



KARGO OPSİYONLU GEZGİN SATIN ALICI PROBLEMİ

İlker KÜÇÜKOĞLU^{1*}

¹Bursa Uludağ Üniversitesi, Mühendislik Fakültesi, Endüstri Mühendisliği Bölümü, Bursa, Türkiye

Anahtar Kelimeler

*Gezgin Satın Alıcı Problemi,
Matematiksel Modelleme,
Rota Optimizasyonu.*

Öz

Yapılan bu çalışmada gezgin satıcı probleminin bilinen bir varyasyonu olan gezgin satın alıcı problemi (GSAP) e-ticaret faaliyetleri kapsamında genişletilmiştir. Son yıllarda kullanımı oldukça artan e-ticaret mağazaları ile müşteriler ürünlere kargo teslimatı yoluyla ulaşabilmektedir. Yapılan çalışmada artan e-ticaret faaliyetleri dikkate alınarak kargo teslimatı ile yapılan satın alımlar GSAP için uyarlanmıştır. Kargo opsiyonlu gezgin satın alıcı problemi (KO-GSAP) olarak adlandırılan problemde satın alıcı belirli adet ürün çeşidine ait talebi belirli marketlerden karşılaması gerekmektedir. Bu kapsamda belirli ürünler sanal market mağazalarından kargo teslimatı yoluyla veya marketi ziyaret ederek satın alınabilmektedir. Problemde amaç, satın alıcının toplam satın alma ve dolaşım maliyetini minimize etmektir. Dikkate alınan problem için karışık tamsayı bir model formülasyonu geliştirilmiştir. Elde edilen modelin çözümü için iki aşamalı bir çözüm yaklaşımı geliştirilmiştir. Geliştirilmiş olan çözüm yaklaşımının etkinliğini analiz edebilmek için GSAP için yaygın olarak kullanılan bir problem seti kullanılmış ve bu problem seti KO-GSAP'ye adapte edilmiştir. Yapılan sayısal çalışmalarda çözüm yaklaşımının performansı farklı senaryolarda elde edilen çözümler üzerinden kanıtlanmıştır.

TRAVELING PURCHASER PROBLEM WITH CARGO OPTION

Keywords

*Traveling Purchaser Problem,
Mathematical Modelling,
Route Optimization.*

Abstract

In this study, the traveling purchaser problem (TPP), which is a well-known variation of the traveling salesman problem, has been extended based on e-commerce activities. With e-commerce stores, which have become highly popular in recent years, customers can access products by cargo delivery. Considering the increasing e-commerce activities, this study adapted the procurement made by cargo deliveries to the GSAP. In the problem, called the traveling purchaser problem with cargo option (TPP-CO), the purchaser has to meet the demand for a certain number of products from a number of markets. In this context, a set of products can be purchased from e-marketplaces with cargo delivery or by visiting the market. The aim of the problem is to minimize the total procurement and transportation cost of the purchaser. A mixed integer model formulation was developed for the problem considered. To solve the model, a two-stage solution approach was developed. In order to analyze the effectiveness of the developed solution approach, a problem set widely used for TPP was used, and this problem set was adapted to TPP-CO. In the numerical studies, the performance of the solution approach was proven through the solutions obtained in different scenarios.

Alıntı / Cite

Küçüköğlu, İ., (2025). Kargo Opsiyonlu Gezgin Satın Alıcı Problemi, Mühendislik Bilimleri ve Tasarım Dergisi, 13(3), 762-776.

Yazar Kimliği / Author ID (ORCID Number)

İ. Küçüköğlu, 0000-0002-5075-0876

Makale Süreci / Article Process

Başvuru Tarihi / Submission Date	13.12.2024
Revizyon Tarihi / Revision Date	29.04.2025
Kabul Tarihi / Accepted Date	02.06.2025
Yayın Tarihi / Published Date	30.09.2025

* İlgili yazar / Corresponding author: ikucukoglu@uludag.edu.tr, +90-224-294-2091

TRAVELING PURCHASER PROBLEM WITH CARGO OPTION

İlker Küçüköğlu^{1†}

¹Bursa Uludağ University, Faculty of Engineering, Department of Industrial Engineering, Bursa, Türkiye

Highlights

- Optimum solution is found for each instance.
 - Single commodity flow formulation exhibits better performance.
 - Procurement through the e-marketplace is integrated into the traveling purchaser problem.
-

Purpose and Scope

The aim of the paper is to extend the well-known traveling purchaser problem by taking into account the e-commerce applications of the markets that have been widely used by consumers.

Design/methodology/approach

In order to solve the considered problem, a mixed integer mathematical model formulation is proposed. To solve the problem, a two-stage solution approach is developed. In the first stage, the main model formulation is relaxed by ignoring the sub-tour elimination constraints. Then, the solution of the relaxed model is fixed by combining the sub-tours. At the end of the first stage, the route is improved by using a local search procedure. In the second stage of the solution approach, the main model is solved by integrating the solution obtained in the previous stage as an initial solution.

Findings

In the computational studies, first, two different sub-tour elimination formulations are compared. The results demonstrated that the single commodity flow formulation is more efficient than the Miller-Tucker-Zemlin formulation. Optimum solutions were found with less computational time by using the single commodity flow formulation. Another finding of the computational studies is that the first stage of the solution approach significantly reduces the solution time of the exact solver. The results show that the proposed solution approach can be efficiently used to solve the problem considered.

Practical implications

Nowadays, e-marketplaces have been widely preferred by consumers since purchasing products from e-markets is much more affordable. In this context, planning the procurement plans by considering the e-marketplaces is critical for practice. Hence, the proposed model formulation and solution approach may be efficiently used for real-life situations.

Originality

This paper contributes to the literature by introducing a new variant of the traveling purchaser problem by considering up-to-date applications in procurement activities. Furthermore, the solution approach developed in the study is capable of finding optimum results for the problems consisting of 100 nodes and 200 different product types.

[†]Corresponding author: ikucukoglu@uludag.edu.tr, +90-224-294-2091

1. Giriş (Introduction)

Günümüzde gelişen internet altyapısı sayesinde e-ticaret işlemlerinin sayısı her geçen gün artış göstermektedir. E-ticaret siteleri sayesinde müşteriler mağazaları ziyaret etmeden kargo yoluyla ürünlere ulaşabilmektedir. Bu kapsamda birçok market firması rekabet gücünü arttırabilmek için fiziksel ortamda satışa ek olarak sanal mağaza platformları üzerinden ürün satışı yapmaktadır. Müşterilerden alınan e-sipariş ile mağazalarda ürünler, müşteri talebine göre hazırlanmakta ve hazırlanan sipariş müşterilere kargo yolu ile teslim edilmektedir. Mağazadan dağıtımına çıkan araçlar birden fazla müşteriye aynı rota içerisinde teslimat yapabilmesi nedeniyle müşteriye daha düşük ulaşım maliyeti ile kargo bedeli yansıtabilmektedir. Buna ek olarak mağazadan satın alınan ürünlerin toplam tutarının belirli bir alt limitin üzerinde olması durumunda mağazalar kargo ücretini iade edebilmektedir. Sanal mağaza üzerinden gerçekleştirilen bu satış politikası üzerinden müşteriler ulaşım maliyetleri düşürebilme imkanı bulmaktadır.

Yukarıda belirtilmiş olan motivasyondan yola çıkarak yapılan bu çalışmada literatürde iyi bilinen gezgin satın alıcı problemi (GSAP), sanal mağaza uygulamaları kapsamında genişletilmiştir. Kargo opsiyonlu gezgin satın alıcı problemi (KO-GSAP) olarak adlandırılan problemde bir satın alıcı belirli ürün çeşidine ait talebi belirli marketlerden karşılaması gerekmektedir. Klasik GSAP’de gezgin satın alıcı, satın alma işlemlerini marketlere fiziksel olarak ziyaret ederek yapmak zorundayken KO-GSAP’de belirli ürünler belirli marketlerden kargo yoluyla teslim alınabilmektedir. Bu kapsamda gezgin satın alıcı bir depo noktasından tura başlayarak belirlemiş olduğu market noktalarını ziyaret ederek veya sanal mağaza üzerinden ürün satın alma işlemini gerçekleştirmektedir. Sanal mağaza üzerinden bir satın alma işlemi olması durumunda satın alıcıya bir kargo bedeli yansıtılmakla birlikte satın alınan ürünlerin belirli bir tutarı aşması durumunda kargo ücreti iade edilmektedir. Problemde amaç, ürün talebini karşılamak üzere satın alıcının toplam ulaşım, satın alma ve kargo maliyetini en aza indirmektir. Dikkate alınan problemin çözümü için bir karışık tamsayılı matematiksel model formülasyonu geliştirilmiş olup bu modelin çözümü için iki aşamalı bir yaklaşım geliştirilmiştir. Geliştirilen çözüm yaklaşımının ilk aşamasında modelin çözümünü zorlaştıran alt tur engelleme kısıtları göz ardı edilerek gevşetilmekte ve gevşetilen model çözümlerle problem için bir alt sınır elde edilmektedir. İkinci aşamada, gevşetilmiş modele ait çözümde alt turlar birleştirilerek problem için uygun bir çözüm elde edilmektedir. Ardından gezgin satın alıcının turu lokal arama yöntemleri ile iyileştirilmektedir. Lokal arama işlemi sonunda problem için bir uygun çözüm ve esas model için bir üst sınır değer elde edilmektedir. Elde edilen bu girdiler üzerinden esas model belirli bir süre sınırı ile çözümlenmektedir. Geliştirilmiş olan çözüm yaklaşımının etkinliğini test edebilmek için literatürde GSAP için yaygın şekilde kullanılan bir problem seti KO-GSAP için adapte edilmiştir. Yapılan sayısal çalışmalarda geliştirilmiş olan çözüm yaklaşımının performansı farklı senaryolar üzerinden analiz edilmiştir.

Yapılan bu çalışmada GSAP, sanal mağaza operasyonları kapsamında literatürde ilk defa dikkate alınmıştır. Dikkate alınan bu problem için karışık tamsayılı bir matematiksel model geliştirilmiştir. Dikkate alınan problemin yenilikçi yönüne ek olarak problemin optimal sonucunu garanti eden çözümler ile etkin bir şekilde çözülebilmesi için çok adımlı bir yaklaşım geliştirilmiştir. Yapılan kapsamlı sayısal çalışmalar ile geliştirilmiş olan yöntemin etkinliği ortaya konmuştur.

Çalışmanın ilerleyen bölümlerinde GSAP için literatürde yer alan çalışmalar Bölüm 2’de özetlenmiştir. Ardından Bölüm 3’te KO-GSAP’nin detayı, model formülasyonu, çözüm yaklaşımı ve deneysel çalışmalara ilişkin detaylar verilmiştir. Bölüm 4’te sayısal çalışmalar neticesinde elde edilen sonuçlar ve karşılaştırmalar verilmektedir. Son bölümde elde edilen sonuçlar tartışılarak irdelenmiştir.

2. Kaynak Araştırması (Literature Survey)

Gezgin satıcı probleminin bir varyasyonu olan gezgin satın alıcı problemi ilk kez Ramesh (1981) tarafından öne sürülmüştür. GSAP’de amaç belirli ürünleri farklı lokasyonlarda bulunan marketlerden temin edecek en düşük maliyetli rota ve satın alma planının oluşturulmasıdır. Problemde; ziyaret edilecek market kümesi, marketlerin ziyaret edilme sırası, marketlerden satın alınacak ürün çeşidi ve miktarı kararlarının verilmesi gerekmektedir. Dikkate alınan bu karar süreçleri kapsamında GSAP NP-Zor yapıda bir problem olarak gösterilmektedir (Manerba vd. 2017).

GSAP, literatürde ilk çalışıldığı zamandan günümüze kadar birçok varsayım ile genişletilmiştir. Ramesh (1981) tarafından ortaya konan problemde marketlerde bulunan ürünlerin belirli bir sayıda olduğu ve bir ürünün talebini karşılayabilmek için birden fazla marketten satın alma işlemi yapılabileceği varsayılmıştır. Bu problem literatürde kapasiteli GSAP olarak adlandırılmaktadır. Diğer yandan markette bulunan ürün miktarlarının ürün taleplerinden fazla olduğu varsayımı ile problem kapasitesiz GSAP olarak da çalışılmıştır (Voß, 1996; Choi ve Lee, 2011; Kang ve Ouyang, 2011; Bernardino ve Paias, 2018). Her ürünün talebinin bire eşit olması durumunda kapasiteli GSAP kapasitesiz GSAP’ye kolayca dönüşebilmektedir. Bu iki temel probleme ek olarak Gouveia vd. (2011) marketlerden

alınabilecek ürün miktarı için bir üst limit tanımlamışlardır. GSAP'den esinlenerek çalışılmış diğer bir problem yapısı ise okul araçlarının rotalama problemi olmuştur (Riera-Ledesma and Salazar-González, 2013). Okul aracı rotalama probleminde ise öğrencilerin okul otobüslerine bineceği duraklarda bulunması gereken kişi sayısı için bir alt limit belirlenmiştir. Bu varsayıma göre otobüsün duracağı duraklarda bulunan öğrenci sayısı belirlenen alt limitten daha az olmaması gerekmektedir.

Yukarıda belirtilmiş olan market temelindeki kısıtlamalara ek olarak rotaların oluşturulması hususunda da birçok gerçek hayat uygulaması dikkate alınarak GSAP genişletilmiştir. Bu kapsamda Choi ve Lee (2011) kullanılan aracın bir kapasitesi olduğu varsayımı ile çok araçlı GSAP problemini ortaya koymuştur. Problemde ürünlerin toplanması için birden fazla araç kullanılabilir. Roy vd. (2023) bu problemi genişleterek marketlerin kümelenmesi ve bu kümelere araçların ziyaret etmesi üzerine çalışmışlardır. Batista-Galván vd. (2013) ise araçların belirli bölmelerden oluştuğu ve bu bölmelerin belirli kapasiteye sahip olduğunu varsaymışlardır. Manerba ve Mansini (2015) yaptıkları çalışmada birbiriyle uyumsuz ürünlerin aynı araçta taşınamayacağı kısıtlaması ile çok araçlı GSAP'yi genişletmişlerdir. Çok araçlı GSAP'de birden fazla araç kullanılmasından farklı olarak Bianchessi vd. (2014) aracın bir menzil limiti olduğunu varsaymış ve bu menzil limitine göre aracın birden fazla kez dolaşıma çıkabileceği durumu çalışmışlardır.

Market bazında veya rota bazında dikkate alınan kısıtlamalara ek olarak farklı bakış açıları ile GSAP'nin genişletildiği çalışmalar da bulunmaktadır. Mansini ve Tocchella (2009) satın alıcının bir bütçe limiti olduğu ve marketlerden alınan ürünlerin toplam fiyatının bu bütçeyi aşmaması gerektiğini çalışmışlardır. Gouveia vd. (2011) tarafından yapılmada ise ziyaret edilebilecek market sayısı için bir üst limit belirlemişlerdir. Diğer bir kısıtlama ise Kucukoglu (2022) tarafından satın alıcının tur zamanının belirli bir üst limiti aşmaması gerektiği üzerine çalışılmıştır. Cheaitou, vd. (2020) ulaşımdan kaynaklı çevresel kaygılar temelinde satın alıcının rotasının karbon salınımını dikkate alarak oluşturulmasına odaklanmışlardır. Benzer bir problem Hasanpour Jesri vd. (2022) tarafından çoklu depo kısıtları ile birlikte çalışılmıştır. Kucukoglu vd. (2023) ve Kucukoglu vd. (2024) tarafından yapılan çalışmalarda ise GSAP, bozulabilir ürünlerin tedariki kapsamında genişletilmiştir. Bu kapsamda ulaşım maliyeti ve satın alma maliyetlerine ek olarak ürünlerin bozulma maliyetleri de toplam maliyet içerisinde yer almıştır.

Yukarıda belirtilmiş olan GSAP türlerine ek olarak GSAP'nin çözümü için birçok yaklaşım geliştirilmiştir. Bu yaklaşımlar temelde optimal sonucu garanti eden kesin sonuç veren yöntemler ve sezgisel yöntemler olarak iki temel grubu ayrılabilir. Kesin sonuç veren yöntemlerin birçoğu büyük boyutlu problemlerin çözümünde işlem zamanı açısından kötü performans sergileyebilmektedir. Bu nedenle sezgisel yöntemler daha kısa süreler içerisinde etkin sonuç alabilmek için alternatif olabilmektedir. Bu kapsamda, mevcut literatürde GSAP için önerilmiş geliştirilmiş tasarruf algoritması (Golden vd. 1981), tur azaltma yaklaşımı (Ong 1982), ürün ekleme yaklaşımı (Pearn 1991) gibi çözüm kurucu yöntemlere ek olarak optimum veya optimum sonuca yakın sonuçlar üretmekte daha başarılı olan meta-sezgisel algoritmalar da bulunmaktadır. Bunlar arasında genetik algoritma tabanlı yaklaşımlar birçok çalışmada farklı GSAP türlerinin çözümü için kullanılmıştır (Goldbarg vd. 2009, Almeida vd. 2012, Bernardino ve Paias 2018, Cuellar-Usaquén vd. 2023, Kang vd. 2021, Pradhan vd. 2020, Roy vd. 2020). Genetik algoritma dışında, tabu arama algoritması (Voß 1996), tavlama benzetimi algoritması (Kucukoglu vd. 2023), değişken komşuluk arama algoritması (Ochi vd. 2001), geniş komşuluk arama algoritması (Kucukoglu 2022, Kucukoglu vd. 2024) gibi meta-sezgisel yöntemler de GSAP'nin çözümü için dikkate alınmıştır. Bu yaklaşımlara ek olarak hibrit meta-sezgisel yapılar veya makine öğrenmesine dayalı yaklaşımlar yakın zamanda ortaya konmuş çözüm yaklaşımlarıdır. Yuan vd. (2025) tarafından yapılan çalışmada ürünler ile marketler arasındaki ilişki ortaya koymak amacıyla derin takviyeli öğrenme yaklaşımı kullanılmış ve çift taraflı graf yaklaşımı ile rota oluşturulmasına yönelik bir yaklaşım ortaya konmuştur. Makine öğrenmesine dayalı diğer bir çalışma Khatua vd. (2024) tarafından yapılmıştır. Yazarlar genetik algoritma operatörlerinden birisi olan çaprazlama işlemini makine öğrenmesi ile güçlendirmişlerdir. Cheaitou vd. (2025) dikkate almış oldukları GSAP için standart genetik algoritma yapısına ek olarak kesin çözüm veren yöntemle birlikte çalışan hibrit bir genetik algoritma geliştirmişlerdir. Yapılan bu çalışma kapsamında geliştirilmiş olan çözüm yaklaşımı güncel çözüm yaklaşımlarına benzer bir şekilde hibrit bir yapı şeklinde kesin çözüm veren bir yöntem ile sezgisel yöntemleri bir araya getirmektedir. Bununla birlikte hibrit yapı içerisinde kesin çözüm veren yöntem ile sezgisel yöntemin birbirleri olan ilişkisi ve kullanım amaçları dikkate alındığında mevcut çözüm yaklaşımlarından farklı bir yapıda çalışma prensibine sahip olduğu görülmektedir.

Yapılan literatür araştırmasına göre GSAP sanal mağaza uygulamaları kapsamında ilk defa bu çalışmada dikkate alındığı görülmüştür. Diğer yandan geliştirilmiş olan çözüm yaklaşımı temelde optimal sonucu garanti eden ticari bir çözücüye dayanmakla birlikte bu çözücüye girdi teşkil edecek rota geliştirme yaklaşımının literatürde GSAP için daha önce çalışılmamış yeni bir yaklaşım olduğu tespit edilmiştir. Yapılan sayısal çalışmalar ile yöntemin etkinliği ortaya konmuştur.

3. Materyal ve Yöntem (Material and Method)

Bu bölümde ilk olarak KO-GSAP'ye ait detaylar verilmiştir. Ardından problemin çözümü için geliştirilmiş olan model formülasyonu ve çözüm yaklaşımı verilmiştir. Son alt bölümde ise çözüm yaklaşımının etkinliğini analiz edebilmek için yapılmış olan sayısal çalışmalara ilişkin deney ortamı anlatılmıştır.

3.1. Problem Tanımı (Problem Definition)

GSAP'de gezgin satın alıcı belirli sayıda ürün çeşidine ait talebi farklı lokasyonlarda bulunan marketleri ziyaret ederek karşılamaktadır. Her markette bulunan ürün çeşidi sayısı, fiyatı ve stok miktarı farklı olabilmektedir. Dolayısı ile satın alıcı bir ürün çeşidine ait talebi karşılamak için birden fazla marketten satın alma işlemi yapabilmektedir. Diğer yandan satın alıcının bütün marketlere gitme zorunluluğu olmayıp satın alma işlemlerini belirli sayıda marketten karşılayabilmektedir. Dolayısı ile gezgin satın alıcının ziyaret edeceği marketler ve rotası problemde verilmesi gereken diğer bir karardır. Problemde amaç gezgin satın alıcının toplam satın alma ve ulaşım maliyetini en aza indirecek rota ve satın alma planının belirlenmesidir.

Yukarıda tanımı yapılan GSAP'ye ek olarak bu çalışmada dikkate alınan KO-GSAP'de günümüz satın alma seçeneklerinden birisi olan sanal market üzerinden satış işlemleri de dikkate alınmıştır. Bu kapsamda problemde var olan marketlerden bazıları sanal market mağazaları üzerinden kargo yoluyla da müşterilerine ürün satabilmektedir. Bu kapsamda satın alıcı sanal market üzerinden belirli bir kargo ücreti ile ürün satın alabilmektedir. Buna ek olarak satın alıcının belirli bir sanal marketten almış olduğu ürünlerin tutarı mağazanın belirlemiş olduğu bir limiti aşması durumunda kargo ücretini iade etmektedir. Sanal market üzerinden satın alınan ürünler kargo yoluyla satın alıcının adresine teslim edilmektedir. Bu varsayıma ek olarak günümüzde bazı ürünlerin ihtiyaca göre kısa sürede temin edilmesi önem arz edebilmektedir. Bu kapsamda KO-GSAP'de belirli ürünlerin sadece markete giderek alınması gerekmektedir. Dolayısı ile bu tür ürünlerin sanal mağaza üzerinden satışı yapılmamaktadır. Yukarıda belirtilmiş olan varsayımlar altında KO-GSAP'de amaç satın alıcının sanal mağaza üzerinden alımlarını da kapsayacak şekilde toplam maliyetini minimize etmektir.

3.2. Önerilen Yöntem (Proposed Method)

KO-GSAP'nin çözümü için bir matematiksel model geliştirilmiş olup bu matematiksel modelin çözümünde optimal çözümü garanti eden GUROBI çözücüsü kullanılarak çok adımlı bir yaklaşım geliştirilmiştir.

KO-GSAP için geliştirilmiş olan karışık tam sayılı matematiksel model formülasyonu aşağıda verilmiştir.

Parametreler

- K Ürünler kümesi
- M Marketler kümesi
- $\{0\}$ Depo noktası
- V Depo ve marketler kümesi
- M^e Sanal mağazası olan marketler kümesi
- M_k k ürününün satışının yapıldığı marketler kümesi; $M_k \subseteq M, k \in K$
- K^e Sanal marketlerden alınabilecek ürünler kümesi
- K_i^e i sanal marketinde satılan ürünler kümesi; $K_i^e \subseteq K, i \in M^e$
- d_k k ürününün talep miktarı; $k \in K$
- q_{ik} i marketinde bulunan k ürünü miktarı; $k \in K, i \in M_k$
- p_{ik} i marketinde bulunan k ürünü satış fiyatı; $k \in K, i \in M_k$
- c_{ij} i noktasından j noktasına olan ulaşım maliyeti; $i, j \in V, i \neq j$
- h_i i sanal marketine ait kargo ücreti; $i \in M^e$
- l_i i sanal marketinde kargo ücreti iadesi için belirlenmiş olan minimum satın alma tutarı; $i \in M^e$

Karar Değişkenleri

- x_{ij} satın alıcı i noktasından j noktasına giderse 1, aksi halde 0 değerini alan ikili değişken; $i, j \in V, i \neq j$
- y_i i marketine gidilirse 1, aksi halde 0 değerini alan ikili değişken; $i \in M$
- z_{ik} i marketine gidilerek satın alınan k ürünü miktarı; $k \in K, i \in M_k$
- z_{ik}^e i marketinden sanal olarak satın alınan k ürünü miktarı; $k \in K_i^e, i \in M^e$
- a_i i sanal marketinden alım yapılırsa 1, aksi halde 0 değerini alan ikili değişken; $i \in M^e$
- b_i i sanal marketinden kargo iadesi alınır 1, aksi halde 0 değerini alan ikili değişken; $i \in M^e$
- u_i alt tur engelleme kısıtlarında kullanılan etiket değişkeni; $i \in V$

Model

$$\text{Min} \sum_{\substack{i,j \in V \\ i \neq j}} c_{ij}x_{ij} + \sum_{i \in M_k} \sum_{k \in K} p_{ik}z_{ik} + \sum_{i \in M^e} \sum_{k \in K_i^e} p_{ik}z_{ik}^e + \sum_{i \in M^e} h_i(a_i - b_i) \quad (1)$$

S.t.

$$\sum_{i \in M_k} z_{ik} + \sum_{i \in M^e} z_{ik}^e = d_k \quad k \in K^e \quad (2)$$

$$\sum_{i \in M_k} z_{ik} = d_k \quad k \in K \setminus K^e \quad (3)$$

$$z_{ik} \leq q_{ik}y_i \quad k \in K, \quad i \in M_k \quad (4)$$

$$z_{ik} + z_{ik}^e \leq q_{ik} \quad k \in K^e, \quad i \in M_k \quad (5)$$

$$z_{ik} \leq q_{ik} \quad K \setminus K^e, \quad i \in M_k \quad (6)$$

$$\sum_{\substack{j \in V \\ i \neq j}} x_{ij} = y_i \quad i \in M \quad (7)$$

$$\sum_{\substack{i \in V \\ i \neq j}} x_{ij} = y_j \quad j \in M \quad (8)$$

$$\sum_{k \in K_i^e} z_{ik}^e \leq q_{ik}a_i \quad i \in M^e \quad (9)$$

$$\sum_{k \in K_i^e} p_{ik}z_{ik}^e \geq l_i - \sum_{k \in K_i^e} p_{ik}q_{ik}(1 - b_i) \quad i \in M^e \quad (10)$$

$$u_j - u_i \geq 1 - |V|(1 - x_{ij}) \quad i \in M, \quad i \in V \quad (11)$$

$$x_{ij} \in \{0,1\} \quad i, j \in V, \quad i \neq j \quad (12)$$

$$y_i \in \{0,1\} \quad i \in M \quad (13)$$

$$u_i \geq 0 \quad i \in V \quad (14)$$

$$z_{ik} \quad k \in K, \quad i \in M_k \quad (15)$$

$$z_{ik}^e \quad k \in K_i^e, \quad i \in M^e \quad (16)$$

$$a_i, b_i \quad i \in M^e \quad (17)$$

Geliştirilmiş olan matematiksel modelde (1) no.lu denklem satın alıcının toplam maliyetini minimize edecek amaç fonksiyonunu tanımlamaktadır. (2) ve (3) no.lu kısıtlar ürün taleplerinin karşılanmasını sağlamaktadır. (2) no.lu denklem sanal mağazalardan alınabilecek ürünleri de kapsarken (3) no.lu denklem sadece market ziyareti ile alınabilecek ürünleri dikkate almaktadır. (4) - (6) no.lu kısıtlar market kapasitelerini tanımlamaktadır. Bu kısıtlar kapsamında bir marketten ziyaret veya kargo yolu ile alınan ürün miktarı ilgili markette bulunan ürün miktarını aşamaz. Ayrıca kısıt (4) ile bir marketten ziyaret ile ürün alınıyor ise bu markete satın alıcının ziyaret etmesi sağlanır. (7) ve (8) no.lu kısıtlar gezgin satın alıcının rotasının oluşturulmasını sağlamaktadır. Bu kısıtlara göre bir market ziyaret edilecek ise bu markete başka bir noktadan gelinmesini ve bu marketten başka bir noktaya gidilmesini sağlar. (9) no.lu kısıt bir marketten kargo yolu ile satın alma işlemi yapılmış ise kargo ücretinin yansıtılmasını sağlar. (10) no.lu kısıtta ise sanal marketten yapılan alışveriş tutarının belirlenen alt limite eşit veya fazla olması durumunda kargo ücretinin iadesini sağlar. (11) no.lu kısıt, gezgin satın alıcının rotasında alt tur oluşmasını engelleyen Miller-Tucker-Zemlin (MTZ, Miller vd. 1960) denklemleridir. (12)-(17) no.lu ifadeler ise modelde kullanılan karar değişkenlerini tanımlamaktadır.

Yukarıda verilmiş olan matematiksel model formülasyonunda modelin çözümünü zorlaştıran en önemli etkenlerden birisi alt tur oluşumunu engelleyen kısıtlardır. Literatürde rotalama problemleri için birçok alt tur

engelleme kısıtı mevcut olmakla birlikte Gavish ve Graves tarafından geliştirilmiş olan tek ürün akışına dayanan (Single Commodity Flow - SCF) formülasyon yapısının etkin sonuçlar verdiği bilinmektedir (Langevin ve Soumis, 1990). Bu kapsamda geliştirilmiş olan matematiksel model, (11) no.lu kısıt yerine aşağıda verilmiş olan (18)-(20) no.lu kısıtlar kullanılarak daha etkin hale getirilebilir. İlgili denklemlerde f_{ij} ($i, j \in V$) değişkeni tek ürün akışını kontrol etmekte kullanılmaktadır.

$$\sum_{j \in M} f_{0j} - \sum_{j \in M} f_{j0} = \sum_{k \in K} d_k \quad (18)$$

$$\sum_{j \in V} f_{ij} + \sum_{j \in V} f_{ji} = \sum_{k \in K} z_{ik} \quad i \in M \quad (19)$$

$$f_{ij} \leq \sum_{k \in K} d_k x_{ij} \quad i, j \in V, \quad i \neq j \quad (20)$$

Yukarıda detayları verilmiş olan matematiksel modelin çözümü için yapılan çalışmada iki aşamalı bir yaklaşım geliştirilmiştir. Şekil 1'de işlem adımlarının görselleştirildiği yaklaşımın ilk adımında modele ait alt tur engelleme kısıtları gevşetilerek model çözülmekte (Şekil 1.a) ve problem için bir alt sınır değer elde edilmektedir. Gevşetilmiş modelin çözümü sonucunda depodan tura başlayıp tekrar depoda sonlanan bir rotaya ek olarak bir market ile tura başlayıp tekrar aynı markete dönen alt turlar oluşacaktır. Bu modelin sonucunda elde edilen alt sınır değere ek olarak ilgili çözümde elde edilen alt turlar üzerinden Algoritma 1'de sözel kodu verilmiş olan bir rota geliştirme algoritması (RGA) ile esas problem için bir başlangıç çözümü oluşturulmaktadır. RGA, gevşetilmiş model sonucunda elde edilen S adet alt turu ($\bar{X}_1, \bar{X}_2, \dots, \bar{X}_S$) girdi olarak almakta ve iteratif olarak alt turları esas rotaya (X) eklemektedir. Burada $\bar{X}_1$ depodan başlayarak tekrar depoda sonlanan turu ve diğer s alt turları ($\bar{X}_2, \bar{X}_3, \dots, \bar{X}_S$) bir market ile tura başlayarak tekrar aynı market ile sonlanan turları temsil etmektedir. RGA ilk olarak $s = 1$ dışındaki tüm alt turlarda $\bar{X}_s$ içerisinde ilk sırada bulunan marketi silerek işleme başlamaktadır (Şekil 1.b). Sonrasında $X = \bar{X}_1$ ile esas rotaya ilk atama yapılır. Ardından, $s = 2, \dots, S$ için tüm alt turları sırasıyla X içerisinde en uygun pozisyona yerleştirir. Bu yerleştirme işleminde, $\bar{X}_s$ 'in ardışık iki market ($i, i + 1$) arasına eklenmesinde ortaya çıkacak maliyet (Y) dikkate alınmaktadır. Bu hesaplama $\bar{X}_s$ içerisinde ilk ve son sıradaki marketler üzerinden yapılmaktadır. $\bar{X}_s$ içerisinde bir sıra değişikliği yapılmadan, X içerisinde i ve $i + 1$ pozisyonunda bulunan marketler arasına $\bar{X}_s$ sırasının ya da alternatif olarak $\bar{X}_s$ sırasının tam tersinin rotaya eklenme maliyeti hesaplanmaktadır. X içerisinde olası tüm pozisyonlar için ekleme maliyeti hesaplandıktan sonra en düşük Y değerini veren pozisyona $\bar{X}_s$ eklenmektedir. Tüm alt turlar esas rotaya eklendiğinde problem için uygun bir başlangıç rotası elde edilir (Şekil 1.b). Sonrasında, elde edilen rota üç farklı lokal arama yöntemiyle (ikili değişim, kaydırma, ters çevirme) iyileştirilmektedir. İkili değişim metodunda rota içerisinde seçilen iki market düğümü yer değiştirmektedir (Şekil 1.c). Bu yöntemde seçilmiş olan marketler dışında diğer marketlerin pozisyonunda bir değişiklik olmamaktadır. Kaydırma işleminde ise seçilen bir market düğümü rota içerisinde başka bir düğümün önüne kaydırılmaktadır (Şekil 1.d). Bu işlem sonucunda seçilen market düğümü ile seçilen pozisyon arasındaki market düğümlerinin pozisyonlarında bir değişiklik olmaktadır. Son olarak ters çevirme işleminde rota içerisinde seçilen iki düğüm ve arasında kalan market düğümleri ters çevrilmektedir (Şekil 2.e). Lokal arama yönteminin her iterasyonunda rast gele seçilen bir metot mevcut rotaya uygulanmaktadır. Üç metot için de olası tüm değişimler dikkate alınarak en iyi komşu çözüm seçilmek yeni çözüm (X') olarak belirlenmektedir. Elde edilen yeni çözümün mevcut çözümden daha iyi olması durumunda yeni çözüm mevcut çözüm olarak atanır ($X' = X$). Lokal arama işlemi, Φ iterasyon boyunca çözümde bir iyileşme sağlanmazsa sona ermektedir. Lokal arama işlemi sonunda RGA sona ermektedir. RGA ile elde edilen çözüm esas model için bir üst sınır oluşturmaktadır. Elde edilen başlangıç çözümü ve sınır değerler dahilinde esas model belirli bir süre sınırı ile çözülerek nihai çözüm elde edilmektedir.

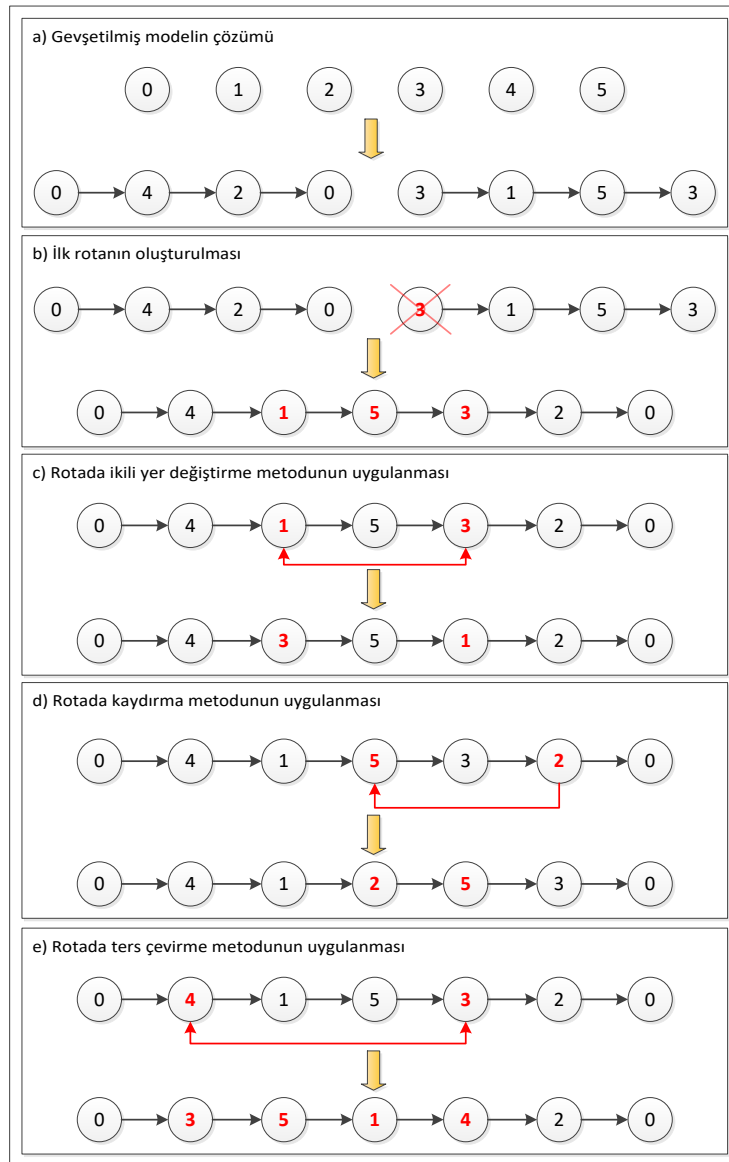
3.3. Deneysel Ortam (Experimental Environment)

KO-GSAP için geliştirilmiş olan çözüm yaklaşımının geçerliliğini ve etkinliğini test edebilmek için Laporte vd. (2003). Tarafından GSAP için üretilmiş test problemleri kullanılmıştır. İlgili test problemlerinde lokasyonların koordinatları, ürün talepleri, marketlerde bulunan ürün miktarları ve fiyatları rassal olarak belirlenmiştir. Üretilen problemlerin büyüklüğünü ve talep yapısını belirleyen üç parametre kullanılmıştır. Bunlar; problemde bulunan lokasyon sayısı $|V|$, ürün çeşidi sayısı $|K|$ ve ürünlerin talep miktarını belirleyen λ parametresidir. Yazarlar bu parametreler için $|V| = \{50, 100, 150, 200\}$, $|K| = \{50, 100, \dots, 350\}$ ve $\lambda = \{0,1, 0,5, 0,7, 0,8, 0,9, 0,95, 0,99\}$ değerlerini dikkate almışlardır. Her bir parametre kombinasyonunda beş adet rassal problem üretmişlerdir. Kapasiteli GSAP için üretilmiş olan problemler KO-GSAP'ye adapte edebilmek için $\lceil |K| \times 0.7 \rceil$ adet ürünün sanal mağaza üzerinden alınabileceği varsayılmıştır. Ek olarak $\lceil |V| \times 0.7 \rceil$ adet marketin sanal mağaza üzerinden ürün satışı yaptığı varsayılmıştır. Sanal mağazadan alınabilecek ürün çeşitleri ve sanal mağazalar rassal olarak belirlenmiştir. Sanal mağazalarda kargo indirimi sağlanabilecek satın alma tutarını belirleyebilmek için GSAP için

daha önceden elde edilen çözümler kullanılmıştır. Bu çözümlerde marketlerden satın alınan ürünlere ait minimum (l^{min}) ve maksimum (l^{max}) tutarlar hesaplanmıştır. Sonrasında her bir sanal mağaza için l_i değeri l^{min} ve l^{max} arasında rassal olarak belirlenmiştir. Bir i sanal mağazası için hesaplanan l_i değerinin $(2/3) \times \sum_{i \in M_k} q_{ik} p_{ik}$ sınır değerinden büyük olması durumunda $l_i = 0.5 \times l_i$ olarak güncellenmiştir. Son olarak i sanal mağazası için kargo bedeli $(0.05 \times l_i, 0.1 \times l_i)$ aralığında rassal olarak belirlenmiştir. Bu varsayımlar altında KO-GSAP için $|V| = \{50, 100\}$, $|K| = \{50, 100, 150, 200\}$ ve $\lambda = \{0, 1, 0, 5, 0, 7, 0, 8, 0, 9, 0, 95, 0, 99\}$ parametre değerleri ile toplam 280 adet problem üretilmiştir.

Yapılan sayısal çalışmalarda ilk olarak alt tur engelleme kısıtlarının çözüm zamanı üzerindeki etkisi analiz edilmiştir. Bu kapsamda $(|V| = 50, |K| = 50)$ büyüklüğünde problemler MTZ ve SCF denklemleri ile ayrı ayrı çözülmüştür. Bu çözümlerde RGA ve sınır değer elde etme prosedürleri göz ardı edilmiştir. Alt tur engelleme kısıtları üzerinde yapılan çalışmalara ek olarak RGA'nın çözüm zamanına ve çözüm kalitesine olan katkısı analiz edilmiştir. Son olarak geliştirilmiş olan çözüm yaklaşımı tüm problemler için uygulanmış ve sonuçlar analiz edilmiştir.

Yukarıda belirtilmiş olan deneysel çalışmalarda RGA'nın kullanılmadığı durumlarda problemler GUROBI 12.0 çözücüsü ile bir saatlik süre kısıtı altında çözülmüştür. RGA'nın kullanıldığı durumlarda ise gevşetilmiş olan modelin çözümü için beş dakikalık süre sınırı belirlenmiş olup bu modelin çözümü için geçen süre esas model için belirlenmiş olan 3600 saniyeden çıkartılarak süre sınırı belirlenmiştir. Problemlerin çözümünde Intel Xeon Gold 6226R 2.90 GHz işlemci ve 64 GB belleğe sahip iş istasyonu kullanılmıştır.



Şekil 1. Çözüm yaklaşımına ait işlemler için örnek gösterim (Illustrative example for the computations belonging the solution approach)

Algoritma 1. Geliştirilmiş olan RGA yaklaşımı (The Proposed RGA Approach).

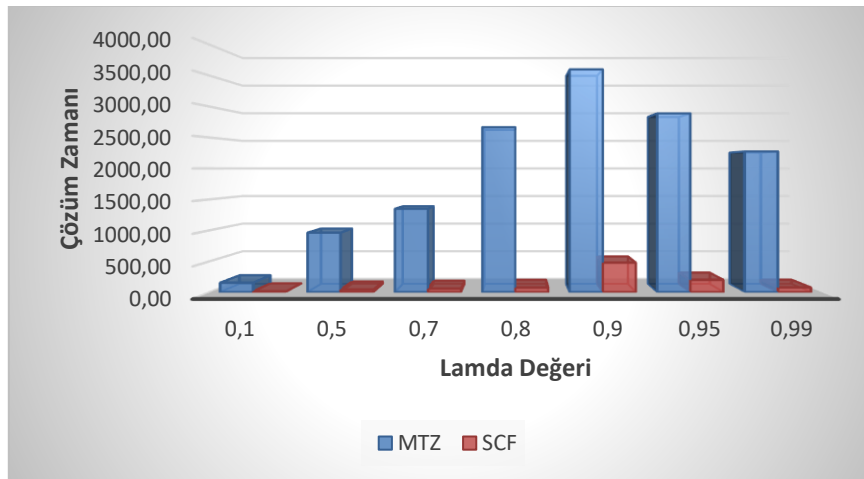
```

1: Input  $(\bar{X}_1, \bar{X}_2, \dots, \bar{X}_S)$ 
2: For  $s = 2$  To  $S$ 
3:   Alt turda yer alan ilk marketi  $\bar{X}_s(1)$  rotadan sil
4: Next
5:  $X = \bar{X}_1$ 
6: For  $s = 2$  To  $S$ 
7:    $Y = \text{Büyük bir sayı}$ 
8:    $i^* = 0$ 
9:    $r^* = 0$ 
10:  For  $i = 1$  To  $|X| - 1$ 
11:    If  $c_{X(i), \bar{X}_s(1)} + c_{X(i+1), \bar{X}_s(|X|)} - c_{X(i), X(i+1)} < Y$  Then
12:       $Y = c_{X(i), \bar{X}_s(1)} + c_{X(i+1), \bar{X}_s(|X|)} - c_{X(i), X(i)}$ 
13:       $i^* = i$ 
14:       $r^* = 0$ 
15:    End If
16:    If  $c_{X(i), \bar{X}_s(|X|)} + c_{X(i+1), \bar{X}_s(1)} - c_{X(i), X(i+1)} < Y$  Then
17:       $Y = c_{X(i), \bar{X}_s(|X|)} + c_{X(i+1), \bar{X}_s(1)} - c_{X(i), X(i)}$ 
18:       $i^* = i$ 
19:       $r^* = 1$ 
20:    End If
21:  Next
22:  If  $r^* = 0$  Then
23:     $\bar{X}_s$  sırasını  $X$  içerisinde  $i^*$  pozisyonuna yerleştir
24:  Else
25:     $\bar{X}_s$  sırasını ters çevirerek  $X$  içerisinde  $i^*$  pozisyonuna yerleştir
26:  End If
27: Next
28:  $X^* = X$ 
29:  $\Psi = 0$ 
30: Do
31:    $\Psi += 1$ 
32:   Rastgele bir lokal arama metodu seç
33:   Mevcut çözüme ( $X$ ) seçilen lokal arama metodunu uygula
34:   Lokal arama işleminde en iyi komşu çözümü  $X'$  belirle
35:   If  $f(X') < f(X)$  Then
36:      $X' = X$ 
37:   End If
38:   If  $f(X') < f(X^*)$  Then
39:      $X^* = X'$ 
40:      $\Psi = 0$ 
41:   End If
42: Loop Until  $\Psi = \Phi$ 
43: Return  $X^*$ 

```

4. Bulgular

Yapılan sayısal çalışmalarda ilk olarak alt tur engelleme kısıtları olan MTZ ve SCF formülasyonlarının çözüm zamanı üzerindeki etkisi analiz edilmiştir. Bu kapsamda Tablo 1'de ($|V| = 50, |K| = 50$) büyüklüğünde 35 problem için elde edilen sonuçlar gösterilmektedir. Tabloda f_{MTZ} ve f_{SCF} , sırasıyla MTZ ve SCF denklemleri ile bir saatlik süre sınırı içerisinde GUROBI'den elde edilen sonuçlarını ifade etmektedir. Ek olarak t ve $\%G_{opt}$, GUROBI'den elde edilen sonuca ait işlem zamanını ve elde edilen sonuca ait optimalite aralığını göstermektedir. Elde edilen sonuçlar karşılaştırıldığında SCF ile MTZ'ye göre çok daha kısa sürelerde optimum sonuca ulaşıldığı görülmüştür. Diğer yandan MTZ ile birçok problemde bir saatlik süre sonunda GUROBI sonlandırılmış ve pozitif bir optimalite aralığı ile çözüm elde edilmiştir. Özellikle λ değerinin yüksek olduğu problemler için GUROBI çözücüsü ile elde edilen çözümlerde optimum sonucun garanti edilemediği görülmüştür. SCF formülasyonu kullanıldığı durumlarda ise birkaç problem dışında GUROBI'nin beş dakika içerisinde optimum sonuca eriştiği görülmektedir. Şekil 2'de, 35 problem için elde edilen çözüm zamanları λ değeri bazında ortalama alınarak gösterilmektedir. İlgili grafikten de görüldüğü üzere SCF formülasyonu ile KO-GSAP için daha kısa süreler ile optimum sonuca ulaşılmıştır.



Şekil 2. MTZ ve SCF denklemleri ile λ değeri bazında elde edilen ortalama zamanlar (Average computational time obtained by MTZ and SCF equations with respect to λ value)

Tablo 1. MTZ ve SCF denklemleri ile elde edilen sonuçlar (The results obtained by MTZ and SCF equations).

#	λ	MTZ			SCF		
		f_{MTZ}	$\%G_{opt}$	t	f_{SCF}	$\%G_{opt}$	t
1	0.1	46765	0.00	21.09	46765	0.00	10.50
2		48120	0.00	37.15	48120	0.00	20.52
3		42800	0.00	46.15	42800	0.00	10.21
4		42920	0.00	646.82	42920	0.00	16.29
5		40345	0.00	16.45	40345	0.00	9.15
6	0.5	17943	0.00	17.57	17943	0.00	30.02
7		18338	0.01	2026.47	18338	0.00	60.12
8		16555	0.00	684.88	16555	0.00	75.10
9		16152	0.00	2067.07	16152	0.00	37.89
10		15786	0.00	12.72	15786	0.00	12.40
11	0.7	8954	0.00	44.08	8954	0.00	55.15
12		9412	0.00	159.19	9412	0.00	72.40
13		8668	0.00	65.65	8668	0.00	48.46
14		8454	3.28	3600.00	8454	0.00	65.65
15		8501	0.00	762.42	8501	0.00	45.67
16	0.8	6141	2.12	3600.00	6141	0.00	90.55
17		6109	0.00	911.56	6109	0.00	70.45
18		5724	0.00	1617.75	5724	0.00	87.33
19		5487	3.86	3600.00	5487	0.00	71.97
20		5673	5.38	3600.00	5673	0.00	52.21
21	0.9	3563	11.17	3600.00	3562	0.00	369.00
22		3278	6.25	3600.00	3278	0.00	157.80
23		3368	5.70	3600.00	3368	0.00	192.56
24		3271	15.71	3600.00	3271	0.00	85.33
25		3397	19.43	3600.00	3375	0.00	1588.93
26	0.95	2565	21.29	3600.00	2565	0.00	423.85
27		1700	0.00	45.39	1700	0.00	15.77
28		2372	16.57	3600.00	2372	0.00	219.15
29		2479	32.19	3600.00	2436	0.00	105.91
30		2714	28.67	3600.00	2714	0.00	232.97
31	0.99	1641	0.00	526.49	1641	0.00	13.86
32		1123	0.00	42.98	1123	0.00	8.74
33		1729	22.61	3600.00	1729	0.00	147.80
34		1830	46.07	3600.00	1830	0.00	164.56
35		1839	18.60	3600.00	1831	0.00	49.24

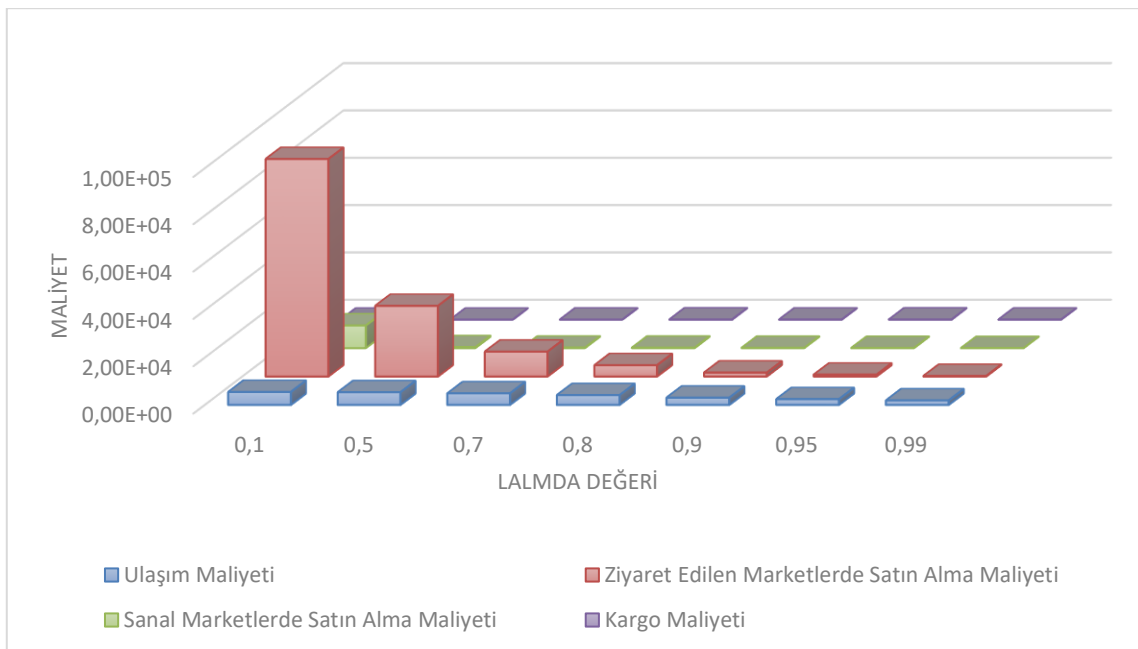
Tablo 1’de verilmiş olan karşılaştırmaya ek olarak geliştirilmiş olan çözüm yaklaşımında RGA’nın çözüm kalitesine ve çözüm zamanına etkisini analiz edebilmek için KO-GSAP için üretilmiş tüm problemler esas model, RGA ve RGA

olmadan çözülmüştür. Tablo 2’de elde edilen çözümlere ait optimalite aralıkları ve çözüm zamanları problemde yer alan lokasyon sayısı ve ürün çeşidi sayısına göre ortalama değerler üzerinden gösterilmiştir. Elde edilen değerler karşılaştırıldığında RGA’nın çözüm zamanını ve optimalite aralığını önemli ölçüde düşürdüğü görülmektedir. Özellikle $|V| = 100$ olan problemlerde RGA ile elde edilen çözümlere ait optimalite aralığının sadece GUROBI çözücüsü ile elde edilen sonuçlara göre %~50 düşürdüğü görülmektedir.

Tablo 2. RGA’nın çözüm kalitesi üzerine olan etkisi (The effect of RGA on the solution quality).

$ V $	$ K $	GUROBI		RGA + GUROBI	
		$\%G_{opt}$	t	$\%G_{opt}$	t
50	50	0.00	134.79	0.00	106.21
	100	0.00	228.18	0.00	140.42
	150	0.00	229.89	0.00	172.75
	200	0.14	329.13	0.00	198.99
100	50	2.23	1589.99	1.82	1451.23
	100	1.14	1501.25	0.65	1358.31
	150	5.69	2713.36	3.11	1959.39
	200	8.46	2958.73	4.06	1992.78

Tablo 2’de özetlenmiş olan sonuçlara ek olarak Tablo 3’te RGA+GUROBI ile elde edilen çözümlere ait detaylar verilmiştir. Tablo 3’te verilmiş olan $\%G_{opt}$ değerleri dikkate alındığında $|V| = 50$ olan tüm problemler için optimum sonuca ulaşıldığı görülmektedir. $|V| = 100$ olan problemlerde ise düşük λ değerlerine sahip birçok problem için optimum sonuç elde edilmiş olup $\lambda = 0.9, 0.95, 0.99$ olan problemlerde $\%G_{opt}$ değerleri artış göstermiştir. KO-GSAP için üretilen 280 problemten 211’i için optimum sonuca ulaşılırken geriye kalan 38 problem için elde edilen optimalite aralığı %1’den düşük çıkmıştır. Yüksek λ değerlerinde ise optimalite aralığının %20’nin üzerinde olduğu çözümler elde edilmiştir. Bu durum, ürün talep miktarının düşük ve ziyaret edilmesi gereken market sayısının az olduğu durumlarda geliştirilmiş olan matematiksel modelin optimum sonuca erişme noktasında daha fazla işlem zamanına ihtiyaç duyduğunu göstermektedir. Problem boyutunun daha yüksek olduğu problemlerde bir saatlik süre sınırı içerisinde GUROBI çözücüsünün elde edeceği $\%G_{opt}$ değerinin daha yüksek olması olası bir durumdur. Bu kapsamda $|V| = 150$ ve $|K| = 50$ için her bir λ değerleri için birer problem üretilerek $\%G_{opt}$ değerleri ve λ değerine göre değişimleri analiz edilmiştir. Yapılan sayısal çalışmalar sonucunda elde edilen çözümler Tablo 4’te verilmiştir. $\%G_{opt}$ incelendiğinde $|V| = 50$ ve $|V| = 100$ boyutundaki problemlerde olduğu gibi düşük λ değerlerinde optimum sonuca ulaşılabilirdi, fakat λ değeri yükseldikçe $\%G_{opt}$ değerinde daha fazla artış olduğu görülmüştür. Dolayısı ile geliştirilmiş çözüm yaklaşımının 150 ve daha üstü market sayısını içeren problem büyüklüklerinde ürün talebinin yüksek olduğu ve dolayısı ile ziyaret edilmesi gereken market sayısının fazla olduğu durumlarda belirli bir süre kısıtı içerisinde optimum veya optimuma yakın sonuçları bulmakta daha başarılı olduğu ifade edilebilir.



Şekil 3. KO-GSAP problemlerinde maliyetlerin dağılımı (Deviation of the costs in TPP-CO problems).

Tablo 3. KO-GSAP problemleri için elde edilen sonuçlar (The results of the KO-TPP instances).

$ V $	$ K $	λ	f_{SCF}	$\%G_{opt}$	t	$\bar{y}$	$\bar{a}$	$\bar{c}$	$\bar{p}_1$	$\bar{p}_2$	$\bar{h}^+$	$\bar{h}^-$
50	50	0.1	44190.00	0.00	13.33	47.60	6.00	5356.60	36280.60	2552.80	151.20	151.20
		0.5	16954.80	0.00	43.11	43.60	2.20	4904.00	11596.00	430.20	42.40	17.80
		0.7	8797.80	0.00	57.47	38.60	3.20	4094.20	4415.20	229.20	65.80	6.60
		0.8	5826.80	0.00	74.50	29.20	4.00	3162.40	2377.60	193.60	93.20	0.00
		0.9	3370.80	0.00	278.72	19.40	3.80	2256.00	886.40	146.40	83.40	1.40
		0.95	2357.40	0.00	199.53	13.40	2.80	1827.00	413.40	57.20	55.80	0.00
		0.99	1630.80	0.00	76.84	6.80	2.40	1349.80	178.80	28.20	74.00	0.00
	100	0.1	86463.80	0.00	5.29	49.00	6.80	5549.40	73040.00	7874.40	413.40	413.40
		0.5	29571.00	0.00	60.54	49.00	0.20	5549.40	23965.80	55.80	2.20	2.20
		0.7	13477.80	0.00	63.50	43.40	1.40	4882.20	8427.20	132.80	35.60	0.00
		0.8	8075.00	0.00	73.47	32.80	4.00	3783.20	3852.60	314.60	133.60	9.00
		0.9	4497.00	0.00	193.80	25.60	3.60	2698.20	1530.80	175.20	95.60	2.80
		0.95	3098.60	0.00	438.80	17.80	2.20	2190.20	706.40	111.20	91.80	1.00
		0.99	2144.20	0.00	147.57	12.60	1.00	1852.40	222.80	23.40	45.60	0.00
	150	0.1	127994.80	0.00	7.26	49.00	7.20	5549.40	110315.20	12130.20	635.40	635.40
		0.5	41880.40	0.00	57.04	48.60	1.80	5511.60	35221.00	1147.80	56.40	56.40
		0.7	17902.60	0.00	63.64	46.20	1.60	5141.40	12296.80	419.40	59.40	14.40
		0.8	10598.40	0.00	77.81	44.00	2.20	4835.00	5440.20	220.60	103.80	1.20
		0.9	5525.80	0.00	233.55	32.60	1.80	3433.20	1893.40	121.80	63.80	3.20
		0.95	3843.80	0.00	495.46	22.40	1.60	2742.80	966.20	55.80	79.00	0.00
		0.99	2607.20	0.00	274.49	12.80	1.20	2204.60	284.60	42.80	75.20	0.00
	200	0.1	169329.20	0.00	16.95	49.00	7.40	5549.40	148104.80	15675.00	943.60	943.60
		0.5	54258.20	0.00	61.44	49.00	0.00	5549.40	48708.80	0.00	0.00	0.00
		0.7	22489.00	0.00	77.30	49.00	0.00	5549.40	16939.60	0.00	0.00	0.00
		0.8	12473.40	0.00	93.10	44.60	0.20	4931.00	7531.80	0.40	10.20	0.00
		0.9	6385.20	0.00	196.91	36.80	0.40	3952.20	2383.40	39.80	10.60	0.80
		0.95	4317.40	0.00	671.70	26.20	0.60	3136.60	1122.60	28.80	29.40	0.00
		0.99	2775.40	0.00	275.51	13.40	0.60	2364.00	358.40	16.00	37.00	0.00
100	50	0.1	89556.60	0.01	93.00	98.60	5.80	7641.20	79132.40	2783.00	177.20	177.20
		0.5	31274.20	0.03	1048.94	95.80	3.60	7321.40	23162.20	712.80	96.40	18.60
		0.7	14828.20	0.00	414.46	84.00	4.40	6123.00	8300.60	298.80	104.80	2.00
		0.8	9182.60	0.16	1924.39	64.80	5.20	4563.80	4237.20	213.40	164.80	0.60
		0.9	4561.60	3.48	2625.72	33.40	7.20	2608.20	1563.80	175.80	200.00	0.60
		0.95	2664.00	4.21	3214.10	19.60	5.80	1668.60	702.80	145.20	142.60	0.60
		0.99	1419.40	4.47	837.99	9.80	2.60	1120.40	198.20	41.60	59.20	0.00
	100	0.1	167028.80	0.00	101.26	99.00	9.80	7654.20	148291.60	11083.00	653.80	653.80
		0.5	53858.80	0.00	631.11	98.40	1.60	7572.60	45601.60	684.60	40.00	40.00
		0.7	22636.60	0.00	761.91	88.00	2.40	6728.20	15584.60	245.00	80.00	1.20
		0.8	13195.40	0.17	1134.48	85.00	2.40	6114.40	6827.20	150.80	103.00	0.00
		0.9	6441.80	2.60	2722.04	53.20	3.60	3726.80	2428.40	112.40	169.20	0.60
		0.95	3486.20	3.87	2748.15	30.60	1.80	2297.20	1096.20	44.00	49.40	0.60
		0.99	1745.20	1.37	1409.24	12.00	2.00	1235.00	363.60	59.00	87.60	0.00
	150	0.1	250376.80	0.01	115.08	99.00	9.80	7658.40	227075.00	15643.40	935.20	935.20
		0.5	78325.60	0.00	1394.02	96.60	2.00	7498.80	69516.60	1310.20	78.40	78.40
		0.7	31181.00	0.02	1222.88	98.40	1.60	7532.40	23232.40	366.20	65.80	15.80
		0.8	16746.00	0.00	988.00	91.80	0.80	6699.60	9955.00	50.00	44.20	2.80
		0.9	7519.00	2.41	3019.50	64.80	0.20	4718.00	2799.20	0.20	1.60	0.00
		0.95	4616.40	12.88	3600.00	44.60	0.60	3379.00	1215.60	13.40	8.40	0.00
		0.99	2166.00	6.47	3376.23	16.40	1.80	1554.60	455.00	42.80	114.20	0.60
	200	0.1	326343.40	0.01	262.19	99.00	15.20	7657.40	285320.80	33365.20	1883.60	1883.60
		0.5	100561.80	0.03	1744.71	99.00	1.40	7654.20	91981.80	925.80	46.60	46.60
		0.7	38681.00	0.00	990.70	99.00	0.60	7654.20	30864.60	162.20	9.40	9.40
		0.8	19843.40	0.00	1182.58	95.40	0.40	7340.80	12473.40	16.60	13.20	0.60
		0.9	8615.80	1.16	2569.27	69.40	1.00	4874.20	3629.20	49.00	28.40	1.80
		0.95	4872.20	10.94	3600.00	46.60	2.60	3412.00	1325.80	69.80	64.00	0.00
		0.99	2697.40	16.32	3600.00	24.00	1.20	2254.20	404.00	15.40	23.80	0.00

Tablo 3'te verilmiş olan optimalite aralıklarına ek olarak elde edilen ortalama çözüm zamanları (t), ortalama ziyaret edilen market sayısı ($\bar{y}$), ortalama kullanılan sanal market sayısı ($\bar{a}$), ortalama ulaşım maliyeti ($\bar{c}$), ziyaret edilen marketlerde ortalama harcama tutarı ($\bar{p}_1$), sanal marketlerden yapılan ortalama harcama tutarı ($\bar{p}_2$), ortalama kargo bedeli ($\bar{h}^+$), ve iade alınan ortalama kargo bedeli ($\bar{h}^-$) ayrı sütunlarda verilmiştir. Bu değerler incelendiğinde özellikle λ değeri düşük olan problemlerde talep miktarının fazla olması nedeniyle satın alma maliyetinin ulaşım maliyetine göre daha baskın bir harcama kalemi olduğu görülmektedir. Bu problemler için

uğranılan market sayısı ve kullanılan sanal market sayısı oldukça yüksektir. Buna ek olarak bu problemlerde harcama tutarının yüksek olması nedeniyle çoğunlukla kargo bedellerinin iade olarak alındığı tespit edilmiştir. Diğer yandan λ yükseldikçe harcama tutarının azalması sebebiyle kargo bedellerinin iade alınamadığı görülmektedir. Şekil 3'te $|V| = 50$ için maliyetlerin dağılımı gösterilmektedir. Grafikten de görüleceği üzere ürünlere olan talep miktarının fazla olması durumunda sanal marketlerin kullanımı yüksek olmaktadır.

Tablo 4. 150 market içeren problem büyüklüğünde elde edilen sonuçlar (The results of the problems including 150 markets).

λ	$\%G_{opt}$	t
0.1	0.00	361.31
0.5	0.00	406.97
0.7	0.00	3018.39
0.8	8.41	3600.00
0.9	22.67	3600.00
0.95	33.33	3600.00
0.99	8.57	3600.00

Çalışmada yapılan son analiz ise sanal marketlerin kullanımı ile elde edilebilecek kazanımlar üzerine olmuştur. Bu kapsamda optimum sonuçların elde edildiği $|V| = 50$ büyüklüğündeki problemler için KO-GSAP sonuçları ile Laporte vd. (2003) tarafından sunulmuş olan optimum GSAP sonuçları Tablo 5'te karşılaştırılmıştır. Tabloda verilmiş olan f_{GSAP} ve $f_{KO-GSAP}$ sırasıyla GSAP ve KO-GSAP sonuçlarını gösterirken $\%G_{GSAP}$ sanal marketleri sayesinde elde edilen yüzdelik tasarrufu ifade etmektedir. Bu değerler incelendiğinde λ değeri arttıkça tasarruf oranının arttığı görülmektedir. Diğer yandan alınacak ürün çeşidi sayısının artması durumunda ise tasarrufun azaldığı tespit edilmiştir. λ değerinin düşük olması durumunda ise GSAP ve KO-GSAP sonuçlarının eşit veya benzer olduğu görülmektedir. Sonuç olarak ürün çeşidinin ve talep miktarlarının az ve ulaşım maliyetinin yüksek olduğu durumlarda sanal mağazalar üzerinden yapılacak harcamalar ile önemli tasarruflar sağlanabileceği görülmüştür. Ulaşım maliyetlerinin baskın olmadığı durumlarda ise tasarrufun kısmen sağlanabileceği görülmektedir.

Tablo 5. GSAP ve KO-GSAP sonuçlarının karşılaştırması (comparison of TPP and CO-TPP solutions).

λ	$ K = 50$			$ K = 100$			$ K = 150$			$ K = 200$		
	f_{GSAP}	$f_{KO-GSAP}$	$\%G_{GSAP}$	f_{GSAP}	$f_{KO-GSAP}$	$\%G_{GSAP}$	f_{GSAP}	$f_{KO-GSAP}$	$\%G_{GSAP}$	f_{GSAP}	$f_{KO-GSAP}$	$\%G_{GSAP}$
0.1	44251.40	44190.00	0.14	86463.80	86463.80	0.00	127994.80	127994.80	0.00	169329.20	169329.20	0.00
0.5	17024.40	16954.80	0.41	29571.00	29571.00	0.00	41881.00	41880.40	0.00	54258.20	54258.20	0.00
0.7	8900.80	8797.80	1.16	13539.40	13477.80	0.45	18014.40	17902.60	0.62	22489.00	22489.00	0.00
0.8	5958.20	5826.80	2.21	8192.40	8075.00	1.43	10680.00	10598.40	0.76	12477.40	12473.40	0.03
0.9	3571.00	3370.80	5.61	4667.80	4497.00	3.66	5634.20	5525.80	1.92	6391.00	6385.20	0.09
0.95	2443.80	2357.40	3.54	3187.20	3098.60	2.78	3855.60	3843.80	0.31	4348.20	4317.40	0.71
0.99	1862.00	1630.80	12.42	2313.00	2144.20	7.30	2756.80	2607.20	5.43	2791.00	2775.40	0.56

5. Sonuç ve Tartışma (Result and Discussion)

Yapılan bu çalışmada literatürde iyi bilinen gezgin satıcı probleminin bir varyasyonu olan gezgin satın alıcı problemi günümüz sanal market uygulamaları kapsamında genişletilmiştir. Kargo opsiyonlu gezgin satın alıcı problemi (KO-GSAP) olarak adlandırılan problemde satın alıcı belirli adette ürün talebini marketleri ziyaret ederek veya sanal market uygulamaları üzerinden karşılayabilmektedir. Market ziyaretleri için satın alıcının ürün satın alma maliyetine ek olarak bir ulaşım maliyeti de oluşmaktadır. Sanal market üzerinden alınan ürünlerde ise ürünlerin teslimi için oluşan kargo maliyeti dikkate alınmaktadır. Sanal market uygulamalarında sıklıkla karşılaşılan bir politika olarak sanal mağazalardan satın alınan ürünlerin tutarı belirli bir alt sınır değeri aşmasında ise kargo ücretinin iade edildiği varsayılmıştır. Bu varsayımlar altında problem karışık tam sayılı matematiksel model olarak formüle edilmiştir. Geliştirilmiş olan modelin çözüm zamanını kısaltabilmek için rotalama problemlerinde etkin olan tek ürünli akış formülasyonuna dayanan bir alt tur engelleme kısıt seti kullanılmıştır. Ek olarak çözüm zamanını kısaltabilmek için bir başlangıç çözümü oluşturma yaklaşımı geliştirilmiştir. Bu yaklaşımda esas model alt tur engelleme kısıtları göz ardı edilerek gevşetilerek çözülmekte ve elde edilen çözüm sonrasında alt turları birleştirilerek uygun bir çözüm haline getirilmektedir. Elde edilen gevşetilmiş çözüm ve uygun çözüm aynı zamanda problem için bir alt sınır ve üst sınır oluşturmaktadır.

Yapılan sayısal çalışmalarda geliştirilmiş olan matematiksel model ile problemde 50 nokta bulunan tüm problemler için optimum sonuca ulaşılmıştır. Nokta sayısının 100 olduğu durumlarda ise birçok problem için optimum sonuç bulunmuştur. Yapılan analizler sonucunda SCF formül yapısının MTZ formül yapısına göre çözüm zamanını önemli ölçüde düşürdüğü tespit edilmiştir. Buna ek olarak büyük boyutlu problemlere ait GUROBI çözümlerinde RGA'nın çözüm zamanını ve elde edilen optimalite aralıklarını düşürdüğü görülmüştür. Dolayısı ile geliştirilmiş olan çözüm yaklaşımının gerçek hayat problemleri için uygulanabileceği ifade edilebilir. Diğer yandan GSAP ile yapılan karşılaştırmalar, kargo opsiyonu ile daha düşük maliyetler ile ürün tedariki elde edilebileceğini göstermiştir. Özellikle ulaşım maliyetlerinin yüksek olduğu durumlarda kargo seçeneği ile taşıma maliyetlerini

kayda değer bir şekilde düşürülebileceği görülmüştür.

Bu çalışmada geliştirilmiş olan matematiksel model ve çözüm yaklaşımı ile özellikle kent içi lojistiğinde artan e-ticaret faaliyetleri kapsamında ürün tedariki için daha gerçekçi kısıtlar ile bir çözüm elde edilebilmektedir. Özellikle artan rekabet koşullarında firmalar müşterilere daha iyi hizmet verebilmek ve satış rakamlarını arttırabilmek için belirli bir satın alma limiti üzerinde ücretsiz kargo seçeneğini sıklıkla uygulamaktadır. Diğer yandan müşteriler farklı firmalarda bulunan ürün fiyatlarına kolaylıkla ulaşabilmektedir. Dolayısı ile önerilmiş olan deterministik model pratikte uygulanabilir bir yaklaşımdır. Bununla birlikte anlık oluşabilecek taleplere karşılık verebilmek için problemin dinamik bir şekilde dikkate alınması gerekmektedir. Ek olarak değişen trafik koşulları ve buna bağlı ulaşım maliyetleri dikkate alındığında farklı kısıt yapılarının modele entegre edilmesi gerekmektedir.

Çıkar Çatışması (Conflict of Interest)

Yazarlar tarafından herhangi bir çıkar çatışması beyan edilmemiştir. No conflict of interest was declared by the authors.

Kaynaklar (References)

- Almeida C.P., Gonçalves R.A., Goldbarg E.F., Goldbarg M.C., Delgado M.R., 2012. An experimental analysis of evolutionary heuristics for the biobjective traveling purchaser problem. *Annals of Operations Research*. 199. 305-341.
- Batista-Galván M., Riera-Ledesma J., Salazar-González J.J., 2013. The Traveling Purchaser Problem with Multiple Stacks and Deliveries: A Branch-and-Cut Approach. *Computers & Operations Research*. 40. 2103-2115.
- Bernardino R., Paías A., 2018. Metaheuristics Based on Decision Hierarchies for the Traveling Purchaser Problem. *International Transactions in Operational Research*. 25. 1269-1295.
- Bianchessi N., Mansini R., Speranza M.G., 2014. The Distance Constrained Multiple Vehicle Traveling Purchaser Problem. *European Journal of Operational Research*. 235. 73-87.
- Choi M.J., Lee S.H., 2011. The Multiple Traveling Purchaser Problem for Maximizing System's Reliability with Budget Constraints. *Expert Systems with Applications*. 38. 9848-9853.
- Cheaitou A., Hamdan S., Larbi R., Alsyoud I., 2020. Sustainable traveling purchaser problem with speed optimization. *International Journal of Sustainable Transportation*. 1-20.
- Cheaitou A., Hamdan S., Quteineh H., Alsyoud I., Shikhli A., 2025. Population-based and hybrid heuristic approaches for the bi-objective sustainable multi-vehicle traveling purchaser problem. *Journal of the Operational Research*. In press.
- Cuellar-Usaquén D., Gomez C., Álvarez-Martínez D., 2023. A GRASP/Path-Relinking algorithm for the traveling purchaser problem. *International Transactions in Operational Research*. 30. 831-857.
- Goldbarg M.C., Bagi L.B., Goldbarg E.F.G., 2009. Transgenetic algorithm for the traveling purchaser problem. *European Journal of Operational Research*. 199. 36-45.
- Golden B., Levy L., Dahl R., 1981. Two generalizations of the traveling salesman problem. *Omega*. 9. 439-441.
- Gouveia L., Paías A., Voß S., 2011. Models for a Traveling Purchaser Problem with Additional Side-Constraints. *Computers & Operations Research*. 38. 550-558.
- Hasanpour Jesri Z.S., Eshghi K., Rafiee M., Van Woensel T., 2022. The multi-depot traveling purchaser problem with shared resources. *Sustainability* 14. 10190.
- Kang H.-Y., Lee A.H., Yeh Y.-F., 2021. An optimization approach for traveling purchaser problem with environmental impact of transportation cost. *Kybernetes*. 50. 2289-2317.
- Kang S., Ouyang Y., 2011. The Traveling Purchaser Problem with Stochastic Prices: Exact and Approximate Algorithms. *European Journal of Operational Research*. 209. 265-272.
- Khatua S., Maity S., De D., Nielsen I., Maiti M., 2024. IoT-ML-enabled multipath traveling purchaser problem using variable length genetic algorithm. *Annals of Operations Research*. In press.
- Kucukoglu I., 2022. The Traveling Purchaser Problem with Fast Service Option. *Computers & Operations Research*. 141. 105700.
- Kucukoglu I., Cattrysse D., Vansteenwegen P., 2023. Simulated Annealing for the Traveling Purchaser Problem in Cold Chain Logistics. *Lecture Notes in Mechanical Engineering: Advances in Intelligent Manufacturing and Service System Informatics*. Springer.
- Kucukoglu I., Vansteenwegen P., Cattrysse D., 2024. The traveling purchaser problem for perishable foods. *Computers & Industrial Engineering*. 195. 110424.
- Langevin A., Soumis F., 1990. Classification of Travelling Salesman Problem Formulations. *Operations Research Letters*. 9. 127-132.
- Laporte G., Riera-Ledesma J., Salazar-González J.J., 2003. A Branch-and-Cut Algorithm for the Undirected Traveling Purchaser Problem. *Operations Research*. 51. 940-951.
- Manerba D., Mansini R., 2015. A Branch-and-Cut Algorithm for the Multi-Vehicle Traveling Purchaser Problem with Pairwise Incompatibility Constraints. *Networks*. 65. 139-154.
- Manerba D., Mansini R., Riera-Ledesma J., 2017. The Traveling Purchaser Problem and Its Variants. *European Journal of Operational Research*. 259. 1-18.
- Mansini R., Tocchella B., 2009. The Traveling Purchaser Problem with Budget Constraint. *Computers & Operations Research*. 36. 2263-2274.

- Miller C.E., Tucker A.W., Zemlin R.A., 1960. Integer Programming Formulations and Traveling Salesman Problems. *Journal of the ACM*. 7. 326-329.
- Ochi L., Silva M., Drummond L., Metaheuristics based on GRASP and VNS for solving the Traveling Purchaser Problem. *Proc. of the IV Metaheuristic International Conference (MIC'2001)*, July 16-20 2001 Porto, Portugal. 489-494.
- Ong H.L., 1982. Approximate algorithms for the travelling purchaser problem. *Operations Research Letters*. 1. 201-205.
- Pearn W.L., 1991. On the traveling purchaser problem. Department of Industrial Engineering and Management, National Chiao Tung University: Department of Industrial Engineering and Management, National Chiao Tung University.
- Pradhan K., Basu S., Thakur K., Maity S., Maiti M., 2020. Imprecise modified solid green traveling purchaser problem for substitute items using quantum-inspired genetic algorithm. *Computers & Industrial Engineering*. 147. 106578.
- Ramesh T., 1981. Traveling Purchaser Problem. *Opsearch*. 18. 78-91.
- Riera-Ledesma J., Salazar-González J.J., 2013. A Column Generation Approach for a School Bus Routing Problem with Resource Constraints. *Computers & Operations Research*. 40. 566-583.
- Roy A., Gao R., Jia L., Maity S., Kar S., 2020. A noble genetic algorithm to solve a solid green traveling purchaser problem with uncertain cost parameters. *American Journal of Mathematical Management Sciences*. 1-15.
- Roy A., Maity S., Moon I., 2023. Multi-Vehicle Clustered Traveling Purchaser Problem Using a Variable-Length Genetic Algorithm. *Engineering Applications of Artificial Intelligence*. 123. 106351.
- Voß S., 1996. Dynamic Tabu Search Strategies for the Traveling Purchaser Problem. *Annals of Operations Research*. 63. 253-275.
- Yuan H., Zhu R., Yang W., Song S., You K., Fan W., Chen P., 2025. Deep Reinforcement Learning for Traveling Purchaser Problems. Preprint submitted to *Expert Systems with Applications*.