



Investigation of Gifted Students' Abstraction Processes for Constructing the Area Formula of a Circle with the RBC+C Model*

Elif Şevval Gür¹, Bahar Uyar Döldül¹

¹Yildiz Technical University, İstanbul, Türkiye

ABSTRACT

The study aims to analyze the processes of gifted students in constructing the formula for the area of a circle through the activities prepared for calculating the area of a circle within the framework of the recognizing, building with, construction, and consolidation stages of the RBC+C abstraction model. The study was designed using a qualitative research method and was conducted with a case study design, which is one of the qualitative approaches. The application was carried out in the second semester of the 2023-2024 academic year in a Science and Art Center affiliated with the Ministry of National Education with two gifted students who are interested and talented in mathematics and studying in the Individual Talents Recognition Program in a total of four class hours in two weeks. The students in the study group were determined by the criterion sampling method, one of the purposeful sampling methods. In the study, activity forms prepared by the researchers were used as data collection tools and the data of the study were obtained through three different methods: clinical interview, unstructured observation, and document analysis. Based on these data, students' abstraction processes were analyzed through descriptive analysis. The findings of the study reveal that gifted students can create mathematical structures and that when these students are provided with activities to use their abstraction skills, they not only make sense of existing knowledge but also contribute to mathematical knowledge by producing new mathematical knowledge.

ARTICLE INFO

Article History:

Received:23.12.2024

Received in revised form:23.03.2025

Accepted:24.03.2025

Available online:30.03.2025

Type of article: Research Paper

Keywords: RBC+C model, abstraction, gifted students, area of a circle

© 2025 IJESIM. All rights reserved

1. Introduction

Mathematics is one of the disciplines with the most abstract conceptual network and language developed by human beings to achieve their goals. In this field, abstract thinking skills play a fundamental role in both using this conceptual network and creating new mathematical structures. Gifted students have the potential to distinguish themselves from their peers with their abstraction skills, especially in mathematics. Recognizing and supporting this potential is very important to benefit students. Instructional plans and activities tailored to the interests and needs of gifted students are important in terms of contributing to their development of advanced thinking and abstraction skills. Abstraction has an important effect on learning processes and is especially prominent in mathematical thinking and problem-solving. This concept refers to the process of recognizing and distinguishing certain features or structures by using one's prior knowledge and experiences and creating a new structure or meaning by reorganizing these elements in different contexts. Through abstraction, the

¹ Corresponding author's address: Yildiz Technical University, İstanbul, Türkiye
e-mail: buduldul@yildiz.edu.tr

*This study is derived from the master's thesis carried out by the first author at Yildiz Technical University, Institute of Science, Department of Mathematics and Science Education, under the supervision of the second author. This work has been supported by Yildiz Technical University Scientific Research Projects Coordination Unit under project number FYL-2024-6409.

DOI: <https://doi.org/10.17278/ijesim.1605720>

individual gains an understanding and a general perspective that can be applied to different situations based on previous learning.

Many thinkers and researchers have studied the phenomenon of abstraction throughout history, and in this context, it has been addressed in depth in many fields such as mathematics education. Mathematics is an abstract science by nature consisting of concepts, structures, and relationships (Koğ, 2012). In this context, it is possible to define mathematics as a “science of abstraction.” Mathematical concepts are generally obtained from abstraction processes based on concrete observations and experiences. Therefore, understanding how knowledge acquisition processes based on abstraction work in mathematics education is fundamental for students to comprehend this course (Memnun and Altun, 2012).

Abstraction in mathematics education enables students to construct mathematical concepts in their mental worlds and establish meaningful connections between them. For students to understand mathematics and avoid misconceptions, abstract concepts in mathematics should be clearly and understandably shaped in their minds. Especially in younger age groups, mathematical concepts can be reinforced through concrete experiences or daily life connections. However, as students' educational level progresses, mathematical concepts become more abstract and distant from experiences and daily life. This requires students to develop abstract thinking skills. Therefore, abstract thinking seems to be an important component for better understanding mathematics and minimizing conceptual errors.

The function of abstraction in mathematics education is to enable students to understand abstract mathematical concepts and to use them effectively. When students apply abstraction correctly, it improves their mathematical thinking, relationship-building, and problem-solving abilities. Therefore, a model that ensures long-term success is needed to teach abstraction in mathematics through basic concepts effectively. For this purpose, the RBC+C model was designed to examine abstraction processes within the framework of epistemic actions (Dreyfus and Tsamir, 2004; Hershkowitz, Schwarz and Dreyfus, 2001).

The RBC+C Model (Recognizing - Building with - Constructing - Consolidation) is a four-stage epistemic action model developed to make sense of the cognitive processes of abstraction. Epistemic acts refer to individuals' mental and intellectual activities in acquiring, using, reconstructing, and learning knowledge. This term is a concept used in analyzing learning processes and often plays an important role in mathematics education, abstraction studies, and learning models. One learning model, the RBC+C model, is designed to explain how mathematical thinking and abstraction skills develop. This model provides a more complex and deeper mathematical understanding by restructuring previously learned knowledge (Dreyfus and Tsamir, 2004; Hershkowitz, Schwarz and Dreyfus, 2001).

2. Method

This study was conducted using a case study design. The study was based on the RBC+C abstraction model, which analyzes the knowledge construction process through observable steps, to examine students' knowledge construction processes. The study was conducted with two gifted students studying at the Science and Art Center. These students in the study group were determined by criterion sampling method, one of the purposeful sampling methods. The data collection tool in the study was two activities. While preparing these activities for the subject of the area of a circle, the relevant literature was utilized and care was taken to design the activities in a way to reveal students' knowledge construction and thinking processes. These activities were organized by the recognizing, building with, constructing, and consolidation stages of the RBC+C abstraction model. Three different methods were used to collect data in the study: clinical interview, unstructured observation, and document analysis. During a group activity involving two girl students, the activities were audio-recorded and these recordings were transcribed into written text. In addition, the documents containing the students' responses on the activity sheets and the notes taken during the interview were also analyzed. Based on these data, the researcher analyzed the knowledge construction processes of the students with the descriptive analysis method. In addition, the RBC+C model was used as an analytical tool to analyze

cognitive processes. The data obtained from the students participating in the study were evaluated within the framework of the epistemic actions of the RBC+C model: recognizing, building with, constructing, and consolidating. In the implementation phase of the study, the researcher assumed the role of participant observer.

3. Findings

The first activity aimed to find the approximate measure of the area of a circular region by using a square paper and a square. As a first step towards this goal, the students were asked to draw a circle with the largest radius that could be drawn on the square paper and asked how the area of this circle could be calculated. In this process, students' dialogues were interpreted according to the components of the RBC+C model.

Recognizing: At the beginning of the activity, the students recalled the properties of basic geometric concepts such as radius, circle, and square, and the researcher suggested using squared paper to find the approximate area of the circle. The researcher asked the students to draw the circle with the largest radius on the squared paper. Students calculated the approximate area by counting the number of squares inside the circle. In this process, students remembered that they could use squares to calculate the area of the circle, which shows that they recognized the concept of area.

Building with: Students used their knowledge about the number and area of squares to find the area of the circle. Students found an approximate area by calculating the sum of the squares inside the circle. Then, they used an externally tangent square to determine the approximate area of the circle and recalculated the area by subtracting the outside parts from this area. Students used their prior knowledge to calculate the area. In this direction, it was observed that the students realized the using phase.

Constructing: Students tried to discover the relationship between the radius and the area of the circle by drawing circles with larger radii. Students established a ratio in multiples by trying to understand whether there is a relationship between area and radius. With the guidance of the researcher, the students understood that the value approaching Pi should be multiplied by the radius. Here, students built a step-by-step structure to formulate the area of the circle using radius and Pi.

Consolidation: Students reinforced the formula by learning how to use the product of Pi and radius in calculating the area. The students' discovery that the product of Pi and r^2 is the area of the circle and writing the formula correctly shows that they reinforced this knowledge. Students learned how the relationship between Pi and radius functions in the formula for the area of a circle.

The second activity aimed to establish the relationship between the area of a circle and the area of a parallelogram and to formulate the formula for the area of a circle. In this process, students' dialogues were interpreted according to the components of the RBC+C model.

Recognizing: In the first steps, when the students cut the circle into pieces and arranged them in a way similar to a parallelogram, they realized that the shape resembled a parallelogram. Students recognized the concept of parallelogram and remembered that opposite sides are parallel. Here, the fact that the students arranged the parts of the circle and realized the parallelogram structure shows that they performed the act of recognition.

Building with: Students determined the base and height to find the area of the parallelogram. One of the students stated that if they divided the circle into more pieces, the shape would become similar to a rectangle, so the areas would be equal. At this stage, students used their prior learning to understand the relationship between the areas of the circle and parallelogram. The students demonstrated the action of using the area formula of the parallelogram by remembering it and placing the pieces correctly.

Constructing: Students defined the base and height of the parallelogram using the circumference and radius of the circle. One of the students defined half of the circumference of the circle as the base and

the radius as the height. At this stage, students formulated the area of a parallelogram and created a new meaning and structure.

Consolidation: In the last step, students formulated the area of a circle as πr^2 . One of the students was able to formulate the formula exactly with the knowledge of representing the product of two r side by side as an exponent (r^2). With the guidance of the researcher, students reinforced the formula for calculating the area of a circle by associating the base and height of the parallelogram with the properties of the circle.

4. Discussion and conclusion

Within the scope of the study, the four main stages of the RBC+C model, namely recognizing, building with, construction, and consolidation, were taken into consideration. Considering the students' behaviors and cognitive actions at these stages, the findings show that the students successfully performed these actions.

Recognizing: It was observed that students were effective in recognizing basic concepts such as the area and geometric properties of a circle. In the first activity, students estimated the area of the circle by using squared paper and squares, showing that they completed the recognition phase by using their existing knowledge. In the second activity, by transforming the circle slices into parallelograms, they effectively realized the processes of recognizing and associating the properties of this shape.

Building with: Students actively used the knowledge they acquired in the recognition phase in solving the problems. In the first activity, students estimated the area of a circle by using the number of squares on the square paper and developed different methods, which shows that this stage was completed. In the second activity, determining the base and height of the parallelogram and using the area formula revealed that the student's ability to use and apply their prior knowledge was at a good level.

Constructing: It was observed that students were effective in exploring and reconstructing abstract mathematical structures. In particular, their step-by-step construction of the formula for the area of a circle and their understanding of the role of Pi indicate that an in-depth learning process took place at this stage. Students benefited from both individual and social interactions while constructing new knowledge and making logical connections with the guidance of the researcher.

Consolidation: In the last stage, students consolidate their knowledge by expressing the formula correctly. Verifying the estimated results obtained in the first activity with calculations based on the formula and using them in different contexts increased the retention of the information learned. In the second activity, students internalized the relationship between a parallelogram and a circle and developed their ability to use the formula in practice.

This study shows that educational programs for gifted students, especially in Science and Art Centers, can be enriched by using cognitive models such as RBC+C to support mathematical abstraction skills. In this context, diversifying the activities based on the RBC+C model in the education programs will allow these students to use their potential more effectively. In addition, model-based approaches that support abstraction in mathematics education should be encouraged, and instead of teaching students only formulas, activities that will enable them to understand how and why these formulas arise should be included more. In addition, in future research, it is recommended that the RBC+C model be applied to other mathematics subjects and repeated with students of different age groups. In particular, studies with different age groups will provide a better understanding of the effects of the RBC+C model at different developmental stages.

Özel Yetenekli Öğrencilerin Dairenin Alan Formülünü Oluşturmalarına Yönelik Soyutlama Süreçlerinin RBC+C Modeli ile İncelenmesi

Elif Şevval Gür¹, Bahar Uyar Dülül¹

¹Yıldız Technical University, İstanbul, Türkiye

ÖZ

Araştırmanın amacı, dairenin alanının hesaplanmasına yönelik hazırlanan etkinlikler aracılığıyla özel yetenekli öğrencilerin dairenin alan formülünü oluşturma süreçlerini RBC+C soyutlama modelinin tanıma, kullanma, oluşturma ve pekiştirme aşamaları çerçevesinde analiz etmektir. Çalışma, nitel araştırma yöntemi kullanılarak tasarlanmış olup, nitel yaklaşımlar arasında yer alan durum çalışması deseniyle yürütülmüştür. Uygulama, 2023-2024 eğitim-öğretim yılının ikinci döneminde MEB'e bağlı bir Bilim ve Sanat Merkezi'nde Bireysel Yetenekleri Fark Ettirme Programı'nda öğrenim gören, matematik dersine karşı ilgili ve yetenekli iki özel yetenekli öğrenciyle iki haftada toplam dört ders saati süresinde gerçekleştirilmiştir. Çalışma grubunda yer alan öğrenciler amaçlı örnekleme yöntemlerinden ölçüt örnekleme yöntemi ile belirlenmiştir. Çalışmada, veri toplama aracı olarak araştırmacılar tarafından hazırlanan etkinlik formları kullanılmış ve çalışmanın verileri klinik görüşme, yapılandırılmamış gözlem ve doküman inceleme olmak üzere üç farklı yöntemle elde edilmiştir. Bu verilerden hareketle öğrencilerin soyutlama süreçleri betimsel analiz yöntemiyle incelenmiştir. Çalışmanın bulguları, özel yetenekli öğrencilerin matematiksel yapılar oluşturma kapasitesine sahip olduklarını ve bu öğrencilere soyutlama becerilerini kullanmaya yönelik etkinlikler sunulduğunda, öğrencilerin yalnızca mevcut bilgiyi anlamlandırmakla kalmayıp, aynı zamanda yeni matematiksel bilgiler üreterek matematiksel bilgiye katkı sağladıklarını ortaya koymaktadır.

MAKALE BİLGİ

Makale Tarihçesi:

Alındı:23.12.2024

Düzeltilmiş hali alındı:23.03.2025

Kabul edildi:24.03.2025

Çevrimiçi yayınlandı:30.03.2025

Makale Türü: Araştırma Makalesi

Anahtar Kelimeler: RBC+C modeli, soyutlama, özel yetenekli öğrenciler, dairenin alanı

© 2025 IJESIM. Tüm hakları saklıdır

1. Giriş

Matematik, insanoğlunun hedeflerine ulaşabilmek için geliştirdiği en soyut kavram ağına ve dile sahip olan bilim dallarından birisidir. Bu alanda soyut düşünme becerisi hem bu kavramsal ağı kullanma hem de yeni matematiksel yapılar oluşturma sürecinde temel rol oynar. Soyutlama, öğrenme süreçlerinde önemli bir etkiye sahip olup özellikle matematiksel düşünme ve problem çözme alanlarında ön plana çıkmaktadır. Bu kavram, bireyin önceki bilgi ve deneyimlerini kullanarak belirli özellikleri veya yapıları tanıyıp ayırt etmesi ve bu unsurları farklı bağlamlarda yeniden organize ederek yeni bir yapı veya anlam yaratması sürecini ifade eder. Soyutlama sayesinde birey, önceki öğrenmelerinden hareketle farklı durumlara uygulanabilecek bir anlayış ve genel bir bakış açısı kazanır.

Soyutlama olgusu, tarih boyunca pek çok düşünür ve araştırmacı tarafından incelenmiş ve bu bağlamda matematik eğitimi gibi birçok alanda derinlemesine ele alınmıştır. Örneğin, Aristoteles, felsefede yaptığı çalışmalarda soyutlama (aphaeresis) kavramını "almak" ya da "uzaklaştırmak" anlamında kullanmıştır (Van Oers, 2001). Bu tanımlama soyutlamanın, zihinde var olan unsurlardan bazılarını seçip diğerlerinden uzaklaştırarak özelleşmiş bir kavrama ulaşma süreci olarak değerlendirilebileceğini ortaya koyar. Platon ise soyutlamayı, "ebedi gerçeklere ulaşmanın bir yolu" olarak görmüş (Hershkowitz, Schwarz ve Dreyfus, 2001), böylece soyut düşüncüyü kalıcı ve evrensel doğrulara ulaşmanın bir aracı olarak tanımlamıştır. Modern filozoflardan Russell ise soyutlamayı, insan zekasının en üst düzey kazanımlarından biri olarak değerlendirmiştir (Hershkowitz, Schwarz ve Dreyfus, 2001).

Soyutlama, Aristoteles ve Platon'un görüşlerinden esinlenen klasik bir yaklaşımla ele alınmış ve bu yaklaşım İngiliz filozof Locke tarafından savunularak 21. yüzyıla kadar taşınmıştır (Yeşildere, 2006). Bu klasik soyutlama yaklaşımı, bazı temel varsayımlara dayanmaktadır (Van Oers, 2001):

- Soyutlamalar, nesnelerin kategorik temsillerini içerir.
- Soyutlamalar, ortaya çıktığı ortamın özel koşullarından arındırılmış ve bağlamsız temsillerdir.
- Soyut düşünme, gelişim sürecinde daha ileri aşamaların bir göstergesi olarak kabul edilir.

Zamanla klasik soyutlama yaklaşımının yanı sıra, bilişsel bilimlerde gelişen yeni perspektiflerle soyutlamaya yönelik bilişsel bir yaklaşım ortaya çıkmıştır. Bilişsel yaklaşım, soyutlamayı somuttan soyuta geçiş süreci olarak tanımlar (Hershkowitz, Schwarz ve Dreyfus, 2001). Bu bakış açısına göre "somut" bireyin doğrudan deneyimlerinden kaynaklanan bilgilerken, "soyut" mantıksal ve zihinsel yapıların gelişimini ifade eder (Van Oers, 2001). Bilişsel yaklaşımda soyutlama süreci, farklı durumlar arasında ortak özelliklerin tanınması yoluyla ortaya çıkan genellemelerden oluşur (Özmantar ve Monaghan, 2007). Bir başka deyişle; soyutlama süreci, somut durumlar arasındaki benzer özelliklerin fark edilmesi ve bu özelliklerin sınıflandırılarak genelleştirilmesini içerir. Bu sınıflandırmalar, genellemeler ve yorumların zenginleşmesi açısından kritik bir önem taşır.

Soyutlamanın zihinsel bir etkinlik olduğu ve dolayısıyla doğrudan gözlemlenmesinin güç olduğu kabul edilmektedir (Schwarz, Dreyfus ve Hershkowitz, 2009). Bu nedenle soyutlama süreçlerinin anlaşılabilmesi için teorik düşünce kadar, deneysel gözlemler ve modeller de önem taşır. Bu ihtiyaca yanıt olarak Hershkowitz vd. (2001) soyutlama sürecini gözlemlenebilir bir hale getirebilmek amacıyla bir model geliştirmişlerdir. Bu model soyutlamayı tanıma, kullanma, oluşturma ve pekiştirme aşamaları çerçevesinde ele alır, bu sayede soyutlama sürecinin somut olarak gözlemlenmesi mümkün hale gelir. Böylece, soyutlamanın bireylerin öğrenme süreçlerinde düşünce sistemlerinin gelişimine yaptığı katkılar hem klasik hem de bilişsel yaklaşımlar perspektifinde değerlendirilebilir.

Matematik, doğası gereği kavramlar, yapılar ve ilişkilerden oluşan soyut bir bilim dalıdır (Koğ, 2012). Bu bağlamda matematiği bir "soyutlama bilimi" olarak tanımlamak da mümkündür. Matematiksel kavramlar, genellikle somut gözlemlerden ve deneyimlerden yola çıkarak soyutlama süreçleri sonucunda elde edilmektedir. Dolayısıyla, matematik eğitimi alanında soyutlamayı temel alan bilgi edinme süreçlerinin nasıl işlediğini anlamak, öğrencilerin bu dersi kavrayabilmeleri için oldukça önemlidir (Memnun ve Altun, 2012).

Matematik eğitiminde soyutlama, öğrencilerin matematiksel kavramları kendi zihinsel dünyalarında yapılandırmalarını ve bu kavramlar arasında anlamlı bağlantılar kurmalarını sağlar. Öğrencilerin matematiği anlamaları ve kavram yanlışlarına düşmemeleri için matematikteki soyut kavramların zihinlerinde net ve anlaşılır bir biçimde şekillenmesi gerekmektedir. Özellikle küçük yaş gruplarında matematik kavramları somut deneyimlerle veya günlük yaşam bağlantıları ile pekiştirilebilir. Ancak, öğrencilerin eğitim seviyeleri ilerledikçe, matematiksel kavramlar deneyim ve günlük yaşamdan daha uzak ve soyut hale gelmektedir. Bu durum, öğrencilerin soyut düşünme yeteneklerini geliştirmelerini gerektirir. Dolayısıyla soyut düşünmenin, matematiği daha iyi anlamak ve kavramsal hataları en aza indirmek adına önemli bir bileşen olduğu görülmektedir.

Matematik eğitiminin tarih boyunca soyut içerik taşıması ve bu içerikte yer alan temel kavramların doğru bir şekilde tanımlanması, anlaşılması ve uzun süreli öğrenilmesinin sağlanması üzerine çeşitli araştırmalar yapılmıştır (Fırat, 2011; Koğ, 2012; Özdemir, 2023). Soyutlamanın etkili bir biçimde kullanılması, problem çözme gibi üst düzey becerilerde de önemli bir rol oynamaktadır. Bu durum, matematik eğitimi alanında soyutlama kavramını oldukça önemli hale getirmiştir. Son yıllarda yapılan araştırmalar, soyutlamanın matematik eğitimcileri için kritik bir odak noktası haline geldiğini ve soyut kavramların öğrenciler tarafından daha kolay anlaşılabilmesi için farklı yöntemler geliştirildiğini göstermektedir (Memnun ve Altun, 2012; Özmantar ve Monaghan, 2007).

Sonuç olarak, matematik eğitimi alanında soyutlamanın işlevi, öğrencilerin soyut matematiksel kavramları anlamalarını ve bu kavramları etkili bir biçimde kullanmalarını sağlamaktır. Öğrencilerin soyutlamayı doğru bir şekilde uygulamaları, onların matematiksel düşünme, ilişki kurma ve problem çözme gibi yeteneklerini geliştirir. Bu nedenle, matematikte soyutlamanın temel kavramlar aracılığıyla etkili bir şekilde öğretilmesi için uzun vadeli başarı sağlayan bir modele ihtiyaç duyulmuştur. Bu

amaçla soyutlama süreçlerinin epistemik eylemler çerçevesinde incelendiği, matematiksel düşünme ve soyutlama becerilerinin nasıl geliştiğini açıklamaya yönelik RBC+C modeli tasarlanmıştır.

1.1. RBC+C Modeli

RBC+C modeli daha önce öğrenilen bilgilerin yeniden yapılandırılarak daha karmaşık ve derin bir matematiksel anlayışa ulaşılmasını sağlar (Dreyfus ve Tsamir, 2004; Hershkowitz, Schwarz ve Dreyfus, 2001). RBC+C Modeli (Recognizing - Building with - Constructing - Consolidation), soyutlamanın bilişsel süreçlerini anlamlandırmak için geliştirilen dört aşamalı bir epistemik eylem modelidir. Epistemik eylemler, bireylerin bilgi edinme, kullanma, yeniden yapılandırma ve öğrenme süreçlerindeki bilişsel ve entelektüel faaliyetlerini ifade eder. Bu modelde, soyutlama sürecinin ele alındığı dört temel epistemik eylem sırasıyla tanıma, kullanma, oluşturma ve pekiştirme.

1.1.1. Tanıma (Recognizing)

Tanıma, bireyin daha önce öğrendiği formal veya informal bilgilerle yeni bir yapıyı fark etmesi ve ona anlam yüklemesi sürecidir. Bu aşamada birey, daha önceki matematiksel deneyimlerinden ve bilgi birikiminden yararlanarak, karşılaştığı matematiksel yapıyı tanımlayabilmekte ve bu yapıyı anlamlandırabilmektedir. Tanıma eylemi, genellikle daha önce öğrenilmiş bilgilerle yeni bir problemin veya kavramın bağdaştırılmasını içerir. Tanıma süreci, öğrenenin öğrendiği yapıyı anlamlandırması ve gerektiğinde kullanabilmesi için ön koşuldur (Hershkowitz vd., 2001). Bu süreçte, öğrenci eylemlerin sonuçlarını sorgulayarak, sonuçların benzer ya da farklı yönlerini ortaya koyabilir ve gerektiğinde itiraz edebilir (Dreyfus, 2007; Schwarz vd., 2002).

1.1.2. Kullanma (Building with)

Kullanma aşamasında birey, önceden yapılandırılmış matematiksel bilgileri veya yapıları, belirli bir amaca ulaşmak için aktif olarak kullanır. Bu aşama, öğrencinin mevcut bilgiyi uygulamaya koyarak bir problemi çözmesi, bir durumu analiz etmesi veya yeni bir anlam oluşturmaya sürecini ifade eder. Örneğin, öğrenci bir problemle karşılaştığında, çözüm sürecinde tanıdığı yapıları ve ilişkileri kullanarak problemi çözmeye çalışır. Bu aşama, öğrencilerin matematiksel kavramları günlük veya akademik problemlerle ilişkilendirilmesi açısından oldukça önemlidir (Dreyfus, 2007).

1.1.3. Oluşturma (Constructing)

Oluşturma, mevcut bilgilerin belirli değişiklikler yapılarak yeniden yapılandırılması ve yeni bir anlamın ortaya çıkarılması sürecidir. Bu aşama, bireyin daha önceki bilgileri temel alarak yepyeni bir yapı veya kavram geliştirmesini gerektirir. Mevcut matematiksel bilgi, bireyin zihninde yeniden düzenlenerek yeni bir bilgiye veya bakış açısına dönüşür. Bu eylem, öğrenmenin derinleşmesi için gereklidir ve bireyin bilgiyi yaratıcı bir şekilde yeniden yapılandırmasını sağlar. Oluşturma süreci, bireyin soyut düşünme kapasitesini geliştirmesine katkıda bulunur (Schwarz, Dreyfus, Hadas ve Hershkowitz, 2004).

1.1.4. Pekiştirme (Consolidation)

Pekiştirme, bireyin daha önce oluşturduğu bilgiyi kalıcı hale getirme sürecidir. Bu aşamada birey, geliştirdiği yapıyı tekrar ederek ve farklı bağlamlarda kullanarak bilgiyi pekiştirir ve öğrenmeyi uzun vadeli hale getirir. Pekiştirme, soyutlamanın gerçekleştiği alanlarda bireyin esnek düşünmesine ve yeni durumlara uyum sağlamasına katkı sunar. Bu aşamanın uzun süreli olması, öğrencinin soyutlama yoluyla öğrendiği yapıyı farklı durumlarda esnek bir biçimde uygulayabilmesi açısından önemlidir (Schwarz, Dreyfus ve Hershkowitz, 2009). Öğrenciler, pekiştirme süreci sayesinde yeni öğrendikleri bilgiyi daha geniş bir bilgi ağıyla bütünleştirerek kalıcı hale getirirler.

Matematiksel düşünme ve soyutlama süreçlerinde ileri düzeyde başarı gösterebilen özel yetenekli öğrencilere yönelik, bu öğrencilerin potansiyellerini en üst düzeye çıkaracak stratejik yaklaşımlara ihtiyaç olduğu aşikardır. Bu noktada, RBC+C modelinin sunduğu tanıma, kullanma, oluşturma ve pekiştirme aşamaları, özel yetenekli öğrencilerin matematiksel soyutlama kapasitelerinin sistematik bir

şekilde desteklenmesini sağlayarak, hem bireysel hem de toplumsal fayda yaratabilecek bir öğrenme süreci sunmaktadır.

Ulusal Matematik Öğretmenleri Konseyi (NCTM), 1980 yılında yayınladığı raporunda, özel yetenekli öğrencilerin özellikle matematik derslerinde potansiyellerini tam anlamıyla kullanma açısından ihmal edilen bir grup olduğunu vurgulamıştır. Ancak, matematiksel yetenekleri olağanüstü olan bu öğrencilerin toplumsal bir kaynak olarak büyük bir değer taşıdığı açıktır. Bu yetenekli bireylerin içinde bulunduğumuz teknoloji çağında liderlik yapmaları beklenmektedir (NCTM, 1980). Bu nedenle, özel yetenekli öğrencilerin eğitim ihtiyaçlarının belirlenmesi ve karşılanması büyük bir öneme sahiptir. Bilgili (2000) bu öğrencilerin eğitimini, toplumun kendi kendine yetebilen, sürdürülebilir bir yapıya ulaşması için gerekli olan eğitilmiş, yetkin ve tatmin duygusu yüksek bireylerden oluşan bir beşerî sermaye oluşturma zorunlu bir parçası olarak görmüştür. Bilgili'ye göre, bu durum genel eğitimin yanı sıra ileri bir eğitimi de içermelidir (Bilgili, 2000).

Özel yetenekli öğrenciler için tek bir eğitim yaklaşımının yeterli olmayacağı açıktır. Dolayısıyla, bu öğrencilere yönelik matematik programlarının bireysel ihtiyaç ve yeteneklerini göz önüne alarak tasarlanması gerekmektedir (Miller, 1990). Kitsantas vd. (2017)'nin yürüttüğü bir çalışmada, özel yetenekli öğrencilerin öğretim programlarına ilişkin ihtiyaçları üç ana başlıkta incelenmiştir. İlk olarak, öğrencilerin akademik ihtiyaçları ele alınmıştır. Özel yetenekli öğrenciler, derslerin zorlayıcı, farklılaştırılmış ve kavramsal anlama ile öz düzenleme becerilerini geliştirmeye yönelik yapılandırılmasını talep etmişlerdir. Öğrenciler, zorlayıcı etkinliklerin kendilerini daha ileriye taşıyabileceğini ve bu sayede yeteneklerinin üst sınırlarına ulaşabileceklerini dile getirmişlerdir. Ayrıca, öz düzenleme becerileri kapsamında öğrenciler, kendi öğrenme süreçleri hakkında karar verebilmek, seçim yelpazesini genişletmek ve daha fazla sorumluluk almak istediklerini belirtmişlerdir. Öğretim yöntemine yönelik gereksinimler başlığı altında ise öğrenciler, derslerde düz anlatım yerine detaylara inme ve kavramları derinlemesine inceleme fırsatı sunan etkinliklerin tercih edilmesi gerektiğini ifade etmişlerdir.

Kitsantas vd. (2017)'nin vurguladığı gibi bu öğrencilerin ilgilerine ve ihtiyaçlarına yönelik hazırlanan öğretim planları ve etkinlikler, öğrencilerin ileri seviyede düşünme ve soyutlama becerilerine yönelik gelişimlerine katkı sunması açısından önemlidir. Soyutlama becerilerine yönelik gelişimlerin gözlemlenmesini sağlayan RBC+C modeli, öğrencilerin soyutlama süreçlerini tanıma, kullanma, oluşturma ve pekiştirme aşamalarıyla sistematik bir şekilde ele almaktadır. Farklı yaş gruplarında ve matematik konularında bu model çerçevesinde gerçekleştirilen çalışmalar (Çelebioğlu, 2014; Altaylı Özgül, 2018; Yılmaz, 2021; Bütünler, 2024), öğrencilerin soyutlama süreçlerine dair önemli bulgular sunmaktadır. Ayrıca özel yetenekli öğrencilerin bu süreçteki performanslarını da incelemeye olanak tanımaktadır.

Literatürde yer alan çalışmalar incelendiğinde, ilkökul düzeyinde dördüncü sınıf öğrencilerinin ondalıklı bölme işlemini kavramaları üzerine yapılan çalışmada, gönüllü bir 4. sınıf öğrencisinin soyutlama sürecini gözlemlemeyi mümkün kılan iki problem kullanılmış ve bulgular RBC modeliyle analiz edilmiştir (Çelebioğlu ve Altun, 2011). Bu çalışmada gerçek fakat rutin olmayan problemlerin matematiksel bilgiyi oluşturmada daha etkili oldukları sonucuna varılmıştır. Ortaokul düzeyinde yapılan çalışmalarda koordinat sistemi, gerçek ve rutin olmayan problemler, olasılık, özdeşlik, oran-orantı ve dik dairesel koninin yüzey alanı konuları RBC/RBC+C modelinin epistemik eylemleri çerçevesinde ele alınmıştır (Memnun ve Altun, 2012; Durmaz ve Altun, 2013; Katrancı ve Altun, 2013; Ulaş ve Yenilmez, 2017; Aramış, 2021; Gürlek, 2023). Bu model kullanılarak lise düzeyinde yapılan çalışmalarda ise tam değer fonksiyonu, parçalı fonksiyon, işaret fonksiyonu, mutlak değer, limit ve düzgün çokgenler konuları incelenmiştir (Altun ve Yılmaz, 2008; Altun ve Yılmaz, 2010; Altun ve Yılmaz, 2011; Katrancı ve Altun, 2013; Memnun vd., 2017; Karataş, 2021).

Özel yetenekli öğrencilerin soyutlama süreçlerinin RBC+C modeli ile incelenen ise az sayıda çalışmaya rastlanmıştır. İlgili çalışmalarda öğrencilerin RBC+C modelindeki bilişsel eylemleri zorlanmadan başarıyla tamamlayarak bilgiyi soyutladıkları görülmüştür (Şimşekler, 2017; İlgin vd., 2018). RBC+C

modeli, matematiksel soyutlama süreçlerinin etkin bir şekilde incelenmesi ve desteklenmesinde kapsamlı bir araştırmadır. Soyut yapıları rahatlıkla kavrayabilen, akıl yürütme ve muhakeme becerileri üst düzey olan özel yetenekli öğrenciler, soyutlama süreçlerinin gözlemlenmesine olanak tanıyan bu modeldeki epistemik eylemleri başarılı bir şekilde ortaya koyabilmektedirler.

Bu bağlamda araştırmanın problem cümleleri aşağıdaki şekilde belirlenmiştir.

1. Özel yetenekli öğrencilerin, dairenin alanının yaklaşık olarak hesaplanmasına yönelik hazırlanan etkinlik ile matematiksel bilgiyi yapılandırdığı soyutlama sürecinde gerçekleştirdikleri eylemler/davranışlar nelerdir?
2. Özel yetenekli öğrencilerin, dairenin alan formülünün oluşturulmasına yönelik hazırlanan etkinlik ile matematiksel bilgiyi yapılandırdığı soyutlama sürecinde gerçekleştirdikleri eylemler/davranışlar nelerdir?

2. Yöntem

2.1. Araştırmanın Modeli ve Deseni

Bu çalışma, nitel araştırma yöntemi kullanılarak tasarlanmış olup, nitel yaklaşımlar arasında yer alan durum çalışması deseniyle yürütülmüştür. Durum çalışması yöntemi, bir olay veya durumun derinlemesine incelenmesini, bu süreçte verilerin sistematik olarak toplanmasını ve olayın doğal ortamında ne şekilde geliştiğinin anlaşılmasını hedefler (Subaşı ve Okumuş, 2017). Bu çalışmada, yüksek bilişsel kapasiteye sahip öğrencilerin dairenin alanının hesaplanması konusuna yönelik etkinlikler sırasında sergiledikleri bilişsel eylemler detaylı bir şekilde incelenmiştir. Bu amaç doğrultusunda, öğrencilerin bilgi oluşturma süreçlerini incelemek için, bilgi oluşturma sürecini gözlemlenebilir adımlar üzerinden analiz eden RBC+C soyutlama modeli temel alınmıştır.

2.2. Araştırmanın Çalışma Grubu

Çalışma, İstanbul'da MEB'e bağlı bir Bilim ve Sanat Merkezi'nde (BİLSEM) Bireysel Yetenekleri Fark Ettirme Programı'nda (BYF) öğrenim gören iki özel yetenekli kız öğrenciyle yapılmıştır. Bu öğrenciler örgün eğitimde 6. sınıfta, BİLSEM'de ise BYF 2 seviyesinde öğrenim görmekte olup, matematik dersine ve geometriye karşı ilgili ve yeteneklidir. Matematik ile ilgili çeşitli proje ve yarışmalara katılım sağlayan bu öğrencilerden biri uluslararası bir matematik yarışmasında finale kalmayı başarmıştır. Bunlar gözönünde bulundurularak, çalışma grubunda yer alan öğrenciler amaçlı örnekleme yöntemlerinden ölçüt örnekleme yöntemi ile belirlenmiştir. Amaçlı örnekleme yöntemi zengin bilgi içeren durumların ayrıntılı bir şekilde incelenmesine olanak sağlamaktadır. Ölçüt örnekleme yönteminin temel yaklaşımı, önceden belirlenmiş bir dizi kriteri karşılayan tüm durumların araştırmaya dahil edilmesidir. Bu kriterler, araştırmacı tarafından belirlenebileceği gibi, daha önce hazırlanmış mevcut bir kriter listesi de kullanılabilir (Yıldırım ve Şimşek, 2017). Bu doğrultuda, çalışma grubunun belirlenmesinde kullanılan ölçüt örnekleme yöntemi, belirlenen kriterlere uygun olarak araştırmanın hedeflediği özel gruba ulaşmayı mümkün kılmış ve bu grubu derinlemesine incelemek için bir fırsat oluşturmuştur.

Aramış (2021) çalışmasında soyutlama sürecinde başarı seviyesi düşük ve orta grupta yer alan öğrencilerin RBC+C modelindeki tanıma aşamasından sonraki eylemlerde çok fazla ilerleyemediklerini gözlemlemiştir. Bu nedenle modeldeki tüm epistemik eylemlerin gözlemlenebilmesi için birinci ölçüt olarak özel yetenekli öğrencilerin çalışma grubu olarak belirlenmesi kararlaştırılmıştır.

Çalışma grubu oluşturulurken göz önünde bulundurulacak ikinci ölçüt ise, seçilen yaş grubundaki öğrencilerin zihinsel gelişiminin soyut işlemler döneminde yer alması olarak belirlenmiştir. Piaget'in zihinsel gelişimin son dönemi olarak nitelendirdiği soyut işlemler dönemi 11 yaşlarından sonradır. Ergenlik döneminin başlangıcında, çocukların düşünme tarzları yetişkinlere benzemeye başlar. Bu dönemin belirgin özelliği, soyut düşünme yeteneğinin gelişmesidir. Çocuklar, tümdengelim ve tümevarım yollarıyla akıl yürütebilir hale gelir. Aynı zamanda, farklı fikirler, değerler ve inançlar geliştirmeye başlarlar. Toplumun felsefi, yapısal ve politik yönlerine ilgi duyarak kendi değerler

sistemlerini oluşturma eğilimi gösterirler (Deniz, 2007). Ayrıca bu dönemde çocuklar, çeşitli tahminlerde bulunup varsayımlar geliştirebilirler. Geliştirdikleri varsayımları test eder, soyut düşünme yeteneği sayesinde genellemeler yapar ve soyut kavramlardan yararlanarak bir durumdan diğerine geçiş sağlayabilirler (Yavuzer, 1999, akt. Gül, 2006).

2.3. Araştırmanın Veri Toplama Araçları

Araştırmada veri toplama aracı olarak araştırmacılar tarafından hazırlanan etkinlikler kullanılmıştır. Bu etkinlikler dairenin alanı konusuna yönelik hazırlanırken, ilgili literatürden yararlanılmış (Aslaner, 2018; Baki, 2019; Ağırman Aydın ve Küçük Demir, 2020) ve etkinliklerin, öğrencilerin bilgi oluşturma ve düşünme süreçlerini ortaya çıkaracak şekilde tasarlanmasına özen gösterilmiştir. Bu etkinlikler, RBC+C soyutlama modelinin tanıma, kullanma, oluşturma ve pekiştirme aşamalarına uygun olacak şekilde düzenlenmiştir. Ayrıca, matematiksel kavramların öğrencilerin zihninde doğru bir şekilde yapılandırılabilmesi için etkinliklerin öğrenciler açısından anlamlı bir bağlama oturması gerektiğine dikkat edilmiştir. Bu doğrultuda, öğrencilerde merak uyandıracak etkinlikler hazırlanmasına özen gösterilmiştir. Etkinliklerin etkili olup olmadığını değerlendirmek amacıyla uzman görüşlerine başvurulmuştur. İkisi BİLSEM’de çalışan deneyimli matematik öğretmeni ve biri de üniversitede görev yapan alanında uzman matematik eğitimcisi olan bu uzmanlardan alınan geri bildirimler doğrultusunda gerekli düzenlemeler yapılarak, etkinlikler ardışık olarak birbirini takip eden ve destekleyen adımlardan oluşturulmuştur. Böylece etkinlikler son haline getirilmiştir.

2.4. Araştırmanın Verilerinin Toplanması

Araştırmada veri toplamak amacıyla araştırmacılar tarafından klinik görüşme, yapılandırılmamış gözlem ve doküman incelemesi olmak üzere üç farklı yöntem kullanılmıştır. Klinik görüşme tekniği, öğrencilerin matematiksel kavramları zihinsel olarak nasıl yapılandığını, bu süreçte hangi zorluklarla karşılaştıklarını ve hangi aşamalardan geçtiklerini anlamaya yönelik derinlemesine bilgi sağlar. Bu nedenle, öğrencilerin dairenin alanı konusuna ilişkin bilgi oluşturma süreçlerini ayrıntılı olarak incelemek ve düşünme yollarını keşfetmek amacıyla klinik görüşme tekniğine başvurulmuştur.

Yapılandırılmamış gözlem ise araştırmacı ile katılımcı arasında oluşan sosyal etkileşime dayalı bir gözlem türüdür. Araştırmacının katılımcı ile sohbet tarzında gerçekleştirdiği bu görüşmede, sorular önceden belirlenmemekte ve katılımcının anlatımına göre sorular kendiliğinden gelişmektedir. Bu sayede elde edilen verilerin daha ayrıntılı hale getirilmesi ve gözlenen ortamda meydana gelen davranışların derinlemesine incelenmesi mümkün olmaktadır. Nitel araştırmalarda görüşme ve gözlem teknikleri genellikle birlikte kullanılmakta, böylece birden fazla kaynaktan elde edilen veriler birbirini doğrulama olanağı sunmaktadır (Yıldırım ve Şimşek, 2017).

Araştırma verileri çalışma boyunca alınan ses kayıtları, öğrencilerin etkinlik kağıtları, öğrencilerin problem çözümlerini içeren ek yazılı belgeleri ve yapılandırılmamış görüşmeyi gerçekleştiren araştırmacının görüşme sırasında aldığı notlar ile oluşturulmuştur. Özellikle öğrencilerin problem çözümlerini içeren yazılı belgeler ve görüşme sırasında alınan notlar, öğrencilerin bilgi oluşturma süreçlerine ilişkin verilerin toplanmasına ek katkı sağlamıştır. Bu çeşitli veri toplama tekniklerinin bir arada kullanılması, öğrencilerin düşünme ve bilgi oluşturma süreçlerine daha kapsamlı bir bakış sunmuştur.

2.5. Araştırmada Etik Süreçler ve Araştırmanın Uygulama Aşamaları

Özel yetenekli öğrencilerin dairenin alanı konusuna ilişkin bilgi oluşturma süreçlerinin RBC+C modeli kullanılarak incelenmesine yönelik bu araştırma için öncelikle Yıldız Teknik Üniversitesi Sosyal ve Beşeri Bilimler Araştırmaları Etik Kurulu’ndan etik kurul izni ve İstanbul İl Milli Eğitim Müdürlüğü’nden araştırma uygulama izni alınmıştır. Sonrasında araştırma 4 ders saatini içeren 2 haftalık bir sürede öğrencilere uygulanmıştır. Dairenin alanı konusunda RBC+C modeli yardımıyla bilgiyi oluşturma süreçlerinin incelendiği bu çalışma; kapsamı, süresi ve içeriği bakımından özel yetenekli öğrencilerin ihtiyaçlarına ve ilgilerine yönelik planlanmıştır. Çalışmada uygulanan etkinlikler ve etkinliklerin ilişkili olduğu konular Tablo 2.1.’de verilmiştir.

Tablo 2.1. Araştırmada Uygulanan Etkinlikler ve Etkinliklerin İlişkili Olduğu Konular

Etkinlik No	Etkinlik Adı	Etkinliğin İlişkili Olduğu Konu
1. Etkinlik	Dairenin Alanının Yaklaşık Olarak Hesaplanması	Daire alanını birimkareler aracılığıyla yaklaşık olarak hesaplar.
2. Etkinlik	Daire Alanını Hesaplama	Daire alan formülünü oluşturur.

2.6. Araştırmanın Verilerinin Analizi

Çalışma boyunca iki öğrencinin yer aldığı bir grup çalışması şeklinde gerçekleştirilen etkinliklerde, ses kayıtları alınmış ve öğrenciler Ö1, Ö2, klinik görüşme ve gözlemi yapan araştırmacı ise A olarak kodlanarak bu kayıtlar yazılı metne dönüştürülmüştür. Bunun yanı sıra, öğrencilerin etkinlik kağıtlarındaki yanıtlarını içeren belgeler ve görüşme sırasında alınan notlar da analiz edilmiştir. Verilerin analizi sırasında, kullanılan yöntemin ayrıntısına göre analiz türleri betimsel analiz ve içerik analizi olarak ikiye ayrılmaktadır (Yıldırım ve Şimşek, 2017). Bu çalışmada, öğrencilerin soyutlama süreçlerini incelemek ve neden-sonuç ilişkilerini ortaya koymak amacıyla araştırma sonuçlarının tanımlayıcı bir boyutta değerlendirilmesine imkan sağlayan betimsel analiz yöntemi tercih edilmiştir. Betimsel analiz, araştırmacıya önceden belirlenmiş temalar ya da kuramsal modeller çerçevesinde verileri analiz etme olanağı sunmaktadır. Bu yönüyle, özellikle kuramsal bir modele dayanan araştırmalarda bilişsel eylemleri doğrudan ve sistematik bir biçimde değerlendirme imkânı sağlamaktadır.

Betimsel analiz elde edilen verilerin doğrudan alıntılarla desteklenerek anlaşılır, açık ve okuyucuya rehberlik edici şekilde sunulmasına olanak tanır. Bu çalışmada öğrencilerin davranışlarının, RBC+C modelindeki tanıma, kullanma, oluşturma ve pekiştirme gibi bilişsel aşamalarla ilişkilendirilmesi gerektiğinden, içerik analizine kıyasla betimsel analiz çok daha uygun ve işlevsel bir yöntem olmuştur.

Ayrıca, içerik analizinin doğası gereği verileri daha çok kategori oluşturmaya ve frekans belirlemeye odaklı olması, öğrencilerin zihinsel süreçlerinin derinlemesine anlaşılması ve modellenmesi için yeterli olmayabilir (Creswell, 2007). Oysa betimsel analiz, verilerin kuramsal bir yapıyla doğrudan eşleştirilmesini ve sistematik yorumlamayı mümkün kılar (Yıldırım ve Şimşek, 2017).

Dolayısıyla bu araştırmada, hem niteliksel verilerin sistematik biçimde sunulması hem de RBC+C modeliyle uyumlu bilişsel süreç analizlerinin yapılabilmesi amacıyla betimsel analiz yöntemi tercih edilmiştir. Bu sayede çalışmada toplanan verilerden doğrudan alıntılar yapılarak, verileri betimsel bir tarzda sunmak mümkün olmuş ve görüşme yapılan özel yetenekli öğrencileri tanıtıcı bulgular değerlendirilebilmiştir. Bilişsel süreçlerin analizi için RBC+C modelinin analitik bir araç olarak kullanıldığı bu araştırmaya katılan öğrencilerden elde edilen veriler, RBC+C modelinin epistemik eylemleri olan tanıma, kullanma, oluşturma ve pekiştirme aşamaları çerçevesinde değerlendirilmiştir.

Bu dört epistemik eylem için örnek analizler aşağıda verilmiştir.

1. Tanıma: Öğrencilerin bir geometrik şeklin özelliklerini ifade ettikleri aşağıdaki cümleleri tanıma evresini gerçekleştirdikleri şeklinde analiz edilmiştir.

“Şöyle karşılıklı kenarları birbirine paralel.”

“Dikdörtgen gibi ama açıları 90 derece değil paralelkenarda.”

2. Kullanma: Öğrencilerden birinin dairenin içine çizeceği karenin konumunu farklı alabileceğini ve karelerin sayısı ile alanı hakkında edindiği bilgiyi dairenin alanını bulmak için kullanarak, daire içinde kalan karelerin toplamını hesaplayıp yaklaşık bir alan bulabileceğini ifade ettiği aşağıdaki cümleleri öğrencinin var olan bilgi yapılarını ilişkilendirme ve akıl yürütme yoluyla kullanarak bir çözüme ulaştığı şeklinde yorumlanmıştır.

“Dairenin içine çizilebilecek en büyük kare çizsek olabilir. Kareyi farklı şekilde çizsek çapraz olarak.”

“Evet, daha önceden de dairenin alanının dışardaki karenin alanından küçük olduğunu bulmuştuk. O zaman dairenin alanı $8 br^2$ ile $16 br^2$ arasında olur.”

3. Oluşturma: Öğrencilerden birinin dairenin çevresinin yarısını taban ve yarıçapı yükseklik olarak belirlemesi sonrasında paralelkenarın alanını formülleştirerek yeni bir anlam ve yapı oluşturduğu aşağıdaki cümleleri öğrencinin akıl yürütme yoluyla var olan bilgi yapılarını kullanarak yeni bir bilgi yapısına ulaştığını yani bilgiyi oluşturduğunu göstermektedir.

“O zaman taban uzunluğu çevrenin yarısı πr olur.”

“Bence dairenin yarıçapı ona eşittir. Formül de taban $\times$ yükseklik.”

4. Pekiştirme: Öğrencilerin paralelkenarın taban ve yüksekliğini dairenin özellikleriyle ilişkilendirip, dairenin alan formülünü farkettileri aşağıdaki cümlelerinden öğrencilerin var olan bilgi yapılarını pekiştirdikleri görülmektedir.

“Paralelkenarın tabanı dairenin çevresinin yarısı oluyor. Hocam yükseklik de yarıçaptı. O zaman dairenin alanı $\pi r \cdot r$ şeklinde.”

“O zaman πr^2 dir.”

2.7. Araştırmanın Geçerlik ve Güvenirliği

Hazırlanan etkinlikler, uzmanlar tarafından değerlendirilmiş ve etkinliklerin geçerlik ve güvenirliliği sağlanmıştır. Guba ve Lincoln (1989), inandırıcılık kavramını iç geçerlik ile, aktarılabilirliği dış geçerlik ile, güvenirliliği güvenirlilik ile ve teyit edilebilirliği tarafsızlık ile eşdeğer görmektedir (Yeşildere ve Türnüklü, 2008). Araştırma sürecinde, hem araştırmacı ile öğrenciler arasındaki hem de öğrencilerin kendi aralarındaki diyaloglar, farklı veri toplama araçlarının kullanımı ve hazırlanan etkinliklerin uzmanlar tarafından incelenmesi çalışmanın iç geçerliğinin sağlanmasına katkı sağlamıştır. Bu çalışmada bilgi oluşturma süreçleri özel yetenekli öğrenciler ile gerçekleştirildiği için çalışmanın sonuçları, matematiğe ilgi duyan diğer özel yetenekli öğrencilere genellenebilir. Bu durum çalışmanın aktarılabilirliğini (dış geçerliğini) desteklemektedir. Araştırma sonrasında elde edilen ses kayıtları ve gözlem notları, uzmanlar tarafından incelenmiş ve yorumlanmıştır. Uzmanların yorumlarının birbiriyle ve araştırmacının değerlendirmeleriyle uyumlu olduğu tespit edilmiştir. Bu durum, çalışmanın güvenirliliğinin sağlandığını göstermektedir.

2.8. Araştırmacının Rolü

Nitel araştırmalarda araştırmacı, çalıştığı alanı yakından tanıyan, alandaki olayları doğrudan gözlemleyen ve araştırmaya dahil olan bireylerle doğrudan etkileşim kuran bir konumdadır. Bu süreçte araştırmacının temel görevi, veri toplama ve analiz sırasında kendi görüş ve düşüncelerini araştırmaya yansıtılmaktır (Creswell, 2007).

Araştırmanın uygulama aşamasında araştırmacı, katılımlı gözlemci rolü üstlenmiştir. Katılımlı gözlemci, veri toplama sürecinde araştırma grubundaki bireylerin davranışlarını gözlemler ve gerektiğinde bu davranışların ardındaki anlamları anlamak amacıyla katılımcılarla etkileşime geçer (Çepni, 2014). Araştırmacı, bu çalışmada öğrencilerin diyaloglarını ve görüşme formuna verdikleri yanıtları gözlemlemiş ve öğrencilerin soyutlama süreçlerini daha detaylı bir şekilde incelemek amacıyla gerektiği durumlarda ipuçları ve sorular aracılığıyla öğrencilerle birebir iletişim kurmuştur. İletişim esnasında araştırmacı öğrencilerin düşünme süreçlerini ortaya çıkarmaya çalışırken objektif davranmaya özen göstermiştir.

3. Bulgular

3.1. Araştırmanın Birinci Problemine İlişkin Bulgular

Özel yetenekli öğrencilerin dairenin alanını yaklaşık olarak hesaplamalarına yönelik hazırlanan birinci etkinlik üç adımdan oluşturulmuştur (Ek 1). Bu etkinlikte; dairesel bölgenin alanının ölçüsünün, kareli kağıt ve kareden yararlanılarak yaklaşık olarak bulunması amaçlanmıştır. Bu amaç doğrultusunda ilk adımda öğrencilere verilen kareli kağıt üzerine çizilebilecek en büyük yarıçaplı daire çizdirilip, bu dairenin alanının ölçüsünün nasıl hesaplanabileceği sorulmuştur. İkinci adımda öğrencilerin çizdikleri dairenin alanını bulurken kullandıkları farklı yöntemleri belirtmeleri istenmiştir. Üçüncü adımda ise

öğrencilerin istedikleri bir yarıçap uzunluğuna sahip bir daire çizerek, bu dairenin yarıçap uzunluğu ile birimkare sayısı arasında bir ilişki olup olmadığını yorumlamaları beklenmiştir.

Bu etkinlikte araştırmacı öğrencilerden öncelikle birim kareli kağıt üzerine çizilebilecek en büyük yarıçaplı daireyi oluşturmalarını istemiştir. Burada öğrenciler çizilebilecek çemberin yarıçapının en büyük olması için yarıçapı kaç birim almaları gerektiğini düşünmüşlerdir. Bu görüşmede öğrenciler ve araştırmacı arasında geçen diyaloglar aşağıda verilmiştir.

Ö2: Yarıçapı en fazla 2 birim olur. Merkez tam bu kareyi ortalayan noktada olmalı. Bu merkezden yarıçapları oluşturursak her noktaya 2 birim uzaklıkta daire çizebiliriz. Yani yarıçap 2 birim olur.

Ö1: Evet çizince oldu.

A: Güzel. Şimdi oluşturduğunuz dairenin alanını yaklaşık olarak nasıl hesaplayabiliriz?

Ö1: Dairenin içindeki kareleri sayarsak alanı bulabiliriz ama karelerden bazıları tam değil.

Ö2: Evet kareleri tamamlayarak sayabiliriz.

Ö1: Yaklaşık 12 oluyor.

Ö2: Evet ben de 12 buldum.

Etkinliğin başında öğrenciler yarıçap, daire ve kare gibi temel geometrik kavramların özelliklerini hatırlamışlar, araştırmacı da dairenin alanını yaklaşık olarak bulmak için kareli kağıt kullanmayı önermiştir. Araştırmacı öğrencilerden kareli kâğıt üzerine en büyük yarıçaplı çemberi çizmelerini istemiştir. Öğrenciler dairenin içinde kalan kare sayısını sayarak yaklaşık alan hesaplaması yapmışlardır. Bu süreçte öğrencilerin dairenin alanını hesaplamada kareleri kullanılabileceklerini hatırlamaları ve karelerden yararlanarak dairenin alanını tahmin etmeleri, var olan bilgilerini kullanarak tanıma evresini gerçekleştirdiklerini göstermektedir.

Daha sonra öğrencilerden çizdikleri dairenin alanını farklı yöntemlerle bulmaları istenmiştir. Bu aşamada öğrenciler dairenin alanını karenin alanından yararlanarak bulabileceklerini düşünmüşlerdir. Bu amaçla dairenin dışına bir kare çizip, dairenin alanını yaklaşık olarak hesaplamışlardır.

Ö1: Karenin toplam alanından, şu dışarıda kalan parçaların yaklaşık toplamını çıkarırsak buluruz.

Ö2: Karenin alanı 16 br^2 olur.

Ö1: Evet bu alanları çıkarırsak dairenin alanı 12 br^2 olur.

Ö2: Evet yaklaşık olarak. Önceki bulduğumuzla aynı.

A: Güzel ilerlediniz, başka bir yöntem düşünebilir miyiz?

Ö2: Dairenin içine çizilebilecek en büyük kare çizsek olabilir. Kareyi farklı şekilde çizsek çapraz olarak.

A: Güzel, şimdi dairenin alanını yaklaşık olarak hesaplayabilir miyiz?

Ö1: Dairenin alanı içindeki karenin alanından fazladır.

Ö2: Evet, daha önceden de dairenin alanının dışardaki karenin alanından küçük olduğunu bulmuştuk. O zaman dairenin alanı 8 br^2 ile 16 br^2 arasında olur.

Ö1: Hocam 8 ile 16 arasında ama 12 olduğunu nasıl buluruz ki?

A: Ortalama bir değer hesaplamayı denesek. Ortalama ifadesi ne anlama geliyordu?

Ö2: İki değeri toplayıp ikiye bölerek ortalama bulunur hocam. Alanları toplayıp ikiye böleriz.

Ö1: 8 ile 16'nın toplamı 24, ikiye bölersek yine 12 buluruz.

Bu aşamada öğrenciler karelerin sayısı ve alanı hakkında edindikleri bilgiyi dairenin alanını bulmak için kullanmışlar ve kareli kağıda çizdikleri dairenin içinde kalan karelerin toplamını hesaplayarak yaklaşık bir alan bulmuşlardır. Daha sonra dairenin alanını yaklaşık olarak belirlemek için dıştan teğet

bir kare kullanmışlar ve bu alandan dışarıda kalan parçaları çıkararak alanı yeniden hesaplamışlardır. Yani öğrenciler tanıma aşamasında elde ettikleri bilgiyi, problemlerin çözümünde aktif olarak kullanmış ve bu bilgilerini kullanarak alan hesaplaması yapmışlardır. Bu doğrultuda öğrencilerin kullanma evresini gerçekleştirdikleri gözlemlenmiştir.

Sonrasında etkinliğin üçüncü adımına geçilmiştir. Bunun için öğrencilerden biri yarıçap uzunluğu 6 birim, diğeri de yarıçap uzunluğu 8 birim olan birer daire çizmiştir.

A: Çizdiğiniz dairelerin alanlarını nasıl bulabiliriz?

Ö2: İçindeki birimkareleri saydım. Yaklaşık olarak alanı 216 birimkare buldum.

Ö1: Ben de yarıçapı 6 birim olan daire çizdim. Alan için içindeki birimkareleri saydığım da dairenin alanını 104 birimkare buldum.

A: Peki yarıçap uzunluğu ile birimkare sayısı arasında ilişki bulunabilir mi?

Ö2: Kat olarak da olabilir mi? Kat olarak bakarsak yarıçap 8 birimdi. Alan ise 216 birimkare buldum. Yarıçapla alan arasında 27 katlık bir fark buldum. Ama devamını bilmiyorum.

Ö1: Kat olarak bakıyorsa, ben de alanı 104 birimkare bulmuştum. Alan/Yarıçap 17,66 kat buldum.

A: Bulduğunuz katlar ile yarıçap arasında ilişki kurabilir miyiz?

Ö2: Kat olarak 27 bulmuştum. $27/8 = 3,375$.

Ö1: Ben de 17,6 kat bulmuştum. $17,6/6 = 2,9$ buldum.

A: Buradan neyi fark edebiliriz? Katı yarıçapa böldüğümüzde belli bir değere yaklaşıyor mu?

Ö2: Hatırladım hocam. 3 civarına yaklaşıyor. Pi sayısı yani.

Ö1: Evet doğru hatırladım ben de, o zaman burada Pi sayısına yaklaşıyor.

A: Peki bu değeri yani Pi sayısına yaklaşan değer ile yarıçap uzunluğunu çarptığımızda neyi buluruz?

Ö2: Daha önce yaptığımız işlemin tersi aslında. Kat olarak bulduğum 27 yi buluruz.

Ö1: Ben de 17,66 buldum. Aynı kat bulduğumuz sayı.

A: Güzel, peki biraz daha düşünelim. Bu kat değeri ile yarıçapı çarparsak ne buluruz?

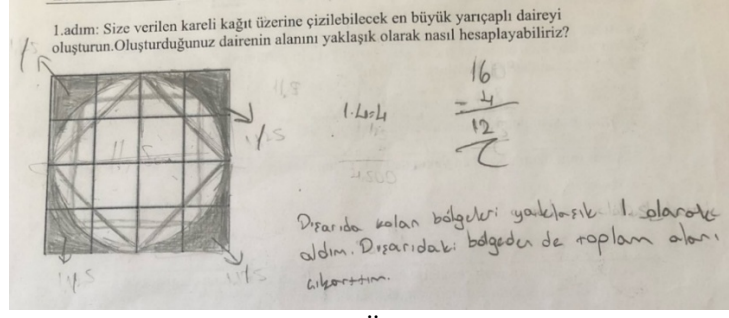
Ö1: Çarpıyorum hocam. 17,66 ile 6'yı çarparsam yaklaşık 106 oluyor.

Ö2: Ben de 27 ile 8'i çarparsam 216 buldum yani dairenin alanını.

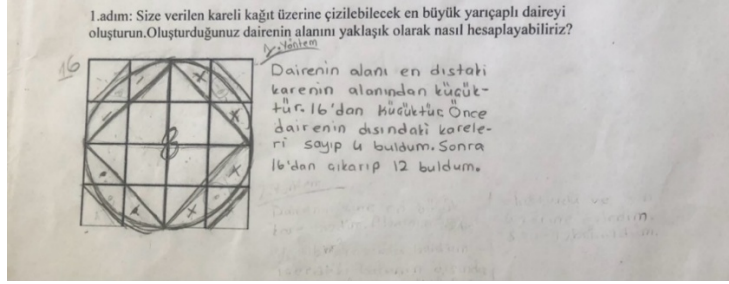
Bu aşamada öğrenciler daha büyük yarıçaplı daireler çizerek yarıçap ile dairenin alanı arasında ilişkiyi keşfetmeye çalışmışlar ve bu ilişkiyi anlamak için katlar halinde bir oran kurmuşlardır. Araştırmacının yönlendirmesiyle öğrenciler Pi sayısına yaklaşan değer yarıçapla çarpılması gerektiğini anlamışlardır. Burada öğrenciler dairenin alanını yarıçap ve Pi sayısını kullanarak formüle etmek için adım adım bir yapı inşa ederek oluşturma aşamasını gerçekleştirmişlerdir.

Ayrıca öğrenciler Pi sayısını ve yarıçapın çarpımını alan hesaplamasında nasıl kullanacaklarını öğrenmişlerdir. Öğrencilerin bu bilgilerini farklı bağlamlarda kullanmaları, öğrendikleri bilgilerin kalıcılığını artırmıştır. Bundan dolayı öğrencilerin pekiştirme aşamasını gerçekleştirdikleri görülmüştür.

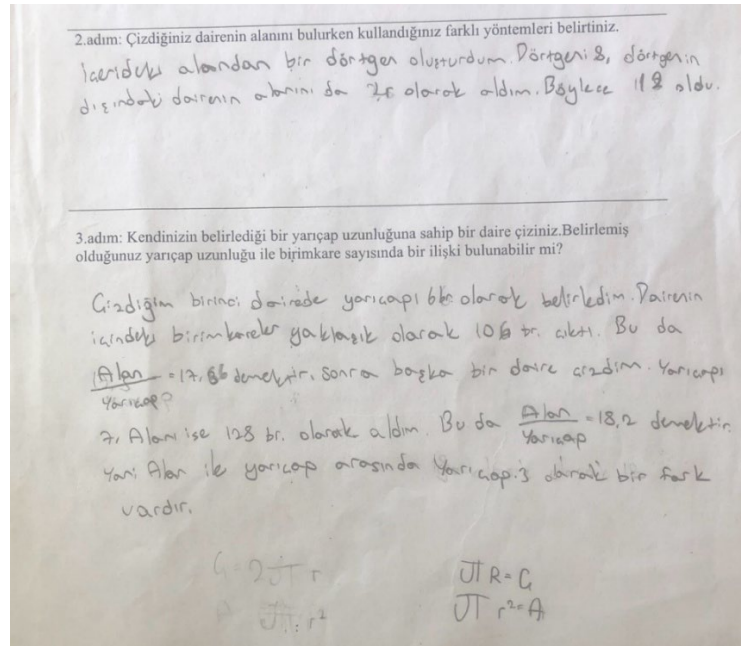
Birinci etkinlikte öğrencilerin bazı yanıtları Şekil 3.1., Şekil 3.2., Şekil 3.3. ve Şekil 3.4.'te verilmiştir.



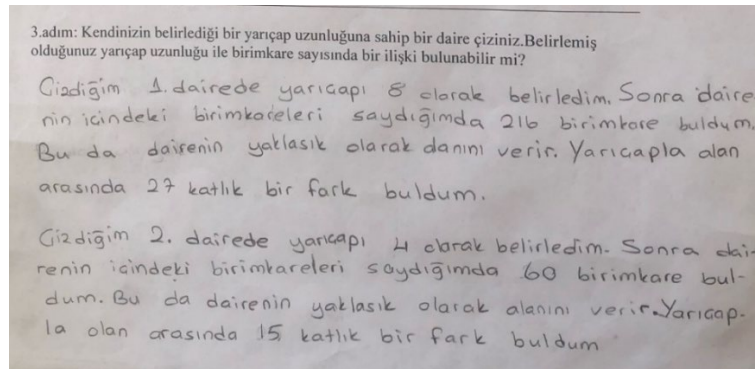
Şekil 3.1. Birinci adımda Ö1 kodlu öğrencinin yanıtı



Şekil 3.2. Birinci adımda Ö2 kodlu öğrencinin yanıtı



Şekil 3.3. İkinci ve üçüncü adımda Ö1 kodlu öğrencinin yanıtı



Şekil 3.4. İkinci ve üçüncü adımda Ö2 kodlu öğrencinin yanıtı

3.2. Araştırmanın İkinci Problemine İlişkin Bulgular

Özel yetenekli öğrencilerin dairenin alan formülünü oluşturmalarına yönelik hazırlanan ikinci etkinlik on adım içermektedir (Ek 2). Bu etkinlikte; daire ile paralelkenarsal bölgenin alanları arasında ilişki kurularak dairenin alan formülünün oluşturulması amaçlanmıştır. Bu amaç doğrultusunda öğrencilerin bilgiyi oluşturma sürecinde elde edilen şeklin paralelkenara, bu paralelkenarın uzun kenarlarının toplamının dairenin çevresine (paralelkenarın bir kenarı dairenin çevresinin yarısına), yüksekliğin dairenin yarıçapına ve paralelkenarsal bölgenin alanının da dairenin alanına karşılık geldiği (yaklaşık olarak eşit) bilgilerine ulaştıkları görülmüştür.

Bu etkinlikte araştırmacı öğrencilerden öncelikle etkinliğin ilk 7 adımını sırasıyla uygulamalarını istemiştir. Adım adım uygulamalar sonunda öğrenciler elde ettikleri şeklin paralelkenara benzediğini belirtmişlerdir. Bu görüşmede öğrenciler ve araştırmacı arasında geçen diyaloglar aşağıda verilmiştir.

Ö1: Paralelkenara benziyor.

Ö2: Evet paralelkenar.

A: Güzel, paralelkenar olduğunu nasıl anladınız?

Ö2: Şöyle karşılıklı kenarları birbirine paralel.

Ö1: Dikdörtgen gibi ama açıları 90 derece değil paralelkenarda.

İlk 7 adım sonunda öğrenciler daireyi parçalara ayırıp kestikleri parçaları bir düz bir ters olarak dizdiklerinde, şeklin paralelkenara benzediğini fark etmişlerdir. Öğrenciler paralelkenar kavramını tanımış ve karşılıklı kenarların paralel olduğunu hatırlamışlardır. Burada öğrencilerin dairenin parçalarını dizip paralelkenar yapısını fark etmesi tanıma eylemini gerçekleştirdiklerini göstermektedir.

Daha sonra öğrenciler paralelkenarın alanı ile dairenin alanı arasında bir bağıntı olup olmadığını düşünmeye başlamışlardır.

Ö2: Burada dairenin parça sayısı ile paralelkenarın parçaları aynı aslında. Ekleme çıkarma olmadı. Böylece alanları eşit olmuş olur.

A: Güzel, peki daireyi başta daha fazla parçaya bölsək, 8 değil de 16 olsa şekil bu sefer neye benzer?

Ö1: Bu sefer kısa kenarla uzun kenar dik kesişmeye başlar yani dikdörtgene benzer giderek. Arkadaşımın dediği gibi başlangıçtan parça ekleme çıkarma olmadığından dikdörtgen alanını bulursak aynı zamanda daire alanını da buluruz.

Bu aşamada öğrenciler paralelkenarın alanını bulmak için taban ve yüksekliği belirlemişlerdir. Ö1 daireyi daha fazla parçaya böldüklerinde şeklin dikdörtgene benzer hale geleceğini, böylece alanların eşit olacağını belirtmiştir. Bu aşamada öğrenciler daire ve paralelkenarın alanlarının ilişkisini anlayarak ön öğrenmelerini kullanmışlardır. Öğrenciler paralelkenarın alan formülünü hatırlayarak ve parçaları doğru yerleştirerek kullanma eylemini sergilemişlerdir.

Sonraki aşamada öğrenciler oluşturdıkları paralelkenarın alanını dolayısıyla da dairenin alanını bulmaya çalışmışlardır.

A: Paralelkenarın alanı nasıl bulunuyor?

Ö2: Taban uzunluğu $\times$ yükseklik.

A: Güzel, peki taban uzunluğu nedir burada?

Ö1: Aa yani çevre görmüştük, $2\pi r$ ile bulmuştuk.

Ö2: O zaman taban uzunluğu çevrenin yarısı πr olur.

A: Güzel, peki yükseklik nedir?

Ö2: Bence dairenin yarıçapı ona eşittir. Formül de taban $\times$ yükseklik.

Öğrenciler dairenin çevresini ve yarıçapını kullanıp paralelkenarın taban ve yüksekliğini tanımlayarak, dairenin çevresinin yarısını taban olarak ve yarıçapı yükseklik olarak belirlemişlerdir. Bu aşamada öğrenciler paralelkenar alanını formülleştirerek yeni bir anlam ve yapı oluşturmuşlardır.

A: Bulduğunuz taban $\times$ yükseklik formülü matematiksel olarak nasıl yazabiliriz?

Ö1: Paralelkenarın tabanı dairenin çevresinin yarısı oluyor. Hocam yükseklik de yarıçaptı. O zaman dairenin alanı $\pi r \cdot r$ şeklinde.

A: İki tane r nin yan yana çarpımını üs olarak nasıl gösteriyorduk?

Ö2: r^2 .

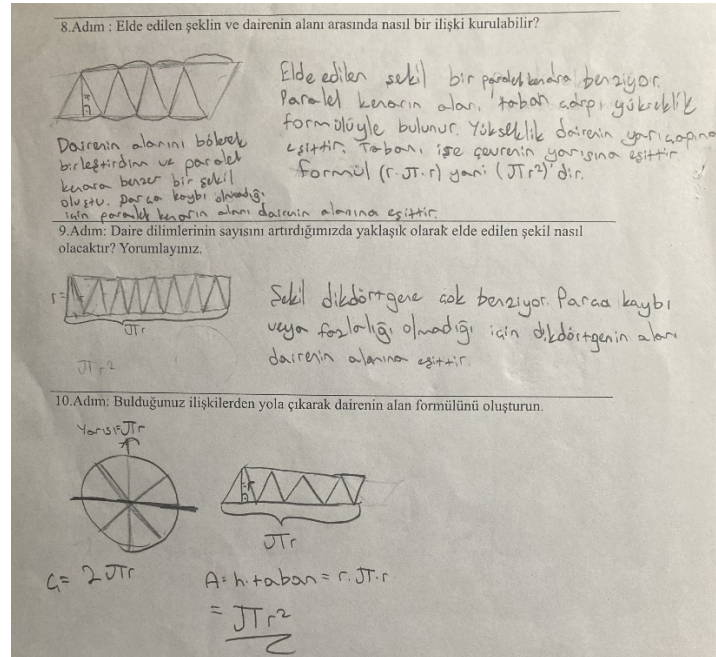
A: Evet formülü yazarsak dairenin alanı nasıl ifade edilir?

Ö1: O zaman πr^2 dir.

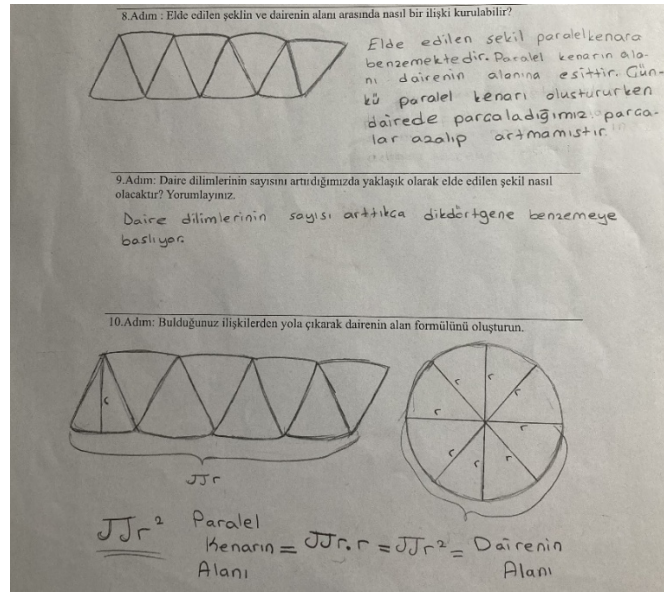
Son adımda öğrenciler dairenin alan formülünü πr^2 olarak oluşturmuşlardır. Ö2, iki r 'nin yan yana çarpımını üs olarak gösterme bilgisiyle formülü tam olarak oluşturmuştur. Araştırmacının rehberliğiyle öğrenciler paralelkenar ve daire arasındaki ilişkiyi içselleştirerek, paralelkenarın taban ve yüksekliğini dairenin özellikleriyle ilişkilendirip dairenin alanını hesaplama formülünü pekiştirmişlerdir.

Sonuç olarak bu etkinlikte öğrenciler, dairenin alan formülünü oluşturmak için daire ve paralelkenar arasındaki ilişkiyi tanıyıp kullanarak yeni bir formül inşa etmiş ve sonucunda bilgiyi pekiştirerek formülü kullanmışlardır. Aşamalar incelendiğinde RBC+C modelinin tanıma, kullanma, oluşturma ve pekiştirme aşamalarının nasıl uygulandığı gözlemlenmiştir.

İkinci etkinliğin sekizinci, dokuzuncu ve onuncu adımlarında öğrencilerin yanıtları Şekil 3.5. ve Şekil 3.6.'da verilmiştir.



Şekil 3.5. Sekizinci, dokuzuncu ve onuncu adımda Ö1 kodlu öğrencinin yanıtı



Şekil 3.6. Sekizinci, dokuzuncu ve onuncu adımda Ö2 kodlu öğrencinin yanıtı

4. Sonuç, Tartışma ve Öneriler

4.1. Sonuç ve Tartışma

Araştırma kapsamında RBC+C modelinin dört ana aşaması olan tanıma, kullanma, oluşturma ve pekiştirme süreçleri göz önünde bulundurulmuştur. Öğrencilerin bu aşamalarındaki davranışlarına ve bilişsel eylemlerine bakıldığında, bulgular öğrencilerin başarılı bir şekilde bu eylemleri gerçekleştirdiklerini göstermektedir. Bununla birlikte öğrencilerin matematiksel kavramları oluşturma süreçlerinde aynı kuramsal model temel alınmış olsa da öğrenciler arasında bilişsel geçişlerin süresi, yöntem tercihi ve kavramsal ilişkilendirme biçimleri bakımından farklılıklar gözlemlenmiştir. Ö2 kodlu öğrenci, oluşturma basamağına oldukça hızlı şekilde geçerek kendi özgün stratejilerini geliştirirken, Ö1 kodlu öğrenci, daha uzun süre kullanma basamağında kalmış ve verilen yöntemlerle çözüm üretmeye devam etmiştir. Bu durum, her bir öğrencinin bilgi oluşturma sürecini kendi öğrenme geçmişi, problem çözme alışkanlıkları ve kavramsal anlayış düzeyine göre farklı şekilde yapılandırıldığını göstermektedir. Ayrıca, etkinliklerde aynı kavrama ulaşmalarına rağmen; Ö1 kodlu öğrenci çözüm sürecini deneme-yanılma yoluyla, Ö2 kodlu öğrenci ise önceden yapılandırılmış kavramlar arasında ilişki kurarak gerçekleştirmiştir. Bu gözlem özel yetenekli öğrencilerin homojen bir grup olmadığını ve matematiksel düşünme süreçlerinde bireysel farklılıkların derinlemesine anlaşılmasının önemli olduğunu ortaya koymaktadır.

Bu bulgular, literatürde özel yetenekli öğrencilerin bilişsel stillerinde ve problem çözme stratejilerinde farklılıklar olabileceğini belirten araştırmalarla da uyumludur. Örneğin Maker (2005), özel yetenekli öğrencilerin farklı alanlarda değişken zihinsel süreçlere sahip olabileceklerini ve bu nedenle öğrenme yollarının bireyselleştirilmesi gerektiğini vurgulamaktadır. Sternberg ve Zhang (2004) ise bu bireysel farklılıkların özellikle analitik, yaratıcı ve pratik düşünme becerileri bağlamında çeşitlilik gösterebileceğini ifade etmektedir. Bu bağlamda, araştırma bulguları özel yetenekli öğrencilerin matematiksel kavram oluşturma süreçlerinde benzer sonuçlara ulaşsalar bile, farklı yolları tercih edebildiklerini ve bu durumun onların düşünme stillerine bağlı olduğunu göstermektedir.

Bu çalışma, RBC+C modelinin özel yetenekli öğrencilerin soyutlama süreçlerinde etkili bir araç olduğunu ortaya koymaktadır. Modelin aşamalı yapısı, öğrencilerin matematiksel kavrayışlarını derinleştirmiş ve onları formül üretiminden anlam yaratmaya kadar farklı boyutlarda desteklemiştir. Bulgular, bu modelin yalnızca öğrencilerin matematiksel düşünme becerilerini değil, aynı zamanda problem çözme ve ilişkilendirme yeteneklerini de geliştirdiğini göstermektedir. Ayrıca öğrencilerin matematiksel bilgi oluşturma süreçleri incelenirken, sosyal etkileşimin soyut düşünme sürecinde önemli bir unsur olduğu gözlemlenmiştir.

Araştırma bulgularının sonucu özel yetenekli öğrencilerin matematiksel soyutlama süreçlerinde başarılı olduklarını ve soyutlamayı etkili bir şekilde gerçekleştirebildiklerini gösterdiğinden, Şimşekler (2017)'in çalışmasındaki bulgularının sonucu ile benzetilmektedir. Şimşekler (2017)'in çalışmasında öğrencilerin tanıma ve kullanma aşamalarını başarıyla gerçekleştirdikleri, bilgiyi oluşturma ve pekiştirme süreçlerinde ise farklı seviyelerde ilerleme kaydettikleri belirtilmiştir. Bu noktada ulaşılan sonuçlar bu çalışma ile benzerlik göstermektedir. Her iki çalışma, aşamalandırılmış soruların öğrencilerin soyutlama süreçlerini desteklediğini ve bilgiyi yapılandırmalarına yardımcı olduğunu vurgulamaktadır. Şimşekler (2017) çalışmasında, daire grafiği örneğiyle adım adım ilerleyen soruların öğrencilerin soyutlama becerisini geliştirdiğini ifade etmiştir. Benzer şekilde, bu çalışmada da öğrencilerin dairenin alan formülünü oluşturma konusuna yönelik soyutlama sürecini adım adım destekleyen etkinlikler uygulanmıştır. Şimşekler (2017) soyutlama sürecinin bireysel bir faaliyet olmasının yanı sıra, sosyal bir süreç olarak da değerlendirilmesi gerektiğini vurgulamaktadır. Bu süreçte öğretmen rehberliği ve verilen ipuçlarının öğrencilerin duraklamalarını aşmasına katkı sağladığı belirtilmiştir. Bu noktada yapılan çalışmada da öğrenci-öğrenci ve araştırmacı-öğrenci arasında iletişimin yer almasıyla sosyal bir süreç gerçekleşmiştir.

İlgün, Altıntaş, Şimşekler ve Ezentaş (2018)'in çalışması etkinlikler çerçevesinde incelendiğinde, çalışmada soyutlamaya yönelik soruların aşamalandırılmasının vurgulandığı, bu çalışmada ise daire alanını yaklaşık olarak hesaplama ve formülünü oluşturma gibi daha görsel odaklı etkinliklerin kullanıldığı görülmektedir. Bu durum, etkinliklerin çeşitliliği açısından bir farklılık yaratmaktadır.

Karataş (2021) tarafından yapılan çalışma RBC+C modelini temel alarak, matematiksel öğrenme süreçlerine odaklı etkinlik temelli öğrenim ve soyutlama süreçleri hakkında önemli bulgular sunmaktadır. Çalışmanın önemli bulgularından biri etkinlik temelli öğretimin matematik öğretiminde kritik bir role sahip olduğunun ve bu yaklaşımın öğrencilerin matematiksel becerilerini geliştirmek için etkili bir araç olduğunun gösterilmesidir. Karataş (2021) çalışmasında, etkinliklerin öğrencilerin bireysel öğrenme hızına göre uyarlanabildiği ve öğrencilerin matematiği yaparak yaşayarak öğrenmesine olanak sağladığını vurgulamıştır. RBC+C modeline dayalı yapılan bu çalışmada da etkinliklerin öğrencilerin matematiksel kavramları anlamlandırma ve soyutlama yapma süreçlerini desteklediği belirtilmiştir. Her iki çalışma da öğrenme sürecinde öğrenciyi merkeze koymaktadır. Karataş (2021) çalışmasında, etkinliklerin öğrencilerin ilgi ve ihtiyaçlarına göre tasarlanması gerektiğini vurgularken, yapılan bu çalışmada da öğrenci odaklı aktivitelerle soyutlama süreçlerinin desteklendiği görülmektedir.

Çalışmanın bulguları, matematik eğitiminde kullanılan RBC+C modelinin, özellikle özel yetenekli öğrencilerle yapılan çalışmalarda başarılı bir rehber olarak kullanılabileceğini göstermektedir. Literatürde özel yetenekli öğrenciler için soyutlama süreçlerini sistematik bir şekilde inceleyen sınırlı sayıda araştırma bulunmaktadır. Bu nedenle, çalışma RBC+C modelinin özel yetenekli öğrencilerin eğitimine nasıl entegre edilebileceğine yönelik somut bir örnek sunmakta ve literatürdeki bu boşluğun doldurulmasına katkı sağlamaktadır.

4.2. Öneriler

4.2.1. Eğitim Politikalarına ve Uygulamalara Yönelik Öneriler

RBC+C modeliyle yapılan etkinliklerin öğrencilerin formülleri ezberlemek yerine, onları anlamalarına ve kendi çıkarımlarını yapmalarına imkân tanıdığı göz önüne alındığında, bu modelin eğitimde daha fazla kullanılması önerilmektedir. Bu süreç, öğrencilerin eleştirel düşünme becerilerini geliştirmekte ve matematiğin yalnızca uygulamalardan ibaret olmadığını, aynı zamanda mantık ve düşünce temelli bir bilim olduğunu anlamalarına katkıda bulunmaktadır.

Bu çalışma, özellikle Bilim ve Sanat Merkezleri gibi özel yetenekli öğrencilere yönelik eğitim programlarının, matematiksel soyutlama becerilerini desteklemek için RBC+C gibi bilişsel modelleri kullanarak zenginleştirilebileceğini göstermektedir. Bu bağlamda eğitim politikalarına yönelik öneriler şunlardır:

- Uygulamalı Eğitim Programları: Özel yetenekli öğrencilerin soyut düşünme ve bilgi oluşturma süreçlerini destekleyen, uygulamalı ve keşfetmeye dayalı matematik eğitim programları geliştirilmelidir. BİLSEM'lerdeki eğitim programlarında, RBC+C modeline dayalı etkinliklerin çeşitlendirilmesi, bu öğrencilerin potansiyellerini daha etkin kullanmalarına olanak tanıyacaktır.
- Sosyal Etkileşime Dayalı Öğrenme Ortamları: RBC+C modelinin sosyal etkileşimi ön plana çıkardığı göz önünde bulundurularak, öğrencilerin birlikte çalışabilecekleri grup etkinliklerine yer verilmelidir. Özellikle, öğrenci-öğrenci ve öğrenci-öğretmen etkileşimlerinin desteklendiği ortamların, öğrencilerin bilgi yapılandırma süreçlerine olan katkısı dikkate alınarak eğitim ortamları düzenlenmelidir.
- Matematik Eğitiminde Model Tabanlı Yaklaşımın Yaygınlaştırılması: Matematik eğitiminde soyutlamayı destekleyen model tabanlı yaklaşımlar teşvik edilmeli, öğrencilere yalnızca formülleri öğretmek yerine bu formüllerin nasıl ve neden ortaya çıktığını anlamalarını sağlayacak etkinliklere daha fazla yer verilmelidir.

4.2.2. Gelecekteki Çalışmalara Yönelik Öneriler

Gelecekte yapılacak araştırmalarda, RBC+C modelinin diğer matematik konularına uygulanması ve farklı yaş gruplarındaki öğrencilerle tekrarlanması önerilmektedir. Özellikle farklı yaş gruplarında yapılacak çalışmalar, RBC+C modelinin farklı gelişim evrelerindeki etkisini daha iyi anlamayı sağlayacaktır.

Ayrıca, bu çalışmanın sınırlılıkları arasında yer alan örneklem sayısının düşük olması, gelecekte yapılacak çalışmalar için daha geniş bir öğrenci grubuyla çalışmayı gerektirmektedir. Bu şekilde, modelin etkinliği daha geniş bir örneklem üzerinde test edilebilir ve genellenebilir sonuçlara ulaşılabilir.

Kaynakça

- Ağırman Aydın, T. ve Küçük Demir B. (2020). *Geometri ve öğretimi*. Ankara: Pegem Akademi Yayıncılık.
- Altaylı Özgül, D. (2018). *Ortaokul öğrencilerinin çokgenler konusundaki soyutlama süreçlerinin incelenmesi: RBC+C modeli*. (Doktora Tezi). YÖK Tez Merkezi veri tabanından erişildi (Tez No: 533284).
- Altun, M. ve Yılmaz, A. (2010). Lise öğrencilerinin parçalı fonksiyon bilgisini oluşturma ve pekiştirme süreci. *Uludağ Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 23(11), 311-337.
- Altun, M. ve Yılmaz, A. (2011). Lise öğrencilerinin parçalı fonksiyon üzerine işaret fonksiyonu bilgisini oluşturma süreci. *Eğitim ve Bilim*, 36(162), 66-83.
- Altun, M. ve Yılmaz, A. (2008). High school students' process of construction of the knowledge of the greatest integer function. *Ankara University Journal of Faculty of Educational Sciences (JFES)*, 41(2), 237-271.
- Altunay Şam, E., Orbay, K. ve Türkan Demir, G. (2023). *Geometride ilk adım*. Ankara: Pegem Akademi Yayıncılık.
- Aramış, Z. F. (2021). *7. sınıf öğrencilerinin RBC+C modeli bağlamında oran ve orantı konusundaki bilgi oluşturma süreçleri*. (Yüksek Lisans Tezi). YÖK Tez Merkezi veri tabanından erişildi (Tez No: 687635).
- Aslaner, R. (2018). *Dinamik geometri öğretimi*. Ankara: Anı Yayıncılık.
- Baki, A. (2019). *Matematiği Öğretme Bilgisi*. Ankara: Pegem Akademi Yayıncılık.
- Baykul, Y. (2020). *Ortaokulda Matematik Öğretimi (5-8. sınıflar)*. Ankara: Pegem Akademi Yayıncılık.
- Bilgili, A. E. (2000). Üstün yetenekli çocukların eğitimi sorunu (The issue of gifted students' education). *Marmara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Dergisi*, 12, 59-74.

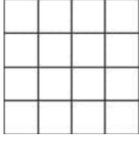
- Bütüner, N. (2024). 5. sınıf öğrencilerinin prizma yüzey alanı bilgisini oluşturma sürecinin RBC+C modeline göre incelenmesi. (Yüksek Lisans Tezi). YÖK Tez Merkezi veri tabanından erişildi (Tez No: 903157).
- Creswell, J. W. (2007). *Qualitative inquiry and research design: Choosing among five traditions (2nd ed.)*. London: Sage Publications.
- Çelebioğlu, B. (2014). *Kesir kavramına ilişkin bilgi oluşturma sürecinin incelenmesi*. (Doktora Tezi). YÖK Tez Merkezi veri tabanından erişildi (Tez No: 407241).
- Çelebioğlu, B. ve Altun, M. (2011). Process of construction of the knowledge on division to decimal places at fourth grade level. *Proceedings of the 35th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, Vol. 1. PME 35. Ankara, TÜRKİYE.
- Çepni, S. (2014). *Araştırma ve proje çalışmalarına giriş (7. Baskı)*. Trabzon: Celepler Matbaacılık.
- Deniz, M. E. (2007). *Eğitim psikolojisi*. Ankara: Maya Akademi Yayınları, 2.
- Dreyfus, T. ve Tsamir, P. (2004). Ben's consolidation of knowledge structures about infinite sets. *Journal of Mathematical Behavior*, 23(3), 271-300.
- Dreyfus, T. (2007). Processes of abstraction in context the nested epistemic actions model. Erişim adresi: <https://citeseerx.ist.psu.edu/document?repid=rep1&type=pdf&doi=d1900be9d6a043ac815c81344caa8c2713dcc329>
- Ertekin, E. ve Ünlü, M. (2020). *Geometri ve ölçme öğretimi: Tanımlar, kavramlar ve etkinlikler*. Ankara: Pegem Akademi Yayıncılık.
- Fırat, S. (2011). *Bilgisayar destekli eğitsel oyunlarla gerçekleştirilen matematik öğretiminin kavramsal öğrenmeye etkisi*. (Yüksek Lisans Tezi). YÖK Tez Merkezi veri tabanından erişildi (Tez No: 301095).
- Guba, E. G. ve Lincoln, Y.S. (1989). *Fourth generation evaluation*. Newbury Park, CA: Sage.
- Gül, D. (2006). *Somut işlem döneminde olan 8-9 yaş çocukları ile soyut işlem döneminde olan 12-13 yaş çocukların görsel bellek farklılıklarının incelenmesi*. (Yüksek Lisans Tezi). YÖK Tez Merkezi veri tabanından erişildi (Tez No: 217691).
- Gürlek, A. (2023). 8. sınıf öğrencilerinin dik dairesel koninin yüzey alanı konusundaki bilgi oluşturma süreçlerinin RBC+C modeli kullanılarak incelenmesi. (Yüksek Lisans Tezi). YÖK Tez Merkezi veri tabanından erişildi (Tez No:820041).
- Hershkowitz, R., Hadas, N. ve Dreyfus, T. (2006). Diversity in the construction of a group's shared knowledge. In Novotna, J., Moraova, M. Ve Stehlikova, N. (Eds). *Proceedings of the 30th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, Sayı:2, 297-304, Prague.
- Hershkowitz, R., Schwarz, B. B. ve Dreyfus, T. (2001). Abstraction in contexts: epistemic actions. *Journal for Research in Mathematics Education*, 32(2), 195-222.
- İlgün, Ş., Altıntaş, E., Şimşekler, Z. H. ve Ezentaş, R. (2018). Üstün zekalı çocuklarda matematiksel soyutlamaya ilişkin bir örnek olay çalışması. *Turkish Studies*, 13(4), 707-727.
- Karataş, E. (2021). Matematik eğitiminde bir etkinlik örneği: Çevrel üçgenler. *The Journal of International Education Science*, 8(29), 138-161.
- Katrancı, Y. ve Altun, M. (2013). İlköğretim ikinci kademe öğrencilerinin olasılık bilgisini oluşturma ve pekiştirme süreci. *Kalem Eğitim ve İnsan Bilimleri Dergisi*, 3(2), 11-58.
- Katrancı, Y. ve Altun, M. (2013). The process of constructing absolute value function knowledge for high school students. *International Journal on New Trends in Education and Their Implications*, 4(4), 1-13.

- Kitsantas, A., Bland, L. ve Chirinos, D. S. (2017). Gifted students' perceptions of gifted programs: An inquiry into their academic and social-emotional functioning. *Journal for the Education of the Gifted*, 40(3), 266-288.
- Koğ, O. U. (2012). *Görselleştirme yaklaşımı ile yapılan matematik öğretiminin öğrencilerin bilişsel ve duyuşsal gelişimi üzerindeki etkisi*. (Doktora Tezi). YÖK Tez Merkezi veri tabanından erişildi (Tez No: 313070).
- Maker, C. J. (2005). The discover project: Improving assessment and curriculum for diverse gifted learners. *Gifted Education International*, 20(3), 232-242.
- Memnun, D. S., Aydın, B., Özbilen, Ö. ve Erdoğan, G. (2017). The abstraction process of limit knowledge. *Educational Sciences: Theory & Practice*, 17(2), 345-371.
- Memnun, D. S. ve Altun, M. (2012). Matematiksel başarı düzeyleri farklı iki altıncı sınıf öğrencisinin koordinat sistemini soyutlamaları üzerine bir örnek olay çalışması. *Electronic Journal of Social Sciences*, 11(41), 34-52.
- Memnun, D. S. ve Altun, M. (2012). RBC+ C modeline göre doğrunun denklemi kavramının soyutlanması üzerine bir çalışma: özel bir durum çalışması. *Cumhuriyet Uluslararası Eğitim Dergisi*, 1(1), 17-37.
- Millî Eğitim Bakanlığı. (2021). Özel Yetenek ve Bilsem'ler. Özel Eğitim ve Rehberlik Hizmetleri Genel Müdürlüğü, Ankara. Erişim adresi:
https://orgm.meb.gov.tr/meb_iys_dosyalar/2022_01/12144346_OZEL_YETENEK_VE_BYLSEM.pdf
- Millî Eğitim Bakanlığı. (2024). Bilim ve Sanat Merkezleri Matematik Dersi Destek ve BYF Çerçeve Öğretim Programı. T.C. Millî Eğitim Bakanlığı Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığı, Ankara.
- Miller, R. C. (1990). *Discovering Mathematical Talent*. ERIC EC Digest E482, ED 321487.
- National Council of Teachers of Mathematics. (1980). An agenda for action. Reston, VA: NCTM.
- National Council of Teachers of Mathematics. (1989). Curriculum and evaluation standards for school mathematics. Reston, VA: Author.
- National Council of Teachers of Mathematics. (2000). Principles and standards for school mathematics. Reston, VA: NCTM Publications.
- National Council of Teachers of Mathematics. (1991). Professional standards for school mathematics. Reston, VA: NCTM Publications.
- Özdemir, Ü. (2023). *Ortaokul matematik öğretmenlerinin kareköklü ifadeler konusuna ilişkin öğretimsel açıklamaları*. (Yüksek Lisans Tezi). YÖK Tez Merkezi veri tabanından erişildi (Tez No: 819854).
- Özmantar, M. F. ve Monaghan, J. (2007). A dialectical approach to the formation of mathematical abstractions. *Mathematics Education Research Journal*, 19(2), 89-112.
- Piaget, J. (1970). *Genetic epistemology*. New York: W.W. Norton.
- Piaget, J. ve Inhelder, B. (1967). *The child's conception of space*. New York: W.W. Norton & Co.
- Piaget, J. (2001). *Studies in reflecting abstraction* (R. L. Campbell, Ed. & Trans.). Philadelphia, PA: Psychology Press.
- Schwarz, B. ve Dreyfus, T. ve Hershkowitz, R. (2009). The nested epistemic actions model for abstraction in context. In *Transformation of knowledge through classroom interaction*, (pp. 19-49). Routledge.

- Schwarz, B., Dreyfus, T., Hadas, N. ve Hershkowitz, R. (2004). Teacher guidance of knowledge construction. *Proceedings of the 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, 4: 169-176.
- Sternberg, R. J. ve Zhang, L. F. (2004). *Perspectives on thinking, learning, and cognitive styles*. Routledge.
- Şimşekler, Z. H. (2017). *Özel yetenekli çocuklarda matematiksel soyutlama*. (Yüksek Lisans Tezi). YÖK Tez Merkezi veri tabanından erişildi (Tez No: 487363).
- Subaşı, M. ve Okumuş, K. (2017). Bir araştırma yöntemi olarak durum çalışması. *Atatürk Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Dergisi*, 21(2), 419-426.
- Toluk Uçar, Z., Akkuş, R., Boz Yaman, B., Duatepe Paksu, A. ve Bulut, S.(2022). *Geometri öğretim bilgisi*. Ankara: Pegem Akademi Yayıncılık.
- Ulaş, T. ve Yenilmez, K. (2017). Sekizinci sınıf öğrencilerinin özdeşlik kavramını oluşturma süreçlerinin incelenmesi. *International e-Journal of Educational Studies (IEJES)*,1(2),103-117.
- Van Oers, B. (2001). Contextualisation for abstraction. *Cognitive Science Quarterly*, 1(3), 279-305.
- Yeşildere, S. (2006). *Farklı matematiksel güce sahip ilköğretim 6., 7. ve 8. sınıf öğrencilerinin matematiksel düşünme ve bilgiyi oluşturma süreçlerinin incelenmesi*. (Doktora Tezi). YÖK Tez Merkezi veri tabanından erişildi (Tez No: 206024).
- Yeşildere, S. ve Türnüklü, E. B. (2008). İlköğretim sekizinci sınıf öğrencilerinin bilgi oluşturma süreçlerinin matematiksel güçlerine göre incelenmesi. *Uludağ Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 22(1), 485-510.
- Yıldırım, A. ve Şimşek, H. (2017). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri*. Ankara: Seçkin Yayınevi.
- Yılmaz, R. (2021). *Cebirsel kavram ve genellemelerinin, soyutlama sürecine uygun öğretiminin tasarımı, uygulanması ve değerlendirilmesi*. (Doktora Tezi). YÖK Tez Merkezi veri tabanından erişildi (Tez No: 675575).

Ek 1. Birinci Etkinlik: Dairenin Alanının Yaklaşık Olarak Hesaplanması

1. Adım: Size verilen kareli kâğıt üzerine çizilebilecek en büyük yarıçaplı daireyi oluşturun. Oluşturduğunuz dairenin alanını yaklaşık olarak nasıl hesaplayabiliriz?



2. Adım: Çizdiğiniz dairenin alanını bulurken kullandığınız farklı yöntemleri belirtiniz.

3. Adım: Kendinizin belirlediği bir yarıçap uzunluğuna sahip bir daire çizin. Belirlemiş olduğunuz yarıçap uzunluğu ile birimkare sayısında bir ilişki bulunabilir mi? Yorumlayınız.

Ek 2. İkinci Etkinlik: Daire Alanını Hesaplama

1. Adım: Bir kâğıda yarıçapı 10 cm olan bir daire çiziniz.
2. Adım: Dairenin çapını çiziniz.
3. Adım: Dairenin çapı boyunca ikiye katlayınız.
4. Adım: Elde edilen şekli önceki çapa dik çap boyunca tekrar ikiye katlayın.
5. Adım: Elde edilen çeyrek daire görünümündeki katlanmış daireyi merkeze göre tekrar ikiye katlayın.
6. Adım: Elde edilen 1/8 bir daire görünümündeki katlanmış daireyi açın.
7. Adım: Sekizde birlik parçaları keserek ters düz şekilde yan yana getirin.
8. Adım: Elde edilen şeklin ve dairenin alanı arasında nasıl bir ilişki kurulabilir?
9. Adım: Daire dilimlerinin sayısını artırdığınızda yaklaşık olarak elde edilen şekil nasıl olacaktır? Yorumlayınız.
10. Adım: Bulduğunuz ilişkilerden yola çıkarak dairenin alan formülünü oluşturun.