



İlköğretim Matematik Öğretmen Adaylarının Matematiksel Modelleme Yeterliliklerinin İncelenmesi

An Investigation of Mathematical Modeling Competencies of Pre-service Elementary Mathematics Teachers

Gülzade KARACI YAŞA , Arş. Gör. Dr., Zonguldak Bülent Ecevit Üniversitesi, gulzade.karaci@beun.edu.tr

Geliş tarihi - Received: 2 Ocak 2025
Kabul tarihi - Accepted: 20 Haziran 2025
Yayın tarihi - Published: 28 Ağustos 2025



Öz. Araştırmanın amacı, ilköğretim matematik öğretmen adaylarının matematiksel modelleme yeterliliklerini türev konusu ile ilgili bir matematiksel modelleme probleminin çözümü kapsamında incelemektir. Araştırma, nitel araştırma yöntemlerinden biri olan durum çalışmasıdır. Araştırmanın katılımcıları, bir devlet üniversitesinde ilköğretim matematik öğretmenliği programının üçüncü sınıfında öğrenim gören 48 öğretmen adayından oluşmaktadır. Öğretmen adaylarının matematiksel modelleme yeterliliklerini incelemek için onlara Meyve Suyu Ambalajı isimli modelleme problemi verilerek çözüm yapmaları istenmiştir. Elde edilen veriler, betimsel analiz yöntemi ile analiz edilmiştir. Öğretmen adaylarının çözümleri matematiksel modelleme sürecinin beş basamağını oluşturan problemi anlama, değişkenleri seçme, matematiksel modeli kurma, matematiksel problemi çözme ve çözümü yorumlama basamaklarına göre üç dereceli bir değerlendirme ölçeği ile değerlendirilmiştir. Araştırma sonucunda, matematiksel modelleme basamakları ilerledikçe öğretmen adaylarının ilgili basamağa yönelik performanslarında azalma görülmüştür. Öğretmen adaylarının büyük bir kısmının problemi anlama ve değişkenleri seçme basamaklarında yeterli olmasına rağmen, matematiksel modeli kurma basamağında zorlandığı gözlemlenmiştir. Bunun yanında, araştırma sonucunda öğretmen adaylarının çoğunlukla matematiksel problemi çözme ve çözümü yorumlama basamaklarında yetersiz oldukları görülmüştür.

Anahtar Kelimeler: Matematiksel modelleme, Modelleme yeterliliği, Modelleme problemi, Matematik öğretmen adayı.

Abstract. The purpose of the study was to find out pre-service elementary mathematics teachers' mathematical modeling competencies within the solution process of a mathematical modeling problem. This qualitative study was a case study. The participants were 48 pre-service teachers who were in their third year at elementary mathematics education program of a state university. The modeling problem called The Fruit Juice Box was given to the pre-service teachers and they were asked to solve it. The data were analyzed via descriptive analysis. The solutions of the pre-service teachers were evaluated based on the five stages of mathematical modeling - understanding the problem, choosing the variables, constructing the mathematical model, solving the problem and interpreting the solution. The result showed that the pre-service teachers' performance decreased gradually throughout the stages of mathematical modeling. It was observed that most pre-service teachers who were able to understand the problem and choose the variables appropriately had difficulty in constructing a mathematical model. Furthermore, the result showed that pre-service teachers mostly had struggles in the stages of solving the problem and interpreting the solution.

Keywords: Mathematical modeling, Modeling competency, Modeling problem, Pre-service mathematics teacher.



Extended Abstract

Introduction. Mathematical modeling is defined as a cyclical process that involves understanding and simplifying a real-life situation and moving from the real world to a mathematical problem. (Niss et al., 2007). Many countries (e.g., Germany, China, and Hong Kong) have incorporated mathematical modeling into school curricula to strengthen the connections between school mathematics and the real world (Kaiser, 2017). In our country, mathematical modeling is included in the elementary school mathematics curriculum (Ministry of National Education [MoNE], 2013; 2018).

Mathematical modeling competency is defined as working with a mathematical model, checking the model and evaluating its results, critically analyzing the results, and self-regulating the mathematical modeling process (Blum, 2002). As teachers have a critical role in integrating the mathematical modeling into the classrooms and in helping students acquire mathematical modeling competency (Tekin-Dede and Yılmaz, 2013), pre-service teachers should have mathematical modeling competency (Bukova-Güzel and Uğurel, 2010; Borromeo-Ferri and Blum, 2010). Thus, the mathematical modeling competencies of pre-service mathematics teachers might be important to investigate. This study aims to examine pre-service elementary mathematics teachers' mathematical modeling competencies based on their solutions to the mathematical modeling problem called Fruit Juice Box.

Method. This qualitative study is a case study. The participants are forty-eight pre-service mathematics teachers who are in their third year in elementary mathematics education program in a state university. Data is collected via a mathematical modeling problem called Fruit Juice Box, adapted from Erbaş et al. (2016). Some modifications were made on the original problem to figure out the mathematical modeling processes of the participants more precisely. The participants were given the Fruit Juice Box problem and asked to solve it individually in one class hour (45 minutes). The researcher told the participants to read the problem carefully and to write their solutions clearly following the instructions in the problem. The analyses were done through descriptive analysis examining the participants' written solution papers based on the five stages of mathematical modeling.

Results. It was observed that almost all the pre-service teachers accomplished the first stage of mathematical modeling process, understanding the problem. When they were asked to rewrite the problem using simple words, they simplified the problem and wrote what the problem asked for. Regarding the second stage of mathematical modeling, choosing the variables, the majority of the pre-service teachers properly determined the variables. Only a few pre-service teachers chose unnecessary variables. However, most pre-service teachers had struggles in constructing the mathematical model. Many teachers did not construct the mathematical model which is the quadratic function representing the surface area of the fruit juice box in this problem. It was also observed that pre-service teachers mostly made use of figures (i.e., sketching cylindrical shapes) in this stage.

The result showed that the number of pre-service teachers who accomplished the mathematical modeling stages decreased gradually from the first stage to the last stage. That is, although almost all the pre-service teachers could understand the problem and determine the variables properly, they had difficulties in constructing the mathematical model and solving the problem. In the fourth stage, solving the mathematical problem, more than half of the pre-service teachers either solved the problem incorrectly or did not attempt to solve it. Regarding to the last



stage of the mathematical modeling, interpreting the solution, the majority of them did not attempt to make an interpretation of the result in the real-life context even if they found the correct mathematical result.

Discussion and Conclusion. In this study, pre-service elementary mathematics teachers' mathematical modeling competencies were examined through a mathematical modeling problem called Fruit Juice Box. The result indicated a decrease in the pre-service teachers' performance gradually from the first stage, understanding the problem to the last stage, interpreting the solution. Most pre-service teachers were able to understand the problem, that is, they rewrote the problem with their own words and stated what the problem asked for. This result confirms the result of the study by Hıdıroğlu et al. (2014). Similarly, the majority of the pre-service teachers could determine the proper variables for solving the problem, i.e., the radius and the height of the cylinder. However, in constructing the mathematical model, most pre-service teachers had struggles despite they understood the problem and determined the variables appropriately. Similarly, in the next stage, solving the mathematical problem, the majority of pre-service teachers had difficulties since they could not construct an appropriate model for solving the problem. This is consistent with research results indicating that students with incomplete mathematical models have difficulty solving the problem (English and Watters, 2004; Maaß, 2006).

The result also indicated that most pre-service teachers did not attempt to interpret their mathematical result even though the problem asked them to interpret the result clearly, which confirmed the results of other studies (Hıdıroğlu et al., 2014; Peter-Koop, 2004). Clement (1982) explained this situation with the fact that students are mostly result-oriented when solving problems. In conclusion, the result showed that the majority of the pre-service mathematics teachers were able to understand the problem and choose the appropriate variables during the mathematical modeling process. However, they have some problems in the stages of constructing a mathematical model, solving the mathematical problem and interpreting the solution. To help students overcome these difficulties, they should be encountered these kinds of mathematical problems more frequently. This study is limited to the Fruit Juice Box problem. Further studies should extend the results of the current study through investigating the pre-service mathematics teachers' mathematical modeling competencies using a different mathematical modeling problem. Further research should be conducted to enhance the mathematical modeling competencies of both in-service and pre-service mathematics teachers, given the significance of mathematical modeling in both national and international contexts. In this way, students' mathematical modeling competencies might be improved by enabling teachers to integrate mathematical modeling into the mathematics courses.



Giriş

Matematiksel modelleme, gerçek hayattaki bir durumu anlamayı, basitleştirmeyi ve gerçek dünyadan bir matematik problemine geçmeyi içeren döngüsel bir süreç olarak tanımlanmaktadır (Niss vd., 2007). Matematiksel modelleme, matematik okuryazarlığının temel bir bileşeni olarak kabul edilmektedir (Niss, 2015; OECD, 2003). Matematik okuryazarlığı temel olarak matematiğin günlük yaşamdaki rolünü anlama, gerçek hayatta karşılaşılan problemlerin çözümünde matematiği kullanabilme olarak tanımlanmaktadır (McCrone ve Dossey, 2007). Bundan dolayı, birçok ülkede (ör: Almanya, Çin, Hong Kong) okul matematiği ile gerçek dünya arasındaki bağlantıları güçlendirmek amacıyla matematiksel modelleme okul müfredatına dâhil edilmiştir (Kaiser, 2017). Matematiksel modellemenin 1980'li yıllardan itibaren farklı ülkelerde matematik dersi öğretim programlarında yer alması ile birlikte, uluslararası matematik eğitimi alanında öne çıkan bir araştırma konusu da olduğu görülmektedir (Blomhøj ve Kjeldsen, 2006; Lingefjärd, 2006). Ülkemizde de ortaokul matematik dersi öğretim programlarında (Millî Eğitim Bakanlığı [MEB], 2013; 2018; 2024) matematiksel modellemeye yer verilmiştir.

Ulusal Matematik Öğretmenleri Konseyi (National Council of Teachers of Mathematics [NCTM]), öğrencilerin matematiksel ilişkileri anlayabilmeleri için problem çözümlerinde matematiksel model kullanmalarının gerekli olduğunu vurgulamaktadır (NCTM, 2000). Bu doğrultuda, ülkemizde ilkökul ve ortaokul matematik dersi öğretim programı, bireylerin matematiksel kavramları günlük hayatta kullanabilmelerine vurgu yapmaktadır ([MEB], 2018). Öğrencilerin matematiği hem günlük yaşamla hem de diğer disiplinlerle ilişkilendirebilmesini sağlamak için geleneksel sözel problemlerin yetersiz kaldığı görülmektedir (Greer, 1997). Bu nedenle, matematik öğretiminde gerçek hayat durumları içeren matematiksel modelleme problemlerine sık sık yer verilmelidir. Matematiğin günlük hayatla ilişkilendirilmesi, matematiksel modellemenin temel bileşenlerinden biridir (Berry ve Houston, 1995).

Matematiksel modelleme yeterliliği; matematiksel bir modelle çalışmak, modeli kontrol etmek ve sonuçlarını değerlendirmek, sonuçları eleştirel olarak analiz etmek ve matematiksel modelleme sürecini kendi kendine düzenlemek olarak tanımlanmaktadır (Blum, 2002). Matematik eğitiminde çok önemli bir yere sahip olan matematiksel modellemenin öğretime dâhil edilmesinde ve öğrencilere matematiksel modelleme becerisinin kazandırılmasında öğretmenlerin rolü büyüktür (Tekin Dede ve Yılmaz, 2013). Öğretmenlerin matematiksel modelleme yeterlikleri, matematik öğretiminde matematiksel modellemenin başarılı bir şekilde uygulanmasını sağlayan anahtar faktör olarak kabul edilmektedir (Barquero vd., 2018). Buna karşın, öğretmenlerin matematiksel modellemeyi derslerde kullanma konusunda tecrübelerinin yetersiz olduğu, modelleme etkinliklerini öğretim sürecine dâhil etmedikleri görülmektedir (Frejd, 2012; Siller ve Kuntze, 2011). Öğretmenlerin modellemeye yönelik tecrübelerinin kısıtlı olması, zaman kısıtlılığı ve öğretmenlerin ölçme değerlendirme sürecine yönelik kaygılarının modelleme sürecini olumsuz etkilediği görülmüştür (Frejd, 2012; Şen Zeytun, 2013). Eraslan (2011) matematik öğretmen adaylarının matematiksel modellemeye karşı olumsuz bir tutuma sahip olduklarını ifade etmiştir. Bu nedenle, öğretmenlerin ve öğretmen adaylarının matematiksel modelleme deneyimlerinin artırılması, modelleme sürecine katkı sağlayabilir.



Alan yazında öğretmen adaylarının matematiksel modelleme yeterliliklerini inceleyen araştırmalar mevcuttur (Ör: Albayrak ve Tarım, 2022; Duran vd., 2016; Tekin Dede ve Yılmaz, 2013). Öğretmen adaylarının modelleme sürecinin basamaklarına ilişkin yeterlilikleri gerçekleştirme konusunda zorluk yaşadıkları; bu zorlukların modelleme sürecinin ilk basamağından (problemi anlama) son basamağına (çözümü gerçek hayata yorumlama) doğru ilerledikçe arttığı görülmektedir (Duran vd., 2016). Öğretmen adaylarının özellikle matematiksel çözümü gerçek hayata yorumlama konusunda zorluk yaşadıkları da elde edilen sonuçlar arasındadır (Duran vd., 2016; Kaya ve Keşan, 2022; Tekin Dede ve Yılmaz, 2013). İlköğretim ve ortaöğretim öğrencileri ile yapılan çalışmalar, öğrencilerin de matematiksel modelleme sürecinde birtakım zorluklar yaşadıklarını göstermektedir (Hıdıroğlu vd., 2014; Sarı Uzun vd., 2023; Şahin ve Eraslan, 2016). Hıdıroğlu ve diğerleri (2014) modelleme sürecinde ilerledikçe öğrencilerin yeterlilikleri yerine getirme konusunda zorlandıklarını ifade etmiştir. Öğrencilere matematiksel modelleme becerisi kazandırılması için, öncelikle geleceğin öğretmenleri olan öğretmen adaylarına modelleme yeterlilikleri kazandırılması gerekmektedir (Bukova Güzel ve Uğurel, 2010; Borromeo-Ferri ve Blum, 2010). Duran ve diğerlerinin (2016) de ifade ettiği gibi, öğretmen adayları ile modelleme yeterliliklerini geliştirmeye yönelik herhangi bir çalışma yapmadan önce onların mevcut yeterliliklerinin ne düzeyde olduğunun belirlenmesi gerekmektedir. Böylelikle, öğretmen adayları da matematiksel modelleme sürecindeki zayıf ve güçlü yanlarını görme fırsatı elde etmiş olacaktırlar. Ayrıca öğretmen adayları, ileride matematiksel modellemeye yönelik uygulama yaparken öğrencilerinin karşılaşılabilecekleri zorlukları öngörerek gerekli tedbirleri alabileceklerdir. Bundan dolayı, öğretmen adaylarının matematiksel modelleme sürecindeki mevcut durumlarının belirlenmesi ve hangi basamaklarda problem yaşadıklarının ortaya koyulmasının önemli olduğu düşünülmektedir.

Alan yazında yer alan çalışmaların bir kısmı katılımcıların matematiksel modelleme süreçlerinin grup çalışmasına dayalı olarak incelerken (Ör: Deniz ve Yıldırım, 2018;), bireysel performansın değerlendirildiği çalışmalar da (Ör: Albayrak ve Tarım, 2022; Karahan ve Ergene, 2023; Sarı Uzun vd., 2023) mevcuttur. Bunun yanında, matematiksel modelleme sürecinde bireysel ve grup çalışmalarına dayalı olarak yapılan çözüm yaklaşımları arasındaki etkileşimi inceleyen çalışmalar da alan yazında yer almaktadır (Ör: Sevinç ve Melek, 2020; Ulusoy vd., 2024). Her ne kadar grup çalışmasının modelleme sürecine katkı sağladığı (Zawojewski vd., 2003) kabul edilse de, bireysel katılımcıların modelleme yeterliliklerini bireysel olarak değerlendirmenin de önemli olduğu düşünülmektedir. Bu çalışma sonucunda, ilköğretim matematik öğretmen adaylarının matematiksel modelleme becerileri bireysel olarak değerlendirilecek ve her bir katılımcının söz konusu modelleme problemini çözmek için nasıl bir yaklaşım sergilediğini görme fırsatı sağlanacaktır.

Bu çalışmada, ilköğretim matematik öğretmen adaylarının matematiksel modelleme yeterlilikleri, türevin gerçek hayata uygulaması ile ilgili olan *Meyve Suyu Ambalajı* isimli modelleme probleminin çözümü kapsamında değerlendirilmiştir. Bu çalışmada Meyve Suyu Ambalajı probleminin tercih edilmesinin temel nedenlerinden biri, problemin ilişkili olduğu türev kavramının gerçek hayat problemleriyle büyük ölçüde ilişkili olması ve matematiksel modellemeye elverişli bir yapıya sahip olmasının yanında, söz konusu problemin birçok analiz ders kitabında (Ör: Stewart, 2003) türev uygulamaları başlığı altında bir optimizasyon problemi olarak yer almasıdır. Türev; geometrik olarak bir eğrinin eğimi, fiziksel olarak ise anlık değişim oranı şeklinde ifade edilebilen bir kavram olmakla birlikte, birçok farklı bilim alanında uygulamaları mevcut olan önemli bir kavramdır (Hughes-

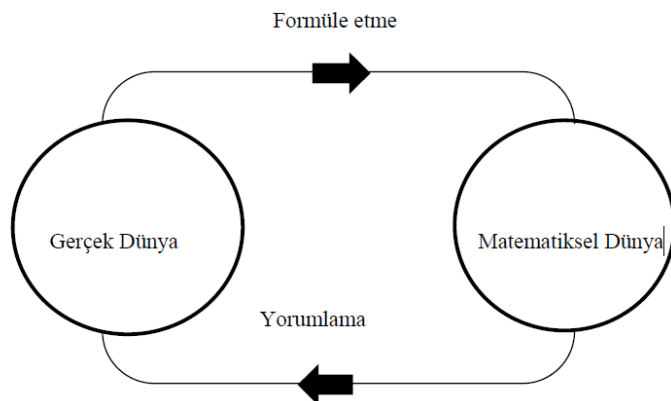


Hallett vd., 1992; Barnett vd., 2005). Ancak yapılan araştırmalar, hem lise hem de üniversite düzeyindeki öğrencilerin türev kavramını anlamakta ve anlamlandırmakta zorlandıklarını göstermektedir (Ubuz, 2001). Araştırmada kullanılan *Meyve Suyu Ambalajı* problemi, uluslararası alan yazında yer alan “Kutu içecek şişeleri niçin sadece belirli bir şekilde piyasaya sunulur?” sorusu ile benzer bir çözüm yaklaşımı içermektedir (Jiang vd., 2005). Günlük hayat ile yakından ilgili olan böyle bir problem, öğretmen adaylarının analiz dersleri kapsamında öğretilen türev konusunu gerçek hayatla ilişkilendirebilmelerini de görebilme fırsatı sağlayacaktır. Öğretmen adaylarının matematiğin temel konularından biri olan türev konusunda modelleme yeterliliklerinin ne düzeyde olduğunun belirlenmesi büyük önem taşımaktadır. Bu bağlamda, aşağıdaki soruya yanıt aranmıştır:

İlköğretim matematik öğretmen adaylarının *Meyve Suyu Ambalajı* probleminin çözüm sürecinde matematiksel modelleme yeterlilikleri ne düzeydedir?

Kuramsal çerçeve

Matematiksel modelleme yeterliliğinin bir diğer tanımı matematiksel modelleme süreçlerini gerçekleştirebilme becerisi olarak ifade edilmektedir (Niss vd., 2007). Bu nedenle, matematiksel modelleme sürecinin açık ve net bir şekilde açıklanması gerekmektedir. Alan yazında matematiksel modelleme sürecine ilişkin farklı kavramsal çerçeveler ve yaklaşımlar bulunmaktadır (Ör: Berry ve Houston, 1995; Doerr, 1997; Borromeo Ferri, 2006). Berry ve Houston’a (1995) göre, matematiksel modelleme süreci Şekil 1’deki gibi matematiksel dünya ile gerçek dünya arasında döngüsel bir süreçtir ve sekiz aşamadan oluşmaktadır. Bunlar; problemi anlama, değişkenleri seçme, matematiksel modeli kurma, matematiksel problemi çözme, çözümü yorumlama, modeli doğrulama, modeli başka problemler için geliştirme ve rapor hazırlama olarak ifade edilmiştir. Borromeo Ferri (2006) ise matematiksel modelleme sürecini altı basamakta ele almıştır. Bunlar; problemi anlama, problemi sadeleştirme, matematikselleştirme, matematiksel olarak çalışma, yorumlama ve doğrulama basamaklarıdır. Borromeo Ferri (2006) değişkenleri seçme basamağına yer vermezken, Berry ve Houston (1995) bu basamağı modelleme sürecinin ikinci aşamasında yer vermiştir. Bunun yanında, Borromeo Ferri’nin (2006) matematiksel modelleme sürecinde modeli başka problemler için geliştirme ve rapor hazırlama basamakları yer almamaktadır.



Şekil 1. Matematiksel modelleme süreci (Berry ve Houston, 1995)



Bu çalışmada, Özer-Keskin'in (2008), Doerr (1997) ile Berry ve Houston'ın (1995) çalışmalarından derleyerek oluşturduğu modelleme süreci temel alınmıştır. Buna göre; matematiksel modelleme süreci aşağıda tanımlanan beş aşamadan oluşmaktadır. Borromeo Ferri'nin (2006) de ifade ettiği gibi, modelleme problemlerinin yapısına ve araştırmacıların modellemeyi yorumlamalarına bağlı olarak farklı modelleme süreçlerinin ele alındığı görülmektedir. Bu çalışmada kullanılan modelleme problemi, modelin doğrulanması ve modelin başka problemler için geliştirilmesi ile ilgili herhangi bir ifade içermediğinden, bu süreçleri zorunlu kılmamaktadır. Bundan dolayı, modeli doğrulama, modeli başka problemler için geliştirme ve rapor hazırlama basamakları bu çalışmada matematiksel modelleme sürecine dâhil edilmemiştir. Bu çalışmada, katılımcıların matematiksel modelleme yeterlilikleri bu aşamaları ne derece gerçekleştirdiklerine göre değerlendirilecektir.

Problemi Anlama: Gerçek yaşam probleminin tanımlanması ve problemde verilenler ve istenenlerin belirlenmesi sürecidir.

Değişkenleri Seçme: Problemin çözümü için gerekli değişkenlerin tanımlanması ve varsayımların sürecidir.

Matematiksel Modeli Kurma: Grafik, eşitsizlik veya denklem gibi matematiksel temsiller ortaya koyarak gerçek hayat durumunu temsil edebilecek matematiksel bir model oluşturulması sürecidir.

Matematiksel Problemi Çözme: Elde edilen matematiksel modeli kullanarak problemin çözümünün gerçekleştirildiği ve gerçek yaşam durumuna yönelik matematiksel sonuçların ortaya koyulduğu süreçtir.

Çözümü Yorumlama: Elde edilen matematiksel sonuçların analiz edilmesi ve çözümün sözel ifadelerle anlamlandırılması sürecidir. Başka bir deyişle, matematiksel sonuçların gerçek yaşam bağlamında yorumlanmasıdır. Matematiksel dünyadan gerçek dünyaya geçiş sürecini içerir.

Yöntem

Araştırmanın deseni

Bu nitel çalışma, bir durum çalışması (case study) olarak yürütülmüştür. Durum çalışmaları, açıklayıcı (neden ve nasıl) ya da betimleyici (ne) sorulara cevap arayarak sınırları belirli olan bir durumu ya da olguyu ayrıntılı olarak inceleme fırsatı sunmaktadır (Yin, 1994; Yin, 2017). Bu çalışmada, ilköğretim matematik öğretmen adaylarının *Meyve Suyu Ambalajı* probleminin çözüm sürecindeki matematiksel modelleme yeterliliklerinin ne düzeyde olduğu araştırılmıştır.

Çalışma grubu

Araştırmanın katılımcıları amaçlı örnekleme yöntemine göre belirlenmiştir (Patton, 1990). Katılımcılar, bir devlet üniversitesinin 2023-2024 bahar yarıyılında üçüncü sınıfta öğrenim gören kırk sekiz (48) ilköğretim matematik öğretmen adayından oluşmaktadır. Katılımcılar, bu çalışmada kullanılan modelleme probleminin ilgili olduğu türev konusunun öğretiminin yapıldığı Analiz I dersini Karacı Yaşa, G. (2025). *İlköğretim matematik öğretmen adaylarının matematiksel modelleme yeterliliklerinin incelenmesi. Batı Anadolu Eğitim Bilimleri Dergisi, 16(2), 2388-2410.*
DOI. 10.51460/baebd.1611998



başarı ile tamamlamışlardır. Araştırmanın yapıldığı üniversitede matematik öğretmenliği lisans programında son sınıfta “Matematik Öğretiminde Modelleme” dersi yer almaktadır. Bu çalışmada öğretmen adayları henüz üçüncü sınıfta olduğundan, matematiksel modellemeye yönelik herhangi bir ders/eğitim almamışlardır. Böylece, katılımcıların henüz bir eğitim almadan mevcut matematiksel modelleme yeterliliklerinin ne düzeyde olduğunun belirlenmesi amaçlanmıştır. Gizliliği sağlamak için, araştırmada katılımcıların isimleri yerine Ö1, Ö2, ... , Ö48 şeklinde sembolik adlar kullanılmıştır.

Veri toplama araçları

Öğretmen adaylarının matematiksel modelleme yeterliliklerini incelemek amacıyla *Meyve Suyu Ambalajı* isimli matematiksel modelleme problemi Erbaş ve diğerlerinin (2016) kitabından alınarak uyarlanmıştır. Orijinal problem aşağıda verilmiştir (Erbaş vd., s. 68):

Bir firma, piyasaya çıkaracağı yeni bir meyve suyu markası için hazırlık yapmaktadır. Bu meyve suyu, 330 ml olacak ve silindir biçimindeki teneke kutularda satışa sunulacaktır. Firma yetkilileri, kutulardaki meyve suyu miktarının 330 ml olmasını ve aynı zamanda ambalaj maliyetini mümkün olduğunca düşük tutmayı istemektedirler. Sizin göreviniz aşağıdaki sorular kapsamında bir rapor hazırlanmasında firma yetkililerine yardımcı olmaktır.

- 1. Üretilcek olan ambalajın boyutları sizce ne olmalıdır?*
- 2. Meyve suyu kutuları on ikişerli paketleneyecektir. Buna göre en uygun paketleme yöntemi sizce nasıl olmalıdır?*

Veri toplama aracı olarak bu problemin seçilme sebebi, problemin alan yazında türev uygulamalarına yönelik bir matematiksel modelleme problemi olarak yer alması ve bu araştırmanın amacına uygun olmasıdır. Bunun yanında, problemde yer alan gerçek hayat bağlamı günlük hayatta sıklıkla kullanılan içecek kutularının gerçek boyutları ile ilgili olduğundan katılımcıların ilgisini çekeceği düşünülmüştür. Katılımcıların matematiksel modelleme yeterliliklerini daha net bir şekilde ortaya çıkarmak adına, orijinal probleme birtakım ifadeler eklenmiştir. Bunlar; “a) Problemi basitleştirerek kendi cümlelerinizle sizden ne istendiğini kısaca ifade ediniz. b) Çözüm için hangi değişken(ler)e ihtiyacımız olduğunu yazınız. c) Problemin çözümü için gereken matematiksel modeli (denklem, şekil, grafik, tablo vs.) yazınız. d) Oluşturduğunuz bu model üzerinde gerekli matematiksel işlemleri yaparak problemde istenen cevabı bulunuz. e) Elde ettiğiniz cevabı yorumlayınız.” şeklindedir. Böylelikle, katılımcıların matematiksel modelleme yeterliliklerinin daha net bir şekilde ortaya koyulması amaçlanmıştır. Ayrıca, orijinal problemde iki adet alt problem (üretilcek ambalajın boyutlarının ve en uygun paketleme yönteminin bulunması) bulunmaktadır. Bu çalışmada, katılımcılardan yalnızca üretilcek ambalajın boyutlarını bulmaları, yani, dik dairesel bir silindir ve hacmi verildiğinde, yüzey alanını en aza indirecek çap ve yükseklik değerlerinin bulmaları istenmiştir. Bunun sebebi, araştırmanın amacının türev uygulamaları bağlamında modelleme süreçlerini incelemektir. Diğer alt problem, belirli sayıda kutu için en uygun olan paketleme yöntemini sormaktadır ve türev kullanmadan istifleme şekillerine bağlı olarak ortaya çıkan dikdörtgenler prizmalarının yüzey alanlarını hesaplayarak çözülebilmektedir.



Veri toplama süreci

Araştırmının verileri, 2023-2024 bahar yarıyılında toplanmıştır. Çalışma herhangi bir ders kapsamında yapılmamış, ders dışı bir çalışma olarak yapılmıştır. Herhangi bir araştırmaya başlamadan önce katılımcı adaylarına araştırmanın amacı ve doğası hakkında ayrıntılı bilgi verilerek katılımcıların araştırmayı kabul veya reddettiğine dair beyanlarının alınması gerekmektedir (Cohen vd., 2007). Bu çalışmada, katılımcılar araştırmanın amacı ve kapsamı hakkında bilgilendirilerek tüm katılımcılardan gönüllü olduklarına dair onay alınmıştır. Ardından, söz konusu matematiksel modelleme probleminin yazılı olduğu bir çalışma kâğıdı verilerek çözümlerini yazılı olarak ifade etmeleri istenmiştir. Öğretmen adayları modelleme problemi üzerinde bireysel olarak çalışmıştır. Herhangi bir zaman sınırlaması yapılmamıştır; tüm katılımcılar yaklaşık 45 dakika süre içerisinde çözümlerini tamamlamıştır.

Veri analizi

Araştırmada toplanan veriler betimsel analiz yolu ile çözümlenmiştir. Öğretmen adaylarının modelleme yeterliliklerini değerlendirmek için Hıdıroğlu ve diğerlerinin (2014) çalışmasından uyarlanan dereceli puanlama anahtarı kullanılmıştır. Söz konusu dereceli puanlama anahtarı, modelleme sürecinin yedi basamağındaki üçüncü ve dördüncü basamakların birleştirilmesi, son basamak olan modeli doğrulama basamağının ise çıkarılması sonucunda beş basamağa indirgenerek kullanılmıştır. Bunun nedeni, bu çalışmada matematiksel modelleme sürecinin Özer-Keskin'in (2008) çalışmasında olduğu gibi beş aşamada ele alınmış olmasıdır. Bunlar; problem anlama, değişkenleri seçme, matematiksel modeli kurma, matematiksel problemi çözme ve çözümü yorumlamadır.

Öğretmen adaylarının matematiksel modelleme yeterliklerinin değerlendirilmesinde modelleme sürecinin her basamağı için “B₀: Hiç yaklaşım sergilememe”, “B₁: Bir ölçüde uygun yaklaşım sergileme” ve “B₂: Uygun yaklaşım sergileme” şeklinde üç dereceli olarak ele alınmıştır. Tablo 1’de her bir basamağa ilişkin açıklamalara ayrıntılı olarak verilmiştir.

Tablo 1.

Matematiksel modelleme yeterliliklerinin değerlendirilmesine ilişkin dereceli puanlama anahtarı

Basamaklar	B ₀ : Hiç yaklaşım sergilememe	B ₁ : Bir ölçüde uygun yaklaşım sergileme	B ₂ : Uygun yaklaşım sergileme
Problemi Anlama	Hiç anlamama veya yanlış anlama	Kısmen anlama, anlamlandırmada bazı hatalar yapma	Tamamen doğru anlama, verilen ve istenenleri ifade etme
Değişkenleri Seçme	Gerekli değişkenleri belirlememe veya yanlış belirleme	Gerekli değişkenleri kısmen belirleme	Gerekli değişkenleri belirleme
Matematiksel Modeli Kurma	Modeli hiç oluşturmama ya da yanlış oluşturma	Modeli oluşturma ancak bunları ilişkilendirmeme	Modeli doğru oluşturma ve bunları ilişkilendirme
Matematiksel Problemi Çözme	Yanlış çözüm yapma ya da hiç çözüm yapmama	Kısmen doğru bir çözüm yapma, bazı hatalardan dolayı sonuca ulaşamama	Modeli tam olarak çözme, herhangi bir hata içermeme
Çözümü Yorumlama	Çözümü yanlış yorumlama ya da hiç yorumlamama	Çözümü yorumlarken birtakım yanlış ifadeler kullanma	Çözümü uygun bir şekilde gerçek hayata yorumlama

Karacı Yaşa, G. (2025). İlköğretim matematik öğretmen adaylarının matematiksel modelleme yeterliliklerinin incelenmesi. *Batı Anadolu Eğitim Bilimleri Dergisi*, 16(2), 2388-2410.

DOI. 10.51460/baebd.1611998



Öğretmen adaylarının Meyve Suyu Ambalajı problemine yönelik çözümleri öncelikle araştırmacı tarafından incelenerek, modelleme sürecinin her bir basamağına göre B₀, B₁ veya B₂ şeklinde kodlanmıştır. Kodlama yapılırken, öğretmen adaylarının ilgili basamağa yönelik verdiği cevaplar ayrıntılı olarak incelenerek hangi koda uygun olduğu üzerine çalışma yapılmıştır.

Sayfa | 2398 Geçerlik ve güvenirlik önlemleri

Araştırmada kullanılan matematiksel modelleme problemi matematiksel modelleme problem örnekleri içeren bir kaynaktan (Erbaş vd., 2016) alınarak matematiksel modelleme alanında çalışan bir matematik eğitimcisiinden uzman görüşü alınarak uyarlanmıştır. Bu kapsamda, yukarıda da ifade edildiği gibi orijinal probleme birtakım ifadeler eklenmiştir. Bunun amacı, katılımcıların matematiksel modelleme yeterliliklerinin ortaya çıkarılmasını sağlamaktır. Veri analizinin güvenirliğini arttırmak amacıyla, matematik eğitimi alanında ikinci bir araştırmacı tarafından rastgele seçilen 6 öğretmen adayının çözümleri kodlanmıştır. Veri analizinin güvenirliği, Miles ve Huberman (1994) tarafından önerilen “Görüş birliği yüzdesi = $[Görüş\ birliği / (Görüş\ birliği + Görüş\ ayrılığı)] \times 100$ ” formülü kullanılarak ölçülmüştür. Bu çalışmada görüş birliği yüzdesi %90 olarak hesaplanmış olup, bu oran veri analizinin güvenilir olduğunu göstermektedir (Miles ve Huberman, 1994). Görüş ayrılığı olan kodlamalar üzerinde yeniden tartışılarak, görüş birliğine varılmıştır. Örneğin, Ö42’nin matematiksel modeli kurma basamağına yönelik cevabını (Bkz. Şekil 8) kodlarken, kodlayıcılardan biri B1 (modeli oluşturma ancak bunları ilişkilendirmeme) diğeri ise B2 (modeli doğru oluşturma ve bunları ilişkilendirme) olarak kodlamıştır. Daha sonra, araştırmacılar bir araya gelerek oluşturulan modelde birtakım eksikler olduğu konusunda anlaşmaya varmışlardır.

Bulgular

Bu çalışmanın amacı ilköğretim matematik öğretmen adaylarının matematiksel modelleme yeterliliklerini Meyve Suyu Ambalajı probleminin çözümü kapsamında belirlemektir. Bu bağlamda, öğretmen adaylarının Meyve Suyu Ambalajı problemini çözüm süreçleri matematiksel modelleme yeterlilikleri dikkate alınarak incelenmiştir. İlköğretim matematik öğretmen adaylarının problemi anlama yeterliliğine ilişkin bulgular Tablo 2’de verilmiştir.

Tablo 2.
Öğretmen adaylarının (n=48) problemi anlama yeterlilikleri

Kod	Açıklama	Frekans (f)
B ₀	Hiç anlamama veya yanlış anlama	1
B ₁	Kısmen anlama, anlamlandırmada bazı hatalar yapma	2
B ₂	Tamamen doğru anlama, verilen ve istenenleri ifade etme	45

Tablo 2 incelendiğinde, öğretmen adaylarının büyük çoğunluğunun (n=45) problemi tamamen anladığı görülmektedir. Bu öğretmen adayları, problemi kendi cümleleri ile sadeleştirerek yeniden ifade etmiş ve problemde verilenler ile istenenleri uygun bir şekilde belirlemiştir. Örnek olarak, Ö37’nin problemi anlama basamağına yönelik cevabı aşağıda verilmiştir (Şekil 2). Bu öğretmen adayı, problemi basit bir dille ifade ederek problemde verilen ve istenenleri uygun bir şekilde belirtmiştir; dolayısıyla problemi tam olarak anladığı söylenebilir.



330ml 'lık , yüzey alanı en az olacak şekilde
silindirik şeklinde bir ambalaj oluşturmak isteniyor.

Şekil 2. Ö₃₇'nin problemi anlama sürecine yönelik cevabı

Tablo 2'ye göre, problemi anlamayan bir, problemi kısmen anlayan iki öğretmen adayının olduğu görülmektedir. Örnek olarak, Ö₄₁'in verdiği cevap Şekil 3'te verilmiştir. Cevap incelendiğinde, öğretmen adayın problemi kısmen anladığı söylenebilir. Öğretmen adayı, her ne kadar problemde istenileni kısmen ifade etse de, kutunun silindirik şeklinde ve hacminin 330 ml olması gerektiğine ilişkin bilgileri göz ardı ettiği görülmektedir.

Kutunun maliyetinden elde edilen zarar minimuma
indirerek maksimum kârı sağlamak.

Şekil 3. Ö₄₁'in problemi anlama basamağına yönelik cevabı

Öğretmen adaylarının modelleme sürecinin ikinci basamağı olan *değişkenleri seçme* basamağındaki yeterliliklerine ilişkin bulgular Tablo 3'te gösterilmektedir. Buna göre, öğretmen adaylarının çoğunun ($n=42$) problemi çözmek için gerekli olan değişkenleri uygun bir şekilde belirlediği görülmektedir.

Tablo 3.

Öğretmen adaylarının ($n=48$) değişkenleri seçme yeterlilikleri

Kod	Açıklama	Frekans (f)
B ₀	Gerekli değişkenleri belirlememe veya yanlış belirleme	1
B ₁	Gerekli değişkenleri kısmen belirleme	5
B ₂	Gerekli değişkenleri belirleme	42

Değişkenleri uygun bir şekilde belirleyen öğretmen adaylarından Ö₄₂'nin cevabı örnek olarak verilmiştir (Şekil 4). Cevap incelendiğinde, öğretmen adayının problemi çözmek için gerekli olan değişkenleri - silindirik şeklindeki kutunun yüksekliği ve taban yarıçapı - uygun bir şekilde belirlediği görülmektedir.

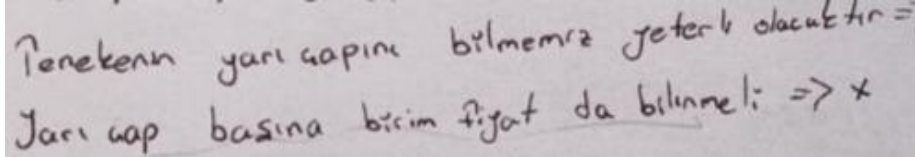
silindirik yarıçapı için: r değişkeni
" yüksekliği " : h değişkeni
sabit sayı = $\pi = 3,14$

Şekil 4. Ö₄₂'nin değişkenleri seçme basamağına yönelik cevabı

Tablo 3'e göre, beş öğretmen adayının değişkenleri seçme basamağında bir ölçüde uygun yaklaşım sergilediği görülmektedir. Bu öğretmen adaylarından Ö₁₂'nin cevabı Şekil 5'te verilmiştir. Çözüm incelendiğinde, öğretmen adayının ambalajın yapımında kullanılacak malzemenin birim fiyatını

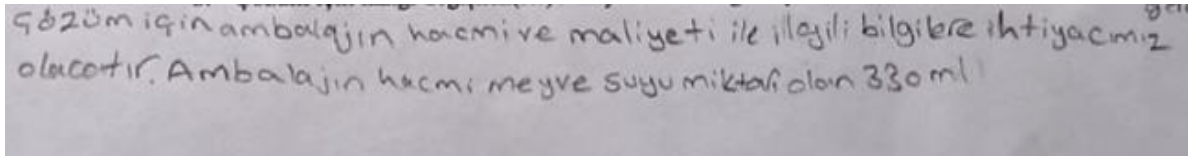


da problemi çözmek için gerekli bir değişken olarak belirlediği görülmektedir. Bunun yanında, problemi çözmek için gerekli bir değişken olan silindirin yüksekliğinden bahsetmemiştir.



Şekil 5. Ö₁₂'nin değişkenleri seçme basamağına yönelik cevabı

Problemi çözmek için gerekli değişkenleri belirleyemeyen Ö₃₀'un bu basamağına yönelik cevabı Şekil 6'da verilmiştir. Cevap incelendiğinde, öğretmen adayının çözüm için gerekli değişkenler olan silindirin yarıçapı ve yüksekliğinden bahsetmediği, bunun yerine çözüm için gerekli olmayan ambalajın maliyetini değişken olarak belirlediği görülmektedir.



Şekil 6. Ö₃₀'un değişkenleri seçme basamağına yönelik cevabı

Öğretmen adaylarının, modelleme sürecinin üçüncü basamağı olan *matematiksel modeli kurma* basamağına ilişkin yeterliliklerine yönelik bulgulara Tablo 4'te yer verilmiştir. Buna göre; öğretmen adaylarının bir kısmının ($n=15$) problemi çözmek için gereken matematiksel modeli kurdukları, yani problemi çözmek için gerekli olan matematiksel denklemi uygun bir şekilde oluşturdukları görülmektedir.

Tablo 4.

Öğretmen adaylarının ($n=48$) matematiksel modeli kurma yeterlilikleri

Kod	Açıklama	Frekans (f)
B ₀	Modeli hiç oluşturmama ya da yanlış oluşturma	9
B ₁	Modeli oluşturma ancak bunları ilişkilendirmeme	24
B ₂	Modeli doğru oluşturma ve bunları ilişkilendirme	15

Çözüm için gerekli olan modeli uygun bir şekilde kurabilen Ö₁'in bu basamağına ilişkin çözümü Şekil 7'de verilmiştir. Çözüm incelendiğinde, öncelikle ambalajın yüzey alanının yarıçap ve yükseklik cinsinden ifade edildiği, daha sonra problemde verilen hacim (330 ml) kullanılarak yarıçap ve yükseklik arasındaki ilişkinin ortaya çıkarıldığı ve yüzey alanının yarıçapın bir fonksiyonu olarak yeniden yazıldığı görülmektedir. Öğretmen adayı, daha sonra bu ifadenin türevini alarak sıfıra eşitlemiştir.



$$\begin{aligned} \pi r^2 h &= 330 & h &= \frac{330}{\pi r^2} \\ \text{Yüzey alanı: } A &= 2\pi r^2 + 2\pi r h \\ &= 2\pi r^2 + 2\pi r \cdot \frac{330}{\pi r^2} \\ &= 2\pi r^2 + \frac{660}{r} \end{aligned} \quad A' = 4\pi r - \frac{660}{r^2} = 0$$

Şekil 7. Ö₁'in matematiksel modeli kurma basamağına yönelik cevabı

Tablo 4'e göre, öğretmen adaylarının yarısının ($n=24$) matematiksel model oluşturma basamağına yönelik bir ölçüde uygun yaklaşım sergilediği, yani model oluştururken birtakım problemler yaşadıkları görülmektedir. Bu öğretmen adaylarından Ö₄₂ kodlu öğretmen adayının matematiksel modeli kurma basamağına yönelik cevabı Şekil 8'de yer almaktadır. Bu öğretmen adayının, silindirin yüzey alanını yarıçap ve yüksekliğin bir fonksiyonu olarak ifade ettiği; fakat bu fonksiyonu tek değişkene indirmediği ve türevini almadığı görülmektedir. Başka bir deyişle, öğretmen adayının uygun matematiksel modeli oluşturma konusunda doğru yolda ilerlemesine rağmen, çözümünü devam ettiremediği görülmektedir.

$$\begin{aligned} \text{Silindirin} &= \pi r^2 h \\ \text{alanı} &= 2\pi r^2 + 2\pi r h \end{aligned}$$

Şekil 8. Ö₄₂'nin matematiksel modeli kurma basamağına yönelik cevabı

Öğretmen adaylarının bir kısmının ($n=9$) ise matematiksel modeli hiç oluşturamadığı ya da yanlış oluşturduğu görülmektedir. Örnek olarak, Ö₅'in bu basamağa ilişkin çözümü verilmiştir (Şekil 9). Çözüm incelendiğinde, öğretmen adayının yalnızca hacim formülünü yazdığı, çözüm için gerekli olan yüzey alanı fonksiyonunu oluşturmadığı görülmektedir.

$$\begin{aligned} 3,14 \cdot r^2 \cdot h &= 330 \\ K &= \pi r^2 h \end{aligned}$$

Şekil 9. Ö₅'in matematiksel modeli kurma basamağına yönelik cevabı

Öğretmen adaylarının *matematiksel problemi çözme* basamağına ilişkin yeterlilikleri Tablo 5'te verilmiştir. Buna göre, on bir öğretmen adayının oluşturdukları modeli doğru bir şekilde ilerleterek sonuca ulaştığı görülmektedir.



Tablo 5.

Öğretmen adaylarının ($n=48$) matematiksel problemi çözme yeterlilikleri

Kod	Açıklama	Frekans (f)
B ₀	Yanlış çözüm yapma ya da hiç çözüm yapmama	27
B ₁	Kısmen doğru bir çözüm yapma, bazı hatalardan dolayı sonuca ulaşamama	10
B ₂	Modeli tam olarak çözme, herhangi bir hata içermeme	11

Problemi doğru bir şekilde çözen Ö₂₉'un matematiksel problemi çözme basamağına yönelik cevabı Şekil 10'da verilmiştir. Çözüm incelendiğinde, öğretmen adayının yüzey alanı fonksiyonunun türevini gerekli matematiksel işlemleri yaparak doğru bir şekilde aldığı ve türevi sıfıra eşitleyerek uygun yarıçap ve yükseklik değerlerini doğru bir şekilde elde ettiği görülmektedir.

$$\begin{aligned}
 &= \left[2\pi \left(\frac{105}{r} + r^2 \right) \right]' = 0 \\
 &= 2\pi \left(-\frac{105}{r^2} + 2r \right) = 0 \\
 &2\pi r^2 - 105 = 0 \\
 &2r^2 = 105 \\
 &r^2 = 52.5 \\
 &r = 7.15 \\
 &h = 7.15
 \end{aligned}$$

Şekil 10. Ö₂₉'un matematiksel problemi çözme basamağına yönelik cevabı

Tablo 5'e göre, öğretmen adaylarının çoğunun ($n=27$) matematiksel problemi çözme basamağında hiç yaklaşım sergilemediği, yani problemi uygun bir şekilde çözmedikleri görülmektedir. Bu öğretmen adaylarından Ö₄₈'in çözümü Şekil 11'de verilmiştir. Bu çözüme göre, öğretmen adayının matematiksel olarak uygun bir yaklaşıma dayanmayan bir yol izlediği, yalnızca birtakım sayıları deneyerek işlem yaptığı ve yanlış sonuca ulaştığı görülmektedir.

$$\begin{aligned}
 &\pi r^2 h = 320 \text{ cm}^3 \\
 &r^2 h = 105 \text{ cm}^3 \\
 &r = 1.14 \text{ m} \\
 &h = 105 \text{ cm} / \text{m}
 \end{aligned}$$

Şekil 11. Ö₄₈'in matematiksel problemi çözme basamağına yönelik cevabı



Öğretmen adaylarının bir kısmının ($n=10$) ise matematiksel problemi çözme aşamasında birtakım hata ya da eksiklikler barındıran çözümler yaptığı görülmektedir (Bkz. Tablo 5). Bu öğretmen adaylarından Ö₄₆'nın çözümü Şekil 12'de verilmiştir. Çözüm incelendiğinde, öğretmen adayının aralarındaki ilişkiye ($r^2h = 330$) bağlı kalarak yükseklik ve yarıçapa birtakım değerler verdiği ve silindirin yüzey alanını hesapladığı görülmektedir. Öğretmen adayının rastgele değerler vermediği, belli bir kurala göre denemeler yaptığı söylenebilir. Sonuçta matematiksel cevabı tam olarak bulmasa da, öğretmen adayının sonuca yaklaştığı ve yarıçapın alması gereken değer aralığını doğru bir şekilde belirlediği görülmektedir.

Handwritten mathematical solution for a cylinder problem. The student starts with the volume formula $V = \pi r^2 h = 330 \text{ ml}$ and the surface area formula $Y = 2\pi r h + 2\pi r^2$. They then calculate $r^2 h = 330$ and $h = 330 / r^2$. For $r=6$, $h=2,9166$ and $Y_A = 335,72$. For $r=5$, $h=4,20$ and $Y_A = 288,88$. For $r=4$, $h=6,56$ and $Y_A = 265,26$. For $r=3$, $h=11,67$ and $Y_A = 275,86$. The final conclusion is $3 < r < 4$.

Şekil 12. Ö₄₆'nın matematiksel problemi çözme basamağına yönelik cevabı

Öğretmen adaylarının modelleme sürecinin beşinci basamağı olan çözümü yorumlama basamağına yönelik yeterliliklerini gösteren bulgular Tablo 6'da verilmiştir. Buna göre, yedi öğretmen adayının çözümü gerçek hayata uygun bir şekilde yorumladığı görülmektedir.

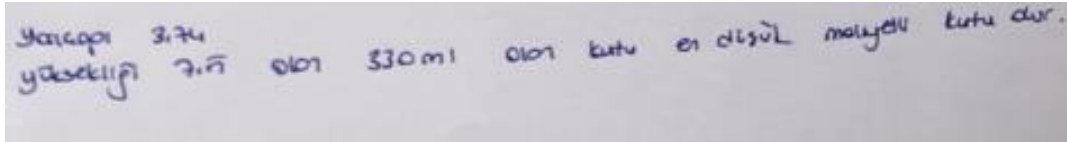
Tablo 6.

Öğretmen adaylarının ($n=48$) çözümü yorumlama yeterlilikleri

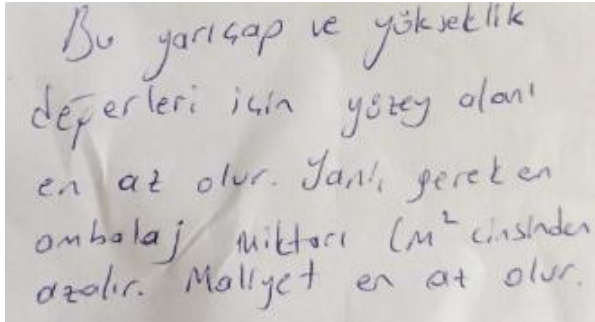
Kod	Açıklama	Frekans (f)
B ₀	Çözümü hiç yorumlamama ya da yanlış yorumlama	33
B ₁	Çözümde matematiksel sonuçlar çıkarma ancak yeterli bir şekilde yorumlayamama	10
B ₂	Çözümü uygun bir şekilde gerçek hayata yorumlama	5



Tablo 6'ya göre, öğretmen adaylarının bir kısmının ($n=10$) çözümü yorumlama konusunda bir ölçüde uygun yaklaşım sergilediği, az sayıda öğretmen adayının ($n=5$) ise elde ettikleri çözümü gerçek hayata uygun bir şekilde yorumladığı görülmektedir. Çözümü yorumlama basamağında bir ölçüde uygun yaklaşım sergileyen Ö₂₈ kodlu öğretmen adayının cevabı Şekil 13'te verilmiştir. Buna göre, öğretmen adayının elde ettiği yarıçap ve yükseklik değerleri için ambalaj maliyetinin en düşük olacağı şeklinde yorum yaptığı görülmektedir. Öğretmen adayının yaptığı yorum doğru olmasına karşın, gerekçesini belirtmediği için bir ölçüde uygun yaklaşım sergilediği görülmüştür. Çözümü yorumlama basamağında uygun yaklaşım sergileyen Ö₁₁'in kodlu öğretmen adayının açıklaması Şekil 14'te verilmiştir.

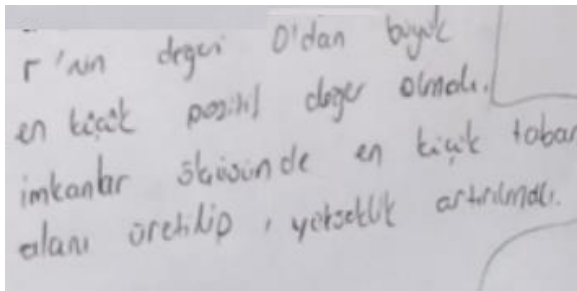


Şekil 13. Ö₂₈'in çözümü yorumlama basamağına yönelik cevabı



Şekil 14. Ö₁₁'in çözümü yorumlama basamağına yönelik cevabı

Öğretmen adaylarının çoğunun ($n=33$) ise elde ettikleri çözümü gerçek hayata yorumlamadığı ya da yanlış yorumladığı görülmektedir. Bu öğretmen adaylarından Ö₃₇'nin cevabı Şekil 15'te verilmiştir. Cevap incelendiğinde, öğretmen adayının problemin doğru cevabına ulaşamadığı ve elde ettiği yanlış cevaptan yanlış matematiksel sonuçlar çıkardığı söylenebilir.



Şekil 15. Ö₃₇'nin çözümü yorumlama basamağına yönelik cevabı

Problemin matematiksel çözümünü uygun bir şekilde yapmayan öğretmen adaylarının çözümü yorumlama basamağında yanlış yorumlar yaptığı ya da hiç yorum yapmadığı araştırmada elde edilen



bulgular arasındadır. Bunun yanında, bazı öğretmen adaylarının problemin matematiksel sonucunu doğru bir şekilde bulmalarına rağmen elde ettikleri sonucu gerçek hayata yorumlamadıkları görülmüştür.

Tartışma, Sonuç ve Öneriler

Bu çalışmada, ilköğretim matematik öğretmen adaylarının matematiksel modelleme yeterlilikleri *Meyve Suyu Ambalajı* isimli matematiksel modelleme problemi üzerinden beş basamakta incelenmiştir. Elde edilen bulgulara göre, modelleme sürecinin ilk basamağından son basamağına doğru ilerledikçe öğretmen adaylarının zorluk yaşadıkları görülmektedir. Başka bir deyişle, basamaklar ilerledikçe çözüme yönelik uygun yaklaşım sergileyen öğretmen adayı sayısı azalırken, hiç yaklaşım sergilemeyen öğretmen adayı sayısı artmıştır. Öğretmen adaylarının büyük çoğunluğunun, problemi anlama basamağında başarılı olduklarının bir göstergesi olarak, problemi kendi cümleleri ile kısaca ifade ettikleri, verilenleri ve istenenleri uygun bir şekilde belirledikleri görülmüştür. Öğretmen adaylarının modelleme sürecinde basamaklar ilerledikçe uygun yaklaşım sergileme konusunda problem yaşadıkları, özellikle modelleme sürecinin son iki basamağı olan matematiksel problemi çözme ve çözümü yorumlama basamaklarında diğer basamaklara göre daha az başarılı oldukları görülmüştür. Bu sonuç, alan yazında yer alan benzer çalışmaların (Bukova Güzel ve Uğurel; Çiltaş, 2011; Deniz ve Akgün, 2018; Hıdıroğlu vd., 2014; Karacı, 2016; Özer Keskin, 2008) sonuçları ile uyumluluk göstermektedir. Modelleme sürecinin aşamaları düşünüldüğünde, bu durumun olağan olduğu düşünülmektedir.

Öğretmen adaylarının değişkenleri seçme basamağına yönelik elde edilen bulgular incelendiğinde, yine büyük çoğunluğunun gerekli değişkenleri silindirin yarıçapı ve yüksekliği olarak belirlediği görülmektedir. Öğretmen adaylarının birkaçının çözüm için gerekli olmayan, ambalajın yapılacağı malzemenin birim fiyatı değişkenini de çözüm için gerekli değişken olarak belirlediği görülmüştür. Öğretmen adaylarının belirlediği değişkenlerin, matematiksel modeli kurma ve diğer basamakları doğrudan etkilediği görülmüştür. Problemi çözmek için kullanılacak malzemenin birim fiyatın da gerekli olduğunu düşünen öğretmen adaylarının bazıları problemde verilenlerin eksik olduğunu ve problemin çözilemeyeceğini ifade ederken, bir kısmı ise birim fiyatı da dikkate alarak matematiksel bir model oluşturma yoluna gitmişlerdir. Öğretmen adaylarının çözüm için gerekli değişkenleri uygun olarak belirleyememeleri (Karahan ve Ergene, 2023) matematiksel modelleme sürecinde sorunlara yol açmıştır.

Matematiksel modeli kurma basamağında öğretmen adaylarının çoğunluğunun problem yaşadığı görülmektedir. Problemi anlama ve değişkenleri belirleme konusunda başarılı öğretmen adaylarının büyük bir kısmının matematiksel modeli oluşturma basamağında zorluk yaşadığı görülmüştür. Öğretmen adaylarının çoğunun, çözüm için gerekli olan matematiksel modelin silindirin yüzey alanı fonksiyonu olduğunun farkında olduğu; fakat yüzey alanı fonksiyonunun türevini dikkate almadıkları görülmektedir. Bunun sebebi, öğretmen adaylarının türev kavramına yönelik yaşadığı zorluklar ve türev kavramını kavramsallaştıramamaları olabilir. Gökçek ve Açıkyıldız (2016) öğretmen adaylarının türev kavramına ilişkin anlamalarının yüzeysel olduğunu ve türev kavramına ilişkin tanımları özümseyemediklerini ifade etmiştir.



Öğretmen adaylarının matematiksel problemi çözme basamağına yönelik çözümlerine ilişkin bulgular incelendiğinde, matematiksel modeli uygun bir şekilde oluşturamayan öğretmen adaylarının çoğunlukla problemi çözmede başarısız olduğu görülmektedir. Bu sonuç, matematiksel modelleri eksik olan öğrencilerin problemi çözmede zorluk yaşadığını belirten araştırma sonuçları ile uyumludur (Albayrak ve Tarım, 2022; English ve Watters, 2004; Maaß, 2006). Öğretmen adaylarının çoğunlukla çözümü yorumlama basamağında hiç yaklaşım sergilemedikleri görülmektedir. Öğretmen adaylarının bu basamağa yönelik yeterliliklerini ortaya çıkarmak amacıyla, problemde elde ettikleri çözümü yorumlamaları yazılı olarak açıkça istenmesine rağmen öğretmen adaylarının çoğunun çözüm için hiç yorum yapmadığı görülmüştür. Benzer şekilde, alan yazında öğrencilerin çözümü yorumlama basamağında sorun yaşadıklarını ya da çözümü hiç yorumlamadıklarını gösteren çalışmalar mevcuttur (Hıdıroğlu vd., 2014; Kaya ve Keşan, 2022; Peter Koop, 2004). Modelleme sürecinde bireylerin en çok zorluk yaşadıkları aşamanın çözümü yorumlama basamağı olduğu birçok çalışmada elde edilen sonuçlar arasındadır (Biccard ve Wessels, 2011; Bukova Güzel, 2011; Çiltaş, 2011; Ji, 2012; Türker vd., 2010). Bunun nedeni, öğrencilerin problem çözerken çoğunlukla sonuç odaklı olmaları, öğrenme ortamlarında sıklıkla yalnızca doğru sonucu bulmalarını gerektiren problemlerle karşılaşılıyor olmaları ve sonuçların farklı bağlamlarda yorumlanmaması olabilir (Clement, 1982; Fox, 2006; Lesh ve Doerr, 2003).

Araştırmada, ilköğretim matematik öğretmen adaylarının matematiksel modelleme süreçleri *Meyve Suyu Ambalajı* problemi üzerinden değerlendirilmiştir. Araştırma sonucunda, öğretmen adaylarının problemi anlama ve değişkenleri seçme konusunda başarılı olduğu; matematiksel modeli kurma, matematiksel problemi çözme ve çözümü yorumlama basamaklarında zorluk yaşadıkları görülmüştür. Öğretmen adaylarının bu zorlukları aşabilmeleri için matematiksel modelleme problemlerini daha fazla tecrübe etmeleri sağlanabilir (Doerr ve English, 2003; Sarı Uzun vd., 2023). Bu çalışmada, öğretmen adaylarının matematiksel modelleme yeterlilikleri türev konusuna ilişkin yalnızca bir modelleme problemi üzerindeki çözüm yaklaşımlarına göre incelenmiştir. Bunun nedenlerinden biri, araştırmaya katılan öğretmen adayı sayısının fazla olması ve çözümlerin bireysel olarak detaylı bir şekilde incelenmek istenmesidir. Bundan dolayı, öğretmen adayları ile yapılacak gelecek çalışmalarda matematiksel modelleme yeterliliklerinin farklı modelleme problemleri üzerinden incelenmesi bu çalışmadan elde edilen sonuçların genişletilmesi açısından önemli görülmektedir. Deniz ve Yıldırım'ın (2018) da ifade ettiği gibi, öğretmen adaylarının matematiksel modelleme problemlerinde gösterdikleri performans kullanılan modelleme problemine göre değişiklik gösterebilmektedir. Ayrıca, bu araştırmanın katılımcıları üniversite düzeyinde matematiksel modellemeye yönelik herhangi bir ders almamışlardır. Öğretmen adaylarının matematiksel modelleme dersini aldıktan sonra matematiksel modelleme yeterliliklerinin incelenmesine yönelik bir çalışma tasarlanarak, üniversite düzeyinde matematiksel modellemeye yönelik verilen derslerin verimliliği tartışılabilir.

Matematiksel modellemenin ulusal ve uluslararası alanda önemi düşünüldüğünde, yalnızca öğretmen adaylarının değil, matematik öğretmenlerinin de matematiksel modelleme yeterliliklerini geliştirmeye yönelik çalışmalar yapılması önerilmektedir. Matematik öğretim programlarında da ([MEB], 2018; 2024) vurgulandığı gibi, etkili bir matematik öğretimi için matematiği farklı disiplinlerle ve günlük yaşamla ilişkilendirmek gerekmektedir. Bunun için ise matematiksel modelleme hakkında bilgi sahibi olan ve onu uygulayabilen öğretmenlere gerek duyulmaktadır. Öğretmenlere matematiksel modellemeye yönelik teorik ve uygulamalı hizmet içi eğitimler verilmesi önerilmektedir. Ancak Deniz



ve Akgün'ün (2017) de ifade ettiği gibi, öğretmenler matematiksel modelleme etkinliklerini uygulamanın zor ve zaman alıcı olduğunu düşünebilmektedir. Bundan dolayı, öğretmen adaylarının matematiksel modelleme konusunda mesleğe başlamadan önce tecrübe kazanmaları mutlaka sağlanmalıdır. Son olarak, bu çalışmada öğretmen adayları matematiksel modelleme problemi üzerinde bireysel olarak çalışmışlardır. Grup çalışmalarının matematiksel modelleme sürecine olumlu katkı sağladığı (Chamberlin ve Moon, 2008; Karacı Yaşa ve Karataş, 2018; Ulusoy vd., 2024) göz önünde bulundurulduğunda, gelecek araştırmacılara grup çalışması sonucunda matematiksel modelleme yeterliliklerinin değerlendirilmesi önerilmektedir.



Kaynakça

- Albayrak, H. B. ve Tarım, K. (2022). Sınıf öğretmeni adaylarının matematiksel modelleme yeterlikleri: Okulda zaman problemi. *Eğitimde Kuram ve Uygulama*, 18(2), 95-112.
- Barnett, R. A., Zeigler, M. R., ve Byleen, K. E. (2005). *Calculus for business, economics, life sciences and social sciences* (10th ed.). Pearson Prentice Hall.
- Barquero, B., Bosch, M., ve Romo, A. (2018). Mathematical modelling in teacher education: Dealing with institutional constraints. *ZDM-Mathematics Education*, 50(1), 31–43.
- Berry, J. ve Houston, K. (1995). *Mathematical modelling*. Bristol: J. W. Arrowsmith Ltd.
- Biccard, P. ve Wessels D. C. J. (2011). Documenting the development of modelling competencies of grade 7 mathematics students. In G. Kaiser, W. Blum, R. B. Ferri ve G. Stillman (Eds.), *Trends in teaching and learning of mathematical modelling* (pp. 375-383). Springer.
- Blomhøj, M. ve Kjeldsen, T. H. (2006). Teaching mathematical modelling through Project work - Experiences from an in-service course for upper secondary teachers, *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, 38(2), 163-177.
- Blum, W. (2002). ICMI Study 14: Applications and modelling in mathematics education - Discussion document. *Educational Studies in Mathematics*, 51(1), 149-171.
- Borromeo-Ferri, R. (2006). Theoretical and empirical differentiations of phases in the modelling process. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, 38(2), 86-95.
- Borromeo-Ferri, R. ve Blum, W. (2010). Mathematical modelling in teacher education experiences from a modelling seminar. In M. Blomhøj (Ed.), *Proceedings of the 6th Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME 6)* (pp.2046-2055), France.
- Bukova Güzel, E. (2011). An examination of pre-service mathematics teachers' approaches to construct and solve mathematical modeling problems. *Teaching Mathematics and Its Applications*, 30(1), 19-36.
- Bukova Güzel, E. ve Uğurel, I. (2010). Matematik öğretmen adaylarının analiz dersi akademik başarıları ile matematiksel modelleme yaklaşımları arasındaki ilişki. *Ondokuz Mayıs Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 29(1), 69-90.
- Chamberlin, S. A. ve Moon, S. M. (2008). How does the problem based learning approach compare to the model-eliciting activity approach in mathematics. *International Journal for Mathematics Teaching and Learning*, 9(3), 78-105.
- Clement, J. (1982). Algebra word problem solutions: Thought processes underlying a common misconception. *Journal for Research in Mathematics Education*, 13(1), 16- 30.
- Cohen, L., Manion, L., ve Morrison, K. (2007). *Research methods in education* (6th ed.). London & New York: Routledge-Falmer.
- Çakmak Gürel, Z. ve Işık, A. (2018). İlköğretim matematik öğretmen adaylarının matematiksel modellemeye ilişkin yeterliklerinin incelenmesi. *E-Uluslararası Eğitim Araştırmaları Dergisi*, 9(3), 85-103.
- Çiltaş, A. (2011). *Dizi ve seriler konusunun matematiksel modelleme yoluyla öğretiminin ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının öğrenme ve modelleme becerileri üzerine etkisi* [Yayımlanmamış doktora tezi]. Atatürk Üniversitesi.
- Deniz, D. ve Akgün, L. (2018). İlköğretim matematik öğretmeni adaylarının matematiksel modelleme becerilerinin incelenmesi. *Akdeniz Eğitim Araştırmaları Dergisi*, 12(24), 294-312. <https://doi.org/10.29329/mjer.2018.147.16>
- Deniz, D. ve Yıldırım, B. (2018). Fen bilgisi öğretmeni adaylarının matematiksel modelleme becerilerinin incelenmesi. *Anemon Muş Alparslan Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi*, 6(STEMES'18), 87-93. <https://doi.org/10.18506/anemon.463533>
- Doerr, H. M. (1997). Experiment, simulation and analysis: An integrated instructional approach to the concept of force. *International Journal of Science Education*, 19(3), 265–282.
- Doerr, H. M. ve English, L. D. (2003). A modeling perspective on students' mathematical reasoning about data. *Journal for Research in Mathematics Education*, 34(2), 110–136. <https://doi.org/10.2307/30034902>
- Karacı Yaşa, G. (2025). İlköğretim matematik öğretmen adaylarının matematiksel modelleme yeterliliklerinin incelenmesi. *Batı Anadolu Eğitim Bilimleri Dergisi*, 16(2), 2388-2410.
- DOI. 10.51460/baebd.1611998



- Duran, M., Doruk, M., ve Kaplan, A. (2016). Matematik öğretmeni adaylarının matematiksel modelleme süreçleri: Kaplumbağa paradoksu örneği. *Cumhuriyet Uluslararası Eğitim Dergisi*, 5(4), 55-71.
- English, L.D. ve Watters, J. (2004). Mathematical modelling with young children. *28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, 2, 335-342.
- Erbaş, A. K., Çetinkaya, B., Alacacı, C., Çakıroğlu, E., Aydoğan-Yenmez, A., Şen-Zeytun, A., Korkmaz, H., Kertil, M., Didiş, M. G., Baş, S., ve Şahin, Z. (2016). *Lise matematik konuları için günlük hayattan modelleme soruları*. Türkiye Bilimler Akademisi.
- Frejd, P. (2012) Teachers' conceptions of mathematical modelling at Swedish upper secondary school. *Journal of Mathematical Modelling and Application*, 1(5), 17-40.
- Gökçek, T. ve Açıkyıldız, G. (2016). Matematik öğretmeni adaylarının türev kavramıyla ilgili yaptıkları hatalar. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education (TURCOMAT)*, 7(1), 112-141. <https://doi.org/10.16949/turcomat.14647>
- Greer, B. (1997). Modelling reality in mathematics classrooms: The case of word problems. *Learning and Instruction*, 7(4), 293- 307.
- Hıdıroğlu, Ç. N., Tekin Dede, A., Kula, S., ve Bukova Güzel, E. (2014). Öğrencilerin kuyruklu yıldız problemine ilişkin çözüm yaklaşımlarının matematiksel modelleme süreci çerçevesinde incelenmesi. *Mehmet Akif Ersoy Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 31, 1-17.
- Haghes-Hallett, D., Gleason, A. M., Gordon, S.P., Lomen, D.O., Lovelock, D., ve McCallum, W.G. (1992) *Calculus*.: John Wiley & Sons, Inc.
- Ji, X. (2012, July). *A quasi-experimental study of high school students' mathematics modelling competence*. 12th International Congress on Mathematical Education, Seoul, Korea.
- Jiang, Q., Xie, J., ve Ye, Q., 2005. Mathematical modelling modules for calculus teaching. In C. Haines, P. Galbraith, W. Blum, S. Khan (Eds.), *Mathematical Modelling: ICTMA 12: Education, Engineering and Economics* (pp. 443-446). Chichester, UK: Horwood Publishing.
- Kaiser, G. (2017). The teaching and learning of mathematical modeling. In J. Cai (Ed.), *Compendium for Research in Mathematics Education* (pp. 267–291). National Council of Teachers of Mathematics.
- Karacı, G. (2016). *İlköğretim matematik öğretmen adaylarının matematiksel modelleme becerilerinin geliştirilmesine yönelik öğrenme ortamının hazırlanması ve değerlendirilmesi* [Yayımlanmamış yüksek lisans tezi]. Zonguldak Bülent Ecevit Üniversitesi.
- Karacı Yaşa, G. ve Karatas, İ. (2018). Effects of the instruction with mathematical modeling on pre-service mathematics teachers' mathematical modeling performance. *Australian Journal of Teacher Education*, 43(8). <https://doi.org/10.14221/ajte.2018v43n8.1>
- Karahan, M. ve Ergene, Ö. (2023). Bitkisel ürün sigortası modelleme etkinliği bağlamında matematik öğretmen adaylarının modelleme süreçlerinin incelenmesi. *Sakarya Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 23(1), 1-22. <https://doi.org/10.53629/sakaefd.1271618>
- Kaya, D. ve Keşan, C. (2022). İlköğretim matematik öğretmeni adaylarının matematiksel modelleme süreçleri: Su israfı örneği. *Van Yüzüncü Yıl Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 19(3), 1068–1097. <https://doi.org/10.33711/yyuefd.1177845>
- Lesh, R. ve Doerr, H. M. (2003). A modeling perspective on teacher development. In R. A. Lesh ve H. Doerr (Eds.), *Beyond constructivism: Models and modeling perspectives on mathematics problem solving, learning, and teaching* (pp. 3-33). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum.
- Lingefjärd, T. (2006). Faces of mathematical modeling. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, 38(2), 96-112.
- Maaß, K. (2006). What are modelling competencies? *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, 38(2), 113-142.
- McCrone, S. S. ve Dossey, J. A. (2007). Mathematical literacy - it's become fundamental. *Principal Leadership*, 7(5), 32-37.
- Miles, M. B. ve Huberman, A. M. (1994). *Qualitative data analysis*. Sage Publication.
- Milli Eğitim Bakanlığı (MEB). (2013). *Ortaokul Matematik Dersi (5, 6, 7 ve 8. Sınıflar) Öğretim Programı*.
- Milli Eğitim Bakanlığı (MEB). (2018). *Ortaokul Matematik Dersi (5, 6, 7 ve 8. Sınıflar) Öğretim Programı*.



- Milli Eğitim Bakanlığı (MEB). (2024). *Türkiye Yüzyılı Maarif Modeli ortaokul matematik dersi öğretim programı (5, 6, 7 ve 8. sınıflar)*.
- National Council of Teachers of Mathematics [NCTM]. (2000). *Principles and standards for school mathematics*.
- Niss, M. (2015). Mathematical competencies and PISA. In K. Stacey ve R. Turner (Eds.), *Assessing mathematical literacy: The PISA experience* (pp. 35–56). Springer.
- Niss, M., Blum, W. ve Galbraith, P. L. (2007). Introduction. In W. Blum, P. Galbraith, H. Henn ve M. Niss (Eds.), *Modelling and applications in mathematics education: The 14th ICMI study* (pp. 3-32). Springer.
- Organization for Economic Co-operation and Development (OECD) (2003). The PISA 2003 assessment framework—mathematics, reading, science and problem solving knowledge and skills. OECD.
- Özer Keskin, Ö. (2008). *Ortaöğretim matematik öğretmen adaylarının matematiksel modelleme yapabilme becerilerinin geliştirilmesi üzerine bir araştırma* [Yayımlanmamış doktora tezi]. Gazi Üniversitesi.
- Patton, M. Q. (1990). *How to use qualitative methods in evaluation*. London: Sage.
- Peter Koop, A. (2004). Fermi problems in primary mathematics classrooms: Pupils' interactive modelling processes. In I. Putt, R. Farragher, & M. McLean (Eds.), *Mathematics education for the third millenium: Towards 2010* (Proceedings of the 27th annual conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia, pp. 454-461). Sydney: MERGA.
- Sarı Uzun H., Ergene, Ö., ve Masal, E. (2023). İlköğretim beşinci sınıf öğrencilerinin matematiksel modelleme süreçlerinin incelenmesi: Matematik Köyü'ne gidiyoruz etkinliği. *Kocaeli Üniversitesi Eğitim Dergisi*, 6(2), 494-521. <http://doi.org/10.33400/kuje.1316782>
- Sevinç, Ş. ve Melek, Z. (2020). Modelleme etkinliğinde matematik öğretmen adaylarının bireysel ve grup gelişiminin incelenmesi. *Başkent University Journal of Education*, 7(1), 1-19.
- Siller, H.S. ve Kuntze, S. (2011). Modelling as a big idea in mathematics: knowledge and views of pre-service and in-service teachers. *Journal of Mathematical Modelling and Application*, 1(6), 33-39.
- Stewart, J. (2003). *Calculus* (5th Edition). Brooks Cole.
- Şahin, N. ve Eraslan, A. (2016). Ortaokul öğrencilerin modelleme deneyimleri: Kâğıttan uçak yapma yarışması problemi. *Eğitim Bilim ve Teknoloji Araştırmaları Dergisi*, 1(1), 34-44.
- Şen Zeytun, A. (2013). *An investigation of pre-service teachers' mathematical modelling processes and their views about factors affecting these processes* [Yayımlanmamış Doktora Tezi]. Orta Doğu Teknik Üniversitesi.
- Tekin Dede, A. ve Yılmaz, S. (2013). İlköğretim matematik öğretmeni adaylarının modelleme yeterliliklerinin incelenmesi. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education*, 4(3), 185-206.
- Türker, B., Sağlam, Y., ve Umay, A. (2010). Pre-service teachers' performances at mathematical modeling process and views on mathematical modeling. *Procedia Social and Behavioral Sciences*, 2(2), 4622–4628.
- Ubuz, B., 2001. First year engineering students' learning of point of tangency, numerical calculation of gradients, and the approximate value of a function at a point through computers. *Journal of Computers in Mathematics and Science Teaching*, 20(1), 113-137.
- Ulusoy, F., Bingöl, S. N., ve Olgun, N. (2024). Matematik öğretmeni adaylarının bireysel ve grup ile matematiksel modelleme süreçlerindeki çözüm yaklaşımları arasındaki etkileşimler. *Trakya Eğitim Dergisi*, 14(1), 408-426.
- Yıldırım, A., ve Şimşek, H. (2008). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri*. Seçkin Yayıncılık.
- Yin, R. K. (2017). *Durum çalışması araştırması uygulamaları*. Nobel Akademik Yayıncılık.
- Yin, R.K. (1994). *Case study research: Design and methods* (2nd ed.). Beverly Hills, CA: Sage Publication.
- Zawojewski, J., Lesh, R., ve English, L. (2003). A models and modeling perspective on the role of small group learning activities. In R. Lesh ve H. M. Doerr (Eds.), *Beyond constructivism: A models and modelling perspective on mathematics problem solving, learning and teaching* (pp. 337–358). Mahwah, New Jersey: Lawrence Erlbaum.