

## Elipsoidin düzleme lambert konform konik tasvirinde, coğrafi ve düzlem koordinatlar arasında dönüşüm, jeodezik temel problem çözümü

*Transformation of plane coordinates with geographic in plane lambert conform conic mapping of ellipsoid and solution of geodesic basic problem in this mapping*

Kemal ÇELİK\*<sup>1</sup> , Ahmet KAYA<sup>2</sup> 

<sup>1</sup>Gümüşhane Üniversitesi, Mühendislik ve Doğa Bilimleri Fakültesi, Harita Mühendisliği Bölümü, 29100, Gümüşhane

<sup>2</sup>Karadeniz Teknik Üniversitesi, Mühendislik Fakültesi, Harita Mühendisliği Bölümü, Emekli Öğretim Üyesi, 61080, Trabzon

• Geliş tarihi / Received: 20.12.2024

• Kabul tarihi / Accepted: 06.02.2025

### Öz

Yeryüzünde yapılan ölçülerin değerlendirilmesinde, referans yüzeye ihtiyaç duyulur. Bu yüzey, çalışma alanı büyüklüğüne göre; düzlem, küre ya da elipsoid olarak seçilir. Elipsoid üzerinde yapılacak jeodezik hesaplamaların, düzlem hesabına göre daha zor yapıya sahip olması nedeniyle; yüzey üzerindeki bilgilerin düzleme geçirilmesi yoluna gidilir. Bu çalışmada elipsoidin düzleme tasvirinde kullanılan metotlardan biri olan Lambert Konform Konik (LKK) tasvir incelenmiştir. LKK tasvirinde, elipsoid üzerindeki bilgiler bir yardımcı yüzey aracılığı ile düzleme taşınır. LKK'da, yardımcı yüzey olarak koni kullanılır. Bu çalışmada sözkonusu tasvirin temel yapısı tanımlandıktan sonra, elipsoid coğrafi koordinatları ile düzlem koordinatları arasındaki dönüşümler için kapalı formüller incelenmiş sayısal örnekler verilmiştir. Ayrıca bu tasvir koordinatlarıyla, elipsoid çözüme eşdeğer jeodezik temel problem çözüm formülleri de sayısal çözümlerle incelenmiştir. Bir noktanın koordinatları ile koordinatı bilinmeyen noktayı birleştiren jeodezik eğri ve bu eğrinin azimutu bilindiği durumda ikinci noktanın koordinatları ve azimutun hesaplanması yapılmıştır. Bilinen iki noktanın koordinatlarından jeodezik eğri uzunluğu ve bu eğrinin iki ucundaki azimutların hesaplanması yapılmıştır.

**Anahtar kelimeler:** Elipsoid, Jeodezi, Konform konik, Lambert

### Abstract

In the evaluation of measurements made on the earth, a reference surface is needed. This surface is selected as plane, sphere or ellipsoid according to the size of the study area. Since geodetic calculations to be made on the ellipsoid have a more difficult structure compared to plane calculations; the information on the surface is transferred to the plane. In this study, Lambert Conform Conic (LCC) mapping, which is one of the methods used in the plane depiction of the ellipsoid, is examined. In the LCC mapping, the information on the ellipsoid is transferred to the plane by means of an auxiliary surface. In LCC, a cone is used as the auxiliary surface. After defining the basic structure of the depiction in question in this study, closed formulas for transformations between ellipsoid geographic coordinates and plane coordinates are examined and numerical examples are given. In addition, with these depiction coordinates, geodesic problems solution formulas equivalent to ellipsoid solutions are also examined with numerical solutions. When the coordinates of a point and the geodesic curve connecting the unknown coordinate point and the azimuth of this curve are known, the coordinates and azimuth of the second point are calculated. The length of the geodesic curve and the azimuths at both ends of this curve are calculated from the coordinates of the two known points.

**Keywords:** Ellipsoid, Geodesy, Conformal conic, Lambert

\*Kemal ÇELİK; kemalcelik@gumushane.edu.tr

## 1. Giriş

### 1. Introduction

Jeodezi, yerkürenin modellenmesini, koordinat sistemlerinin tanımlanması, referans ağlarını oluşturan, mekansal bilgileri bu ağ ve sistemlerle ilişkilendiren, yeryüzünün çizilmesi, zamana bağlı değişimini izleyen ve genel anlamda yerkürenin şeklini tespit ve yeryüzünü ölçme işlemlerini konu edinen bilim koludur. Fiziksel yeryüzünde yapılan jeodezik ölçülerin değerlendirilmesinde bir referans yüzeyine ihtiyaç duyulur. Bu yüzey çalışma alanı büyüklüğüne göre yatay düzlem, küre ya da elipsoid olarak seçilir. Küre ve elipsoid üzerinde yapılacak jeodezik hesaplamaların düzlem hesabına göre daha zor yapıya sahip olacağı aşikârdır. Bu bakımdan, uygulamalar için sade bir yüzeyden hesap ve çizim kolaylığından yararlanabilmek amacı ile elipsoid üzerindeki bilgilerin herhangi bir şekilde düzleme geçirilmesi yoluna gidilir. Düzleme geçiş işlemi paralel, dik veya merkezi izdüşüm gibi geometrik yollarla yapılabileceği gibi; geometrik yorumu mümkün olmayan matematik bağıntılarla da gerçekleştirilebilir. Geometrik yolla yapılan geçişe izdüşüm veya projeksiyon, matematiksel yolla sağlanan geçişe de tasvir adı verilir. Tasvir, üç boyutlu orijinal sistemden iki boyutlu sisteme geçişi veya bunun tersini ifade eder (Çelik, 1993; Çelik & Kaya, 1995).

Geniş anlamda projeksiyon da bir tasvir türüdür. Ancak tasvir kavramını projeksiyon terimi ile tam olarak ifade etmek mümkün değildir. Almanca kaynaklarda “Abbildung” (tasvir), “Projektion” (projeksiyon) ayrı ayrı kavramlardır. Fakat İngilizce kaynaklarda “mapping, projection” her iki kavram yerine de kullanılabilir.

Jeodezi uygulamalarında esas olan elipsoidin veya kürenin düzleme tasviridir (Kaya, 2015). Ancak elipsoid ve küre gibi düzleme açılımı doğrudan mümkün olmayan yüzeylerdeki jeodezik bilgilerin düzleme geçirilmesinde orijinale tam anlamıyla benzerlik söz konusu değildir. Dolayısıyla deformasyonlar ortaya çıkar. Bunlar uzunluk, açı ve alan deformasyonlarıdır. Bunların hepsinin giderildiği bir tasvir türü mevcut değildir. İsteğe göre açıların, uzunlukların veya alanların korunması prensibinden hareket edilebilir. Korunması istenen elemana göre; açı koruyan (konform), uzunluk koruyan ve alan koruyan tasvirler söz konusu olabilir. Jeodezik çalışmalarda konform tasvirler, orijinal ve tasvir yüzeyindeki şekil korunduğu için kullanılır. Uzunluk veya alan koruyan tasvir türleri kartografik amaçlı ve daha çok yerin şeklinin küre olarak kullanıldığı yöntemlerde tercih edilir. Ayrıca tasviri yapılacak bölgelerin büyüklüğü de deformasyonları etkileyecek bir faktördür. Bu nedenlerden dolayı her bir tasvir yönteminde kısıtlayıcı şartlar, diferansiyel ölçek ve indirgeme formülleri mevcuttur.

Bu çalışmada elipsoidin düzleme konform konik tasviri incelenmiştir. Bu tasvirde yardımcı yüzeyden yararlanılarak matematiksel ifadelerle orijinal (elipsoid) yüzeydeki bilgiler tasvir düzlemine taşınmıştır. Yardımcı yüzey olarak koni; matematiksel bağıntılarda yer almayıp sadece tasviri canlandırmada kullanılmıştır.

## 2. Materyal ve metod

### 2.1. Lambert konform konik (LKK) tasvirin temel denklemleri

#### 2.1. Basic equations of Lambert conformal conic(LCC) mapping

Konform konik tasvir J. H. Lambert tarafından diğer tasvirlerin yanında 1772 yılında yayımlanan “Yer ve Gök Haritaları Yapılması Hakkında” (Über das Entwerfen von Erd- und Himmelscharten) adlı çalışmasında ortaya atılmıştır (Fiala, 1976), Bu tasvirde elipsoidal coğrafi koordinatlar ağı düzlem bir kutupsal koordinat sistemine taşınır. Kutupsal koordinat sisteminde paralel daireler iç içe daireler ve meridyenler de bunların yarıçapları olarak gösterilirler. Temel denklemler; tasvirin açı koruması ve ana paralel dairenin düzleme uzunluk koruyan biçimde tasvir edilmesi prensiplerine göre geliştirilmiştir.

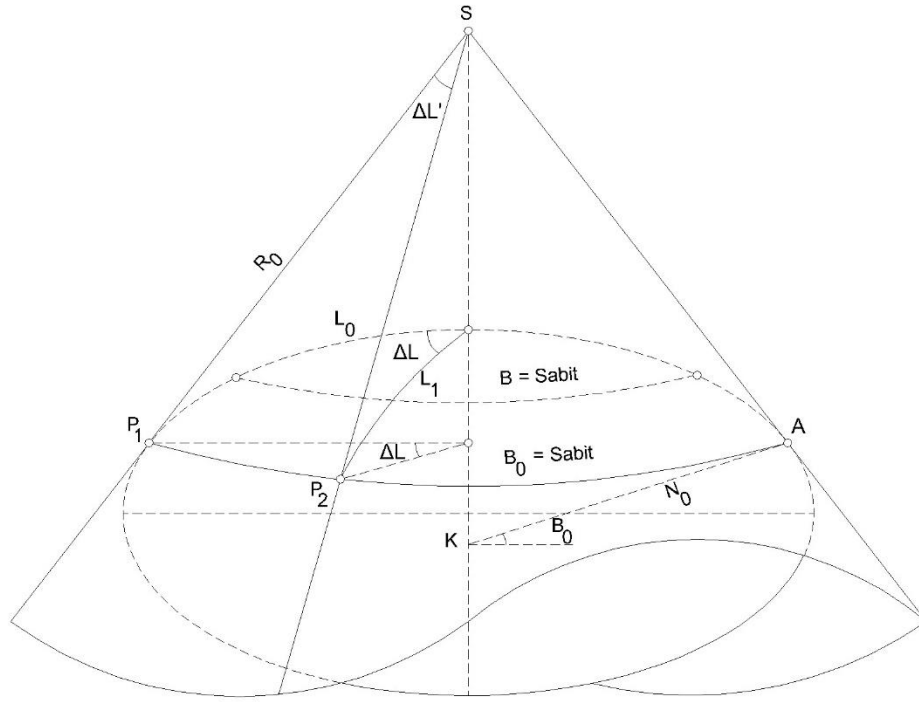
Bu tasvirde elipsoidal coğrafi koordinatlar ağı düzlem kutupsal koordinat sistemine taşınır. Daha sonra düzlem (x,y) dik koordinat sistemine geçilir. Koni, elipsoid yüzeyine seçilen bir paralel daire boyunca teğettir. Koninin dönme eksenini elipsoidin dönme eksenine ile çakışık olduğundan teğet paralel dairesinin enlemi koninin tepe açısının yarısına eşittir. Kutupsal koordinat sisteminde paralel daireler koninin tepe noktasını merkez kabul eden iç içe daireler ve meridyenler de bunların yarıçapları olarak gösterilirler (Şekil 1). Temel denklemler; tasvirin açı koruması ve ana paralel dairenin düzleme uzunluk koruyan biçimde tasvir edilmesi prensiplerine

göre geliştirilmiştir. Elipsoid üzerinde (B, L) coğrafi koordinatlar sistemini (x,y) düzlem dik koordinat sistemine tasvir etmek için; konformluk yanında iki ilave şartın gerçekleşmesi istenir. Bu şartlar;

1-Tasviri yapılacak bölgenin ortasından geçen bir “ $L_0$ ” ana meridyeni tasvirde düzlem sistemin apsis eksenini olan bir doğru ile gösterilmelidir.

2-Ana paralel dairenin tasviri uzunluk korumalıdır şeklinde ifade edilir.

Birinci şarta göre başlangıç meridyeni ve ana paralel dairenin kesişim noktası düzlem sistemin başlangıç noktası; yani düzlem dik koordinatların (0,0) olduğu noktadır. Başlangıç meridyeni koordinat sisteminin “x” eksenini, bu eksene dik ve ana paralel dairesi yönü de “y” eksenini göstermektedir. Böylece bu tasvirde uzunluk deformasyonu seçilen başlangıç enlemi boyunca yani doğu batı yönünde korunur. Bu özelliğinden dolayı özellikle enlem boyunca doğu batı yönünde uzanan ülkelerin büyük ölçekli harita yapımında tercih sebebidir.



Şekil 1. Paralel daire boyunca elipsoide teğet olan koni (Çelik & Kaya, 1995)

Figure 1. Cone tangent to ellipsoid along parallel circle

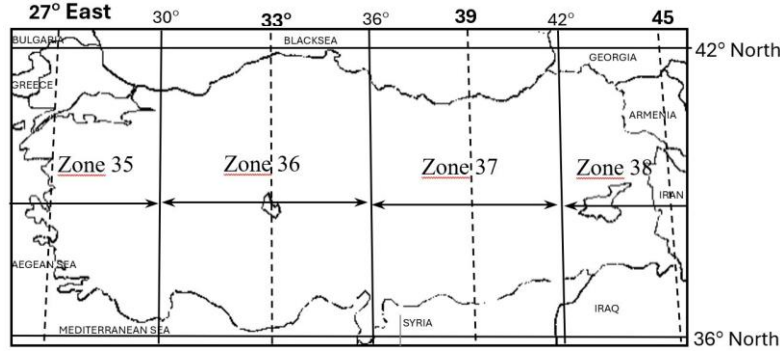
### 2.1.1. LKK tasvirin avantajları

#### 2.1.1.1. Advantages of LCC mapping

Mühendislik ve Coğrafi Bilgi Sistemi (CBS) projelerinde koordinatların ortak bir başlangıçta olması, dilim dönüşümleri ve farklı bir koordinat sistemine geçiş işlemlerini ortadan kaldırdığı için büyük kolaylıklar sağlar. Bu uygulamaların, bilgisayar ortamında yapıldığı düşünülürse ortak koordinat sisteminin önemi daha da artmaktadır. Bu kapsamda, ülkemizde INSPIRE direktiflerine uygun Türkiye Ulusal Coğrafi Bilgi Sistemi (TUCBS), Kamu kurum ve kuruluşlarının sorumlusu oldukları coğrafi bilgileri ortak koordinatlarda sunmaları amacıyla oluşturulmuş bir e-devlet projesidir. Böylece, tüm Türkiye’de ortak koordinat sisteminde hızlı, ekonomik ve doğru çözümlere olanak sağlanmış olur (Bakırtaş vd., 2005; Cömert vd., 2005; TKG, 2005). Ortak koordinat olarak, coğrafi ve jeosantrik dik koordinatlar düşünülebilir. Fakat bu koordinat sistemlerinde hesap ve çizimin getirdiği güçlük düzlem koordinatlarda yoktur. Bu nedenlerden dolayı, çizim ve hesap için projeksiyon veya tasvir koordinatlarına dönüşüm gerçekleştirilir.

Ülkemizde ölçekli haritalar Universal Transversal Merkator (Universal Transversal Mercator-UTM) sisteminde üretilmiştir. Bu haritaların; 3° lik dilim genişlikli Gauss-Krüger tasvirinin (Değiştirilmiş UTM veya kısaltılmış olarak DUTM) dilim orta meridyenleri 27°, 30°, 33°, 36°, 39°, 42° ve 45° iken, 6° lik dilim genişlikli Gauss-Krüger tasvirinin (UTM) dilim orta meridyenleri 27°, 33°, 39° ve 45° dir (Şekil 2). UTM sisteminde dilim numaraları (DN) 35, 36, 37 ve 38 dir. Bir UTM dilimini aşan uygulamalarda projenin komşu

dilimlerdeki fazla kısmı  $0.5^\circ$  veya  $1^\circ$  lik bindirme bölgesi içindeyse, dilim dönüşümü yapılabilir. Şayet uygulama alanı komşu dilimde bindirme bölgesinin dışına taşıyorsa, dilim dönüşümü yapılmaz. Böylece tek bir koordinat sisteminde çalışmak mümkün olmaz ve UTM sisteminden başka projeksiyon veya tasvir yöntemlerine geçiş yapılır. Bir UTM dilimini aşan projelerde mevcut UTM sistemi yetersiz kalmaktadır. Bundan dolayı bu sistemden başka tasvir yöntemlerine dönüşüm gerçekleştirilir (Yıldırım, 2004; Güllü vd, 2018). UTM haricinde Türkiye'nin tamamı için ortak bir koordinat sisteminin tanımlanması gerekiyorsa bu LKK tasviridir (Yıldırım & Bediroğlu, 2011).



Şekil 2. UTM sisteminde Türkiye'deki dilimler  
Figure 2. Zones in Turkey in the UTM system

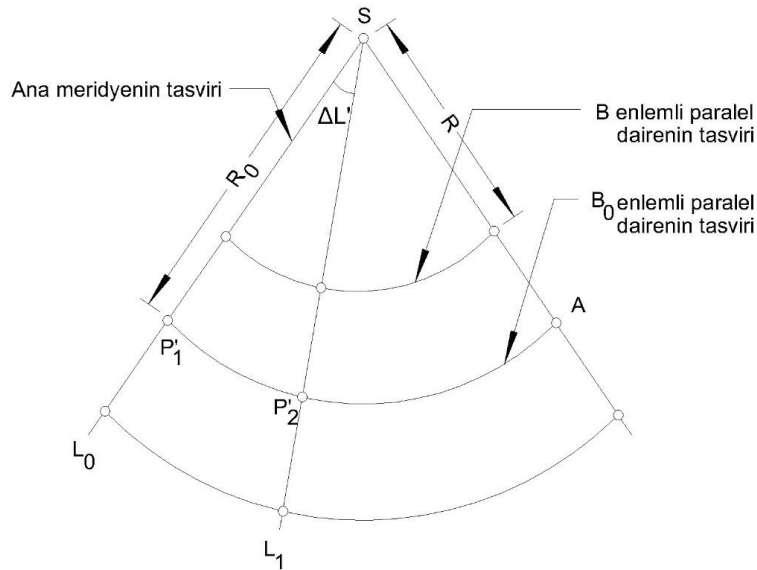
## 2.2. LKK tasvirin sabitleri

### 2.2. Constants of the LCC mapping

Coğrafi koordinatlardan düzlem koordinatlara dönüşümde, koordinat dönüşümlerinde sistemin başlangıç noktası  $P_0(B_0, L_0)$  seçildikten sonra teğet paralel dairesinin tasvirdeki  $R_0$  yarıçapını belirlemek gerekir. Bu amaçla eksen yer eksenine ile çakışan ve bir  $B_0$  enlemlili paralel daire boyunca elipsoide teğet olan koninin AS doğrusu yani  $R_0$  değeri (Şekil 2) de (KAS) dik üçgeninden yararlanılarak;

$$R_0 = N_0 \cot B_0 \quad (1)$$

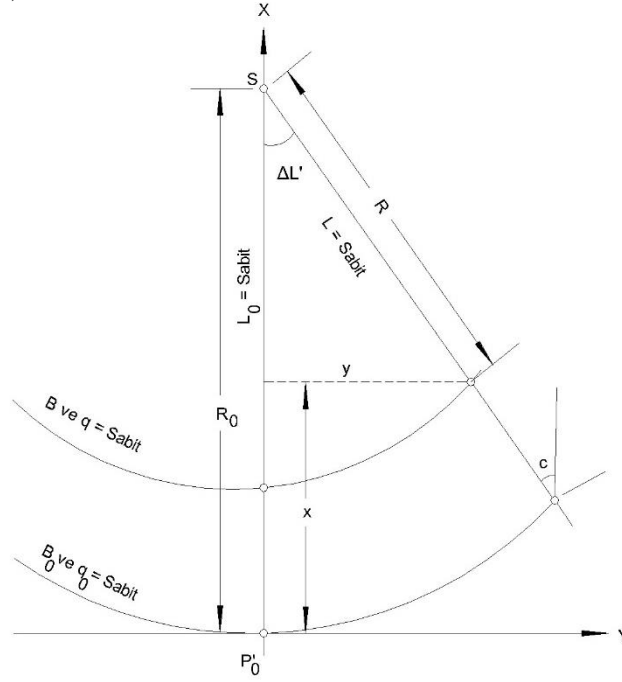
bağıntısı ile  $R_0$  değeri hesaplanır. Burada  $N_0$  değeri  $B_0$  enlemindeki enine eğrilik yarıçapını göstermektedir. Koni yardımı ile yapılan böyle bir tasvirde meridyen düzlemi ile söz konusu koni yüzeyinin ara kesitleri olan doğrular meridyenlerin tasviri olarak değerlendirilirler. Böylece meridyenler tasvirde, koninin "S" tepe noktasından geçen doğruları teşkil ederler. Paralel dairelerde düzlemde "S" merkezli daireler olarak ortaya çıkarlar (Şekil 3).



Şekil 3. Elipsoid üzerindeki noktaların tasvir düzleminde gösterilmesi  
Figure 3. Showing points on the ellipsoid in the mapping plane

Konform tasvir elde edebilmek için orijinal ve tasvir sisteminde izometrik ağlar (birbirini dik açı altında kesen koordinat eksenlerinin oluşturduğu ağ) teşkil edilir (Grossmann, 1976). Düzlemde bu şart dik koordinat sistemiyle (x, y) sağlanmış olmaktadır (Yıldırım, 2013). Bu amaçla elipsoid üzerinde (q, ΔL) izometrik parametreleri seçilir. Buna göre Δq tasvir edilecek bölgenin ortasından geçen bir B<sub>0</sub> coğrafi enlemine karşılık gelen q<sub>0</sub> = sabit “ana paralel dairesinden” itibaren sayılır (Şekil 4). Eğer Δq=q-q<sub>0</sub> ve ΔL=L-L<sub>0</sub> sembolleri dikkate alınır; elipsoid üzerinde (B<sub>0</sub>, L<sub>0</sub>) noktası ile (B<sub>0</sub>+ΔB, L<sub>0</sub>+ΔL) noktası arasındaki dS diferansiyel yay uzunluğu, izometrik parametreler cinsinden 2 numaralı denklemde ifade edilmiştir (Özbenli, 1991).

$$dS^2 = N^2 \cos^2 B (d\Delta q^2 + d\Delta L^2) \quad (2)$$



Şekil 4. Düzlem kutupsal koordinat sistemi  
Figure 4. Plane polar coordinate system

Şekil 3’ de de görüldüğü gibi düzlem kutupsal koordinatlar ΔL’ ve R dir. Burada teşkil edilen ağ ortogonal fakat izometrik değildir. Bu sistemde yay elemanı,

$dS^2 = dR^2 + R^2 d\Delta L'^2$  olarak ifade edilir. R<sup>2</sup> parantezi ile bu ifade

$$dS^2 = R^2 \left( \frac{dR^2}{R^2} + d\Delta L'^2 \right) \quad (3)$$

şeklinde de ifade edilebilir. Burada R, R<sub>0</sub>=sabit ana paralel dairenin tasvirinden itibaren sayılırsa (dR/R) ifadesi, integral alınarak

$$- \int_{R_0}^R \frac{1}{R} dR = -(\ln R - \ln R_0) = - \ln \frac{R}{R_0} \quad (4)$$

şekline dönüşür. Böylece (ΔL', (dR/R)) koordinat çifti ile düzlem kutupsal koordinatlarda izometrik parametreler elde edilir. Düzlem izometrik parametre (dR/R) de “-” işareti ilave edilmiştir. Bunun nedeni “q” izometrik enleminin kuzeye doğru, “R” mesafesinin ise güneye doğru artmasıdır. Konform konik tasvirde boylam farkının düzlem karşılığı ΔL’ ve elipsoidal boylam farkı ΔL bir “α” çarpım faktörü ile birbirine bağlıdır. Böylece

$$\Delta L' = \alpha \Delta L \quad (5)$$

olarak ifade edilir (Thomas, 1952, Grossmann, 1976). B<sub>0</sub>=sabit ana paralel dairesi uzunluk koruyan biçimde tasvir edileceği için, elipsoidteki paralel daire yayı uzunluğu ile tasvirde buna karşılık gelen R<sub>0</sub>=sabit yay uzunluğu eşit olmalıdır. Yapılan bu tanımlamanın formül olarak ifadesi;

$$N_0 \cos B_0 \Delta L = R_0 \Delta L' = R_0 \alpha \Delta L \quad (6)$$

olur ve buradan  $R_0$  değeri

$$R_0 = (N_0 \cos B_0) / \alpha \quad (7)$$

elde edilir. Bu formülde  $R_0$  yerine (1) 'de elde edilen temel bağıntı yazılarak:

$$\alpha = \sin B_0 \quad (8)$$

şeklinde tasvir sabiti olan “ $\alpha$ ” değeri elde edilir. Bu şekilde her iki sistemde izometrik parametreler oluşturulmuştur. İzometrik parametre çiftlerinin kompleks değişkenler şeklinde birleştirilerek orijinal ve tasvirde birbirine eşitlenmesi sonucu elipsoidin düzleme konform konik tasviri için;

$$\left(-\ln \frac{R}{R_0} + i \Delta L'\right) = \alpha (\Delta q + i \Delta L) \quad (9)$$

denkleme ulaşılır (Grossmann, 1976). Elde edilen bu ifade de reel ve imajiner kısımların ayrılması ve ayrı ayrı birbirine eşitlenmesi ile

$$-\ln \frac{R}{R_0} = a \Delta q \text{ veya } R = R_0 e^{\alpha \Delta q} \text{ reel, } \Delta L' = \alpha \Delta L \text{ imajiner} \quad (10)$$

kısım elde edilir. Burada “ $e$ ” tabii logaritma tabanı ve

$$\tanh(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}, \quad \sinh(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{2}, \quad \text{arc tanh}(x) = \frac{1}{2} \ln\left(\frac{1+x}{1-x}\right) \quad (11)$$

olmaktadır.

### 2.3. Coğrafi koordinatlarından (B, L) düzlem dik koordinatlarının (x, y) hesabı

#### 2.3. Calculation of plane perpendicular coordinates (x, y) from geographical coordinates (B, L)

Düzlemde noktaların konumlarını belirleyen kutupsal parametreler R ve  $\Delta L'$  belirlenmiştir. Bu şekilde hesaplama yapmak mümkündür. Ancak bölgesel harita yapımında düzlem sistemin kutup noktası olan “S” noktası haritada yer almaz. Bunun yerine  $P_0(B_0, L_0)$  başlangıç noktasına göre tanımlanan (x,y) dik koordinatları kullanılır. Tanımlanan koordinat sisteminde “x” eksenini kuzeye ve “y” eksenini de doğuya doğru artır.  $B_0$  başlangıç enleminde önce (1) ve (8) formüllerinden “ $R_0$ ” ve “ $\alpha$ ” tasvir sabitleri belirlenir.  $\Delta L = L - L_0$  olduğundan (5) ve (10) Formüllerinden  $\Delta L'$  ve R hesaplanır. Şekil 3'e göre;

$$\begin{aligned} x &= R_0 - R \cos \Delta L' = R_0 [1 - e^{-\alpha \Delta q} \cos(\alpha \Delta L)] \\ y &= R \sin \Delta L' = R_0 [e^{-\alpha \Delta q} \sin(\alpha \Delta L)] \end{aligned} \quad (12)$$

şeklinde düzlem dik koordinatların hesabı için kapalı hesap formülleri bulunur. (10)'da sağ taraftaki ifadelerde  $\Delta q$  terimi  $q_0$ 'a bağlıdır. Buna göre  $q$ 'yu coğrafi enlemin fonksiyonu olarak ifade etmek gerekir. İzometrik enlem hesabı için; “ $e$ ” elipsoidin 1. eksentrisitesi olmak üzere;

$$\begin{aligned} q &= \text{arc tanh}(\sin B) - e \text{ arc tanh}(e \sin B) \\ \Delta q &= q - q_0 \end{aligned} \quad (13)$$

kapalı hesap formülleri kullanılır (Kaya, 1994a; Kaya, 1994b).

### 2.4. Düzlem dik koordinatlarından (x, y) coğrafi koordinatlarının hesabı (B, L)

#### 2.4. Calculation of geographical coordinates (B, L) from plane perpendicular coordinates (x, y)

Coğrafi koordinatlar yardımıyla düzlem dik koordinatların hesabında kullanılan (12) numaralı formülde  $R_0$ , eşitliğin sol tarafına alınarak;

$$\begin{aligned} R_0 - x &= R \cos \Delta L' \\ y &= R \sin \Delta L' \end{aligned} \quad (14)$$

şeklinde yazılır. Hesaplanmak istenen değerlerden biri olan L coğrafi boylamı için  $\Delta L'$  değeri yani coğrafi boylam farkının tasvir düzlemindeki karşılığı ve buradan L coğrafi boylamı (14)'de eşitliğinin taraf tarafa bölünmesi ile;

$$P=R_0-x, \Delta L' = \arctan (y/P), \Delta L = (\Delta L' / \alpha), L = L_0 + \Delta L \quad (15)$$

şeklinde elde edilir. B coğrafi enlemini bulabilmek için, önce izometrik enlem farkı  $\Delta q$  hesaplanır. (14) formülünden her iki tarafın karelerinin alınması ve taraf tarafa toplanması ile R yarıçapı

$$R = \sqrt{x^2 + y^2 - 2 R_0 x - R^2} \quad (16)$$

formülü ile elde edilir.

B coğrafi enlemli paralel dairenin R tasvir yarıçapı hesaplandıktan sonra(10) formülünden  $\Delta q$  eşitliğin sol tarafına alınır ve

$$e^{\alpha \Delta q} = \frac{R}{R_0} \quad (17)$$

yazılabilir. Her iki tarafın logaritması alınır ve işaret değiştirilirse;

$$\ln \left( \frac{R}{R_0} \right) = -\alpha \Delta q \Rightarrow \ln \left( \frac{R_0}{R} \right) = \alpha \Delta q \Rightarrow \Delta q = \ln \left( \frac{R_0}{R} \right) / \alpha \quad (18)$$

olur.

Hesaplanması istenen B coğrafi enleminin karşılığı olan q izometrik enlemi; bulunan  $\Delta q$  izometrik enlem farkının  $q_0$ 'a ilavesiyle

$$q = q_0 + \Delta q \quad (19)$$

şeklinde elde edilir.

Noktanın B coğrafi enlemini elde etmek için kapalı formül sistemi mevcut değildir. Bu amaçla sabit katsayılı seri formüller kullanılabilir. Belli olan q izometrik enleminden B coğrafi enlemini elde etmek için;

$$\chi = \arcsin (\tanh q) \quad (20)$$

$$B = \chi + c_2 \sin 2\chi + c_4 \sin 4\chi + c_6 \sin 6\chi + c_8 \sin 8\chi \quad (21)$$

formülü kullanılır (Kaya, 1994a; Kaya, 1994b).

## 2.5. Tasvirde meridyen konvergensi ve diferansiyel ölçek

### 2.5. Meridian convergence and differential scale in mapping

Elipsoid yüzey üzerindeki uzunluk elemanı “dS”, bunun tasvir yüzeyindeki karşılığı “ds” sembolü ile gösterilmek üzere;  $m=ds/dS$  oranına diferansiyel ölçek (büyüme oranı) denir. Bir tasvir için en önemli kriter hiç şüphesiz büyüme oranıdır. Büyüme oranı konform konik tasvirde seçilen ana paralel daireden kuzey ve güney yönündeki uzaklığa bağlı olup, doğrultuya bağlı değildir. Bu özellik tasvirin konform olmasının bir sonucudur. Bir “P” noktasındaki meridyen konvergensi ise söz konusu noktadan başlangıç meridyeninin tasvirine çizilen paralelin bu noktadaki meridyenin tasviri olan doğru ile yaptığı (c) açısına denir (Şekil 5). Tanıma göre konform konik tasvirde meridyen konvergensi düzlem  $\Delta L'$  açısı ile idantiktir. O halde konvergensi

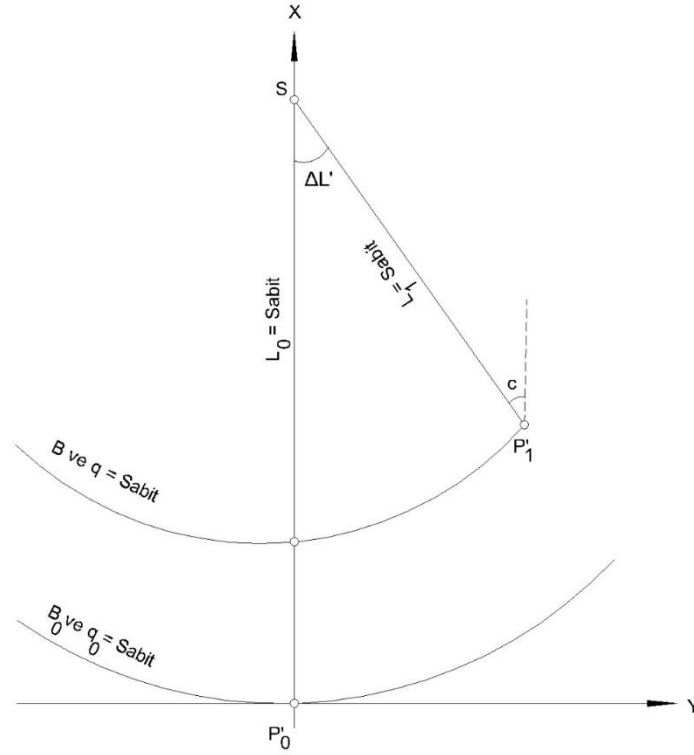
$$c = \alpha \Delta L \quad \text{veya} \quad c = \sin B_0 \Delta L \quad (22)$$

olarak elde edilir.

Meridyen konvergensi coğrafi boylam farkı “ $\Delta L$ ” ve “a” sabitine bağlıdır. Coğrafi boylam farkı büyüdükçe konvergensi de büyümektedir. Elipsoid coğrafi koordinat sisteminde yüzey parametre elemanı;

$$E=N^2 \cos^2 B \quad (23)$$

olarak tanımlıdır.



**Şekil 5.** Meridyen konvergensinin tasvir düzleminde gösterilmesi  
**Figure 5.** Showing the meridian convergence on the mapping plane

Düzlem dik koordinat sisteminde yüzey parametre elemanı  $\ddot{E}=1$  olduğuna göre; herhangi bir konform tasvirde diferansiyel ölçek;

$$m^2 = \frac{\ddot{E}}{E} \left[ \left( \frac{\partial x}{\partial q} \right)^2 + \left( \frac{\partial y}{\partial q} \right)^2 \right] \quad (24)$$

şeklinde elde edilir (Jordan vd., 1959; Richardus vd., 1974). Büyüme oranı için (11)' den diferansiyel alınmak suretiyle;

$$\frac{\partial x}{\partial q} = \alpha R_0 [e^{\alpha \Delta q} \cos(\alpha \Delta L)], \quad \frac{\partial y}{\partial q} = -\alpha R_0 [e^{-\alpha \Delta q} \sin(\alpha \Delta L)] \quad (25)$$

elde edilir.

Genel formülde diferansiyellerin yerine yazılması sonucu büyüme oranı için

$$m = \alpha R_0 e^{\alpha \Delta q} / N \cos B = \alpha R / N \cos B \quad (26)$$

formülü bulunur.

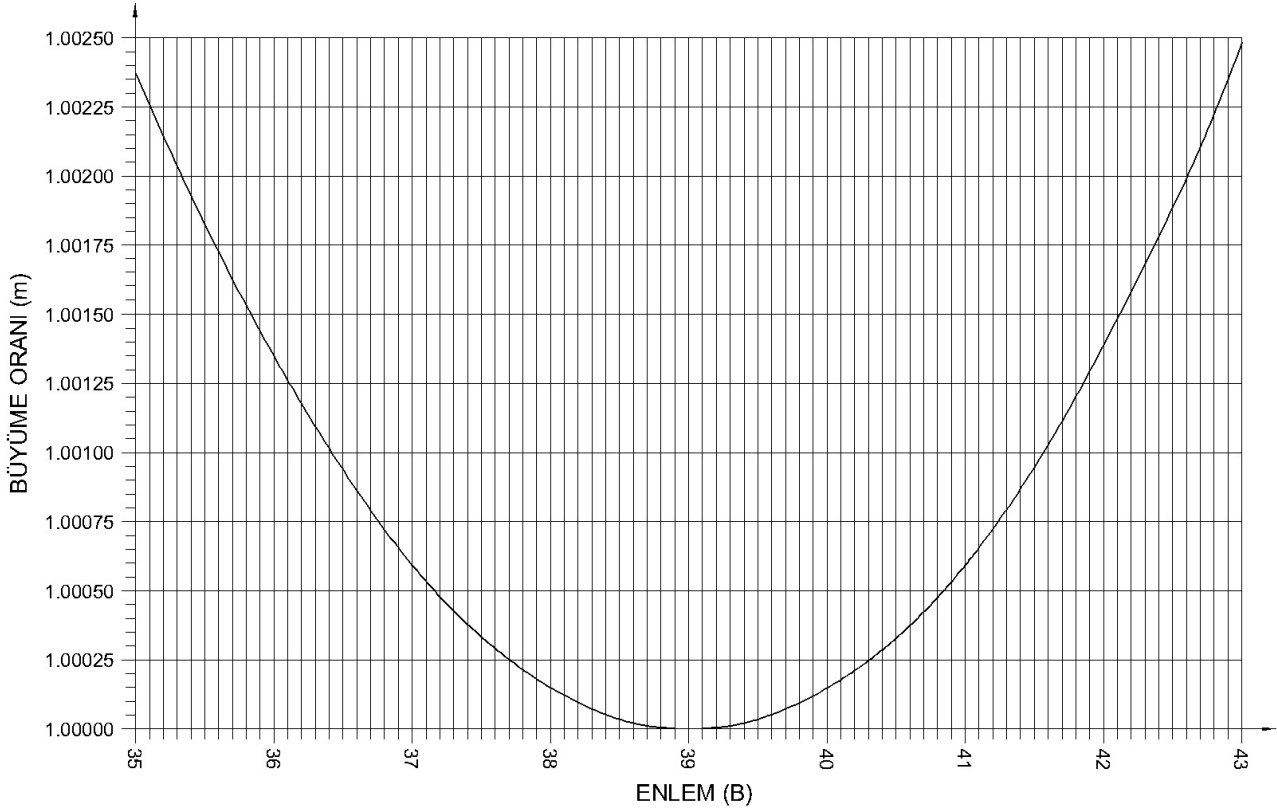
Ana paralel dairenin uzunluk koruması; bu paralel dairenin koni ve elipsoidde ortak oluşundandır. Ana paralel daireden uzaklaştıkça kuzey ve güney yönünde şekil bozukluğu ortaya çıkar. (26) denkleminde tasvir sabitlerin yerine yazılması sonucu herhangi bir enlemde büyüme oranı için daha açık olarak

$$m = (N_0 \cos B_0 / N \cos B) e^{-\sin(B_0(q-q_0))} \quad (27)$$

ifadesi elde edilir.

Konform konik tasvirde ana paralel dairenin dışında büyüme oranı daima 1'den büyük olup; ana paralel daireden kuzeye doğru güney yönünden daha çabuk büyür (Fiala, 1976; Yılmaz, 2009). Ana paralel dairenin kuzeyinde ve güneyinde büyüme oranı hesaplanarak sonuçlar grafik halinde verilmiştir (Şekil 6).





**Şekil 6.** Büyüme oranının ana paralel daireden uzak bölgelerdeki durumu  
**Figure 6.** Growth rate in regions far from the main parallel circle

## 2.6. LKK tasvir koordinatları ile elipsoide eşdeğer jeodezik temel problem çözümü

### 2.6. Solution of the geodetic problems equivalent to the ellipsoid with LKK mapping coordinates

Elipsoid üzerinde jeodezik eğrisinin uzunluğu, her iki ucundaki sisteme göre tarif edilen, doğrultu açılan ve her iki noktanın koordinatları veya koordinat farkı jeodezik temel problemin altı elemanını oluştururlar. Bir noktanın koordinatları, ikinci bir noktaya kenar uzunluğu ve bu noktadaki doğrultu açısı biliniyorken söz konusu kenarın diğer ucundaki noktanın koordinatlarının ve ikinci noktadaki doğrultu açısının hesaplanması işlemine “Birinci Jeodezik Temel Problem” denir. İki noktanın koordinatları biliniyorken, bu noktaları birleştiren jeodezik eğri uzunluğunun ve her iki ucundaki doğrultu açılarının bulunması işlemine de “İkinci Jeodezik Temel Problem” denir. Bu bölümde, temel problem çözümlerinin yardımcı yüzey olan düzlemde çözümlenerek ilgili indirgeme bağıntıları ile elipsoiddeki orijinal değerlere nasıl ulaşılacağı ele alınmıştır. Yapılan işlemlerde yaklaşıklık söz konusu olmayıp, belirtilen doğruluk derecelerinde yapılan hesaplamalar tamamen elipsoidde yapılacak hesaplara denktir (Özbenli, 2001; Kaya, 2015).

### 2.6.1. Birinci jeodezik temel problem çözümü

#### 2.6.1. Solutions of direct geodetic problems

Birinci jeodezik temel problem için; bir noktanın koordinatları, hesaplanması istenilen noktayı birleştiren jeodezik eğri ve bu doğrultunun birinci noktadaki azimutu bilinmektedir. İkinci noktanın koordinatları ile, bu noktadaki azimutun hesaplanması istenmektedir.

Birinci noktanın bilinen koordinatları elipsoidal coğrafi koordinatlar olabileceği gibi; konform konik tasvire göre hesaplanmış düzlem dik koordinatlar da olabilir. Bu işlemlerde kullanılacak formüller bundan önceki bölümlerde detaylıca ele alınmıştır. Bu bölümde sadece konunun algoritması ve hangi işlemlerin hangi sırada yapılacağı açıklanacaktır.

Verilenler:  $P_1(B_1L_1)$ ,  $S$ ,  $A_1$

İstenenler:  $P_2(B_2L_2)$ ,  $A_2$

Birinci jeodezik temel problemin çözüm adımları aşağıdaki gibidir:

- $P_1$  noktasının ( $B_1L_1$ ), coğrafi koordinatlarından ( $x_1, y_1$ ) düzlem dik koordinatlarının hesabı. Eğer başlangıçta düzlem dik koordinatlar biliniyorsa bu adım atlanılır.
- $P_1$  noktasında  $c_1$  meridyen konvergansinin ve  $T_1 = A_1 - c_1$  semti'nin hesabı.
- İndirgeme formüllerinde kullanılmak üzere  $P_2$  noktasının yaklaşık düzlem koordinatlarının S ve T değerleri ile hesabı.
- S-s uzunluk indirgemesi ile "s" düzlem kenarın hesabı.
- ( $T_1 - t_1$ ) doğrultu indirgemesi ile düzlem semtinin hesabı.
- Düzlem ( $x_1, y_1$ ) koordinatlar, "s" ve "t<sub>1</sub>" kullanılarak  $P_2$  noktasının ( $x_2, y_2$ ) düzlem koordinatlarının hesabı
- Düzlem ( $x_2, y_2$ ) dik koordinatlardan  $P_2$  noktasının ( $B_2L_2$ ) coğrafi koordinatların hesabı. Eğer coğrafi koordinatlar istenmiyorsa bu adımdan vazgeçilebilir.
- $P_2$  noktasında  $c_2$  konvergans hesabı,
- ( $T_2 - t_2$ ) indirgemesiyle  $T_2$  hesabı,
- $P_2$  noktasında  $A_2 = (T_2 + c_2)$  hesabı

### 2.6.2. İkinci jeodezik temel problem çözümü

#### 2.6.2. Solutions of inverse geodetic problems

İkinci jeodezik temel problem için; iki noktanın koordinatları verilmiştir. Bu iki nokta arasındaki kenarın uzunluğu ve bu kenarın iki ucundaki azimutlar istenmektedir.

Verilenler:  $P_1(B_1, L_1)$ ,  $P_2(B_2, L_2)$

İstenenler: S,  $A_1$ ,  $A_2$

İkinci jeodezik temel problemin çözüm adımları şöyledir.

- $P_1$  ve  $P_2$  noktalarının ( $x_1, y_1$ ) ve ( $x_2, y_2$ ) düzlem dik koordinatlarının hesabı
- Düzlem semtlerin  $t_1$  ve  $t_2$  hesabı,
- Düzlem uzunluk "s" ve uzunluk indirgemesi (S-s) hesabı ile S elipsoid değerinin hesabı,
- Doğrultu indirgemeleri ( $T_1 - t_1$ ) ve ( $T_2 - t_2$ ) meridyen konvergansleri ( $c_1, c_2$ ) hesabı
- $A_1$  ve  $A_2$  azimutlarının hesabı

### 3. Sayısal uygulamalar

#### 3. Numerical applications

Bu bölümde coğrafi koordinatlardan düzlem dik koordinatlarına geçiş hesabına yönelik örnek verilmiştir. Bu işlemin tersi olan dik koordinatları bilinen noktanın coğrafi koordinat hesaplaması ve ayrıca birinci ve ikinci jeodezik temel problem çözümleri yapılacaktır.

#### 3.1. Coğrafi koordinatlardan düzlem dik koordinatlarına ve düzlem dik koordinatlardan coğrafi koordinatlarına geçişlerin hesabı

##### 3.1. Calculation of plane perpendicular coordinates from geographic coordinates and geographic coordinates from plane perpendicular coordinates

Coğrafi koordinatlardan düzlem dik koordinatlarına geçiş hesabı ve bunun tersi olan düzlem dik koordinatlardan coğrafi koordinatlara geçiş hesabı Tablo 1'de verilmiştir.

**Tablo 1.** Detaylı sayısal uygulamalar  
*Table 1. Detailed numerical applications*

Coğrafi Koordinatlardan Düzlem Dik Koordinatlarına Geçiş Hesabı			Düzlem Dik Koordinatlardan Coğrafi Koordinatlarına Geçiş Hesabı		
Verilenler	B <sub>0</sub>	39° 00' 00.0000"	Verilenler	B <sub>0</sub>	39° 00' 00.0000"
	L <sub>0</sub>	35° 00' 00.0000"		L <sub>0</sub>	35° 00' 00.0000"
	B	40° 00' 00.0000"		y	852 391.0444 m
	L	45° 00' 00.0000"		x	157 893.0107 m
Ara İşlemler	V <sub>0</sub> <sup>2</sup>	1.0040876759	Ara İşlemler	V <sub>0</sub> <sup>2</sup>	1.0040876759
	N <sub>0</sub>	6 386 896.1399 m		N <sub>0</sub>	6 386 896.1399 m
	q <sub>0</sub>	0.7360556095 Rad.		q <sub>0</sub>	0.7360556095 Rad.
	R <sub>0</sub>	7 887 159.8823 m		R <sub>0</sub>	7 887 159.8823 m
	q	0.7585843950 Rad.		R	7 776 126.0834 m
	Δq	0.0225287855 Rad.		Δq	0.0225287855 Rad.
	R	7 776 126.0834 m		q	0.7585843950 Rad.
	ΔL	0.1745329252 Rad.		ΔL'	0.1098371287 Rad.
	ΔL	10° 00' 00.0000"		α	0.6293203911 Radyan
	α	0.6293203911 Rad.		ΔL	0.1745329252 Rad.
	ΔL'	6.293 203 9110°	Sonuç	L	45° 00' 00.0000"
Sonuç	y	852 391.0444 m		χ	39° 48'35.6251"
	x	157 893.0107 m		B	40° 00' 00.0000"

Değişik enlem ve boylam değerlerinde karşılık gelen coğrafi ve düzlem koordinatlar Tablo 2'deki gibi hesaplanmıştır.

**Tablo 2.** Coğrafi koordinatlardan hesaplanan düzlem koordinatlar  
*Table 2. Plane coordinates calculated from geographic coordinates*

Enlem(B)	Boylam(L)	y(m)	x(m)
36°	36°	90 287.3807	- 332 624.3469
36°	34°	- 90 287.3807	- 332 624.3469
36°	45°	901 077.6120	- 283 584.4977
36°	25°	- 901 077.6120	- 283 584.4977
37°	36°	89 067.3717	- 221 554.4454
37°	34°	- 89 067.3717	- 221 554.4454
38°	38°	263 501.2659	- 106 672.8696
38°	32°	- 263 501.2659	- 106 672.8696
39°	35°	0.0000	0.0000
39°	39°	346 409.7289	7 610.9543
39°	31°	- 346 409.7289	7 610.9543
40°	40°	426 839.0441	112 757.4394
40°	30°	- 426 839.0441	112 757.4394
41°	45°	840 214.0764	268 310.6835
41°	25°	- 840 214.0764	268 310.6835
42°	36°	82 967.8048	333 751.5530
42°	34°	- 82 967.8048	333 751.5530

### 3.2. Jeodezik temel problem çözümleri

#### 3.2. Solutions of geodetic problems

**Tablo 3.** Jeodezik temel problem çözümü için sayısal uygulamalar

**Table 3.** Numerical applications for solving geodetic problems

Birinci jeodezik temel problem çözümü			İkinci jeodezik temel problem çözümü		
Verilenler	B <sub>0</sub>	39° 00' 00.0000"	Verilenler	B <sub>0</sub>	39° 00' 00.0000"
	L <sub>0</sub>	35° 00' 00.0000"		L <sub>0</sub>	35° 00' 00.0000"
	B <sub>1</sub>	40° 00' 00.0000"		B <sub>1</sub>	40° 00' 00.0000"
	L <sub>1</sub>	36° 00' 00.0000"		L <sub>1</sub>	36° 00' 00.0000"
	S	109 973.8176m.		B <sub>2</sub>	40 28'49.3727"
	A <sub>1</sub>	60° 37'13.8488"		L <sub>2</sub>	37 07'48.4964"
Ara İşlemler	x <sub>1</sub>	111 502.8577m	Ara İşlemler	x <sub>1</sub>	111 502.8577 m
	y <sub>1</sub>	85 409.0188m		y <sub>1</sub>	85 409.0188 m
	c <sub>1</sub>	0° 37'45.5534"		x <sub>2</sub>	166 502.8577 m
	T <sub>1</sub>	59°59'28.2954"		y <sub>2</sub>	180 671.8132 m
	x <sub>2</sub>	166 517.4997m		t <sub>1</sub>	60° 00' 00.0000"
	y <sub>2</sub>	180 663.3581m		t <sub>2</sub>	240° 00' 00.0000"
	(T <sub>1</sub> -t <sub>1</sub> ) "	-31.7048"		s	110 000.0000m
	(T <sub>2</sub> -t <sub>2</sub> ) "	36.2028"		S-s	-26.1823 m
	t <sub>1</sub>	60°00'00.0000"		(T <sub>1</sub> -t <sub>1</sub> ) "	-31.7048"
	t <sub>2</sub>	240°00'00.0000"		(T <sub>2</sub> -t <sub>2</sub> ) "	36.2028"
	S-s	-26.1824 m.		c <sub>1</sub>	0° 37'45.5534"
	s	110 000.0000 m		c <sub>2</sub>	1° 20'25.9412"
	x <sub>2</sub>	166 502.8577m		T <sub>1</sub>	59° 59'28.2952"
	y <sub>2</sub>	180 671.8132m		T <sub>2</sub>	240° 00'36.2028"
	T <sub>2</sub>	240°00'36.2028"	İstenenler	S	109 973.8177 m
	c <sub>2</sub>	1°20'25.9412"		A <sub>1</sub>	60° 37' 13.8486"
İstenenler	B <sub>2</sub>	40° 28'49.3727"		A <sub>2</sub>	241° 21' 02.1440"
	L <sub>2</sub>	37° 07'48.4964"			
	A <sub>2</sub>	241°2'02.1432"			

### 4. Sonuçlar

#### 4. Conclusions

LKK tasvir yardımı ile oluşturulan koordinat sistemi, Türkiye için düşünüldüğünde tek başlangıçlı bir düzlem koordinat sistemi kullanılmasına imkân verebilir. Türkiye'de harita üretiminde, uluslararası bir sistem olan UTM yani Gauss- Krüger tasviri prensipleri benimsenmiştir. Gauss-Krüger konform tasvirinde farklı meridyenleri esas olan çok dilimli koordinat sistemleri mevcuttur. Bu koordinat sistemleri arasındaki transformasyon ve dilim sınırlarında aynı noktaların her iki sistemde hesaplama mecburiyeti küçümsenmeyecek külfet getirmektedir. Fakat LKK tasvirde böyle bir durum söz konusu değildir. LKK tasvir esas alınarak Türkiye ve bunun gibi bir paralel daire boyunca uzanan ülkeler için tek başlangıçlı düzlem koordinat sisteminin kullanılması mümkün olur.

LKK tasvir kullanılarak hesap edilen noktaların uluslararası bir sistem olan UTM koordinatlarına dönüşümü mümkündür. 1954 yılında ABD'de dengelenen Türkiye temel nirengi ağı, LKK tasvir düzleminde dengelenmiştir. Bu dengeleme için bütün nirengi noktalarının coğrafi koordinatlarından, LKK tasvir düzlem koordinatları hesaplanmıştır. Dengeleme yapılan nirengi ağındaki noktaların LKK tasvirde kesin düzlem koordinatlarının bulunmasından sonra bütün noktalar için ters dönüşüm uygulanarak kesin coğrafi koordinatlar

hesaplanmış, daha sonra da coğrafi koordinatlardan UTM koordinatlarına geçilmiştir. LKK tasvirde hesaplamalarda kullanılan bütün sabitler başlangıç paraleli üzerinde hesaplanmaktadır. Bu sabitler bir sistem için bir defa hesaplanırlar. Geleceğe dönük çalışmalar için veri tabanı oluşturmada tek başlangıçlı bir düzlem koordinat sisteminden yararlanılması daha kullanışlı olacaktır.

Bu çalışmada; coğrafi koordinatlardan (B,L) düzlem dik koordinatlarına (x,y) geçiş sağlanarak elipsoid yüzeydeki bilgiler tasvir düzlemine taşınmıştır. Düzlem dik koordinatlar (x,y) kullanılarak coğrafi koordinatlarına (B,L) geçişlerin hesabı yapılarak orijinal (elipsoid) yüzey coğrafi koordinatları elde edilmiştir.

### **Semboller**

#### *Symbols*

Çalışmada kullanılan sembol, kısaltma ve fonksiyonlarla Hayford elipsoidi sabitleri aşağıdaki gibidir.

a: Elipsoidin büyük yarı eksen = 6 378 388 m  
b: Elipsoidin küçük yan eksen = 6 356 911.94613 m  
c: Elipsoidin kutup eğrilik yarıçapı= 6 399 936. 60811 m  
 $e^2 = (a^2-b^2)/a^2$ : Birinci eksentrisitenin karesi= 0.006 722 670 022 333  
 $e^2 = (a^2-b^2)/b^2$ : İkinci eksentrisitenin karesi = 0.006 768 170 197 224  
İzometrik enlemden coğrafi enleme dönüşüm serisi katsayıları ( $c_2, c_4, c_6$  ve  $c_8$ )  
 $c_2 = 0.1931312317^\circ = 0.003 370 775 881 332$  radyan  
 $c_4 = 0.0003797387^\circ = 6.627 690 421 917 10^{-6}$  radyan  
 $c_6 = 0.0000010239^\circ = 1.787 091 988 092 10^{-8}$  radyan  
 $c_8 = 0.0000000031^\circ = 5.419 122 278 250 10^{-11}$  radyan  
 $V^2=1+e^2 \cos^2 B$  : Yardımcı fonksiyon,  
 $N=c/V$  : Enine eğrilik yarıçapı,  
B: Elipsoidde coğrafi enlem,  
L: Elipsoidde coğrafi boylam,  
q: Elipsoidde izometrik enlem,  
R: B enlemlili paralel dairenin düzlem tasvir yarıçapı  
 $R_0$ :  $B_0$  enlemlili ana paralel dairenin düzlem tasvir yarıçapı,  
 $\Delta L$ : Elipsoidde coğrafi boylam farkı,  
 $\Delta L'$ :  $\Delta L$  boylam farkının düzlem karşılığı

### **Katkı belirtme**

#### *Acknowledgement*

Bu çalışma birinci yazarın, Karadeniz Teknik Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Harita Mühendisliği Anabilim Dalında Prof. Dr. Ahmet KAYA danışmanlığında tamamlanan “*Elipsoidin Düzleme Konform Konik Tasviri*” isimli yüksek lisans tezinden üretilmiştir. Makalenin değerlendirilmesinde emeği geçen editör ve hakemlere teşekkür ederiz.

### **Yazar katkısı**

#### *Author contribution*

Kemal Çelik: Araştırma, Metodoloji, Yazım-orijinal taslak, Doğrulama, Kavramsallaştırma. Ahmet Kaya: Araştırma, Metodoloji, Doğrulama, Süpervizör.

### **Etik beyanı**

#### *Declaration of ethical code*

Makalenin yazarları, bu çalışmada kullanılan yöntemlerin etik kurul izni ve/veya yasal-özel izin gerektirmediğini beyan eder.

### **Çıkar çatışması beyanı**

#### *Conflicts of interest*

Yazarlar herhangi bir çıkar çatışması olmadığını beyan eder.

**Kaynaklar***References*

- Bakırtaş, T., Elefante, D., Mataracı, O. & Akküçük, U. (2005). Ulusal mekansal veri altyapısı (UMVA) oluşturulması ve yönetimi, *TMMOB Harita ve Kadastro Mühendisleri Odası, 10. Türkiye Harita Bilimsel ve Teknik Kurultayı*, 28 Mart - 1 Nisan 2005, Ankara
- Cömert, Ç. & Akıncı, H. (2005). Ulusal konumsal veri altyapısı ve e-Türkiye için önemi, *TMMOB Harita ve Kadastro Mühendisleri Odası, 10. Türkiye Harita Bilimsel ve Teknik Kurultayı*, 28 Mart - 1 Nisan 2005, Ankara
- Çelik, K. (1993). *Elipsoidin düzleme konform konik tasviri* [Yüksek Lisans Tezi, Karadeniz Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü].
- Çelik, K., Kaya, A. (1995). Elipsoidin düzleme konform konik tasvirinde koordinat dönüşümleri, *Türkiye Ulusal Jeodezi-Jeofizik Birliği(TUJJB) ve Türkiye Ulusal Fotogrametri ve Uzaktan Algılama Birliği (TUFUAB) Bilimsel Kongreleri*, Sayfa 427-436, Ankara.
- Fiala, F. (1976). *Matematiksel kartografya*, (Özgen, G., Aksoy, A., ve Demirağ, Ö.) İ.T.Ü. Yayınları, Sayı 1072, İstanbul.
- Grossmann, W. (1976). *Geodaetische rechnungen und abbildungen in der landesvermessung*, Stuttgart.
- Güllü, M., Tuşat, E., Baybura, T. & Turgut, B. (2018). *Üç boyutlu koordinat dönüşüm yöntemlerinin incelenmesi*, DOI: 10.5578/fmbd.66875, AKÜ FEMÜBİD 18 (2018) 015503 (250- 255).
- Jordan, E., K. (1959). *Handbuch der Vermessungskunde*, Band IV/2, Stuttgart.
- Kaya, A. (1994 a). *İzometrik enlem kavramı ve coğrafi enleme arasındaki dönüşümler*, HGK, Harita Dergisi, Sayı: 112, Sayfa.30-39, Ankara.
- Kaya, A. (1994 b). *An alternative formula for finding the geodetic latitude from the isometric latitude*, Survey Review, Vol 32, No. 253, p.450-452.
- Kaya, A. (2015). *Jeodezi-II, Küre ve Elipsoidin Düzleme Tasviri*, Karadeniz Teknik Üniversitesi, II. Baskı, Trabzon.
- Özbenli, E. (2001). *Jeodezi-I (Elipsoid, elipsoid yerine kullanılacak küreler ve küre üzerinde jeodezik hesaplamalar)*, Karadeniz Teknik Üniversitesi, Mühendislik Mimarlık Fakültesi, Yayın No. 152, II. Baskı, Trabzon
- Richardus, P. & Adler, R.K. (1974) *Map projections for geodesists and cartographers, Second Edition*, North-Holland PUBLISHING Co., Amsterdam.
- Slocum, T.A., McMaster R.B., Kessler, F.C. & Howard H.H. (2005). *Thematic cartography and geographic visualization*, Prentice Hall, USA.
- TKGM. (2005). *Tapu ve Kadastro Genel Müdürlüğü, Türkiye Ulusal Coğrafi Bilgi Sistemi Oluşturulabilmesi İçin Ön Çalışma Raporu.* [http://www.bilgitoplumu.gov.tr/wp-content/uploads/2014/04/Eylem\\_47\\_Turkiye\\_Ulusal\\_Cografya\\_Bilgi\\_Sistemi.pdf](http://www.bilgitoplumu.gov.tr/wp-content/uploads/2014/04/Eylem_47_Turkiye_Ulusal_Cografya_Bilgi_Sistemi.pdf)
- Thomas, D. (1952). *Conformal projections in geodesy and cartography*, Washington.
- Yıldırım, F. (2004) *Dilim esasına dayalı UTM sistemi için alternatif çözüm yöntemlerinin incelenmesi* [Doktora Tezi, Karadeniz Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü].
- Yıldırım F., Bediroğlu, Ş. (2011). Ulusal coğrafi bilgi sistemi için projeksiyon önerisi, *TMMOB Coğrafi Bilgi Sistemleri Kongresi*, 31 Ekim - 04 Kasım 2011, Antalya.
- Yıldırım, F. & Yıldırım., D. (2013). Datum ve dilim dönüşümünün parsel alanlarına etkisi, *14. Türkiye Harita Bilimsel ve Teknik Kurultayı Ölçme Teknolojileri ve Yazılım Fuarı*, Ankara, Türkiye, 14 - 17 Mayıs 2013, ss.1-8
- Yılmaz, İ. (2009). *Uygun harita projeksiyonu seçiminde bazı temel esaslar*, Harita Teknolojileri Elektronik Dergisi, Cilt: 1, No: 2, (31-42).