

Research Article/Araştırma Makalesi

Development of Mathematical Communication Skills Scale

Mustafa AKINCI ¹  Murat GENÇ ²  İlhan KARATAŞ ^{3*}  Özgür Murat ÇOLAKOĞLU ⁴ 
Nurbanu YILMAZ TIĞLI ⁵ 

^{1,2,3,4,5} Zonguldak Bülent Ecevit University, Zonguldak, Türkiye,

¹ mustafa.akinci@beun.edu.tr; ² muratgenc@beun.edu.tr; ³ ilhankaratas@beun.edu.tr;

⁴ omuratcolakoglu@beun.edu.tr; ⁵ nurbanuyilmaz@beun.edu.tr


* Corresponding Author: ilhankaratas@beun.edu.tr

Article Info

Received: 19 January 2025

Accepted: 04 March 2025

Keywords: Mathematics education, mathematical communication skills, scale development

 10.18009/jcer.1623215

Publication Language: Turkish

Abstract

This study aims to develop a scale that can assess secondary school students' mathematical communication skills. Mathematical communication is considered as a multidimensional skill that includes reading, writing, listening and speaking. During the scale development process, 442 high school students were administered the scale and the data were evaluated with explanatory and confirmatory factor analyses. The scale, which had a single-factor structure, explained 48% of the total variance and a high internal consistency coefficient (Cronbach's Alpha: 0.96) was obtained. The findings emphasize that mathematical communication skills should be considered as a holistic construct. The scale can help teachers develop targeted strategies by identifying students' strengths and areas for improvement. This study supports the importance of mathematical communication skills at every stage of education and provides an important tool for effective assessment of these skills.



To cite this article: Akıncı, M., Genç, M., Karataş, İ., Çolakoğlu, Ö.M. & Yılmaz-Tıgılı, N. (2025). Matematiksel iletişim becerisi ölçeğinin geliştirilmesi. *Journal of Computer and Education Research*, 13 (25), 575-601. <https://doi.org/10.18009/jcer.1623215>

Matematiksel İletişim Becerisi Ölçeğinin Geliştirilmesi

Makale Bilgisi

Geliş: 19 Ocak 2025

Kabul: 04 Mart 2025

Anahtar kelimeler: Matematik eğitimi, matematiksel iletişim becerisi, ölçek geliştirme

 10.18009/jcer.1623215

Yayın Dili: Türkçe

Öz

Bu çalışma, ortaöğretim öğrencilerinin matematiksel iletişim becerilerini değerlendirebilecek bir ölçek geliştirmeyi amaçlamaktadır. Matematiksel iletişim; okuma, yazma, dinleme ve konuşma boyutlarını kapsayan çok boyutlu bir beceri olarak ele alınmıştır. Ölçek geliştirme sürecinde 442 lise öğrencisine uygulama yapılmış, veriler açıklayıcı ve doğrulayıcı faktör analizleriyle değerlendirilmiştir. Tek faktörlü yapıya sahip olan ölçek, toplam varyansın %48'ini açıklamış ve yüksek iç tutarlılık katsayısı (Cronbach Alfa: 0,96) elde edilmiştir. Bulgular, matematiksel iletişim becerilerinin bütüncül bir yapı olarak ele alınması gerektiğini vurgulamaktadır. Ölçek, öğrencilerin güçlü yönlerini ve gelişime açık alanlarını belirleyerek, öğretmenlerin hedefe yönelik stratejiler geliştirmesine yardımcı olabilir. Bu çalışma, matematiksel iletişim becerilerinin eğitimin her aşamasında önemini desteklemekte ve bu becerilerin etkili değerlendirilmesine yönelik önemli bir araç sunmaktadır.

Summary

Development of Mathematical Communication Skills Scale

Mustafa AKINCI ¹  Murat GENÇ ²  İlhan KARATAŞ^{3*}  Özgür Murat ÇOLAKOĞLU ⁴ 
Nurbanu YILMAZ TIĞLI ⁵ 

^{1,2,3,4,5} Zonguldak Bülent Ecevit University, Zonguldak, Türkiye,
¹ mustafa.akinci@beun.edu.tr; ² muratgenc@beun.edu.tr; ³ ilhankaratas@beun.edu.tr;
⁴ omuratcolakoglu@beun.edu.tr; ⁵ nurbanuyilmaz@beun.edu.tr

* Corresponding Author: ilhankaratas@beun.edu.tr

Introduction

Mathematical communication is a fundamental skill that enables students to articulate their mathematical thoughts coherently, share problem-solving processes, and understand others' reasoning. The National Council of Teachers of Mathematics (NCTM, 2000) identifies it as one of the essential components of mathematics teaching, alongside problem-solving, reasoning, and representation. Mathematical communication encompasses four key dimensions: reading, writing, listening, and speaking. Research indicates that effective communication fosters conceptual understanding, critical thinking, and problem-solving abilities (Boaler, 2002; Kalinec-Craig, 2017).

Despite its importance, tools to assess mathematical communication skills comprehensively are scarce. Most traditional assessments prioritize procedural and conceptual understanding, neglecting the multidimensional nature of communication. This study aims to fill this gap by developing a reliable and valid scale that evaluates mathematical communication skills across reading, writing, listening, and speaking dimensions.

Method

The study employed a quantitative research design to develop a scale for assessing mathematical communication skills. The development process followed a structured approach based on Ary et al. (2002): problem identification, item creation, expert validation, pilot testing, and statistical analyses.

A total of 442 secondary school students from grades 9 to 12 participated in the study. Of these, 205 students contributed data for exploratory factor analysis (EFA), while 237

students participated in confirmatory factor analysis (CFA). The scale initially consisted of 26 Likert-type items covering the four dimensions of mathematical communication. Expert reviews refined item clarity, relevance, and language. A preliminary application with 10 students confirmed that the items were comprehensible. Statistical analyses included EFA using SPSS to determine the scale's factor structure and CFA using AMOS to validate the model. Reliability was assessed through Cronbach's alpha, and item-total correlations were calculated to evaluate internal consistency.

Results

The content validity of the scale was supported by expert evaluations, resulting in a content validity index (CVI) of 0.88. EFA revealed a single-factor structure, with factor loadings ranging from 0.55 to 0.78 and a total variance explanation of 48%. Items such as "I can use mathematical language to describe real-world situations" demonstrated strong contributions to the overall factor.

CFA results confirmed the single-factor model, with standardized factor loadings ranging from 0.47 to 0.81. Fit indices such as CFI (0.91), TLI (0.90), and RMSEA (0.07) indicated acceptable model fit. Cronbach's alpha for the overall scale was 0.96, suggesting high internal consistency.

Discussion and Conclusion

The findings highlight the interconnected nature of mathematical communication skills. Rather than operating as isolated components, reading, writing, listening, and speaking contribute to a holistic understanding of mathematical ideas. This supports theoretical frameworks such as Sfard's (2008) commognition, which views communication as central to cognitive development in mathematics.

Practical implications include the potential use of the scale by educators to identify students' strengths and areas for improvement. By providing targeted feedback, teachers can design instructional strategies that enhance mathematical communication and, consequently, student achievement. The scale also aligns with the goals of international educational frameworks, such as PISA, which emphasize communication as a core component of mathematical literacy.

This study developed a robust and reliable scale for assessing mathematical communication skills in secondary school students. By addressing gaps in existing

assessment tools, the scale provides a comprehensive approach to evaluating how students articulate, interpret, and engage with mathematical concepts. The results underscore the critical role of communication in mathematics education and advocate for a more integrated approach to teaching these skills. This holistic perspective can empower students not only to succeed academically but also to apply mathematical reasoning in real-world contexts. Future research could apply the scale in diverse educational settings to further validate its utility and explore its impact on teaching and learning practices.

Giriş

Matematiksel iletişim, matematik öğretimi ve öğreniminin merkezinde yer alan; öğrencilerin matematiksel düşüncelerini açık ve tutarlı bir şekilde ifade etmelerini, problem çözüme süreçlerini paylaşmalarını, başkalarının matematiksel akıl yürütmelerini anlamalarını ve matematik dilini doğru ve etkili bir şekilde kullanarak kavramsal anlayışlarını derinleştirmelerini sağlayan temel bir beceridir (National Council of Teachers of Mathematics [NCTM], 2000). Bu beceri, matematiksel yeterlilik için gerekli olan akıl yürütmenin ayrılmaz bir parçasıdır ve matematiksel düşünme, yansıtma, açıklama ve gerekçelendirme eylemleriyle güçlü bir şekilde ilişkilidir (Kilpatrick ve ark., 2001).

Uluslararası eğitim çerçeveleri, matematiksel iletişimin önemini sürekli vurgulamaktadır. NCTM (2000) problem çözüme, akıl yürütme ve ispat, ilişki kurma ve temsil gibi süreç bileşenlerinin yanı sıra matematiksel iletişimi de matematik öğretimindeki en önemli beş süreç bileşeninden biri olarak sınıflandırmıştır. Öğrencilerin problem çözüme, eleştirel ve analitik düşünme gibi üst düzey becerilerini de geliştiren bu becerinin öğrencilerin matematik öğrenme süreçlerinde önemli bir yere sahip olduğunu vurgulayan NCTM (2000), matematiksel iletişimi öğrencilerin düşüncelerini organize etmeleri, bunları başkalarıyla paylaşmaları ve öğrenim süreçlerinde derin anlamlar inşa etmeleri için bir araç olarak tanımlamaktadır. Aynı şekilde, Uluslararası Öğrenci Değerlendirme Programı (Program for International Student Assessment [PISA]), problem durumlarını yorumlama, çözümleri ifade etme ve akıl yürütmeyi gerekçelendirme becerilerini matematik okuryazarlığının ayrılmaz bir parçası olarak görmektedir (Organization for Economic Cooperation and Development [OECD], 2023). Nitekim, Niss (2015) matematiksel iletişim becerilerinin öğrencilerin matematik okuryazarlığını artırmada önemli bir role sahip olduğunu ifade etmiştir.

Araştırmalar, matematiksel tartışmalara aktif olarak katılan öğrencilerin daha iyi problem çözüme becerileri geliştirdiğini, daha yüksek bilgi kalıcılığı sağladığını ve matematiksel kavramları daha derinlemesine anladığını göstermektedir (Boaler, 2002; Lomibao ve ark., 2016). Kalinec-Craig (2017) öğrencilerin matematik ile ilgili düşüncelerinin ve düşünceleri sonucunda ortaya çıkan ürünlerin sözlü ve yazılı olarak başkaları ile paylaşılmasının öğrencilerin sahip olduğu fikirlerin daha anlamlı ve kalıcı olmasını sağladığını dile getirmiştir. Zeybek ve Açıl (2018) matematiksel iletişim becerilerini

öğrencilerin matematiksel kavramları, işlemleri ve süreçleri açıklamak için semboller, gösterimler ve modeller gibi matematiksel temsilleri kullanmadaki etkililik ve doğruluğun bir ölçütü olarak nitelendirmiştir. Ülkemizde 2024 yılında yürürlüğe giren Türkiye Yüzyılı Maarif Modeli kapsamındaki yeni ortaokul matematik öğretim programı incelendiğinde matematiksel temsilleri tanıyıp kullanabilme, görselleştirme, temsiller aracılığı ile matematiksel iletişim kurabilme gibi matematiksel becerilere matematiksel temsil becerisinin süreç bileşenleri bağlamında ele alındığı görülmektedir (Milli Eğitim Bakanlığı [MEB], 2024). Ayrıca, yeni ortaokul ve lise matematik öğretim programları kapsamında matematiksel iletişim becerilerinin kullanılabilceği kazanımlara tüm sınıf seviyelerinde yer verildiği sonucuna ulaşılmıştır.

Dolayısıyla, matematik, sadece soyut kavramların ve işlemlerin anlaşılmasını değil aynı zamanda bu bilgilerin paylaşılmasını ve kullanılmasını gerektiren bir disiplindir. Matematiksel iletişim, öğrencilerin matematiksel düşüncelerini organize etmelerine, anlamlı bir şekilde ifade etmelerine ve başkalarının matematiksel düşüncelerini anlamalarına olanak tanımaktadır. Bu bağlamda, matematiksel iletişim becerileri, öğrencilerin problem çözme süreçlerini geliştirmelerine, yanlış anlamalarını düzeltmelerine ve eleştirel düşünme yeteneklerini derinleştirmelerine yardımcı olmaktadır (NCTM, 2000). Diğer taraftan, bu becerilerin değerlendirilmesi ve geliştirilmesine yönelik kapsamlı araçların eksikliği, matematik eğitiminde önemli bir boşluk oluşturmaktadır. Geleneksel değerlendirmeler genellikle işlem becerisi ve kavramsal anlayışı ön planda tutarken iletişim becerilerinin çok boyutlu yapısını göz ardı edebilmektedirler (Kilpatrick ve ark., 2001). Bu çalışma, matematiksel iletişim becerilerini değerlendirmek için okuma, yazma, dinleme ve konuşma alanlarında öğrencilerin yeterliklerini kapsayan kapsamlı bir ölçme aracı geliştirilmesine odaklanmaktadır. Böylelikle, ölçek, matematiksel iletişimin farklı boyutlu doğasını yakalayıp, öğrencilerin güçlü yönlerini ve gelişime açık alanlarını belirlemeye yardımcı olmayı ve matematiksel iletişim becerisinde bütüncül bir anlayışı yerleştirmeyi amaçlamaktadır.

İlgili Literatür ve Kavramsal Çerçeve

Matematiksel iletişim çalışmaları, özellikle Vygotsky'nin (1978) sosyokültürel teorisi olmak üzere sosyo-konstrüktivist öğrenme teorilerine dayanmaktadır. Vygotsky, dilin bilişsel gelişimi yönlendiren temel bir araç olduğunu ve diyalogun ve etkileşimin bilgi inşasında merkezi bir rol oynadığını belirtmiştir. Bu temele dayanarak Sfard (2008), matematiksel öğrenmeyi, iletişimin bilişsel gelişimi şekillendirdiği ve yansıttığı bir söylemsel etkinlik olarak kavramsallaştıran "commognition" çerçevesini geliştirmiştir. Bu teorik yaklaşımlar, matematiksel okuma, yazma, dinleme ve konuşmanın birbiriyle ilişkili olduğunu vurgulayarak, iletişim becerilerinin değerlendirilmesi için kapsamlı bir yaklaşıma duyulan ihtiyacı ortaya koymaktadır. Bu boyutlara bütüncül bir şekilde odaklanarak, eğitimcilerin öğrencilerin matematiksel yeterlik geliştirmelerine daha iyi destek sağlayabileceği düşünülmektedir.

Yapılan araştırmalarda, matematiksel iletişimin, okuma, yazma, dinleme ve konuşma gibi temel boyutlarıyla öğrencilerin matematiksel düşünme becerilerini geliştirmede önemli bir rol oynayabileceği sonucuna varılmıştır (Genç & Özdemir, 2023; Morgan, 2016; Sammons, 2018). Matematiksel okuma, öğrencilerin matematiksel metinleri, grafikleri ve sembolleri yorumlamasını sağlayan kritik bir beceridir ve genel okumadan farklı olarak, sözel, görsel ve sembolik biçimleri birleştiren çoklu temsillerin entegrasyonunu gerektirir (Duval, 2006). Araştırmalar, öğrencilerin soyut kavramlar veya alışılmadık terimler içeriği nedeniyle matematiksel okuma konusunda genellikle zorlandığını göstermektedir (O'Halloran, 2015). Bu zorlukların üstesinden gelmek için, eğitimciler, öğrencilerin matematiksel metinleri çözümlenmeleri ve yorumlamaları için açık talimatlar sağlamalıdır (Ata Baran & Kabael, 2021). Diğer taraftan, matematiksel yazma, öğrencilerin düşüncelerini organize etmelerine, akıl yürütmelerini açıklamalarına ve öğrenme süreçlerini yansıtma olanağı olarak tanınmaktadır (Hebert & Powell, 2016). Pugalee (2001), yazmaya dayalı etkinliklerin, hem prosedürel hem de kavramsal bilgiyi artırdığını aynı zamanda üstbilişsel farkındalığı teşvik ettiğini vurgulamıştır. Literatürde günlük yazma ve açıklayıcı makaleler gibi etkinliklerin, öğrencilerin akıl yürütmelerini ifade etmeye, anlayışlarındaki boşlukları belirlemeye ve tutarlı bir matematiksel anlatı geliştirmeye teşvik ettiği belirtilmiştir (Cooke & Buchholz, 2005; Lomibao ve ark., 2016). Matematiksel dinleme ise, sözel talimatları anlamak, tartışmalara katılmak ve başkalarının paylaştığı matematiksel akıl yürütmeleri yorumlamak

için gereklidir. Örneğin, aktif dinleme, özellikle grup temelli problem çözme ortamlarında iş birliğini teşvik etmekte ve anlayışı derinleştirmektedir (Sfard, 2008). Sjöblom & Meaney (2021) öğrencilerin, dikkatli bir şekilde dinleyerek kavramları daha iyi anlayabileceği ve problem çözme yaklaşımlarına farklı bakış açılarını dâhil edebilecekleri üzerinde durmuştur. Son olarak, matematiksel konuşma, öğrencilerin matematiksel akıl yürütmelerini ifade etmelerini, fikirlerini paylaşmalarını ve tartışmalara katılmalarını sağlamaktadır. Bu çerçevede, grup sunumları, tartışmalar ve akran öğretimi gibi yapılandırılmış sözlü iletişim fırsatları, eleştirel düşünmeyi ve iş birliğine dayalı öğrenmeyi teşvik edebileceği belirtilmiştir (Wilson, 2009). Ayrıca, sözlü iletişimin, özgüveni artırarak kaygıyı azaltabileceği ve öğrencilerin anlayışlarını etkili bir şekilde ifade etmelerine olanak tanıyabileceği vurgulanmıştır (Cao & Yu, 2023).

Turner ve arkadaşları (2015), matematik okuryazarlığını değerlendirmede iletişim becerisini alıcı (receptive) ve yapıcı (constructive) olmak üzere iki ana bileşen olarak ele alırlar. Alıcı bileşen, matematiksel dil, ilgili bilgiler ve verilen görevin hedefleri dahil olmak üzere, sunulan ifadeleri ve gösterimleri anlamayı içerir. Metinleri, grafiklerdeki başlıkları, etiketleri ve diğer matematiksel temsilleri okuma ve anlama becerisini kapsar. Yapıcı bileşen ise, çözümleri sunma, akıl yürütmeyi açıklama ve verilen cevabın gerekçelendirilmesini içerir. Matematiksel işlemlerin adım adım açıklanması ve mantıklı bir şekilde ifade edilmesi bu kapsamda değerlendirilir. Bu çerçevede, iletişim yeterliliği Turner ve arkadaşları (2015) tarafından farklı seviyelerde tanımlanmış olup, her seviyede artan karmaşıklıkla ifade edilmiştir. Seviye 0, kısa ve doğrudan ifadeleri anlamayı, tek kelimelik veya sayısal sonuçlarla yanıt vermeyi içermektedir. Seviye 1, metin veya görsellerdeki unsurları tanımlayıp birleştirmeyi ve basit açıklamalar veya hesaplamalar yapmayı kapsamaktadır. Seviye 2, birden fazla bilgi kaynağını ilişkilendirerek görevi anlamayı, kısa açıklamalar ve işlem basamakları sunmayı içermektedir. Seviye 3, mantıksal olarak karmaşık ilişkiler içeren görevleri anlamayı ve bu ilişkileri kullanarak açıklamalar yapmayı gerektirmektedir. Seviye 4 ise birden fazla problem bileşenini ilişkilendirip matematiksel argümanlarla sonuçları gerekçelendirmeyi içermektedir.

Dolayısıyla, matematiksel iletişim, matematik eğitiminin merkezinde yer almaktadır ve öğrencilerin hem bireysel hem de grup içinde etkili bir şekilde öğrenmelerine olanak tanımaktadır. Bu bağlamda, matematiksel iletişimi sözel, görsel ve yazılı yollar aracılığıyla

fikirlerin dinamik bir şekilde paylaşılmasını sağlayan bir araç olarak tanımlayan NCTM (2000), iletişim becerilerinin matematiksel anlam oluşturmanın ve paylaşmanın vazgeçilmez bir parçası olduğunu belirtmektedir. Matematiksel iletişimin, öğrencilerin düşüncelerini açıklamalarını, bu düşünceleri başkalarının fikirleriyle karşılaştırmalarını ve ortak bir anlayış inşa etmelerini sağladığı ifade edilmektedir (Chapin ve ark., 2003). Benzer şekilde, Hoyles (1985), öğrencilerin matematiksel olarak iletişim kurmalarını teşvik etmenin, onların düşüncelerini ifade etmelerine yardımcı olmasının yanı sıra, öğrenme ortamını öğretmen merkezli bir yapıdan öğrenci merkezli bir yapıya dönüştürdüğünü belirtmektedir. Bu dönüşüm daha fazla ilgi, daha derin bir anlayış ve öğrenme sürecine daha güçlü bir katılım sağlamaktadır. Matematiksel düşünmeyi bir iletişim biçimi olarak ele alan Sfard (2001) ise, öğrenmenin bir söyleme katılım süreci olduğunu öne sürmektedir. Geleneksel öğrenme modellerinin aksine, matematiksel öğrenmeyi belirli bir söyleme giriş olarak tanımlamaktadır. Matematiksel söylemin, sembolik araçların kullanımı ve belirli kurallar tarafından şekillendiğini belirten Sfard (2001), matematik öğretiminde iletişimi sadece bir destekleyici unsur olarak görmek yerine doğrudan düşünmenin kendisi olarak ele almaktadır. Bu bağlamda, öğrenme sürecinde öğrencilerin kavramları nasıl anlamlandırdığını ve iletişim yoluyla nasıl dönüştürdüğünü incelemeyi amaçlamıştır. Benzer biçimde, öğrencilerin matematiksel iletişim becerilerini değerlendirme yöntemlerine odaklan Cai ve arkadaşları (1996), öğrencilerin matematiksel düşüncelerini yazılı ve sözlü olarak ifade etmelerini sağlayan görevler aracılığıyla onların kavramsal anlamalarını nasıl geliştirebileceklerine dair örnekler sunmaktadır. Bunun gibi, Jung ve Reifel (2011), iletişimin öğrencilerin kavramsal anlayışlarını, problem çözme ve akıl yürütme becerilerini geliştirdiğini vurgulamaktadır. Dolayısıyla, matematiksel iletişim, fikirlerin paylaşılması ve iş birliği içinde anlamların netleştirilmesi ve inşa edilmesi için hem bir süreç hem de bir ürün olarak işlev görmektedir. Bu yüzden, iletişim becerileri, öğrencilerin sadece sınıfta değil aynı zamanda yaşam boyu öğrenme ve mesleki uygulamalar için gerekli olan mantıksal akıl yürütme, problem çözme ve iş birliği gibi becerilerini geliştirmelerine katkı sağlamaktadır (OECD, 2013).

Schmidt (2004), öğretmenlerin öğrencileri önceki bilgilerini gözden geçirmeye ve matematiksel kavramlar ile dil arasında ilişkiler kurmaya yönlendirmesi gerektiğini vurgulamaktadır. Diğer bir ifadeyle, öğretmenler, öğrencilerin fikirlerini paylaşmaya,

sorular sormaya ve diyaloga katılmaya teşvik edildiği bir ortam yaratmalıdırlar. Matematik sınıflarında iletişimi teşvik etmeye yönelik öğretmenlerin yaklaşımlarını ve uygulamalarını inceleyen Brendefur ve Frykholm (2000), öğretmenin baskın olduğu öğrencilerin pasif dinleyici olduğu tek yönlü iletişim, öğrencilerin fikirlerini genellikle yüzeysel bir seviyede paylaşabildiği katkı sağlayan iletişim, öğrencilerin düşüncelerini tartışarak matematiksel anlayışlarını derinleştirdiği yansıtıcı iletişim ve öğretmen ve öğrencilerin etkileşimi sonucu öğretim sürecinin şekillendiği öğretici iletişim türlerinden bahsetmektedir. Stigler ve Hiebert (2004), matematik ile dilin ilişkilendirilmesinin, matematiksel anlayışı ve ilgiliyi arttırmadaki öneminden bahsederler. Benzer şekilde, Chapin ve arkadaşları (2003) tarafından yapılan araştırma, etkili sınıf tartışmalarının öğrencilerin eleştirel düşünme becerilerini geliştirmelerine yardımcı olduğunu ve onların matematiksel argümanları analiz etme, değerlendirme ve oluşturma yetilerini kazanmaya yardımcı olduğunu göstermektedir. Dolayısıyla, diyaloga katılan öğrenciler, düşüncelerini netleştirmeyi, yanlış anlamaları gidermeyi ve matematiksel kavramlara dair ortak bir anlayış geliştirmeyi daha iyi yapabilmektedirler (Cobb & Yackel, 1998).

Araştırmalar, matematiksel iletişim becerilerinin öğrencilerin akademik başarıları üzerinde önemli bir etkisi olduğunu da göstermektedir. Kostos ve Shin (2010), iletişim becerilerinin öğrencilerin matematiksel düşünme süreçlerini desteklediğini ve kavramsal anlayışı güçlendirdiğini vurgulamaktadır. Stigler ve Hiebert (2004), matematik ile dil arasında bir bağ kurulmasının, öğrencilerin hem kavramsal anlamalarını hem de ifade becerilerini geliştirdiğini belirtmektedir. Böylece, matematiksel iletişimin gerekliliği, akademik başarıyla olan güçlü ilişkisiyle de desteklenmektedir.

Matematiksel iletişim, yalnızca akademik başarıyı artırmakla kalmaz aynı zamanda öğrencilerin kaygı düzeylerini azaltarak onların matematiğe karşı olumlu bir tutum geliştirmelerine katkıda bulunur (Kutluca et al., 2015; Lomibao ve ark., 2016). Bu durum sadece bireysel başarıyı değil aynı zamanda sınıf içindeki genel öğrenme atmosferini de iyileştirebilir. Bu nedenle, matematiksel iletişim becerilerinin değerlendirilmesinin ve geliştirilmesinin hem bireysel öğrenim hedefleri hem de kapsayıcı eğitim politikaları açısından belirleyici bir rol oynadığı söylenebilir.

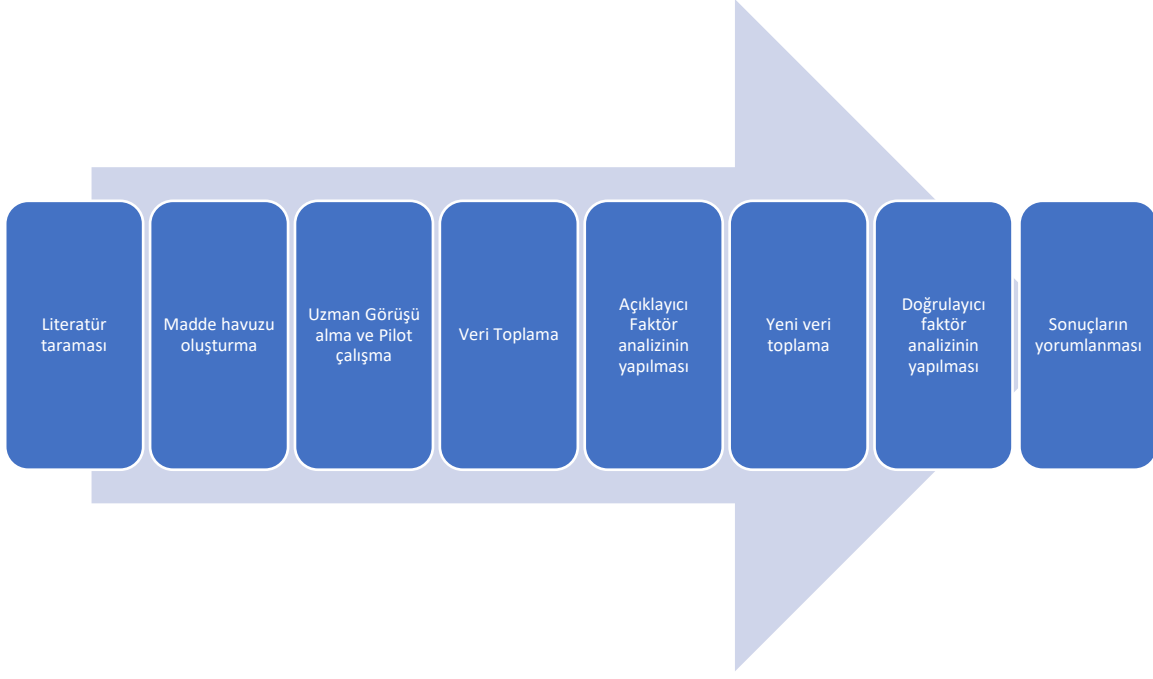
Turner ve arkadaşları (2015) tarafından farklı seviyelerde tanımlanan ve her aşamada artan karmaşıklık içeren iletişim yeterliliği ölçeğinin yanı sıra, literatürde matematiksel

iletişim becerilerini değerlendirmeye yönelik çeşitli ölçme araçları da geliştirilmiştir. Özpınar (2012), matematik öğretim programında yer alan becerileri ölçmek amacıyla 6., 7. ve 8. sınıf öğrencilerine yönelik bir iletişim becerileri değerlendirme ölçeği oluşturmuştur. Angriani ve arkadaşları (2020) ise matematiksel iletişim becerilerini ölçmek için özel test araçları geliştirerek Plomp modelini temel alan dört aşamalı bir uygulama süreci yürütmüştür. Benzer şekilde, Syaiful ve arkadaşları (2019), 7. sınıf öğrencilerinin problem çözme ve matematiksel iletişim becerilerini değerlendirmek amacıyla özel bir test ve tutum ölçeği geliştirmiştir. Diğer taraftan yapılan bu çalışma, matematiksel iletişim becerilerini değerlendirmek için okuma, yazma, dinleme ve konuşma alanlarında lise öğrencilerinin yeterliklerini içeren kapsamlı bir ölçme aracı geliştirmeyi amaçlamaktadır. Ölçek, matematiksel iletişimin farklı boyutlarını yakalayarak öğrencilerin matematiksel iletişimde güçlü yönlerini ve gelişime açık alanlarını belirlemeye odaklanmaktadır. Aynı zamanda, öğrencilerin iletişim becerilerinin daha iyi anlaşılmasına yardımcı olarak öğretim uygulamalarını ve öğrenme deneyimlerini daha etkili hale getirmek için eğitimcilere rehberlik etmeyi hedeflemektedir.

Yöntem

Araştırma Modeli

Araştırmanın amacı, lise öğrencilerinin matematiksel iletişim becerilerini ölçmek için geliştirilen bir ölçme aracının geçerlik ve güvenilirlik analizlerini gerçekleştirmeyi amaçlayan nicel bir araştırmadır. Çalışma, ölçme aracının psikometrik özelliklerini değerlendirmek için tarama modeli kullanılarak gerçekleştirilmiştir. Daha sonra, ölçme aracı ile toplanan verilere ilişkin geçerlik ve güvenilirlik analizleri incelenmiştir. Matematiksel iletişime yönelik ölçek geliştirilmesinde Ary, Jacobs ve Razavieh'in (2002) önerdiği beş aşama kullanılmıştır: *literatür taraması, ölçeğin geliştirilmesi, veri toplama, veri analizi ve sonuçların yorumlanması*. Bu beş aşama dikkate alınarak ölçek geliştirme süreci detaylı bir şekilde Şekil 1'de belirtilen adımlar takip edilerek gerçekleştirilmiştir.



Şekil 1. Matematiksel iletişim becerisi ölçeğini geliştirme aşamaları

Şekil 1’de görüldüğü gibi ölçek geliştirme süreci 8 aşamada tamamlanmıştır. Matematiksel iletişim becerisine yönelik yapılan çalışmalar (NCTM, 2020; Özpınar, 2012) literatür taramasıyla incelenmiştir. İncelenen çalışmalarda matematiksel iletişim becerisinin kapsamı ve içeriği ve sahip olduğu özellikler irdelenmiştir. Madde havuzu oluşturma ve ölçek geliştirme süreçleri ayrıntılı olarak aşağıda açıklanmıştır.

Ölçek Geliştirme Süreci

‘Matematiksel İletişim Beceri’ ölçeğini geliştirme süreci Şekil 1’de gösterildiği gibi 8 aşamadan oluşmaktadır. Bu aşamalar Büyüköztürk’ün (2005) önermiş olduğu *Problemi tanımlama; amaç ve soru belirleme, Madde yazma; taslak ve form oluşturma, Uzman görüşü alma; ön uygulama formu oluşturma, Pilot uygulama ve ölçeğe son şeklini verme* aşamalardan yararlanılmıştır.

Ölçek geliştirmenin ilk aşaması olarak problem durumunun belirlenmesi ve matematiksel iletişim becerisinin değerlendirilmesi, içeriği ve kapsamına yönelik literatür taraması yapılmıştır. Literatür taramasında, öğrencilerin matematiksel iletişim becerisi için hangi bilgi veya beceriye sahip olması gerektiği ve matematiksel iletişim becerisinin kapsamı irdelenmiştir (NCTM, 2020; Özpınar, 2012; Rustam & Ramlan, 2017).

İkinci aşamada, literatür taraması doğrultusunda madde yazımı gerçekleştirilmiştir. İncelenen literatür doğrultusunda 26 maddelik madde havuzu oluşturulmuştur. Ölçek iki bölümden oluşmaktadır. Birinci bölüm öğrencilerin sınıf düzeylerine ilişkin bilgilerini içermektedir. Ölçeğin ikinci bölümü ise öğrencilerin matematiksel iletişim becerisinin bileşenlerini oluşturan konuşma, dinleme, yazma ve okuma alt başlıklarına yönelik 26 maddeden oluşmaktadır. Ölçek oluşturma esnasında maddelerin anlaşılır olması ve bir maddenin birden fazla yargı içermemesi dikkate alınmıştır (Bozdoğan & Uzoğlu, 2012). Ölçek, “Tamamen Katılıyorum”, “Katılıyorum”, “Kararsızım” “Katılmıyorum” ve “Tamamen Katılmıyorum” şeklinde 5’li likert tipi olarak oluşturulmuştur.

Ölçek geliştirme sürecinin üçüncü aşamasında 7 matematik eğitimi uzmanının ölçek hakkında görüşleri alınmıştır. Alan uzmanlarına ölçek maddelerinin matematiksel iletişim becerisinin değerlendirilmesine uygun olup olmadığı ve maddeler hakkındaki görüş ve önerilerini almak için form düzenlenmiştir. Alan eğitimi uzmanlarının görüşleri doğrultusunda ölçek maddelerinde düzenlemeler yapılmıştır. Ölçekte yer alan “Günlük yaşamda karşılaştığım durumları matematiksel terimlerle açıklayarak yazabilirim” ifadesi “Günlük yaşamda karşılaştığım durumları matematiksel dili kullanarak yazabilirim.” şeklinde değiştirilmiştir. “Bir matematiksel çözümü dinlerken, mantık hatalarını kolayca fark edebilirim” ifadesi ise “Bir matematiksel çözümü dinlerken, çözümdeki hataları kolayca fark edebilirim.” şeklinde düzenlenmiştir. Ayrıca öneriler doğrultusunda ölçek maddelerinin uygun olanlarına “matematiksel şekil, matematiksel terim, matematiksel dil” gibi kelimeler de eklenmiştir. Ölçeğin anlaşılır olup olmadığı ve ölçekte dil hatalarının bulunup bulunmadığına yönelik ise dil uzmanının görüşleri alınmıştır. Anlam farklılığı taşıyan ifade ve cümleler düzenlenmiştir. Ayrıca bu aşamada ölçeğe son hali verildikten sonra ölçeğin anlaşılır olup olmadığını belirlemek için 10 ortaöğretim öğrencisine uygulanmıştır. Uygulama sonunda öğrenciler maddeleri anlamada sorun yaşamadıklarını belirtmişlerdir.

Son hali verilen Matematiksel İletişim Beceri Ölçeği farklı sınıflarda öğrenim gören toplam 205 lise öğrencisine uygulanmıştır. Öğrencilere ilişkin bilgiler örneklem başlığında açıklanmıştır. Uygulanan ölçeklerin açıklayıcı faktör analizleri yapılmıştır. Ölçeğin açıklayıcı faktör analizinden sonra doğrulayıcı faktör analizini yapmak için 237 ortaöğretim öğrencisine matematiksel iletişim becerisi ölçeği uygulanmıştır. Elde edilen veriler, nicel

olarak analiz edilerek ölçeğin geçerlik ve güvenirlik değerleri hesaplanmış ve sonuçlar yorumlanmıştır.

Örneklem

Bu çalışmada matematiksel iletişim beceri ölçeğini geliştirmek amacıyla, ortaöğretimde öğrenim gören toplam 442 lise öğrencisinden veri toplanmıştır. Faktör analizi çalışmalarında, örneklem büyüklüğünün madde sayısının en az beş katı olması gerektiği ifade edilmektedir (Büyüköztürk ve ark., 2012). Bu doğrultuda, açıklayıcı faktör analizi ve doğrulayıcı faktör analizi süreçlerinde söz konusu kriter dikkate alınmıştır. Ölçeğin açıklayıcı faktör analizini hesaplamak için 205, doğrulayıcı faktör analizi için ise 237 lise öğrencisine ölçek uygulanmıştır. Örneklemde yer alan öğrencilerin 54'ü 9. sınıf, 85'i 10. sınıf, 165'i 11. sınıf ve 138'i ise 12. sınıfta öğrenim görmektedir. Öğrencilere ölçek verilerek ölçeğin nasıl doldurmaları gerektiği açıklanmış ve ölçekte bulunan yönergeleri dikkate alarak cevaplamaları istenmiştir. Uygulama süresi ortalama 20 dakika sürmüştür.

Veri Analizi

Veri analiz teknikleri kapsamında, öncelikle ölçme aracının geçerlik analizleri gerçekleştirilmiştir. Kapsam geçerliği için, alan uzmanlarının görüşleri alınarak kapsam geçerlik indeksi (CVI) hesaplanmıştır. Ölçeğin yapı geçerliği ise iki aşamalı olarak incelenmiştir. İlk olarak, açıklayıcı faktör analizi ile ölçeğin faktör yapısı belirlenmiş ve analizler SPSS yazılımı kullanılarak gerçekleştirilmiştir. Açıklayıcı faktör analiz sürecinde faktör çıkarım metodu olarak temel eksen faktör bulma tekniği kullanılmıştır. Çözüm tek faktörlü olduğu için herhangi bir eksen döndürme tekniği kullanılmamıştır. Ardından, ölçekten elde edilen faktör yapısının uygunluğunu test etmek amacıyla doğrulayıcı faktör analizi uygulanmış ve analizlerde AMOS yazılımı kullanılmıştır. Güvenirlik analizleri çerçevesinde, ölçeğin iç tutarlılığı Cronbach Alpha katsayısı ile değerlendirilmiş ve ölçeğin maddelerinin toplam puanla uyumu madde-toplam korelasyonu analizleriyle incelenmiştir.

Bulgular

Kapsam Geçerliği

Ayre ve Scally' e (2014) göre kapsam geçerliğinin objektif olarak tespiti için gerekli olan uzman sayısı 5 ile 40 arasında olması önerilmektedir. Buna göre ölçeğin kapsam

geçerliği için matematik eğitimi alanında uzman olan 7 öğretim üyesinden ölçek maddeleri hakkında görüşleri alınmıştır.

Bu çalışmada, ölçeğin içerik geçerliliği, uzman görüşlerine dayalı olarak Kapsam Geçerlilik İndeksi (CVI) yöntemiyle değerlendirilmiştir. Ölçeğin CVI değeri hesaplanırken, her bir maddenin kapsam geçerlik değeri hesaplanarak değerlerin ortalaması alınmaktadır (Lawshe, 1975; Polit & Beck, 2006). Ölçek geliştirme sürecinde, maddelerin içerik geçerliği, alanında uzman akademisyenlerin değerlendirmeleriyle belirlenmiştir. Uzmanlardan, her bir maddeyi 1 ile 4 arasında derecelendirmeleri istenmiş; 1, 2 = Geçersiz, 3, 4 = Geçerli olarak tanımlanmıştır. Geçerli kabul edilen puanlar, "3" ve "4" olarak değerlendirilmiştir. Hesaplamalar sonucunda, ölçeğin CVI değeri 0,88 olarak bulunmuş ve ölçeğin içerik geçerliğinin kabul edilebilir düzeyde olduğu belirlenmiştir. Bu sonuçlar, ölçeğin kapsam geçerliği açısından güçlü bir temele sahip olduğunu göstermektedir. CVI yönteminin ölçek geliştirme sürecinde kullanılmasının, ölçüm aracının geçerliliği üzerindeki katkısı literatürde de vurgulanmaktadır (Polit & Beck, 2006; Zamanzadeh ve ark., 2015).

Yapı Geçerliği

Açıklayıcı faktör analizi kapsamında, temel eksen faktör bulma tekniği ile yapılan analizler sonucunda, ölçeğin verilerin faktör analizine uygunluğunu test etmek amacıyla Kaiser-Meyer-Olkin (KMO) testi uygulanmış ve 0,97 olarak hesaplanmıştır. Bu değer mükemmel bir uygunluk düzeyine işaret etmektedir. Bartlett's küresellik testi sonucunda değişkenler arasındaki ilişkilerden oluşan R matrisin birim matrisi olmadığı belirlenmiştir. Ölçme aracına ilişkin açıklanan toplam varyans yüzdesi ve faktör yüklerine ilişkin sonuçlar Tablo 1'de yer almaktadır.

Tablo 1. Açıklanan varyans, özdeğer ve faktör yükleri

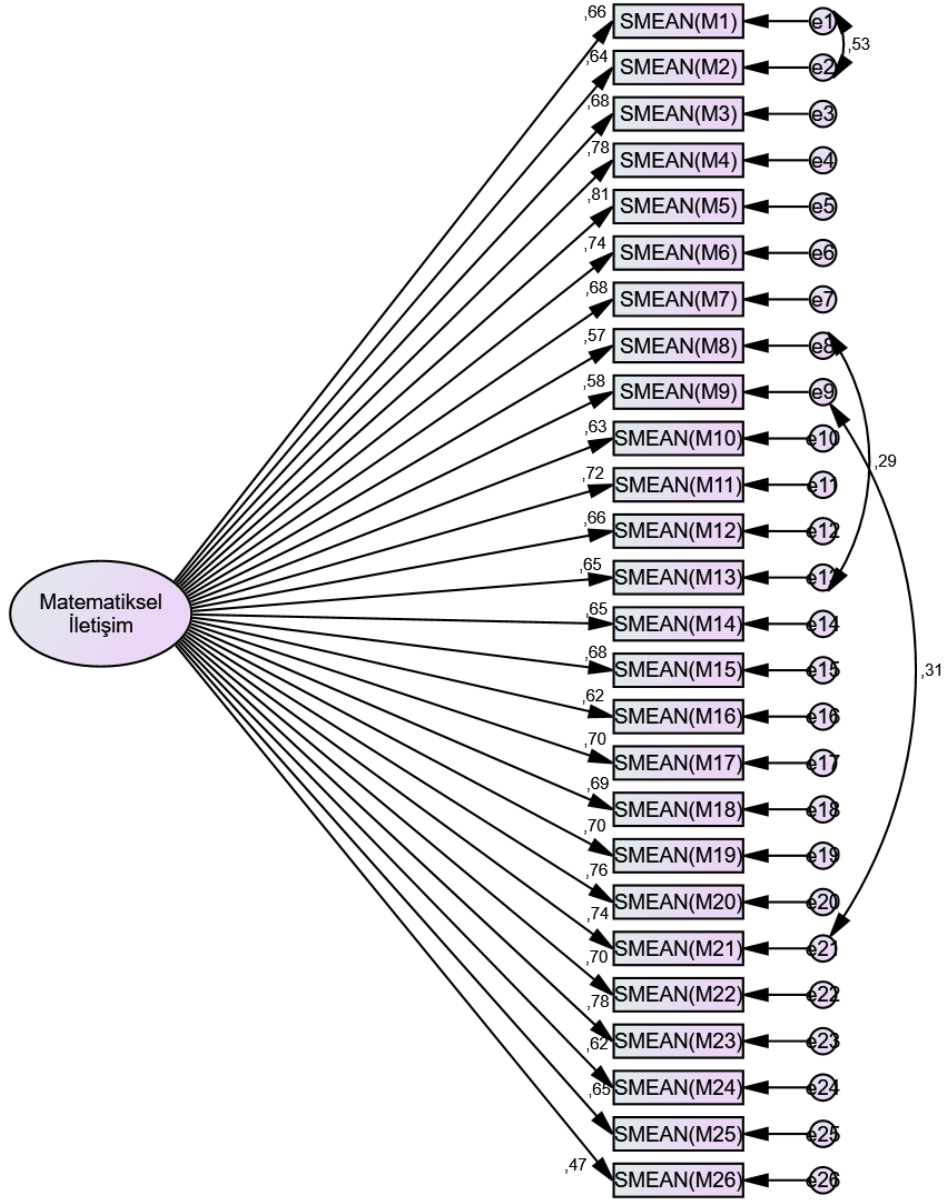
Maddeler	Faktör	Ortak Varyans	Maddeler	Faktör	Ortak Varyans
M20	,78	,60	M22	,69	,47
M5	,76	,60	M14	,68	,46
M11	,76	,58	M3	,68	,46
M21	,75	,57	M16	,68	,46
M15	,74	,54	M2	,67	,45
M23	,73	,54	M1	,67	,45
M6	,72	,52	M24	,67	,45
M19	,72	,51	M9	,65	,42
M12	,71	,51	M10	,64	,41
M18	,71	,50	M7	,64	,41
M17	,71	,50	M25	,63	,40
M4	,70	,49	M8	,62	,39
M13	,69	,48	M26	,55	,31

* Açıklanan Varyans: %48; Öz değer: 12,99

Tablo 1 incelendiğinde, tüm maddeler tek bir faktör altında toplanmıştır ve faktör yükleri 0,55 ile 0,78 arasında değişim göstermektedir. Faktör yüklerinin genellikle 0,30'un üzerinde olması, maddelerin faktörle anlamlı bir ilişki içinde olduğunu göstermektedir. Özellikle, M20 (0,78) ve M5 (0,76) maddeleri, en yüksek faktör yüklerine sahip olup ölçeğin genel yapısına en güçlü katkıyı sağlamaktadır. Diğer taraftan, en düşük faktör yükü M26 maddesine aittir (0,55).

Maddelerin ortak varyans değerleri, genel olarak 0,31 ile 0,60 arasında değişim göstermektedir. Bu durum, maddelerin açıklanan toplam varyansın anlamlı bir kısmını temsil ettiğini göstermektedir. En yüksek ortak varyans değeri, M20 ve M5 maddelerinde görülmüş (0,60), en düşük ortak varyans değeri ise M26 maddesinde gözlemlenmiştir (0,31). Tek faktörlü çözüm sonucunda elde edilen öz değer 12,99 olarak hesaplanmıştır. Öz değer 1'in üzerinde olması, bu faktörün ölçek yapısında anlamlı bir katkı sağladığını göstermektedir. Tek faktör, toplam varyansın %48'ini açıklamaktadır.

Doğrulamalı faktör analizi araştırmadan bağımsız farklı bir gruptan toplanan veriler üzerinde uygulanmıştır. Tek faktörlü yapıya ilişkin model Şekil'2de verilmiştir.



Şekil 2. Tek faktörlü yapıya ilişkin ölçüm modeli

Şekil 2’de tek faktörlü doğrulayıcı faktör analizi sonuçlarına göre maddelerin faktör yükleri anlamlı bulunmuş ($p < 0,001$) ve standartlaştırılmış katsayılar 0,47 (M26) ile 0,81 (M5) arasında değişmiştir. Yüksek faktör yüklerine sahip M5, M23 ve M4 gibi maddeler ölçeğin temel yapı taşlarını oluştururken, M26 ve M8 gibi düşük yüklemeli maddeler faktörle daha zayıf ilişki göstermiştir. Modele ilişkin uyum indeks değerleri Tablo 2’de verilmiştir.

Tablo 2. Tek faktörlü modele ilişkin uyum indeks değerleri

İndeks	Değer	Kabul Edilebilir Sınır	Yorum	Kaynak
CMIN/DF	1,932	2-3 arasında kabul edilebilir	Kabul edilebilir uyum.	Kline (2015)
RMR Root Mean Square Residual	0,06	0'a yakın	İyi uyum gösteriyor.	Byrne (2010)
GFI Goodness of Fit Index	0,820	≥0,90 iyi uyum; ≥0,80 kabul edilebilir	Kabul edilebilir, ancak iyileştirilebilir.	Hooper, Coughlan, & Mullen (2008)
AGFI Adjusted Goodness of Fit Index	0,79	≥0,90 iyi uyum; ≥0,80 kabul edilebilir	Kabul edilebilir sınırın hemen altında.	Hair et al. (2010)
CFI Comparative Fit Index	0,91	≥0,90 iyi uyum	İyi uyum.	Bentler (1990)
TLI Tucker-Lewis Index	0,90	≥0,90 iyi uyum	İyi uyum.	Bentler & Bonett (1980)
RMSEA Root Mean Square Error of Approximation	0,07	≤0,08 kabul edilebilir; ≤0,06 iyi uyum	Kabul edilebilir uyum.	Browne & Cudeck (1993)
HOELTER (0.05)	121	≥75 yeterli uyum	Yeterli örneklem büyüklüğü sağlanmış.	Hoelter (1983)

Yapılan analizler, matematiksel iletişim becerisi ölçeğinin tek faktörlü yapısına ilişkin uyum indekslerini değerlendirmektedir. CMIN/DF değeri 1,932 ile 2-3 aralığında bulunarak kabul edilebilir bir uyum göstermektedir. RMR değeri 0,06 olup, modelin hata karelerinin düşük olduğunu ve iyi bir uyum sağladığını ifade etmektedir. GFI (0,820) ve AGFI (0,79) değerleri kabul edilebilir sınırlarda olmakla birlikte, özellikle AGFI'nin sınırın hemen altında kalması, modelde bazı iyileştirme alanlarının olabileceğini göstermektedir. Bununla birlikte, CFI (0,91) ve TLI (0,90) değerleri 0,90'ın üzerinde olup, modelin iyi uyum sağladığını ve teorik yapıya uygunluğunu desteklemektedir. RMSEA değeri 0,07 ile kabul edilebilir uyum sınırları içinde yer almakta, ancak ideal seviyenin biraz üzerinde bulunmaktadır. PCLOSE değeri (<0,00) modelde iyileştirme yapılması gerektiğine işaret ederken, HOELTER kritik N değeri (121), örneklem büyüklüğünün modelin güvenilir bir şekilde test edilmesi için yeterli olduğunu ortaya koymaktadır. Genel olarak, model veriye kabul edilebilir düzeyde uyum sağlamaktadır.

Güvenirlilik analizleri

Doğrulamalı faktör analizi sonucunda elde edilen tek faktörlü yapıya ilişkin Cronbach Alpha güvenirlilik düzeyi 0,96 bulunmuştur. Madde-toplam korelasyonlarının ise 0,54 ile 0,76 arasında değiştiği belirlenmiştir.

Tartışma ve Sonuç

Bu çalışma, ortaöğretim düzeyinde matematiksel iletişim becerilerini değerlendirmek için okuma, yazma, dinleme ve konuşma boyutlarını temel alan bir ölçek geliştirmeyi amaçlamıştır. Başlangıçta bu dört boyut, birbirinden bağımsız ancak ilişkili alanlar olarak ele alınmış; ancak yapılan faktör analizleri, bu boyutların beklenildiği gibi ayrı faktörler oluşturmadığını ortaya koymuştur. Elde edilen bulgular, matematiksel iletişim becerilerinin birbirini tamamlayan ve dinamik bir yapıda çalıştığını ve bütüncül bir yaklaşımla ele alınması gerektiğini göstermiştir.

Yapı geçerliliğini destekleyen açıklayıcı ve doğrulamalı faktör analizleri, ölçeğin matematiksel iletişim becerilerinin doğasını doğru bir şekilde yansıttığını kanıtlamaktadır. Ayrıca, güvenirlilik analizlerinde elde edilen yüksek iç tutarlılık katsayısı (Cronbach Alfa: 0,96), ölçeğin güvenirliliğini ve matematiksel iletişim becerilerinin etkili bir şekilde ölçülmesi için güçlü bir araç sunduğunu göstermektedir. Bu bulgular, matematiksel iletişim becerilerinin bir bütün olarak ele alınmasının, öğrenci başarısını destekleyen etkili öğretim stratejileri geliştirilmesi açısından kritik öneme sahip olduğunu ortaya koymaktadır.

Mevcut bulgular, ölçeğin eğitim ortamlarında uygulanabilirliğini ve iletişim becerilerini etkili bir şekilde değerlendirme potansiyelini ortaya koymaktadır. Eğitimciler, bu ölçeği kullanarak öğrencilerin iletişim becerilerindeki güçlü yönleri ve eksiklikleri belirleyebilir, bu doğrultuda hedefe yönelik öğretim stratejileri geliştirebilir ve matematiksel başarıyı artırabilirler. Ayrıca, bu ölçek, iletişim becerilerinin değerlendirilmesine yönelik teorik yaklaşımları pratik araçlarla destekleyerek, öğretim stratejilerinin geliştirilmesine ve matematik eğitimi alanında yapılacak yeni araştırmalara zemin hazırlayan önemli bir katkı sunmaktadır.

Çalışmadan elde edilen bu sonuçlar, iletişimi hem bilişsel hem de sosyal bir süreç olarak ele alan matematiksel bilişsel iletişim yaklaşım teorisi (Sfard, 2008) ile büyük bir uyum içerisindedir. Bu çerçevede, okuma, yazma, dinleme ve konuşma gibi dört temel boyutun birbirine bağlılığını ve bu boyutların yalnızca bireysel işlevler değil, daha geniş bir

yapı içerisinde birbirini tamamladığını öne sürmektedir. Matematiksel iletişim becerilerinin bir bütün olarak değerlendirilmesi, bu becerilerin birbirine olan güçlü bağı ve öğrenme süreçlerinde oynadığı kritik rolü ortaya koymaktadır.

Elde edilen bu bulgular, yalnızca matematiksel iletişim becerilerinin doğasını anlamada değil, aynı zamanda bu becerilerin eğitimde nasıl ele alınması gerektiğine dair ipuçları sunmaktadır. Sammons (2018), bu becerilerin ayrı ayrı öğretilmeyeceğini, çünkü öğrencilerin matematiksel problemlerle başa çıkarken bu becerileri doğal olarak entegre ettiğini savunmaktadır. Matematiksel iletişim, öğrencilerin matematiksel düşüncelerini ifade etmelerine, tartışmalarına ve anlamalarına olanak sağlayan çok boyutlu ve dinamik bir sistemdir. Eğitim bağlamında, bu becerilerin bütüncül bir yapı üzerinden geliştirilmesi gerektiği Common Core State Standards for Mathematics ve NCTM standartları tarafından da vurgulanmıştır.

Matematiksel iletişim becerilerinin bir bütün olarak ele alınması gerektiği fikri, Österholm'un (2006) matematiksel metinlerin okuma ve anlama süreçlerine yönelik çalışmalarıyla da uyumludur. Österholm (2006), sembolik dil ve doğal dilin birleşiminin okuyucuların anlam oluşturma süreçlerini etkilediğini ve bu durumun okuma ve yazma becerilerinin birbirine bağımlılığını açıkça ortaya koyduğunu belirtmiştir. Bu becerilerin bir arada ve dinamik bir sistem içinde çalışması, matematiksel iletişim becerilerinin doğasıyla uyumludur.

Morgan (2016), matematiksel söylemlerin yalnızca kavramların anlamlandırılmasını ve paylaşılmasını kolaylaştırmakla kalmayıp, aynı zamanda öğrencilerin sosyal etkileşimlerini ve matematiksel düşünme süreçlerini şekillendiren dinamik bir araç olduğunu belirtmektedir. Bu söylemlerin bütüncül yapısı, matematiksel iletişim becerilerinin bireysel unsurlar yerine, birbiriyle etkileşim halinde çalışan bir sistem olarak ele alınması gerektiğini ortaya koymaktadır. Çalışmamızda başlangıçta dört faktörlü bir yapı öngörülmüş olsa da, yapılan analizler sonucunda tek faktörlü bir yapı ortaya çıkmıştır. Bu durum, matematiksel iletişim becerilerinin bağımsız bileşenler yerine, Morgan'ın da vurguladığı gibi, birbirinden ayrıştırılmayan ve bütüncül bir sistem olarak işlediğini göstermektedir.

Elde edilen bulgular, Boaler'ın (2002) matematiksel öğrenmeyi bireysel bir süreçten ziyade sosyal bir süreç olarak tanımlayan yaklaşımıyla da örtüşmektedir. Boaler, matematik

öğreniminde tartışma, iş birliği ve iletişim becerilerinin eşzamanlı olarak çalıştığını ve bu süreçlerin ayrıştırılmasının yapay bir yaklaşım olacağını savunmuştur. Örneğin, bir öğrenci matematiksel bir metni okuduğunda, bu bilgiyi anlamlandırarak yazılı veya sözlü olarak ifade ederken, aynı zamanda akranlarıyla iş birliği yaparak ve öğretmenlerin açıklamalarını dinleyerek kendi anlayışını derinleştirir. Bu durum, matematiksel iletişim becerilerinin ayrıştırılmaması gerektiğini, aksine bütünlük bir yapı olarak ele alınmasının daha anlamlı olduğunu göstermektedir.

Sonuç olarak, elde edilen tek boyutlu yapı, matematiksel iletişim becerilerinin bir bütün olarak değerlendirilmesi gerektiğini ortaya koymaktadır. Eğitimsel açıdan, bu tür bir bütüncül yaklaşım, öğrencilerin matematiksel kavramları daha derinlemesine anlamalarına ve bu kavramları etkili bir şekilde ifade etmelerine katkı sunmaktadır. Bu çalışmada yalnızca lise öğrencileri ile çalışılmış olmasının temel nedeni, ölçek maddelerinin akademik dil düzeyi ve matematiksel iletişim becerilerinin lise seviyesindeki öğrencilere uygun olarak tasarlanmış olmasıdır. Mevcut maddeler, öğrencilerin matematiksel ifadeleri okuma, yazma, dinleme ve konuşma bağlamında yeterli bilişsel olgunluğa sahip olduklarını varsaymaktadır. Bununla birlikte, ölçek maddelerinin dilinin sadeleştirilmesi ve yaşa uygun hale getirilmesi durumunda, ölçeğin ortaokul düzeyinde uygulanabilir olabileceği düşünülmektedir. Gelecekte yapılacak çalışmalar, ölçeğin okul öncesi, ilkökul ve ortaokul düzeylerinde uygulanabilirliğini değerlendirmek üzere kapsamlı dil ve yapı uyarlamalarını içermelidir. Böylece, matematiksel iletişim becerilerinin farklı yaş gruplarındaki doğası daha geniş bir perspektifle ele alınabilir ve ölçeğin geçerliliği daha kapsamlı bir şekilde test edilebilir.

Etik Kurul Belgesi

Etik Kurul Komisyon Adı: Zonguldak Bülent Ecevit Üniversitesi İnsan Araştırmaları Etik Kurulu

Etik Kurul Belge Tarihi ve Sayı No: 06.11.2024- 519392

Yazar Katkı Beyanı

Mustafa AKINCI: Kavramsallaştırma, alanyazın taraması, metodoloji, verilerin toplanması, işlenmesi, analizi, denetim, inceleme-yazma ve düzenleme.

Murat GENÇ: Kavramsallaştırma, alanyazın taraması, metodoloji, verilerin toplanması, işlenmesi, analizi, denetim, inceleme-yazma ve düzenleme.

İlhan KARATAŞ: Kavramsallaştırma, alanyazın taraması, metodoloji, verilerin toplanması, işlenmesi, analizi, denetim, inceleme-yazma ve düzenleme.

Özgür Murat ÇOLAKOĞLU: Veri analizi, yorumlama, tartışma

Nurbanu YILMAZ TIĞLI: Kavramsallaştırma, alanyazın taraması, metodoloji, verilerin toplanması, yorumlama ve tartışma

Kaynaklar

- Angriani, A. D., Dewi, R., Nur, F., & Halimah, A. (2020). The development of test instruments to measure students' mathematical communication skills. *Journal of Physics: Conference Series*, 1539(1), 012081.
- Ary, D., Jacobs, L.C., & Razavieh, A. (2002). *Introduction to research in education*. Wadsworth/Thomson Learning.
- Ata Baran, A., & Kabaal, T. (2021). An investigation of eighth grade students' mathematical communication competency and affective characteristics. *The Journal of Educational Research*, 114(4), 367–380. <https://doi.org/10.1080/00220671.2021.1948382>
- Ayre, C. & Scally, A. J. (2014). Critical values for Lawshe's content validity ratio: revisiting the original methods of calculation. *Measurement and Evaluation in Counseling and Development*, 47 (1), 79–86.
- Bentler, P. M. (1990). Comparative fit indexes in structural models. *Psychological Bulletin*, 107(2), 238–246.
- Bentler, P. M., & Bonett, D. G. (1980). Significance tests and goodness-of-fit in the analysis of covariance structures. *Psychological Bulletin*, 88(3), 588–606.
- Boaler, J. (2002). *Experiencing school mathematics: Traditional and reform approaches to teaching and their impact on student learning*. Lawrence Erlbaum Associates Inc.
- Bozdoğan, A. E., & Uzoğlu, M. (2012). The development of a scale of attitudes toward tablet PC. *Mevlana International Journal of Education*, 2(2), 85-95.
- Brendefur, J., & Frykholm, J. (2000). Promoting mathematical communication in the classroom: Two preservice teachers' conceptions and practices. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 3, 125-153. <https://doi.org/10.1023/A:1009965804661>
- Browne, M. W., & Cudeck, R. (1993). Alternative ways of assessing model fit. *Sociological Methods & Research*, 21(2), 230–258.
- Büyüköztürk, Ş. (2005). Anket geliştirme. *Türk Eğitim Bilimleri Dergisi*, 3(2), 133–151.
- Büyüköztürk, Ş., Kılıç, Ç. E., Akgün, Ö. E., Karadeniz, Ş., & Demirel, F. (2012). *Bilimsel araştırma yöntemleri* (11.Baskı). Pegem Yayınları.
- Byrne, B. M. (2010). *Structural equation modeling with AMOS: Basic concepts, applications, and programming* (2nd ed.). Routledge.
- Cai, J., Jakabcsin, M. S., & Lane, S. (1996). Assessing students' mathematical communication. *School Science and Mathematics*, 96(5), 238-246.

- Cao, W., Yu, Z. (2023) Exploring learning outcomes, communication, anxiety, and motivation in learning communities: A systematic review. *Humanities and Social Sciences Communications*, 10(1), 1-13. <https://doi.org/10.1057/s41599-023-02325-2>
- Chapin, S. H., O'Connor, C., & Anderson, N. C. (2003). *Classroom discussions: Using math talk to help students learn, Grades K-6*. Math Solutions Publications.
- Cobb, P., & Yackel, E. (1998). A constructivist perspective on the culture of the mathematics classroom. In F. Seeger, J. Voigt, & U. Waschescio (Eds.), *The Culture of the Mathematics Classroom* (pp. 158-190). Cambridge University Press.
- Cooke, B. D., & Buchholz, D. (2005). Mathematical communication in the classroom: A teacher makes a difference. *Early Childhood Education Journal*, 32(6), 365–369. <https://doi.org/10.1007/s10643-005-0007-5>
- Duval, R. (2006). A cognitive analysis of problems of comprehension in a learning of mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 61(1-2), 103–131. <https://doi.org/10.1007/s10649-006-0400-z>
- Genç, M., & Özdemir, A. (2023). *Teachers' thoughts on the role of mathematical communication in special education*, 3(1), 1-22
- Hair, J. F., Black, W. C., Babin, B. J., & Anderson, R. E. (2010). *Multivariate data analysis* (7th ed.). Pearson.
- Hebert, M. A. & Powell, S. R. (2016). Examining fourth-grade mathematics writing: Features of organization, mathematics vocabulary, and mathematical representations. *Reading and Writing*, 29, 1511–1537. <https://doi.org/10.1007/s11145-016-9649-5>
- Hoelter, J. W. (1983). The analysis of covariance structures: Goodness-of-fit indices. *Sociological Methods & Research*, 11(3), 325–344.
- Hooper, D., Coughlan, J., & Mullen, M. (2008). Structural equation modelling: Guidelines for determining model fit. *The Electronic Journal of Business Research Methods*, 6(1), 53–60.
- Hoyles, C. (1985). What is the point of group discussion in mathematics?. *Educational Studies in Mathematics*, 16(2), 205–214. <https://doi.org/10.1007/BF02400938>
- Jung, M., & Reifel, S. (2011). Promoting children's communication: A kindergarten teacher's conception and practice of effective mathematics instruction. *Journal of Research in Childhood Education*, 25(2), 194–210. <https://doi.org/10.1080/02568543.2011.555496>
- Kalinec-Craig, C. A. (2017). The rights of the learner: A framework for promoting equity through formative assessment in mathematics education. *Democracy and Education*, 25 (2), Article 5.
- Kilpatrick, J., Swafford, J., & Findell, B. (Eds.). (2001). *Adding it up: Helping children learn mathematics*. National Academy Press.
- Kline, R. B. (2015). *Principles and practice of structural equation modeling*. Guilford Press.
- Kostos, K., & Shin, E. (2010). Using math journals to enhance second graders' communication of mathematical thinking. *Early Childhood Education Journal*, 38(3), 223–231. <https://doi.org/10.1007/s10643-010-0390-4>

- Kutluca, T., Alpay, F. N. & Kutluca, S. (2015). 8. sınıf öğrencilerinin matematik kaygı düzeylerine etki eden faktörlerin incelenmesi. *Dicle Üniversitesi Ziya Gökalp Eğitim Fakültesi Dergisi*, 25, 202-214.
- Lawshe, C. H. (1975). A quantitative approach to content validity. *Personnel Psychology*, 28(4), 563-575. <https://doi.org/10.1111/j.1744-6570.1975.tb01393.x>
- Lomibao, L. S., Luna, C. A., & Namoco, R. A. (2016). The influence of mathematical communication on students' mathematics performance and anxiety. *American Journal of Educational Research*, 4(5), 378-382. <https://doi.org/10.12691/education-4-5-3>
- Millî Eğitim Bakanlığı. (2024). *Türkiye yüzyılı maarif modeli: Ortaokul matematik öğretim programı*. MEB Yayınları.
- Morgan, C. (2016). Communicating mathematically. In S. Johnston-Wilder, P. Johnston-Wilder, D. Pimm & C. Lee (Eds.), *Learning to teach mathematics in the secondary school* (pp. 146-161). Routledge. <https://doi.org/10.4324/9781315672175>
- National Council of Teachers of Mathematics. (NCTM). (2000). *Principles and standards for school mathematics*. NCTM.
- Niss, M. (2015). Mathematical competencies and PISA. In K. Stacey & R. Turner (Eds.), *Assessing mathematical literacy* (pp. 35-55). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-319-10121-7_2
- O'Halloran, K. L. (2015). The language of learning mathematics: A multimodal perspective. *The Journal of Mathematical Behavior*, 40, 63-74. <https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2014.09.002>
- Organisation for Economic Co-operation and Development. (OECD). (2013). *PISA 2012 assessment and analytical framework: Mathematics, reading, science, problem solving and financial literacy*. OECD Publishing.
- Organization for Economic Cooperation and Development. (OECD). (2023). *PISA 2023 mathematics framework*. OECD Publishing.
- Österholm, M. (2006). Characterizing reading comprehension of mathematical texts. *Educational Studies in Mathematics*, 63, 325-346.
- Özpinar, İ. (2012). *6-8. sınıflar matematik öğretim programında yer alan becerileri ölçmeye yönelik ölçek geliştirme çalışması* [Yayımlanmamış doktora tezi]. Karadeniz Teknik Üniversitesi.
- Polit, D. F., & Beck, C. T. (2006). The content validity index: Are you sure you know what's being reported? Critique and recommendations. *Research in Nursing & Health*, 29(5), 489-497. <https://doi.org/10.1002/nur.20147>
- Pugalee, D. K. (2001). Writing, mathematics, and metacognition: Looking for connections through students' work in mathematical problem solving. *School Science and Mathematics*, 101(5), 236-245. <https://doi.org/10.1111/j.1949-8594.2001.tb18026.x>
- Rustam, A., & Ramlan, A.M. (2017). Analysis of mathematical communication skills of junior high school students of coastal Kolaka. *Journal of Mathematics Education*, 2(2), 45-51.
- Sammons, L. (2018). *Teaching students to communicate mathematically*. ASCD Publishing.
- Schmidt, W. H. (2004). A vision for mathematics. *Educational Leadership*, 61(5), 6-11.

- Sfard, A. (2001). There is more to discourse than meets the ears: Looking at thinking as communicating to learn more about mathematical learning. *Educational Studies in Mathematics*, 46(1), 13-57. <https://doi.org/10.1023/A:1014097416157>
- Sfard, A. (2008). *Thinking as communicating: Human development, the growth of discourses, and mathematizing*. Cambridge University Press. <https://doi.org/10.1017/CBO9780511499944>
- Sjöblom, M., & Meaney, T. (2021). "I am part of the group, the others listen to me": Theorising productive listening in mathematical group work. *Educational Studies in Mathematics*, 107(3), 565-581. <https://doi.org/10.1007/s10649-021-10051-2>
- Stigler, J. W., & Hiebert, J. (2004). Improving mathematics teaching. *Educational Leadership*, 61(5), 12-17.
- Syaiful, S., Muslim, M., Huda, N., Mukminin, A., & Habibi, A. (2019). Communication skills and mathematical problem solving ability among junior high schools students through problem-based learning. *International Journal of Scientific & Technology Research*, 8(11), 1048-1060.
- Turner, R., Blum, W. & Niss, M. (2015). Using competencies to explain mathematical item demand: A work in progress. In K. Stacey & R. Turner (Eds.), *Assessing mathematical literacy: The PISA experience* (pp. 85-115). Springer.
- Vygotsky, L. S. (1978). *Mind in society: The development of higher psychological processes*. Harvard University Press.
- Wilson, B. (2009). *Mathematical communication through written and oral expression*. University of Nebraska.
- Zamanzadeh, V., Ghahramanian, A., Rassouli, M., Abbaszadeh, A., Alavi-Majd, H., & Nikanfar, A. R. (2015). Design and implementation content validity study: Development of an instrument for measuring patient-centered communication. *Journal of Caring Sciences*, 4(2), 165-178. <https://doi.org/10.15171/jcs.2015.017>
- Zeybek, Z., & Açı, E. (2018). Yedinci sınıf öğrencilerinin matematiksel ifade becerilerinin incelenmesinde yazma aktiviteleri: Öğrenci günlükleri. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education (TURCOMAT)*, 9(3), 476-512. <https://doi.org/10.16949/turkbilmat.367513>

EK: MATEMATİKSEL İLETİŞİM BECERİSİ ÖLÇEĞİ

Merhabalar, bu ölçek, matematiksel iletişim becerilerinizi değerlendirmek amacıyla hazırlanmıştır. Lütfen her bir maddeyi dikkatlice okuyarak size en uygun seçeneği işaretleyiniz.

Katılımınız ve katkılarınız için teşekkür ederiz.

MATEMATİKSEL İLETİŞİM BECERİSİ ÖLÇEĞİ		Tamamen Katılıyorum	Katılıyorum	Kararsızım	Katılmıyorum	Tamamen Katılmıyorum
Cinsiyet () E () K Sınıf Düzeyiniz () 9. Sınıf () 10. Sınıf () 11. Sınıf () 12. Sınıf						
1	Matematiksel sembolleri okuduğumda ne anlama geldiklerini anlayabilirim.	5	4	3	2	1
2	Matematiksel sembolleri doğru bir şekilde yazabilirim	5	4	3	2	1
3	Sembol, grafik ya da işlemler gibi matematiksel ifadeler içeren metinleri sözlü olarak açıklayabilirim	5	4	3	2	1
4	Tablo, grafik ya da geometrik şekilleri içeren matematiksel açıklamaları dinlerken anlam çıkarabilirim.	5	4	3	2	1
5	Matematiksel denklemleri, formülleri ve kuralları anlayarak okuyabilirim.	5	4	3	2	1
6	Matematiksel bir kavramı, ilişkiyi ya da kuralı açık ve anlaşılır bir şekilde ifade edebilirim.	5	4	3	2	1
7	Dinlediğim matematiksel tartışmalardan öğrendiklerimi, kendi çözüm süreçlerimde kullanabilirim.	5	4	3	2	1
8	Sözel olarak verilen ifadeleri gerektiğinde tablo, grafik ya da yazılı sembol şeklinde ifade edebilirim.	5	4	3	2	1
9	Bir matematik konusunu tartışırken matematik dilini kullanarak başkalarını ikna edebilirim.	5	4	3	2	1
10	Başkalarının matematiksel açıklamalarını dinlerken, yeni bakış açıları geliştirebilirim	5	4	3	2	1
11	Verilen bir tablo ya da grafiği matematiksel denklemler yardımıyla yazılı olarak ifade edebilirim	5	4	3	2	1
12	Matematiksel ifadeleri farklı derslerde doğru bir şekilde okuyup yorumlayabilirim	5	4	3	2	1
13	Matematikte verilen bir tablo ya da grafiği, matematiksel sembol ve terimler yardımıyla başkalarına sözlü olarak ifade edebilirim.	5	4	3	2	1
14	Matematiksel ifadeler içeren bir konuşmayı dikkatle dinleyip, önemli noktaları anlayabilirim.	5	4	3	2	1
15	Bir problemi çözmek için gereken adımları matematiksel olarak doğru bir şekilde yazabilirim.	5	4	3	2	1
16	Matematiksel metinleri okuyarak, kavramlar arasındaki ilişkileri belirleyebilirim	5	4	3	2	1
17	Matematikte kullanılan sembol ve terimlerin anlamlarını doğru bir şekilde açıklayabilirim.	5	4	3	2	1
18	Matematiksel bir tartışmada dinlediğim kişilerin fikirlerini eleştirel bir şekilde değerlendirebilirim.	5	4	3	2	1
19	Matematiksel bir kavramı, ilişkiyi ya da kuralı yazılı olarak ifade edebilirim	5	4	3	2	1
20	Bir matematik problemini okurken matematiksel terimleri doğru bir şekilde anlamlandırabilirim.	5	4	3	2	1
21	Verilen bir problem durumunu matematik dilini kullanarak açıklayabilirim.	5	4	3	2	1
22	Bir matematik probleminin çözüm sürecini dinlerken farklı çözüm yollarını zihnimde oluşturabilirim	5	4	3	2	1

23	Grafik, tablo ve geometrik şekilleri okuyarak matematiksel sonuçlara ulaşabilirim.	5	4	3	2	1
24	Matematik ile ilgili tartışmalara katılarak fikirlerimi etkili bir şekilde ifade edebilirim	5	4	3	2	1
25	Bir matematiksel çözümü dinlerken, çözümdeki hataları kolayca fark edebilirim.	5	4	3	2	1
26	Günlük yaşamda karşılaştığım durumları matematiksel dili kullanarak yazabilirim	5	4	3	2	1