



## İlkokulda Model Oluşturma Etkinlikleri Nasıl Uygulanmalı?

Neslihan ŞAHİN<sup>1</sup>, Ali ERASLAN<sup>2</sup>

### Öz

Biliş ve biliş-ötesi düşünme süreçlerini içeren model ve modelleme yaklaşımlarının öğrencilere okulun ilk yıllarından yükseköğrenime kadar her seviyede tanıtılmasının gerekliliği son yıllarda matematik eğitimcileri tarafından oldukça çok vurgulanmaktadır. Bu gelişmelere paralel şekilde *Matematik Dersi Öğretim Programında* geliştirilmesi amaçlanan altı temel matematik becerisinden biri olarak *matematiksel modelleme* yerini almıştır. Programda matematiksel modelleme yardımıyla ilkokul öğrencilerinin günlük hayatta ortaya çıkabilecek problemleri kendi matematik bilgilerini kullanarak çözebilmelerinin sağlanması gerektiği vurgulanmaktadır. İlkokul matematik dersi öğretim programına *matematiksel modelleme* becerisinin temel beceriler arasına eklenmesiyle Türkiye’de ilkokul matematiğinde oldukça yeni olan matematiksel modelleme yaklaşımının tanıtılması gerekliliği ortaya çıkmıştır. Özellikle modelleme yaklaşımının ilkokul kademesinde yaygınlaştırılması amacıyla öğretmenlere sınıfta kullanabilecekleri örnek etkinliklerin sağlanması ve bunların nasıl kullanacaklarına dair bilgi ve deneyimlerinin artırılması büyük önem arz etmektedir. Bu nedenle modelleme problemlerinin sınıf ortamında nasıl uygulaması gerektiğine yönelik çözüm ve öneriler geliştirmek amacıyla Karadeniz bölgesinde yer alan büyük bir ilin merkezinde öğrenim gören ilkokul öğrencileri ile *Model Oluşturma Etkinlikleri* kullanılarak uzun süreli bir araştırma yapılmıştır. Kullanılan Model Oluşturma Etkinlikleri öğrencilerin ilkokul seviyesinde matematiksel modelleme becerisini kazanması ve bunu geliştirmesine olanak sağlayan en önemli araçlardan biridir. Bu derleme makalede hem bu araştırmadan elde edilen gözlem ve deneyimler hem de uluslararası yapılan diğer çalışmalardan elde edilen sonuçların ışığı altında Model Oluşturma Etkinliklerini tanıtmak amaçlanmıştır. Ayrıca bu etkinliklerin diğer problemlerden farkı, modelleme süreci boyunca öğretmen ve öğrencinin rolü, sınıf organizasyonu ve uygulama biçimi ile öğrencilerin nasıl değerlendirilmesi gerektiği hususunda öneriler sunulmuştur. Diğer taraftan bu süreçte karşılaşılabilecek olası zorluklar vurgulanarak ilkokul öğretmenlerinin bu konuda hazırlıklı olması sağlanacaktır.

### Anahtar Kelimeler

Model Oluşturma Etkinlikleri,  
Matematiksel Modelleme,  
Modelleme Problemi,  
İlkokul Öğrencileri

### Makale Hakkında

Gönderim Tarihi: 04.12.2017  
Kabul Tarihi: 25.02.2018  
E-Yayın Tarihi: 02.04.2018

<sup>1</sup> Arş.Gör., Ondokuz Mayıs Üniversitesi Eğitim fakültesi, neslihan.sahin@omu.edu.tr

<sup>2</sup> Doç.Dr., Ondokuz Mayıs Üniversitesi Eğitim Fakültesi, aeraslan@omu.edu.tr

## How To Apply Model Eliciting Activities In Primary School?

### Abstract

In recent years, the need for modeling and modeling approaches involving cognitive and meta-cognitive thinking processes to be introduced to students at every level, from early school years to higher education, has been highly emphasized by mathematics educators. In parallel with these developments, *mathematical modeling* took place as one of the six basic mathematical skills aimed to be developed in the *Primary School Mathematics Curriculum*. It is emphasized in the program that with the aid of mathematical modeling, primary school students should be able to solve problems that may arise in daily life by using their mathematical knowledge. It is necessary to introduce mathematical modeling approach which is quite new in primary school mathematics in Turkey by adding mathematical modeling skill to primary mathematics teaching program as a basic skill. Especially, it is of great importance to provide sample activities to the teachers in order to disseminate the modeling approach in primary school and to increase their knowledge and experience on how to use them. For this reason, in order to develop solutions and suggestions on how to apply the modeling problems in the classroom environment, a longitudinal research study has been carried out using the modeling activities with the 4<sup>th</sup>-grade students at the primary school in a large provincial center in the Black Sea region. *The Model Eliciting Activities* used are one of the most important tools that enable students to acquire and develop mathematical modeling skills at primary school level. The purpose of this reflection article is to introduce model eliciting activities under the light of the observations and experiences obtained from this research as well as the results obtained from other international studies; to emphasize the difference from other problems; to determine the role of the teacher and the learner throughout the process; to explain classroom organization, duration and form of application; to provide suggestions on how students should be assessed and also to inform primary school teachers about potential difficulties in the process. It is of great importance to provide case studies and to increase their knowledge and experience on how to use them.

### Keywords

Model Eliciting Activities,  
Mathematical Modeling,  
Modeling Problem,  
Primary School Students

### Article Info

Received: 12.04.2017

Accepted: 02.25.2018

Online Published: 04.02.2018

### Giriş

Günümüzde birçok eğitimci okullarında yetişen öğrencilerin okul dışındaki ve ilerideki mesleki yaşamlarında karşılaştıkları gerçek hayat problemlerini çözüme noktasında ne kadar hazırlıklı olduklarını sorgulamaya başlamışlardır (Blum, 2002; English, 2006; Mousoulides, 2007). Bugün sadece matematiksel işlem süreçlerini ezberlemek ve onları benzer problem durumlarına uygulamak yeterli değildir. Özellikle matematiği hayatında işlevsel olarak kullanabilen, diğer disiplinlerle ve günlük hayat durumlarıyla matematik arasındaki ilişkiyi kurabilen bireyler yetiştirmek matematik öğretiminin amaçlarından biridir (MEB, 2018). Öğrencileri okulun ötesinde geleceklere hazırlamak için onların matematiksel düşünceler ve yeni kavramlar oluşturmalarına imkan tanıyan karmaşık problem durumlarıyla karşılaşmalarını ve bu konuda deneyim sahibi olmalarını sağlamak gerekmektedir. Bu deneyimleri sağlamak amacıyla matematik öğretim programı, öğrencilerin öğrenme ortamının; tüm öğrencilerin üst-bilişsel becerilerini geliştirebilecekleri, kendi düşüncelerini açıklayıp paylaşabilecekleri ve matematiksel öğrenme süreçlerini yönetebilecekleri şekilde düzenlenmesi gerektiğine dikkat çekmektedir (MEB, 2018). Ayrıca matematik dersi öğretim programı problem çözme süreçlerinin gerçekleştiği ortamlarda, öğrencilerin kendi düşünce ve akıl yürütmelerini ifade ederken başkalarının matematiksel akıl yürütmelerinin de değerlendirilebileceği katılımcı bir sınıf ortamı oluşturulması gerektiğini vurgulamaktadır (MEB, 2018). Çocukları özellikle küçük yaşlardan itibaren karmaşık gerçek yaşam problem durumlarıyla karşı karşıya getirmek ve onların karşılaştıkları problem durumlarına yaratıcı çözümler üretecekleri öğrenme ortamları sağlamak büyük önem taşımaktadır. İlkokul yıllarından itibaren matematiksel modellemeyi de içeren *model oluşturma etkinliklerinin* (MOE) kullanılması programda bahsedilen bu ortamların oluşturulmasında faydalı olacaktır (English, 2006).

İlkokulda matematiksel modelleme uygulamaları öğrencilere matematiği öğrenmede yeni, etkili ve zengin bir ortam sunmaktadır (English, 2006). Öğrencilerden verileri ayırma, organize etme, veri seçme, nitel veriyi sayısallaştırma, verileri dönüştürme gibi farklı tipte işlemleri gerçekleştirmeleri ve farklı niceliklerin, sıralama, sıklık, yığılma, olasılık, gibi hesaplamaların kullanıldığı gerçek yaşam durumlarını matematiksel olarak ifade etmeleri istenmektedir. Öğrencilerin model oluşturma etkinlikleri ile çalışırken elde ettikleri matematiksel deneyimler, okul müfredatından oldukça farklıdır (English, 2007). English (2004) ilkokul seviyesindeki öğrencilerin modelleme problemleri ile metin ve diyagram şeklinde sunulan matematiksel ve bilimsel bilgiyi yorumlama; basit veri tablolarını okuma; verileri toplama, analiz etme ve temsil etme; analiz edilen verilerden yazılı rapor hazırlama; grup çalışması yapabilme ve çalışmanın sonunda ulaştıkları çözümleri yazılı ve sözlü olarak sınıf arkadaşları ile paylaşabilme kazanımlarını edinebileceklerini belirtmiştir. Ayrıca English ve Watters (2004) yaptıkları çalışmada ilköğretim düzeyindeki öğrencilerle çalıştıkları *modelleme problemlerinin* öğrencilerin matematiksel düşünme ve problem çözme becerilerini geleneksel problem çözme etkinliklerine oranla çok daha fazla geliştirdiğini göstermişlerdir.

Bu anlamda matematiksel modelleme etkinliklerine ilkokul programında ilk defa *İlkokul Matematik Dersi Öğretim Programında* yer verilmiştir (MEB, 2015). İlkokul matematik dersi öğretim programı incelendiğinde, matematiksel modelleme altı temel beceriden biri olarak karşımıza çıkmaktadır. Bu altı temel beceri; problem çözme, akıl yürütme, matematiksel modelleme, matematik dilini kullanarak iletişim, araç ve gereçleri uygun biçimde kullanma, bilgi ve iletişim teknolojilerini kullanmadır (MEB, 2015). Önceki programlardan farklı olarak ilk kez bu programda yer verilen beceri olarak, *matematiksel modelleme* becerisi dikkat çekmektedir. Eğitim fakültesi sınıf öğretmenliği lisans programında matematiksel modelleme öğretimi ile ilgili bir dersin olmamasından dolayı sınıf öğretmeni adayları için yeni olan bu beceri aslında matematiğin yanında fizik, kimya, istatistik, mühendislik ve tıp gibi bir çok alanda uygulamaları olan temel becerilerden birisidir.

Matematiğin gerçek hayatla ilgili uygulamalarını içermesi, matematiksel bilginin somut olarak kullanılabilmesi ve matematiği kullanarak olaylara daha analitik ve esnek çözümler üretebilme olanağını sağlaması matematiksel modellemenin matematik öğretim programında ilköğretim ve ortaöğretim (lise) de kullanılması gerekliliğini ortaya koymuştur (Mousoulides, Christou ve Sriraman, 2006). Bu görüşü destekleyecek şekilde matematik eğitimi üzerine yapılan son yıllardaki araştırmalar incelendiğinde, matematiksel model ve modelleme çalışmalarının artan bir biçimde ilgi gördüğü dikkat çekmektedir (Blum ve Ferri, 2009). Uluslararası alan yazın incelendiğinde ilkokul çocukları ile matematiksel modellemeye yönelik çalışmaların oldukça zengin olduğu görülmektedir. Bu çalışmalara örnek olarak; English (2010) veri modellemesi üzerine üç yıl süren araştırmasında ilkokul 1.sınıf öğrencilerinin istatistiksel muhakeme becerilerini incelemiştir. Araştırmanın sonucunda, veri modellemesinin öğrencilere istatistiksel düşünme becerisi kazandırmada etkili ve zengin bir yol olduğu vurgulanmıştır. English (2011b) veri (data) modellemesi üzerine odaklanan bir diğer çalışmada ilkokul ikinci sınıf öğrencilerinin istatistiksel akıl yürütme ile ilgili düşünme süreçlerini ortaya çıkarmayı amaçlamıştır. Araştırmanın sonucunda ilkokul öğrencilerine kendi istatistiksel muhakeme yeteneklerini geliştirmek için standart müfredatın sunduğu deneyimlerden ayrı olarak veri modelleme etkinliklerinde olduğu gibi zengin fırsatlar sunulmasının gerekliliği belirtilmiştir. İlkokul öğrencilerinin istatistiksel deneyimlerini yorumlamayı amaçladığı çalışmada English (2012), üç yıl süren çalışmanın birinci yılına ait sonuçlarına yer vermiştir. Bu çalışmada, öğrencilerin topladıkları verileri nasıl yorumladıkları, temsil ettikleri ve yeniden düzenleyerek birden fazla temsil etme yolları geliştirebilme yeterlilikleri incelenmiştir. Sonuç olarak öğrenciler verilerin yeniden temsili hususunda farklı yollar ortaya koymuşlardır. Öğrencilerin yeni temsilleri ağırlıklı olarak resimli-grafikler şeklinde gerçekleşirken, öğrenciler oluşturdukları bu grafiklerde satır ve sütunların etkili şekilde kullanmaları, uygun çıkarımlarda bulunmaları grafiklerin yapısı hakkındaki farkındalık göstermeleri açısından önemli bir gelişim olduğu vurgulanmıştır. English (2011a) uzun süreli bir diğer çalışmada gelecekte ihtiyaç duyulacak matematiksel yeterliliklerin neler olabileceğine yönelik uygulamalar yaparak, disiplinler arası problem çözme, model ve matematiksel modellemenin önemine dikkat çekmiştir. Araştırmacı bunun için çalışmada 1'inci sınıftan 9'uncu sınıfa kadar karmaşık, disiplinler arası modelleme etkinliklerini öğrencilere uygulamıştır. Bu etkinliklerin bağlamları ise 1. sınıflar için "çevreyi koruma" ile ilgili veri modellemesi, 4. sınıflar için "çevre ve insan" ve 7. sınıftan 9. sınıfa kadar da mühendislik konularını içeren model oluşturma etkinliklerinden oluşmaktadır. Sonuç olarak bu çalışmada kullanılan model oluşturma etkinliklerinin

öğrencilere düşünme yollarını birçok kez ifade etmelerine, test etmelerine, gözden geçirerek değiştirmelerine imkan sağladıkları belirtilmiştir.

Watters, English ve Mahoney (2004) üç yıllık uzun süreli çalışmasında ilkökul 3. sınıf (8 yaş) öğrencilerinin matematiksel modelleme sürecindeki gelişimlerini incelemiştir. Araştırmanın sonuçları matematiksel modelleme çalışmalarının öğrencilerin matematiksel dili kullanma grup içinde çalışma, sosyal etkileşimde bulunma, tablodan veriyi okuma ve grafik kullanımında önemli derecede ilerleme sağlandığı tespit edilmiştir. Bir diğer çalışmada English ve Watters (2004, 2005) model oluşturma etkinlikleri kullanarak ilkökul öğrencilerin matematiksel modelleme becerilerini incelemiştir. Çalışmanın sonucunda öğrencilerin modelleme aşamasında, matematiği kullanma aşamasının gelişimini çeşitli seviyelerde kolaylaştıran veya sınırlandıran unsurlar olduğu ortaya konmuştur. Ayrıca model oluşturma etkinliklerinin üst-biliş ve eleştirel düşünme becerilerini geliştirirken farklı temsillerle fikirlerin ifade edilmesi için zengin fırsatlar sunduğu vurgulanmıştır.

Ulusal alan yazın incelendiğinde ilkökulda model oluşturma etkinlikleri üzerine yapılan araştırmaların sınırlı sayıda olduğu ve çoğunlukla ortaokul ve sonraki yaş seviyelerindeki öğrenci grupları ile yapıldığı tespit edilmiştir. Diğer taraftan ulusal alan yazında ilkökul seviyesinde öğrencilerin model oluşturma süreçlerini incelenmesine yönelik sınırlı çalışmaya rastlanılmıştır (Şahin, 2014; Şahin ve Eraslan, 2016a; Ulu, 2017). Her üç çalışma da 4. sınıflar ile yapılan nitel bir çalışmadır. Araştırmacılar, seçilen bir modelleme problemi üzerinde öğrencilerin belirli bir süreyle çalışmalarını sağlamış ve sonrasında öğrencilerin model oluşturma süreçlerini ve bu süreçlerde karşılaşılan güçlükleri ortaya koymuşlardır (Şahin, 2014; Şahin ve Eraslan, 2016a; Ulu, 2017). Çalışmaların sonuçlarından öğrencilerin; (a) model oluşturma etkinlikleri ile başarılı bir şekilde çalışabildikleri (Şahin, 2014), (b) günlük yaşamla ilişkili varsayımlar oluşturdukları ve bu varsayımları denedikleri (Şahin ve Eraslan, 2016a), (c) modellerinin gerçek yaşamla ilişkilendirerek doğruluğunu belirlemeye çalıştıkları (Şahin, 2014; Şahin ve Eraslan, 2016a), (d) gerçek yaşamla ilişkilendirerek modellerinin genellenebilir olmasına çalıştıkları (Şahin, 2014; Şahin ve Eraslan, 2016a), (e) nitel veriyi yorumlamada zorluk yaşadıkları (Şahin ve Eraslan, 2016a), ve problemi anlama aşamasını gerçekleştirmeden problemin çözümüne odaklandıkları (Şahin, 2014; Şahin ve Eraslan, 2016a) belirlenmiştir. Ayrıca model oluşturma etkinlikleri ile çalışan öğrencilerin çoğunun gerçek yaşama uygun çözümler geliştirirken gerçekçi çözüm geliştiremeyenlerin ise gerçek durumun zihinsel temsilini sözel olarak oluşturmaya çalıştıkları görülmüştür (Ulu, 2017).

İlkokul matematik dersi öğretim programında (MEB, 2015) matematiksel modelleme becerisinin temel beceriler arasına eklenmesi sonucunda Türkiye’de ilkökul matematiğinde oldukça yeni olan matematiksel modelleme yaklaşımlarının tanıtılması gerekmektedir. Özellikle modelleme yaklaşımının ilkökul kademesinde yaygınlaştırılması amacıyla öğretmenlere sınıfta kullanabilecekleri örnek etkinliklerin sağlanması ve bunların nasıl kullanacaklarına dair bilgi ve deneyimlerinin artırılması büyük önem arz etmektedir. Bu nedenle modelleme problemlerinin sınıf ortamında nasıl kullanılması gerektiğine yönelik Karadeniz’in bir ilinde merkez okullarda öğrenim gören 4.sınıf öğrencilerinin model oluşturma etkinlikleri üzerinde çalışmaları sağlanmıştır (Şahin, 2014; Şahin ve Eraslan, 2016a; Şahin ve Eraslan 2017a; Şahin ve Eraslan, 2017b). Bu çalışmalar sırasında elde edilen gözlem ve deneyimler ışığında etkili bir modelleme öğretimi için öğretmen ve öğrencinin rolü, sınıf organizasyonu, zaman ve ölçme/değerlendirme konuları belirlenen şu sorular çerçevesinde ele alınıp tartışılmış ve etkinlikleri uygulayacaklara bir takım önerilerde bulunulmuştur: (1) Model oluşturma etkinliği (MOE) nedir?, (2) Bir problemin model oluşturma etkinliği olup olmadığını nasıl anlarız?, (3) Model oluşturma etkinliklerinin diğer problem türlerinden farkı nedir?, (4) Modelleme süreçleri için uygun öğrenci grupları nasıl oluşturulmalıdır?, (5) MOE’nin uygulanmasında yapılması gereken ön hazırlıklar nelerdir?, (6) MOE ile sürece nasıl başlanmalıdır?, (7) MOE sürecinde öğretmenlerin rolü nasıl olmalıdır?, (8) Modelleme çalışmalarına ne kadar süre ayrılmalıdır?, (9) Öğrenciler süreçte hangi zorluklarla karşılaşabilirler?, (10) Ölçme ve değerlendirme öğretmenler tarafından nasıl yapılabilir?

### 1. Model Oluşturma Etkinliği (MOE) nedir?

Model oluşturma etkinliklerinin, diğer problem türlerinden farklıdır. Model oluşturma etkinlikleri, sonunda bir rakam ya da bir kelime ile yanıtı bulunan geleneksel problemler olmayıp, rutin olmayan-karmaşık gerçek dünya durumlarını ifade eden, kişilerden bu durumu matematiksel olarak yorumlamasını ve bu durumdan yararlanacak bireylerin karar vermesine yardım etmek amacıyla süreci

veya yöntemi matematiksel olarak betimlemesi ve formüle etmesini gerektiren, olası farklı çözümler içeren problem durumlarıdır (Mousoulides, 2007; Lesh ve Zawojewsky, 2007'den akt., Eraslan, 2011b).

Model oluşturma etkinliklerinin hedefi öğrencilerin, matematiksel düşünceleri ve süreçleri kavramsallaştırmada yararlı olabilecek modelleri geliştirirken, öğretmenlere veya araştırmacılara problem durumuyla ilgili öğrencilerin anlayışlarını yansıtma adına yardım etmektir. Bu etkinlikler ile yapılan çalışmalar sonucunda çocukların matematiksel tanımlamalarında, açıklamalarında, varsayım üretip gerekçelendirmelerinde ve bu varsayımları tartışmalarında ve savunmalarında gelişim sağlanmaktadır (Lesh ve Doerr, 2003). Model oluşturma etkinliklerinin diğer bir özelliği ise sosyal etkinlikler oluşudur. Bu nedenle öğrenciler sonuca ulaşmak için çalışırken gruptaki diğer arkadaşlarıyla iletişime geçerek farklı sorular sorarken, çelişiklere düşmekte, bu çelişiklerini gidermek adına soru sorarak tartışmalara girmektedirler. Sürecin sonunda grupça çalışmalarına ait raporları sınıfa sunarken diğer gruptaki arkadaşlarından gelecek eleştirel dönütlere ve sorulara cevap vererek kendi düşüncelerini savunmakta ve arkadaşlarını ikna etmeye çalışmaktadırlar (Zawojewski, Lesh ve English, 2003).

## 2. Bir Problemin MOE Olup Olmadığını Nasıl Anlarız?

Bir problemin model oluşturma etkinliği olabilmesi için taşıması gereken bir takım özellikler vardır. Bu temel özellikler altı başlık altında aşağıdaki şekilde açıklanmıştır (Lesh, Hoover, Hole, Kelly ve Post, 2000). Lesh ve arkadaşlarına (2000) göre, öğretmenler veya araştırmacılar kendi etkinliklerini oluştururken ya da bir etkinliğin model oluşturma etkinliği olup olmadığını anlamak için bu altı prensibi göz önünde bulundurmalıdır: (a) *Model Oluşturma Prensibi*: Bu prensipte problemler (etkinlikler), tek bir sonucu olan problemler yerine problem çözümlerinin farklı modeller geliştirmelerine imkan tanıyacak şekilde tasarlanmalıdır. Buradaki önemli nokta tek bir sonuca ulaşmak değil, farklı sonuçlara ulaştıracak varsayımlar geliştirmek ve bu varsayımlar doğrultusunda en doğru modeli oluşturmaktır (Chamberlin & Moon, 2005). Etkinlik öğrencilerin problem çözme durumunda verilenleri, hedefleri ve olası çözüm süreçlerini yorumlayarak bir model geliştirmeye ihtiyaç olduğunu fark edecekleri bir durum içermelidir. (b) *Gerçeklik Prensibi*: Problem çözümleri için problem durumu ve çözümden faydalanacak kişiler belirli olmalıdır. Bu kişiler, genellikle model oluşturma etkinliğin senaryo bölümünde bahsi geçmekte olup, problem çözümlerinin günlük yaşamlarında, gerçekten karşılaşacakları olaylarda, kendilerini yerine koyabilecekleri bireyler şeklinde tasarlanmış bir müşteri ya da danışandır. Etkinlikte problem çözümlerinin yardımına neden ihtiyaç duyulduğu açıkça belirtilmelidir. Problem durumları, bireylerin gerçek hayatta deneyimleyebilmesi veya ilerde karşılaşması muhtemel durumlardan seçilmelidir. (c) *Öz-Değerlendirme Prensibi*: Geliştirilen etkinlik öğrencilerin, problemin çözümünde yararlı alternatif çözümler üretip üretmediklerini öğretmenlerin girdileri olmaksızın, öğrenciler tarafından grupça ve bireysel olarak sorgulamasına imkan tanımalıdır. Model oluşturma etkinliğinin çözüm sürecinde, öğrencilerin işlem basamakları doğrusal bir sıra ile ilerlemektense, bir döngü şeklinde gerçekleşebilir. Bu modelleme döngüsü sırasında öğrenciler birçok varsayımı değerlendirmekte ve matematiksel işlemleri uygulamaktadırlar. Bu süreçte gruptaki bireylerden kendi düşünce yollarındaki eksiklikleri belirleyebilmeleri, alternatif fikirleri karşılaştırarak en iyi olanı seçebilmeleri, alternatif düşünme yollarındaki zayıflıkları en az indirgeyerek modeli daha da güçlendirebilmeleri, modeli en iyi ve faydalı olan durumlara revize edebilmeleri, yaptıkları düzenlemeleri değerlendirebilmeleri beklenmektedir (Lesh ve Doerr, 2003). (d) *Model Dokümantasyon Prensibi*: Etkinlik, öğrencilere kendi düşünme süreçlerini açıklamaları ve çözümlerini içeren raporu yazılı olarak sunmaları gerektiğini göstermelidir (Chamberlin & Moon, 2005). Etkinlikte, bir danışan veya müşteri problem çözümlerinden kendi sorununa çözüm bulmasını isterken ulaşılan sonucun yazılı bir mektup ile açık ve anlaşılır bir şekilde belgelendirmesini istemektedir. (e) *Model Genelleme Prensibi*: Bu prensip öğrencilerin ortaya koyduğu çözümlerin başka gerçek yaşam durumlarına genellenebilir veya benzer başka durumlara kolayca adapte edilebilir olmasını içerir. Model, özel bir durum için yalnızca özel bir çözüm içermesi yerine genel bir düşünme biçimini temsil etmelidir. (f) *Etkili Prototip Prensibi*: Bu prensip geliştirilen modelin mümkün olduğunca basit fakat matematiksel olarak bir o kadar kullanışlı olmasını gerektirir. Etkinlikler öğrencileri sayısız işlem sürecine sokmaktan ziyade özellikle kavramsal anlamayı sağlayacak şekilde tasarlanmış olmalıdır.

### 3. MOE'nin Diğer Problem Türlerinden Farkı Nedir?

Problem kavramının tanımlarından yaygın ve kabul görmüş olanı, hemen çözümü olmayan bir problemle ya da durumla karşılaşıldığında bireylerin bu durumun üstesinden gelmeye karar vermesi, problemin üzerinde düşünmesidir (Akay, Soybaş ve Argün, 2006). Problemler yapı olarak rutin ve rutin olmayan problemler şeklinde ikiye ayrılmaktadır. Rutin problemler, günlük hayatta karşılaşılan zarar, yol-zaman hesaplanması gibi çözümünde dört işlem becerilerinin kullanıldığı ve tek bir sonuca ulaşıldığı problem türleridir (Altun, 2007). Rutin olmayan problemler, problem durumunun belirli bir yöntem veya formül ile çözülmediği, çözümü, öğrencinin verilenleri analiz etmesini, yaratıcı bir girişim de bulunmasını, bir veya daha fazla strateji kullanmasını gerektiren, farklı çözüm yollarına izin veren problemlerdir (Artut ve Tarım, 2006). Yapılan araştırmalarda rutin problemlerin öğrencilerde problem çözme stratejilerini kullanma becerilerini yeterli ölçüde geliştirmediği ve öğrencilerin prosedürel işlem basamaklarını ezberleyerek sonuca ulaştığını ortaya koymuştur (Greer, 1997; Verschaffel, De Corte ve Lasure, 1994). Ayrıca, bu şekilde bulunan çözümlerin öğrenciler için anlamlı öğrenmeler sağlamadığı ve formel matematik bilgilerini gerçek hayat durumlarıyla ilişkilendirmelerinde güçlüklerle neden olduğu vurgulanmıştır. Bu çalışmaların sonucunda birçok araştırmacı problem çözme aktivitesi olarak açık uçlu, kalıp cümlelerle ve ipuçları içeren cümlelerle öğrenciyi yönlendiren problem türleri yerine, rutin olmayan ve öğrencileri gerçek hayatta karşılaştığı problem durumlarını çözmeye yönlendirmiştir (Schoenfeld, 1992; Lesh ve Doerr, 2003: English ve Doerr, 2004). Böylece öğrencilerin okul ve gerçek yaşamı ilişkilendirerek, formel bilgilerini gerçek yaşama aktarabilen, yaratıcı çözümler üretebilen, grupça problemin üstesinden gelebilen, esnek düşünebilen, kendi fikirlerini ifade edebilen, savunabilen ve birçok faktörü birlikte ele alarak varsayımların sonuçlarını değerlendirebilen bireyler olarak yetişebilmeleri amacıyla matematiksel modelleme problemleri ile çalışmaları sağlanmıştır (Blum ve Niss, 1991; Schoenfeld, 1992, Verschaffel ve diğerleri, 1994, Lesh ve Doerr, 2003; English ve Doerr, 2004). Lesh ve Doerr (2003) modelleme problemleri yerine *model* ve *modelleme* terimlerini kapsayan *Model Oluşturma Etkinliği* kavramını kullanmak gerektiğini belirtmişlerdir.

### 4. MOE İçin Uygun Öğrenci Grupları Nasıl Oluşturulmalıdır?

Günümüz Türkiye'sinde halen öğrenme ortamlarının ağırlıklı olarak öğretmen merkezli olması ve öğrencilerin genellikle tahtaya doğru sıralanmış sıralarda tek tip oturma düzeninde oturmaları, özellikle matematik derslerinde, öğrenciler kendi deneyimlerini ve bilgilerini gerçek yaşam durumlarını içeren problem durumlarına aktarmalarını zorlaştıracaktır. Yapılan çoğu araştırmada öğrencilerin sınıf içi uygulamalarda grupla çalışma deneyiminin daha önce hiç olmadığı ve genel olarak bireysel başarının değerlendirilmesine yönelik uygulamalara yer verildiği belirlenmiştir (Şahin ve Eraslan, 2017a, Şahin ve Eraslan, 2016a; Şahin, 2014; Şahin ve Eraslan, 2016b). Model oluşturma etkinlikleri ile yapılan çalışmalar sırasında öğretmenler ve öğretmen adayları tarafından en çok, "neden grup çalışması yapmalıyız?", "Gruptaki öğrenci sayısı kaç kişiden oluşmalı?", "Öğrenci grupları nasıl ve ne şekilde oluşturulmalı?" sorularla karşılaşılmaktadır.

Model oluşturma etkinliklerinde grup çalışmasının önemi birçok araştırmacı tarafından vurgulanmaktadır. Zawojewski, Lesh ve English'e (2003) göre geleneksel matematik problem çözme etkinliklerinde, ulaşılması beklenen bir matematiksel sonuç olduğu için grup üyelerince çözüm sürecinin paylaşmaya ihtiyacı yoktur. Bu nedenle geleneksel matematik problem çözme aktivitelerinin sosyal yönü çok zayıftır. Ancak model oluşturma etkinliklerinin prensipleri incelendiğinde ve etkinliğin doğası gereği her aşamasında öğrencilerin grupça çalışmalarına imkan tanıyan, sosyal etkileşimleri için çok uygun etkinlikler olduğunu ortaya çıkmaktadır. Antonius, Haines, Jensen ve Niss'de (2006) yaptıkları çalışmada modelleme çalışmalarının grup çalışması şeklinde yapılmasına vurgu yapmışlardır. Aslında birçok öğrenci modelleme süreci sırasında birlikte çalışmayı tercih etmektedir. Bunun nedeni ise çözüm sürecinde öğrencilerin karşılaştıkları problemlerin üstesinden gelmek için diğer öğrencilerin bilgi ve deneyimlerine ihtiyaç duymalarında yatmaktadır (Antonius ve diğerleri, 2006). Öğrenciler bu etkinlikler üzerinde bireysel olarak çalıştıklarında oldukça zorlanmaktadır. Bireysel çalışmalar sırasında akla gelmeyecek bazı konular, grup çalışması sırasında diğer bireylerin açıklamaları çerçevesinde akla gelebilmekte ve birey tarafından ek yorumlara neden olabilmektedir (Eraslan, 2011a). Bireysel olarak çözüme ulaşmak süreci zorlaştırırken, grupça problemin üstesinden gelinmesi bireysel sorumluluktan doğan baskıyı azaltmaktadır. Sosyal etkileşim sonucunda geliştirilen modeller, bireysel modellere

oranla daha zengindir (Şahin ve Eraslan, 2017a). Bu nedenle öğrenciler gruplar halinde organize edilmesi model oluşturma etkinlikleri ile yapılacak uygulamalarda daha doğru olacaktır.

Grupların kaçar öğrenciden oluşması gerektiği, çoğu uygulayıcının aklına gelecek önemli sorulardan biridir. Modelleme süreci sırasında gruptaki öğrenci sayısı, her bir öğrencinin grup içinde aktif şekilde görev alabileceği ve tüm sürece dahil olabileceği şekilde oluşturulmalıdır (Eraslan, 2011a). Grubun oluşturduğu sinerji grubu oluşturan her bir kişinin ilgi ve motivasyonunu artırıp grup üyelerini teşvik ederek, üyelerin kendi potansiyelinin üzerine çıkmasına yardım eder. İki öğrenciden oluşan gruplarda, bu sinerjiyi tam anlamıyla yakalamak zordur (Zawojewski, Lesh ve English, 2003). İkişerli gruplarda öğrencilerden birinin akademik başarı açısından güçlü diğerinin zayıf ya da her iki öğrencinin de akademik açıdan zayıf olduğu gruplarda matematiksel açıdan gücün yetersiz kalacağı düşüncesinden kaynaklı, çözüm ve sunumun zayıf olacağı yönünde endişe duyulmaktadır. Öğrenciler dörderli ve beşerli gruplandığında ise, grupların kendi içinde ikiye bölünerek daha küçük alt gruplar şeklinde ayrı ayrı çalıştıkları gözlemlenmiştir. Yapılan çalışmalarda öğrencilerin küçük alt gruplar içinde ayrı ayrı modeller geliştirdiklerini ve bir grup olarak tek bir model ortaya koymakta zorlandıkları belirlenmiştir (Şahin ve Eraslan, 2017a, Şahin ve Eraslan, 2016a). Bunun dışında öğrenciler gruptaki birey sayısı arttıkça ortaya koyacakları modellerde daha başarılı olacaklarını düşünmektedirler. Başka bir deyişle, öğrenciler dörderli çalışan grupların, üçerli çalışan gruplara göre modellerinin daha doğru ve başarılı olduğu düşüncesine sahiptirler (Şahin ve Eraslan, 2017a).

Yapılan modelleme uygulamaları üçer kişiden oluşturulan gruplardan en fazla verimin alındığını ortaya koymaktadır (Zawojewski, Lesh ve English, 2003). Üç öğrenciden oluşan gruplarda kimi zaman iki öğrencinin birlikte çalıştığı ve diğer öğrencinin ise kendi başına çalıştığı durumlar gözlemlenebilir. Aslında bu durum daha çok yalnız başına çalışan öğrencinin diğer iki öğrenciye yeni bir varsayım veya fikir sunacağına bir göstergesidir (Zawojewski, Lesh ve English, 2003). Diğer bir deyişle dörderli ve beşerli gruplarda karşılaşılan grup içinde küçük grupların oluşması üçerli gruplarda karşılaşılma olasılığı daha azdır. Uygulayıcıların sınıf mevcutları ve sınıf ortamı uygun olduğu durumda üçerli gruplandırmayı tercih etmesi en doğrusu olacaktır. Öğrencilerin oturma pozisyonu olarak bir sırada üç öğrencinin de yanana tek bir çizgi hizasında oturma biçiminden ziyade, Şekil 2’de görüldüğü üzere, birbirlerinin yüzünü görecekleri şekilde ve tartışmalarını sağlamaya yönelik bir masanın (iki sıra birleştirilerek oluşturulabilir) üç yanında yer almaları sağlanmalıdır (Eraslan, 2011a).



**Şekil 2:** Öğrencilerin Grup Çalışması Sırasında Oturma Şekilleri

Grupların oluşturulması sırasında, üyelerinin seçiminde gruplar rastgele ya da amaçlı şekilde olabileceği gibi cinsiyet ya da akademik başarı açısından homojen veya heterojen şekilde de oluşturulabilir (Eraslan, 2011a). Öğretmenlerin öğrencileri yakından tanıması grupların oluşturulmasında büyük bir avantajdır. Öğrencinin yalnızca akademik kimliğinin yanı sıra kişilik özellikleri, diğer bireylerle ilişkilerini ve ilgi alanlarını yakından bilmek grup oluşturma sırasında bir sınıf öğretmeni için oldukça avantajlı olacaktır (Şahin, 2014). Gruptaki her bir ferden bireysel olarak farklı özellikler barındırması, grubun farklı düşünceleri bir araya getirmesi yaratıcı fikir geliştirilmesinde bir zenginlik sağlayacaktır. Unutulmamalıdır ki model oluşturma etkinlikleri bireyleri farklı perspektiften bakarak onları farklı düşünceler geliştirmeye sevk etmelidir. Öğrenciler akademik başarıları açısından farklı seviye gruplarına ayrılarak heterojen gruplar oluşturabileceği gibi öğrencilerin kendilerini güçlü hissettikleri ilgi alanları dikkate alınarak da gruplandırmalar yapılabilir (Eraslan, 2011a). Akademik başarıları düşük bir öğrenci spor alanına olan ilgisinden dolayı örneğin voleybol turnuvasındaki en iyi takımı kurma görevi verilen bir etkinlikte geliştirilecek bir model sırasında matematiksel başarıları yüksek olan öğrenciye göre daha aktif ve üretici olabilmektedir (Eraslan ve Kant, 2015).

Öğrencilerin etkinlik üzerinde birlikte çalışma noktasında zorluklar yaşamalarının, model geliştirme sürecinin uzamasına neden olduğu belirlenmiştir (Şahin, 2014; Şahin ve Eraslan, 2016a; Şahin ve Eraslan; 2017a). Eğer bir öğrenci grupta sorun çıkartıyorsa o öğrencinin diğer grup üyeleri tarafından gruba adapte olması sağlanabilir. Öğrencinin ilk sorunda grubundan ayrılarak başka grupla çalışması, kısa sürede bir çözüm gibi görünse de her doğacak sıkıntı sınıf yönetimini zorlaştıracak bir sorunu da beraberinde getirmektedir. Bu nedenle ilk olarak, sorunun önce grup içinde çözülmesi için grup üyelerine zaman verilmez. Gruplar bir sonraki etkinlikte uygulayıcı tarafından gözlemlenerek var olan sorun devam etmesi durumunda gruba uyum sağlayamayan öğrencinin grubu değiştirilebilir. Modelleme çalışması tamamlandığında, çalışma grupları bir sonraki etkinlikte farklı grup üyeleri ile çalışabilmelerini sağlayacak şekilde yeniden düzenlenebilir. Yapılan çalışmalarda öğrencilerin düzenli olarak aynı bireylerle grup çalışması yapmasının hem olumlu hem de bir takım olumsuz yanlarının olduğunu ortaya koymuştur (Şahin, 2014; Şahin ve Eraslan, 2017a). Öğrencilerin sorun yaşadığı grupla anlaşmaya varması ya da sorunu çözmeye çalışması tabii ki sorunun büyüklüğü ile de alakalıdır. Eğer bir öğrenci kendini düşüncelerinin değersiz olduğu hissini sürekli o grupta yaşıyorsa, o öğrencinin grup değiştirmesi sağlanabilir. Fakat yeterince yardımcı olmadığı için grup arkadaşlarının şikayeti ile karşılaşılan durumlarda, konuşularak çalışmayan öğrencinin sürece aktif olarak dahil edilmesi sağlanabilir.

### 5. MOE'nin Uygulanmasında Yapılması Gereken Ön Hazırlıklar Nelerdir?

Bir model oluşturma etkinliği, öğrencilere uygulanmadan önce ilk olarak uygulayıcı tarafından çözülmüş olması gerekmektedir (Şahin, 2014). Uygulayıcı bunu bireysel ya da bir grup meslektaşı ile çözmesi durumunda farklı çözüm yollarını da belirlemiş olacaktır. Böylelikle öğretmenler, modelleme etkinliklerinin olası çözüm yollarını ve anahtar parametreleri belirlemiş olurlar (Şahin ve Eraslan, 2016a; Şahin ve Eraslan; 2017a). Bu tür ön deneyimlerle öğretmenler, ilk uygulamalar sırasında kendilerini daha rahat ve güvende hissederek, öğrencilerini kaygı duydukları anlarda onları desteklemek adına modelleme süreci sırasında rehber konumunda olmalarına daha kolay adapte olabilmektedirler. Öğretmenler modelleme uygulaması öncesinde problem hakkında bilgi sahibi değilse ve daha önce çözüm aşamalarını kendisi deneyimlememişse sınıf içindeki uygulama sırasında öğrencilere çözüm stratejilerini söyleme ve öğrencileri yönlendirme dürtüsü ile karşı karşıya kalmaktadır (Zawojewski, Lesh ve English, 2003). Bu nedenle öğretmenlerin çözüm yollarını deneyimlemeleri ve öğretmen gruplarıyla tartışmaları, sınıf içinde öğrenciler ile düşüncelerini paylaşmalarında ve çözüme giden yolda onları yönlendirmemekte yardımcı olacaktır.

Nitelikli bir öğretmen, kendi öğrencileri için doğru model oluşturma etkinliğini seçebilmelidir. Etkinliğin seçiminde dikkat edilmesi gereken iki unsur vardır. İlki, kendisi tarafından geliştirilmiş ya da seçilmiş olan model oluşturma etkinliği öğrencilere gerçek anlamda problem çözme deneyimini sunmalı ve tüm öğrencileri grupça çalışmaya zorlayacak bir etkinlik olmalıdır. Diğer önemli bir unsur ise gerçek yaşamdan alıntılanan problem durumunun bireysel olarak çözüme ulaşılacak bir sorundan ziyade bir grubun beraber çözüm bulabileceği sorun şeklinde tasarlanmalıdır. Bir model oluşturma etkinliğinin ön uygulamasının yapılmış olması, başka bir deyişle sahada denenmiş olması öğretmenler ve uygulamacılar açısından oldukça önemlidir. Çoğu öğretmenin, etkinlikleri uygulama konusunda tereddüt yaşayarak, öğrencilerinin neler yapıp neler yapamayacağı noktasında öğrencilerini hafife alabilmektedirler. Öğretmenlerin çoğu, bir takım model oluşturma etkinliklerinin öğrenci yaş grupları için zor olacağı düşüncesiyle etkinliği uygulamaktan vazgeçmektedirler (Zawojewski, Lesh ve English, 2003). Oysa bu öğretmenler, zengin öğrenme fırsatları sunan etkinlikler ile öğrencilerin bilgilerini matematiksel olarak nasıl yorumladıklarına şahit olma fırsatını ellerinden kaçırmaktadırlar.

Öğretmenlerin uygulama mekânının seçimine göre yapacağı ön hazırlıklar değişebilmektedir. Önemli bir unsur olarak, etkinliklerin sınıf içi ve sınıf dışında, gezi, müze veya okul dışı deneyimlerle uygulanacak olmasına göre plan yapılması gerektiğidir. Sınıf dışı her bir uygulama için öğrencilerin deneyimlemesi gereken durum iyi tasarlanmalı ve güvenlik önlemlerinin sağlanması gerekmektedir. Diğer taraftan her iki ortamda gerekli materyaller (cetvel, pergel, terazi, kutu, kağıt...v.b.) önceden hazırlanarak, öğrenci ihtiyaç duyması durumunda materyalleri anında kullanabileceği şekilde sınıf dizayn edilmelidir. Video, resim veya etkinliğin bağlamıyla ilişkili olacak slaytlar gibi görsel materyallerden faydalanmak istenilebilir. Bu gibi durumlarda uygulama öncesi, süreçte herhangi bir aksaklık yaşanmaması için gerekli teknolojik aletlerin kontrol edilmesi, doğacak zaman kaybının önüne



gececektir. Sınıf içi uygulamalarda oturma düzenleri grup çalışmalarına uygun şekilde düzenlenmemişse, uygulama öncesi oturma düzenleri tekrar uygulamaya uygun şekilde tasarlanmalıdır. Öğrencilerin çalışma masaları uygulama esnasında diğer gruplardan rahatsızlık duymayacakları şekilde birbirlerine çok yakın olmadan grup çalışmasına uygun hale getirilmelidir.

## 6. MOE ile Sürece Nasıl Başlanmalıdır?

Model oluşturma etkinliklerinde süreç esnasında uygulama aşamaları bulunmaktadır. Bu aşamalara göre dersler planlanmalı ve modelleme süreci tasarlanmalıdır. Chamberlin ve Coxbil (2012) model oluşturma etkinliklerinin uygulama aşamalarını (a) tanıtıcı makale aşaması, (b) hazırlık soruları, (c) veri tablosu ya da bilgilendirme tablosu (her durumda verilmeyebilir), (d) problem durumu ve çözümlerin sunumu şeklinde olduğunu belirtmişlerdir.

Model oluşturma etkinliklerinde, öğrencilerin çözmesi beklenen problem durumuna geçilmeden önce, bir gazete haberinden, hikaye metninden ya da müşteri/danışan bir bireyden gelen mektuptan oluşan ve problem durumuyla ilişkili bir *tanıtıcı makale* aşaması ile sürece başlanılmaktadır. *Hazırlık soruları* aşamasında, öğrencilerin etkinliğin bağlamına yönelik görüş oluşturmalarını sağlamaya yardımcı hazırlayıcı sorular bulunmaktadır (Zawojewski, Lesh ve English, 2003). Hazırlık soruları, model oluşturma etkinliğine hazırlayıcı sorular şeklinde olduğundan öğrencilerin problem durumuna geçmeden önce kendilerini problem bağlamıyla ilgili olarak daha rahat hissetmelerine yardımcı olmaktadır. Öğretmenler hazırlık sorularını farklı şekillerde uygulayabilirler. Öğrencilere tanıtıcı makale ve hazırlık soruları modelleme uygulamaları öncesinde ev ödevi şeklinde verilebilir. Modelleme uygulamasına geçilmeden önce yanıtlarını önceden tamamlayan öğrenciler, sınıf içinde soruları tartışabilirler. Bir başka uygulama ise, öğrencilere tanıtıcı makale modelleme uygulamaları esnasında verilmesidir. Öğrencilerden tanıtıcı makaleyi, grupça ya da bireysel olarak okumaları istenebilir. Okuma için gerekli süre ayrıldıktan sonra ise öğretmen metni bir de kendisi sınıfta sesli okuyarak soruların yanıtları sınıftaki öğrencilerce tartışılır. Matematik öğretmenleri Türkçe öğretmenleri ile ortak çalışma yaparak, tanıtıcı makale ve hazırlık soruları ile ilgili bölümü Türkçe derslerinde etkinlik olarak uygulayabilirler (Zawojewski, Lesh ve English, 2003). Bu şekilde öğretmenlerce büyük kaygıya sebep olan etkinliğin uzun zaman almasına da bir çözüm sağlanmış olunacaktır. Dördüncü sınıflar ve beşinci sınıflarda uygulanabilen model oluşturma etkinliği *Kağıttan Uçak Yapma Yarışmasına* (Şahin, 2014) ait tanıtıcı makale ve hazır oluş soruları ile ilgili örnekler aşağıda (Şekil-3) sunulmuştur:

<b>Öğrenciler, Her Yıl Düzenlenen Kağıttan Uçak Yapma Yarışmasında, Uçaklarını Uçurdular</b>		YEREL GAZETE	<i>Hazırlık soruları</i>
<p>Wright Kardeşler, pilotlar ve uçak mühendisleri yapabiliyorsa, okulumuzun bu yılki dördüncü sınıfları da mutlaka yapabilir.</p> <p>Ne mi yapacaksınız? Birkaç mucit, dünyanın en iyi pilotları ve dünyanın en parlak fikirli insanları her gün ne yapıyorsa onu yapacaksınız. Uçacaksınız!</p> <p>Bugünün uçak standartlarını karşılayacak bir uçak tasarlamak için Wright Kardeşler gibi olmalısınız.</p> <p>Ancak, bu uçaklar için alüminyum, çeşitli metal parçalar ya da jet motorları kullanmayacaksınız. Tek ihtiyacınız, kağıt parçaları ya da başka el işi malzemeleri ve geniş bir hayal gücüdür.</p> <p>Uzun mesafe alabilecek uçakları tasarlayacak imkanlarımız var.</p>	<p>Yarışma için tasarlayacağın uçak, düz bir yolda başka bir deyişle doğrusal bir yolda uçacak şekilde düzenlenmelidir. Ancak her yarışmada olduğu gibi, büyük ödülü kazanmak için uyanmaz gereken bir dizi kural, bu yarışma için de mevcut. <b>Bu kuralların bazıları şunlardır:</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Uçağın kanatlarında hiçbir kesim yapılamaz.</li> <li>2. Uçağın gövdesinden parçalar kesilebilir.</li> <li>3. Kendi uçaklarınızı sizlerin oluşturmanız gerekmektedir.</li> </ol> <p>Yarışma gününden önce, uçakınızı tasarlamak ve test etmek için gruplar halinde çalışacaksınız. Her grubu uçuş denemesi için üç hak verilecektir. Deneme sonuçları doğrultusunda bazen çarpılar (X) verilmektedir. Bu çarpılar, uçağın herhangi bir uçuşta doğrusal bir yolda ilerlemediğini anlatmaktadır.</p>	<p>Bazılarımızın uçağında yemek ve içecek servisi de vereceğini duyduktan sonra ilginç bir yarışmamız bizi beklediğini söyleyebilirim.</p> <p><b>Metindeki bilgileri kontrol edelim.</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Anahtar kelimelerin altını çizelim.</li> <li>2. Yazının planı şiece nedir?</li> </ol> <p><b>Senin Notların :</b></p>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Yıllık Kağıttan Uçak Yapma Yarışması neyle ilgili bir yarışmadır?</li> <li>2. Yarışmada başarılı olabilmek için tasarlanmasında için ne yapılması gereklidir?</li> </ol> <p><b>Yanmanız gerekenlerin listesi:</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>3. Uçağımızın uçuş denemesi sonuçlarında çarpı (x) alması olmasa ne demektir? Nedeni nedir?</li> <li>4. Zamanın ve mesafenin ölçüldüğü yarışmalarda hangi ölçüm birimleri kullanılmaktadır? Bir LİSTE yapınız.</li> </ol> <p><b>Listeniz:</b></p>

**Şekil 3:** Kağıttan Uçak Yapma Yarışması Adlı Model Oluşturma Etkinliğine Ait Tanıtıcı Makale ve Hazırlık Soruları Örneği

Öğrencilere grupça bir etkinlik verilerek çalışmalarını istemek ya da bir öğrencinin gruba etkinliği okumasını istemek, diğer öğrencilerce dikkatle dinlenmesine ve problem durumu hakkında birbirlerine soru sormalarını gerektirmektedir (Zawojewski, Lesh ve English, 2003). Diğer taraftan

gruptaki her öğrenciye bir etkinlik örneğinin verilmesi durumunda öğrenciler etkinliği bireysel olarak hemen okumaya başlayarak, problem durumuyla ilgili farklı fikirler üretebilecekleri düşünülmektedir (Şahin ve Eraslan, 2016b). Öğrencilere bireysel olarak okumaları için verilen beş ile on dakika sonunda, grupça çalışmaları gerektiği vurgulanmalıdır. Sonrasında öğrencilerin tüm süreç boyunca bireysel çalışmalardan uzak durarak, grupça problem durumuna çözüm geliştirmeleri istenmelidir. Bir başka öğretmen grubu ise yalnızca bir öğrenciden sınıfa etkinliği sesli okumasını isteyerek diğer öğrencilerin dikkatle dinlemeleri istenilmesine dayanan bir yaklaşım sergilemektedir. Bu şekildeki bir uygulama ile öğretmenler, gruplarda problemin okuma ve anlama aşamalarındaki zaman kaybının önüne geçerek çözüm aşaması için zamanlarını daha verimli kullandıklarını düşünmektedirler (Zawojewski, Lesh ve English, 2003).

Yaptığımız araştırmalarda öğrencilere yalnızca bir etkinlik verilerek grupça hareket etmeleri yönünde onları teşvik etmenin daha iyi sonuçlar ortaya koyduğunu belirledik (Altıntaş ve Sidekli, 2017; Şahin, 2014; Şahin ve Eraslan, 2016a; Şahin ve Eraslan, 2017a). Küçük yaş grupları ile yaptığımız çalışmalar sırasında, gruba dağıtılan etkinliğin sayısının grup çalışması sırasında etkili olduğu gözlemlenmiştir. Üç öğrenciden oluşan gruplara ilk olarak üç etkinlik verilerek öğrencilerin bireysel olarak okumalarını sağlamış, sürece başlamalarını hızlandırmak amaçlanmıştır. Fakat bu durum öğrencilerde etkinliğe bireysel olarak çözüm geliştirmelerine, sürecin sonucunda bir gruptaki üç öğrenciden üç farklı sonuç raporunun sunulduğu, ortak bir çözüme grup çalışmasıyla ulaşmadıkları belirlenmiştir (Şahin, 2014). Sonraki uygulamalarda gruplardaki öğrenci sayısına bakılmaksızın, her gruba yalnızca bir etkinlik verilmiştir. Öğrencilere birlikte çalışarak problem durumuna çözüm geliştirmeleri istenmiştir. Bu uygulamanın yapıldığı ilk haftalarda öğrenciler yalnızca bir rapor sunarken, verilen o raporda grup üyelerinin her birinin çözümleri ve fikirleri kendi isimleri yazılarak ayrı ayrı belirtilmiştir. İlerleyen haftalarda öğrencilerin yalnızca bir rapor ve bir ortak çözüm geliştirdikleri belirlenmiştir. Ülkemizde matematik derslerinde yapılan uygulamaların genel olarak bireysel çözüm geliştirmeleri gereken problemler ve etkinliklere yönelik olması, öğrencilerin birlikte grup olarak çalışmalarını zorlaştırdığını ortaya koymaktadır (Şahin ve Eraslan, 2017a). Bunların sebebi okul içi ve dışında öğrencilerin beraber çalışma, yeni fikir üretme, yorumlama ve paylaşma gerektiren bu tip etkinliklere ait deneyimlerin sınırlı olmasından kaynaklandığını göstermektedir (Eraslan ve Kant, 2015). Model oluşturma etkinliklerini ilk kez uygulayacak öğretmenler, öğrencilerinin bir ekip olarak problemin üstesinden gelmeleri gerektiğini vurgulamak adına, çalışma gruplarına birer etkinlik verilmesi önerilmektedir. Öğrencilerin modelleme çalışmalarına uyum sağladığı belirlendikten sonra öğretmenler kendi sınıfları için en uygun uygulamayı kendileri deneyimlerine belirlemeleri doğru olacaktır.

Model oluşturma etkinliğinin tanıtıcı makale ve hazırlık soruları aşamalarından sonra diğer aşamalar ise *problem durumu ve çözümlerin sunumu* aşamasıdır. Problem durumu aşaması (Şekil-4) , veri aşamasını da (Şekil-5) kapsayan ve model oluşturma etkinliğinin kalbi olan aşamadır. Öğrenciler bu aşamada, müşteri ya da danışanın kendilerinden istedikleri görevi yerine getirerek model geliştirmeye çalışmaktadırlar. Çözümlerin sunumu aşaması ise modellerinin, yöntemlerinin ve işlem basamaklarının diğer öğrencilere sunulmasıdır.

**Kâğıttan Uçak Yapma Problemi**

Bu yılki kâğıttan uçak yapma yarışması 23 NİSAN tarihinde okulumuzda yapılacaktır. Bu yarışmaya okulumuzun 4. Sınıf öğrencileri katılarak gruplar halinde bir uçak tasarlayacaklardır. Tüm uçaklar hedef çizgisine ulaşına kadar havada olabildiğince uzun süre kalmalı ve doğrusal bir yolda uçmalıdır.

**Yarısmada üç ödül sizleri bekliyor.** Bir ödül uçağı havada en uzun süre kalacak olan gruba, diğer ödül uçağı doğrusal olarak en uzun mesafeyi alan gruba ve son ödül ise kriterleri sizler tarafından belirlenecek olan genel bir galibe verilecektir.

**SİZİN GÖREVİNİZ:** Yarışmada her üç kategoride de kazanan grubu belirleyiniz. Belirlerken izlediğiniz yolları yarışma jürisine yazarak açıklayınız?

Şekil 4: Kağıttan Uçak Yapma Yarışması Adlı Model Oluşturma Etkinliğine Ait Problem Durumu (Şahin, 2014; Şahin ve Eraslan, 2016b)

TAKIMLAR	Uçuş Sayısı	Havada Kalış Süresi (Sn)	Doğrusal Bir Yolda Aldığı Mesafe (Metre)
A-Takımı	1	2	11
	2	1 ½	12
	3	(X)	(X)
B-Takımı	1	1	12
	2	½	7
	3	½	8
C-Takımı	1	1	9
	2	1	11
	3	2	11
D-Takımı	1	2 ½	12
	2	(X)	(X)
	3	1	8
E-Takımı	1	1 ½	9
	2	1	10
	3	2	13
F-Takımı	1	1	9
	2	2	11
	3	(X)	(X)

Şekil 5: Kağıttan Uçak Yapma Yarışması Adlı Model Oluşturma Etkinliğine Ait Veri tablosu (Şahin, 2014; Şahin ve Eraslan, 2016b)

Öğretmenler sunum aşamasında öğrencilere sorular sorarak öğrencilerin sınıf arkadaşlarına düşüncelerini daha açık ifade etmelerine yardımcı olacak rehberdirler. Sunum aşamasında öğretmen kağıttan uçak yapma yarışması etkinliği ile ilgili olarak; “süreçte neler yaptınız anlatır mısınız?”, “neden böyle yaptınız arkadaşlarına açıklar mısınız?”, “havada kalış süresini nasıl değerlendirdiniz?”, “hangi matematiksel işlemleri gerçekleştirdiniz?”, “genel galibi belirlerken havada kalış süresi ve aldığı mesafe kategorilerini nasıl değerlendirdiniz?”, “uçak yarışmalarında, sonuçların değerlendirilmesi için senin geliştirdiğin yöntemi nasıl kullanabiliriz?”, “en doğru yöntemin kendi geliştirdiğin yöntem olduğuna nasıl karar verdin?” şeklinde sorular yöneltilerek öğrencilerin düşüncelerini ifade etmesine yardımcı olabilir.

## 7. MOE Sürecinde Öğretmenlerin Rolü Nasıl Olmalıdır?

Model oluşturma etkinlikleri ile ilk kez çalışan öğrenci gruplarında çoğu zaman karşılaşılan ilk deneyim başarısızlık veya hayal kırıklıkları olabilmektedir (Şahin, 2014). Öğrencilerin geçmiş matematik deneyimleri, genel olarak verilen bir problemi, bildikleri bir prosedürü uygulayacakları şekilde tasarlandığından, öğrenciler problemin işlem basamaklarını hemen uygulamak istemektedirler. Öğrenciler, bilmedikleri işlem basamaklarını içeren problemlerin uygulanmasında öğretmenlerin kendilerini bilinçli ve haksız yere zorladığı şeklinde düşünceler geliştirmektedirler. Öğrenciler, öğretmenlerinin bilinçli olarak eksik bilgi vererek kendilerini zorladıklarını dahi düşünmektedirler (Zawojewski, Lesh ve English, 2003). Öğretmenler, öğrencilerin alışık oldukları işlem basamaklarını problem durumunda uygulayamadıklarında ve gerçek yaşam durumlarını içeren karmaşık problem durumları karşısında zorlandıklarını gördüklerinde, yardım isteyen öğrenciler ile sık sık karşılaşacaklardır. Öğretmenler bu durumda öğrencilere hemen yardım ederek öğrencilerin kaygılarını giderme yönünde adım atmaktadır. Oysaki öğretmenin öğrencilerine zorlandıklarında ipucu vermesi özellikle model oluşturma etkinliklerinin çözüm sürecinde doğru bir öğretmen yaklaşımı değildir. O halde model oluşturma etkinliklerini uygulanırken öğretmenler kendilerine yöneltilen yardım isteklerine ve sorulara öğrencilerini yönlendirmeden ve herhangi bir bilgiyi doğrudan vermeyerek nasıl bir davranış sergilemelidir? Burada dikkat edilmesi gereken nokta öğrencinin her zaman süreçteki aktif birey olduğu ve süreci grup arkadaşları ile çalışarak sonlandırması gerektiğidir. İlk olarak öğretmenler özellikle etkinlikle ya da süreçle ilgili sorun yaşayan öğrencilere, sorularını grup arkadaşları ile tartışmalarını isteyerek grup içi tartışmalara öğrencileri yönlendirmelidir. Bu süreçte öğretmenler yalnızca öğrencilere iyi bir rehber olmalıdır. Öğrencilerin grup arkadaşlarıyla fikir alışverişinde bulunmaları sorun çözümlene kadar vurgulanmalıdır. Modelleme uygulamalarında, öğretmenin özellikle sürecin doğru işleminde bir rehber olduğu zamanla öğrenciler tarafından kabullenilecek bir süreç olduğu unutulmamalıdır ki bunun için öğretmenlerin sınıftaki rollerinde kararsız davranmamaları gerekmektedir. Öğretmenler, öğrencilerin yardım isteğini özellikle modelleme uygulamalarının başında veya ilk kez uygulama yapılan gruplarda sıklıkla karşılaşılmaktadır. Öğretmenlerce bu istekleri reddetmek hatta matematiksel bir çözümün net bir sonucunu söyleyememek öğretmenlere oldukça güç gelebilir. Modelleme uygulamalarının başında çoğu öğrenci sorduğu soruların cevapsız kalmasına ve yardım isteklerinin geri çevrilmesinden dolayı rahatsızlık duymakta ve model oluşturma etkinlikleri ile çalışmakta isteksiz

davranabilmektedir. Benzer şekilde öğretmenler de öğrencilerin hatalarını ve eksikliklerini göreyek yönlendirme yapamamaktan ve istedikleri yardımları cevapsız bırakmaktan dolayı zaman zaman modelleme etkinlikleri ile çalışmakta zorlanmaktadır.

Model oluşturma etkinlikleri sadece tek bir sonucu ve tek bir çözüm yolu gerektiren geleneksel problemler olmadığından, öğrenciler süreç sırasında problemin kendilerinden belediklerini tam olarak anlamakta zorluklar yaşayabilmektedir. Tek bir doğru sonucu bulma çabasında olan öğrencilerde, hızlı bir şekilde sonuca ulaşma isteği ve bulunan herhangi bir sonucun veya çözüm yolunun doğruluğunun öğretmenlerine onaylatma isteği en çok görülen öğrenci davranışları arasındadır. Öğretmenlerin süreç boyunca öğrencilere, verilen modelleme probleminin tek bir çözümü ve sonucu olmadığını tekrar hatırlatarak, birden fazla yöntem ile çözülebileceklerini ve çözümde farklı sonuçlara ulaşabileceklerini sık sık vurgulamalıdır. Zamanla etkinliklerin doğasına adapte olan öğrencilerde sonuçlarını onaylatma isteği azalacaktır. Öğrenciler çözümlerinde zorlandıklarında öğretmen desteğini beklemek yerine grup tartışmasına yönelecek ve öğretmenin sadece rehberlik ettiği tartışmalarda yer alacağını farkında olacaktır.

Uygulamalarda öğrencilerin kendi başına çalışması ile öğretmenden yardım alarak çalışması arasında ince bir ayırım vardır (Blum ve Ferri, 2009). Nitelikli bir öğretim ve uygulama için, öğretmen yardımı ile öğrencinin bağımsız çalışması arasında düzenli bir dengenin kurulması gerekmektedir. Model oluşturma etkinlikleri ile çalışmalar sırasında öğrencilere öğretmen yardımının en az yapıldığı ve öğrencilerin bağımsız çalışma süresinin ise maksimum olacak şekilde (Şekil- 6) uygulanması tavsiye edilmektedir (Blum ve Ferri, 2009).



**Şekil 6:** Öğretmenin Modelleme Çalışmaları Sırasındaki Doğru ve Yanlış Konumu (Blum ve Ferri, 2009; aktaran Eraslan, 2011a)

Modelleme etkinlikleriyle çalışırken, alışılmış öğretmen rolü olan açıklama yapma, doğru yanıtın ana kaynağı olma ve öğrencilere zorlandıkları çözüm aşamalarında ipuçları verme, modelleme uygulamalarında beklenen öğretmen davranışlarından değildir. Öğrenciler modelleme çalışmalarında uygulayıcılardan destek istediklerinde, aşağıdaki Tablo 1'deki şekilde sorular sorarak rehberlik yapması öğretmenin yapabileceği katkılardandır (Şahin ve Eraslan, 2016a; Şahin ve Eraslan; 2017a; Zawojewski, Lesh ve English, 2003).

**Tablo 1:** Modelleme çalışmaları sırasında öğrenci sorularına verilebilecek öğretmen yanıtları**Modelleme çalışmaları öncesinde:***“Bu problem durumunun tek bir doğru cevabı olmayıp, en iyi çözümü arıyoruz.”**“Matematiksel modellemede tek bir kişinin başarısı değil grup başarısı önemlidir. Herkes katkıda bulunmalıdır.”**“Çözümünüz grubunuzdaki herkes tarafından anlaşılır ve uygulanabilir olmasına dikkat edin.”**“Çözümünüzü göstermek için birden fazla temsil (yöntem) kullanabilirsiniz.”***Modelleme çalışmaları sırasında:***“Çözmeniz istenilen problem durumu nedir?”**“Problem durumunu hayalinizde canlandırın?”**“Problemdeki amacımız nedir?”**“Ne yaptınız, ne kadar yol aldınız?”**“Neyi hala bilmiyoruz?”**“Bu sonuç gerçek hayata uygun mu?”**“Yönteminiz iyileştirilebilir mi?”***Sunumdan önce öğrenci gruplarına aşağıdaki sorular sorulabilir:***“Her bir grubun dikkatle dinleyin ve onlara sormak istediğiniz soruları belirleyin.”**“Çözümünüzde kullanabileceğiniz farklı yöntemin ya da varsayım olup olmadığını diğer grupları dinleyerek kontrol etmeye çalışın.”**“Her bir grubun kullandığı matematiğinin doğruluğunu kontrol edin.”***Sunumlardan sonra öğrenci gruplarına aşağıdaki sorular sorulabilir:***“Diğer grupların fikirlerini dinledikten sonra kendi çözümünüz iyileştirilebilir mi?”**“Çözümünüzü iyileştirmek için aldığımız dönütler var mı?”**“Çözümümüz açık bir şekilde açıklanmış mıydı?”***Modelleme sürecinden sonra öğrencilerin kendilerini değerlendirmesi için:***“Grubumuz çözümümde hangi matematiksel bilgileri kullandı?”**“Kullanılan matematiği ne kadar iyi anladım?”**“Grupta ne kadar iyi çalıştım?”*

Ayrıca öğretmen grup içi tartışmalara katılarak, “neler denediniz?”, “Neler buldunuz?” ve “sonrası için ne denemeyi düşünüyorsunuz?”, “bu varsayımlar doğru ise ne sonuca varıyorsunuz?”, “matematikselsel olarak ne tür ilişkiler keşfettiniz?”, “farklı yöntemler denemeyi düşündünüz mü?” şeklinde sorular yönelterek öğrencilerin düşüncelerini detaylandırması ve grup arkadaşlarına açıkça ifade edebilmesi için rehberlik yapabilir (Blum ve Ferri, 2009).

Öğretmenlerin modelleme uygulamalarındaki en önemli rolü rehberliktir. Bunun için de her bir grubu ve grup içindeki her bir ferdi gözlemlemeli ve en önemlisi de dinlemelidir. Dinlemek, öğrencilerin neler bildiğinin yanı sıra nasıl düşündükleri hakkında da öğretmenlere rehberlik eder. Öğretmenler kendi gözlem formlarını kendileri oluşturarak sınıftaki öğrencileri modelleme süreci sırasında gözlemleyebilir ve gruplarındaki tartışmalarını yakından dinlemek adına çalışmalarına katılabilir. Bu süreçte öğretmen öğrencileri gözlemleyerek notlar alır ve süreç esnasında ses veya video kaydı yardımıyla öğrenci tartışmalarını da kayıt altına alabilir. Böylelikle öğretmenler, öğrencilerin tartışmalar esnasında “nasıl” düşündükleri yönünde daha derinlemesine bilgi edinmiş olur. Ayrıca modelleme uygulaması yapan diğer öğretmenler ile gözlemlerini paylaşarak öğretmenlerin öğrencilerin öğrenmeleri ve düşünmeleri hakkında derinlemesine bilgi sahibi olma yönünde tartışmalarda bulunabilirler. Öğrencilerin kavramsal öğrenmeleri nasıl geliştirdikleri, bu kavramları nasıl kullandıkları, ne gibi kavram yanılgılarının olduğu ve bunların giderilmesi adına neler yapılabileceği öğretmenlerce tartışılarak her bir öğrencinin matematiksel gelişimi yakından takip edilmiş olunur.

## 8. Modelleme Çalışmalarına Ne Kadar Süre Ayrılmalıdır?

Sınıf içi uygulama noktasında öğretmenlerin ve uygulayıcıların en büyük endişelerden biri de modelleme çalışmalarının zaman alıcı uygulamalar olmasıdır. Bir model oluşturma etkinliğinin sınıf içinde tamamlanması için ortalama 60 dakika zaman ayrılması gerekmektedir (Eraslan, 2011a). Küçük yaş grupları ile modelleme çalışmaları yaparken öğretmenlerin, modelleme sürecini tamamlama ve öğrencilerin modellerini sunmaları için iki ders saati planlanmalıdır. İyi planlanmamış bir modelleme çalışması sonucunda öğrenci gruplarının modellerini diğer gruplara sunabilmesi, görüşlerini

tartışabilmesi, savunabilmesi ve değerlendirebilmesi için yeterli zaman kalamayabilir. Öğretmenler öğrencilerin sunum yapma aşamasındaki zamanını iyi kullanmaları için gruplara modellerini ve çözüm süreçlerini açıklamalarına yardımcı olacak mektup taslakları hazırlamaları öğrencilerin çözüm yollarını belli bir sıra ve içerikte paylaşmalarını sağlayacaktır. Küçük yaş gruplarından oluşan öğrenciler birlikte çalışmaktan hem zevk almakta hem de oldukça zorluk yaşamaktadırlar. Birbirlerine düşüncelerini açık şekilde ifade etmekte zorlanırken çözümü bireysel olarak sonuca götürme eğilimindedirler (Şahin ve Eraslan, 2017a). Bu nedenle öğrencilerin düşüncelerini açıkça yazmalarını isteyebileceğimiz mektup taslakları her etkinlik için ayrı ayrı geliştirilebilir ya da genel bir mektup taslağı öğretmenlerce oluşturulabilir (Şekil 7).

Tarih:

Grup adı:

Sayın ..... Biz .....adlı grubuz.  
Verdiğiniz veri tablosunu inceledik. Bizden istediğiniz sıralamayı verilen tabloya göre yaptık.  
Verilenlerin sıralaması şu şekildedir:

Sonuca ulaşmak için aşağıdaki yöntemi geliştirdik. Yöntemimizi sizlere aşağıda adım adım açıklayarak, en iyi seçimi yaptığımızı kanıtlayacağız.

**Şekil 7: Genel Mektup Taslağı Örneği**

Küçük yaş gruplarındaki öğrenciler problemin bağlamından sık sık koparak, farklı durumları tartışma eğilimindedirler. Bu durumda öğretmenlere çok önemli görevler düşmektedir. Bağlam dışı tartışmalar çözümü zorlaştırdığı gibi planlanan zamanın amacına uygun kullanılmasını engellemektedir. Bu nedenle uygulayıcı (öğretmen veya araştırmacı) aynı zamanda iyi bir dinleyici ve gözlemci olmalıdır. Uygulayıcı ne zaman ve hangi durumda rehber konumunda müdahalede bulunması gerektiğini iyi belirlemelidir. Aksi durumda öğrenciler problemi çözüme ulaştıramadıkları gibi, model geliştirmek için gerekli zamanı iyi kullanamadıklarından geri kalan süreyi baskı altında çalışarak geçireceklerdir. Öğrenciler bu durumda sonuç odaklı düşünerek problemin çözümü için bir model oluşturmaktan ziyade sayısal bir sonuca varmak isteyeceklerdir (Şahin ve Eraslan, 2017a; Şahin ve Eraslan, 2016a). Bu nedenle öğretmenler sürecin her aşamasında iyi bir gözlemci olarak doğru soruları zamanında yönlendirmelidir.

### **9. Öğrenciler Süreçte Hangi Zorluklarla Karşılaşabilirler?**

Matematiksel modelleme çalışmaları, öğrencilerin küçük gruplar halinde çalışarak problem durumlarına yaratıcı çözümler üretmeleri gereken ve grup üyelerinin genellenebilir bir model oluşturmaları için birden çok varsayıma dayalı yöntem geliştirmeleri istenen süreçlerdir (Şahin, 2014). Bu nedenle birçok becerinin beraber kullanılmasını gerektiren bu süreçte öğrenciler bir takım zorlukla karşılaşmaktadır. Etkinlikleri uygulayacak olan araştırmacı, öğretmen ve öğretmen adayları küçük yaş gruplarındaki öğrenci gruplarında yaşanabilecek zorluklara önceden hakim olmaları, etkinliklerin uygulanmasında yaşanacak bir takım aksaklıkların da önüne geçebilir. Uygulayıcılar zamanla kendi öğrencilerinin yaşadıkları sıkıntıları kendileri de gözlemleyerek, çözüm önerileri geliştirmek için yapılacak olan çalışmalara katkı sağlayacaktır. Öğrencilerin yaşadıkları zorluklar model geliştirme süreci, grup çalışması yapma, raporlandırma ve sunum aşaması şeklinde dört ayrı kategoride açıklanabilir.

*Model geliştirme sürecinde*, öğrencilerin okul içi ve dışında beraber çalışacakları, yeni fikirler üretecekleri ve kendilerini savunacakları modelleme etkinlikleri ile çalışmaya yönelik deneyimlerinin sınırlı olması durumlarında, öğrenciler yalnızca çözüme odaklanarak problemi çok çabuk sonuçlandırmak istemektedirler (Blum ve Ferri, 2009; Eraslan ve Kant, 2015; Şahin, 2014; Şahin ve Eraslan, 2016a; Şahin ve Eraslan, 2017a). Bu durumda öğrenciler geleneksel problemlerle çalışmalarını sırasında alışık oldukları bireysel başarı nedeniyle, etkinliği gruptan ziyade bireysel olarak çözmeye çalışmalarını karşılaşılan bir diğer zorluktur (Şahin, 2014; Şahin ve Eraslan, 2016a; Şahin ve Eraslan, 2017a). Problemi anlamaya çalışmak yerine sayısal bir sonuca ulaşabilmek için zamanlarının çoğunu verilen veri tablosundaki sayılar arasında alışık oldukları aritmetik işlemleri uygulamaya çalışmalarını sık karşılaşılan bir başka durumdur. Bu seviyede grup olarak beraber çalışmak, etkinliğin problem cümlesini beraber anlamaya çalışmak, birbirlerine sorular sormak, problemin çözümünde etkili değişkenleri belirlemek ve bunları analiz etmek gibi ortak karar gerektiren eylemleri gerçekleştirmekte zorluklar yaşamaktadırlar. Bu nedenle sonuca en kısa sürede en kısa yoldan ulaşmak isteyen öğrenciler bireysel olarak uygulayıcılara sık sık sorular yönelterek yaptıklarının doğruluğu hakkında onay almaya çalışmakta bu durumda öğrencilerin amaca uygun bir modelleme süreç döngüsünü tamamlamasını engellemektedir. Diğer önemli bir engel ise, öğrencilerin ön öğrenmelerinin yeterli olmasına rağmen bu tür çalışmalarda matematiksel ilişkileri bulmakta ve kullanmakta zorluklar yaşamalarıdır (Şahin, 2014). English ve Watters (2004) çalışmalarında öğrencilerin matematiksel kavramları etkinlik üzerinde sezgisel olarak fark ettiklerini belirtmektedir. Formal bilgilerinin günlük yaşamla ilişkilendirilmiş karmaşık problem durumlarını çözerken nasıl kullanmaları gerektiği noktasında yaşanan zorlukların üstesinden gelmek için öğrenciler genellikle yaşitlarıyla birlikte çalışmak yerine öğretmenleriyle birlikte çalışmayı tercih etmişlerdir (Şahin, 2014; Şahin ve Eraslan, 2016a; Şahin ve Eraslan, 2017a). Burada öğretmen ya da uygulayıcıya rolünün öğrencilere çalışmalarda rehberlik etmek olduğunu hatırlatarak, iyi bir rehberin sorması gereken sorular yöneltilerek grupça sorunun üstesinden gelinmesi sağlanmalıdır.

Öğrencilerin birlikte çalışmak istememesi, gruptaki arkadaşlarıyla anlaşamadığı zaman grubun dağılmasını istemesi, kız ve erkek öğrencilerin ağırlıklı olarak hem cinsleriyle çalışmak istemeleri, gruptaki baskın karakterli öğrencilerin diğer öğrencilerin aktif olarak görev almasını engellemesi, grup çalışmalarını sırasında karşılaşılabilecek olası öğrenci zorluklarıdır (Şahin, 2014; Şahin ve Eraslan, 2016a; Şahin ve Eraslan, 2017a; Şahin ve Eraslan, 2017b). Etkinliklerin süresinin uzun sürmesi durumunda öğrenciler etkinlik üzerinde odaklanma sorunu yaşayabilir ve çalışmalar sırasında uygulamaya ara vermek amacıyla grubu terk edebilir. (Şahin ve Eraslan, 2016a; Şahin, 2014). Öğrenci gruplarında aktif olarak görev alan öğrenciler, tüm çalışmayı yönlendirmek isterken diğer öğrencilerin tartışmalara çok sınırlı katkı sağladıkları, daha çok grup içinde kendi kendilerine çalıştıkları veya grup arkadaşlarını dinlemeyi tercih ettikleri gözlemlenmiştir (Şahin, 2014; Şahin ve Eraslan, 2016a; Şahin ve Eraslan, 2017a; Şahin ve Eraslan, 2017b). Grup içinde pasif bırakılan öğrencilere yazı yazma, işlem yapma gibi görevler verilirken, aktif olan öğrenci bireysel olarak çözüm önerisi ve yöntem geliştirmektedir (Şahin, 2014; Şahin ve Eraslan, 2016a; Şahin ve Eraslan, 2017a; Şahin ve Eraslan, 2017b). Gruptaki her öğrencinin aktif olarak katılması amaçlanmakta olup, öğrencilerin kendi içinde görev dağılımı yapmaları sık karşılaşılan bir durumdur.

Öğrencilerin süreç boyunca düşüncelerini yazılı olarak ifade etme noktasında zorlandıkları gözlemlenmiştir. Öğrenciler geliştirdikleri yöntemin aşamalarını basamak basamak çalışma kağıtlarında göstermekten ziyade elde edilen sayısal sonucu yazmaları doğru raporun nasıl yazılması gerektiğiyle ilgili daha fazla öğretmen desteğine ihtiyaç duymaktadırlar (Şahin, 2014; Şahin ve Eraslan, 2016a; Şahin ve Eraslan, 2017a; Şahin ve Eraslan, 2017b). Bu nedenle küçük yaş grubundaki öğrencilerle yapılan çalışmalarda uygulanan etkinliklere göre mektup taslağı (Şekil 7) tasarlanabilir. Bu mektup taslağıyla öğrencilerin düşüncelerini organize ederek yazabilmeleri ve işlem basamaklarını gösterebilmeleri kolaylaştırılmış olacaktır. Raporlandırma aşamasında yaşanan diğer bir öğrenci zorluğu ise grup üyelerinin yalnızca bir rapor ortaya koymasındadır (Şahin, 2014; Şahin ve Eraslan, 2016a; Şahin ve Eraslan, 2017a). Öğrenciler grup çalışmalarında bireysel olarak çalışma eğiliminde olduğu durumlarda raporlarını da bireysel hazırlamaktadırlar (Şahin, 2014; Şahin ve Eraslan, 2016a; Şahin ve Eraslan, 2017a). Oysa modelleme çalışmalarında bireyin başarısı değil grup üyelerinin başarısı değerlidir. Öğretmenler tarafından öğrenciler grup olarak rapor yazmaları yönünde yönlendirilmelidir (Şahin, 2014). Grup olarak rapor yazmanın yalnızca bir rapor yazmak olduğu düşüncesini benimseyen öğrencilerde gözlemlenen diğer bir eylem, raporda her bir öğrencinin kendi ismini kendi düşüncesinin

altına yazılı olarak gösterilmesidir (Şahin, 2014). Unutulmamalıdır ki yapılan uygulamaların sayısı attıkça yukarıda bahsettiğimiz sorunlar azalacak ve öğrenciler modelleme çalışmalarına uyum sağlayacaktır (Sidekli, Gökbulut ve Sayar, 2013; Şahin, 2014; Şahin ve Eraslan, 2016a; Şahin ve Eraslan, 2017a).

Bir grup karşısında geliştirilen modeli açıklamak, modelin temsillerini göstermek, modele ulaşılan kadar geçen süreçteki düşüncelerin organize edilmesini, geliştirilen varsayımları ve bunların yöntem geliştirmede nasıl kullanıldığının anlatılması, geliştirdiğin modelin en iyisi olduğuna arkadaşlarının ikna edilmesi, eleştiriler karşısında düşüncelerini ve modelini savunabilmesi ve haklılığını açıklaması öğrenciler için üst düzey bir beceri olup, sunum aşamasında öğrencilerden beklenen becerilerdir. Öğrencilere yöntemlerini ve modellerini gerekçelendirerek anlatmak, matematiksel temsillerini göstermek ilk etapta zor gelebilir. Bu sürecin doğru şekilde atlatılabilmesi için öğretmenler raporlarını iyi şekilde (şekil 7 mektup taslağı kullanılabilir) hazırlamalı ve gerekli soruları yönelterek öğrencilerin konuşmaları sağlamalıdır. Soru –cevap aşamasında arkadaşlarının eleştirileri ve soruları karşısında sunum yapan grubun zorlanmaları durumunda öğretmenin rolü bir kez daha büyük önem taşıyarak, her bir düşüncenin değerli olduğu vurgusu öğrencilere hissettirilmelidir. Diğer önemli bir unsur ise modelleme uygulamalarının başlarında grup üyeleri sunum yapmak istemeyerek, çekingen tavır sergilemeleridir (Şahin ve Eraslan, 2017a). Öğrencilerin görüşlerinin değerli oluşu ve her bir öğrenciye olan katkıları sunum yapmak istemeyen öğrencilere açıkça belirtilerek bu öğrenciler motive edilmeli, her öğrencinin sürece dahil edilmesi sağlanarak, geliştirilen modellerin sınıf üyeleri tarafından değerlendirdiği zengin öğrenme ortamları oluşturulması sunum aşaması için önemlidir.

### 10. Ölçme ve Değerlendirme Öğretmenler Tarafından Nasıl Yapılabilir?

Model oluşturma etkinliği ile çalışırken öğrenciler sosyal, bilişsel, üst-bilişsel ve duyuşsal bir takım süreçlerden geçmektedirler. Öğrencilerin gerçek yaşamdan alınan karmaşık bir problem durumuna matematiksel olarak bir model geliştirmesi sürecinde bilişsel ve üst-bilişsel olarak birçok aşamadan geçmektedir. Grup çalışması sırasında öğrencilerin sosyal yönden etkileşimi öğrencilerin hem sosyal hem de bilişsel gelişimini etkilerken aynı zamanda duyuşsal bir takım değişiklikler de gerçekleşmektedir. Bu nedenle modelleme çalışmaları ile öğrenciler çok yönlü değerlendirilebilir. Sosyal ve duyuşsal olarak öğrenci değerlendirmesi gerçekleştirmek isteyen uygulayıcılar, her çalışmadan sonra öğrencilere akran değerlendirmesi ve bireysel değerlendirme yapabilecekleri bir değerlendirme aracı sunabilir. Bu değerlendirme araçlarında uygulayıcılar arasında değişken olarak gözlemlenen unsurlar farklılık gösterebileceği için her öğretmen bu araçları kendi sınıflarına özel hazırlayabilecekleri gibi gelişimini yakından gözlemlemek istedikleri öğrencilere özel de hazırlayabilirler. Bilişsel olarak sürecin değerlendirilmesi için öğretmenler modelleme süreç aşamalarını dikkate alarak dereceli puanlama anahtarı kullanabilirler (Ek-1)

Öğretmenlerin kullanabilecekleri dereceli puanlama anahtarı, her uygulamadan sonra geliştirilebilir, detaylandırılabilir ve farklı değişkenleri göz önüne alarak yeniden oluşturulabilir. Öğrencinin bir not ya da puan ile değerlendirilmesinden öte, öğretmenler öğrencilerdeki kavram yanlışlarını, güçlükleri ve kavramsal oluşumları, problemi yorumlamaları ve matematiksel dili ve kavramları nasıl kullandıklarını daha ayrıntılı şekilde görmeleri amacıyla değerlendirme yapmaları modelleme çalışmalarının amacına uygun olacaktır.

### Sonuç

Hem kendi çalışmalarımızdan elde edilen gözlem ve deneyimler hem de uluslararası yapılan diğer çalışmalardan elde edilen sonuçların ışığı altında etkili bir modelleme öğretimi için yapılması gerekenler özetlenmiştir:

- Model oluşturma etkinlikleri diğer matematik problem türlerinden farklıdır. Öğretmenler yeni etkinlikler geliştirmek istediklerinde açıklanan altı prensibi göz önünde bulundurmalıdır.
- Öğrencilerin küçük gruplar halinde (üçerli ya da dörderli) model oluşturma etkinlikleri ile çalışmalarına olanak sağlayan öğrenme ortamlarının oluşturulması onların bilişsel, sosyal ve üst-bilişsel düşünme becerilerini geliştirmelerine yardım edebilir.
- Öğretmenlerin öğrenci gruplarını oluştururken birbirleri ile uyum içinde çalışabilen, homojen ya da heterojen gruplar oluşturabilir.



- Modelleme uygulamalarına geçilmeden önce öğretmenlerin etkinlikleri deneyimlemesi ve olası çözüm yolları hakkında fikir edinmesi önemlidir.
- Modelleme uygulamaları sırasında öğretmen bir rehber olarak öğrencileri yönlendirmeden kendi grup dinamikleri içinde onları düşünmeye sevk edecek sorular sormalıdır.
- Öğretmenler model oluşturma etkinliklerinin dört aşamasına göre derslerini planlanmalı ve uygulamalıdır.
- Öğretmenlerin yaşanabilecek zorluklar hakkında önceden bilgi sahibi olması uygulamayı etkili ve kolay kılacaktır.
- Bilişsel olarak sürecin değerlendirilmesi amacıyla öğretmenler modelleme süreç aşamalarını içeren bir rubrik kullanarak süreç değerlendirmesi yapabilirler.

### Kaynakça

- Akay, H., Soybaş, D., & Argün, Z. (2006). Problem Kurma Deneyimleri ve Matematik Öğretiminde Açık-uçlu Soruların Kullanılması. *Kastamonu Eğitim Dergisi*, 14(1), 129-146.
- Altıntaş, S. ve Sidekli, S. (2017). Çarpma İşleminde Napier Çubukları Kullanımı: Birleştirilmiş Sınıflar, *Eğitim Kuram ve Uygulama Araştırmaları Dergisi*, 3(2), 14-21.
- Altun, M. (2007). *Eğitim Fakülteleri ve İlköğretim Öğretmenleri için Matematik Öğretimi*. Bursa: Aktüel Yayıncılık.
- Antonius, S., Haines, C. R., Jensen, H. T., & Niss, M. (2006). Classroom Activities and the Teacher. In W. Blum, P. Galbraith, H.-W. Henn, M. Niss (Eds.), *Modelling and Applications in Mathematics Education: The 14. ICMI Study* (pp. 295-306). New York: Springer.
- Artut, P. D., & Tarım, K. (2006). İlköğretim Öğrencilerinin Rutin Olmayan Sözel Problemleri Çözme Düzeylerinin Çözüm Stratejilerinin Ve Hata Türlerinin incelenmesi. *Çukurova Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Dergisi*, 15(2).
- Blum, W. (2002). ICMI Study 14: Applications and modelling in mathematics education- Discussion document. *Educational Studies in Mathematics*, 51 (1-2), 149-171.
- Blum, W., & Ferri, B. R. (2009). Mathematical Modeling: Can It Be Taught and Learnt? *Journal of Mathematical Modeling and Applications*, 1(1), 45-58.
- Blum, W., & Niss, M. (1991). Applied Mathematical Problem Solving, Modelling, Application and Links to Other Subjects-State, Trends, and Issues in Mathematics Instruction. *Educational Studies in Mathematics*, 22(1), 37-68.
- Chamberlin, S. A., & Moon, S. M. (2005). Model-Eliciting Activities as a Tool to Develop and Identify Creatively Gifted Mathematicians. *Journal of Secondary Gifted Education*, 17(1), 37-47.
- Chamberlin, S. A. & Coxbill, E. (2012). *Using model-eliciting activities to introduce upper elementary students to statistical reasoning and mathematical modeling*. In L. Hatfield & R. Mayes (eds.), *Quantitative reasoning and mathematical modeling: A driver for STEM integrated education and teaching in context*. Wyoming Institute for the Study of Mathematics Education, Laramie, WY.
- English, L. D. (2004). Mathematical Modeling in the Primary School. In Putt, Ian, Faragher, Rhonda, & McLean, Mal (Eds.) *27th annual conference of Mathematics Education Research Group of Australasia. Mathematics Education for the Third Millennium: Towards 2010*, James Cook University, Townsville.
- English, L. D., & Watters, J. J. (2004). Mathematical modelling with young children. In M. Johnsen Hoines & A. Berit Fuglestad (Eds.), *Proceedings of the 28th International PME Conference* (pp. 335-342). Bergen: Bergen University College.
- English, L. D., & Doerr, H. M. (2004). Listening and Responding to Students' Ways of Thinking. In Putt, I., Faragher, R., & McLean, M. (Eds.) *Mathematics education for the 3rd millennium: Towards 2010*, Townsville, Queensland, Australia.
- English, L. D., & Watters, J. J. (2005) Mathematical Modeling in The Early School Years. *Mathematics Education Research Journal*, 16(3), 59-80.
- English, L. D. (2006). Mathematical Modeling in The Primary School : Children's Construction of A Consumer Guide. *Educational Studies In Mathematics*, 63(3), 303-323.
- English, Lyn D. (2007). Interdisciplinary Modelling in The Primary Mathematics Curriculum.in Watson, Jane & Beswick, Kim (Eds.) *Mathematics: Essential research, essential practice*, Mathematics Education Research Group of Australia (MERGA), Hobart, 275-284.

- English, Lyn D. (2010). Young Children's Early Modelling with Data. *Mathematics Education Research Journal*, 22(2), 24-47.
- English, Lyn D. (2011a). Complex Modelling in The Primary/Middle School Years. In Stillman, Gloria & Brown, Jill (Eds.) *ICTMA Book of Abstracts*, Australian Catholic University, Australian Catholic University, Melbourne, VIC.
- English, Lyn D. (2011b). Data Modelling in The Beginning School Years. In Sullivan, Peter & Goos, Merrilyn (Eds.) *Proceedings of the 34th Annual Conference of the Mathematics Education Research Group of Australia* (pp. 226-234), Alice Springs, NT: MERGA Inc.
- English, Lyn D. (2012). Data Modelling with First-Grade Students. *Educational Studies In Mathematics*, 81, 15-30.
- Eraslan, A. (2011a). Bir Matematiksel Modelleme Etkinliği: Büyük Ayak Problemi. *Eğitimci- Öğretmen Dergisi*, 6(1), 25-27.
- Eraslan, A. (2011b). İlköğretim Matematik Öğretmen Adaylarının Model Oluşturma Etkinlikleri ve Bunların Matematik Öğrenimine Etkisi Hakkındaki Görüşleri. *İlköğretim Online*, 10 (1), 364-377.
- Eraslan, A., & Kant, S. (2015). Modeling Processes of 4th-Year Middle-School Students and the Difficulties Encountered. *Educational Sciences: Theory & Practice*, 15 (3), 809-824.
- Greer, B. (1997). Modeling Reality in Mathematics Classrooms: The Case of Word Problems. *Learning and Instruction*, 7 (4), 293-307.
- Lesh, R., Hoover, M., Hole, B., Kelly, A., & Post, T. (2000). Principles for developing thought-revealing activities for students and teachers. In A. Kelly & R. Lesh (Eds.), *Handbook of research in mathematics and science education* (pp. 113-149). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum and Associates.
- Lesh, R. A., & Doerr, H. (2003a). Foundations of a Models and Modeling Perspective on Mathematics Teaching and Learning. In R. A. Lesh & H. Doerr (Eds.), *Beyond constructivism: A models and modeling perspective on mathematics teaching, learning, and problem solving*, (3-34). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum and Associates.
- Lesh, R. A., & Zawojewski, J. S. (2007). Problem Solving and Modeling. In F. Lester (Eds.), *Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning: A Project of the National Council of Teachers of Mathematics* (763-804). Charlotte, NC: Information Age Publishing.
- MEB (Milli Eğitim Bakanlığı). (2018). *Matematik Dersi Öğretim Programı*. Ankara: Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığı.
- MEB (Milli Eğitim Bakanlığı). (2015). *İlkokul Matematik Dersi (1-4) Öğretim Programı*. Ankara: Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığı.
- Mousoulides, N., Christou, C., & Sriraman, B. (2006). From Problem Solving to Modelling-a Meta Analysis. Retrieved November 2017, <http://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/download?doi=10.1.1.121.4365&rep=rep1&type=pdf>.
- Mousoulides, N. (2007). *A Modeling Perspective in the Teaching and Learning of Mathematical Problem Solving*. Unpublished Doctoral Dissertation. University of Cyprus.
- Schoenfeld, A. H. (1992). Learning to Think Mathematically: Problem Solving, Metacognition and Sense Making in Mathematics. In D. Grows (Eds.), *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (334-370). New York: Macmillan.
- Sidekli, S., Gökbulut, Y. ve Sayar, N. (2013). Dört İşlem Becerisi Nasıl Geliştirilir. *Uluslararası Türk Eğitim Bilimleri Dergisi*, 1(1), 31-41.
- Şahin, N. (2014). *İlkokul 4. Sınıf Öğrencilerinin Model Oluşturma Etkinlikleri Üzerindeki Düşünme Süreçleri*. Ondokuzmayıs Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü.
- Şahin, N., & Eraslan, A. (2016a). Modeling Processes of Primary School Students: The Crime Problem. *Education & Science*, 41 (183), 47-67.
- Şahin, N., & Eraslan, A. (2016b). Ortaokul Öğrencilerin Modelleme Deneyimleri: Kağıttan Uçak Yapma Yarışması Problemi. *Eğitim, Bilim ve Teknoloji Araştırmaları Dergisi*, 1 (1), 34-44.
- Şahin, N., & Eraslan, A. (2017a). Thinking Processes of Fourth-Grade Primary School Students on the Butter Bean Problem and Challenges Encountered. *Educational Sciences: Theory & Practice*, 17(1), 105-127.
- Şahin, N., & Eraslan, A. (2017b). *Revealing Primary School Children's Mathematical Modeling Potential: Hairdresser Salon Problem*. The 9th annual International Conference on Education and New Learning Technologies, Barcelona, Spain.
- Ulu, M. (2017). Examining the Mathematical Modeling Processes of Primary School 4th-Grade Students: Shopping Problem. *Universal Journal of Educational Research*, 5(4), 561-580.

- Verschaffel, L., De Corte, E., & Lasure, S. (1994). Realistic Considerations in Mathematical Modeling of School Arithmetic Word Problems. *Learning and Instruction*, 4, 273–294.
- Watters, J. J., English, L. D., & Mahoney, S. (2004). Mathematical Modeling in The Elementary School. In *American Educational Research Association Annual meeting*, San Diego. Retrieved August 2017, [https://eprints.qut.edu.au/1667/1/AERA\\_Modelling\\_Z.pdf](https://eprints.qut.edu.au/1667/1/AERA_Modelling_Z.pdf).
- Zawojewski, J., Lesh, R., & English, L. (2003). A models and modeling perspective on the role of small group learning activities. In R. Lesh & H. M. Doerr (Eds.), *Beyond constructivism: Models and modeling perspectives on mathematics problem solving, learning, and teaching* (pp. 337–358). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum and Associates.

**Ek-1:** Modelleme sürecinin değerlendirilmesi için dereceli puanlama anahtarı

ARANAN YETERLİKLER	1 PUAN (ORTA)	2 PUAN (İYİ)	3 PUAN (ÇOK İYİ)
<b>FARKLI VARSAYIMLAR ÜRETEBİLME</b>	En az bir varsayımda bulunuldu	İki farklı varsayımda bulunuldu	Üç ve üçten fazla varsayımda bulunuldu
<b>FARKLI YÖNTEM VEYA MODELLER OLUŞTURABİLME</b>	Sonuca ulaşmak için en az bir yöntem/model seçilmiş fakat sonlandırılmamış veya vazgeçilmiştir.	Sonuca ulaşmak için geliştirilen yöntem/modellerde bir takım küçük hatalar yapılmıştır.	Doğru yöntem/model seçilmiş ve geliştirilmiştir. Geliştirilen yöntemle/modelle sonuca ulaşılmıştır.
<b>MATEMATİKSEL İŞLEM YAPABİLME</b>	Çözümüne ulaşırken uygun matematiksel işlemler seçilmiş fakat herhangi bir işlem yapılmamıştır.	Çözümüne ulaşırken uygun matematiksel işlemler seçilmiş fakat işlemlerde bir takım hatalar yapılmıştır.	Çözümüne ulaşırken uygun matematiksel işlemler seçilmiş ve doğru olarak uygulanmıştır.
<b>RAPOR YAZABİLME</b>	Rapor, çözüm süreci hakkında herhangi bir bilgi vermemektedir.	Rapor, çözüm süreci hakkında sınırlı şekilde bilgi vermekte ve okuyucu tarafından yeteri kadar anlaşılmamaktadır.	Rapor, çözüm süreci hakkında yeteri kadar bilgi vermekte ve okuyucu tarafından net şekilde anlaşılmamaktadır.
<b>SUNUM YAPABİLME</b>	Öğrenciler yaptıkları sunumda çözüm süreci hakkında sınıfa yeteri kadar bilgi verememiş veya yöntemlerini açıklayamamışlardır.	Öğrenciler yaptıkları sunumda çözüm süreci hakkında sınıfa bilgi vermiş fakat yöntemlerinin ve modellerinin doğruluğunu savunamamışlardır.	Öğrenciler yaptıkları sunumda çözüm süreci hakkında sınıfa bilgi vermiş, yöntemlerinin ve modellerinin doğruluğunu gerekçelendirerek savunmuşlardır.
<b>GRUPLA BERABER ÇALIŞABİLME</b>	Gruptaki öğrenciler bireysel çalışmayı tercih etmişlerdir.	Gruptaki bazı öğrenciler bireysel olarak çalışmış, arkadaşlarını dinlememiş, görüş bildirmemiş veya birlikte alınan karara katılmamıştır.	Gruptaki her öğrenci bireysel olarak arkadaşlarını dinlemiş, eleştirel görüş bildirmiş, birlikte tartışmış ve birlikte karar vermişlerdir.