



## GRAIN SIZE ANALYSIS OF KARABURHAN BANDED CHROMITE ORE PRIOR TO COMMINUTION

Adem TAŞDEMİR\* & Rifat BOZKURT\*\*

\*Eskişehir Osmangazi Üniversitesi, Mühendislik Mimarlık Fakültesi, Maden Mühendisliği Bölümü, 26480, Eskişehir, Türkiye, atasdem@ogu.edu.tr.

\*\*Eskişehir Osmangazi Üniversitesi, Mühendislik Mimarlık Fakültesi, Jeoloji Mühendisliği Bölümü, 26480, Eskişehir, Türkiye.

### ABSTRACT

In this study, it is aimed to evaluate grain size distribution prior to comminution by image analysis. The samples belonging to Eskişehir Karaburhan chromite ore were examined by Leco 2001 image analyzer. Mean Feret diameters of chromite grains which show lognormal distribution was measured and various derived mean diameters and their grain size distributions were determined. Number geometric mean ( $\ln x_N$ ) geometric standard deviation ( $\ln x_\sigma$ ) were found as 3.729  $\ln \mu\text{m}$  and 0.993  $\ln \mu\text{m}$  respectively. Number-length ( $x_{NL}$ ) mean diameter and its  $d_{80}$  size were determined as 68.2  $\mu\text{m}$  and 157  $\mu\text{m}$  respectively by using relationship between number mean sizes. Number-volume (mass) mean diameter ( $x_{NV}$ ) and its  $d_{80}$  size were calculated as 183  $\mu\text{m}$  and 421  $\mu\text{m}$  respectively.

**Key Words:** *Unbroken grain size distribution, image analysis, lognormal distribution*

## KARABURHAN BANTLI KROMİT CEVHERİNİN UFALAMA ÖNCESİ TANE BOYUT ANALİZİ

### ÖZET

Bu çalışmada, görüntü analiziyle ufalama öncesi tane boyutu ve dağılımının belirlenmesi amaçlanmıştır. Eskişehir Karaburhan bantlı kromit cevherine ait parlak kesitler, Leco 2001 görüntü analizörüyle incelenmiştir. Lognormal dağılım gösteren kromit tanelerinin ortalama Feret çapları ölçülmüş ve ufalanmamış cevherde kromit tanelerinin çeşitli ortalama çapları ve dağılımları tespit edilmiştir. Kromit tanelerinin sayı dağılımının geometrik ortalaması ( $\ln x_{gN}$ ) 3.729  $\ln \mu\text{m}$  ve geometrik standart sapması ( $\ln x_{g\sigma}$ ) 0.993  $\ln \mu\text{m}$  bulunmuştur. Sayı ortalama boyutları arasındaki ilişkilerden faydalanılarak, tanelerin sayı-uzunluk ortalama çapı ( $x_{NL}$ ) ve  $d_{80}$  boyutu sırasıyla 68.2  $\mu\text{m}$  ve 157  $\mu\text{m}$  bulunmuştur. Sayı-hacim (kütle) ortalama çapı ( $x_{NV}$ ) ve  $d_{80}$  boyutları ise sırasıyla 183  $\mu\text{m}$  ve 421  $\mu\text{m}$  hesaplanmıştır.

**Anahtar Kelimeler:** *Kırılmamış tane boyut dağılımı, görüntü analizi, lognormal dağılım*

### 1. GİRİŞ

Bir konsantratörden elde edilen mineral kazanım verimleri, kazanım esnasında mineral davranışını etkileyen mineralojik karakteristiklerin belirlenmesiyle artırılabilir. Klasik mineralojik çalışmalar kalitatif bilgiler sağlarlar, fakat kantitatif verilere ihtiyaç olduğunda mineralin davranışını tanımlayamazlar. Görüntü analizi ise kantitatif mineralojik veriler sağlar ve zenginleştirme esnasında mineral davranışıyla alakalı olan mineral karakteristiklerini belirlemek için otomatik görüntü analiz sistemleri geliştirilmiştir [9].

Mineral kazanımında görüntü analizi, minerallerin öğütme ve zenginleştirme esnasında nasıl davranacağını tahmin etmek için kırılmamış cevherlerin analizini ve minerallerin zenginleştirmeye nasıl cevap verdiğini belirlemek için de kırılmış ve zenginleştirilmiş malzemelerin analizini çözümlenmektedir [10-12]. Bir mineralin kırılmamış örnekteki tane boyut dağılımı yalnızca görüntü analiz işlemleri ile yapılmaktadır[6].

Petruk [11], yaptığı çalışmalarda, boyut dağılımının ve bir baz metal cevherin öğütülmesiyle meydana gelen boyut küçültme derecesinin, öğütme zamanı ve öğütme koşullarına bağlı olduğu kadar kırılmamış cevherdeki ilgili mineralin boyut dağılımına bağlı olduğu sonucuna varmıştır.

Tüvenan (kırılmamış) cevherin görüntü analizinde ilk adım, minerallerin tanınması ve cevherdeki kantitatif değerlerdir. İkinci ve en önemli adım boyut analizidir. Eğer mineraller ayrı olarak oluşmuşlarsa, pratik bir kural olarak kırılmamış cevherde tespit edilen mineral boyut dağılımı ile minimum öğütme boyutu bulunabilmektedir. Bu boyutta mineralin yaklaşık % 60-70'i serbestleşmektedir[12].

Tane boyutu ve tane şekli otomatik görüntü analiz tekniği ile yapılabilir. Manuel mikroskobinin aksine görüntü analizi istatistiksel olarak tarafsız veriler sunmaktadır ve bu nedenle sistematik olarak birçok alanda kullanılmaktadır. Görüntü analizi sayıya dayalı dağılımlar üretmektedir. Örneğin tümü yerine her bir bireysel tane üzerinde veri alındığından, özellikle ince tanelerin bulunması halinde yüksek hassasiyet sağlanmaktadır [4].

Bu çalışmada, bir bantlı kromit cevherinin ufalama öncesi çeşitli tane boyutu çapları ve dağılımları, Leco 2001 görüntü analiz cihazı ile tespit edilerek ufalama öncesi bir değerlendirme amaçlanmıştır.

## 2. ESKİŞEHİR KARABURHAN KROMİT CEVHERİ

Bölgenin jeolojik yapısı çeşitli amaçlarla yapılan çalışmalarla saptanmıştır. Kulaksız [7], metaofiyolitlerde yer alan kromit mineralizasyonundaki ilksel yapıları ve magmasal bantlaşma gösterdiğini saptamıştır. Kümülatları oluşturan birimlerden dünitler içinde kromit oluşumları, kümülatların uzanımına uyumlu olarak bantlı yapı göstermektedir.

Genelde kromit bant ve mercceklerinin doğrultu ve eğim yönlerindeki devamlılıkları değişiklikler gösterir. Engin'e göre [5] devamlılığın az veya çok oluşu, kromit yataklarının içinde bulunduğu peridotitin maruz kaldığı deformasyonun şiddeti ile ilişkilidir.

Bölgede doğrultuya dik ve verev yönde gelişen faylarla oluşan tektonik deformasyon ile bantlaşmada bir değişim gözlenmemiştir. Araştırmada kullanılan cevher örnekleriyle yapılan incelemelerde plastik deformasyon izlerine rastlanmamıştır. Kromit kristalleri oluşumdan sonra gelişen tektonizmadan etkilenmiş ve kırılmıştır, dolayısı ile kataklastik doku sergilemektedirler.

Mikroskobik ve makroskobik boyutta mineralojik ve jeolojik yapı, bantlı kromit oluşumunun devamlılığını göstermektedir. Bu durum ışığında bantlaşmaya dik olarak alınıp incelenen örneklerden elde edilen verilerin bantlaşma boyunca geçerli olacağı beklenmektedir.

Mineralojik incelemeler sonucunda kromitçe zengin bantlarda kromit kristallerinin oluşumdan sonraki deformasyona bağlı olarak kataklastik doku gösterdiği, kromitçe zayıf bantlarda ise tanelerin genellikle öz şekillerini korudukları görülmüştür. Yan kayacın ise elek dokusu gösteren serpantinlerden meydana geldiği tespit edilmiştir.

## 3. MALZEME VE METOT

### 3.1 Numune Alımı ve Hazırlanması

Karaburhan bantlı kromit damarında işletmeye alınan cevher 200 m uzunluğunda 58 m derinliğinde bir panodur. Cevher %19-28 Cr<sub>2</sub>O<sub>3</sub> içermektedir. Kapalı işletmenin 1010 m kotundaki galeri aynasından 29 cm'lik kromit zonundan kromit bandına dik olarak kesintisiz bir seri numune alınmıştır.

Otomatik görüntü analizörü ile elde edilecek verinin hassasiyeti aletin ölçüm karakterine uygun olarak büyük ölçüde incelenecek örneğin parlaklığına bağlı olduğundan, kromit örneklerinin en iyi şekilde parlatılması sağlanmıştır.

Kromit minerallerinin parlatılması oldukça güçtür, çünkü parlatma sertliği yüksektir. Bu çalışmada, geliştirilen üç aşamalı aşındırma ve dört aşamalı parlatma kombinasyonları ile kromit örnekleri görüntü analizöründe inceleme yapılabilecek parlaklığa getirilmişlerdir. Aşındırma aşamalarında silisyum karbür (SiC), parlatma aşamalarında elmas tozları kullanılmıştır.

### 3.2 Görüntü Analizi

Kırılmamış kromit cevherinden yapılan parlak kesitler üzerinde, Şekil 1'de görülen Leco 2001 görüntü analiz cihazı kullanılarak kesitlerdeki tanelerin boyut ölçümleri yapılmıştır. Görüntüler sistemdeki bir optik mikroskop ile elde edilmiştir. Bu görüntüler CCD kamera vasıtasıyla canlandırılarak görüntü monitörüne aktarılmaktadır. Daha sonra 512 x 480'lik piksellere bölünerek, hafızaya alınmakta ve yeniden analog hale dönüştürülerek karşımıza çıkmaktadır. Bu olayların hepsi 1/30 sn.'de olmaktadır. Cevherdeki mineraller optik parlaklıklarının şiddetine bağlı olarak gri seviyelerine göre (0-255 arasında) eşiklendirilerek kolaylıkla ayırt edilebilmişlerdir. Optik parlaklığı düşük olan serpantin fazının 0-97 arasında gri seviye değerine, daha parlak olan metalik kromit tanelerinin ise 98-255 arasında gri seviyeye sahip olduğu tespit edilmiştir. Birbirine değen tanelerin ayırt edilmesi, görüntü kenarında kesilen tanelerin elimine edilmesi ve tanelerdeki boşlukların doldurulmasından sonra kromit tanelerinin boyut ölçümleri yapılmıştır.



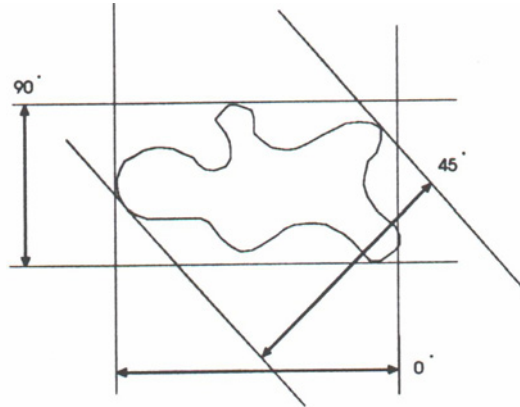
Şekil 1. Leco 2001 görüntü analizörü

Her bir ölçüm esnasında 50x büyütme kullanılmıştır. Bu büyütmede 1 pikselin boyutu 3.268  $\mu\text{m}$ 'dir. 1.5x1.5  $\text{mm}^2$ 'lik koruyucu çerçeve içerisinde yer alan kromit tanelerinin tane boyutları ölçülmüştür. İstatistiksel açıdan çok sayıda tane üzerinde ölçüm yapılmak istendiğinden, parlak kesitler bantlaşmaya dik olarak seçilen bir hat boyunca bir koruyucu çerçeve mesafeyle incelenmiştir. Böylece bir önceki çerçevede ölçülemeyen tanelerin de bir sonraki seferde ölçülebilmesi sağlanmıştır. Bu şekilde 29  $\text{cm}^2$ 'lik cevherli zonu temsil eden 20 parlak kesit üzerinde toplam 196 görüntü alanında ölçüm yapılmıştır. Bu alanlarda değerlendirilmeye alınan kromit tanelerinin sayısı 27455'tir.

#### 3.2.1 Leco 2001 Görüntü Analizörü ile Tanelerin Feret Çapının Ölçümü

Leco 2001 görüntü analizörü ile Feret çapları, 8 farklı açıda yapılan teğet doğru ölçümleri ile yapılmaktadır. 0°, 22.5°, 45°, 67.5°, 90°, 112.5°, 135° ve 157.5° açılarında 8 Feret çapı değeri ölçülebilmektedir (Şekil 2).

Ortalama Feret çapı, 8 açıda ölçülen tüm Feret çaplarının ortalamasıdır [8]. Bu çalışmada, kromit tanelerinin boyut dağılımını bulmak için ortalama Feret çapı değeri kullanılmıştır.



Şekil 2. Leco 2001 görüntü analiz cihazı ile Feret çapı ölçümü.

#### 4. TANE BOYUT DAĞILIMI VE LOGNORMAL DAĞILIM

##### 4.1 Lognormal dağılım

Sadece az sayıda tane boyut frekans dağılımının verileri dönüşüme gerek kalmaksızın doğrudan doğruya normal eğri ile temsil edilebilir. Halbuki tane boyut dağılımlarının çoğunda en küçük ve en büyük değerler arasındaki fark büyük olduğundan dağılım, normal eğriye uymaz lognormal dağılım gösterir. Bu dağılım fonksiyonu da normal dağılımda olduğu gibi iki parametrelidir (logaritmik veya geometrik ortalama ve logaritmik veya geometrik standart sapma). Fonksiyon, normal dağılımdaki boyutların farkından ziyade boyutların oranları olasılığını vermektedir [1-2].

Lognormal dağılımı olasılık fonksiyonu  $f(x)$ , bu dağılımın parametreleri olan geometrik (logaritmik) ortalama ( $\ln x_g$ ) ve geometrik (logaritmik) standart sapmanın ( $\ln \sigma_g$ ) bir fonksiyonudur:

$$f(x) = \frac{1}{\ln x \ln \sigma_g \sqrt{2\pi}} \exp \left[ -\frac{(\ln x - \ln x_g)^2}{2 \ln^2 \sigma_g} \right] \quad (1)$$

$$\text{Geometrik ortalama} = \ln x_g = \frac{\sum \ln x \cdot d\phi}{\sum d\phi} \quad (2)$$

$$\text{Geometrik standart sapma} = \ln \sigma_g = \sqrt{\frac{\sum (\ln x - \ln x_g)^2 \cdot d\phi}{\sum d\phi}} \quad (3)$$

x: olasılığı aranan değişkenin değeri

Burada;  $\phi$ : Sayı (N), yüzey alanı (S), hacim (V) olabilen (%) frekanstır.  $\phi$ , sayı dağılımı yüzdesi ise bulunan geometrik ortalama, sayı dağılımının geometrik ortalaması olmaktadır.

Bir lognormal dağılımın parametreleri (geometrik ortalama ve geometrik standart sapma) iki yöntemle bulunabilmektedir [3]. Bu çalışmada örnek değerlerini istatistiklerini koruyan yöntem kullanılmıştır. Bu yöntemde; örnekleme değerlerinin normal aritmetik ortalamaları ( $\bar{X}_i$ ) ve varyansları ( $\sigma_i^2$ ) hesaplanarak aşağıdaki eşitlikler yardımıyla değerler, geometrik ortalamalara ( $\ln x_{gi}$ ) ve geometrik varyanslara ( $\ln \sigma_{gi}^2$ ) dönüştürülmektedir:

$$\text{Geometrik varyans} = \ln^2 \sigma_{gi} = \ln \left( \frac{\sigma_i^2}{\bar{x}_i} + 1 \right) \quad (4)$$

$$\text{Geometrik Ortalama} = \ln x_{gi} = \bar{\ln x}_i - \frac{1}{2} \ln^2 \sigma_{gi} \quad (5)$$

Lognormal dağılım için bulunan dağılım parametrelerinden hareketle, sayı dağılımının aritmetik ortalaması aşağıdaki genel formül ile bulunabilmektedir [13]:

$$\bar{\ln x}_a = \ln x_g + 0.5 \ln^2 \sigma_g = \ln x_{NL} \quad (6)$$

Sayı dağılımı aritmetik ortalamasının, topluluktaki toplam sayının toplam uzunluğu (eğer tüm taneler bir hat boyunca birbirlerine bitişik dizilirse) olduğu matematiksel olarak gösterilebilir ve bu nedenle Eşitlik (6), sayı-uzunluk ortalaması ( $x_{NL}$ ) olarak bilinmektedir [13].

#### 4.2 Log-normal dağılımda sayı ortalama boyutları arasındaki ilişkiler

Sayı dağılımının log-normal olduğunu göz önüne alalım:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} d\phi = \sum_{r=0}^{r=\infty} dN_r = \frac{1}{\ln \sigma_g \sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} \exp \left[ - \left( \frac{\ln x - \ln x_{gN}}{\sqrt{2} \ln \sigma_g} \right)^2 \right] d \ln x = 1 \quad (7)$$

yani dağılım normalize edilmektedir.  $dN_r$ , ortalaması  $x_r$  olan bir boyut aralığındaki tanelerin sayısıdır;  $x_0$  ve  $x_\infty$  dağılımda bulunan en küçük ve en büyük tanelerdir ve  $\sigma_g$  geometrik standart sapmadır (sayı, yüzey ve hacim (kütle) dağılımı için de aynı değerdir).

Sayı-uzunluk ortalama çapı şu şekilde tanımlanmaktadır:

$$x_{NL} = \frac{\sum_{r=0}^{r=\infty} x_r dN_r}{\sum_{r=0}^{r=\infty} dN_r}$$

$x_{NL} = \sum x_r dN_r$  'yi Eşitlik 7'de yerine koyarsak yani sayı-uzunluk dağılımını normalleştirirsek:

$$x_{NL} = \sum x_r dN_r = \frac{1}{\ln \sigma_g \sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} \exp \left[ - \left( \frac{\ln x - \ln x_{gN}}{\sqrt{2} \ln \sigma_g} \right)^2 \right] x d \ln x \quad (8)$$

Elde edilir. Benzer şekilde sayı-yüzey alanı ortalama çapı için;

$$x_{NS}^2 = \sum x_r^2 dN_r = \frac{1}{\ln \sigma_g \sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} \exp \left[ - \left( \frac{\ln x - \ln x_{gN}}{\sqrt{2} \ln \sigma_g} \right)^2 \right] x^2 d \ln x \quad (9)$$

Benzer bir dönüşümü sayı-hacim (ya da kütle) çapı dağılımı için yaparsak;

$$x_{NV}^3 = \sum x^3 r dN_r = \frac{1}{\ln \sigma_g \sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} \exp \left[ - \left( \frac{\ln x - \ln x_{gN}}{\sqrt{2} \ln \sigma_g} \right)^2 \right] x^3 d \ln x \quad (10)$$

Eğer bir parçalı sistemin sayı boyut dağılımının lognormal olduğu bulunmuşsa, diğer ortalama boyutlar kolaylıkla bulunabilmektedir. Çünkü lognormal bir dağılımda sayı dağılımı için bulunan geometrik standart sapma, yüzey, hacim ve kütle dağılımları için de aynı olmaktadır. Eşitlik (8), (9) ve (10)'da matematiksel yer değişimleri ve dönüşümler yapıldığında sayı ortalama çapları arasında aşağıdaki kullanışlı eşitlikler elde edilmektedir [2]:

$$\ln x_{NL} = \ln x_{gN} + 0.5 \ln^2 \sigma_g \quad (11)$$

$$\ln x_{NS} = \ln x_{gN} + 1.0 \ln^2 \sigma_g \quad (12)$$

$$\ln x_{NV} = \ln x_{gN} + 1.5 \ln^2 \sigma_g \quad (13)$$

## 5. GÖRÜNTÜ ANALİZİ ÖLÇÜMLERİNİN İSTATİSTİKSEL DEĞERLENDİRİLMESİ

196 görüntü alanında, her bir görüntü alanındaki tanelerin sayısı (dN), ortalama Feret çapı ortalaması ( $\bar{x}_i$ ) ve standart sapmaları ( $\sigma_i$ ) sonuç olarak alınmıştır. Elde edilen sonuçların hemen hepsinde standart sapmanın ortalamadan daha büyük olduğu bulunmuştur (Çizelge 1). Yani kromit tanelerinin minimum ve maksimum tane boyutları arasındaki fark, dolayısıyla boyut aralığı çok geniştir ve çarpık bir dağılım sergilemektedir. Yani, normal dağılıma uymamakta, lognormal dağılım göstermektedir.

Her görüntü alanında tespit edilen kromit tanelerinin ortalama boyutu ( $\bar{x}_i$ ) ve standart sapma ( $\sigma_i$ ) parametreleri, Eşitlik (4) ve (5) yardımıyla lognormal dağılım parametreleri olan geometrik varyans ( $\ln^2 \sigma_{gi}$ ) ve geometrik ortalama değerlerine ( $\ln x_{gi}$ ) dönüştürülmüştür. Sonuçlar Çizelge 1'deki gibi düzenlenmiştir.

**Çizelge 1.** Görüntü analiz sonuçlarının değerlendirilmesi

Görüntü No	Ort.Feret ( $\bar{x}_i$ ), $\mu\text{m}$	Standart Sapma ( $\sigma_i$ ), $\mu\text{m}$	Tane Sayısı (dN)	Frekans (d $\theta$ )	$\ln^2 \sigma_{gi}$	$\ln x_{gi}$	$\ln^2 \sigma_{gi} \cdot d\theta$	$\ln x_{gi} \cdot d\theta$
1	110.417	108.101	89	0.32	0.672	4.368	0.218	1.416
2	76.726	106.468	182	0.663	1.073	3.803	0.712	2.521
3	67.558	91.481	260	0.947	1.041	3.692	0.986	3.496
...	...	...	...	...	...	...	...	...
...	...	...	...	...	...	...	...	...
196	77.317	102.328	197	0.717	1.012	3.842	0.726	2.756
		Toplam	27455	100			98.597	372.873

Bu çalışmada d $\theta$  sayı dağılımının yüzdesi olduğundan bulunan ortalama, sayı dağılımı geometrik ortalamasıdır [14]:

$$\ln x_{gN} = \frac{\sum \ln x_{gi} \cdot d\theta}{\sum d\theta} = 3.7287 \ln \mu\text{m}$$

Dağılımının geometrik varyansı;

$$\ln^2 \sigma_g = \frac{\sum \ln^2 \sigma_{gi} \cdot d\theta}{\sum d\theta} = 0.9859 \ln^2 \mu\text{m olarak bulunmuştur.}$$

Eşitlik (6) ve aynı matematiksel ifade olan Eşitlik (11) kullanılarak, sayı dağılımının aritmetik ortalaması yani sayı-uzunluk ortalama çapı;

$$x_{NL} = \bar{x}_a = e^{\ln x_{gN} + 0.5 \ln^2 \sigma_g} = e^{4.222} = 68.2 \mu\text{m bulunmuştur.}$$

Yukarıda değinildiği gibi; eğer sayı dağılımı lognormal dağılım gösteriyorsa, aynı geometrik standart sapma kullanılarak diğer boyutlara kolaylıkla geçiş yapılabilmektedir. Eşitlik (13) kullanılarak kromit cevherinin sayı dağılımının lognormal dağılım parametreleriyle, sayı-hacim (kütle) ortalama boyutu;

$$x_{NV} = e^{\ln x_{gN} + 1.5 \ln^2 \sigma_g} = e^{5.208} = 183 \mu\text{m olarak bulunmuştur.}$$

Kromit cevherinin tane boyutu geometrik ortalaması ( $\ln x_{gi}$ ) ve geometrik standart sapma ( $\ln \sigma_g$ ) parametreleriyle, dağılımdaki yüzdesi istenilen tane boyutları için standart normal değerler (z) aşağıdaki eşitlik yardımıyla bulunmuştur:

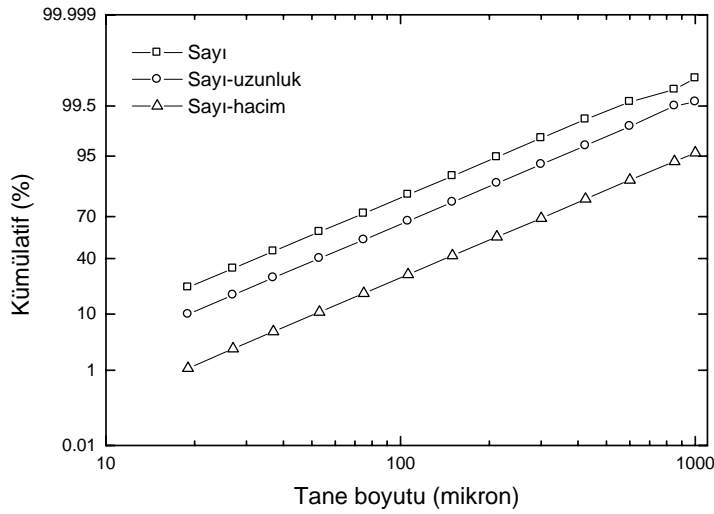
$$z = \frac{\ln x - \ln g_i}{\ln \sigma_g} \quad (14)$$

Belirlenen boyutlar için hesaplanan standart z değerleri, normal dağılım tablosundan bulunarak sayı-uzunluk ve sayı-hacim (kütle) çaplarının boyut altı yüzdeleri Eşitlik (14) kullanılarak saptanmıştır ve boyut altı yüzdesi olarak dönüştürülmüştür. Sonuçlar Çizelge 2’de gösterilmiştir.

**Çizelge 2.** Karaburhan kromit cevherinin tane boyutu standart normal değerleri ve kümülatif dağılımı

Tane Boyutu ( $\mu\text{m}$ )	$x_N$ dağılımı		$x_{NL}$ dağılımı		$x_{NV}$ dağılımı	
	Standart z değeri	$\Sigma$ Boyut Altı (%)	Standart z değeri	$\Sigma$ Boyut Altı (%)	Standart z değeri	$\Sigma$ Boyut Altı (%)
1000	3.20	99.9	2.70	99.6	1.71	95.6
850	3.04	99.8	2.54	99.5	1.55	93.9
600	2.69	99.6	2.19	98.6	1.19	88.5
424	2.34	99	1.84	96.7	0.85	<b>80.2</b>
300	1.99	97.6	1.49	93.2	0.50	68.8
212	1.64	94.8	1.14	87.3	0.15	55.9
150	1.29	89.9	0.79	<b>78.5</b>	-0.19	42.1
106	0.94	<b>82.4</b>	0.44	67	-0.55	29.1
75	0.59	71.9	0.09	53.6	-0.89	18.4
53	0.24	59.5	-0.25	40.1	-1.25	10.6
37	-0.12	45.2	-0.62	27.1	-1.61	5.4
27	-0.44	33	-0.93	17.6	-1.93	2.7
19	-0.79	21.5	-1.28	9.9	-2.28	1.1

Çizelge 2'deki değerlere göre istatistiksel tane boyutları ve kümülatif boyut dağılımı Şekil 3'de verilmiştir. Şekil 3'de görüldüğü gibi kromit cevherinin sayı dağılımı lognormal dağılıma çok iyi uyum göstermektedir, çünkü dağılım çok düzgündür. Bu nedenle lognormal dağılım varsayımı doğrudur. Bu dağılımın avantajı diğer boyutlara geçişi kolaylaştırmaktadır, çünkü aynı geometrik standart sapmaya sahiptirler. Bu nedenle hem sayı-uzunluk hem de sayı-hacim dağılımları sayı dağılımına paralel bir dağılım göstermektedir.



Şekil 3 Karaburhan kromit cevherinin tane boyut dağılımının lognormal olasılık grafiğindeki gösterimi

## 6. SONUÇLAR VE ÖNERİLER

Bu çalışmada, ufalama öncesi tane boyut dağılımının belirlenmesinde görüntü analizi sonuçlarının kullanışlı bilgileri sunduğu anlaşılmaktadır. Cevheri oluşturan tanelerin her biri üzerinde bireysel olarak ölçüm yapılabilmekte bu da ölçümün hassasiyetini artırmaktadır. Çok sayıda tane üzerinde ölçüm yapılması mümkün olduğundan, sonuçlar istatistiksel açıdan güvenilirlerdir. Ayrıca tanenin tek bir boyutu ölçülmeyip, 8 açıda boyut ölçümleri yapılarak ortalama alınabildiği için hassasiyet daha da artmaktadır.

Görüntü analizi ile bulunan dağılımlar sayı dağılımı olduğundan ve eğer sayı dağılımı lognormal dağılıma uyuyorsa uzunluk, alan, hacim gibi ortalama çaplara kolaylıkla geçiş yapılabilmektedir. Çünkü diğer çapların hesap edilmesinde de aynı geometrik standart sapma kullanılmaktadır. Bu çalışmada sayı dağılımının lognormal olduğu tespit edilmiştir, çünkü dağılım lognormal olasılık grafiğinde düz bir çizgi oluşturmaktadır.

Cevheri temsil eden 20 adet parlak kesit, kesintisiz olarak Leco 2001 görüntü analizörü ile incelenerek 196 görüntü alanında 27455 adet kromit tanesinin ortalama Feret çapları ölçülmüştür. Ölçümler bantlaşmaya dik olarak seçilen hat boyunca yapılmıştır.

Kromit tanelerinin lognormal dağılım parametreleri olan sayı geometrik ortalaması ( $\ln x_{gN}$ ) 3.729  $\ln \mu\text{m}$  ve geometrik standart sapması ( $\ln x_{\sigma_g}$ ) 0.993  $\ln \mu\text{m}$  olarak bulunmuştur. Lognormal dağılımın sayı ortalama boyutları arasındaki ilişkilerden faydalanılarak, kromit cevherinin sayı-uzunluk ortalama çapının ( $x_{NL}$ ) ve  $d_{80}$  boyutunun sırasıyla 68.2  $\mu\text{m}$  ve 157  $\mu\text{m}$ ; sayı-hacim (kütle) ortalama çapı ( $x_{NV}$ ) ve  $d_{80}$  boyutunun ise sırasıyla 183  $\mu\text{m}$  ve 421  $\mu\text{m}$  olduğu bulunmuştur.



Kromit cevherinin tane boyutunun sayı-uzunluk dağılımının % 80'nin  $-157 \mu\text{m}$  olduğu bulunmuştur. Sayı dağılımında ince tanelerin baskınlığı daha fazla olduğundan ince boyutlardaki boyut yüzdesi daha fazla iken hacimsel dağılımda iri boyutların baskın olduğu görülmektedir. Nitekim sayı-hacim çapı dağılımının % 80'inin yaklaşık  $424 \mu\text{m}$  yani 40 mesh olduğu bulunmuştur. Her iki dağılıma göre de cevherin boyut dağılımının oldukça ince olduğu anlaşılmaktadır. Cevherin zenginleştirilmesinde ince boyutlarda etkin olan Multi Gravity Separator (MGS) kullanımının bu cevher için daha uygun olduğu görülmektedir.

## KAYNAKLAR

- [1] Allen, T. *Particle size measurement*, Powder Technology Series (Third edition), Chapman and Hall Ltd., London, (1981).
- [2] Allen, T., *Particle size measurement*, Volume 1, Powder sampling and particle size measurement, Powder Technology Series, Chapman and Hall, (1997).
- [3] Bayazıt, T. ve Oğuz, D., *Mühendisler İçin İstatistik*, İstanbul Teknik Üniversitesi, İnşaat Fakültesi, İstanbul, (1985).
- [4] Crampton, C., *The Industrial Value of High Sensitivity Particle Image Analysis*, Powder Metallurgy, Volume 48, No.4, pp. 306-308,(2005).
- [5] Engin, T., *Türkiye’de Krom Madenciliği Sorunları*, TMMOB Jeoloji Müh. Odası Yayınları, Ankara, (1981).
- [6] Jones, M. P., *Applied Mineralogy, A Quantitative Approach*, Mineral Resources Engineering Department, Imperial Collage, London, (1987).
- [7] Kulaksız, S., *Sivrihisar Kuzey-Batı Yöresinin Jeolojisi*, Yerbilimleri Enstitüsü, Hacettepe Üniversitesi, Ankara, (1981).
- [8] Leco 2001 *Image Analysis System Operator’s Manual*, (1992).
- [9] Petruk, W., *Automatic Image Analysis for Mineral Benefication*, Journal of Metals, 40, 4, 29-31, (1988a).
- [10] Petruk, W., *The Capabilities of The Microprope Kontron Image Analysis System: Application to Mineral Benefication*, Scanning Microscopy, 2, 3, 1247-1256, (1988b).
- [11] Petruk, W., *Ore Characteristics That Affect Breakage and Mineral Liberation During Grinding*, Process Mineralogy, Edited by D.J.T. Carson and A.H. Vassiliou, The Minerals, Metals & Materials Society, (1988c).
- [12] Petruk, W., *Short Course on Image Analysis Applied to Mineral and Earth Sciences*, Mineralogical Association of Canada, Ottawa, pp. 86-89, (1989).
- [13] Svarovsky, L., *Solid-Liquid Separation*, Second Edition, Butterworths Monographs in Chemistry and Chemical Engineering, (1981).
- [14] Taşdemir, A., *Görüntü Analizi İle Zenginleştirme Öncesi Tane Boyut Analizi*, Osmangazi Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Yüksek Lisans Tezi, (1996).