

## DÜMF Mühendislik Dergisi

web: http://dergipark.gov.tr/dumf

# Elastik mesnetli yarı-rijit bağlantılı düzlemsel çerçevelerin stabilite ve ikinci mertebe analizi

#### Halil GÖRGÜN

Dicle Üniversitesi, İnşaat Mühendisliği Bölümü, Diyarbakır

#### Senem YILMAZ ÇETİN\*

Dicle Üniversitesi, İnşaat Mühendisliği Bölümü, Diyarbakır senyilmaz@dicle.edu.tr ORCID:, Tel: (412) 241 10 00 (3554)

#### Serpil ÇELİK

Dicle Üniversitesi, İnşaat Mühendisliği Bölümü, Diyarbakır

Geliş: 28.04.2017, Kabul Tarihi: 01.06.2017

## Öz

Bu çalışmada, kayma deformasyonlarının etkisi de göz önüne alınarak elastik mesnetli ve birleşim noktalarına doğrusal elastik dönel yaylarla bağlı kiriş-kolon elemanlardan oluşan düzlemsel çerçevelerin doğrusal ve doğrusal olmayan analizi yapılmış ve bu konuda daha önce hazırlanan tasarım amaçlı bir bilgisayar programı modifiye edilmiştir. Önce, birinci ve ikinci mertebe teorileri kullanılarak uç kısımlarında doğrusal elastik dönel yaylar bulunan kiriş-kolon elemanlara ait eleman rijitlik matrisleri eksenel kuvvetin sıfır, basınç ve çekme durumları için ayrı ayrı elde edilmiştir. Daha sonra eksenel kuvvetin sıfır ve diferansiyel denklemler yardımıyla eksenel kuvvetin basınç ve çekme durumları dikkate alınarak üniform yayılı yük, tekil yük, doğrusal değişen yayılı yük, simetrik yamuk şeklinde yayılı yük ve son olarak simetrik olmayan üçgen şeklinde yayılı için ankastrelik uç kuvvetleri bulunmuştur. Bazı problemleri değişik şekillerde çözerek, modifiye edilen bilgisayar programın doğruluğu sonuçların uyumu ile gösterilmiştir. Bu araştırmadaki yöntemle literatürdeki bazı örnekler ele alınmış ve sayısal sonuçların literatürdekilerle uyum içinde oldukları görülmüştür. İncelenen örneklerde yay katsayılarının değişimine bağlı olarak bazı elastostatik büyüklüklerin değişimi incelenerek tablolarla sunulmuştur.

Anahtar Kelimeler: Kayma deformasyonları; elastik mesnet; birleşim noktaları; birinci mertebe teorisi; ikinci mertebe teorisi; dönel yaylar

<sup>\*</sup> Yazışmaların yapılacağı yazar

## Giriş

Yüksek mukavemetli beton ve çelik üretimi ve betonarme kesit hesaplarının taşıma gücü yöntemine göre yapılması, geçmişe oranla, daha ince, narin ve çok katlı betonarme elemanların üretilebilmesini olanaklı kılmıştır. Kat sayısının artması, ince kat döşemeleri kullanılması, alt katlarda kolon boyutlarının büyümesi yatay deplasmanların artmasına sebep olmaktadır. Düşey yükler için tasarlanmış kolonlar yatay yüklerden dolayı oluşan eğilme momentlerini karşılayamadıklarından, bu etkilere karşı dayanımı arttırmak için kolonlara göre daha yüksek eğilme rijitliklerine (EI) sahip perde duvarlar yapı planında uygun yerlere verleştirildikleri takdirde, yatay yüklere karşı dayanımı da ekonomik olarak sağlar. Asansör çevresine ve/veya merdiven boşluklarına verleştirilen bu tip duvarlara kesme duvarları (shear walls) denmektedir (Dincer 1989, Karacan 2011, Çelik 2012).

durumlarda bağlantı kirişlerinin Bazı ve perdelerin kesit yükseklikleri, açıklıklarının yanında oldukça büyük değerler aldığından dolayı perde elemanları eğilme deformasyonlarının vanında kayma deformasyonlarının etkisi önemlidir. Şekil 1' de görüldüğü gibi yapı sistemleri ile ilgili çerçeveleri analizlerde olusturan cubuk elemanları tam rijit ya da mafsallı kabul edilerek çözüm yapılır ancak bazı durumlarda özellikle prefabrik yapılarda ve çelik konstrüksiyonlu yapılarda kirişlerin kolonlara birleşim yerlerin da mafsallı davranmadığı tam rijit ya görülmektedir. (Aksoğan ve Akkaya 1991, Aksoğan ve Görgün 1993, Yılmaz 2008, Karacan 2011, Kaymak 2012, Celik 2012). Ayrıca Şekil 2'de görüldüğü gibi kolon temel birleşim yerlerinin de tam rijit olarak

birbirlerine bağlı varsayımına uygun davranmadıkları görülmektedir. Böyle durumlarda yapı analizleri kiriş-kolon ve kolontemel bağlantı noktaları deneysel ve benzeri yöntemlerle hesaplanan eşdeğer dönel yay sabitleri kullanılarak gerçekleştirilir. Bu amaçla bir bilgisayar calısmada programi hazırlanmıştır. Rijitlik matrisi yöntemi kullanılarak, kayma şekil değiştirmeleri de katılmıştır ankastrelik hesaba ve uç kuvvetlerinin elde edilmesi incelenmistir. İkinci mertebe teorisi kullanılarak ve elastik mesnetli bir çubuğun rijitlik matrisi diferansiyel denklemler yardımıyla hesaplanarak hazırlanan bilgisayar programında çerçevelerin statik analizi yapılabilmektedir.

Genellikle mühendislik ve yapı analizlerinde karşılaşılan pek çok problem lineerleştirme yoluyla çözülmüştür. Fakat teknolojinin ilerlemesi, yüksek dayanımlı malzeme ve narin yapılar yapılma ihtiyacı nedeniyle mühendisler nonlineer analiz uygulamaya yönelmişlerdir. Bu çalışmada da ikinci mertebe teorisi kullanılarak geometrik nonlineerlik incelenmiştir.

Yapı sistemlerinde malzeme elastisite modülü ve elamanların mesnetleniş şekli ve atalet momentine bağlı olarak yük belli düzeye çıkınca sistemin lineer davranışı bozularak eğilme momentinin artması analizin nonlineeer olmasına neden olur. Değişen bu yük düzeni etkisiyle yapının rijitlik matrisi değişmektedir. Yapının bilinen rijitlik matrisine gelen katkıya geometrik rijitlik matrisi ve elastik rijitlik matrisi ile toplamına da bileşke rijitlik matrisi denir.



Şekil 1. Yapı sistemlerindeki kiriş-kolon bağlantı şekilleri

Bu tür nonlineerliğin hesaplara katılması ile yapılan analize ikinci mertebe hesabı veya nonlineer analiz denir. Uygulanan yöntem, rijitlik matrisinin her yük adımında yeniden oluşturulması şeklinde olmaktadır.

Bilgisayar için programlama mümkün olduğundan, denklemlerin yazılışı ve çözümü bilgisayar tarafından çok hızlı ve yanlışsız olarak yapılabilmektedir. Ayrıca rijitlik matrisinde büyük en elemanlar köşegen üzerinde bulunduğundan çözümde doğruluk derecesi yüksektir (Dinçer 1989).

Bu çalışmanın yapılış nedeni yukarıda bahsedilen özelliklerin ayrı ayrı ele alınmasının birleştirilmesidir. Bu çalışma (Yılmaz 2008, Karacan 2011, Çelik 2012, Kaymak 2012) yapılan Yüksek Lisans Tez çalışmalarının devamı olup, o tezlerde dikkate alınan bütün özelliklere ek olarak bu çalışmada yukarıda bahsedilen kolon-temel bağlantılarının elastik dönel yaylarla bağlı oldukları dikkate alınmıştır (Şekil 2).



Şekil 2. Yapı sistemlerindeki kolon-temel bağlantı şekli

Şekil 2'deki kolon temel bağlantısında;

a: temel uzunluğunu,

k: yay katsayısını,

w: zeminin düşey yerdeğiştirmesini,

S: temel zeminin yüzey reaksiyonunu,

x1: yatay koordinatı,

ø: Temelin dönme eğimini göstermektedir.

## Teorik çalışma

Bu çalışmada aşağıda verilen bazı kabuller dikkate alınarak yöntem uygulanmıştır.

1. Yapı malzemesi doğrusal elastik, homojen ve izotroptur.

2. Çubuk elemanı sabit enkesitli ve doğru eksenlidir.

3. Dış yükler statiktir.

4. Süperpozisyon geçerli değildir.

5. Geometrik nonlineerlik hesaba katılacaktır.

6. Çubuk kesitinde kayma merkezi ile ağırlık merkezi çakışmaktadır.

7. Kullanılan dönel yay modeli doğrusal elastik ve yay boyu sıfır alınmıştır.

8. Dönel yaylarda sadece bağıl dönmeler göz önüne alınmıştır.

Bu çalışmada kullanılan yöntem, açı metodu olarak adlandırılan ve deplasmanları belli olmayan klasik metodun geliştirilmiş şeklidir. Rijitlik matris yöntemi olarak bilinen ve bir taşıyıcı elemanın  $N \times N$  adet rijitlik etki katsayısını içeren ve serbestlik derecesi N olan bir taşıyıcı sitemde, N adet düğüm deplasmanını sisteme etkiyen yük vektörüne bağlayan bir kare matristen oluşmaktadır.

Elemanın her iki ucunda uygulanan tek tek birim deplasmanlar altında meydana gelen tepkilere çubuk elemanın rijitlik etki katsayıları denir. Belirli bir doğrultuda birim deplasman oluşması için taşıyıcı sisteme bir kuvvet uygulanarak olusacak deplasmanın ve uygulanacak kuvvetin doğrultu, yön ve uygulama noktalarının açık olarak belirtilmesi gerekir. Şekil 3 ve Şekil 4 te görüldüğü üzere işaret kabulüne göre elemanın bütün serbestlik dereceleri bir okla ve okun başı, kabul edilen işaret kuralına göre pozitif yönü göstermektedir. Ayrıca kuvvetler ve ötelenmeler için doğru, dönmeler için eğri oklar kullanılarak bütün oklar sıra ile numaralandırılır. Rijitlik matrisi hesaplarken bir elemanlarını deplasmana karşılık gelene birim ve diğerlerine sıfır değeri verilir. Eleman rijitlik denklemi elemanın i ve j kuvvet uçlarındaki ve deplasman kolon vektörleri alt alta getirilerek oluşturulur:

$$\begin{bmatrix} P_i \\ -- \\ P_j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{ii} & k_{jj} \\ -- & -- \\ k_{ji} & k_{jj} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d_i \\ -- \\ d_j \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} f_i \\ -- \\ f_j \end{bmatrix}$$
(1)

ve [p] = [k][d] + [f] sembolik formada gösterim şeklidir. Rijitlik etki katsayılarının, çubuğu uç deplasmanlarını uç kuvvetlerine bağladığı görülmektedir. Eleman rijitlik matrisi, sistemi oluşturan her eleman için yazılır. Burada [p], [k], [d] ve [f] sırası ile uç kuvvetleri kolon vektörü, eleman rijitlik matrisi, uç deplasmanları kolon vektörü ve ankastrelik uç kuvvetleri kolon vektörüdür.



Şekil 3 İşaret kabulü



Şekil 4. Eleman koordinatlarında eleman uç deplasmanları, uç kuvvetleri ve ankastrelik uç kuvvetleri

Ortak bir koordinat takımı taşıyıcı sistem için seçilerek her bir çubuk elemanı için elde edilen uç kuvvet deplasman ilişkisi bu ortak koordinat takımında yazılır. Eleman rijitlik matrisleri oluşturulduktan sonra kodlama tekniği ile sistem rijitlik matrisi elde edilir.

Eleman rijitlik denklemlerinde sistem koordinatlarında verilen D yer değiştirmeleri ve her elemanın uygunluk denklemleri, denge denklemlerinde yerine konularak, düğümlere etkiyen dış yükler ve deplasmanlar alt alta getirilerek sistem denge denklemleri oluşturulur.

$$[P] = [K][D]$$
(2)

Düğüm noktalarındaki dış yük P ve sistemin rijitlik matrisi K bilindiğine göre deplasman D bu ifadeden bulunur.

Elastik mesnetli yarı-rijit bağlantılı çerçevelerin rijitlik etki katsayıları eksenel kuvvetin basınç ve çekme olması halinde incelenecektir.



Şekil 5. İşaret kabulü

Şekil 5'te görülen L uzunluğundaki, doğru eksenli ve sabit kesitli çubuğun eğilme ve kayma rijitlikleri sabit olup sırasıyla,

$$\mathbf{k}_{\mathrm{m}} = \mathrm{EI} \tag{3}$$

$$k_t = kGA = GA_s \tag{4}$$

Denklem 3 te EI: Kesit eğilme rijitliğini, E: elastisite modülünü ve Denklem 4 de G: kayma modülünü, I: atalet momentini, A: kesit alanını ve k: kesit şekline bağlı bir sabiti göstermektedir.

Şekil 5 te L uzunluğundaki çubuğun i ucuna etkiyen P, V,  $m_1$  uç kuvvetleriyle ve j ucuna etkiyen P, V,  $m_2$  uç kuvvetlerinin pozitif yönlerini göstermektedir. Ayrıca  $\theta_1$  ve  $\theta_2$  uç dönmeleri, eksene dik  $\boldsymbol{y}$  yer değiştirmeleri M ve V kesit tesirlerinin pozitif yönlerini gösterir gösterir. Eğilme momenti için denge denklemlerinden aşağıdaki ifade elde edilir:

$$\mathbf{M} = -\mathbf{m}_1 + \mathbf{V}\mathbf{x} \pm \mathbf{P}\mathbf{y} \tag{5}$$

Denklem 5 te eksenel kuvvet basınç olması durumunda P pozitif, çekme durumu olması halinde P negatif alınır. Ayrıca eksenel kuvvetin çekme olması halinde diferansiyel işlemler sonucu oluşan genel denklem aşağıda gösterildiği gibi hiperbolik fonksiyona dönüşmektedir,

$$y = A \sinh(\alpha x) + B \cos h(\alpha x) + \frac{V}{P} x - \frac{m_1}{P} \qquad (6)$$

Doğrusal olmayan analize ait eleman rijitlik matrisi etki katsayıları hesaplanırken yapılan tüm hesaplamalarda düğüm noktalarına dönel yaylarla bağlı ve uçlarında rijit bölgeler bulunan çubukların kayma deformasyonlarının etkisi de göz önünde tutulmuştur.

i ve j uçlu çubuk elemanlarının rijitlik matrisi,

$$\mathbf{k} = \begin{bmatrix} \mathbf{k}_{ii} & \mathbf{k}_{ij} \\ \mathbf{k}_{ji} & \mathbf{k}_{jj} \end{bmatrix}$$
(7)

olduğuna göre aşağıdaki kısaltmalar yapılarak eksenel kuvvetin çekme olması halinde eleman rijitlik matrisinin etki katsayıları matris formunda verilmektedir. Eksenel kuvetin basınç olması haline ait değerler Çelik (2013)'den temin edilebilir.

$$\mathbf{k}_{ii} = \begin{bmatrix} \frac{\mathbf{E}\mathbf{A}}{\mathbf{L}} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \frac{\mathbf{E}\mathbf{I}\chi_1}{\mathbf{L}^3\Omega} & \frac{\mathbf{E}\mathbf{I}\chi_2}{\mathbf{L}^2\Omega} \\ \mathbf{0} & \frac{\mathbf{E}\mathbf{I}\chi_2}{\mathbf{L}^2\Omega} & \frac{\mathbf{E}\mathbf{I}\chi_4}{\mathbf{L}\Omega} \end{bmatrix}$$
(8)

$$k_{ji} = \begin{bmatrix} -\frac{EA}{L} & 0 & 0\\ 0 & -\frac{EI\chi_{1}}{L^{3}\Omega} & -\frac{EI\chi_{2}}{L^{2}\Omega}\\ 0 & \frac{EI\chi_{3}}{L^{2}\Omega} & \frac{EI\chi_{5}}{L\Omega} \end{bmatrix}$$
(9)  
$$k_{ij} = \begin{bmatrix} -\frac{EA}{L} & 0 & 0\\ 0 & -\frac{EI\chi_{1}}{L^{3}\Omega} & \frac{EI\chi_{3}}{L^{2}\Omega}\\ 0 & -\frac{EI\chi_{2}}{L^{2}\Omega} & \frac{EI\chi_{5}}{L\Omega} \end{bmatrix}$$
(10)  
$$k_{jj} = \begin{bmatrix} \frac{EA}{L} & 0 & 0\\ 0 & \frac{EI\chi_{1}}{L^{3}\Omega} & -\frac{EI\chi_{3}}{L^{2}\Omega}\\ 0 & -\frac{EI\chi_{3}}{L^{2}\Omega} & \frac{EI\chi_{3}}{L^{2}\Omega} \end{bmatrix}$$
(11)

Burada;  $\psi = \alpha L$ ,  $\delta = 1 + P/GA_s \beta_1 = \frac{1}{4k_1}$ , ve  $\beta_2 = \frac{1}{4k_2}$  dir.

$$\chi_{1} = \psi^{3}\delta^{2} \left\{ \left( 1 + \psi^{2}\beta_{1}\beta_{2} \right) \sinh\psi + \psi \left( \beta_{1} + \beta_{2} \right) \cosh\psi \right\} \\\chi_{2} = \psi^{2}\delta \left( \psi\beta_{2} \sinh\psi + \cosh\psi - 1 \right) \\\chi_{3} = \psi^{2}\delta \left( \psi\beta_{1} \sinh\psi + \cosh\psi - 1 \right) \\\chi_{4} = -\psi \left\{ \left( 1 - \psi^{2}\delta\beta_{2} \right) \sinh\psi - \psi\delta\cosh\psi \right\}$$
(12)  
$$\chi_{5} = -\psi \left( \psi\delta - \sinh\psi \right) \\\chi_{6} = -\psi \left\{ \left( 1 - \psi^{2}\delta\beta_{1} \right) \sinh\psi - \psi\delta\cosh\psi \right\} \\\Omega = \psi \left\{ \delta \left( \psi^{2}\beta_{1}\beta_{2} + 1 \right) - \beta_{1} - \beta_{2} \right\} \sinh\psi \\- \left\{ 2 - \psi^{2}\delta \left( \beta_{1} + \beta_{2} \right) \right\} \cosh\psi + 2$$

#### Sayısal sonuçlar

Şekil 8 de gösterilen örnek problem modifiye edilen bilgisayar programı cözülerek veriler ve cıktılar tablolar halinde verilmistir. Bu problemde, yatay ve düşey yüklere maruz tek açıklıklı iki katlı bir çerçeve incelenmiştir. Bu örnek, daha önce Aristizabal-Ochoa (2012) tarafından birinci ve ikinci mertebe analizi için çözülmüş olup, lineer analize karşı gelen 1. iterasyon sonuçları ve problemin nonlineer analize karşı gelen ikinci iterasyon ve üçüncü iterasyon sonucunda elde edilen analiz sonuçları Tablo 1'de karşılaştırılmış ve sonuçların uyumlu olduğu gözlenmiştir. Örnek problemin yükleme durumu ve kodlama durumu sırasıyla Şekil 8 ve Şekil 9'da verilmiştir. Kayma deformasyonları etkileri, Timoshenko kiriş teorisi (v=0.3), göz önüne alınan çerçevede elastik mesnet dönel rijitliği S = 7065 kNm/rad(Kolon-temel arasındaki elastik mesnetler için dönel yay sabitleri 6.75), diğer düğüm noktaları için kirişkolon dönel yay katsayıları 1.75 olarak verilmiştir. Birinci, ikinci ve üçüncü iterasyon elde edilen düğüm elastik analizinde deplasmanları sonuçları Tablo 2'de verilmiştir. Aynı örnek Tablo 3'de elastik mesnet dönel rijitliği  $S = \infty (= 1E9 \text{ kNm/rad})$  (Kolon-temel arasındaki elastik mesnetler için dönel yay sabitleri 1E9), diğer düğüm noktaları için kirişkolon dönel yay katsayıları 1.75 alınarak cözülmüstür. Problemin diğer iterasyonları icin de çözümler yapılarak elde edilen ikinci mertebe elastik analizin eleman uç kuvvetlerinin sonuçları Tablo 3'de karşılaştırılmış olup, böylece elastik mesnetlerdeki dönme rijitliğinin uç momentleri üzerindeki etkisi incelenmiştir.





Şekil 8. Örnek problemin yükleme durumu

Şekil 9. Örnek problemin kodlama durumu

**Tablo 1.** Örnek probleme ait elastik analizi sonunda bulunan yarı-rijit bağlı eleman uç momentlerinin karşılaştırılması

Eleman uç momentleri (kNm)												
	Birinci mertebe elastik analizi				İkinci mertebe elastik analizi (ikinci iterasyon)				İkinci mertebe elastik analizi (üçüncü iterasyon)			
Eleman	Aristizabal Ochoa (2012)		Bu çalışma		Aristizabal Ochoa (2012)		Bu çalışma		Aristizabal Ochoa (2012)		Bu çalışma	
	$\mathbf{M}_1$	$M_2$	$M_1$	$M_2$	$M_1$	$M_2$	$M_1$	$M_2$	$M_1$	$M_2$	$\mathbf{M}_1$	$M_2$
1	15.96	4.66	16.38	4.72	19.36	5.94	19.35	6.15	19.36	5.93	19.37	6.14
2	1.27	2.78	1.20	2.76	3.18	5.23	2.72	4.78	3.19	5.23	2.72	4.79
3	16.75	9.50	16.48	9.30	20.08	10.95	19.08	10.62	20.06	10.96	19.06	10.62
4	10.77	15.18	10.86	15.17	12.25	17.32	12.48	17.23	12.25	17.31	12.48	17.22
5	-5.94	-14.60	-5.92	-20.16	-9.12	-23.20	-8.87	-23.10	-9.12	-23.21	-8.86	-23.10
6	-2.78	-15.18	-2.76	-15.17	-5.23	-17.32	-4.78	-17.23	-5.23	-17.31	-4.79	-17.22

	Düğüm deplasmanları Yatay ve Düşey Deplasmanlar (m), Dönmeler (Radyan)								
Serbestlik dereceleri	Birinci mer (Birinci i	tebe analizi terasyon)	İkinci merte (İkinci ite	ebe analizi erasyon)	İkinci mertebe analizi (Üçüncü iterasyon)				
	Aristizabal Ochoa (2012)	Bu çalışma	Aristizabal Ochoa (2012)	Bu çalışma	Aristizabal Ochoa (2012)	Bu çalışma			
$\Theta_1$	-0.020630	-0.020760	-0.026878	-0.024924	-0.026867	-0.024918			
$\Delta_2$	-0.002	-0.001438	-0.002	-0.001359	-0.0016	-0.001359			
$\Delta_3$	0.053	0.052928	0.073	0.063975	0.073	0.063973			
$\Theta_4$	-0.017756	-0.017775	-0.022796	-0.020812	-0.022803	-0.020815			
$\Delta_5$	-0.003	-0.002600	-0.003	-0.002489	-0.003	-0.002489			
$\Delta_6$	0.115	0.114635	0.157	0.140022	0.157	0.140017			
$\Theta_7$	-0.016215	-0.016051	-0.021721	-0.020191	-0.021724	-0.020194			
$\Delta_8$	-0.002	-0.002127	-0.003	-0.002205	-0.003	-0.002205			
$\Delta_9$	0.053	0.052931	0.073	0.063985	0.073	0.063984			
$\Theta_{10}$	-0.007795	-0.007822	-0.011130	-0.010638	-0.011514	-0.010632			
$\Delta_{11}$	-0.004	-0.003570	-0.004	-0.003680	-0.004	-0.003680			
$\Delta_{12}$	0.115	0.114357	0.157	0.139747	0.157	0.139744			

**Tablo 2**. Örnek probleme ait birinci ve ikinci-mertebe elastik analizi sonunda bulunan yarı-rijit bağlı düğüm deplasmanlarının karşılaştırılması

**Tablo 3**. Örnek probleme ait ikinci mertebe elastik analizi sonunda bulunan yarı-rijit ve rijit bağlı eleman uç momentlerinin karşılaştırılması

	Eleman uç momentleri (kNm)									
Eleman	İkin	ci-mertebe e	lastik anali	İkin	İkinci-mertebe elastik analizi					
		(İkinci iter	asyon)		(Üçüncü iterasyon)					
	(S=7065 kN	(m/rad)	(S=1) kNm/i	E9 :ad)	(S=7 kNm	7065 n/rad)	(S=1E9 kNm/rad)			
	$m_1$	$m_2$	$m_1$	$m_2$	$m_1$	$m_2$	$m_1$	$m_2$		
1	19,35	6,15	18,99	5,48	19,37	6,14	19,02	5,47		
2	2,72	4,78	2,92	4,67	2,72	4,79	2,92	4,68		
3	19,08	10,62	19,87	10,31	19,06	10,62	19,85	10,31		
4	12,48	17,23	12,42	17,08	12,48	17,22	12,42	17,07		
5	-8,87	-23,10	-8,39	-22,73	-8,86	-23,10	-8,39	22,73		
6	-4,78	-17,23	-4,67	-17,08	-4,79	-17,22	-4,68	-17,07		

## Sonuçlar ve öneriler

Bu çalışmada, düğüm noktalarına dönel yaylarla bağlı çubuklardan oluşan elastik mesnetli yarırijit bağlı düzlemsel çerçevelerin stabilite ve ikinci mertebe analizinde geometrik nonlineerlik incelenmiştir. Timoshenko kiriş teorisi ve kayma şekil değiştirmeleri göz önüne alınarak modifiye edilen bilgisayar programı hazırlanmıştır. Gerçek çözüme uyumlu sonuçlar veren rijitlik matrisi yöntemi kullanılması ile hesaplanan geometrik doğrusal olmavan analizin kişisel bilgisayarlarla yapılabileceği anlaşılmıştır.

Yapı sistemlerinde iki boyutlu ince yapı elemanlarındaki düzlem içi kuvvetler belirli bir düzeyin altında kaldıkları sürece sistemin davranısı bozulmaz. doğrusal Özellikle nonlineer analize gerek duyulan problemler, yüksek dayanımlı malzemeler ile yapılan narin yapılar olup atalet momenti, elastisite modülü ve yapı elemanlarının mesnetlenis sekli belirli bir düzeye çıkınca iç kuvvetlerin eğilme momentlerine katkıları nedeniyle yapı elemanlarının rijitliğine etki ederek analizin nonlineer olmasına neden olur.

Yapılan bu çalışmada elastik mesnetli, uçlarında dönel yaylar bulunan düzlemsel çerçevelerin değişik yay katsayıları ile çözülüp karşılaştırılmasıyla aşağıdaki sonuçlar ortaya çıkmıştır.

• Yay katsayıları büyüdükçe uç momentler büyümekte, buna karsılık acıklık momenti küçüldüğü görülmektedir. Örneğin; Tablo 4'te görüldüğü üzere 1 ve 4 Nolu elemanlarda Yarı Rijit ve Rijit bağlantılar için sol uç momentleri karşılaştırılmakta ve yay katsayıları değerlerin büyüdükçe bu azaldığı görülmektedir. 1 nolu yarı-rijit bağlantı için moment değeri 19.37 kNm iken; bu değer rijit bağlantı için 19.02 kNm; 4 nolu yarı-rijit bağlantı için moment değeri 12.48 kNm iken; rijit bağlantı için değer 12.42 kNm olmaktadır.

Yay katsayıları büyüdükçe, sistem deplasmanları küçülmekte, yay katsayıları limit olarak sonsuz büyük değerler aldığı zaman ise sistem her yayla bağlı noktada rijit bağlıymış gibi davrandığı görülmektedir. 1. iterasyon için 7 deplasman nolu yatay yer değiştirme değeri;

S = 7065 kNm/rad için; (k<sub>1</sub>=k<sub>2</sub>=1.75); yatay yer değiştirme 5.293\*10<sup>-2</sup> m S =  $\infty$  (= 1E9 kNm/rad) için; (k<sub>1</sub> = k<sub>2</sub> =  $\infty$ ); yatay yer değiştirme 4.971\*10<sup>-2</sup> m olmaktadır.

 Sistemdeki yay katsayıları küçüldükçe, sistem deplasman değerleri büyümektedir. Yay katsayılarının sıfır limit değere varması durumunda sistem yay bulunan noktalarda mafsalla bağlıymış gibi davranmaktadır.

Kayma şekil değiştirmelerinin etkisi, yapı elemanlarının kesit yükseklikleri, açıklıklarının yanında oldukça büyük değerler aldığı zaman önemli olmaktadır. Ayrıca artan rijitlikleri nedeniyle lineer davrandıkları gözlenmiştir.

Bulunan sonuçlar hem kiriş-kolon uçlarındaki dönel yaylar, hem de kolon-temel uçlarında bulunan elastik mesnetler için geçerli olup, her iki durumda da yayların etkisi aynı olmaktadır.

### Kaynaklar

- Ackroyd, MR. ve Gerstle, K.H., (1983). Elastic stability of flexibly connected frames, *Journal of Structural Engineering*, ASCE, **109**, 1, 241-245.
- Aksogan, O., Akavcı, S.S. ve Görgün, H., (2005). Analysis of frames with flexible connections, *Çukurova Üniversitesi, Mühendislik-Mimarlık Fakültesi Dergisi*, **20**, 1, 1-11.
- Aksogan, O. ve Akkaya, F., (1991). A Computer program for the analysis of flexibly connected frames, *Çukurova Üniversitesi, Mühendislik-Mimarlık Fakültesi Dergisi*, **6**, 2, 25-41.
- Aksogan, O. ve Dinçer, R., (1991). Nonlinear analysis of planar frames with linear prismatic members having rigid end sections taking shear deformation into consideration, *Çukurova Üniversitesi, Mühendislik-Mimarlık Fakültesi* Dergisi, 6, 1, 125-137.
- Aksogan, O. ve Görgün, H., (1993). The nonlinear analysis of planar frames composed of flexibly connected members, *Çukurova Üniversitesi*, *Mühendislik-Mimarlık Fakültesi Dergisi*, **8**, 2, 117-129.
- Aristizabal-Ochoa, D,J., (2012). Matrix method for stability and second-order analysis of Timoshenko beam-column structures with semirigid connections. Eng. Struct., **34**, 289-302.
- Azizinamini, A. ve Radziminski, J.B., (1989). Static and cyclic performance of semi-rigid steel beamto-column connections, *Journal of Structural Engineering*, ASCE, **115**, 12, 2979-2999.
- Çelik, A., (2012). Kesme kuvvetini hesaba katarak uçlarında rijit bölgeler bulunan ve düğüm noktalarına dönel yaylarla bağlı çubuklardan oluşan düzlemsel çerçevelerin geometrik ve malzeme bakımından nonlineer analizi. Yüksek lisans tezi, DÜ Fen Bilimleri Enstitüsü, Diyarbakır.
- Çelik, S., (2013). Timoshenko kiriş-kolon elemanlardan oluşan yarı-rijit bağlı düzlemsel çerçevelerin stabilite ve ikinci-mertebe analizi için matris yöntemi. Yüksek lisans tezi, DÜ Fen Bilimleri Enstitüsü, Diyarbakır.

- Cunningham, R., (1990). Some aspects of semi-rigid connections in structural steelwork, *The Structural Engineer*, **68**, 5, 85-92.
- Girijavallabhan, C.V., (1969). Analysis of shear wall openings. *Journal of Structural Division*, ASCE, 95(10): 2093-2103.
- Görgün, H. ve Yılmaz, S., (2008). The nonlinear analysis of planar frames composed of flexibly connected members taking shear deformations into consideration, *Çukurova Üniversitesi*, *Mühendislik-Mimarlık Fakültesi Dergisi*, 23, 1, 15-28.
- Karacan, S. S., (2011). Kesme kuvvetini hesaba katarak uçlarında rijit bölgeler bulunan ve düğüm noktalarına dönel yaylarla bağlı çubuklardan oluşan düzlemsel çerçevelerin nonlineer analizi. Yüksek lisans tezi, DÜ Fen Bilimleri Enstitüsü, Diyarbakır.
- Kaymak, S., (2012). Kesme kuvvetini hesaba katarak uçlarında rijit bölgeler bulunan ve düğüm noktalarına dönel yaylarla bağlı çubuklardan oluşan düzlemsel çerçevelerin stabilite analizi. Yüksek lisans tezi, DÜ Fen Bilimleri Enstitüsü, Diyarbakır.
- Livesley, R.K., (1964). Matrix methods of structural analysis, Permagon Press, Inc., New York, N.Y.
- Monforton, A.R. ve Wu, T.S., (1963). Matrix analysis of semi-rigidly connected frames, *Journal of Structural Division*, ASCE, **89**, 13-42.
- Popov, E.P., Petersson, H. and Le, D.Q., (1979). Program Subwall, Finite element analysis of structural walls. ACI Journal, 76, 30, 679-696.
- Romstad, K.M. ve Subramanian, C.V., (1970). Analysis of frames with partial connection rigidity, *Journal of Structural Division*, ASCE, **96**, 2283-2300.
- Stelmack, T.W., Marley, MJ. ve Gerstle, KR., (1986). Analysis and tests of flexibly connected steel frames, *Journal of Structural Engineering*, ASCE, **112**, 7, 1573-1588.
- Yu, CR. ve Shanmugam, N.E., (1986). Stability of frames with semi-rigid joints, *Comput. Struct.*, 23, 5, 639-648.

### Geometrically nonlineer analysis of plane frames composed of members with rigid end sections flexibly connected to the nodes and bases

#### **Extended** abstract

In the current study, the geometrically nonlineer analysis of frames composed of members with rigid end sections flexibly connected to the nodes and bases has been carried out taking into consideration the effect of shear deformations and a pertinent computer program has been prepared. The importance and the reasons why the research been carried out has been explained. Previous studies related and similar to these subjects are mentioned. Assumptions and notations used in this study are mentioned. Stiffness matrix method is explained in general form for rigid end sections. Using second order theory, the member stiffness matrix for a bar with rotational springs at its ends has been obtained taking into consideration the effect of shear deformations.

Using pertinent differential equations, the fixed end forces with rotational springs at its ends have been found taking into consideration the effect of shear deformations for uniformly distributed load, concentrated load, linearly distributed load, symmetrical trapezoidal distributed load and nonsymmetrical triangular distributed load.

Explanations concerning the computer program are given. Information concerning how to run the computer program and numerical example is given. The results obtained from this study are presented. The validity of the implemented computer program has been proved by solving some example problems in different ways and showing the match between the results. Problems, in the literature, which are special cases of the problems treated in this study, were solved by the present computer program and the match of the results has been observed. Using the implemented computer program and solving some examples the variations of some elastostatic quantities with the spring constants have been examined and presented.

In this study, plane frames with members having rotational springs at the ends have been solved with different spring constants and comparisons among results have shown the following facts.

• As the spring constants in the system decrease the displacements increase. In the limit when the spring constants reach the zero value the system behaves as if there are hinges at points where there are springs.

• As the spring constants increase the displacement decrease. In the limit when the system constants take infinitely large values the system behaves as if there are rigid connections at points where there are springs.

• As the spring constants increase the span moments for the beams decrease, but the end moments to the contrary, increase.

• The above results are also valid for the column-bases connections with elastic supports.

**Keywords:** Shear Deformations, Elastic supports, Rigid End Sections, Flexural Springs, Geometrical Nonlinearity.