



Matematik Öğretmeni Adaylarının Teknolojik, Pedagojik ve Matematik Alan Bilgisine Kavramsal Bir Bakış¹

A Conceptual Perspective on Pre-service Mathematics Teachers' Technological, Pedagogical, and Mathematical Content Knowledge

Melike YİĞİT KOYUNKAYA , Prof. Dr., Dokuz Eylül Üniversitesi, melike.koyunkaya@deu.edu.tr

Ekin ALTIKARDEŞ , Arş. Gör., Dokuz Eylül Üniversitesi, ekin.altikardes@deu.edu.tr

Berna TATAROĞLU TAŞDAN , Doç. Dr., Dokuz Eylül Üniversitesi, berna.tataroglu@deu.edu.tr

Geliş tarihi - *Received*: 19 Ocak 2025
Kabul tarihi - *Accepted*: 19 Ağustos 2025
Yayın tarihi - *Published*: 28 Aralık 2025

¹Bu çalışma Dokuz Eylül Üniversitesi Bilimsel Araştırma Projeleri (BAP) Koordinasyon Birimi tarafından desteklenen 2019.KB.EGT.003 numaralı projeden üretilmiştir.

Yiğit Koyunkaya, M., Altıkardes, E. ve Tataroğlu Taşdan, B. (2025). Matematik öğretmeni adaylarının teknolojik, pedagojik ve matematik alan bilgisine kavramsal bir bakış, *Batı Anadolu Eğitim Bilimleri Dergisi*, 16(3), 3598-3634. DOI. 10.51460/baebd.1623061



Öz. Bu çalışmanın temel amacı, matematik öğretmenleri ve öğretmen adaylarının teknolojik, pedagojik ve matematik alan bilgilerini (TPMAB) ve bu bilginin alt bilgi türlerini tanımlamak, belirlemek, incelemek ve geliştirmek amacıyla kullanılabilecek kavramsal bir bakış sağlayarak bir çerçeve geliştirmektir. Bu çalışmada, nitel araştırma yönteminin kural ve özellikleri kapsamında, Jabareen (2009) tarafından belirlenen aşamalar dikkate alınarak TPMAB çerçevesi geliştirilmiştir. İlk aşama olarak, var olan literatür taranmış, sınıflandırılmış ve bir taslak kavramsal TPMAB çerçevesi oluşturulmuştur. Çalışmanın verileri, yazarlardan biri tarafından verilen ve içeriği TPMAB taslak çerçevesi kapsamında hazırlanan “Matematik Yazılımları” dersinde 16 hafta boyunca (her hafta 4 saat) toplanmıştır. Çalışmanın katılımcıları, bu dersi alan 15 ortaöğretim matematik öğretmeni adaydır. Uygulama süresi boyunca, öğretmen adaylarına teknolojinin matematik eğitime entegre edilmesi, çeşitli matematik/geometri yazılımlarının kullanılması, eğitimde kullanılan interaktif uygulamalar, web siteleri ve çeşitli teknolojik uygulamalar tanıtılmıştır. Öğretmen adayları tarafından geliştirilen GeoGebra etkinlikleri ve ders planları, bu etkinliklerin ve ders planlarının sunum video kayıtları, bu etkinlikler ve ders planları ile ilgili serbest yazılar ve gözlem notları çalışmanın veri grubunu oluşturmaktadır. Kavramsal çerçeve geliştirme kapsamında veriler betimsel analiz yöntemiyle analiz edilmiştir. Geliştirilen çerçevenin matematik öğretmenlerinin ve öğretmen adaylarının teknolojik, pedagojik, matematik alan bilgilerinin belirlenmesi, incelenmesi ve geliştirilmesi için amacıyla gerçekleştirilecek çalışmalar için faydalı olması beklenmektedir.

Anahtar Kelimeler: Teknolojik pedagojik alan bilgisi, TPAB, Matematik öğretmeni adayı, Matematik eğitiminde teknoloji entegrasyonu.

Abstract. The main purpose of this study is to develop a framework that provides a conceptual perspective with the aim of defining, identifying, examining, and enhancing mathematics teachers' and prospective teachers' Technological, Pedagogical, and Mathematical Content Knowledge (TPMCK) and its sub-components. The TPMCK framework was developed by following the principles of qualitative research and the steps outlined by Jabareen (2009). First, the existing literature was reviewed and categorized, and a draft conceptual TPMCK framework was constructed. Data for the study were collected during a 16-week course (4 hours per week) titled *Mathematics Software*, which was delivered by one of the authors and designed around the draft TPMCK framework. The participants consisted of 15 pre-service secondary mathematics teachers enrolled in this course. During the course, the pre-service teachers were introduced to technology integration in mathematics education through various mathematics and geometry software, interactive applications, websites, and other technological tools. The data included GeoGebra tasks and lesson plans designed by the participants, video recordings of their implementation, written reflections, observation notes, and interview transcripts. The data were analyzed using descriptive analysis methods. The framework is expected to support the definition, examination, and improvement of TPMCK among in-service and pre-service mathematics teachers. In addition, it aims to contribute to the development of the components and content of conceptual frameworks in mathematics education.

Keywords: Technological pedagogical content knowledge, TPACK, Pre-service mathematics teachers, Technology integration in mathematics education.



Extended Abstract

Introduction. Recent research, standards, and curricula highlight the significant contributions of technology to mathematics teaching and learning. Consequently, enhancing both in-service and pre-service mathematics teachers' technological knowledge—alongside their pedagogical and content knowledge—is essential for the effective use of technology and digital tools in educational settings. A substantial body of literature has examined, measured, and developed mathematics teachers' Technological, Pedagogical, and Content Knowledge (TPACK). Most of these studies adopt the TPACK framework developed by Mishra and Koehler (2006) as their conceptual foundation. While existing research has investigated teachers' knowledge in various contexts, it has primarily focused on general assessments of knowledge levels using TPACK. However, evidence suggests that content knowledge within different domains requires distinct consideration. In line with Shulman's (1986) emphasis on discipline-specific perspectives, this study argues that mathematics teachers' knowledge should be examined specifically within the domain of mathematics education. Therefore, the primary aim of this study is to develop a conceptual framework to define, identify, examine, and enhance in-service and pre-service mathematics teachers' Technological, Pedagogical, and Mathematical Content Knowledge (TPMCK) and its components.

Method. A qualitative research design was adopted. The development of the TPMCK framework followed the principles of qualitative research and the steps for conceptual framework development outlined by Jabareen (2009). First, a comprehensive literature review was conducted and categorized, leading to the creation of a draft conceptual framework. Data for the study were collected through a 16-week *Mathematics Software* course (4 hours per week), designed and taught by one of the authors in alignment with the draft framework. The participants were 15 pre-service secondary mathematics teachers. Throughout the course, participants engaged with various digital tools—including mathematics and geometry software, interactive applications, and educational websites—to explore ways of integrating technology into mathematics instruction. The data consisted of GeoGebra tasks and lesson plans designed by participants, video recordings of their implementation, written reflections, observation notes, and interview transcripts. Descriptive analysis methods were applied to examine the data, and expert feedback was obtained to ensure the validity of the framework.

Results. A framework designed for mathematics education was developed, building on the widely used TPACK framework while adapting it to the specific requirements of mathematics teaching and learning. Informed by Shulman's (1986) argument that disciplinary knowledge should be evaluated within its own context, the study presents the components and content of a conceptual framework designed to define, identify, and improve mathematics teachers' technological, pedagogical, and mathematical content knowledge.

Discussion and Conclusion. Although numerous studies have employed the TPACK framework, the framework developed in this study extends existing research by providing a mathematics-specific model for examining and enhancing teachers' professional knowledge. The proposed framework aims not only to identify and develop TPMCK and its subcomponents across different teacher profiles, but also to serve as a foundation for designing teacher education courses, instructional modules, and professional development programs.

Batı Anadolu Eğitim Bilimleri Dergisi, (2025), 16 (3), 3598-3634.
Western Anatolia Journal of Educational Sciences, (2025), 16 (3), 3598-3634.
Araştırma Makalesi / Research Paper



In addition to informing pre-service teacher education at the university level, the framework can guide the development of in-service training initiatives organized by the Ministry of National Education. By clarifying the components of TPMCK, it has the potential to shape the design and content of programs that foster mathematics teachers' ability to effectively integrate technology into their teaching practice.



Giriş

Matematik eğitiminin odak noktalarından biri, matematiğin öğretme ve öğrenme sürecinde teknolojik araçların kullanımının rolü ve etkilerini incelemektir. Teknoloji alanındaki gelişmelerin çeşitli standartlara ve öğretim programlarına (örneğin, Matematik için Ortak Çekirdek Eyalet Standartları (Common Core State Standards for Mathematics) [CCSSM], 2010; Millî Eğitim Bakanlığı [MEB], 2013, 2018, 2024) yansımaları olarak, matematik eğitiminde teknoloji kullanımının faydaları ve gerekliliği vurgulanmaktadır. Alan yazında, teknolojinin matematik öğretme ve öğrenmeye etkilerine odaklanan çok sayıda çalışmaya rastlanmaktadır. Bu çalışmalar, teknolojik araçların somutlaştırma, görselleştirme, ispat yapma, matematiksel düşünme ve akıl yürütmeyi destekleme gibi özellikleriyle öğrenciler ve öğretmenler arasında verimli bir etkileşim ortamı kurulmasına katkı sağladığını ve hem öğrencilerin hem de öğretmenlerin farklı kazanımlar elde etmelerine imkân tanıdığını ortaya koymaktadır (Hohenwarter vd., 2008; Hollebrands, 2007; Laborde, 2001). Örneğin, matematik öğretmenlerinin derslerinde dinamik matematik yazılımları gibi teknolojik araçları kullanmaları, öğrencilerin matematiği daha kolay anlamalarını destekleyebilmektedir (Sinclair, 2003, 2004). Bu açıdan bakıldığında, teknoloji çağında yaşanan gelişmelerin öğretmenlerin sahip olması gereken bilgi türlerinde köklü değişimlere neden olduğu söylenebilir (Niess, 2008). Öğretmenlerin ve geleceğin öğretmenleri olacak öğretmen adaylarının günümüz eğitim sistemine uyum sağlayabilmeleri için yalnızca pedagojik ve alan bilgilerini değil, aynı zamanda teknoloji bilgilerini de geliştirmeleri önemlidir (Yiğit Koyunkaya, 2017). Bu kapsamda öğretmen yetiştirme programlarının içeriğine teknoloji destekli dersler eklenmekte ve öğretmenlere hizmet içi eğitimler verilerek öğretmen ve öğretmen adaylarının hem teknolojik hem pedagojik hem de alan bilgilerinin geliştirilmesi amaçlanmaktadır.

Mishra ve Koehler (2006), öğretmenlerin bu bilgi türlerini incelemek ve geliştirmek amacıyla Teknolojik, Pedagojik ve Alan Bilgisi (TPAB) çerçevesini geliştirmiştir. Ancak, bu çerçevenin matematik öğretmenlerinin yanı sıra farklı branşlardaki öğretmenlerin de TPAB'larını incelemek veya geliştirmek amacıyla kullanıldığı görülmektedir. Bu bağlamda, matematik öğretmenleri ve öğretmen adaylarının teknoloji ve matematik eğitimine özgü alan ve pedagojik bilgilerini belirleme ve geliştirme sürecinde kullanılabilecek kılavuz bir çerçeveye ihtiyaç duyulmaktadır. Buradan hareketle, bu çalışmanın temel amacı; matematik öğretmenleri ve öğretmen adaylarının teknolojik, pedagojik ve matematik alan bilgilerini (TPMAB) ve bu bilgilerin alt bileşenlerini belirlemek, incelemek ve geliştirmek amacıyla kullanılabilecek kavramsal bir çerçeve geliştirmektir. Bu çalışmaya yön veren araştırma sorusu şu şekildedir:

Matematik öğretmenlerinin ve öğretmen adaylarının teknolojik, pedagojik ve matematik alan bilgilerinin belirlenmesi, incelenmesi ve geliştirilmesi için kullanılacak bir kavramsal çerçevenin bileşenleri nelerdir ve bu bileşenlerin içerikleri nasıldır?

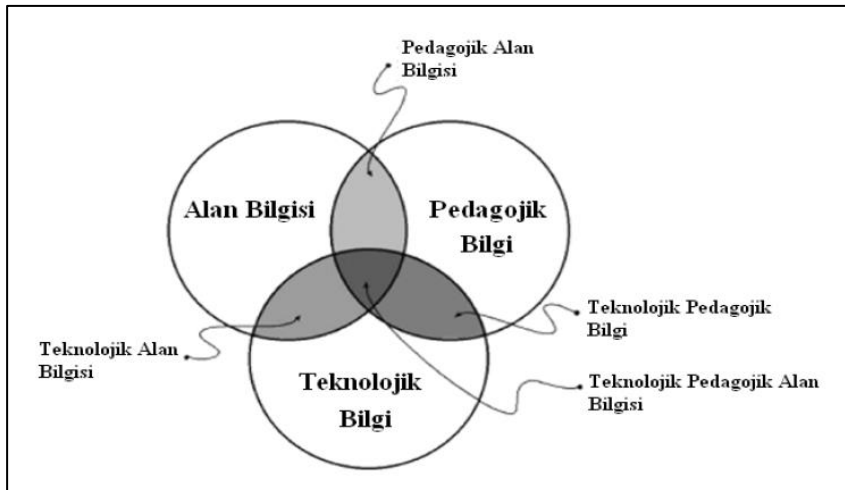
Geliştirilen çerçevenin, matematik öğretmenleri ve öğretmen adaylarının TPMAB düzeylerinin ve/veya alt bilgi türlerinin ölçülmesi ve incelenmesi amacıyla yapılacak çalışmalarda kavramsal dayanak olarak ele alınması hedeflenmektedir. Ayrıca, söz konusu çerçevenin matematik öğretmenleri ve öğretmen adaylarının alt bilgi türlerinin gelişimini amaçlayan öğretim modülleri, programları ve eğitimlerin tasarlanmasında kullanılabileceği öngörülmektedir.

İlgili literatür ve kavramsal çerçeve

Teknolojik Pedagojik Alan Bilgisi (TPAB) çerçevesi, Shulman'ın (1986) geliştirdiği Pedagojik Alan Bilgisi (PAB) kuramsal çerçevesi üzerine inşa edilmiştir. Shulman (1986, 1987), öğretmenlerin sahip olması gereken bilgi türlerinden hareketle PAB çerçevesini tanıtmıştır. PAB; Alan Bilgisi (AB), Pedagojik Bilgi (PB) ve bu iki bilgi türünün kesişiminden oluşmaktadır. Shulman'a (1986) göre PAB, "konuyu başkalarının anlaması için en kullanışlı şekillerde gösterebilme ve açıklayabilme bilgisi" (s. 9) olarak tanımlanmaktadır. Shulman'a göre;

- Alan Bilgisi (AB): Öğretmenin alanındaki kavramlar, olgular, disiplinin yapısı ve bu kavramların hangi durumlarda geçerliliğinin savunulabileceği hakkındaki bilgisini kapsar. Öğretimle doğrudan ilişkili değildir
- Pedagojik Bilgi (PB): Belirli bir sınıf seviyesinde konuları öğretmeye yönelik müfredat, materyal, ders kitabı, görsel vb. kaynakların nasıl kullanılacağına dair bilgidir.
- Pedagojik Alan Bilgisi (PAB): Alan bilgisi ve pedagojik bilginin özel bir bileşimi olup öğretim için gerekli olan alan bilgisidir (Işıksal-Bostan ve Osmanoğlu, 2014, s. 679).

TPAB ise üç temel bilgi alanını —Teknoloji Bilgisi (TB), Pedagojik Bilgi (PB) ve Alan Bilgisi (AB)— ve bu bilgi türlerinin ikili kesişimlerini (PAB, TAB, TPB) ile üçlü kesişimini (TPAB) kapsayan bir yapıdır (bkz. Şekil 1) (Koehler ve Mishra, 2006, 2008, 2009).



Şekil 1. TPAB kavramsal çerçevesi ve alt bileşenleri (Koehler ve Mishra, 2009)

Mishra ve Koehler (2006), teknoloji bilgisini "kitap, tebeşir, tahta gibi standart teknolojilerden, internet ve dijital video gibi gelişmiş teknolojilere kadar uzanan bilgi" olarak tanımlamışlardır (s. 1027). Aynı çalışmada, TAB, teknoloji ile alan bilgisinin ilişkili olduğu; TPB, teknolojik araçların öğrenme ve öğretmeyi nasıl değiştirebileceğini bilme şeklinde açıklanmıştır. TPAB ise, tüm bu bilgileri kapsayarak, teknolojinin konu ve kavramlar arasındaki ilişkiyi nasıl etkilediğini, öğretimde hangi pedagojik yöntemlerle desteklenmesi gerektiğini ve öğrenmeyi nasıl geliştirdiğini bilmeyi gerektirmektedir.



TPAB çerçevesi, farklı branşlarda yaygın olarak kullanılan bir çerçevedir. Alan yazında öğretmenlerin veya öğretmen adaylarının TPAB düzeylerini ölçme (Agyei ve Voogt, 2012; Bal ve Karademir, 2013; Schmidt vd., 2009; Yigit, 2014), TPAB alt bilgi türlerinin nasıl geliştirilebileceğini araştırma (Bowers ve Stephens, 2011; Özgün-Koca vd., 2010; Yiğit Koyunkaya, 2017) ve literatür derleme (Baran ve Canbazoglu-Bilici, 2015; Kaleli-Yılmaz, 2015; Voogt vd., 2013; Wu, 2013; Yalçın ve Yayla, 2016; Yigit, 2014) çalışmalarına rastlanmaktadır. Ayrıca TPAB'a yönelik ölçek geliştirme (Canbazoglu-Bilici vd., 2013; Schmidt vd., 2009) ve ölçek uyarlama (Dikkartin-Övez ve Akyüz, 2013; Hacıömeroğlu vd., 2014; Kaya ve Dağ, 2013) çalışmaları da bulunmaktadır. Ulusal ve uluslararası literatürdeki bu çalışmaların ortak yönü, farklı branşlarda görev yapan ya da öğrenim gören öğretmen ve öğretmen adaylarının bilgi seviyelerinin aynı TPAB çerçevesi üzerinden ölçülmesi, incelenmesi veya geliştirilmesidir. Ancak Shulman (1986), alan bilgisinin her disiplinde farklı şekillerde ele alınması gerektiğini vurgulamaktadır. Dolayısıyla, matematik eğitimi özelinde yürütülen çalışmalarda matematik öğretmenlerinin bilgi türlerini değerlendirmek için alana özgü bir çerçeveye ihtiyaç vardır. Matematik eğitimi alanında, matematiği odak noktasına alarak TPAB çerçevesini kullanan veya revize eden birkaç çalışmaya rastlanmaktadır (Akyüz, 2016; Bowers ve Stephens, 2011; Nyikahadzoyi, 2015; Rocha, 2020; Thomas ve Hong, 2013; Yiğit Koyunkaya, 2017). Bu çalışmaların kuramsal dayanağı olarak alınan çerçeveler, Mishra ve Koehler'in (2006) geliştirdiği TPAB çerçevesi ile kısmen benzemektedir.

Akyüz (2016) ve Bowers ve Stephens'in (2011) geliştirdikleri çerçevelerde yer alan alt bilgi türleri tanımlanırken teknoloji kullanımı ve entegrasyonu kısmının sınırlı teknolojik araç ve uygulamaların kullanımına dayandırıldığı dikkat çekmektedir. Nyikahadzoyi (2015) ise çerçevesini fonksiyon konusu özelinde tasarlamış olup, çerçevesinde teknoloji bilgisine oldukça sınırlı yer vermiş ve TPAB'ın fonksiyon özelindeki alt bilgi türlerinin tanımları ve kapsamı hakkında bilgi vermemiştir. Bahsedilen bu üç çerçeve ve ek olarak Yiğit Koyunkaya'nın (2017) çerçevesi incelendiğinde, ortak olarak alt bilgi türlerinin teknoloji ve matematik özelinde detaylı bir şekilde ele alınmadığı ve bileşenlerin kapsamlı bir şekilde adlandırılmadığı, tanımlanmadığı veya içeriklerinin detaylıca tanıtılmadığı görülmektedir.

Thomas ve Hong'un (2013) geliştirdikleri çerçeve detaylı olarak ele alındığında, matematik eğitimi özelinde matematik alan bilgisine ve pedagoji bilgisine sahip olması açısından kapsamlı ve etkili bir çerçeve olduğu sonucuna ulaşılabilir. Fakat bu çerçeveyi geliştirirken de araştırmacılar matematik öğretmenlerinin derslerinde sadece grafik hesap makinelerini kullanma süreçlerine ve bu aracın etkilerine odaklanmışlardır. Rocha'nın (2020) geliştirdiği çerçevenin içeriği incelendiğinde ise, temel olarak matematik, teknoloji, öğrenme ve öğretme ve müfredat/öğretim programı ve içerik bileşenlerinin temel alındığı görülmektedir. Çerçeve, bu çalışmada tasarlanan çerçeve ile benzerlikler gösterse de çerçevenin temel bileşeni olan "Öğrenme ve Öğretme Teknoloji Bilgisi- Teaching and Learning and Technology Knowledge" bilgi türünün daha ayrıntılı olarak ele alınması gerektiği düşünülmektedir.

Teknoloji kullanımının matematik eğitimindeki yeri, önemi ve etkileri, daha önce geliştirilen/revize edilen çerçevelerdeki durum ve bilgi türlerinin tanımı göz önünde bulundurulduğunda, matematik eğitimi alanına özgü bir teknolojik, pedagojik, alan bilgisi kavramsal çerçevesinin tasarlanmasına ihtiyaç duyulduğu görülmektedir. Matematik eğitimi özelinde tasarlanacak bir kavramsal çerçeveye ihtiyaç duyulmasının başka bir sebebi de farklı branşlardaki



öğretmenlerin ve öğretmen adaylarının kendi branşlarına uygun olan teknoloji, alan ve pedagoji bilgisini kullanmalarının gerekliliğidir (Shulman, 1986). Ayrıca, matematik öğretmenlerinin ve öğretmen adaylarının TPAB'larının önemi ve geliştirilmesinin gerekliliğine değinen çok sayıda çalışmaya rastlanmaktadır (Akkoç, 2012, 2013; Akyüz, 2016; Bowers ve Stephens, 2011; Hacıömeroğlu vd., 2011; Özgün-Koca vd., 2010). Dolayısıyla, bu çalışmada tasarlanan çerçevenin literatürdeki eksikliğin giderilmesine katkı sağlayacağı beklenmektedir. Ayrıca bu çerçevenin, matematik öğretmenleri ve öğretmen adaylarının TPMAB'larını ve alt bilgi türlerini belirlemek, ölçmek, incelemek ve/veya geliştirmek amaçlı yapılacak olan çalışmaların ve/veya bu doğrultuda tasarlanacak olan öğretim modellerinin kuramsal dayanağı olarak kullanılabileceği ve bu alandaki yeni çalışmaların literatüre katılmasına katkı sağlayabileceği düşünülmektedir.

Yöntem

Araştırma deseni ve süreci

Çalışmada nitel araştırma yaklaşımı benimsenmiş ve Jabareen (2009) tarafından belirlenen aşamalar dikkate alınarak, matematik öğretmenlerinin ve öğretmen adaylarının teknolojik, pedagojik, matematik alan bilgilerini (TPMAB) belirlemek/ölçmek/geliştirmek amaçlı kullanılabilecek bir kavramsal çerçeve tasarlanmıştır. Jabareen'e (2009) göre bir kavramsal çerçeve geliştirilirken şu aşamalar izlenir:

- *Seçilen veri kaynaklarını inceleme*
- *Seçilen verileri kapsamlı şekilde okuma ve sınıflandırma*
- *Kavramları tanımlama ve adlandırma*
- *Kavramları yeniden yapılandırma ve sınıflandırma*
- *Kavramları bütünleştirme*
- *Sentezleme, yeniden sentezleme ve anlamlandırma*
- *Çerçevenin geçerliğini kontrol etme*
- *Kavramsal çerçeveyi gözden geçirme*

Jabareen'in (2009) önerdiği aşamalar doğrultusunda, bu çalışmada öncelikle, literatürde yer alan ve ulaşılabilen matematik alan bilgisi, pedagojik alan bilgisi, matematik eğitimi özelinde pedagojik alan bilgisi, teknolojik bilgi, TPAB ve kavramsal çerçeve geliştirme prosedürlerine dair var olan çalışmalar incelenmiş ve sınıflandırılmıştır. Seçilen çalışmalardan elde edilen bilgilere göre söz konusu çerçevede yer alabilecek kavramlar ve bileşenler tanımlanmış ve adlandırılmıştır. Taslak çerçeve geliştirilme aşamasında, Pedagojik Alan Bilgisi (Fennema ve Franke, 1992; Grossman, 1990; Shulman, 1986), Öğretmek için Matematik Bilgisi (Ball vd., 2008), Dörtlü Bilgi Modeli (Rowland vd., 2009), Teknolojik Pedagojik Alan Bilgisi (Mishra ve Koehler, 2006) ve Matematiksel Pedagojik Teknoloji Bilgisi (Thomas ve Hong, 2013) çerçevelerini temel alan çalışmalar göz önünde bulundurulmuştur.

Tasarlanan taslak kavramsal çerçevenin bileşenleri olarak TPAB çerçevesinin bileşenleri benimsenmiş (Matematik Alan Bilgisi, Pedagojik Bilgi, Teknolojik Bilgi, Pedagojik Alan Bilgisi, Teknolojik Matematik Alan Bilgisi, Teknolojik Pedagojik Bilgi ve Teknolojik Pedagojik Matematik Alan Bilgisi) fakat bu bileşenlerin içerikleri matematik eğitimi alanına özgü olarak ele alınmış ve çalışma süresi boyunca



toplanan veriler analiz edilerek tanımlanmıştır. Bu kapsamda, öğretmen adaylarına (araştırmacılardan birinin verdiği) Matematik Yazılımları dersi kapsamında, her hafta 4 saat olmak üzere 16 hafta süren bir eğitim verilmiştir (Bu eğitimin içeriği bir sonraki bölümde detaylı olarak ele alınmıştır). Çalışmada tüm süreç, bu eğitimin içeriği, eğitimde yapılan etkinlikler, öğretmen adaylarına verilen ödevler, öğretmen adaylarının TPMAB ve alt bilgi türlerini geliştirmek amacıyla TPMAB taslak çerçevesi kapsamında hazırlanmıştır. Süreç içerisinde, TPMAB çerçevesinde yer alan kavramlar, bileşenler ve bunların içeriği, toplanan veri kaynakları ışığında yeniden yapılandırılmış ve bütünleştirilmiştir. Ardından ortaya çıkan çerçeve kullanılarak tüm veri kaynakları tekrar analiz edilmiş, çerçeve sentezlenmiş ve anlamlandırılarak son hali verilmiştir. Akabinde, geçerlik ve güvenilirliği sağlamak için uzman görüşüne başvurulmuştur. Uzman görüşü doğrultusunda, kavramsal çerçeve gözden geçirilerek çerçevenin son formuna ulaşılmıştır.

Katılımcılar

Araştırmanın katılımcıları bir devlet üniversitesinin Matematik Öğretmenliği bölümünde 2. Sınıfta öğrenim görmekte olan 15 matematik öğretmeni adaylarıdır. Öğretmen adayları, Analiz, Soyut Matematik, Lineer Cebir, Analitik Geometri gibi teorik matematik derslerinin yanı sıra, Matematik Eğitiminde Araştırma Yöntemleri, Öğrenme Öğretme Kuram ve Yaklaşımları gibi eğitim derslerini de almışlardır. Bu çalışmaya katılmış olan öğretmen adayları, daha önce standart ofis programlarının öğretildiği “Bilgisayar” dersi dışında teknoloji destekli/temelli bir ders almamışlardır. Çalışmanın katılımcılarının kimlikleri ve bilgileri gizli tutulmuş ve çalışma süresince Ö1 (Öğrenci-1), Ö2, ..., Ö15 şeklinde kodlanarak bu adaylara ait bulgular paylaşılmıştır.

Veri toplama süreci

Bu çalışma yazarlardan biri tarafından yürütülen Matematik Yazılımları dersi kapsamında gerçekleştirilmiştir. Öğretmen adaylarının teknoloji bilgisini ve teknolojiyi kullanma becerilerini geliştirmek amacıyla çalışma hem yüz yüze hem de internet üzerinden bir öğrenim yönetim sistemi (learning management system) olan Edmodo sistemi kullanılarak yürütülmüştür. Bu çevrimiçi ders dışı ortamın kullanılmasının amacı, öğretmen adaylarının farklı bir ortamda TPMAB bilgilerinin gelişimini desteklemek ve uygulama sürecinde yapılacak etkinliklere, ders planlarına ve ödevlere açık erişimlerini sağlamaktır. Dersin haftalık içeriği aşağıdaki gibidir (bkz. Tablo 1).

Tablo 1.
Öğretim içeriği

Hafta	Dersin içeriği
Hafta 1	- Dersin içeriğinin paylaşımı - Edmodo (Öğrenim Yöntemi Sistemi) tanıtılması - GeoGebra programının indirilmesi ve tanıtılması
Hafta 2 – 7	- GeoGebra programına giriş (programın tanıtılması- arayüzü tanıma- menüdeki işlemler) - GeoGebra programındaki menülerin uygulamalarının öğrenilmesi - GeoGebra etkinliklerinin tasarlanması
Hafta 8	GeoGebra bireysel etkinliklerin sunulması



Hafta 9	• GeoGebra grup etkinliklerin sunulması
Hafta 10 – 11	• The Geometer Sketchpad programının kullanılması ve uygulamalar
Hafta 12	• TinkerPlot programının kullanılması ve uygulamalar • Cabri/Cabri 3D programının kullanılması ve uygulamalar
Hafta 13	• Grafik hesap makineleri kullanılması ve uygulanması • Web-destekli görsel programlar ve interaktif uygulamaların kullanılması ve uygulanması (Desmos, Dreambox, NCTM Illuminations gibi)
Hafta 14	• Matematik Eğitiminde kullanılabilecek video temelli uygulamaların ve bilgilendirme sitelerinin (Vitamin Öğretmen, EBA, TED, TED-Ed, Khan Academy gibi) ve derslerin (Stanford, MIT Üniversitesi gibi) tanıtılması • Video oluşturma (Windows Movie Maker) öğretilmesi • Öğrenme yönetim sistemlerinin tanıtılması (Edmodo, Moodle gibi)
Hafta 15	• Online/Çevrimiçi ölçme değerlendirme/Quiz/Sınav (Google Drive, Kahoot, Socrative) web-sitelerinin tanıtılması • Bulut sistemlerinin (Dropbox, Google Drive, Yandex gibi) tanıtılması • Bazı akıllı telefon uygulamalarının tanıtılması
Hafta 16	• Ders planlarının sunumu • Eğitimin sonlandırılması

Bu öğretim programı kapsamında, öğretmen adaylarına her hafta (işlenen konu ile ilgili olmak üzere) bir veya iki makale okuma ödevi verilerek, öğretmen adaylarının TPMAB gelişimleri desteklenmiştir. Bu makaleler ders öncesinde Edmodo’da paylaşılmış, bu ortamda çevrimiçi olarak ve dersin başlangıcında yüz yüze sınıf içi ortamda tartışılmıştır. Yapılan uygulamalar ve etkinlikler, TPMAB çerçevesi kapsamında dersi veren araştırmacı tarafından tasarlanmıştır. Örnek olarak, öğretmen adaylarının Teknolojik Matematik Alan Bilgilerini geliştirmek amacıyla, GeoGebra programı kullanılarak alan bilgilerini yansıtabilecekleri çeşitli etkinlikler geliştirilmiştir. Etkinlik geliştirme sürecinde, GeoGebra programının alt menülerinin kullanılmasının yanı sıra matematiksel bilgi, bu bilginin diğer kavram ve konularla ilişkisi, hangi dil ve terimlerin kullanılacağı vurguları yapılmıştır. Öğretmen adaylarından da bireysel ve grup olarak GeoGebra etkinlikleri geliştirmeleri talep edilmiş ve bu etkinlikleri sınıf içinde nasıl kullanacaklarını uygulama yaparak detaylı bir şekilde sunmaları istenmiştir. Ayrıca, matematik eğitiminde kullanılabilecek teknolojik araçların tanıtımı tamamlandıktan sonra öğretmen adaylarından teknoloji entegrasyonu yapılmış bir ders planı geliştirmeleri ve sınıf içinde sunmaları istenmiştir. Öğretmen adaylarının ders planı geliştirme süreçleri bireysel veya iki kişilik gruplarda planlanmış olup, bu karar öğretmen adaylarına bırakılmıştır. Öğretmen adaylarının uygulama süreçleri kayıt altına alınmıştır. Bu kapsamda, öğretmen adaylarının verilen eğitim doğrultusunda teknoloji bilgilerini nasıl kullandıkları ve bu bilgilerini matematik alan bilgileri ve pedagojik bilgileri ile nasıl entegre ettikleri TPMAB çerçevesi kapsamında detaylı olarak incelenmiş ve çerçevenin son hali verilmiştir. Taslak çerçeve kapsamında derste tasarlanan uygulamalar ve etkinlikler, süreç boyunca gözden geçirilmiş ve gerekli durumlarda çerçevenin bileşenlerinin tanımları detaylandırılmıştır.



Veri toplama araçları

Öğretmen ve öğretmen adaylarının TPAB düzeylerini ve bu düzeylerinin gelişimini inceleyen çalışmalar, çoklu veri grubunun kullanılmasının gerekli olduğunu vurgulamaktadır (Kaya ve Kaya, 2013). Bu bağlamda bu çalışmada farklı veri grupları toplanmıştır. Çalışmanın ilk veri grubu, taslak çerçevenin tasarlanmasında kullanılan ilgili alanda var olan çalışmalardır.

Öğretmen adaylarının bireysel ve ikerli gruplarda geliştirdikleri GeoGebra etkinlikleri, bu etkinlikleri geliştirme ve uygulama süreçlerini anlattıkları açık uçlu sorulardan oluşan serbest yazı formları ve bu etkinliklerin sınıf içi ortamda sunumlarına ilişkin video kamera kayıtları çalışmanın veri gruplarından. Bu veri gruplarının kullanılmasındaki temel amaç öğretmen adaylarının bir teknolojik aracı kullanarak matematik derslerinde kullanabilecekleri bir etkinliği nasıl geliştirdiklerini ve bu etkinliği ne şekilde uygulamayı planladıklarını inceleyerek TPMAB'ları ve alt bileşenleri kapsamındaki bilgi düzeylerini araştırmaktır. Ayrıca, eğitimin son aşamasında benzer bir amaçla, öğretmen adaylarından teknoloji temelli/destekli bir ders planı geliştirmeleri istenerek TPMAB ve alt bilgi düzeyleri daha geniş kapsamda incelenmiştir. Öğretmen adaylarına bir ders planı şablonu verilmiş ve bu şablon doğrultusunda planlarını geliştirmeleri istenmiştir. Buna ek olarak, öğretmen adaylarından ders planı geliştirme sürecine dair açık uçlu sorulara dair serbest yazılar yazmaları istenmiştir.

Çerçevenin ve eğitimin içeriğinin geliştirilmesinde kullanılan, araştırmacılardan biri tarafından her hafta tutulan gözlem notları ve öğretmen adaylarının yazdıkları serbest yazılar da veri grubuna dâhildir. Son olarak, öğretmen adaylarının TPMAB ve alt bilgi türlerinin gelişimlerinin kendileri tarafından nasıl değerlendirildiğini belirlemek amaçlı açık uçlu sorulardan oluşan bir form uygulanmış ve gönüllü 4-8 öğretmen adayıyla görüşmeler yapılmıştır. Veri toplama araçları ve toplandıkları dönemler özet halinde aşağıda verilmiştir:

Tablo 2.

Veri toplama araçları

Veri toplama aracı	Toplama süreci
Literatürde var olan araştırmaların taranması	Çalışma öncesinde ve çalışma süresince
Bireysel geliştirilen GeoGebra etkinlikleri	8. haftanın sonunda
Grup Çalışması ile geliştirilen GeoGebra etkinlikleri	9. haftanın sonunda
Etkinlik geliştirme sürecine dair serbest yazılar	GeoGebra etkinliklerinin geliştirilmesi sürecinde
Ders planları	Çalışma sonunda (14 haftalık öğretimin sonunda)
Video kayıtları	Ders planlarını uygulama sürecinde
Gözlem notları	Çalışma süresince

Veri analizi

Kavramsal çerçevenin geliştirilmesi aşaması genel olarak ele alındığında, betimsel analiz yöntemi kullanılmıştır (Patton, 2000; Yıldırım ve Şimşek, 2016). Betimsel analiz 4 aşamadan oluşur:

- (1) Taslak çerçevenin oluşturulması;
- (2) Verilerin taslak çerçeve kapsamında analizi;
- (3) Bulguların tanımlanması ve yorumlanması;
- (4) Kavramsal çerçevenin oluşturulması.

Yiğit Koyunkaya, M., Altıkardeş, E. ve Tataroğlu Taşdan, B. (2025). Matematik öğretmeni adaylarının teknolojik, pedagojik ve matematik alan bilgisine kavramsal bir bakış, *Batı Anadolu Eğitim Bilimleri Dergisi*, 16(3), 3598-3634. DOI. 10.51460/baebd.1623061



Veri analizi süreci detaylı olarak ele alınırsa, betimsel analiz sürecini destekleme anlamında toplanan veri kaynakları Tablo 3'te verildiği gibi içerik analizi ve video metodolojisi kullanılarak analiz edilmiştir.

Tablo 3.

Veri toplama araçları ve analiz yöntemleri

Analiz yöntemi	Veriler
Doküman analizi (Bowen, 2006)	- Alan yazın incelenmesi - GeoGebra etkinlikleri (Sınıf, Konu, Amaç-Hedef, Kazanım) - Ders planları
İçerik analizi (Berelson, 1952)	- GeoGebra etkinlikleri ile ilgili açık uçlu sorular - Ders planları ile ilgili açık uçlu sorular - Gözlem notları - Serbest yazılar
Video metodolojisi (Powell vd., 2003)	Uygulama süreçlerinin video kayıtları

Uygulama süreçlerinde kaydedilen video kayıtları Powell ve diğerleri (2003) tarafından önerilen video metodolojisi kullanılarak analiz edilmiştir. Bu bağlamda, öncelikle videolar sadece izlenmiş, daha sonra videolar 10 dakikalık aralıklara bölünüp, her bir bölümdeki içerik ve meydana gelen olaylar tanımlanmıştır. Ardından, her bir bölümde (varsa) meydana gelen kritik olaylar belirlenmiş ve belirlenen kritik olayların transkripti çıkarılmıştır. Bu yöntemin seçilme amacı, öğretmen adaylarının geliştirdikleri etkinlikleri ve planları uygulama süreçlerinde teknoloji, pedagoji ve matematik alan bilgilerini nasıl kullandıklarını, bu bilgi türlerini nasıl ilişkilendirdiklerini ve bu bilgi türüne sahip olmanın/olmamanın avantajlarını/dezavantajlarını detaylı bir şekilde incelemektir. Yapılan analizler sonucunda, betimsel analizin üçüncü aşaması kapsamında bulgular tanımlanmış ve yorumlanmıştır. Son aşamada analiz edilen tüm veri göz önünde bulundurularak kavramsal çerçeve oluşturulmuştur.

Geçerlik ve güvenirlik

- Çalışmanın geçerliliğini arttırmak amacıyla, çalışmada farklı veri grupları kullanılarak veri çeşitlemesi yapılmıştır (Patton, 2002).
- Süreç içerisinde toplanan verilerin analiz süreci tamamlanıp çerçevenin son hali verildikten bir süre sonra, veri grubu araştırmacılar tarafından tekrar analiz edilerek çerçevenin güvenirliğinin artırılması desteklenmiştir.
- Ayrıca güvenirliği sağlamak içinde veri analizi sürecinde ve çerçevenin son halinin verilmesi aşamalarında matematik eğitimi alanında uzman olan araştırmacılardan uzman görüşü alınmıştır (Creswell, 2013).

Bulgular

Bu bölümde TPMAB çerçevesinin alt bilgi türleri kapsamlı şekilde ele alınarak tanıtılacak ve çerçeveye ilişkin bilgiler ve bulgular sunulacaktır. Bulgular bölümünün ilk kısmında, öğretmen adayları tarafından geliştirilen etkinlik ve ders planlarının konu, amaç ve kazanımları tanıtılacaktır. İkinci



bölümde ise veri toplama süresince elde edilen alt bilgi türlerinin tanımlarına ve bu bilgi türlerinin özelliklerine yer verilecektir.

Öğretmen adaylarının geliştirdiği etkinlikler ve ders planlarının içeriği

Sayfa | 3610

Eğitimin 8. haftasında öğretmen adayları bireysel olarak GeoGebra etkinlikleri geliştirmişler ve bu sürece dair 14 tane açık uçlu soru içeren serbest form doldurmuşlardır. Öğretmen adayları geliştirdikleri etkinliklerin konularına/kazanımlarına kendileri karar vermiştir. Öğretmen adaylarının bireysel olarak geliştirdiği etkinliklerin konu ve amaçları Tablo 4'te verilmiştir.

Tablo 4.

Öğretmen adaylarının geliştirdiği bireysel GeoGebra etkinlikleri

Öğrenci No	Etkinlik konusu	Etkinliğin amacı
Ö1	Altın oran hesabı ve altın dikdörtgen	Altın oranı, altın oran hesabını ve altın oranla oluşacak altın dikdörtgeni tanıtmak
Ö2	Doğru ve çemberin birbirine göre durumları	Denklemleri verilen doğru ve çemberin birbirine göre durumlarını kavratmak
Ö3	Parabol ve doğru incelenmesi	Parabol hakkında bilgi verip doğruyla olan durumlarını incelemek
Ö4	Üçgende açı-kenar bağıntıları	Üçgenin her bir açısıyla ilgili açının karşısındaki kenarın nasıl bir ilişki içinde olduğunu öğrencinin keşfetmesini sağlamak
Ö5	Çemberin genel denklemi	Genel denklemi verilen koniğin hangi durumlarda çember olduğunu belirtmek
Ö6	Sinüs toplam açılımı	Öğrencilere 11. Sınıfta gösterilen sinüs alan teoreminden yola çıkılarak sinüs toplam formülünü kavramalarını sağlamak
Ö7	Kare prizması şeklindeki bir cismin bir köşesinden farklı ayrıtındaki köşeye I noktasına uğrayarak gitmek zorunda olan karıncanın gideceği en kısa mesafe	Öğrencinin prizmayı tanımasını sağlamak, temel elemanlarını belirlemesi, inşa etmesi ve açılımını çizmesini sağlamak, açılımını çizerek farklı ayrıtlar üzerindeki noktalar arasındaki en kısa mesafeyi hesaplamasını sağlamak
Ö8	Üstel fonksiyon konu anlatımı	Üstel fonksiyonu açıklamak
Ö9	Düzgün çokgenlerde köşegen sayısı	Kenar sayısına bağlı olarak köşegen sayısının bulunmasını sağlamak Çokgenin kenar sayısı arttıkça köşegen sayısının arttığını göstermek Kenar uzunluğu değişse de çokgenin köşegen sayısında bir değişim olmadığını göstermek
Ö10	İkinci dereceden bir değişkenli fonksiyonun grafiği (parabol)	Öğrencilere parabolün özelliklerini tanıtmak
Ö11	Prizmanın hacmi	Prizmanın taban alanını bulurken denklemi oluşturmak ve prizmayı üç boyutlu elde etmek
Ö12	Düzgün altıgenin alanı	Altıgenin alanını üçgen yardımı ile göstermek



Ö13	Pi sayısının 3'ten büyük olduğunun ispatı ve neden 3.14 olduğu	Öğrenciye pi sayısının nereden geldiğini daha iyi kavratmak ve pi sayısının 3.14 olmasının akılda daha iyi kalmasını sağlamak
Ö14	Noktanın doğru demetine göre yansımaları	Noktanın doğru demetine göre yansıma sonucunu değerlendirmek
Ö15	Heron formülü	Kenarları verilen üçgenin alan formüllerini, iç teğet çemberinin yarıçapını ve çevrel çemberin yarıçapını kavratmak

Ardından öğretmen adayları ayrıca ikişer kişilik grup oluşturarak GeoGebra etkinlikleri geliştirmişlerdir. Ö9 kendi tercihi ile bir gruba dahil olmamıştır ve bireysel olarak etkinlik geliştirmiştir. Öğretmen adaylarının geliştirdiği etkinliklerin konu ve amaçları Tablo 5'te verilmiştir.

Tablo 5.
Öğretmen adaylarının geliştirdiği grup GeoGebra etkinlikleri

Gruplar	Etkinliğin konusu	Etkinliğin amacı
Ö2-Ö15	Türev grafiği yorumu	Türev özelliklerini öğrencinin anlamasını sağlayıp, yorumlatmak
Ö4-Ö10	Üçgende alan	Üçgenin alanı ile ilgili problemleri çözmek
Ö3-Ö6	Çokgenin iç açıları toplamı, çokgenlerin köşegen sayısı	Öğrencinin zihnindeki çokgen, köşegen ve iç açı-dış açı kavramını somutlaştırılıp, çokgenin kaç köşegen sayısı olduğunu öğretmek
Ö7-Ö11	Çemberin çevre formülü: Tekerlek sorusu	Öğrencinin yarıçapı verilen çemberin çevresini bularak tur sayısı ile bağdaştırıp problemi sonuçlandırmasını sağlamak
Ö1-Ö8	Türev uygulamaları	Türev uygulamalarını göstermek
Ö12-Ö13	Küre içindeki küp	Öğrenciye kürenin ve küpün birbirine göre durumlarını görsel açıdan daha iyi kavratmak
Ö5-Ö14	Dörtgende alan bağıntıları	Köşegenlerin orta noktaların oluşturduğu dörtgenle ilişkisi ve parçaların oluşturduğu alanların birbirleriyle ilişkisini görsel olarak belirtmek
Ö9	Menalaus, Seva, Stewart, Carnot teoremleri	Kesen teoremlerini kavrayabilmek Kenar sayısındaki değişim ne olursa olsun teoremlerin her koşulda sağlandığını göstermek

Daha sonra öğretmen adaylarından bireysel veya grup olarak teknoloji destekli bir ders planı geliştirmeleri istenmiştir. Ders planı geliştirirken özellikle farklı teknolojik araçları kullanmaları, bu aracı derslerine nasıl entegre edeceklerini detaylı açıklamaları ve bu süreçte öğrencilerden gelecek beklendik veya beklenmedik cevapları göz önünde bulundurarak detaylandırmaları istenmiştir. Öğretmen adaylarının grup olarak geliştirdiği ders planlarının konu ve amaçları Tablo 6'da verilmiştir. Bireysel ve grup etkinliklerinde olduğu gibi ders planı geliştirme sürecinde de öğretmen adaylarından açık uçlu sorulardan oluşan serbest yazılar yazmaları istenmiştir.



Tablo 6.

Öğretmen adaylarının geliştirdiği ders planlarının konu ve içeriği

Gruplar	Ders planlarının konusu	Ders planlarının içeriği
Ö1	Üçgenin yardımcı elemanları	Üçgenin kenar orta dikmelerinin kesişim noktasının üçgenin çevrel çemberinin merkezi olduğunu göstermek Dar-geniş ve dik açılı üçgenler için kenar orta dikmelerin kesişim noktalarının konumun farklarını kavratmak Bir doğru parçasının orta dikmesi üzerinde alınan her noktanın, doğru parçasının uç noktalarına eşit uzaklıkta olduğu ve karşısının doğruluğunu göstermek Öğrencilere GeoGebra üzerinden bilgi ve iletişim teknolojilerinin kullanıldığı ders sunmak
Ö2-Ö15	Türev özellikleri	Türev özelliklerini öğrencinin anlamasını sağlayıp, yorumlatmak
Ö5-Ö14	Dik üçgen ve trigonometri	Dik üçgende Pisagor teoremini elde etmek ve bu teoremi kullanarak problemler çözmek
Ö3-Ö6	İkinci dereceden bir bilinmeyenli denklemler	İkinci dereceden bir bilinmeyenli denklemleri öğrenciye kavratmak
Ö7-Ö11	Polinomların çarpanlara ayrılması	Bir polinomu çarpanlarına ayırmak
Ö8	Dairenin çevresi ve alanı	Dairenin çevre ve alan bağıntılarını oluşturmak
Ö9-Ö10	Çemberin temel elemanları	Öğrencilere çemberin ve çemberin temel elemanlarının günlük yaşamımızdaki yerini göstermek Çemberin temel elemanlarını kavratmak Çemberin temel elemanları ile uygulamalar yapabilmelerini sağlamak
Ö12-Ö13	Kümelerde temel kavramlar	Kümeler konusunu öğrenciye kavratmak
Ö4	Limit ve süreklilik	Öğrencinin limit ve süreklilik kavramlarını günlük hayatla ilişkilendirerek problemlere uyarlamasını sağlamak

Öğretmen adaylarının geliştirdiği etkinlikler ve ders planları detaylı incelendiğinde, genellikle geometri konularında etkinlik ve ders planı geliştirdikleri görülmüştür. Yapılan gözlemlerde, öğretmen adaylarına istedikleri konu/ kazanım doğrultusunda ve bireysel veya grup olarak çalışma seçeneği verildiğinde hem teknoloji, hem alan, hem de pedagoji bilgilerini etkinliğe daha iyi yansıtırları gözlemlenmiştir. Örneğin, Ö1 üçgenin yardımcı elemanlarını öğretmek amaçlı geliştirdiği ders planında kazanım ile ilgili şöyle bir açıklamada bulunmuştur:

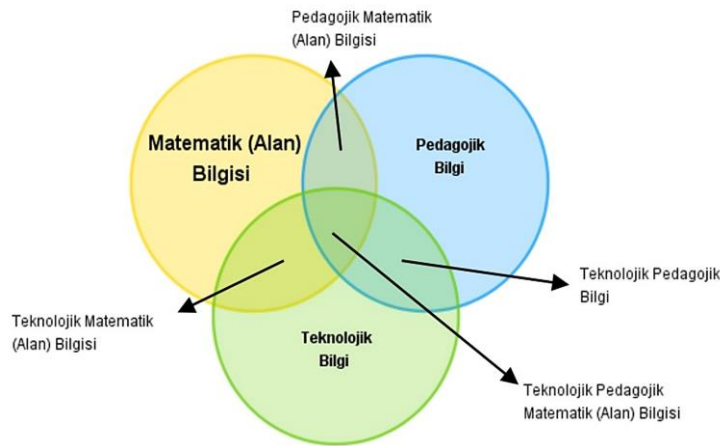
Öncelikle seçtiğim kazanımdan sonraki kazanımı anlatıp anlatmama konusunda fikir ayrılığı yaşadım. Seçtiğim kazanımda teknoloji destekli etkinlikleri hazırladığımda içeriğin zengin olduğunu düşündüm fakat öğrencilere yalnız etkinlik sunmanın yanında konuyu kavratma amacı da taşıyordum ve bundan sonraki kazanımda yaptığım etkinliklerden daha fazla etkinlik yer alıyordu. Kazanımın bütününe alırsam ders süresinin yetmeyeceğinin farkındaydım. Bu yönüyle tek kazanımın yeterli olacağı kararına vardım. Soracağım sorular, çözeceğim örnekler, etkinliği nasıl sunacağımı düşünüp planladıktan sonra sunuma hazır hale geldiğine inandım.



Ö1'in kazanımı kendi belirleyerek, geliştirdiği etkinliklerde teknoloji bilgisinin yanı sıra, bir önceki ve bir sonraki konuları da göz önünde bulundurarak alan bilgisini ve öğretimi şekillendirmede pedagoji bilgisini yansıttığı görülmektedir.

TPMAB çerçevesi ve alt bilgi türleri

Tasarlanan çerçevenin bilgi türlerinin kesişimi ana hatları ile TPAB çerçevesindeki gibi kesişim kümeleri ile Şekil 2'deki gibi gösterilebilir. Bu alt bölümde öncelikle çalışmanın temel amacı olmayan Alan Bilgisi, Pedagojik Bilgi, Pedagojik Alan Bilgisi bileşenleri aynı başlık altında ele alınacak, teknoloji özelindeki bilgi türlerinin (Teknolojik Bilgi (TB), Teknolojik Matematik Alan Bilgisi (TMAB), Teknolojik Pedagojik Bilgi (TPB) ve Teknolojik Pedagojik Matematik Alan Bilgisi (TPMAB) her biri örneklendirilerek detaylı olarak ele alınacaktır.



Şekil 2. TPMAB çerçevesi ve alt bilgi türleri

Alan bilgisi, pedagojik bilgi, pedagojik alan bilgisi

Shulman'ın (1986) her disiplinin alan ve pedagoji bilgisinden yola çıkarak, matematik eğitimi özelinde pedagojik alan bilgisini temel alan ve bu kapsamda geliştirilen teorik/kavramsal çerçeveler den biri olan "Öğretmek için Matematik Bilgisi" (Ball vd., 2008) bu çalışmada yer alan alt bilgi türlerinin ve tanımlarının şekillenmesinde önemli rol almıştır. Bu çerçevede yer alan bilgi türleri Genel Alan Bilgisi, Uzmanlık Alan Bilgisi, Kapsamlı Alan Bilgisi, Alan ve Öğrenci Bilgisi, Alan ve Öğretme Bilgisi ve Alan ve Müfredat Bilgisidir. Bu çalışmada ise alan bilgisinin matematik disiplinine özgü olduğu savunulduğundan AB yerine Matematik (Alan) Bilgisi başlığı kullanılmıştır. Çalışmada matematik (alan) bilgisi Şekil 3'teki gibi tanımlanmıştır.



Matematik (alan) bilgisi

- Matematik öğretimi ve öğrenimi için gerekli olan teorik bilgiyi bilme
- Alandaki konu ve kavramlar hakkında kapsamlı bilgi sahibi olup, bu konu ve kavramların diğer konu ve kavramlarla ilişkisini ve ilişkilendirmeyi bilme
- Alandaki kural, kavram, önerme ve ispatların doğruluğu ve geçerliliğini bilme ve bunların alan içindeki ve dışındaki diğer kural, kavram, önerme ve ispatlarla ilişkisini bilme

Şekil 3. Matematik (alan) bilgisi tanımı

Matematik (Alan) Bilgisi bileşeninin tanımının şekillenmesinde öğretmen adaylarının açık uçlu sorulara verdikleri yanıtlar ve ders sırasında yapılan etkinliklerde gözlemlenen durumlar da rol oynamıştır. Örneğin, Ö2 kendi alan bilgisindeki eksiklikten dolayı bireysel etkinliği geliştirdiğini belirtmiştir:

Bu etkinlik için kazanım düşünürken lisede kendi zorlandığım konular üzerinde daha çok durdum. Özellikle geometri konuları zorlandığım konulardı. Uygulama sıkıntısı olması zorlanmamın sebeplerinden biriydi. Uygulama yapamayıp kendi öğrenemediğim konuları GeoGebra sayesinde daha kolay ve etkili öğretebileceğimi düşündüm ve bir geometri konusu seçmeye karar verdim. 12.sınıfta işlenen çemberin analitik incelenmesi öğrenme alanında çember ve doğrunun birbirine göre durumlarını işlerken ezber yapıyorduk ve direkt soru çözümüne geçmiştik. Neden öyle olduğunu sorgulama fırsatı hiç verilmemişti.

Ö5 ise geometri alanında bir etkinlik geliştirmeye karar vermiş ve bunun nedenini şu şekilde belirtmiştir: “Öncelikle geometri üzerine bir etkinlik tasarlamak istedim. Bunun nedeni geometriyi görselleştirerek anlatmanın akılda kalıcılığını arttırdığını düşünmem”. Ö7 ise katı cisimler konusunu göz önünde bulundurarak şu şekilde bir açıklama yapmıştır: “Ortaokul ve lise dönemindeki çoğu öğrenci üç boyutlu katı cisimleri iki boyuta indirgeyerek kağıt üzerinde anlamakta zorluk yaşamaktadır. GeoGebra yazılımının üç boyutlu cisimleri anlamada ne derece etkili olacağını merak ederek hazırladığım bir etkinlik oldu.” Öğretmen adaylarının cevapları, etkinlikler ve gözlemlere dayanarak matematik alan bilgisinin TPMAB çerçevesinde önemli bir yere sahip olduğu ve öğretimin temel yapı taşı olduğu sonucuna ulaşılabilir.

Pedagojik bilgi

Pedagojik bilginin tanımının şekillenmesinde öğretmen adaylarının açık uçlu sorulara verdikleri yanıtlar ve ders sırasında yapılan etkinliklerde gözlemlenen durumlar rol oynamıştır. Örneğin, tüm öğretmen adayları teknoloji kullanımını bir öğretim yöntemi olarak ele almış ve bunu uygulama sürecinde detaylı olarak anlatmıştır. Çalışmada pedagojik bilgi Şekil 4’teki gibi tanımlanmıştır.

- Sınıftaki öğrencilere ve öğretilen konuya yönelik etkili stratejileri, sınıf rutinlerini, davranış yönetimi ve sınıf düzenlemesi tekniklerini, öğrenci motivasyonunu sağlama yöntemlerini ve müfredat ve materyallere ilişkin bilgileri bilme

Şekil 4. Pedagojik bilgi tanımı



Pedagojik alan bilgisi

Pedagojik alan bilgisinin tanımının şekillenmesinde öğretmen adaylarının açık uçlu sorulara verdikleri yanıtlar ve ders sırasında yapılan etkinliklerde gözlemlenen durumlar rol oynamıştır. Çalışmada pedagojik alan bilgisi Şekil 5'teki gibi tanımlanmıştır.

- Matematiksel kavramların anlaşılmasını sağlamak amacıyla öğrencilerin bilgisi göz önünde bulundurularak kullanılacak en faydalı stratejileri, temsilleri, en güçlü gösterimleri, benzetimleri, örnekleri, modelleri, mecazları (metaforları) ve açıklamaları bilme
- Konuların öğrenilmesini nelerin kolaylaştıracağını veya zorlaştıracağını, farklı yaşlardaki ve birikimlerindeki öğrencilerin öğretilcek konuya ilişkin sahip oldukları kavram ve ön bilgileri, öğrencilerin sahip oldukları kavram yanlışlarını ve bu yanlışların nasıl giderileceğine yönelik gösterimleri, örnekleri ve açıklamaları bilme

Şekil 5. Pedagojik alan bilgisi tanımı

Örneğin, Ö10 bireysel etkinlik olarak parabol etkinliği geliştirmiştir. Derse giriş aşamasında öğrencilerin ön bilgilerini kontrol edip teknoloji ile uygulamalara geçeceğini belirterek şu açıklamayı yapmıştır:

Etkinliği derste, fonksiyonları ve grafiklerini verdikten sonra, ikinci dereceden bir değişkenli fonksiyonların grafiği olarak vereceğim. Çünkü daha sonraki konular için artık en büyük değer, en küçük değer, tepe noktası gibi kavramları bilmek zorundalar. Bunun için parabol konusunu işlemeleri gerekiyor. İlk önce iki bilinmeyenli bir değişkenli bir fonksiyon söylemelerini isterim. Daha sonra söyledikleri fonksiyon tarzının özel adının parabol olduğunu söylerim.

Ö15 ise üçgenin alan formülü, iç-teğet çember ve dış-teğet çember ile ilgili bir etkinlik geliştirmiştir. Bu noktada, görselleştirme stratejilerinden faydalanacağını belirtmiştir:

Bu etkinliği yaparken sınav zamanında anlamakta zorlandığım konuları ele almak istedim. Ezbere sistem yerine akılda daha kalıcı şekle dönüştürebileceğim bir etkinlik hazırlamayı hedefledim. Sınav zamanı notlarıma baktığımda ise u'lu alan formülünü gördüm. Öğrencilere bu formülü direkt ezberletmektense görsel hafızalarını kullanmalarını sağlayarak akılda daha kalıcı bir hale getirmek istedim. Çevrel çember nedir? İç teğet çember nedir? Bunları şekil üzerinde göstererek daha kalıcı bir hale gelmesini sağladım. Terimleri ezberletmek yerine şekil üzerinde göstererek hafızalarına yerleştirmelerine yardımcı olup akılda daha kalıcı bir hale getirebilmek için bu etkinliği seçtim.

Çerçeve yer alan Matematik (Alan) Bilgisi, Pedagojik Bilgi ve Pedagojik Alan Bilgisi bileşenleri, teknoloji entegre edilmiş diğer bilgi türlerinin araştırılmasında ve bu bilgi türlerinin tanım ve içeriklerinin şekillenmesinde rol oynamıştır. Bu bilgi türleri özellikle öğretmen adaylarının teknolojiyi etkinliklerinde ve ders planlarında nasıl kullandıklarına ilişkin bir zemin hazırlamıştır.



Teknolojik bilgi (TB)

Teknolojik bilgi var olan çalışmalarda genel olarak “Standart ve gelişmiş teknolojiler ve teknolojik araçların (internet, yazılımlar, web siteleri, dijital videolar vb.) kullanılması hakkındaki bilgiler” olarak tanımlanmıştır. Tebeşir, kalem, tahta gibi araçlar standart teknolojiler olarak kabul edilebildiğinden, bu çerçevede dijital olarak adlandırılan teknolojiler, yani program, akıllı tahta, yazılım gibi dijital teknolojiler temel alınmıştır. Tanımın oluşturulmasında öğretmen adaylarının ders planlarında kullandıkları ve teknoloji olarak ele aldıkları araçlar da göz önünde bulundurulmuştur. Ayrıca, teknoloji bilgisi tanımlanırken herhangi bir teknolojiyi kullanma değil, matematik öğrenme/öğretmeyi destekleyecek dijital teknolojileri kullanmaya dair bilgi türünün önemli olduğuna vurgu yapılmıştır. Bu bağlamda, bilgisayar, ofis programları kullanımı gibi dijital teknolojileri kullanmanın yanı sıra dinamik geometri yazılımları, interaktif uygulamalar, sanal manipülatifler, Web 2.0 araçları gibi matematik eğitimi özelindeki dijital teknolojilerin kullanımı tanımda önemli bir yere sahiptir. Geliştirilen çerçeve bağlamında bu tanım matematik eğitimi özeline indirgenmiş ve şu şekilde ele alınmıştır (bkz. Şekil 6).

Matematik eğitimi özelindeki dijital teknolojilerin (örneğin; dinamik geometri yazılımları, interaktif uygulamalar, sanal manipülatifler, web 2.0 araçları gibi) ve bu teknolojilerin araç, fonksiyon ve özelliklerinin kullanılması hakkındaki bilgiler

Şekil 6. Teknoloji bilgisi tanımı

Öğretmen adaylarının ders planları incelendiğinde Tablo 7’de verilen dijital teknolojileri kullandıkları görülmektedir.

Tablo 7.

Öğretmen adaylarının ders planlarında kullandıkları dijital teknolojiler

Gruplar	Ders planında kullanılan dijital teknolojiler
Ö1	GeoGebra etkinlikleri, PowerPoint sunusu
Ö2-Ö15	GeoGebra etkinlikleri, Khan Academy (Web 2.0 Aracı), Video temelli uygulamalar (Youtube)
Ö5-Ö14	GeoGebra etkinlikleri, Desmos (Web 2.0 Aracı), EBA, Video temelli uygulamalar (Youtube)
Ö3-Ö6	GeoGebra etkinlikleri, Khan Academy (Web 2.0 Aracı), Video temelli uygulamalar (Youtube), NCTM Illuminations, EBA, Online ölçme değerlendirme
Ö7-Ö11	GeoGebra etkinlikleri, EBA, Video temelli uygulamalar (Youtube), Eğitim temelli web siteleri
Ö8	GeoGebra etkinlikleri, Video temelli uygulamalar (Youtube), PowerPoint sunusu
Ö9-Ö10	GeoGebra etkinlikleri, Video temelli uygulamalar (Youtube), Eğitim temelli web siteleri
Ö12-Ö13	GeoGebra etkinlikleri, EBA
Ö4	GeoGebra etkinlikler, Kahoot (Ölçme-değerlendirme)



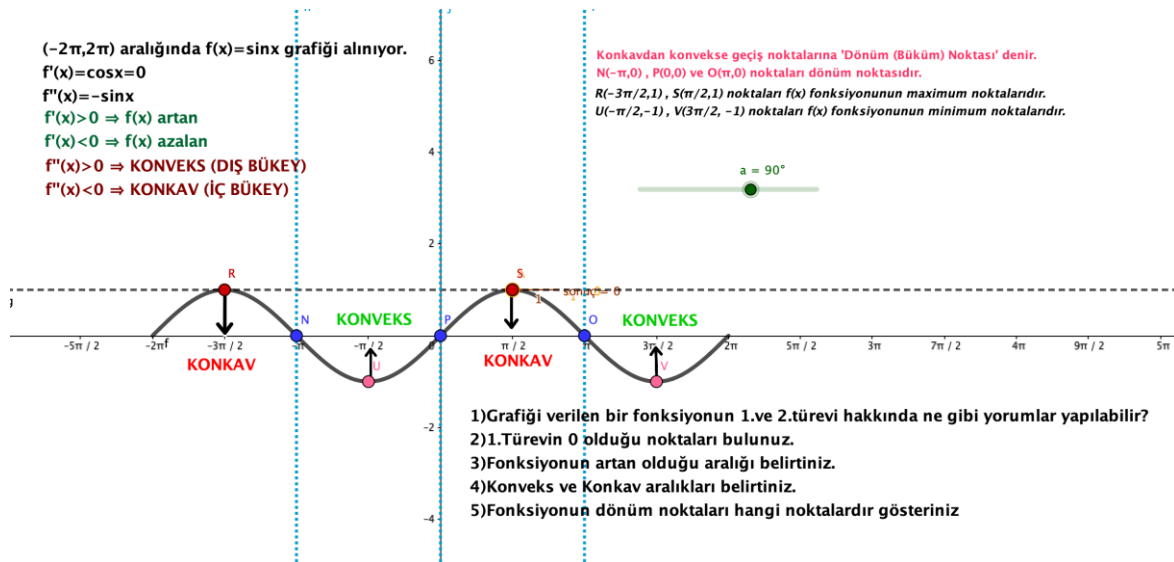
Öğretmen adaylarının farklı dijital teknolojileri ders planlarına entegre edebildikleri görülmektedir. Kendi öz değerlendirmelerinde de GeoGebra'nın fonksiyon ve işlevlerine yönelik bilgilerinin geliştiği ortaya çıkmaktadır. Örneğin, Ö5 ve Ö9 geliştirdikleri bireysel etkinliklerde GeoGebra yazılımının işlevi olarak şunları ifade etmişlerdir:

Ö5- GeoGebra programı kavramları somutlaştırmada ve görselleştirmede önemli bir teknolojik araçtır. Bu nedenle öğretilmek istenen bilgi daha kolay ve etkili bir biçimde öğretilir.

Ö9- Sürgüleri kullanarak ve görsel anlamda da göze hitap eden bir etkinlik olacağını düşündüğümünden sürgüye bağlı değişen düzgün çokgenlerde köşegen sayısı etkinliğini geliştirdim.

Her iki öğretmen adayının söyleminden yazılımın en önemli işlevlerden biri olan somutlaştırma ve görselleştirme amacıyla etkinliği geliştirdikleri ve böylece öğretimlerini güçlendirebileceklerini düşündükleri görülmektedir. Ö9 buna ilaveten, GeoGebra yazılımın en önemli aracı olan sürgü/sürüklemeye yönelik işlevin kullanışlılığı hakkında da açıklama yapmıştır. Ö9 kenar sayısına bağlı olarak köşegen sayısının bulunmasını sağlamak amacıyla, kenar sayısı sürgü ile değişen bir çokgen geliştirmiş ve programın araçlarını etkili bir şekilde kullanmıştır.

Ö2 ve Ö15 de geliştirdiği etkinlikte programın birçok özelliği ve araç çubuğunu kullanmıştır (bkz. Şekil 7). Bu etkinlik ile sadece türev özelliklerini görsel olarak göstermek değil ekledikleri dinamik metinler ile teknoloji bilgilerini de etkili bir şekilde etkinliğe yansıtmışlardır.



Şekil 7. Ö2 ve Ö15'in geliştirdiği türev etkinliği

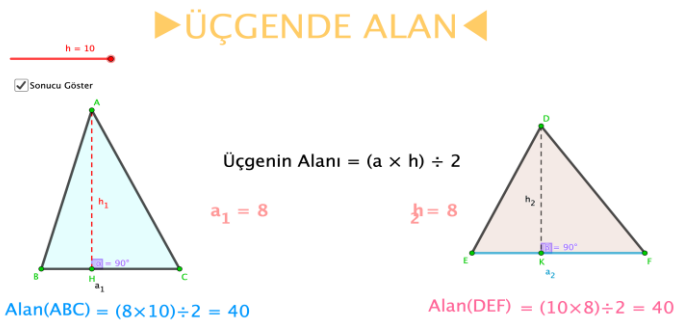
Bu etkinlikte Ö2 ve Ö15 fonksiyon olarak sinüs fonksiyonunu seçmişler ve sürgü yardımıyla farklı açı değerleri için fonksiyonu incelemişlerdir. Bu etkinliği geliştirme sürecindeki teknolojik araç hakkındaki bilgileri için öğretmen adayları şunları belirtmişlerdir:



Derste gördüğümüz araç çubuklarının büyük bir çoğunluğu yeterli oldu ancak grafiği sınırlandırmada giriş kutusuna yazdığımız eğer özelliğini derste görmemiştik. İnternet araştırması ve Youtube yardımıyla bu araç çubuğunu da öğrenmiş olduk ve kullandık.

Öğretmen adaylarının söylemlerinden bu etkinliği geliştirmek için teknoloji bilgilerinin yeterli olduğu ve gerektiği durumlarda da bilgilerini geliştirebildikleri, dijital teknolojik aracın özelliklerini ve fonksiyonlarını bildikleri/yorumlayabildikleri ve programın araç çubuklarını etkin kullanabildikleri sonucuna ulaşılabilir. Bu programın etkinliğe katkısı olarak da bu öğretmen adayları klasik öğretme ile çok yüzeysel olarak öğretilen bu konunun programın özellikleri ve araç çubukları ile daha görsel, dinamik ve akılda kalıcı olduğunu belirtmişlerdir.

Öğretmen adaylarının dijital araç çubuklarını nasıl ve hangi amaçla adım adım kullandıklarını incelemek amacıyla etkinliği nasıl geliştirdiklerini açıklamaları istenmiştir. Tüm öğretmen adaylarının bu anlamda teknoloji bilgilerini etkili ve doğru kullandıkları görülmüştür. Sınıfta yapılan gözlemlerde de öğretmen adaylarının araç çubuklarının programlardaki yeri, işlevi ve nasıl kullanıldıklarını öğrenmek için istekli ve meraklı oldukları gözlemlenmiştir. Örneğin, Ö4 ve Ö10 grup etkinliğinde üçgende alan ile ilgili problemleri çözmek için bir etkinlik geliştirmişlerdir (bkz. Şekil 8).



Şekil 8. Ö4 ve Ö10'nun geliştirdiği üçgende alan etkinliği

Bu etkinliği geliştirme sürecinde programın araç çubuklarını adım adım nasıl kullandıklarını şu şekilde detaylandırmışlardır:

- Araç çubuklarından doğru parçasını seçiniz ve bir doğru parçası ([BC]) oluşturunuz.
- Sayısal bir sürgü (h) oluşturunuz.
- Çizilen doğru parçası üzerinde bir nokta (H) alınız.
- Araç çubuklarından dik doğruyu seçiniz ve H noktasından geçen ve [BC] doğru parçasına dik doğru oluşturunuz.
- Doğru parçası komutunu seçerek [AB] ve [AC] doğru parçalarını oluşturunuz.
- Açık komutuyla [AH] doğru parçası ile [BC] doğru parçası arasında kalan açının dik olduğunu gösteriniz.
- Böylece tabanı sabit, yüksekliği de h sürgüsüne bağlı ABC üçgenini oluşturdunuz.
- Yüksekliği sabit, tabanı sürgüye bağlı başka bir üçgen oluşturmak için kenarda doğru parçası komutu yardımıyla [DK] doğru parçasını oluşturunuz.
- Sürgü komutuyla sayısal bir a sürgüsü oluşturunuz.
- Verilen uzunlukta doğru parçası diyerek a sürgüsüne bağlı [EF] doğru parçasını oluşturunuz.



- Doğru parçası komutuyla [DE] ve [DF] doğru parçalarını oluşturunuz.
- Açık komutuyla [DK] ve [EF] doğru parçalarının birbirine dik olduğunu gösteriniz.
- Çokgen komutuyla ABC ve DEF üçgenlerini çokgene çeviriniz.
- Gereksiz etiketleri ve nesneleri kaldırınız.
- Gerekli metinleri metin kutusu yardımıyla oluşturunuz.
- Etkinliğe son şeklini veriniz.

Özet olarak öğretmen adaylarının matematik eğitimi özelindeki dijital teknolojilerin ve bu teknolojilerin araç, fonksiyon ve özelliklerinin kullanılması hakkındaki bilgilerinin yani diğer bir deyişle teknolojik bilgilerinin kapsamlı olduğu sonucu ulaşılabılır.

Teknolojik matematik alan bilgisi (TMAB)

Tasarlanan bu çerçevenin özgün bileşenlerinden bir tanesi teknolojik matematik alan bilgisidir. Burada temel olarak bir matematik öğretmenin ve öğretmen adayının güçlü bir matematik alan bilgisine ve teknoloji bilgisine sahip olup, bu iki bilgi türünü gerektiği durumlarda harmanlayarak etkili öğrenme ve öğretmeyi sağlaması gerekmektedir. Bu bilgi türüne sahip öğretmenler Şekil 9'daki bilgilere sahiptirler.

- Matematik öğrenimi ve öğretimi için gerekli teorik bilgiye sahip olarak (matematiksel kavramların ve bilginin doğasını keşfetme, matematiksel genellemeler yapabilme, modelleme ve ispat yapabilme gibi temel becerilere sahip olma gibi), bu bilginin dijital teknolojik araçların özelliklerini kullanarak öğretilmesini, gözlemlenmesini, oluşturulmasını, doğrulanmasını ve bunun öğrenci bilgisine etkilerini bilme
- Hedeflenen matematiksel bilginin öğretiminde kullanılabilecek etkili ve doğru dijital teknolojik araçları seçebilme
- Matematik disiplinindeki konu ve kavramlar hakkında kapsamlı bilgiye sahip olup, bir konu veya kavramın dijital teknolojik araçlar kullanılarak öğretilmesi sırasında diğer matematiksel konu veya kavramları ve bunlara ait özellikler ve terimleri kullanıp bilginin adım adım oluşturulmasını bilme
- Dijital teknolojiler yardımıyla, matematik alanındaki kural, kavram, önerme ve ispatların doğruluğunu, geçerliliğini ve bu kural ve kavramlar arasındaki ilişkileri göstermeyi/sunmayı bilme

Şekil 9. TMAB tanımı

Teknolojik matematik (alan) bilginin geniş bir kümeyi kapsamışından dolayı bu çerçeve özelinde üç başlık altında ele alınmasının faydalı olabileceği düşünülmektedir. Bunlar; “Genel Teknoloji ve Alan”, “Uzmanlık Teknoloji ve Alan” ve “Kapsamlı Teknoloji ve Alan”dır (bkz. Şekil 10).



Şekil 10. TMAB ve alt bileşenleri

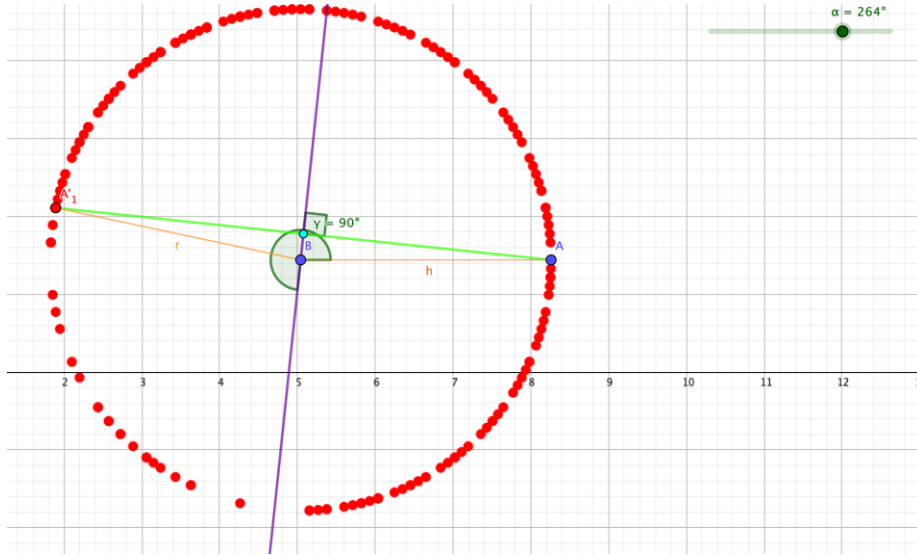
Bu bileşenler Ball ve diğerlerinin (2005) geliştirdiği Matematik için Öğretme Bilgisi çerçevesinden esinlenerek detaylandırılmıştır. Bu bağlamda alt bileşenler aşağıdaki gibi tanımlanabilir:

Genel Teknoloji ve Alan Bilgisi: Bir matematik öğretmenin öğrencilerin sahip olması gereken basit düzeydeki matematik bilgileri öğretmek için dijital araçları kullanmasıdır. Derse giriş aşamasında, öğrencilerin hazır bulunuşluğunu ölçmek amaçlı veya bir kavramın temelini öğretiminde kullanılabilecek etkinliklerin tasarlanmasında/planlanmasında bu bilgi türü kullanılabilir. Bir matematik öğretmenin dijital teknolojik araçlar kullanarak gerçekleştireceği matematik öğretiminde sahip olması gereken en temel bilgi düzeyidir.

Uzmanlık Teknoloji ve Alan Bilgisi: Bir öğretmenin sınıf içerisinde sıklıkla kullandığı alan bilgisini teknoloji kullanarak öğretmesidir. Bu bilgi türü pedagojik bilgi içermez. Örneğin bir kavramın tanımını hatırlatma, öğrencilerin ön bilgisini ölçme gibi durumlarda bu bilgi türünden faydalanılabilir.

Kapsamlı Teknoloji ve Alan Bilgisi: Bu bilgi türü, matematik alan bilgisinde ileri düzeyde bilgiye sahip olarak öğrenme/öğretme sürecinde dijital araçları kullanılabilmesini kapsamaktadır. Bu bilgi türüne sahip bir matematik öğretmeni, dijital teknolojik araçlar kullanarak öğretim yaptığı sınıf seviyesindeki matematik konularının diğer konularla (önceki ve sonraki sınıf seviyelerinde öğretilen) ve farklı disiplinler ile ilişkisini bilmektedir.

Genel Teknoloji ve Alan Bilgisine örnek olarak Ö14'ün çember konusunda geliştirdiği etkinlik verilebilir. Çember matematiksel olarak “bir düzlemde sabit bir noktadan eşit uzaklıkta bulunan noktalar kümesidir” şeklinde tanımlanmaktadır. Bu tanıma bakıldığında, çember kavramının sınıfta sıklıkla kullanılmasına rağmen öğrenciler için soyut kaldığı söylenebilir. Ö14, sahip olduğu temel matematik alan ve teknoloji bilgisi ile buna yönelik etkinliğinin giriş aşamasını tasarlamıştır (bkz. Şekil 11).

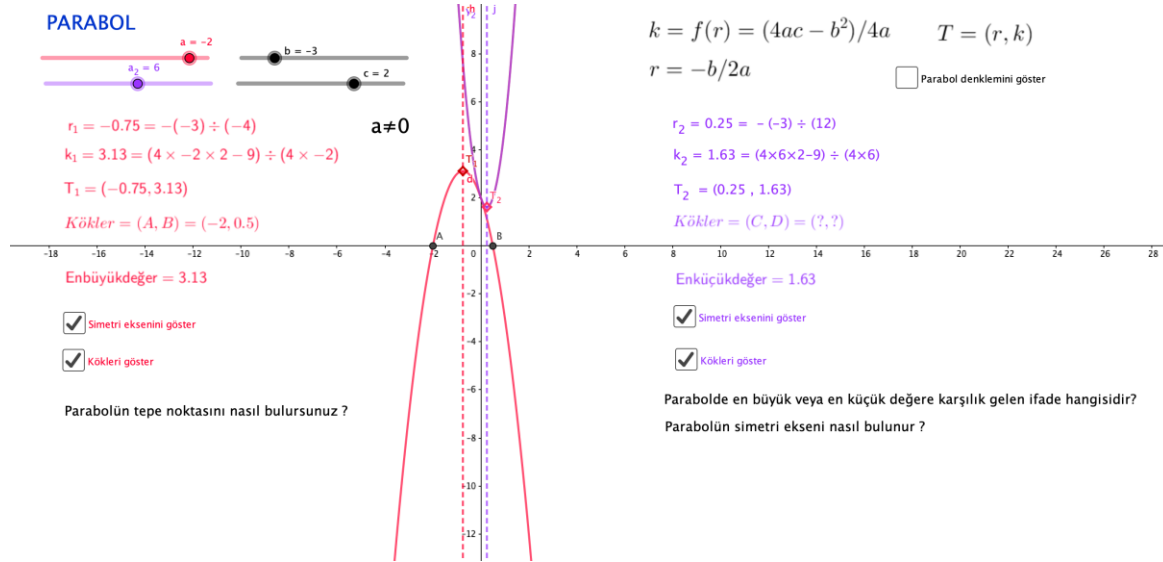


Şekil 11. Ö14'ün çember tanımında kullanacağı etkinlik

Teknoloji bilgisinin kendi öz değerlendirmesinde çok kapsamlı olmadığını vurgulayan Ö14 alan bilgisinin ve temel anlamdaki teknoloji bilgisinin etkinliği geliştirmede etkili olduğunu belirtmiştir. Ö14, öğretimde sıklıkla kullandığımız çember tanımının etkili öğretiminde, dijital araçların faydalı olacağını savunarak bu etkinliğin geliştirilmesinde Genel Teknoloji ve Alan bilgisini kullanmıştır. Çember tanımının sözel olarak öğretiminin zor olduğunu, hatta tahtada görsel olarak öğretilmeye çalışıldığında karmaşık bir hal aldığını savunan Ö14 şöyle bir açıklama yapmıştır:

Genel anlamda çember çizmek zor bir durum. Nokta ve doğruyu çizip yansımaları göstermek kısmen kolay fakat doğrunun eğimini değiştirip bir konu demeti elde ederken aynı zamanda yansıdığı noktaları göstermeye kalktığımızda tahtadaki şekil karmaşık bir hal alır. Öğrenciye bilgiyi gösterirken kafasını karıştırmak öğretmenin yapmayacağı tek şeydir. Bu yüzden bu tür konularda programdan yararlanılması hem öğretmene zaman kazandırır hem de öğrenci konuyu daha kolay anlar.

Uzmanlık Teknoloji ve Alan Bilgisi kapsamında öğretmen adaylarının etkinliklerinde ve ders planlarında farklı ve kapsamlı uygulamalara rastlanmaktadır. Örneğin, Ö10 geliştirdiği etkinlikte ikinci dereceden denklemlerde katsayıların etkilerini göstermek amaçlı bir etkinlik geliştirmiştir (bkz. Şekil 12).



Şekil 12. Ö10'un geliştirdiği ikinci dereceden denklem etkinliği

Ö10, bu matematiksel bilgiyi dijital araçlarla öğretmenin önemine değinmiştir:

Kağıt kalem ile uygulandığında, parabolü çiziyoruz. Formülleri veriyoruz. Bir örnek verip geçiyoruz. Mesela $ax^2 + bx + c$ gibi bir fonksiyonda a , b , c neleri değiştirir tam bilmiyoruz. Sadece a değerinin kolların açıklık kapalılığını değiştirdiğini biliyoruz o kadar. Ama GeoGebra da yaptığımız etkinlikte sürgüleri kullanıyoruz. a , b ve c 'yi sürgülere bağlıyoruz. Her birini tek tek değiştirip değişimleri gözlemleyebiliyoruz. Paraboldeki en büyük en küçük değerleri gözlemleyebiliyoruz. Avantajları göze daha çok hitap etmesi, ilişkili kısımları aynı renge boyayarak hangi denklemin ne için yazıldığını anlamak, aynı zamanda dinamik olduğu için öğrencinin daha çok dikkatini çekiyor. Dezavantajlarına gelirse belki sürekli bu şekilde etkinlikler kullanmak öğrencilerde ciddiyeti bozabilir. Ya da göz yorgunlukları oluşturabilir.

Ö10, sürgü kullanmanın tahtada yapılamayan birçok duruma yönelik dezavantajları giderebileceğine değinmiştir. Bu anlamda matematiksel bilgiyi teknolojinin özelliklerinden faydalanarak etkin bir biçimde öğretmeyi amaçlamıştır. Öğrencilerin özellikle sürgü yardımıyla a , b ve c katsayılarını tek tek değiştirebileceklerini ve böylece paraboldeki tüm değerleri gözlemleyerek parabolün simetri eksenini, köklerini ve denklemindeki değişimleri görerek öğrenebileceklerini savunmuştur. Bu güçlü alan bilgisinin yanı sıra Ö10, programdaki özelliklerden faydalanarak (benzer renkler kullanma) öğrencilerin dikkatini çekmeyi hedeflediğini belirterek sınıf seviyesine uygun olarak hem alan hem de teknoloji bilgisini etkili bir şekilde entegre edebilmiştir. Bunun yanı sıra, Ö10 alan ve teknoloji bilgisini nasıl etkin bir şekilde kullandığını, etkinliği uygulama süreçlerinde matematiksel bilgiyi kazandırmak amaçlı hangi soruları sormayı planladığını şu şekilde açıklamıştır:

Etkinlikte kazandırmak istediğim matematiksel bilgi, parabolde kökler toplamının yarısının, r olarak ifade edilip fonksiyonun tam simetri eksenindeki x değerine karşılık gelmesi, aynı zamanda burasının tepe noktasının x değeri olması ve $f(x)$ değerinin tepe noktasının y değerini vermesi oldu. Aynı zamanda bunu $f(r)=k$ olarak ifade ediyoruz.

Burada k , fonksiyonun alabileceği en büyük veya en küçük değer oluyor. Bunları



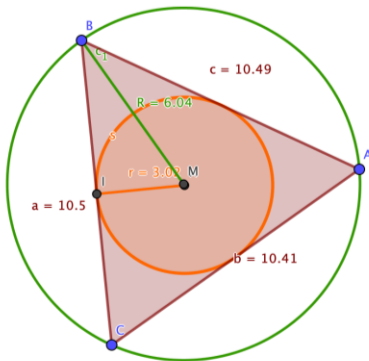
öğretmeyi amaçladım. Bu konuyu GeoGebra bilgilerimle yapabileceğime inandığım için ve vakti zamanında görsel olarak çok iyi kafamda canlandıramadığım için seçtim. Öğrenciye etkinlik sırasında şu sorular sorulabilir:

- Parabol olma koşulu nedir? Kaçıncı dereceden fonksiyonlara parabol denir?
- Parabolde r ve k değerleri neyi ifade eder?
- Parabolün simetri eksenini nasıl bulunur?
- Parabolde en büyük ve en küçük değere karşılık gelen ifade nedir?

Öğretmen adaylarının geliştirdiği etkinliklerde kapsamlı teknoloji ve alan bilgilerini de yansıttıkları görülmektedir. Bu bilgi türünde, öğretmen ve öğretmen adaylarından farklı seviyedeki konuları veya farklı disiplinleri ilişkilendirmek için dijital teknolojileri etkin kullanması beklenmektedir. Bu anlamda, Ö15 Heron formülünü öğretmek için iç teğet ve dış teğet çemberinden faydalanarak bir etkinlik geliştirmiştir (bkz. Şekil 13). Üçgeni bir köşesinden sürükleyerek (bkz. Şekil 14), farklı üçgenlerde de formülün genel geçerliğini göstermeyi hedeflemiştir. Bu etkinlik için Ö15 etkinliğin dijital araçlar kullanılarak geliştirilmesi ve kullanılmasının önemine değinmiştir:

Bu konu geleneksel sınıf ortamında sadece bir şekil çizilip daha sonra formül yazılarak verilecekti. Ve 3 formülün eşit olduğu söylenip geçilecekti. Ama GeoGebra programı sayesinde daha detaylı bir çizim yapıp yarıçapların değişimini, üçgenin kenar uzunluklarının değişimini ve buna bağlı olarak alanın değiştiğini söyleyebiliyoruz. Ve sonucunda 3 alan formülünden de sonucunun eşit olduğunu görebiliyoruz. Bu sayede formül ezberden ziyade daha da akılda kalıcı bir hale geliyor.

HERON FORMÜLÜ -U'LU ALAN FORMÜLÜ-



$$A(ABC) = \sqrt{(u-a)(u-b)(u-c)}$$

$$A(ABC) = u \cdot r$$

$$A(ABC) = a \cdot b \cdot c / 4R$$

$$a = 10.5$$

$$b = 10.41$$

$$c = 10.49$$

$$u = a + b + c / 2 = 15.7$$

$$R = |MB| = \text{çevrel çemberin yarıçapı} \quad R = 6.04$$

$$r = |MI| = \text{iç teğet çemberin yarıçapı} \quad r = 3.02$$

$$A(ABC) = \sqrt{(u-a)(u-b)(u-c)} = 47.42$$

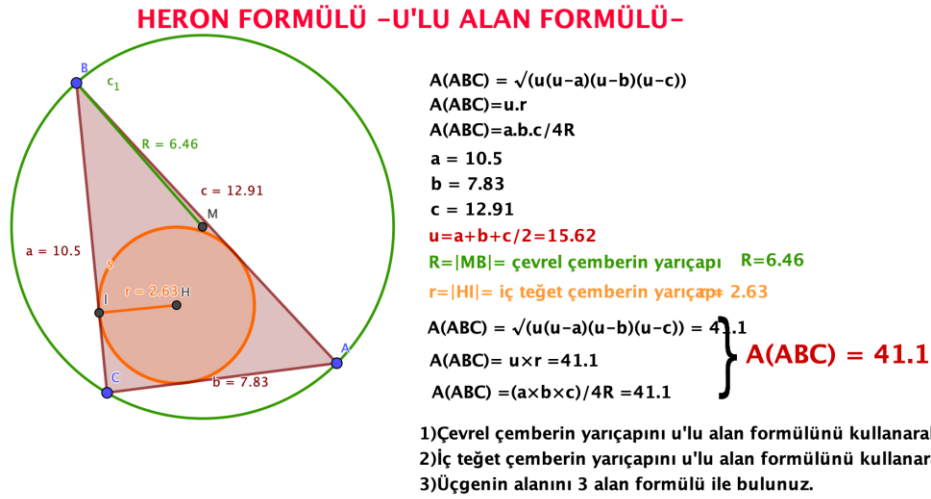
$$A(ABC) = u \cdot r = 47.42$$

$$A(ABC) = (a \cdot b \cdot c) / 4R = 47.42$$

$$A(ABC) = 47.42$$

- 1) Çevrel çemberin yarıçapını u'lu alan formülünü kullanarak bulunuz.
- 2) İç teğet çemberin yarıçapını u'lu alan formülünü kullanarak bulunuz.
- 3) Üçgenin alanını 3 alan formülü ile bulunuz.

Şekil 13. Ö15'in Heron formül etkinliği



Şekil 14. Ö15'in Heron formül etkinliği-üçgenin köşesinden sürüklenmesi ile yeni bir üçgen oluşumu

Özet olarak, matematik öğretmen ve öğretmen adaylarının sadece güçlü alan bilgisi veya sadece güçlü teknoloji bilgisine sahip olması yeterli değildir. Bu anlamda öğretim amaçlarına paralel şekilde farklı düzeydeki farklı bilgi türlerini harmanlayarak öğretmek kayda değer bir öneme sahiptir.

Teknolojik pedagojik bilgi (TPB)

Teknolojik Pedagojik Bilgi (TPB), bir matematik öğretmenin sadece teknoloji veya sadece pedagoji bilgisine sahip olmasını değil, her iki bilgi türüne sahip olup bu bilgi türlerini etkili bir şekilde harmanlayabilme becerisini gerektirir. Bu anlamda, yine diğer bilgi türlerinde olduğu gibi matematik eğitimine özgü olan teknoloji ve pedagoji bilgisini göz önünde bulundurmamak kayda değer bir öneme sahiptir. Bu çerçeve kapsamında benimsenen TPB Şekil 15'teki gibi tanımlanabilir.

- Sınıftaki öğrenciler ve öğretilen konu göz önünde bulundurularak, doğru teknolojik araçlar ve uygulamaları seçme ve seçilen teknoloji uygulamalarının, konu ve kavramın öğrenilmesini nasıl etkileyeceğini/değiştireceğini bilme
- Teknoloji veya teknolojik araçların etkili stratejilerini, sınıf rutinlerini, davranış yönetimi tekniklerini, sınıf düzenlemesi tekniklerini ve öğrenci motivasyonunu sağlama yöntemlerini, müfredatta yer alan amaç ve hedefleri nasıl etkileyeceğini bilme ve bu doğrultuda etkili bir şekilde teknolojiyi kullanma

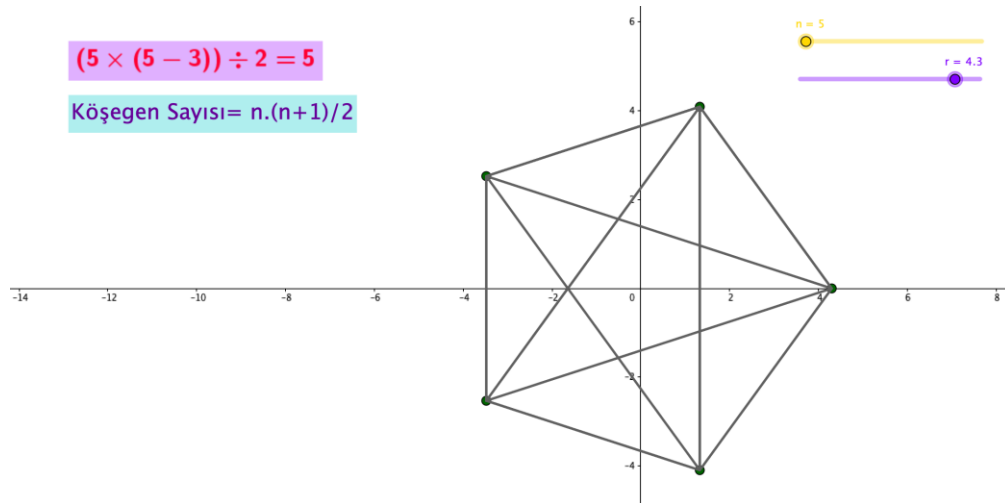
Şekil 15. TPB tanımı

Teknolojik Pedagojik Bilgi de TMAB gibi farklı alt bileşenlere sahiptir. Bunlar Teknoloji ve Öğrenci, Teknoloji ve Öğretme ve Teknoloji ve Müfredattır. Bu anlamda, yapılan uygulama için pedagoji bilgisinde en önemli yere sahip üç bileşen öğrenci, öğretim ve müfredat/kazanım göz önünde bulundurulmuştur (bkz. Şekil 16).



Şekil 16. TPB'nin alt bilgi türleri

Öğretmen adaylarının hepsi geliştirdikleri etkinliklerde de ders planlarında da dijital teknolojik araçların doğru ve etkin kullanımını etkili bir pedagojik yöntem olarak belirtmişlerdir. Bunun yanı sıra yine tüm öğretmen adayları etkinliği uygulama sürecinde nasıl öğreteceklerini ve etkinliğin kazanımını ve bunun önemini vurgulamışlardır. Örneğin, Ö9, düzgün çokgenlerde köşegen sayısını kenar sayısı ile ilişkisini göstermek etmek amaçlı geliştirdiği etkinlikte teknolojiyi nasıl bir öğretim stratejisi ile öğreteceğini ve bu noktada müfredata göre kazandırmayı hedeflediği amacı detaylı bir şekilde ele almıştır (bkz. Şekil 17).



Şekil 17. Köşegen sayısının ilişkilendirilmesi

Ö9 bu konuyu seçme nedeni olarak teknoloji ile öğretimde özellikle sürgü yardımıyla köşegen ve kenar sayısı arasında doğrudan bir ilişki değil bir formül olduğunu kendinin göstermek istediğini ve kendinin de öğrenme sürecinde olduğunu varsaydığı vurgusunu yapmıştır. Diğer bir deyişle hem teknolojinin rolünü hem de öğrenmedeki etkisini göz önünde bulundurmuştur:

Aynı zamanda çokgenin kenar uzunluğundaki değişimi de bağlı olarak oluşturduğum sürgü sayesinde köşegen sayısının kenar uzunluğuyla bir ilgisinin olmadığını göstermek. Bu konuyu neden seçtiğime gelirse çokgenler ve en sevdiğim düzgün çokgenler ilk öğrendiğimde bana soyut gelmişti. Özellikle köşegen sayısını bulmak o formülleri ezberlemek başta anlam veremediğim olgulardı. Kendimi de bu konuyu öğrenirken



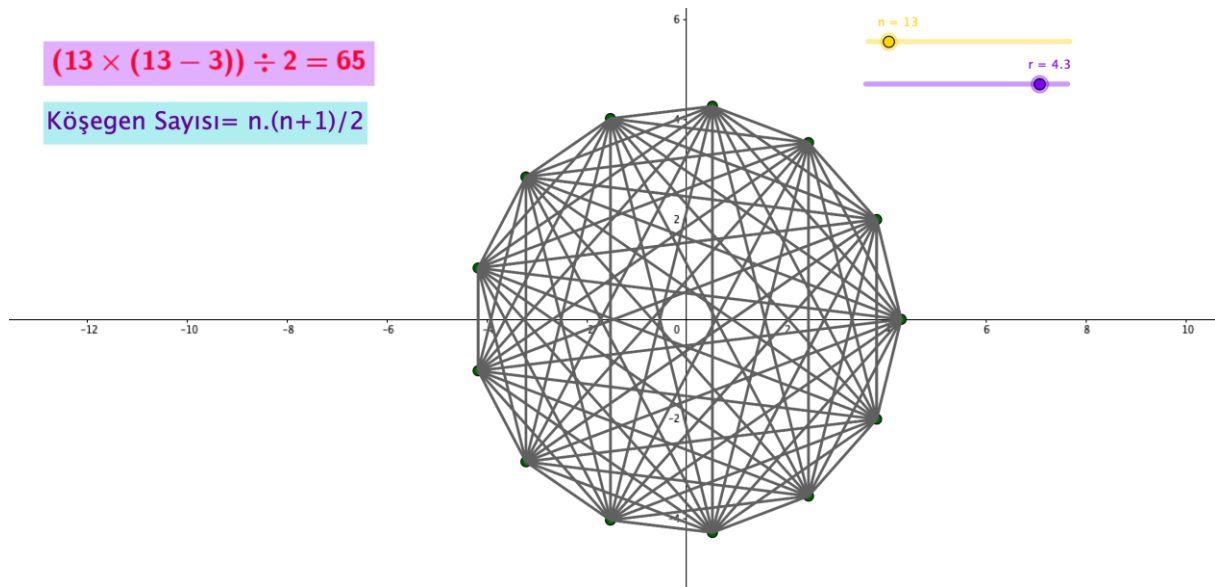
düşündüm ve öğrencinin görsel olarak daha iyi anlaması ve akılda kalıcı olması için bu etkinliği seçtim.

Bunun yanı sıra, öğretme sürecinde de teknolojinin vurgusuna değinmiştir. Özellikle sürgü yardımıyla kenar sayısı değiştiğinde köşegenin nasıl değiştiğini göstermenin (bkz. Şekil 18), görsel olarak desteklemenin yanı sıra formülün ezberlenmesi yerine aynı zamanda anlanmasına katkı sağladığını vurgulamıştır:

Ben bu etkinliği kâğıt ve kalem üzerinde anlatmaya çalışırsam sadece formülü yazacağım ve öğrenciden ezberlemesini isteyeceğim. Böylece öğrenci anlamayacak. Sadece formülü ezberleyecek. Bu da öğrenmenin tam anlamıyla gerçekleştiği anlamına gelmez. Daha etkili ve kalıcı bir öğrenme için GeoGebra ile öğrencilerin gözünde canlanmasını ve de öğrencilerin net bir şekilde görmesini sağlarım. Böylelikle öğrenci bu bilgiyi daha kolay öğrenip daha çabuk kavrayacaktır.

$$(13 \times (13 - 3)) \div 2 = 65$$

$$\text{Köşegen Sayısı} = n \cdot (n+1) / 2$$



Şekil 18. Sürgünün arttırılmasıyla oluşan köşegen sayısı

Özet olarak Ö9, görüşlerinde bu etkinliğin uygulama sürecinde hem kazanım hem öğrenme hem de öğretme sürecine vurgu yapmıştır:

GeoGebra her alandaki matematik konularını öğrenciye aktarmak için çok güzel ve çok beğendiğim bir uygulama. Araç çubukları yeterliydi benim için etkinliği oluştururken tam anlamıyla işimi gördü diyebilirim. Kazandırmayı amaçladığım matematiksel bilgiye gelince bunun GeoGebra ile öğretilmesi hem bana hem de öğrenciye kolaylık sağlar. Benim daha rahat anlatmamı öğrencinin de daha kolay kavramasını sağlar. Dezavantajları da öğrenci çabuk sıkılabilir bu etkinliği anlatırken. Ama öğrenciye de uygulatarsak bunun önüne de geçilmiş olunur.

Bu bilgi türüne bakıldığında müfredat, öğrenme ve öğretmenin ön plana çıktığı ve özel olarak bu 3 temel bileşen çerçevesinde bir matematik öğretmeninin ve öğretmen adayının doğru ve etkin



pedagojik stratejiler benimseyip bunları etkin dijital teknolojik araçlara entegre etme bilgisine sahip olmasının kayda değer bir öneme sahip olduğu sonucuna ulaşılabilir.

Teknolojik pedagojik matematik alan bilgisi (TPMAB)

Teknolojik Pedagojik Matematik Alan Bilgisi (TPMAB) bu kısma kadar anlatılan tanım ve örneklerden izler taşıyıp, bunların beraber ele alınmasını içerir. Diğer çerçevelerden farklı olarak, en geniş bilgi türü olan TPMAB’de de matematik eğitimi özelindeki alan, teknoloji ve pedagoji bilgi türlerine sahip olmanın önemli olduğu vurgusu yapılmıştır. Bu anlamda, TPMAB Şekil 19’da verildiği gibi tanımlanabilir.

- AB (Matematik), PB, TB, PAB, TMAB, TPB’nin kesişimi olarak matematik eğitimi özelindeki dijital teknolojik araçların yine matematik eğitimi özeline uygun pedagojik teknikler ve stratejiler, matematiksel temsiller, gösterimler, benzetimler, örnekler, modeller ve mecazlar (metaforlar) kullanarak matematiksel bilginin keşfedilmesini ve öğrenilmesini sağlama bilgisi
- Verilen matematik konusunun seviyesine göre uygun pedagojik tekniklerin ve bilgilerin, kullanılacak dijital teknolojik araçların öğrencilere nasıl yardımcı olacağını ve ne yönde etkileyeceğini bilme
- Öğrencilerin, dijital teknolojinin sağladığı faydaları kullanarak, verilmek istenen matematiksel bilgiyi açıklamalar yaparak ve sorgulayarak doğrulamalarını sağlamalarını destekleme
- Dijital teknolojiyi kullanarak konuların öğrenilmesini nelerin kolaylaştıracağını, farklı yaşlardaki ve birikimlerdeki öğrencilerin öğretilcek konuya ilişkin sahip oldukları matematiksel kavram ve ön bilgilerin keşfedilmesi ve pekiştirilmesini, öğrencilerin sahip oldukları kavram yanlışlarını ve bu yanlışların nasıl giderileceğine yönelik gösterimleri, örnekleri ve açıklamaları bilme

Şekil 19. TPMAB tanımı

Diğer bilgi türlerinde olduğu gibi teknoloji bilgisinin yanı sıra matematik alan bilgisinin düzeyi, öğrenci, öğretme ve müfredat (öğretim programı) bu bilgi türünün tanımlanmasında ve belirlenmesinde önemli yere sahiptir (bkz. Şekil 20).



Şekil 20. TPMAB’nin içeriği

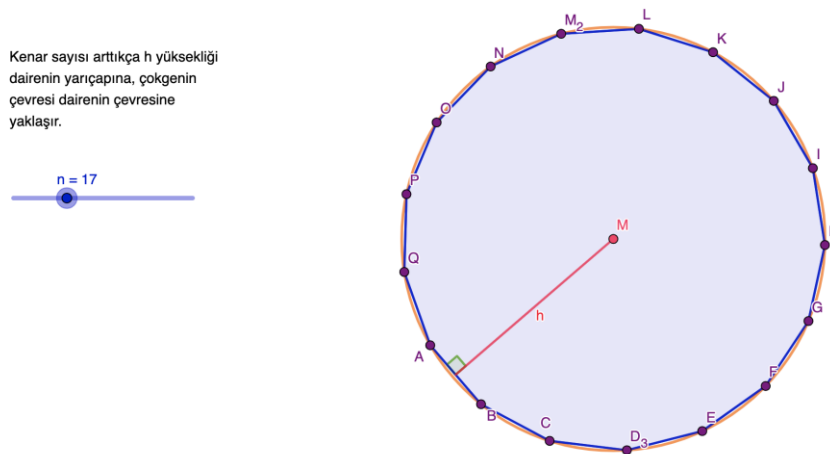
Bir matematik öğretmeninin veya öğretmen adayının temel anlamda sahip olması gereken teknoloji, matematik alan ve pedagoji bilgisinin bu bileşende önerildiği gibi tanımlanabileceği düşünülmektedir. Öğretmen adayları geliştirdikleri etkinliklerde ve ders planlarında ve bunların



uygulamalarında bu bilgi türüne dair kanıtlar sunmuştur. Örneğin, Ö8 dairenin çevresi ve alanını öğretmek amaçlı bir ders planı tasarlamış ve bunun uygulamasını yapmıştır. Ders planında göz önünde bulundurduğu bazı bileşenleri şöyle açıklamıştır:

- Öncelikle kazanımımı belirledim ve bu kazanıma yönelik teknoloji destekli bir etkinlik geliştirmeye çalıştım.
- Konu seçme sürecimde teknolojiyi entegre edebilmek başta olmak üzere bu teknolojiyi öğrencilerin karşısına yaratıcı bir şekilde çıkarabilme ihtimalimi göz önünde bulundurarak seçtim.
- Dairede alan konusunun ders kitaplarında nasıl ele alındığını inceledim. Öğrencilere teknolojiye yönelik etkinlikler oluşturabilme durumumu inceledim. Onlara ders sırasında izletebileceğim videolar araştırmaya çalıştım.
- Ders planı için materyaller olabildiğince bol olacak şekilde araştırma yaptım. Bu araştırmalar sonucunda her birinin ne kadar sürede gerçekleştirebileceğini tahmini olarak hesapladım ve iki ders saati için yeterli süreye ulaştığımda ve derste kullanmayı düşündüğüm etkinlikleri-görselleri ve çözmeyi düşündüğüm soruları öğrenci düzeyine uygunluk açısından inceledim. Öğrencilerin ilgisini çekeceğini düşündüğüm etkinlikleri ve görselleri seçmeye özen gösterdiğim için bunların yeterli olduğunu düşündüm. Soruların da öğrencilere kazanım sonucunda elde etmeleri gereken becerileri sağlamaya yönelik olduğunu düşündüğüm an yeterli olduğunu düşündüm.

Ö8'in açıklamalarının her biri detaylı olarak incelendiğinde, dijital teknolojinin seçimi ve etkinliklerin geliştirilmesi gibi durumlarda kazanım (müfredat), öğrenci ve öğretme sürecinin öne çıktığı görülmektedir. Ö8, 11. sınıf seviyesinde öğretmek amacıyla geliştirdiği etkinlikte birçok bileşeni göz önünde bulundurmıştır. Örneğin, dairenin alan formülünün öğretimi amacıyla sonsuz kenarlı bir çokgenin alanından faydalanmıştır (bkz. Şekil 21)



Şekil 21. Ö8'in daire alan formülü öğretmek amaçlı geliştirdiği etkinlik

Ö8 bu etkinliği uygularken, aşağıdaki gibi bir yöntem uygulamayı planladığını belirtmiştir:



Düzgün çokgen araç çubuğu ile ekran üzerinde iki nokta belirlenir. Noktalar belirlendikten sonra sürgü oluşturulur. Sürgünün aralığı 3 ile 50, artış miktarı ise 1 birim olarak belirlenir. Sürgü aracılığıyla düzgün beşgen elde edildikten sonra çokgenin merkezi belirlenir. Çokgenin merkezini belirlemek için orta dikme araç çubuğu ile herhangi iki kenarın orta dikmesi alınır ve kesiştirilir. Orta dikmelerden bir tanesi çokgenin bir kenarıyla kesiştirilir ve elde edilen bu iki nokta doğru parçası araç çubuğu ile birleştirilir. Böylece çokgenin merkezi ile bir kenarı arasındaki uzaklık belirlenmiş olur.

Sürgü araç çubuğu ile çokgenin kenar sayısı arttıkça şeklin dairesel bir hal aldığı gözlenir.

Sürgü araç çubuğu ile düzgün çokgende değişiklik yapılırken öğrencilere şu sorular yönlendirilir:

- Oluşturulan bu çokgenlerden hangisinin alanı dairenin alanına daha yakın bir sonuç verir?
- Çokgenlerin kenar sayısı arttıkça çevre uzunlukları toplamı dairenin çevre uzunluğu toplamına yaklaşır mı?
- Çokgenin merkezinden kenara indirilen dikmenin uzunluğu dairenin yarıçap uzunluğuna yaklaşır mı?
- Düzgün çokgenlerin alanını bulmak için $\frac{C \times h}{2}$ (Ç: Çevre uzunluğu, h: merkezden kenara indirilen dikmenin uzunluğu) formülünden yararlanılır. Siz de bu formülden yararlanarak daire için bir alan formülü oluşturabilir misiniz?

Öğrencilerin sorulara verdiği cevapların ardından “Daireyi nasıl tanımlarsınız?” sorusu yöneltilebilir. Gelen cevaplar üzerine,

“Çemberin kendisi ve iç bölgesini oluşturan noktalar kümesine daire denir. Dairenin alanı da

$A = \pi r^2$ bağıntısı ile bulunur.” ifadesiyle genel bir toparlama yapılır.

Bu etkinliğin ardından, Ö8 yine pekiştirmek amacıyla bir GeoGebra etkinliği daha uygulamayı ve öğrenciler ile bir video (<https://www.youtube.com/watch?v=whYqhpc6S6g>) izlemeyi hedeflemiştir.

Yaptığı uygulamada planladığına tamamen benzer bir uygulama gerçekleştiren Ö8, ders planını planlama ve uygulama anlamında etkili bir şekilde teknoloji, matematik alan ve pedagoji bilgisini kullanmıştır. Bu anlamda TPMAB bilgi türünün süreç içerisinde ve deneyime dayanarak geliştiği düşünülerek öğretmen adaylarının bu bilgi türlerinin geliştiği fakat deneyim kazandıkça daha da gelişebileceği sonucuna ulaşılabilir. Bir formülü görsel olarak ispatlama, bunu farklı konularla ilişki kurarak yapma (çokgen-daire gibi), çeşitli dijital araçların dinamiklik özelliğini etkin bir şekilde kullanma (sürgü gibi) ve doğru sorularla adım adım etkin bir uygulama gerçekleştirme TPMAB’nin gelişmiş olmasını gerektirir. Bu anlamda, Ö8’in çalışma kapsamında yapılan uygulamalar ile bu bilgi türünün (ve alt bilgi türlerinin) gelişmeye başladığı sonucuna ulaşılabilir. Benzer olarak, diğer öğretmen adayları da kapsamlı olarak TPMAB ve alt bilgi türlerini süreçte geliştirmeye başlamışlardır.

Özet olarak, bahsedildiği üzere bu bilgi türleri şimdiye kadar anlatılan tüm bilgi türlerini kapsamakla birlikte gelişmesi ve geliştirilmesi zaman alan bir bilgi türüdür. Yapılan sınıf içi gözlemler ve araştırmacının deneyimleri bu bilgi türünün gelişiminde öğretmenlik deneyiminin de etkili olduğunu göstermektedir. İyi bir TPMAB’a sahip öğretmen öncelikle matematik eğitimi alanındaki dijital teknolojik araçları kullanmaya dair teknolojik bilgiye, güçlü ve kapsamlı bir matematik alan bilgisine ve



etkin pedagojik bilgiye sahip olarak bunları da gerektiği durumlarda birbirine entegre edebilmek becerisine sahip olmalıdır.

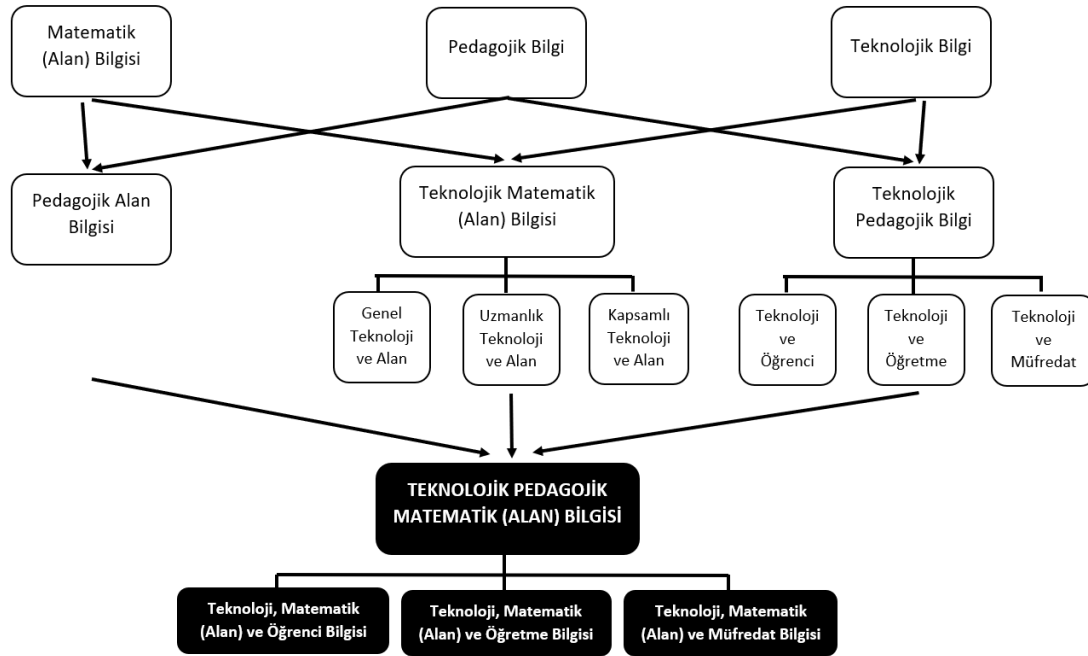
Tartışma, Sonuç ve Öneriler

Sayfa | 3630

Bu çalışmada, ulusal ve uluslararası alan yazında farklı disiplinlerde öğretmen ve öğretmen adaylarının bilgi türlerini ölçmek, belirlemek, değerlendirmek ve geliştirmek amacıyla yaygın olarak kullanılan TPAB çerçevesinin, matematik eğitime uyarlanması amacıyla bir çerçeve tasarlanmıştır. Shulman'ın (1986) *"her discipline ait bilginin kendi bağlamında değerlendirilmesi gerektiği"* görüşünden hareketle, bu çalışmada geliştirilen çerçevede *"Matematik öğretmenleri ve öğretmen adaylarının teknolojik, pedagojik ve matematik alan bilgilerinin belirlenmesi, incelenmesi ve geliştirilmesi için kullanılabilecek bileşenler ve bu bileşenlerin içerikleri"* ortaya konmuştur.

Matematik eğitimi alanındaki önceki çalışmalara bakıldığında bazı çerçeveler geliştirilmiş olsa da bu çalışmada tasarlanan çerçeveden çeşitli açılardan ayrıştıkları görülmektedir. Örneğin, Bowers ve Stephens'in (2011) geliştirdiği model yalnızca Geometer's Sketchpad yazılımını temel almakta, alan bilgisine odaklanmamaktadır. Bu nedenle ilgili modeldeki *"Teknoloji Bilgisi"*, matematik eğitiminde kullanılabilecek dijital teknolojilere sınırlı şekilde yaklaşmaktadır. Oysa bu çalışmada geliştirilen çerçevede, Teknolojik Matematik Alan Bilgisi (TMAB) ayrıntılandırılarak alt bileşenlere ayrılmıştır. Benzer şekilde, Nyikahadzoyi'nin (2015) çerçevesi yalnızca fonksiyon konusunun öğretimine odaklanmış, matematik/geometri müfredatının geniş kapsamını dikkate almamıştır. Ayrıca teknoloji bilgisine sınırlı düzeyde yer verilmiştir. Buna karşılık, bu çalışmada geliştirilen çerçeve teknolojiyi daha kapsamlı biçimde ele almakta ve matematik eğitiminin tüm konu alanları ile farklı sınıf seviyelerine yönelik bilgi türlerini tanımlamaktadır. Thomas ve Hong (2013) ile Rocha'nın (2020) çerçeveleri, bu çalışmada geliştirilen çerçeveye önemli bir temel oluşturmuştur. Ancak Thomas ve Hong'un daha çok pedagojik boyuta odaklandığı, Rocha'nın ise öğrenme ve öğretme teknoloji bilgisine sınırlı yer verdiği görülmektedir. Bu nedenle, bu çalışmada sunulan çerçevede bileşenler daha ayrıntılı ve kapsamlı biçimde ele alınmıştır.

Şekil 22'de gösterildiği üzere tasarlanan çerçevede, Teknolojik Matematik Alan Bilgisi (TMAB), Teknolojik Pedagojik Bilgi (TPB) ve Teknolojik Pedagojik Matematik Alan Bilgisi (TPMAB) alt bileşenleri tanımlanmıştır. Bu bileşenlerin matematik eğitimi alan yazınına katkı sağlaması beklenmektedir. Örneğin, TMAB farklı sınıf seviyelerinde, farklı konularda ve dersin işlenişinde öğretmenlerin bilgisini değerlendirmede kullanılabilir. Ayrıca öğretmenlerin ders tasarlama ve etkinlik geliştirme süreçlerine de katkı sunabilir. TMAB; Genel, Uzmanlık ve Kapsamlı olmak üzere üç düzeyde teknoloji ve alan bilgisini içermektedir. Bu yaklaşım, Ball ve diğerlerinin (2005) matematik bilgisinin sınıf seviyelerine göre farklı içerik ve derinlikte ele alınması gerektiği görüşünü teknoloji boyutuyla desteklemektedir.



Şekil 22. TPMAB çerçevesi ve bileşenleri

TPB ve TPMAB bileşenleri ise üç temel boyut üzerinden detaylandırılmıştır: Öğrenci, Öğretme ve Müfredat. Matematik öğretmenleri ve öğretmen adaylarının, teknoloji entegrasyonu sürecinde bu üç boyutu dikkate alarak planlama yapmaları gerektiği görülmektedir. Çerçeve yer alan tanımlar, özellikle şu soruların yanıtlanmasında yol gösterici olacaktır:

- Belirli bir sınıf seviyesinde müfredattaki kazanımlara yönelik planlama nasıl yapılır?
- Teknoloji entegrasyonu hangi amaçla ve nasıl gerçekleştirilir?
- Dijital teknolojiler hangi yöntemlerle ve ne tür amaçlarla kullanılabilir?
- Bu süreçte öğrencinin rolü ne olmalıdır?
- Öğretmenin rolü ve rehberliği nasıl şekillenmelidir?

Bu açıdan çerçevenin, matematik öğretmenleri ve öğretmen adaylarının teknolojik, pedagojik ve alan bilgilerini ve bu bilgilerin ikili/üçlü kesişimlerini belirleme, inceleme ve geliştirme sürecine katkı sağlayacağı düşünülmektedir. Ayrıca bu çerçevenin, deneyim ve altyapısı farklı olan tüm öğretmen ve öğretmen adaylarının TPMAB düzeylerini incelemenin yanı sıra; ders, eğitim modülü ve program içeriklerinin tasarlanmasında da kuramsal bir dayanak olarak kullanılabileceği öngörülmektedir. Sonuç olarak, bu çalışmada geliştirilen kavramsal çerçeve yalnızca matematik öğretmenleri ve öğretmen adaylarının TPMAB düzeylerini belirleme ve geliştirme sürecine katkı sunmakla kalmayıp, aynı zamanda:

- Üniversitelerde öğretmen yetiştirme programlarında yer alan teknoloji temelli/destekli derslerin içeriklerinin hazırlanmasına,
- Milli Eğitim Bakanlığı tarafından düzenlenecek hizmet-içi eğitim programlarının tasarlanmasına,
- Matematik eğitiminde teknoloji entegrasyonuna yönelik yeni araştırmaların literatüre kazandırılmasına kaynak ve dayanak oluşturabilecek niteliktedir.



Kaynakça

- Agıy, D. D., ve Voogt, J. (2012). Developing technological pedagogical content knowledge in pre-service mathematics teachers through collaborative design. *Australian Journal of Educational Technology*, 28(4), 547-564.
- Akkoç, H. (2012). Bilgisayar destekli ölçme-değerlendirme araçlarının matematik öğretimine entegrasyonuna yönelik hizmet öncesi eğitim uygulamaları ve matematik öğretmen adaylarının gelişimi. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education*, 3(2), 99-114.
- Akkoç, H. (2013). Integrating technological pedagogical content knowledge (TPCK) framework into teacher education. *Conference of the International Journal of Arts and Science*, 6(2), 263-270.
- Akyüz, D. (2016). Farklı öğretim yöntemleri ve sınıf seviyesine göre öğretmen adaylarının TPAB analizi. *Türk Bilgisayar ve Matematik Eğitimi Dergisi*, 7(1), 89-111.
- Ball, D. L., Hill, H. C., ve Bass, H. (2005). Knowing mathematics for teaching: Who knows mathematics well enough to teach third grade, and how can we decide? *American Educator*, 29(1), 14-17, 20-22, 43-46.
- Ball, D. L., Thames, M. H., ve Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: What makes it special? *Journal of Teacher Education*, 59(5), 389-407.
- Baran, E., ve Canbazoglu-Bilici, S. (2015). Teknolojik Pedagojik Alan Bilgisi (TPAB) üzerine alanyazın incelemesi: Türkiye örneği. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 30(1), 15-32.
- Bal, M. S., ve Karademir, N. (2013). Sosyal bilgiler öğretmenlerinin teknolojik pedagojik alan bilgisi konusunda öz değerlendirme seviyelerinin belirlenmesi. *Pamukkale Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 34(2), 15-32.
- Berelson, B. (1952). *Content analysis in communication research*. New York: The Free Press.
- Bowen, G. A. (2006). Document analysis as a qualitative research method. *Qualitative Research Journal*, 9(2), 27-40.
- Bowers, J. S., ve Stephens, B. (2011). Using technology to explore mathematical relationships: A framework for orienting mathematics courses for prospective teachers. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 14(4), 285-304.
- Canbazoglu-Bilici, S., Yamak, H., Kavak, N. S., ve Guzey, S. (2013) Technological pedagogical content knowledge self-efficacy scale (TPACK-SeS) for pre-service science teachers: Construction, validation and reliability. *Eurasian Journal of Education Research*, 52, 37-60.
- Creswell, J. W. (2013). *Research design: Qualitative, quantitative, and mixed methods approaches*. Sage Publications.
- Common Core State Standards Initiative (2010). *Mission statement*. <https://www.thecorestandards.org/Math/adresinden> 13 Eylül 2025 tarihinde alınmıştır.
- Dikkartın-Övez, F. T., ve Akyüz, G. (2013). İlköğretim matematik öğretmeni adaylarının teknolojik pedagojik alan bilgisi yapılarının modellenmesi. *Eğitim ve Bilim*, 38(170), 321-334.
- Fennema, E., ve Franke, M. L. (1992). Teachers' knowledge and its impact. In D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning: A project of the National Council of Teachers of Mathematics* (pp. 147-164). New York, NY, England: Macmillan Publishing Co, Inc.
- Grossman, P. L. (1990). *The making of a teacher: Teacher knowledge and teacher education*. Teachers College Press, Teachers College, Columbia University.
- Hacıömeroğlu, G., Şahin, Ç., ve Arcagök, S. (2014). Turkish adaptation of preservice teachers' technological pedagogical content knowledge assesment scale. *Eğitimde Kuram ve Uygulama*, 10(2), 297-315.
- Hacıömeroğlu, E. S., Bu, L., Schoen, R. C., ve Hohenwarter, M. (2011). Prospective teachers' experience in developing lessons with dynamic mathematics software. *International Journal for Technology in Mathematics Education*, 18(2), 71-82.
- Hohenwarter, M., Hohenwarter, J., Kreis, Y., ve Lavicza, Z. (2008). Teaching and learning calculus with free dynamic mathematics software GeoGebra. In the Proceedings of 11th International Congress on Mathematical Education. Monterrey, Nuevo Leon, Mexico.



- Hollebrands, K. F. (2007). The role of a dynamic software program for geometry in the strategies high school mathematics students employ. *Journal for Research in Mathematics Education*, 38(2), 164–192.
- Jabareen, Y. (2009). Building a conceptual framework: Philosophy, definitions, and procedure. *International Journal of Qualitative Methods*, 8(4), 49-62.
- Kaleli-Yılmaz, G. (2015). Türkiye’deki teknolojik pedagojik alan bilgisi çalışmalarının analizi: Bir meta-sentez çalışması. *Eğitim ve Bilim*, 40(178), 103-122.
- Kaya, S., ve Dağ, F. (2013). Turkish adaptation of technological pedagogical content knowledge survey for elementary teachers. *Educational Sciences: Theory & Practice*, 13(1), 291-306.
- Kaya, Z., ve Kaya. O. N. (2013). Öğretmen eğitiminde Vignette tekniği ve uygulamaları. *Eğitim ve Bilim*, 38(168), 129-142.
- Koehler, M. J., ve Mishra, P. (2008). Introducing TPCK. In AACTE Committee on Innovation and Technology (Ed.), *Handbook of technological pedagogical content knowledge (TPCK) for educators* (pp. 3-29). New York, NY: Routledge.
- Koehler, M. J., ve Mishra, P. (2009). What is technological pedagogical content knowledge? *Contemporary Issues in Technology and Teacher Education*, 9(1), 60-70.
- Laborde, C. (2001). Integration of technology in the design of geometry tasks with cabri geometry. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 6(3), 283-317.
- Milli Eğitim Bakanlığı (MEB). (2013). *Ortaöğretim matematik (9, 10, 11 ve 12. sınıflar) dersi öğretim programı*. Ankara: Yazar.
- Milli Eğitim Bakanlığı (MEB). (2018). *Ortaöğretim matematik (9, 10, 11 ve 12. sınıflar) dersi öğretim programı*. Ankara: Yazar.
- Milli Eğitim Bakanlığı (MEB). (2024). *Ortaöğretim matematik (9, 10, 11 ve 12. sınıflar) dersi öğretim programı*. Ankara: Yazar.
- Mishra, P., ve Koehler, M. J. (2006). Technological pedagogical content knowledge: A new framework for teacher knowledge. *Teachers College Record*, 108(6), 1017-1054.
- National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Niess, M. (2008). Mathematics teachers developing technology, pedagogy and content knowledge (TPACK). In *Society for Information Technology & Teacher Education International Conference* (pp. 5297-5304). Association for the Advancement of Computing in Education (AACE).
- Nyikahadzoyi, M. (2015). Teachers' knowledge of the concept of a function: A theoretical framework. *International Journal of Science & Mathematics Education*, 13(2), 261-283.
- Özgün-Koca, S. A., Meagher, M., ve Edwards, M. T. (2010). Preservice teachers' emerging TPACK in a technology-rich methods class. *Mathematics Educator*, 19(2), 10-20.
- Patton, M. Q. (2002). *Qualitative research and evaluative methods* (3 ed.). Thousand Oaks, California: Sage Publications, inc.
- Powell, A. B., Francisco, J. M., ve Maher, C. A. (2003). An analytical model for studying the development of learners' mathematical ideas and reasoning using videotape data. *The Journal of Mathematical Behavior*, 22(4), 405-435.
- Rocha, H. (2020). Using tasks to develop pre-service teachers' knowledge for teaching mathematics with digital technology. *ZDM*, 52(7), 1381-1396.
- Rowland, T., Turner, F., Thwaites, A., ve Hckstep P. (2009). *Developing primary mathematics teaching: Reflecting on practice with knowledge quartet*. Sage Publications.
- Schmidt, D. A., Baran, E., Thompson, A. D., Mishra, P., Koehler, M. J., ve Shin, T. S. (2009). Technological pedagogical content knowledge (TPACK): The development and validation of an assessment instrument for preservice teachers. *Journal of Research on Technology in Education*, 42(2), 123-149.
- Shulman, L. S. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational Researcher*, 15(2), 4-14.



- Sinclair, M. (2003). Some implications of the results of a case study for the design of pre-constructed, dynamic geometry sketches and accompanying materials. *Educational Studies in Mathematics*, 52(3), 289–317.
- Sinclair, M. (2004). Working with accurate representations: The case of pre-constructed dynamic geometry sketches. *The Journal of Computers in Mathematics and Science Teaching*, 23(2), 191–208.
- Thomas, M. O., ve Hong, Y. Y. (2013). Teacher Integration of technology into mathematics learning. *International Journal for Technology in Mathematics Education*, 20(2), 69-84.
- Voogt, J., Fisser, P., Pareja-Roblin, N., Tondeur, J., ve Braak, J. (2013). Technological pedagogical content knowledge: A review of the literature. *Journal of Computer Assisted Learning*, 29(2), 109-121.
- Wu, Y. T. (2013). Research trends in technological pedagogical content knowledge (TPACK) research: A review of empirical studies published in selected journals from 2002 to 2011. *British Journal of Educational Technology*, 44(3), 73-76.
- Yalçın, H., ve Yayla, K. (2016). Scientometric analysis of the researches about technological pedagogical content knowledge and scholarly communication. *Eğitim ve Bilim*, 41(188), 291-307.
- Yıldırım, A., ve Şimşek, H. (2016). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri* (10. baskı). Seçkin Yayıncılık.
- Yigit, M. (2014). A Review of the literature: How pre-service mathematics teachers develop their technological, pedagogical, and content knowledge. *International Journal of Education in Mathematics, Science and Technology*, 2(1), 26-35.
- Yiğit Koyunkaya, M. (2017). Matematik öğretmeni adaylarının teknolojik pedagojik alan bilgilerinin gelişimini amaçlayan bir öğretim deneyi. *Türk Bilgisayar ve Matematik Eğitimi Dergisi*, 8(2), 284-322.