikame grubundan elde edilen toplam amaç fonksiyon değeri (ciro, kar, satış hacmi, vb.)
Karar Değişkenleri	
v_{in}	$= \begin{cases} 1 & \text{eğer mağazada } i \text{ ikame grubu } n \text{ raf kapasitesi seçeneği uyarınca yer ayrılırsa} \\ 0 & \text{aksi takdirde} \end{cases}$
W_j	$= \begin{cases} 1 & \text{eğer } j \text{ markası portföye dahil edildiyse} \\ 0 & \text{aksi takdirde} \end{cases}$
x_{jkl}	$= \begin{cases} 1 & \text{eğer } j \text{ markasına ait } k \text{ SKU'su } l \text{ ön yüz seçeneğine göre sergilendiyse} \\ 0 & \text{aksi takdirde} \end{cases}$

Ürün çeşitliliğinin artması stoklama maliyetinin de artmasına yol açmaktadır, buna rağmen çeşitliliğe bağlı ciro artışı amaç fonksiyonu değerinin özellikle büyük boyutlu problemlerde daha fazla artmasını sağlamaktadır. Bu durum, ürün portföyünün daha geniş bir ürün gamı arasından seçilmesinin operasyonel karı oldukça önemli ölçüde artırma potansiyeline sahip olduğunu göstermektedir.

Tablo 2'deki sonuçlar ayrıca hesaplama süresinin problem boyutuna göre arttığını göstermektedir. Bununla birlikte, 30 SKU ve 3 ön yüz seçeneği içeren en büyük problemde bile, problemin makul bir süre içinde en iyi şekilde çözülebildiği gözlemlenmiştir. Ürün portföyüne karar vermek taktiksel düzeyde kabul edildiğinden, sonuçların birkaç saniye içinde elde edilmesine yönelik operasyonel bir ihtiyaç yoktur. Ayrıca, sonuçlara daha hızlı ihtiyaç duyulsa olsa bile, her kategori daha az sayıda SKU ile daha küçük alt kategorilere ayrılabilir, böylece ortaya çıkan her alt kategori kabul edilebilir bir süre içinde çözülebilir. Bu yaklaşımda, POM yalnızca alt kategori içindeki ikame etkilerini dikkate alacağından, alt kategoriler arasında yüksek ikame etkilerine sahip alt kategoriler oluşturmaktan kaçınılmalıdır.

4.2. RKBM hesaplama sonuçları (Computational Results of CAM)

RKBM sonuçlarını değerlendirmek için, 16 problem örneği üzerinde tam faktöriyel denemeler yapılmıştır. Mağazadaki kategori sayısı;

$|I| = 50, 100, 150, 200$ olacak şekilde dört seviyede değerlendirilmiştir. Her bir kategoriye ait raf kapasitesi seçenekleri ve mağazanın toplam raf kapasitesi sırasıyla $|N_i| = 5, 10 \forall i \in I, S^{Tot} = 1000, 2000$ cm olacak şekilde iki seviyede ele alınmıştır. RKBM'ye ait 16 dizi örneğine ilişkin hesaplama sonuçları Tablo 3'te gösterilmiştir.

Tablo 3'teki hesaplama sonuçları, daha geniş bir kategori seçimi ve daha fazla raf alanına sahip örneklerin daha yüksek toplam karla sonuçlandığını göstermektedir. Bu iki faktör arasında raf alanının amaç fonksiyonu değeri üzerinde daha belirgin bir etkisi olduğu görülmektedir. Öte yandan, kategori başına beşten fazla ön yüz seçeneğine sahip olmanın kâra anlamlı bir katkısı yok gibi görünmektedir. Son olarak, son sütunda raporlanan CPU süreleri incelendiğinde, 200 kadar kategoriye ve kategori başına 10 ön yüz seçeneğine sahip büyük RKBM örneklerinin saniyeler içinde çözülebildiği görülmektedir.

Tablo 2 ve 3'teki sonuçlar, önerilen ayırıştırma yaklaşımının ön yüz seçenekleri ve ikame etkisi ile perakende sektöründe portföy optimizasyonu problemi için kaliteli sonuçları üretebileceğini göstermektedir. POM'un çözüm süreleri kategorideki SKU sayısı ile artarken, bu artışın önüne geçmek için kategorilerin büyüklükleri sadece güçlü bir ikame ilişkisine sahip SKU'ları içerecek şekilde tanımlanabilir.

Tablo 2. POM Hesaplama Sonuçları (AOM Computational Results)

Örnekler		Sonuçlar								
Problem Örnekleri	Aday SKU's ($ K $)	Ön Yüz Seçenekleri (N_i)	Raf Alanı (S_{in})	Kullanılan Raf Alanı (cm)	Portföye Dahil Marka Sayısı	Portföye Dahil SKU Sayısı	Talep Koruma Oranı	Stok Yenileme Maliyeti	Amaç Fonksiyon Değeri (Z)	CPU Süresi
1	10	2	70	54	5	5	%82	20	1,460	4
2	10	2	90	54	5	5	%82	20	1,460	4
3	10	2	110	54	5	5	%82	20	1,460	4
4	10	3	70	58	5	5	%90	20	1,460	16
5	10	3	90	81	5	6	%78	20	1,485	18
6	10	3	110	89	5	6	%78	20	1,485	23
7	20	2	70	67	5	9	%77	90	2,144	76
8	20	2	90	90	5	9	%90	80	2,635	21
9	20	2	110	108	5	10	%86	80	2,645	20
10	20	3	70	67	5	9	%77	90	2,144	242
11	20	3	90	90	5	8	%93	70	2,640	353
12	20	3	110	107	5	9	%88	70	2,650	934
13	30	2	70	69	5	8	%96	70	6,362	29
14	30	2	90	90	5	10	%91	80	6,394	137
15	30	2	110	110	5	12	%82	110	6,480	121
16	30	3	70	70	5	8	%97	70	6,362	85
17	30	3	90	90	5	11	%95	90	6,410	462
18	30	3	110	110	5	12	%95	110	6,480	5885

Tablo 3. RKBM Hesaplama Sonuçları (CAM Calculated Results)

Örnekler		Sonuçlar			
Problem Örnekleri	Kategori Sayısı ($ I $)	Raf Kapasite Seçenekleri Sayısı ($ N_i $)	Toplam Raf Kapasitesi (S^{Tot})	Amaç Fonksiyon Değeri (Z^{Tot})	CPU Süresi (sec.)
1	50	5	1000	24,151	0,10
2	50	5	2000	34,927	0,10
3	50	10	1000	24,151	0,22
4	50	10	2000	37,599	0,13
5	100	5	1000	29,080	0,13
6	100	5	2000	52,327	0,18
7	100	10	1000	29,080	0,20
8	100	10	2000	52,327	0,17
9	150	5	1000	29,984	0,14
10	150	5	2000	55,786	0,15
11	150	10	1000	29,984	0,29
12	150	10	2000	55,786	0,19
13	200	5	1000	31,690	0,16
14	200	5	2000	59,710	0,16
15	200	10	1000	31,690	0,25
16	200	10	2000	59,710	0,27

Bu tarz bir sınırlama, kategori boyutunu orta düzeyde tutacak ve genel problemin makul bir süre içinde çözülebilesini sağlayacaktır. Perakende ürün portföyünün belirlenmesi taktiksel bir karardır, bu nedenle birkaç saat içinde çözüme ulaşmak çoğunlukla kabul edilebilir bir durumdur. Bu çalışmada önerilen çözüm yaklaşımı, bir

ürün portföy optimizasyon yazılımı olarak geliştirilmiş ve sektörün önde gelen perakendecilerinden bazılarında sunulmuştur. Yazılımla ilgili ilk tepkiler oldukça olumludur; yazılımda kullanılan problem tanımı, kapsam ve varsayımlar perakendeciler tarafından sektördeki gereksinimlerle uyumlu bulunmuştur.

5. Sonuçlar (Conclusions)

Bu çalışmada, mağaza çapında raf alanının ürün kategorilerine tahsisi ve kategori bazında sergilenen ürünler ve ürün önyüz sayılarına karar veren bir kategori yönetimi problemine odaklanılmıştır. Bu kapsamda literatürde sıklıkla karşılaşılan ikame etkisi, alan esnekliği, raf kapasitesi ve stok maliyeti gibi unsurları göz önünde bulundururken mağaza seviyesinde tüm kategorilerin bütünlük optimizasyonuna yönelik bu çalışmada heterojen ve çok boyutlu raflar, ayrıntılı envanter modellemesi gibi hususlar karmaşıklığı yönetmek adına göz ardı edilmektedir. Bu sayede, önerilen ayrıştırma tabanlı çözüm yaklaşımının, perakendecilere kategori yönetiminde yardımcı olabilecek bir ürün portföy optimizasyonu yazılımına dönüştürülmesi mümkün olmuştur. Daha önce de belirtildiği gibi, raf alanı planlama ve ürün portföy optimizasyonu literatürü oldukça geniştir. Ancak, literatür özetinde detaylandırıldığı üzere bu çalışmaların büyük bir kısmı mağaza seviyesinde planlamaya yönelik olmayıp kategori bazında raf planlamasına yöneliktir. Literatürde mağaza çapında kategoriler arası raf alanı tahsisi ve portföy optimizasyonu problemlerini bir arada ele alan sınırlı sayıda çalışma mevcuttur [16, 53]. Bu çalışmalarda bu makalede yer almayan çapraz alan esnekliği, farklı boyutlarda raf üniteleri gibi bazı özellikler modellenmekle beraber önerilen modellerin veri ihtiyacı ve çözümü için kullanılan yaklaşımlar oldukça karmaşıktır. Bu çalışmada, teori ve pratik arasındaki boşluğu doldurmayı ve perakendeci tarafından dikkate alınan alan esnekliği, ikame etkileri, stok maliyetleri ve ön yüz seçenekleri gibi temel konuları içeren, diğer hususları ise hesaplama karmaşıklığını sınırlamak amacıyla kapsam dışında tutan bir çözüm sunmak hedeflenmiştir.

Ayrıştırma tabanlı yaklaşıma ilişkin önceki bölümde paylaşılan makul hesaplama sürelerinden hareketle, perakende sektörü için bu yaklaşımın kullanıldığı bir ürün portföy optimizasyonu yazılımı geliştirilmesine karar verilmiştir. Geliştirilen yazılımın önde gelen perakendecilere tanıtımına yönelik yapılan sunumlar ve perakende şirketleri ile yakın zamanda gerçekleştirilen temaslardan sonucunda, bu yazılımın kategori yönetiminin tüm önemli yönlerini kapsadığı belirlenmiştir. Perakende sektör temsilcileriyle olan etkileşimlerimize dayanarak, bu yazılımın sınırlı raf alanlarında birçok satıcı tarafından sunulan geniş bir ürün yelpazesi arasından sergileyecekleri ürünleri seçmekte zorlanan perakendeciler için yararlı bir araç olabileceği kanaatine varılmıştır.

Teşekkür (Acknowledgement)

Bu çalışma, Türkiye Bilimsel ve Teknolojik Araştırma Kurumu (TÜBİTAK) tarafından yürütülen Teknoloji ve Yenilik Destek Programları Başkanlığı (TEYDEB) 1501 numaralı çağrı kapsamında "3211063" proje numarası ile desteklenmiştir.

Kaynaklar (References)

- Hübner, A., Kuhn, H., Decision support for managing assortments, shelf space, and replenishment in retail, *Flexible Services and Manufacturing Journal*, 36, 1–35, 2024.
- Kuhn, H., Sternbeck, M.G., Integrative retail logistics: An exploratory study, *Operations Management Research: Advancing Practice Through Research*, 6 (1–2), 2–18, 2013.
- Curhan, R. C., The relationship between shelf space and unit sales in supermarkets. *Journal of Marketing Research*, 9 (4), 406–412, 1972.
- Eisend, M., Shelf space elasticity: A meta-analysis. *Journal of Retailing*, 90 (2), 168–181, 2014.
- Boatwright, P., Nunes, J.C., Reducing Assortment: An Attribute-Based Approach, *Journal of Marketing*, 65 (3), 50–63, 2001.
- Sloot, L.M. and Verhoef, P.C., The Impact of Brand Delisting on Store Switching and Brand Switching Intentions, *Journal of Retailing*, 84 (3), 281–296, 2008.
- Iyengar, S.S. and Lepper, M.R., When choice is demotivating: Can one desire too much of a good thing?, *Journal of Personality and Social Psychology*, (79) 6, 995–1006, 2000.
- Corstjens, M., Doyle, P., A model for optimizing retail space allocations, *Management Science*, 27 (7), 822–833, 1981
- Schaal, K., Hübner, A., When does cross-space elasticity matter in shelf-space planning? A decision analytics approach, *Omega*, 80 (1), 135–152, 2018.
- Van Woensel, T., Van Donselaar, K., Broekmeulen, R. and Fransoo, J., Consumer responses to shelf out-of-stocks of perishable products, *International Journal of Physical Distribution & Logistics Management*, (37) 9, 704–718, 2007.
- Gruen, W.T., Corsten, S. and S., Retail Out-of-Stocks: A Worldwide Examination of Extent, Causes and Consumer Responses, *Grocery Manufacturers of America*, 2002.
- Ge, X., Messinger, P.R. and Li, J., Influence of Soldout Products on Consumer Choice, *Journal of Retailing*, 85 (3), 274–287, 2009.
- Griswold, M., Space management: align business challenges and IT vendors, *AMR Research*, 1–17, 2007.
- Hübner, A.H. and Kuhn, H., Retail category management: State-of-the-art review of quantitative research and software applications in assortment and shelf space management, *Omega*, 40 (2), 199–209, 2012.
- Kök, A.G., Fisher, M.L. and Vaidyanathan, R., Assortment Planning: Review of Literature and Industry Practice, *International Series in Operations Research & Management Science*, 175–236, 2015.
- Ostermeier, M., Düsterhöft, T., & Hübner, A. H., A model and solution approach for store-wide shelf space allocation, *Omega*, 102, 102425, 2021.
- Campo, K., Gijbrecchts, E., Goossens, T., Verhetsel, A., The impact of location factors on the attractiveness and optimal space shares of product categories, *International Journal of Research in Marketing*, 17 (4):225–79, 2000.
- Botsali, A. R., Retail facility layout design, Texas A&M University, 2007.
- Ghoniem, A., Flamand, T., Haouari, M., Exact solution methods for a generalized assignment problem with location/allocation considerations, *Inform Journal on Computing*, 28 (3), 589–602, 2016.
- Ghoniem, A., Flamand, T., Haouari, M., Optimization-based very large-scale neighborhood search for generalized assignment problems with location/allocation considerations, *Inform Journal on Computing*, 28 (3), 575–88, 2016.
- Flamand, T., Ghoniem, A., Maddah, B., Promoting impulse buying by allocating retail shelf space to grouped product categories, *Journal of the Operational Research Society*, 67 (7), 953–69, 2016.
- Flamand, T., Ghoniem, A., Haouari, M., Maddah, B., Integrated assortment planning and store-wide shelf space allocation: an optimization-based approach, *Omega*, 81, 134–49, 2018.
- Ozgormus, E., Smith, A., A data-driven approach to grocery store block layout, *Computers and Industrial Engineering*, 139:105562, 2018.
- Shin, H., Park, S., Lee, E. and Benton, W.C., A classification of the literature on the planning of substitutable products, *European Journal of Operational Research*, 246, 3, 2015.
- Karampatsa, M., Grigoroudis, E. and Matsatsinis, N.F., Retail Category Management: A Review on Assortment and Shelf-Space Planning Models, *Springer Proceedings in Business and Economics*, 35–67, 2016.
- Bianchi-Aguiar, T., Hübner, A., Carravilla, M.A., Oliveira, J.F., Retail shelf space planning problems: a comprehensive review and classification framework, *European Journal of Operational Research*, 289, 1–16, 2021.
- Heger, J., Klein, R., Assortment optimization: a systematic literature review, *OR Spectrum*, 46, 1099–1161, 2024.
- Van Ryzin, G. and Mahajan, S., On the Relationship Between Inventory Costs and Variety Benefits in Retail Assortments, *Management Science*, 45 (11), 1496–1509, 1999.
- Mahajan, S., Van Ryzin, G., Stocking Retail Assortments Under Dynamic Consumer Substitution, *Operations Research*, 49 (3), 334–351, 2001.
- Cachon, G.P., Terwiesch, C. and Xu, Y., Retail Assortment Planning in the Presence of Consumer Search, *Manufacturing & Service Operations Management*, 7 (4), 330–346, 2005.

31. Gaur, V., Honhon, D., Assortment Planning and Inventory Decisions Under a Locational Choice Model, *Management Science*, 52 (10), 1528–1543, 2006.
32. Hopp, W.J. and Xu, X., A Static Approximation for Dynamic Demand Substitution with Applications in a Competitive Market, *Operations Research*, 56 (3), 630–645, 2008.
33. Smith, S.A., Agrawal, N., Management of Multi-Item Retail Inventory Systems with Demand Substitution, *Operations Research*, 48 (1), 50–64, 2000.
34. Kök, A.G. and Fisher, M.L., Demand Estimation and Assortment Optimization Under Substitution: Methodology and Application, *Operations Research*, 55 (6), 1001–1021, 2007.
35. Karabati, S., Tan, B. and Öztürk, Ö.C., A method for estimating stock-out-based substitution rates by using point-of-sale data, *IIE Transactions*, 41 (5), 408–420, 2009.
36. Fadiloğlu, M.M., Karasan, O.E. and Pınar, M.Ç., A model and case study for efficient shelf usage and assortment analysis, *Annals of Operations Research*, 180 (1), 105–124, 2010.
37. Çömez-Dolgan, N., Fescioglu-Unver, N., Cephe, E. and Şen, A., Capacitated strategic assortment planning under explicit demand substitution, *European Journal of Operational Research*, 294 (3), 1120–1138, 2001.
38. Tan, B. and Karabati, S., Retail inventory management with stock-out based dynamic demand substitution, *International Journal of Production Economics*, 145 (1), 78–87, 2013.
39. Yücel, E., Karaesmen, F., Salman, F.S. and Türkay, M., Optimizing product assortment under customer-driven demand substitution, *European Journal of Operational Research*, 199 (3), 759–768, 2009.
40. Hansen, P., Heinsbroek, H., Product selection and space allocation in supermarkets, *European Journal of Operational Research*, 3 (6):474–484, 1979.
41. Zufryden, F.S., A dynamic programming approach for product selection and supermarket shelfspace allocation, *Journal of the Operational Research Society*, 37 (4):413–422, 1986.
42. Yang, M.H., Chen, W.C., A study on shelf space allocation and management. *International Journal of Production Economics*, 60–61 (4), 309–317, 1999.
43. Yang, M.H., An efficient algorithm to allocate shelf space, *European Journal of Operational Research*, 131 (1), 107–118, 2001.
44. Lim, A., Rodrigues, B., Zhang, X., Metaheuristics with local search techniques for retail shelf-space optimization, *Management Science*, 50 (1), 117–131, 2004.
45. Hwang, H., Choi, B., Lee, M.J., A model for shelf space allocation and inventory control considering location and inventory level effects on demand, *International Journal of Production Economics*, 97 (2), 185–195, 2005.
46. Hansen, J.M., Raut, S., Swami, S., Retail shelf allocation: a comparative analysis of heuristic and metaheuristic approaches, *Journal of Retailing*, 86 (1), 94–105, 2010.
47. Bai, R., van Woensel, T., Kendall, G., Burke, E.K., A new model and a hyper-heuristic approach for two-dimensional shelf space allocation, *4OR*, 11 (1), 31–55, 2013.
48. Düsterhöft, T., Hübner, A., Schaal, K., A practical approach to the shelf-space allocation and replenishment problem with heterogeneously sized shelves, *European Journal of Operational Research*, 282 (1), 252–266, 2020.
49. Hübner, A., Düsterhöft, T., Ostermeier, M., Shelf space dimensioning and product allocation in retailstores, *European Journal of Operational Research*, 292 (1), 155–171, 2021.
50. Bianchi-Aguar, T., Silva, E., Guimaraes, L., Carravilla M.A., Oliveira J.F., Allocating products on shelves under merchandising rules: multi-level product families with display directions, *Omega*, 76, 47–62, 2018.
51. Geismar, H.N., Dawande, M., Murthi, B.P., Sriskandarajah C., Maximizing revenue through two-dimensional shelf-space allocation, *Production and Operations Management*, 24, 1148–1163, 2015.
52. Hübner, A., Schäfer, F. and Schaal, K.N., Maximizing Profit via Assortment and Shelf-Space Optimization for Two-Dimensional Shelves, *Production and Operations Management*, 29 (3), 547–570, 2020.
53. Irion, J., Lu, J., Al-Khayyal, F.A. and Tsao, Y., A hierarchical decomposition approach to retail shelf space management and assortment decisions, *Journal of the Operational Research Society*, 62 (10), 1861–1870, 2011.
54. Conejo, A., Castillo, E., Minguez, R., and Garcia-Bertrand, R., Decomposition in nonlinear programming. In *Decomposition techniques in mathematical programming: Engineering and science applications*, Springer Berlin Heidelberg, 2006.
55. Demir, Y., Keskin, M. E., An effective heuristic for the two-level vendor-managed inventory problem in a supermarket chain, *Journal of the Faculty of Engineering and Architecture of Gazi University*, 38 (3), 1893-1906, 2023.
56. Gajjar, H.K., Adil, G.K., A piecewise linearization for retail shelf space allocation problem and a local search heuristic, *Annals of Operations Research*, 179 (1), 149–167, 2010.

