

Matematik Öğretmen Adaylarının Özdüzenlemeli Öğrenme Ortamları İçin Geliştirdikleri Matematiksel Problemler

Yeliz Özkan Hıdıroğlu^{1*} 
Çağlar Naci Hıdıroğlu² 

¹Pamukkale Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, Denizli, Türkiye, yelizozkan09@gmail.com
²Pamukkale Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, Denizli, Türkiye, chidiroglu@pau.edu.tr

* Sorumlu Yazar

Geliş tarihi: 31.01.2025
Kabul tarihi: 04.03.2025
Yayın tarihi: 30.05.2025

Özet: Bu araştırmanın amacı, matematik öğretmen adaylarının özdüzenlemeli öğrenme ortamları için geliştirdikleri matematiksel problemlerin incelenmesidir. Nitel araştırma yöntemlerinden biri olan durum çalışması olarak yürütülen bu araştırma, matematik öğretmen adaylarının özdüzenlemeli öğrenme ortamları için tasarladıkları matematiksel problemlerin belli kriterler çerçevesinde değerlendirilmesini içerdiği için iç içe geçmiş çoklu durum çalışmasıdır. Araştırmanın katılımcılarını matematik eğitiminde özdüzenleme dersini almış gönüllü 15 matematik öğretmeni adayı oluşturmaktadır. Araştırmanın verileri, matematik öğretmeni adaylarının özdüzenlemeli öğrenme ortamı geliştirme süreçlerini içeren video çözümlemeleri, özdüzenlemeli öğrenme ortamları için geliştirilmiş matematiksel problemlerin ve çözümlerinin son hallerini içeren yazılı veya dijital dokümanlardır. Verilerin analizinde, Zimmerman'ın (2000) özdüzenleme kuramsal çerçevesi dikkate alınarak Strauss ve Corbin'in (1990) kuramsal çerçeveye bağlı içerik analizi yöntemi kullanılmıştır. Bu boyutlar, (1) ön düşünme, (2) performans/ iradesel kontrol ve (3) öz yansıtma'dır. Çalışmada özdüzenlemeli öğrenme ortamlarındaki matematiksel problemler (1) problemin yapısı ve (2) problemin uygulanışı olmak üzere iki farklı boyutta ele alınmaktadır. (1) Problemin yapısı dikkate alınırsa; özdüzenlemeli öğrenme ortamlarında kullanılacak matematiksel problemler açık uçlu problemler olmalı (çok değişkenli yapı), gerçek yaşam bağlamından ortaya çıkmalı (gerçekçi veya günlük yaşamdan), ilgi çekici olmalı, zorlayıcı olmalı, 21. yy. becerilerini desteklemeli ve farklı disiplin/gösterim şekillerini açığa çıkarmalıdır. Problemin uygulanışı dikkate alındığında ise; özdüzenlemeli öğrenme ortamlarında kullanılacak matematiksel problemler süreçte sorgulamaya fırsat vermeli [öğrenci merkezli olmalı, düşündürten öğretmen ve düşünen öğrenciler ile uygulanmalı, esnek düşünmeyi sağlamalı], problem çözme sürecine uygun ilerlemeyi önemsemeli, işbirlikli öğrenmeyi desteklemeli, öz/grup içi/gruplar arası değerlendirmeleri açığa çıkarmalı ve teknoloji entegrasyonunu sağlamalıdır.

Anahtar Kelime: Özdüzenlemeli Öğrenme, Özdüzenleme, Matematiksel Problem, Matematik Öğretmeni Adayı.

GİRİŞ

İnsan, dünyaya geldikten kısa süre sonra beyninin işlevselliğini ve yaratıcılığını büyük ölçüde kaybetmektedir. Özellikle yeni doğan çocukların çevresindeki dünyayı öğrenmesi iki üç yılını almakta ve bundan sonra artık ailesinin rutin eylemlerini her gün sıradan bir şekilde yaşamaya devam etmektedir. Arada sırada yaptığı ilginç ve yaratıcı aktivite ve deneyimlerle bu sıradanlık olumlu anlamda bozulsun da beyin, gelişimi için yeterli sosyal çevreyi bulamamaktadır. Özellikle üç yaşından sonra beyindeki nöron sayısında ve nöronların dallanmasında (nöral ağ) çok büyük bir azalma gerçekleşmektedir (Corel, 1975). Bu durum çocuğun üç yaşından itibaren zihinsel olarak desteklenmesi gerektiğini ortaya koymaktadır. Uluslararası çalışmalar dikkate alındığında okul öncesi eğitimin bu nedenle ön plana çıktığı görülmektedir (Huttenlocher, 2002). Bu dönemde çocuklara verilecek nitelikli eğitimlerde bu zihinsel kaybın önüne geçilmesi hedeflenmektedir.

Zihinsel aktivitelerdeki zenginliğin artması ve beynin gelişimine ilişkin zihinsel farkındalığı öne çıkaran çalışmalara bakıldığında 1970-1980 yıllarında John Hurley Flavell üstbilgi, 1990-2005 yıllarında Barry Zimmerman özdüzenleme, 1985-1991 yıllarında Albert Bandura özyeterlik ve 1990-2005 yıllarında Dale H. Schunk yürütücü biliş kavramlarını öne çıkarmaktadır. Nörobilimdeki güncel çalışmalar eğitimde bazı kavramların öne çıkmasına zemin hazırlamıştır. Bu kavramlardan biri de özdüzenlemedir. Özdüzenleme, bireylerin belirli bir göreve yönelik hedefler belirleyip ardından biliş, duyuş ve davranışlarını bu hedefler doğrultusunda kontrol etmeye ve düzenlemeye çalıştıkları, içinde bulundukları bağlam tarafından yönlendirilip sınırlandırıldıkları, aktif ve yapılandırmacı bir süreçtir (Pintrich, 2000; Schunk, 2012;

Cite as (APA 7): Özkan Hıdıroğlu & Hıdıroğlu (2025). Matematik öğretmen adaylarının özdüzenlemeli öğrenme ortamları için geliştirdikleri matematiksel problemler. *Trakya Eğitim Dergisi*, 15(Özel Sayı), 247-266. <https://doi.org/10.24315/tred.1630806>

Zimmerman, 2000). Özdüzenleme; işbirlikli çalışmaları, daha iyi öğrenmeyi sağlayan stratejileri, nitelikli tahminleri açığa çıkaran ortamları, karmaşıklık, kaos, hata ve çelişkilerin olduğu öğrenme ortamlarını, sorgulayıcı ve sesli düşünceleri gerektirmektedir (Hıdıroğlu, 2018). Feynman yöntemi, Da Vinci metodu, 3'te 1 kuralı, 80/20 kuralı, 5n1k kuralı, farklı not alma teknikleri, dikkati odaklama teknikleri, yoga, meditasyon ve strateji oyunları özdüzenlemenin gelişiminde öne çıkan zihinsel aktiveler veya stratejilerdir.

Öğrenciler nitelikli bir problem ile karşılaştıklarında zihinlerinde belirsizlik ve kaos ortamı oluşmaktadır. Bu aşamada öğrenciler belirsizlik yaratan bu durumdan kurtulmak istemekte ve problem çözme stratejileri uygulamaya başlamaktadır. Fisher (2005) problemi, bazı bilgilerin olduğu, çözümünde çeşitli engeller içeren ve bireylerin çözmek istediği durum olarak tanımlamaktadır. Yazgan ve Arslan (2017) literatürdeki problem çözme stratejilerini derledikleri çalışmalarında; canlandırma, basitleştirme, eleme, muhakeme etme, tablo yapma, geriye doğru çalışma, denklem/eşitsizlik yazma, bağıntı bulma, diyagram çizme, tahmin ve kontrol ve sistematik liste yapma olarak stratejileri belirtmektedir. Matematikte sadece matematiksel işlemler gerçekleştirmek matematiğin imajını ve erişimini kısıtlamaktadır. Bu nedenle matematik, öğrenciler tarafından kavraması zor, daha az anlaşılır ve önemsiz olarak algılanmaktadır. Burada en önemli şey, öğrenciye düşünmeye değer/düşündürülen problemler vermektir (Hıdıroğlu, 2018; Liljedahl, 2020). Verilen problemlerin çözümü çok yönlü düşünmeyi, disiplinlerarası bilgiyi ve yaratıcılığı gerektirmelidir (Senemoğlu, 2018). Problem çözmenin 21. yüzyıl yeterlikleri arasında yer alması, önemli bir beceri olması, öğretimin her kademesinde ihtiyaç duyulması, bireylerin neyi, nasıl, neden kullanacağını farkında olarak çözümde ilerlemesinin sağlanması önemlidir. Fakat, problem çözmek kadar problem kurmanın da önemli olduğu, bilişsel süreç gerektirdiği göz ardı edilmemelidir. Problem kurma, bireylerin yaratıcı düşünme becerilerini geliştirmekte, konuyu farklı bakış açılarıyla ele almalarını sağlamakta, çeşitli çözüm yollarına götürmekte ve yeni yaklaşımlar geliştirmelerini sağlamaktadır (Aydoğdu, 2024). Stein, Smith, Henningsen ve Silver (2000) kurulan problemlerin bilişsel istem düzeylerini ezberleme, bağlantısız yöntemler, bağlantılı yöntemler ve matematik yapmak olmak üzere aşamaya ayırmaktadır. Öğretmen, öğretmen adayı ve öğrencilerden beklenen bağlantılı yöntemler oluşturmaları ve matematik yapmalarıdır. Özdüzenlemeli öğrenme ortamları matematik yapan sınıfların oluşmasında oldukça önemlidir.

Özdüzenlemeli Öğrenme Ortamları

Özdüzenlemeyi öğrenme ortamlarında açığa çıkarmak için öğretmen ve öğrencilerden “Ne biliyorum?, Nasıl bir yol izlersem üstesinden gelebilirim?, Hatayı nasıl bulurum?, Bunu ne zaman kullanmalıyım?, Hatayı nasıl düzeltirim?, Hangi bilgim burada daha önemli?, Nasıl bir yol izlersem daha iyi olur?,...” gibi soruları düşünme süreçlerinde kendilerine sormaları ve cevaplamaları istenmelidir (Senemoğlu, 2018). Bu sorular özdüzenlemeyi ve üstbilişi aktifleştiren ve gelişimi için tetikleyici olan önemli sorulardır.

Özdüzenleme, 1980’li yıllardan itibaren eğitimde önemli bir kesim tarafından ele alınmaktadır. Özdüzenlemenin alanyazındaki gelişim sürecinin temelinde Flavell’in (1979) üstbiliş kavramı ile karşılaşılmalıdır. Üstbilişsel bilgi, bilişsel süreçler hakkında edinilmiş bilgiyi ve bilişsel süreçleri kontrol etmek için kullanılabilecek bilgiyi ifade etmektedir (Flavell, 1987). Bilgi, bir amaca ulaşılmasını sağlamak için stratejik bir şekilde aktif olarak kullanılıyorsa üstbilişsel bilgi olarak kabul edilmektedir. Flavell (1987), üstbilişsel bilgiyi birey/kişi, görev ve strateji temelli üstbiliş olmak üzere üçe ayırmaktadır. Kişi temelli üstbiliş, bireyin kendi öğrenmeleri hakkındaki düşüncelerini içerirken; görev temelli üstbiliş, bireyin bir görevle ilgili sahip olduğu düşünceleridir. Strateji temelli üstbiliş bireyin sahip olduğu stratejik unsurlarla ilgili düşüncelerini kapsamaktadır. Örneğin, bir öğrenci bir matematik sınavına nasıl yaklaşacağını planlamada bilgiyi farklı şekillerde kullanabilir: "Ben (kişi değişkeni) sözel problemlerde (görev değişkeni) zorluk çektiğimi biliyorum, bu nedenle önce hesaplama problemlerini cevaplayacağım ve sözel problemleri sona bırakacağım (strateji değişkeni)." diyebilir.

Özdüzenleme sürecinin temelini oluşturan üstbilişsel bilgi, bireyin bilişsel eylemlerinin neden, nasıl ve hangi durumlarda gerçekleştiğine ilişkin sahip olduğu bilgilerdir. Scraw ve Moshman (1995) üstbilişsel bilgiyi açıklayıcı, durumsal ve işlemsel bilgi olmak üzere üçe ayırmaktadır. Açıklayıcı (tanıtıcı) bilgi, bir kişinin sahip olduğu bilgi ve becerilerin farkında olarak veya deneyimlerinden yararlanarak bir işi yapıp yapamayacağı hakkındaki bilgisidir (Daniels, 2002; Scraw & Moshman, 1995). Örneğin, bir öğrencinin A dersinden geçip geçemeyeceğine ilişkin var olan bilgileri onun üstbilişsel tanıtıcı bilgileridir. Eğer bir öğrenci çeşitli nedenlerle A dersinden geçip geçemeyeceği ile ilgili bir bilgiye sahip değilse bu onun söz konusu durum karşısında eksik üstbilişsel bilgilere sahip olduğunu göstermektedir. Fakat bu üstbilişsel bilgi eksikliği onun bu dersten kalacağı anlamına gelmemektedir. Durumsal (koşullu) bilgi, bir bilginin, becerinin,

stratejinin veya yöntemin niçin işlevsel olduğu ve hangi şartlar altında işe yarayacağı hakkındaki her türlü bilgiyi kapsamaktadır (Deseote, Roeyers & Buysse, 2001; Pierce 2003; Scraw & Moshman, 1995). Örneğin, bir öğrencinin A dersinde öğretmenin sorabileceği önemli sorulara karşı sergilemesi gereken stratejileri ortaya koyarken sergileyeceği bilgiler onun üstbilişsel koşullu bilgileridir. Öğrenci bu süreçte karşısına çıkabilecek bir durumda yapabileceği şeyleri niçin yapması gerektiği ile ilgili açıklamalar yapmaktadır. İşlemsel (yöntemsel) bilgi, süreçteki zihinsel eylemlerin nasıl işe yarayabileceği hakkındaki bilgileri içermektedir (Deseote vd., 2001; Panaoura, 2003; Pierce, 2003; Scraw & Moshman, 1995). Problemde istenene ulaşmak için gerekli becerilerin ve matematiksel kavramların nasıl kullanılabilmesi ve yapılması gereken işlemlerin nasıl uygulanacağı hakkındaki bilgidir. Örneğin, bir öğrencinin A dersinde öğretmenin sorabileceği bir soru hakkındaki tahmini onun tanıtıcı bilgisine bir örnek teşkil etmektedir. Bu soruda kullanılması gereken stratejilerin ne zaman ve niçin kullanacağına ilişkin açıklamaları koşullu bilgilerini gösterirken, bu soruda söz konusu stratejileri nasıl uygulayabileceğine ilişkin açıklamaları ise onun yöntemsel veya işlemsel bilgilerini göstermektedir. Özdüzenlemede öne çıkan farklı kuramsal çerçeveler bulunmakta ve bu çerçevelerde farklı değişkenler ele alınmaktadır. Örneğin, Winne ve Hadwin'in (1998) dört aşamalı özdüzenlemeli öğrenme modelinin aşamaları (1) görevi tanımlama, (2) hedef belirleme ve hedefe ulaşmak için plan yapma, (3) harekete geçme, (4) üstbilişe uyum sağlamadır. Pintrich'in (2000) özdüzenlemeli öğrenme modeli aşağıdaki gibidir (bkz. Tablo 1).

Tablo 1

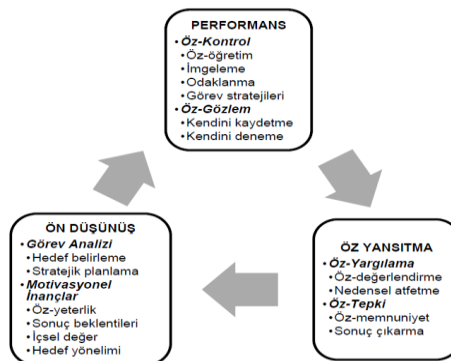
Pintrich'in (2000) Özdüzenlemeli Öğrenme Modeli

Aşamalar	Düzenleme Alanları			
	Biliş	Motivasyon	Davranış	Çevre
Ön düşünme, Planlama ve harekete geçme	* Harekete geçme * Önceki bilgileri etkinleştirme * Üstbilişi etkinleştirme	* Hedefe uyum sağlama * Yeterlik algıları * Zor göreve karşı öğrenme yargılarının olumlu olması * Görevi aktifleştirme * İlgiyi etkinleştirme	* Zamanı ve harcanacak çabayı planlama * Davranışları gözlemlemek için plan yapma	* Göreve alışma * Çevreye alışma
Gözlem yapma	Üstbilişsel farkındalık ve bilişi gözlemlene	Farkındalık ve motivasyon etkilerini gözlemlene	Farkındalık, harcanacak çaba ve zamanı gözleme Davranışları gözleme	Zor görevleri ve çevre şartlarını gözlemlene
Kontrol	Düşünme ve öğrenme için öğrenme stratejilerini seçme ve uyum sağlama	Motivasyonu yönetmek için uygun stratejileri seçme	Duruma göre gösterilen çabayı artırma veya azaltma	Görevi değiştirme ya da yeniden düzenleme
Tepki ve Yansıtma	* Bilişsel yargılar * Tutumlar	* Duyuşsal tepkiler * Tutumlar	Davranış seçimi	Görev ve çevreyi değerlendirme

Literatürde kabul görmüş bir diğer kuramsal çerçeve Zimmerman'a (2000) aittir (bkz. Şekil 1). Zimmerman'ın (2000) özdüzenleme süreci ön düşünme, performans ve öz yansıtma olmak üzere üç temelde aşamadan oluşmaktadır. Bu süreç döngüsel olarak devam etmektedir.

Şekil 1

Zimmerman'ın (2000) Özdüzenleme Döngüsü



Problem Kurma

Problem kurma, matematiksel deneyimlere dayanarak, somut durumlara bireysel deneyimlerin eklendiği süreçtir (Stoyanova & Ellerton, 1996). English (1997) problem kurmanın üç temel aşamadan oluştuğunu belirtmektedir. Bunlar; bilgi ve akıl yürütme, üstbilişsel süreçler ve sosyolojik faktörlerdir. Örnek ve Soylu'nun (2021) problem kurma süreci altı basamaktan (durumu anlama, hikâye tasarlama, problem cümlesi oluşturma, problemi çözme, değerlendirme ve problemi son haline getirme) oluşmaktadır. Ortaokul matematik öğretim programında (Milli Eğitim Bakanlığı, 2024) problem kurma becerisine ayrıyeten vurgu yapılmasa da bu beceri, problem çözme becerisinin yansıtma bileşeni altında ele alınmaktadır. Matematik öğretmenleri sınıflarına getirecekleri problemleri iyi seçmeli, üzerine düşünmeli, seçtikleri ya da tasarladıkları problemleri sınıf ve öğrenci ihtiyaçlarına göre yeniden düzenleyebilmelidir (Bağce, 2023). Problem kurma çalışmaları, matematik öğretmen adaylarının farkındalıklarının artmasını sağlamaktadır (Tichá & Hošpesová, 2013). Bu nedenle öğretmen eğitiminde problem kurma etkinliklerine yer verilmelidir (Lavy, 2015). Matematik öğretmen adayları ve öğretmenlerinin problem kurmayı sınıfta nasıl daha etkili kullanabileceklerine ilişkin araştırmalara ihtiyaç duyulmaktadır (Cai vd, 2015). Matematik öğretmen adaylarının kuracağı problemlerin çözümü ilk başta görülmeyen, zihinsel karmaşa yaratan, kavramlar arası ilişki kurmayı gerektiren, çoklu yaklaşımların anlaşılmasını, çözümünde karar verme ve yaratıcılık becerileri gerektiren problemler olması faydalı olacaktır. Dolayısıyla matematik öğretmen adaylarının problem kurma becerisine sahip olmaları ve bunu etkili bir araç olarak sınıflarında kullanmaları beklenmektedir.

Bu araştırma, matematik öğretmen adaylarının özdüzenlemeli öğrenme ortamları için geliştirdikleri matematiksel problemlerin özelliklerinin açıklanması ve bu aşamada nelerin dikkate alınması gerektiğine ilişkin açıklamalar sunması açısından önem taşımaktadır. Bunun yanında çalışma, öğrencilerin özdüzenleme becerilerinin gelişimi için öne çıkan öğrenme stratejilerinin ortaya koyulması bakımından da önemlidir. Özdüzenleme, matematik öğretmen adaylarının bağımsız öğrenme becerilerini geliştirmelerinde, öğretim süreçlerini planlamalarında, öğrencilerinin öğrenme süreçlerini daha etkili şekilde yönlendirmelerinde temel bileşenlerden biridir. Matematik öğretmen adaylarının geleceklerini şekillendirmelerinde özdüzenleme kritik bir role sahiptir. Matematik öğretmen adaylarının hem eğitim-öğretim sürecini başarılı şekilde planlamalarına hem de meslek hayatlarında etkili ve verimli bireyler olmalarına katkıda bulunmaktadır. Matematik öğretmen adayları özdüzenlemeli öğrenme ortamları için geliştirdikleri problemler ile ortaokul öğrencilerinin kendi öğrenme süreçlerini planlamalarına, izlemelerine ve değerlendirmelerine yardımcı olacak öğrenme ortamlarına yönelik önemli bir bakış sunacaktır. Bu çalışma matematik öğretmen adaylarının özdüzenlemeli öğrenme ortamları için matematiksel problem geliştirme süreçlerinin incelendiği bir araştırmaya rastlanılmaması yönüyle özgün bir araştırmadır. Bu doğrultuda araştırmanın amacı, matematik öğretmen adaylarının özdüzenlemeli öğrenme ortamları için geliştirdikleri matematiksel problemlerin incelenmesidir. Araştırmanın problem cümlesi ise “Matematik öğretmen adaylarının özdüzenlemeli öğrenme ortamları için geliştirdikleri matematiksel problemlerin özellikleri nelerdir?” şeklinde belirlenmiştir.

YÖNTEM

Araştırmanın Modeli

Nitel araştırma yöntemlerinden biri olan durum çalışması şeklinde yürütülen bu araştırma, matematik öğretmen adaylarının özdüzenlemeli öğrenme ortamları için tasarladıkları matematiksel problemlerin belli kriterler çerçevesinde değerlendirilmesini içerdiği için iç içe geçmiş çoklu durum çalışmasıdır. Durum çalışması; “niçin” ve “nasıl” sorularına odaklanılan, araştırmanın olaylar üzerinde kontrolünün olmadığı, olay ve olgunun kendi doğal ortamında çalışılan, olay ve gerçek yaşa durumu arasında bağ kurmanın yeterince kolay olmadığı durumlarda kullanılan araştırma yöntemidir (Yin, 2003). Çalışma, 15 matematik öğretmen adaylarının özdüzenlemeli öğrenme ortamları için tasarladıkları matematiksel problemler Zimmermann'ın (2000) üç boyutlu özdüzenleme evresi çerçevesinde incelenmiştir. Bu nedenle bu araştırma, iç içe geçmiş çoklu durum çalışması niteliğindedir.

Katılımcılar

Araştırmanın katılımcıları amaçlı örnekleme yöntemlerinden biri olan ölçüt örnekleme yöntemiyle seçilmiş 15 matematik öğretmen adaydır. Katılımcıların seçilmesinde dikkate alınan ölçütler, (1) Matematik Eğitiminde Özdüzenleme” dersinde başarılı olmak ve (2) çalışmaya katılmaya istekli olmaktır. Matematik Eğitiminde Özdüzenleme Dersi; özdüzenleme ve özdüzenlemeli öğrenme süreçlerini, matematik eğitiminde özdüzenlemeli öğrenmenin amacı ve önemini, matematik öğretiminde özdüzenlemeli öğrenenin özellikleri

ve özdüzenlemeli öğrenme stratejilerini ve özdüzenlemeli öğrenmeyi destekleyen sınıf ortamları ve uygulamalarını içermektedir. Araştırmada katılımcılardan özdüzenlemeli öğrenme ortamları için bir matematiksel öğrenme içeriği tasarımları istenmiştir. Araştırmada katılımcılar Ö1, Ö2, Ö3,...,Ö15 şeklinde kodlanmıştır.

Verilerin Toplanması

Araştırmanın verileri, matematik öğretmen adaylarının özdüzenlemeli öğrenme ortamı geliştirme süreçlerini içeren video çözümleri, özdüzenlemeli öğrenme ortamları için geliştirilmiş matematiksel problemlerin ve çözümlerinin son hallerini içeren yazılı veya dijital dokümanlardır. Verilerin toplama sürecinde matematik öğretmen adayları tamamen serbest bırakılmıştır. Matematik öğretmen adaylarından özdüzenlemeli öğrenme ortamları için kullanmak isteyecekleri matematiksel problemler tasarımları ve neden bu problemleri seçtiklerini gerekçelendirmeleri istenmiştir. Matematik öğretmen adayları, bireysel olarak çalışmış, sesli düşünme protokollerini uygulamış ve gerektiğinde kullanacakları internet bağlantılı bir bilgisayar kendilerine tahsis edilmiştir.

Verilerin Analizi

Verilerin analizinde, Zimmerman'ın (2000) döngüsel özdüzenleme süreci kuramsal çerçeve olarak ele alınmıştır. Verilerin analizinde içerik analizi yöntemi kullanılmıştır. Strauss ve Corbin'in (1990) ifade ettiği üç farklı kodlama türünden kuramsal çerçeveye bağlı kodlama süreci izlenmiştir. Analiz birimi, Zimmerman'ın (2000) kuramsal çerçevesindeki temel boyutlardır [(1) ön düşünme, (2) performans/ iradesel kontrol ve (3) öz yansıtma). Özdüzenlemeli öğrenme ortamları için matematiksel problemler seçilirken matematik öğretmen adayları tarafından özdüzenlemenin boyutlarını açığa çıkaracağı düşünülen öğretimsel unsurlar araştırmanın bulgularını oluşturmuştur. Verileri iki kodlayıcı tarafından ayrı ayrı analiz edilmiştir. Kodlayıcılar arası güvenilirlik formülü (Miles & Huberman, 1994) dikkate alınarak kodlayıcılar arasında %86,1'lik uyum belirlenmiştir. Son aşamada uyum sağlanmayan kodlar incelenerek kodlayıcılar arasında ortak bir görüş birliğine varılmış ve bulgular son hale getirilmiştir.

BULGULAR

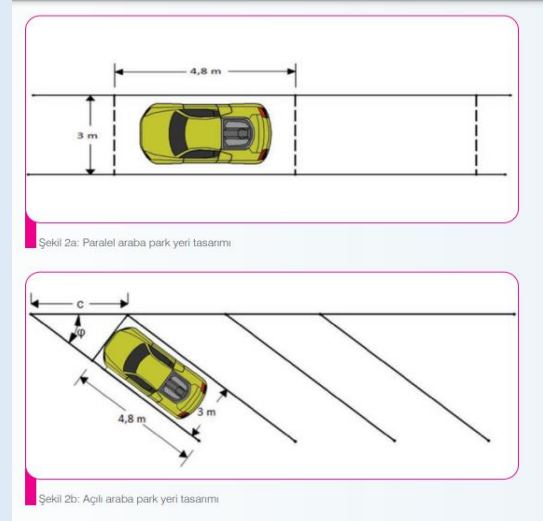
Matematik öğretmen adaylarının özdüzenlemeli öğrenme ortamlarında kullanılması için geliştirdikleri matematiksel problemler için (1) problemin yapısı ve (2) problemin uygulanışı olarak iki farklı boyuta vurgu yaptıkları görülmüştür.

Problemin Yapısına Yönelik Kategoriler

Matematik öğretmen adaylarının özdüzenlemeli öğrenme ortamları için seçtikleri matematiksel problemlerde (1) problemin yapısı boyutunda; (1.1) açık uçlu problem olma (çok değişkenli yapı), (1.2) gerçek yaşam bağlamından ortaya çıkma (gerçekçi veya günlük yaşamdan), (1.3) ilgi çekici olma, (1.4) zorlayıcı olma, (1.5) 21. yy. becerilerini destekleme, (1.6) farklı disiplin/gösterim şekillerini açığa çıkarma özellikleri ön plana çıkmıştır.

Açık Uçlu Problem Olma (Çok Değişkenli Yapı)

Matematik öğretmen adayları, açık uçlu problem olma kategorisinde özdüzenlemeli öğrenme ortamları için kullanacakları problemlerin gerekli ama eksik bilgiler içermesi, varsayımlara bağlı çoklu çözüm yollarına sahip olması gerektiğini vurgulamışlardır. Ö11 seçtiği problemde özellikle bazı değişkenleri öğrencilere doğrudan vermek istemediğini o değişkenleri onların fark etmesinin önemli olduğunu belirtmiştir. Ö11 bu sayede öğrencilerin tek bir çözüme odaklanmalarını engelleyeceğini ve özdüzenlemeli öğrenme ortamları için bunun önemli olduğunu ifade etmiştir (bkz. Şekil 2).

Şekil 2**Ö11'in Caddede Park Yeri Problemi-Geometri**

Bir şehir planlamacısı iki yönlü bir yolun kenarında, evlerin önünde araba park yeri tasarlamak için sizden yardım istiyor. Şehir planıcısının amacı caddede park edilebilecek araç sayısının en fazla olacağı düzeni sağlamaktır.

Nasıl bir park tasarımı önerisinde bulunurdunuz? Nedenleriyle açıklayınız.

Ö11: Problemi aynen almak istemedim. **Her veriyi vererek tek bir çözümde toplanmalarını istemedim.** Araba boyutlarını vermedim mesela.

Ö13 özdüzenlemeli öğrenme ortamları için seçtiği problemde onu çözmek için tek bir yolun değil çok daha fazla yolun var olmasının önemsedğini ifade etmiştir. Burada, masaların nasıl dizayn edileceği, masalar dizayn edilirken dikkate alınan unsurların ne olduğu ve restoranda ne kadarlık bir alana sahip olduğu gibi önemli değişkenler özdüzenlemeli öğrenme ortamları için önemli görülmüştür (bkz. Şekil 3).

Şekil 3**Ö13'ün Restoran-Masa Problemi-Geometri**

Bir restoranda çalışıyorsunuz. Restorandaki kare masaların her birine 4 kişi oturabiliyor. Restorana 109 kişilik bir topluluk geliyor ve hepsi birlikte oturmak istiyor. Kaç tane masa ile nasıl bir düzende misafirleri ağırlardınız?

Ö13: Bu soruyu seçtim, çünkü problem düşünmeye sevk eden bir soru ve öğrenci seviyesine uygun. Ayrıca soruyu çözmek için bir değil **çok daha fazla yolun var olmasının** daha iyi olduğunu düşündüm.

Gerçek Yaşam Bağlamından Ortaya Çıkma (Gerçekçi veya Günlük Yaşamdan)

Matematik öğretmen adayları, gerçek yaşam bağlamından ortaya çıkma kategorisinde özdüzenlemeli öğrenme ortamları için kullanacakları problemlerin matematiği, günlük hayat durumları ile ilişkilendiren gerçekçi veri/bağlamlara sahip problemler olması gerektiğini vurgulamışlardır. Ö10'a göre özdüzenlemeli öğrenme ortamlarında bu tür problemlerle öğrencilerin deneyimleri ile matematiği ilişkilendirmeleri sağlanacak ve matematikte öğrendiklerinin ne işine yarayacağı konusunda onların farkındalıkları arttırılacaktır (bkz. Şekil 4).

Şekil 4

Ö10'un Uçak Seferi Problemi



Madrid	İstanbul	Osaka
17:05	19:05	01:05

Üç farklı şehrin aynı anda gösterdikleri zaman göstergesi yukarıdaki gibidir. Madrid'den 1 Nisan Çarşamba günü Osaka şehrine gitmek üzere 14.30'da havalanan bir yolcu uçağı 4,5 saat sonra güvenlik ile ilgili bir nedenden dolayı İstanbul'a mecburi iniş yapmıştır. İstanbul'da 2 saatlik bir bekleme süresinin ardından tekrar havalanan uçak 13,5 saat sonra Osaka'ya varmıştır. Bu uçak Osaka saatine göre hangi gün ve saatte Osaka'ya inmiştir?

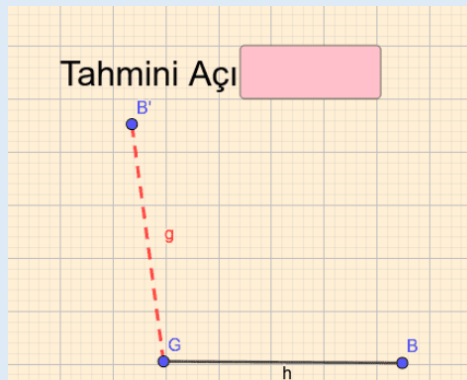
Ö10: Matematikğin gerçek yaşamda ne işimize yaradığını öğrencilerin daha iyi anlaması için problemin gerçek yaşamdan olması önemli. Gerçekçi olmayınca matematik anlamsızmış gibi geliyor öğrencilere.

İlgi Çekici Olma

Matematik öğretmen adayları, ilgi çekici olma kategorisinde özdüzenlemeli öğrenme ortamları için kullanacakları problemlerin öğrencilerin öğrenme sürecinde dikkatlerini çekmede ve motivasyonlarını arttırmada önemli olduğunu vurgulamışlardır. Ö7, Fermi problemleri tarzında öğrencilerin tahminde bulunacakları ortamlar sağlayan problemlerin, öğrenciler için daha ilgi çekici ve eğlenceli olduğunu belirtmiştir. Ö7, tahminin üstbilişsel bir beceri olması dolayısı ile özdüzenlemeli öğrenme ortamları için önemli fırsatlar sağladığını ifade etmiştir (bkz. Şekil 4).

Şekil 4

Ö7'nin Açık Tahmin Problemi-Geometri



BGB açısının ölçüsünün kaç derece olduğunu tahmin ediniz ve kutuya yazınız. Tahmininizin nedenini açıklayınız.

Ö7: Tahmin çocukların dikkatini çeken ve her öğrenciyi sürece katabildiğim ortamlar yaratabiliyor. Tahmin üstbilişsel bir beceri olduğu için özdüzenlemeli ortamlar için bu tür problemlerin ve Fermi problemlerinin uygun olacağını düşündüm.

Ö2, özdüzenlemeli öğrenme ortamları için onların dikkatini çeken ve motivasyonlarını yükselten olimpiyat problemleri tarzındaki soruların önemli bir araç olduğunu ifade etmiştir. Ö2, içsel motivasyonun süreçteki önemine vurgu yaparak aslında bu tür problemlerin özdüzenlemede öndüşünme boyutundaki öz motivasyonel inançları destekleyici bir rol aldığını belirtmiştir. Burada Ö2, problemin uygulanışı kategorisinde teknoloji entegrasyonuna da gönderme yapmış ve GeoGebra’da bu tür problemlerin deneysel bir ortam yaratılarak görselleştirilebileceğini ifade etmiştir (bkz. Şekil 5).

Şekil 5

Ö2’nin Olimpiyat Problemi-Geometri

9. Bir ABC üçgeninin $[BC]$ kenarı üzerinde alınan bir D noktası için $m(\widehat{BAD}) = 120^\circ$ ve $m(\widehat{CAD}) = 30^\circ$ ’dir. $|AD| = 6$ ve $|DC| = 21$ ise, $|AB|$ kaçtır?

a) 9

b) 10

c) 11

d) 12

e) 13

Ö2: Öğrenciler genelde böyle ilginç olimpiyat problemleriyle uğraşmayı sever. **Deneme şansları da olabilir GeoGebra’da.** Bu da öğrenciye seçenek sunuyor. Bir de problemin sonucunu merak edecekleri için içsel motivasyonlarının yüksek olacağını düşünüyorum.

Zorlayıcı Olma

Matematik öğretmen adayları, zorlayıcı olma kategorisinde özdüzenlemeli öğrenme ortamları için kullanacakları problemlerin öğrencileri düşünmeye zorlaması gerektiğini, öğrencilerin yakınsak gelişim alanında onları daha nitelikli ve üst düzey düşünmeye teşvik etmesi gerektiğini ifade etmişlerdir. Ö14 problemler öğrenci seviyesinin altında kalırsa sonuca hemen varacaklarını, özdüzenleme için zengin bir ortam oluşmayacağını ve onlara bu tür problemlerin sıkıcı geleceğini vurgulamıştır (bkz. Şekil 6).

Şekil 6

Ö14’ün Yaya ve Motorlu Problemi-Sayılar

Uzunluğu 33 km olan A’dan B’ye bir yol var. Bir insanın yürüme hızı 5 km/s, motor ile yol alan bir kişi 25 km/s ve motorla yol alan iki kişi 20 km/s hızla gidebilmektedir. A noktasında bulunan 3 kişi en az kaç saat sonra üçü birlikte B noktasına varır? (Bir motora en fazla iki kişi binebilmektedir. Bir adet motor mevcuttur.)

Ö14: Problem **öğrenci seviyesinin altında kaldıysa** eğer, öğrenci **sonuca hemen** varacaktır. Bu da öğrencinin hedef ve strateji belirlemesine gerek kalmadan, süreç içerisinde zihinde canlandırmalar yapmadan ve çok yönlü stratejiler uygulamadan problemi çözmesine sebep olacaktır. Öğrencilere **seviyeleri altında verilen problemler sıkıcı** gelir.

Ö1, özdüzenlemeli öğrenme ortamlarında kullanılacak problemlerin anlaşılır, seviyeye uygun, kolaylıkla çözülemeyecek ve düşünmeyi teşvik eden problemler olması gerektiğini ifade etmiştir. Matematik öğretmen adayları için çözümü ilk bakışta görülemeyecek zihinsel karmaşa yaratan ve bilişsel zorluk içeren problemler özdüzenlemeli öğrenme ortamları için önemli görülmüştür (bkz. Şekil 7).

Şekil 7

Ö1'in Dolap Problemi-Sayılar

PROBLEM

Bir okulda 1000 öğrenci ve her öğrencinin bir eşya dolabı vardır. Okuldaki bütün dolaplar kapalı ancak kilitli değildir.

- Okula gelen ilk öğrenci sıradan bütün dolap kapılarını açar.
- İkinci öğrenci gelir ve sırayla 2 numaralı dolaptan başlayarak her ikinci dolabı kapatır.
- Üçüncü öğrenci ise üç numaralı dolaptan başlayarak sırayla her üçüncü kapının durumunu değiştirir (yani eğer dolap açıksa öğrenci kapatır ya da dolap kapalı ise öğrenci onu açar.).
- Dördüncü öğrenci de dört numaralı dolaptan başlayarak sıradan her dördüncü kapının durumunu değiştirir.
- ...

Eğer bu işlemi 1000 öğrencinin hepsi devam ettirirse sonunda hangi dolap kapıları açık kalır, hangileri kapalı?

Ö1: Her öğrencinin anlayabileceği fakat kolaylıkla çözemeyeceği bir problem seçmek istedim. Ben bu tür problemlerin sürekli o problemle ilgili düşünmeyi sağladığı için yararlı olduğunu düşünüyorum.

21. yy. Becerilerini Destekleme

Matematik öğretmen adayları, 21. yy. becerilerini destekleme kategorisinde özdüzenlemeli öğrenme ortamları için kullanacakları problemlerin günümüzde öğretim programlarında ve eğitim anlayışında önemsenen becerileri açığa çıkararak ve destekleyecek özellikte olması gerektiğini düşünmüşlerdir. Ö15 seçtiği problemin öğrencilerin finansal okuryazarlık becerilerini destekleyeceğini ve onların parayı nasıl daha iyi kullanabilecekleri hakkında bir farkındalık kazanmalarına fırsat vereceğini ifade etmiştir (bkz. Şekil 8).

Şekil 8

Ö15'in Kitap Satın Alma Problemi-Sayılar-Finansal Okuryazarlık

Alıştırma/ Word Problem

Aslan 49,90 lira olan bir kitap satın almak istiyor. Elinde 100 lirası var. Kitabı alınca elinde ne kadar parası kalır?

Open-Ended Problem

Aslan, doğum günü hediyesi olarak aldığı J. K. Rowling'in «Harry Potter ve Felsefe Taşı» kitabını okumaktan büyük zevk aldı. Şimdi internette aynı yazarın «Harry Potter ve Sırlar Odası» kitabına rastladı. Amazon'da kitap 49,90 lira. Aslan da dedesinin ona doğum günü için verdiği 100 lirası var. Aslan ne yapmalı? Küçük gruplar halinde Ada'ya tavsiyeler verin.

Ö15: Problemi dikkate alırken günümüzde öne çıkan becerileri geliştirmesinin önemli olacağını düşündüm. Bu problem öğrencilerin **finansal okuryazarlık** becerilerini destekliyor. Ayrıca hayatlarında parayı daha iyi nasıl kullanacaklarını öğrenecekler.

Ö9, özdüzenlemeli öğrenme ortamları için seçtiği problemin günlük yaşamda zamanın kullanımına ilişkin farkındalık sağladığını ve özdüzenlemede zaman yönetimi becerisini geliştirdiğini ifade etmiştir. Ö9, öğrencilerin zamanı etkili kullanmada sorun yaşadıklarını, bu tür problemlerle bu eksikliğin giderilebileceğini ve bu tür problemlerin özdüzenlemedeki öndüşünme için önemli olduğunu vurgulamıştır (bkz. Şekil 9).

Şekil 9

Ö9'un Kasada Ödeme Problemi-Zaman Yönetimi



Ö9: Özdüzenlemede **zamanı ayarlama** önemli bir beceri, özellikle plan yaparken çok işimize yarıyor. **Zamanı etkili kullanma** öğrencilerin önemli bir sorunu. Bu problem onların günlük yaşamda sık sık karşılaştığı bir durum ve zaman kavramını hayatlarında fark etmeleri için güzel bir örnek.

Farklı Disiplin/Gösterim Şekillerini Açığa Çıkarma

Matematik öğretmen adayları, farklı disiplin/gösterim şekillerini açığa çıkarma kategorisinde özdüzenlemeli öğrenme ortamları için kullanacakları problemlerin matematiği matematik dışı disiplinlerle ilişkilendirecek ve farklı gösterim şekillerini ilişkilendirmelerini gerektirecek problemler olması gerektiğini vurgulamıştır. Ö3, farklı bir kaynakta bulduğu kapalı uçlu sıradan bir problemi, açık uçlu bir probleme dönüştürmüş ve öğrencilerin çözümde matematiği coğrafya, biyoloji, teknoloji gibi matematik dışı disiplinlerle ilişkilendirecekleri ortamlar oluşturmalarına ortam sağlamıştır (bkz. Şekil 10).

Şekil 10

Ö3'ün Ayı Problemi

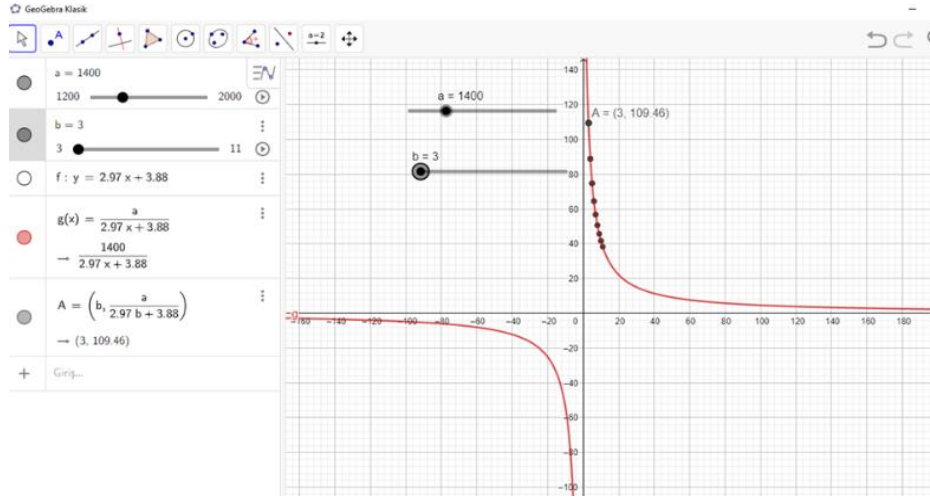


Ö3: Buradaki makalede ayı ve çocuk ağırlıkları ile ilgili bir problem var. Aslında bu problemi beğendim çünkü **ağırlık fen konusu**. Ama problem **kapalı uçlu ve bu haliyle üstbilgi tetiklenmez** ve üstbilginin gelişeceği sınıf normlarına zarar verir. Bu problemi revize edeceğim. **Haritayı, GeoGebra'ı ve interneti de kullanarak** açık uçlu bir probleme dönüştüreceğim.

Ö3 bu tür problemlerle özdüzenlemeli öğrenme ortamlarında zengin zihinsel öğrenme ortamlarının açığa çıkacağını ve öğrencilerin akıl yürütmeye, keşfetmeye ve sorgulamaya teşvik edeceğini vurgulamıştır. Ö3 kullanmak istediği problemin örnek çözümünde çocukluk dönemini 3-14 yaş aralığını belirlemiştir. Çocukluk dönemindeki her yaş grubu için ortalama ağırlık değerlerini veren doğrusal denklemi elde etmiştir. Sonrasında GeoGebra’da sürgüleri de kullanarak ayının ağırlığını (a) ve çocuk grubunun yaşı (b) üzerinden hareket ederek yaklaşık kaç çocuğun ağırlığına eşit olduğunu veren matematiksel temsili (grafik) oluşturmuştur. Grafik üzerinde noktanın apsisi çocuk grubunun yaşını, ordinatı ise ayının ağırlığının o yaştaki kaç çocuğun ağırlığına karşılık geldiğini tanımlamıştır (bkz. Şekil 11).

Şekil 11

Ö3’ün Ayı Problemi Çözümünden Bir Kesit



Ö3: Verilen problemin öğrenci seviyesine göre olup olmasının yanında bir de problemin nitelikli olması etkeni mevcuttur. Nitelsiz uygulamalar öğrencinin **sadece işlemsel becerilerinin gelişmesini sağlayıp özdüzenleme becerilerine hiçbir yarar sağlamamaktadır**. Bu gibi uygulamalar öğrencilerin **bazı formülleri ve algoritmaları temel mantığını anlamadan ezberlemelerine sebep olmaktadır**. Bu nedenle kazandırmak istediğimiz özdüzenleme davranışları için öğrencilere düşünmeye, keşfetmeye, sorgulama yapmaya teşvik edici problemler sormalıyız.

Problemin Uygulanışına Yönelik Kategoriler

(2) Problemin uygulanışı boyutunda; (2.1) sorgulamaya fırsat verme [(2.1.1) öğrenci merkezli olma, (2.1.2) düşündürülen öğretmen, (2.1.3) düşünen öğrenci, (2.1.4) esnek düşünme], (2.2) problem çözme sürecine uygun ilerleme, (2.3) işbirlikli öğrenme, (2.4) öz/ grup içi/ gruplar arası değerlendirme, (2.5) teknoloji entegrasyonu ön plana çıkmıştır.

Sorgulamaya Fırsat Verme [Öğrenci Merkezli, Düşündürülen Öğretmen, Düşünen Öğrenci, Esnek Düşünme]

Matematik öğretmen adayları, sorgulamaya fırsat verme kategorisinde özdüzenlemeli öğrenme ortamları için kullanacakları problemlerin uygulama sürecinin öğrenci merkezli olması gerektiğini, düşündürülen öğretmen ve düşünen öğrenci rollerinin önemli olduğunu ve esnek düşünmeyi sınıf normu haline getirmiş öğrenme ortamlarının gerekli olduğunu vurgulamışlardır. Ö12 basit gibi görünen, anlaşılması kolay fakat içerisinde farklı durumları barındıran ve öğrenciyi aktif kılan öğrenme ortamlarının önemli olduğunu ifade etmiştir. Süreçte öğrencilerin sürekli aktif oldukları ve farklı düşüncelere saygı duyacak şekilde sınıf normlarının geliştirilmesi için bu tür problemlerin kullanılması gerektiğini ifade etmiştir. Ö12 özdüzenlemeli öğrenme ortamı için seçtiği problemin öğrencilerin sayı duygusu, değişken kurma ve genelleme becerilerini geliştirecekleri zengin bir öğrenme ortamı sağlayacağını belirtmiştir (bkz. Şekil 12).

Şekil 12

Ö12'nin Sayıları Parçalama Problemi (Sayı Duyusu, Değişken, Genelleme)

25'in farklı şekilde toplama işlemi kullanılarak parçalanmış hallerini düşünün. Acaba parçalardaki sayılar çarpıldığında elde edeceğiniz en küçük ve en büyük sayı kaç olur?

24+1 15+5+5 22,5+2,5
20+5 10+5+5+5

Ö12: Aslında problem çok basit gibi görünüyor. Ama sayı duyusu için çok önemli bence. Ama **birçok değişken içerisinde** var. Bu değişkenleri fark etmeleri ve **belli varsayımlarla genellemeler yapmaları** gerekiyor. Bu problemi ben her sınıf seviyesinde uygulayabilirdim. Öğrenci problemi anlamakta zorlanmaz ve **hep aktif** olur. Öğretmene daha az ihtiyaç duyar. Burada öğrenciler **birbirlerinin farklı düşüncelerine değer verir** ve özdüzenlemeli zengin bir ortam oluşacaktır.

Ö6, seçtiği problemde öğrencilerin farklı verileri kullanacakları, olası ve tüm durumları dikkate alarak çözümler üretecekleri, bunları ilişkilendirecekleri ve karara varacakları bir ortam yaratabileceğini ifade etmiştir. Ö6 burada özdüzenlemede öndüşünmede önemli olan zihinsel eylemlerden “problemi anlama” ve “istenilen durumları doğru bir şekilde belirleme”ye vurgu yapmıştır (bkz. Şekil 13).

Şekil 13

Ö6'nın Tavla (Olimpiyat) Problemi-Olasılık

A, B ve C aralarında tavla oynarlar. Önce A ile B karşılaşır, kazanan C ile oynar. Bundan sonra, parti devam ettiği sürece, oynanan son oyunu kazanan, o karşılaşmada oynamayan üçüncü kişi ile karşılaşır. Oyunculardan biri art arda iki kez kazanınca, parti sona erer ve ardışık iki oyunu kazanan partinin galibi olur. Her oyunda iki tarafın da kazanma olasılığı eşit ise, C'nin partiyi kazanma olasılığı nedir?

A) $\frac{2}{7}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{3}{14}$ D) $\frac{1}{7}$ E) HİÇBİRİ

Ö6: Problemde farklı seçenekler düşünülerek istenilen duruma uygun olup olmama durumları fark edilmeli. **Öğrenci problemi anlayarak olası durumları ve istenilen durumları doğru bir şekilde belirlemeli, onları ilişkilendirmeli ve bir karara varmalı.**

Problem Çözme Sürecine Uygun İlerleme

Matematik öğretmen adayları, problem çözme sürecine uygun ilerleme kategorisinde özdüzenlemeli öğrenme ortamları için kullanacakları problemlerin uygulandığında öğretmen ve öğrencilerin problem çözme basamaklarına uygun bir zihinsel ilerleyişi temel almalarının önemli olduğunu ifade etmişlerdir. Ö1 tasarladığı Dolap probleminin çözüm sürecinde öğrencilerin Polya'nın problem çözme sürecine uygun bir

şekilde hareket ederek problemi çözmeye çalışmasının özdüzenleme için gerekli olduğuna vurgu yapmıştır (bkz. Şekil 14).

Şekil 14

Ö1'in Dolap Problemi

PROBLEM

Bir okulda 1000 öğrenci ve her öğrencinin bir eşya dolabı vardır. Okuldaki bütün dolaplar kapalı ancak kilitli değildir.

- Okula gelen ilk öğrenci sıradan bütün dolap kapılarını açar.
- İkinci öğrenci gelir ve sırayla 2 numaralı dolaptan başlayarak her ikinci dolabı kapatır.
- Üçüncü öğrenci ise üç numaralı dolaptan başlayarak sırayla her üçüncü kapının durumunu değiştirir (yani eğer dolap açıksa öğrenci kapatır ya da dolap kapalı ise öğrenci onu açar.).
- Dördüncü öğrenci de dört numaralı dolaptan başlayarak sıradan her dördüncü kapının durumunu değiştirir.
- ...

Eğer bu işlemi 1000 öğrencinin hepsi devam ettirirse sonunda hangi dolap kapıları açık kalır, hangileri kapalı?

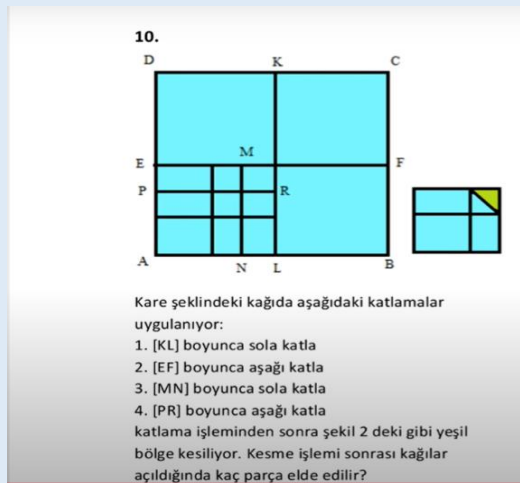
Ö1: Genel olarak şahsi görüşüm, öğrencilerin *Polya'nın problem çözme sürecine uygun bir şekilde hareket ederek problemi çözmeye çalışması* özdüzenlemeli öğrenme ortamları için önemli.

İşbirlikli Öğrenme

Matematik öğretmen adayları, işbirlikli öğrenme kategorisinde özdüzenlemeli öğrenme ortamları için kullanacakları problemlerin uygulamasında grupla çalışmanın özdüzenleme eylemlerinin tetiklenmesi için olmazsa olmaz olduğunu öne çıkarmıştır. Ö4 seçtiği problemin uygulama sürecinde öğrencilerden ikişer kişilik gruplar oluşturacağını sonrasında grupların da düşüncelerini sınıf ile paylaşacakları ortamlar yaratarak özdüzenlemeli öğrenme ortamları oluşturacağını belirtmiştir (bkz. Şekil 15).

Şekil 15

Ö4'ün Kesme Katlama Problemi-Geometri



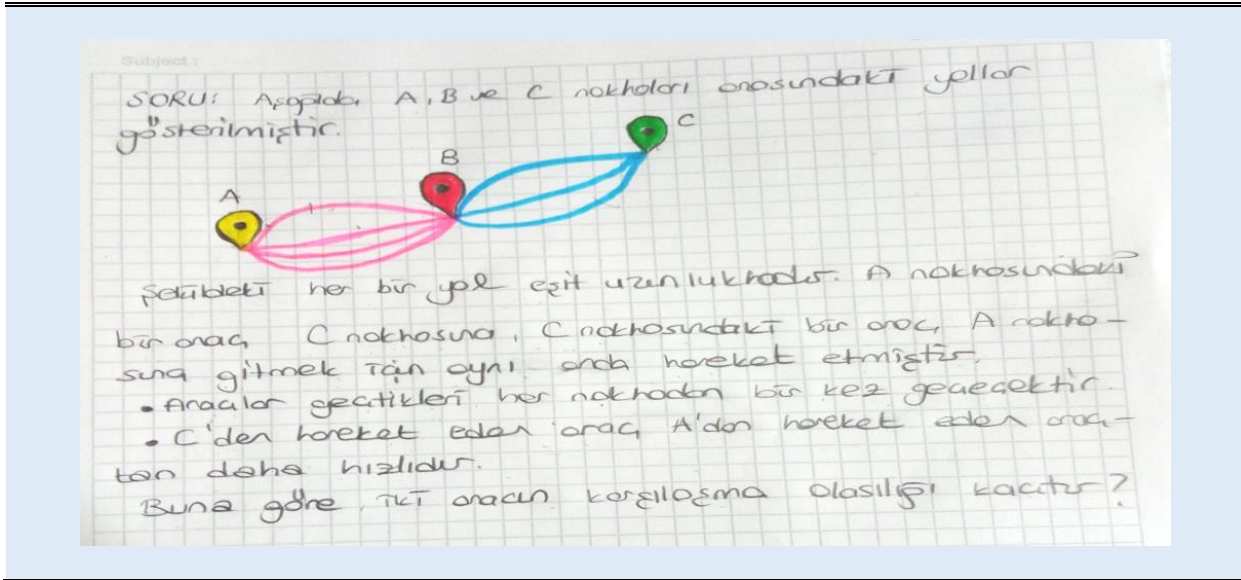
Ö4: Öğrencilerin günlük hayatta karşılaşabileceği ve kolaylıkla deneyimleyebileceği bir durum. Öncelikle **ikişer kişilik gruplardan çözüm** isteyeceğim. Sonra gruplara kâğıt vererek uygun şekilde kâğıt katlama yapmalarını isteyeceğim. Sonra **çözümleri ile deneyleri arasındaki farkı sınıfta arkadaşları ile paylaşmalarını** isteyeceğim. Bu sayede özdüzenleme becerilerinin gelişebileceği ortamlar yaratabilirim.

Öz/ Grup İçi/ Gruplar Arası Değerlendirme

Matematik öğretmen adayları, öz/ grup içi/ gruplar arası değerlendirme kategorisinde özdüzenlemeli öğrenme ortamları için kullanacakları problemlerin uygulanışında öğrencilerin kendisini grup arkadaşlarını ve diğer gruplar içinde kendi performanslarını fark edecekleri ortamların önemli olduğunu ifade etmişlerdir. Bu anlamda matematik öğretmen adaylarının birçoğu öz/ grup içi/ gruplar arası değerlendirme formlarını özdüzenlemeli öğrenme ortamı için temel bir araç gibi görmüşlerdir. Ö8 seçtiği problemin uygulama sürecinde birinci olarak bireysel çözüm isteneceğini, ikinci aşamada küçük gruplar oluşturarak grup içinde bireysel çözümlerin paylaşılacağını ve grupların bunları dikkate alarak tek bir çözüm ortaya koyacağını, üçüncü olarak grupların çözümlerini birbirlerine vereceğini ve onlardan bu çözümleri karşılaştırmalarını isteyeceğini ifade etmiştir (bkz. Şekil 16).

Şekil 16

Ö8'in Farklı Yollar Problemi-Olasılık



Ö8: Uygulama sürecinde öncelikle **bireysel çözüm** isteyeceğim, sonrasında **gruplar oluşturarak öğrencilerin bireysel çözümlerini grup arkadaşları ile paylaşmalarını** isteyeceğim. Gruplar bu farklı çözümlerden hareketle **tek bir çözüm teslim** edecekler. Grupların çözümlerini diğer gruplara dağıtacağım ve onlardan grupların çözümleri ile kendi çözümlerini karşılaştırmalarını isteyeceğim.

Teknoloji Entegrasyonu

Matematik öğretmen adayları, teknoloji entegrasyonu kategorisinde özdüzenlemeli öğrenme ortamları için kullanacakları problemlerin uygulanışında GeoGebra, CODAP, Code.org gibi yazılımları kullanarak, internet bağlantılı bilgisayarları düşünme sürecine dahil ederek süreçte teknolojiyi hem bir disiplin hem de süreci destekleyen bir araç olarak ele almışlardır (bkz. Şekil 17).

Şekil 17

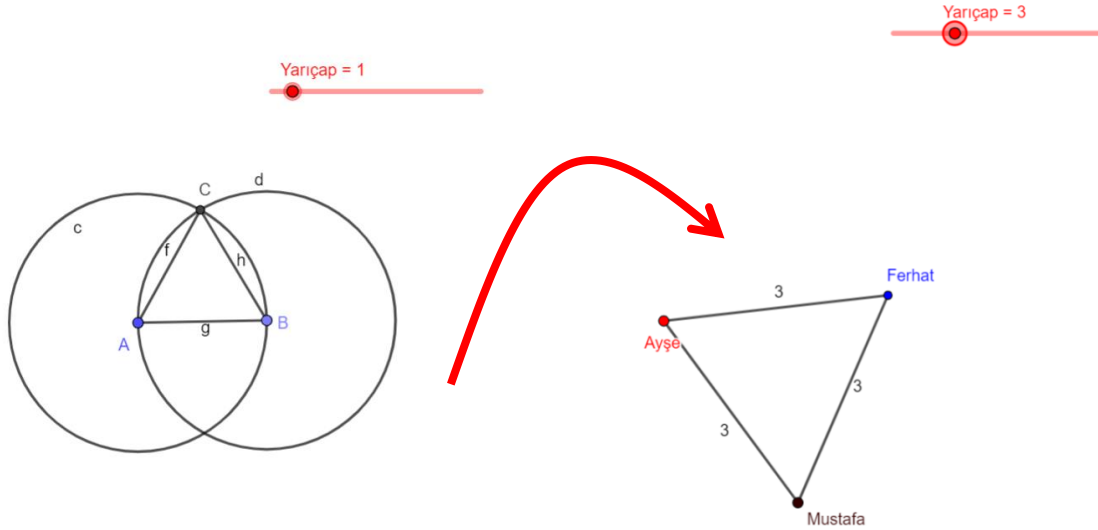
Ö5'in Oyun Problemi-Olasılık

Ayşe, Ferhat ve Mustafa oyun oynamak için toplanmışlardır. Oyun kuralı gereği üç arkadaş oyun boyunca hep eşit uzaklıkta durmalıdır. Ayşe, Ferhat ve Mustafa'nın birbirlerine göre konumları hakkında ne söyleyebiliriz?

Ö5, seçtiği problemin uygulama sürecinde örnek olası bir çözümü açıklarken GeoGebra'yı çözümde etkin bir şekilde kullanarak eşkenar üçgenin GeoGebra'da inşası üzerinden gerçek yaşam probleminin çözümünü yapılandırmıştır (bkz. Şekil 18).

Şekil 18

Ö5'in Oyun Problemi Çözümünden Kesit-Olasılık



Ö5: GeoGebra bence süreçte **grup çalışmasının etkisini** gösteriyor. Örneğin **bir hata yaptığımızda bize bunu fark etmemiz için fırsat sunuyor ve geri bildirim veriyor**. Biz de farklı bir yol deniyoruz. Bununla birlikte artık teknolojinin olmadığı yer yok. Özdüzenlemeli öğrenme ortamları için de bence mutlaka kullanmamız gerekiyor.

SONUÇ, TARTIŞMA VE ÖNERİLER

Çalışmada özdüzenlemeli öğrenme ortamlarındaki matematiksel problemler (1) problemin yapısı ve (2) problemin uygulanışı olmak üzere iki farklı boyutta ele alınmaktadır. (1) Problemin yapısı dikkate alınırsa; özdüzenlemeli öğrenme ortamlarında kullanılacak matematiksel problemler açık uçlu problemler olmalı (çok değişkenli yapı), gerçek yaşam bağlamından ortaya çıkmalı (gerçekçi veya günlük yaşamdan), ilgi çekici olmalı, zorlayıcı olmalı, 21. yy. becerilerini desteklemeli ve farklı disiplin/gösterim şekillerini açığa çıkarmalıdır. Problemin uygulanışı dikkate alındığında ise; özdüzenlemeli öğrenme ortamlarında kullanılacak matematiksel problemler süreçte sorgulamaya fırsat vermeli [öğrenci merkezli olmalı, düşündürücü öğretmen ve düşünen öğrenciler ile uygulanmalı, esnek düşünmeyi sağlamalı], problem çözme sürecine uygun ilerlemeyi önemsemeli, işbirlikli öğrenmeyi desteklemeli, öz/grup içi/gruplar arası değerlendirmeleri açığa çıkarmalı ve teknoloji entegrasyonunu sağlamalıdır.

Matematik eğitiminde sıradanlıktan ziyade iyi bir didaktik amaç taşıyan görevlere geçiş olması gerekmektedir. Bunun sağlamak için International Technology and Engineering Educators Assosication [ITEEA] (2011) var olan duruma bilinçli hatalar eklenebileceğini, problemdeki stratejik etkenlerle oynanarak bunların çözümdeki etkisinin ortaya çıkarılabileceğini ve insanın ilgi, istek ve ihtiyaçlarını karşılamayı hedefleyen bağlamlara önem verilebileceğini vurgulamaktadır. Matematik öğretmen adayları da özdüzenlemeli öğrenme ortamları için benzer stratejilere (açık uçlu yapıda olma, gerçek yaşam bağlamından ortaya çıkma, gerçekçi veya günlük yaşamdan olma gibi) başvurmaktadır. Özdüzenlemeli öğrenme ortamındaki matematiksel problemler Stein ve diğerlerinin (2000) sınıflandırmasındaki ezberleme (düzey 1) ve bağlantısız yöntemler (düzey 2) içeren problemler yerine bağlantılı yöntemler (düzey 3) ve matematik yapmayı (düzey 4) içeren problemler grubuna dâhil olmaktadır. Bu anlamda özdüzenlemeli öğrenme ortamlarındaki matematiksel problemler, zihinsel karmaşıklık yaratan (zorlayıcı), farklı disiplinlerdeki kavram ve gösterim şekilleri arasındaki bağlantı kurmayı gerektiren ve derin sorgulamaya fırsat veren problemlerdir.

Carol'a (2009) göre öğrenme sürecinde engellerle karşılaşmaya, hata yapmaktan korkmamaya ve bunu bir zihinsel gelişim olarak görmeye başladığında güçlü nöral bağlantılar oluşmaktadır. Bu anlamda, çalışmanın sonuçları doğrultusunda özdüzenlemeli öğrenme ortamlarında sorgulamaya fırsat veren matematiksel problemler kullanmak önemlidir. Düşünen sınıfları açığa çıkarmak için açık uçlu yapıda matematiksel problemlerle her zaman daha iyi bir çözüme fırsat veren ortamlar yaratılmalı, süreçteki öğrenci hataları teşvik edilmeli, öğrenciler bu konuda cesaretlendirilmeli ve esnek düşünmenin önemini anlayacakları ortamlar yaratılmalıdır. Bu anlamda özdüzenlemeli öğrenme ortamları günümüzde çok fazla ön plana çıkan nöroplastiteyi (beyninizin yeni deneyimlerle değişme ve güçlenme yeteneği) destekleyici bir rol oynamaktadır.

Stigler vd. (2000), uluslararası sınavlarda başarılı olan Çin ve Japonya'nın, ABD ve İngiltere'den eğitimde farklı olarak ne yaptığını araştırmışlardır. Japonya'da sınıflarda %44 keşfet etkinlikleri varken ABD ve İngiltere'de %1 keşfet etkinlikleri olduğu; Japonya'da derslerde bilerek yanlış yapan öğretmenler varken, ABD ve İngiltere'de öğrencileri sorgulamaktan uzaklaştıran öğretmenlerin olduğu ortaya koyulmuştur (Stigler vd., 2000). Ayrıca Çin'deki sınıflarda bir saatte bir problem (daha derin düşünmeyi sağlayan açık uçlu ve kışkırtıcı soru) üzerine düşünülürken, ABD ve İngiltere'de bir saatte 20-30 soru (yüzeysel alıştırmalar) çözüldüğü belirlenmiştir (Stigler vd., 2000). Ek olarak, Stigler vd. (2000); ABD ve İngiltere'de müfredatın Japonya ve Çin'e göre daha geniş fakat daha yüzeysel olduğunu belirtmektedir. Bu anlamda matematik öğretmen adaylarının özdüzenlemeli öğrenme ortamları için kullandıkları matematiksel problemlerin Japonya ve Çin'deki öğrenme anlayışına hizmet ettiği görülmektedir. Dolayısıyla bu tür problemleri öğrenme ortamlarına dahil etmenin uluslararası sınavlarda Türkiye'nin sıralamasına olumlu katkı sağlayacağı söylenebilir.

Watanabe (2009) eğitimde özellikle problem çözen çocuklar yetiştirmede ülkelerin başarısız olduğunu ifade ederken beş tip çocuktan bahsetmektedir. Problem çözemeyen çocuklarda (1)iç çekiş, Zimmerman'ın (2000) özdüzenlemesinde ön düşünmede önemli olan öz motivasyonel inancı ve Bandura'nın (1989) perspektifinde özyeterliği zayıf çocuklardır. Problem çözemeyen çocuklarda (2)muhafif, Zimmerman'ın (2000) özdüzenlemesinde özyansıtma nedensel yüklemeyi dış faktörlere bağlayan, sürekli etrafında eksik arayan, iyi olan şeye odaklanmayan, kendi hatalarını kabullenmeyen ve sorumluluk almayan çocuklardır. Problem çözemeyen çocuklarda (3)hayalperest, Zimmerman'ın (2000) özdüzenlemesinde özmotivasyonel inancı yüksek olsa da bilişsel olarak eyleme geçme (öndüşünme) konusunda başarısız, gerçekleri görmezden gelerek hayallerde yaşayan çocuklardır. Problem çözemeyen çocuklarda (4)girişimci, sorumluluk sahibi ve azimli olsa da sonuç odaklı ve eylemlerinin öncesini ve sonrasını düşünmeyen çocuklardır. Girişimciler inisiyatif olsa da belli kalıpların dışına çıkmadan her şeyi kendi bildikleri doğrularla yapmaya çalışarak süreçteki gelişimden çok sonuca odaklanan çocuklardır. Bu durum Zimmerman'ın (2000) özdüzenlemesinde önemli olan düşünceler hakkında düşünme, kendini her zaman yenileme ve esnek düşünme anlayışına uygun değildir. Watanabe'nin (2009) son çocuk tipi (5)problem çözen çocuklar, inisiyatif alarak çevresini geliştiren, nasıl düşüneceğini ve öğreneceğini öğrenmiş, zorluklar karşısında pes etmeyen, hata yapmaktan korkmayan, gerçekçi hedefler koyarak bunları fazlasıyla gerçekleştiren, problemlerin sonucuna değil altında yatan etkenleri düşünen, plan yapan, gerektiğinde planlarını revize eden ve sürekli daha iyi olana ulaşmayı hedefleyen çocuklardır. Watanabe (2009) çocukları problem çözme düzeylerine göre açıklarken aslında Zimmerman'ın (2000) özdüzenleme kuramsal çerçevesindeki becerileri dikkate almaktadır. Bu çalışmada özdüzenlemeli öğrenme ortamlarındaki matematiksel problemlerin yapısı ve uygulanışına ilişkin

açıklamaların, sınıflarda Watanabe'nin (2009) problem çözen çocuklarının yetiştirilmesinde önemli bir perspektif sunacağı söylenebilir.

Hıdıroğlu (2018), Hıdıroğlu ve Bukova Güzel (2016), Lee (1999), Yavuz ve Bilgeç (2016) ve Mason ve Mitroff'ın (1981) düşüncelerine paralel olarak özdüzenlemeli öğrenme ortamları için açık uçlu veya iyi yapılandırılmamış matematiksel problem senaryolarının kullanımı; bu problemlerin karmaşık gerçek yaşam bağlamları içermesi, çoklu çözüm yollarına fırsat vermesi ve eksik fakat önemli bilgileri içermesi açısından oldukça önemlidir. Matematik problemlerinin sadece matematik dünyasına ait işlemsel bilgi kullanabilecekleri problemler olmaktan ziyade gerçek yaşam bağlamında, açık uçlu ve karmaşık sistemlerle başa çıkmayı kolaylaştıracak nitelikte olması gerekmektedir (English, 2008). Baki (2014), açık uçlu matematiksel problemlerin matematik öğretimine dahil edilmesi gerektiğini belirtmektedir. Çünkü bu tür problemler çoktan seçmeli sorulara göre daha fazla bilişsel strateji kullanılmasına ve öz kontrol eylemlerinin açığa çıkmasına fırsat vermektedir (O'Neil & Brown, 1998).

Özdüzenlemeli öğrenme ortamlarında kullanılan matematiksel problemlerin uygulanışında “işbirlikli öğrenme” ve “öz/ grup içi/ gruplar arası değerlendirme” oldukça önemlidir. Benzer şekilde Boaler (2021), matematik eğitiminde işbirlikli çalışmanın ve dönütlere açık olarak değişimin bir parçası olmanın (nitelikli deneyimlere bağlı etkili özdeğerlendirme) öneminden bahsetmektedir. Çalışmada özdüzenlemeli öğrenme ortamları için matematiksel problemlerin uygulanışında “problem çözme sürecine uygun ilerleme” kategorisi, Kramarski ve Mizrachi'nin (2004) üstbilişsel/özdüzenlemeli soruların özelliklerini açıklarken strateji boyutunda öne çıkardığı “öğrencileri problemi çözmek için uygun adımları/stratejileri düşünmeye teşvik etme” düşüncesi ile paralellik göstermektedir. Aynı zamanda özdüzenlemeli öğrenme ortamları için matematiksel problemlerin uygulanışında “öz/ grup içi/ gruplar arası değerlendirme” kategorisi, Kramarski ve Mizrachi'nin (2004) üstbilişsel/ özdüzenlemeli soruların özelliklerini açıklarken yansıtma boyutunda öne çıkardığı “problem çözme süreci hakkında kendilerine sorular sormaya teşvik etme” düşüncesi ile paralellik göstermektedir.

Liljedahl (2020) sınıflarda öğrenme odaklı davranışların sadece belli bir kısmının iyi bir öğrenme ile sonuçlandığını vurgulamaktadır. Sınıflarda kaytaran, oyalanan, yapıyor görünen, taklit eden ve deneyimleyen öğrenci tiplerinden bahseden Liljedahl (2020), deneyimleyen öğrencilerin sınıftaki %10-%15'lik bir kesimi oluşturduğunu, bu öğrencilerin etrafındaki düşünceleri dikkate alarak düşüncelerini en iyi hale getirdiğini ve kendi öğrenme rotalarını tasarlayan öğrenciler olduğunu vurgulamaktadır. Matematik öğretmen adaylarından özdüzenlemeli ortamlarda problemler tasarlamaları süreci, onların özdüzenlemeyi anlamalarını daha iyi hale getiren bir süreçtir (Chapman, 2012). Bu süreçte matematik öğretmen adayları eksikleri, karşılaştıkları zorlukları, öğrenci ilgi ve ihtiyaçlarını, hataları, ...vs göz önünde bulundurmakta ve problem tasarlama becerilerini geliştiren öğrenme faaliyetlerine katılmaktadırlar (Hošpesová & Tichá, 2015). Matematik öğretmen adaylarının özdüzenlemeli öğrenme ortamları için tasarladıkları matematiksel problemlerin yapısı ve uygulanışına ilişkin açıklamalar, sınıflarda deneyimleyen öğrencilerin artması için önemli bir öğrenme stratejisi olarak ele alınmalıdır.

Matematik öğretmenlerinin sınıflarında kullanacakları matematiksel problemleri seçerken ve uygularken çalışmada ortaya çıkan özellikleri ve öğrenme stratejilerini dikkate almaları önerilmektedir. Zimmermann'ın (2000) kuramsal çerçevesi dışında farklı kuramsal çerçevelerle bu araştırma yürütülebilir. Bu araştırma matematik öğretmenleriyle yürütülebilir. Bu çalışmada matematik öğretmen adaylarının yaşadıkları zorluklara ve çözüm önerilerine yer verilmiştir, ileriki araştırmalarda bu zorluk ve güçlükler belirlenebilir ve matematik öğretmen adaylarının bunlara nasıl çözümler ürettikleri tartışılabilir. Tasarlanan matematiksel problemlerin sınıf içi uygulamalarıyla yansımaları ortaya çıkarılabilir ve iyileştirmeler yapılabilir. Özdüzenleme, matematiksel modelleme ve teknoloji entegrasyonu odağında bilişsel ve özdüzenlemeli beceriler açığa çıkarılarak bu becerilere ilişkin farkındalık sağlanarak ileriki aşamada kontrol listeleri veya rubriklerin yapılandırılması için kuramsal çerçeveler oluşturulabilir. Farklı üniversitelerdeki ya da başarı seviyeleri farklı matematik öğretmen adaylarıyla benzer bir araştırma gerçekleştirilerek sonuçları tartışılabilir.

KAYNAKÇA

- Aydoğdu, M. Z. (2024). Öğretmen adaylarının kurulan matematik problemlerini değerlendirme kriterlerinin incelenmesi. *Trakya Eğitim Dergisi*, 14(1), 427-441.
- Baki, A. (2014). *Kuramdan uygulamaya matematik eğitimi*. Harf Eğitim Yayıncılığı.
- Bandura, A. (1989). Human agency in social cognitive theory. *American psychologist*, 44(9), 1175.
- Boaler, J. (2021). *Mathematical mindsets: Unleashing Students' potential through creative math, Inspiring messages, and innovative teaching*. Jossey-Bass.
- Cai, J., Hwang, S., Jiang, C. & Silber, S. (2015). Problem-posing research in mathematics education: some answered and unanswered questions. In F. M. Singer, N. F. Ellerton & J. Cai (Eds.), *Mathematical problem posing: from research to effective practice* (pp.3-34). Springer
- Carol, T. (2009). The push for pull; inventory-crunched retailers are asking consumers to choose the products they want. But what we say we like isn't always what we buy. *TheGlobe and Mail*.
- Chapman, O. (2012). Challenges in mathematics teacher education. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 15, 263–270.
- Corel, J. L. (1975). *The postnatal development of the human cerebral cortex*. Harvard University Press.
- Daniels, D. (2002). Metacognition and reflection. *Educational Psychology*. <http://dennisgdaniels.com/tikiindex.php?page=Metacognition%20and%20Reflection> adresinden 28. 01. 2025 tarihinde alınmıştır.
- Desoete, A., Roeyers, H. & Buyse, A. (2001). Metacognition and mathematical problem solving in grade 3. *Journal of Learning Disability*, 34(5), 435–449.
- English, L. D. (1997). The development of fifth-grade children's problem-posing abilities. *Educational Studies in Mathematics*, 34, 183-217.
- English, L. D. (2008). Mathematical modeling: Linking mathematics, science, and the arts in the elementary curriculum. In B. Sriraman, C. Michelsen, & A. Beckmann, & V. Freiman (Eds.), *Proceedings of the second international symposium on mathematics and its connections to the arts and sciences*. (MACAS2, pp. 5-36). University of Southern Denmark Press.
- Fisher, R. (2005). *Teaching children to think*. Nelson Thornes.
- Flavell, J. H. (1979). Metacognition and cognitive monitoring: A new area of cognitive developmental inquiry. *American Psychologist*, 34, 906-911.
- Flavell, J., (1987). Speculations about the nature and development of metacognition. In Weinert, F.E. & Kluwe, R.H. (Eds). *Metacognition, motivation and understanding*. Hillsdale.
- Hıdıroğlu, Ç. N. (2018). Üstbiliş kavrama ve problem çözme sürecinde üstbilişin rolüne eleştirel bakış. *Pamukkale Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Dergisi*, 32, 87-103.
- Hıdıroğlu, Ç. N., & Bukova Güzel, E. (2016). Teknoloji destekli ortamda matematiksel modelleme sürecindeki bilişsel ve üst bilişsel eylemler arasındaki geçişler. *Necatibey Eğitim Fakültesi Elektronik Fen ve Matematik Eğitimi Dergisi*. 10(1), 313-350.
- Hošpesová, A. & Tichá, M. (2015) Problem posing in primary school teacher training. In F.M. Singer, N. F. Ellerton, & J. Cai (Eds.), *Mathematical Problem Posing* (pp. 433-447). Springer, New York, NY.
- Huttenlocher, P. R. (2002). *Neural plasticity: The effects of environment on the development of the cerebral cortex*. Harvard University Press.

- International Technology Education Association (ITEA/ITEEA). (2009). *The overlooked STEM imperatives: Technology and engineering*. Reston, VA: Author.
- Kramarski, B. (2004). Making sense of graphs: Does metacognitive instruction make a difference on students' mathematical conceptions and alternative conceptions. *Learning and Instruction*, 14, 593-619.
- Lee, J. (1999). *Problem-based learning: A Decision model for problem selection*, 21st National Convention of the Association for Educational Communcations and Technology, February 10-14, Houston.
- Liljedahl, P. (2020). *Building thinking classrooms in mathematics (Grades K-12): 14 Teaching practices for enhancing learning*. Corwin Press Inc.
- Lavy, I. (2015). Problem-posing activities in a dynamic geometry environment: when and how. In F. M. Singer, N. F. Ellerton & J. Cai (Eds.), *Mathematical problem posing: from research to effective practice* (pp. 393-410). New York: Springer.
- Mason, R. O., & Mitroff, J. J. (1981). *Challenging strategic planning assumptions*. John Wiley.
- Miles, M.B. & Huberman A.M. (1994). *Qualitative data analysis. (second edition)*, Sage Publication.
- Milli Eğitim Bakanlığı (2024). Ortaokul Matematik Dersi Öğretim Programı. <https://mufredat.meb.gov.tr/>
- O'Neil, H. F. Jr., & Brown, R. S. (1998). Differential effects of question formats in math assessment on metacognition and affect. *Applied Measurement in Education*, 11(4), 331-351.
- Örnek, T., & Soylu, Y. (2021). A model design to be used in teaching problem posing to develop problem-posing skills. *Thinking Skills and Creativity*, 41, 100905.
- Pierce, W. (2003). *Metacognition: Study strategies, monitoring, and motivation*, 28.01.2025 tarihinde <http://academic.pgcc.edu/~wpeirce/MCCCTR/metacognition.htm> adresinden alınmıştır.
- Pintrich, R. R. (2000). The role of goal orientation in self-regulated learning. In Boekaerts, M., Pintrich, P. R., ve Zeidner, M. (Eds.), *Handbook of Self-regulation*, (pp. 451-501). San Diego, CA: Academic Press.
- Schraw, G. & Moshman, D. (1995). Metacognitive theories. *Educational Psychological Review*, 7, 351-371
- Schunk, D. H. (2012). *Learning theories: An educational perspective*. Upper Saddle River, New Jersey: Prentice Hall.
- Senemoğlu, N. (2018). *Gelişim öğrenme ve öğretim*. Anı Yayıncılık.
- Stein, M. K., Smith, M. S., Henningsen, M. A. & Silver, E. A. (2000). *Implementing standards-based mathematics instructions: A Casebook for professional development*. Teachers College.
- Stigler, J.W., Gallimore, R., & Hiebert, J. (2000). Using video surveys to compare classrooms and teaching across cultures: Examples and lessons from the TIMSS video studies. *Educational Psychologist*, 35, 87-100.
- Stoyanova, E. & Ellerton, N. F. (1996). A framework for research into students' problem posing. In P. Clarkson (Ed.), *Technology in mathematics education* (pp. 518-525). Mathematics Education Research Group of Australasia.
- Strauss, A. L & Corbin, J. (1990). *Basic of qualitative research: Grounded theory procedures and techniques*. Sage.

- Tichá, M & Hošpesová, A. (2013) Developing teachers' subject didactic competence through problem posing. *Educational Studies in Mathematics*, 83(1), 133-143.
- Watanabe, S. (2009). *Algebraic geometry and statistical learning theory*. Cambridge University Press.
- Winne, P.H., & Hadwin, A.F., (1998). Studying as self-regulated learning. In D. J. Hacker, J. Dunlosky, & A. C. Graesser (Eds.), *Metacognition in educational theory and practice* (pp. 277–304). Hillsdale, NJ: Erlbaum.
- Yavuz, İ. ve Bilgeç, İ. (2016). Açık uçlu sorularla yapılan matematik sınavlarının ölçme ve değerlendirilmesinin incelenmesi. *Eğitim ve Öğretim Araştırmaları Dergisi*, 5, 183-193.
- Yazgan, Y. & Arslan, Ç. (2017). *Matematiksel sıra dışı problem çözme stratejileri ve örnekleri*. Pegem Akademi.
- Yin, R.K. (2003). *Case study research: Design and methods*. Sage Publications.
- Zimmerman, B. J. (2000). Attaining self-regulation: A social cognitive perspective. In M.Boekaerts, P. R. Pintrich, & M. Zeidner (Eds.), *Handbook of self-regulation*, (pp.13-39). London: Elsevier Academic Press.)

Mathematical Problems Developed by Prospective Mathematics Teachers for Self-Regulated Learning Environments

Yeliz Özkan Hıdıroğlu^{1*} 
Çağlar Naci Hıdıroğlu² 

¹Pamukkale University, Faculty of Education, Denizli, Türkiye, yelizozkan09@gmail.com
²Pamukkale University, Faculty of Education, Denizli, Türkiye, chidiroglu@pau.edu.tr

* Corresponding Author

Abstract: The purpose of this study is to examine the mathematical problems developed by pre-service mathematics teachers for self-regulated learning environments. This research, conducted as a case study, a nested multiple case, because it involves the evaluation of mathematical problems designed by pre-service mathematics teachers for self-regulated learning environments within the framework of certain criteria. The participants consisted of 15 volunteer pre-service mathematics teachers who had taken the self-regulation course in mathematics education. The data consisted of video analyses of pre-service mathematics teachers' processes of developing self-regulated learning environments and written or digital documents containing the final versions of mathematical problems and their solutions developed for self-regulated learning environments. In the analysis of the data, the content analysis method based on Strauss and Corbin's (1990) theoretical framework was used, taking into account Zimmerman's (2000) self-regulation theoretical framework. These dimensions are (1) pre-thinking, (2) performance/volitional control and (3) self-reflection. In the study, mathematical problems in self-regulated learning environments are considered in two different dimensions: (1) problem structure and (2) problem implementation. (1) Considering the problem structure; mathematical problems to be used in self-regulated learning environments should be open-ended problems (multivariate structure), emerge from real life context (realistic or daily life), interesting, challenging, support 21st century skills, and reveal different disciplines/demonstrations. When the implementation of the problem is taken into consideration, mathematical problems to be used in self-regulated learning environments should allow for inquiry in the process [be student-centered, be implemented with a thinking teacher and thinking students, provide flexible thinking], emphasize progress in accordance with the problem solving process, support collaborative learning, reveal self/in-group/inter-group assessments, and provide technology integration.

Key Words: Self-Regulated Learning, Self-Regulation, Mathematical Problem, Prospective Mathematics Teacher.

Received: 31.01.2025
Accepted: 04.03.2025
Available Online: 30.05.2025

INTRODUCTION

Human beings lose much of their brain's functionality and creativity soon after they come into the world. Especially newborn children take two to three years to learn about the world around them and after that, they continue to live the routine actions of their family in an ordinary way every day. Although this routine can be positively disrupted by occasional interesting and creative activities and experiences, the brain is unable to find a social environment sufficient for its development. Especially after the age of three, the number of neurons in the brain and the branching of neurons (neural network) decreases dramatically (Corel, 1975). This situation reveals that the child needs to be mentally supported from the age of three. When international studies are taken into consideration, it is seen that preschool education comes to the forefront for this reason (Huttenlocher, 2002). It is aimed to prevent this mental loss with qualified education to be given to children in this period.

When we look at the studies that emphasize the increase in the richness of mental activities and mental awareness about the development of the brain, John Hurley Flavell in 1970-1980, Barry Zimmerman in 1990-2005, Albert Bandura in 1985-1991, and Dale H. Schunk in 1990-2005 emphasize the concepts of metacognition, self-regulation, self-efficacy, and executive cognition. Current studies in neuroscience have paved the way for some concepts to come to the fore in education. One of these concepts is self-regulation. Self-regulation is an active and constructivist process in which individuals set goals for a specific task, and then, try to control and regulate their cognition, affect and behaviors in line with these goals, and are guided and limited by the context in which they live (Pintrich, 2000; Schunk, 2012; Zimmerman, 2000). Self-regulation requires collaborative work, strategies that enable better learning, environments that reveal qualified predictions, learning environments with complexity, chaos, errors and contradictions, questioning

Cite as (APA 7): Özkan Hıdıroğlu & Hıdıroğlu (2025). Mathematical problems developed by prospective mathematics teachers for self regulated learning environments. *Trakya Journal of Education*, 15(Özel Sayı), 267-287. <https://doi.org/10.24315/tred.1630806>

and thinking aloud (Hıdıroğlu, 2018). Feynman method, Da Vinci method, 1 in 3 rule, 80/20 rule, 5n1k rule, different note-taking techniques, attention focusing techniques, yoga, meditation and strategy games are mental activities or strategies that stand out in the development of self-regulation.

When students encounter a qualified problem, an environment of uncertainty and chaos is created in their minds. At this stage, students want to get rid of this uncertain situation and begin to apply problem solving strategies. Fisher (2005) defines a problem as a situation in which there is some information, which contains various obstacles in its solution and which individuals want to solve. Yazgan and Arslan (2017), in their study in which they compiled problem solving strategies in the literature, pointed out the strategies as animation, simplification, elimination, reasoning, making tables, working backwards, writing equations/inequalities, finding relations, drawing diagrams, prediction and control, and making systematic lists. Performing only mathematical operations in mathematics limits the image and reach of mathematics. Therefore, mathematics is perceived by students as difficult to grasp, less understandable and unimportant. The most important thing here is to give students problems that make them think (Hıdıroğlu, 2018; Liljedahl, 2020). The solution of the given problems should require multidimensional thinking, interdisciplinary knowledge and creativity (Senemoğlu, 2018). It is important that problem solving is among the 21st century competencies, that it is an important skill, that it is needed at all levels of education, and that individuals are aware of what, how and why they will use it and progress in the solution. However, it should not be ignored that problem posing is as important as problem solving and requires a cognitive process. Problem posing develops individuals' creative thinking skills, enables them to address the issue from different perspectives, leads them to various solutions and enables them to develop new approaches (Aydoğdu, 2024). Stein, Smith, Henningsen, and Silver (2000) divide the cognitive demand levels of constructed problems into memorization, disconnected methods, connected methods, and doing mathematics. Teachers, pre-service teachers and students are expected to create connected methods and do mathematics. Self-regulated learning environments are very important in the formation of classrooms that do mathematics.

Self-Regulated Learning Environments

In order to reveal self-regulation in learning environments, teachers and students should be asked to ask and answer questions such as "What do I know?, How can I overcome if I follow a path?, How do I find the error?, When should I use it?, How do I correct the error?, Which of my knowledge is more important here?, What path would be better if I follow?,..." in their thinking processes (Senemoğlu, 2018). These questions are important questions that activate self-regulation and metacognition and trigger their development.

Self-regulation has been addressed by a significant number of people in education since the 1980s. The development process of self-regulation in the literature is based on Flavell's (1979) concept of metacognition. Metacognitive knowledge refers to knowledge acquired about cognitive processes and knowledge that can be used to control cognitive processes (Flavell, 1987). Knowledge is considered metacognitive knowledge if it is actively used in a strategic way to achieve a goal. Flavell (1987) divides metacognitive knowledge into three categories: individual/person, task and strategy-based metacognition. Person-based metacognition includes an individual's thoughts about his/her own learning, while task-based metacognition is an individual's thoughts about a task. Strategy-based metacognition includes the individual's thoughts about the strategic elements. For example, a student may use information in different ways to plan how to approach a math exam: "I (person variable) know that I have difficulty with verbal problems (task variable), so I will answer the calculation problems first and leave the verbal problems for the last (strategy variable)."

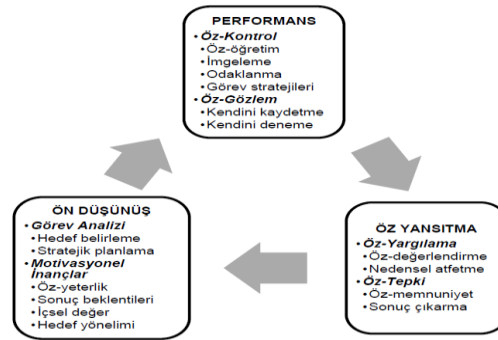
Metacognitive knowledge, which forms the basis of the self-regulation process, is the knowledge that an individual has about why, how and under what circumstances his/her cognitive actions occur. Scraw and Moshman (1995) divide metacognitive knowledge into three categories: explanatory, situational and procedural knowledge. Explanatory (descriptive) knowledge is a person's knowledge about whether or not he/she can do a task by being aware of his/her knowledge and skills or by making use of his/her experiences (Daniels, 2002; Scraw & Moshman, 1995). For example, a student's existing knowledge about whether he/she can pass or fail course A is his/her metacognitive descriptive knowledge. If a student does not have any knowledge about whether he/she will pass or fail course A for various reasons, this shows that he/she has incomplete metacognitive knowledge about the situation in question. However, this lack of metacognitive knowledge does not mean that he/she will fail this course. Contingent knowledge includes all kinds of

knowledge about why knowledge, skill, strategy or method is functional and under what conditions it will work (Deseote, Roeyers & Buyse, 2001; Pierce 2003; Scraw & Moshman, 1995). For example, the knowledge that a student will exhibit while revealing the strategies that he/she should exhibit against the important questions that the teacher may ask in lesson A is his/her metacognitive contingent knowledge. In this process, the student makes explanations about why he/she should do what he/she can do in a situation that may arise. Procedural (methodological) knowledge includes knowledge about how the mental actions in the process can work (Deseote et al., 2001; Panaoura, 2003; Pierce, 2003; Scraw & Moshman, 1995). It is the knowledge about how to use the necessary skills and mathematical concepts to achieve what is required in the problem and how to apply the required operations. For example, a student's prediction about a question that the teacher might ask in lesson A is an example of his/her introductory knowledge. While his/her explanations about when and why to use the strategies that should be used in this question show his/her contingent knowledge, his/her explanations about how to apply these strategies in this question show his/her procedural or procedural knowledge. There are different theoretical frameworks that are prominent in self-regulation and different variables are addressed in these frameworks. For example, the stages of Winne and Hadwin's (1998) four-stage self-regulated learning model are (1) defining the task, (2) setting goals and making plans to reach the goal, (3) taking action, (4) adapting to metacognition. Pintrich's (2000) self-regulated learning model is as follows (see Table 1).

Table 1*Pintrich's (2000) Self-regulated Learning Model*

Stages	Regulation Areas			
	Cognition	Motivation	Behavior	Environment
<i>Pre-thinking, Planning and taking action</i>	* Taking action * Activate previous information * Enabling metacognition	* Adaptation to the target * Perceptions of competence * Positive learning judgments against difficult task * Activating the task * Activating interest	* Planning time and effort * Making a plan to observe behaviors	* Getting used to the task * Acclimatization to the environment
<i>Making observations</i>	Metacognitive awareness and observing cognition	Observing the effects of mindfulness and motivation	Awareness, effort and time monitoring Observing behavior	Observing difficult tasks and environmental conditions
<i>Control</i>	Selecting and adapting learning strategies for thinking and learning	Choosing appropriate strategies to manage motivation	Increase or decrease the effort according to the situation	Change or reorganize the mission
<i>Reaction and Reflection</i>	* Cognitive judgments * Attitudes	* Affective responses * Attitudes	Behavior selection	Evaluating the task and the environment

Another theoretical framework accepted in the literature belongs to Zimmerman (2000) (see Figure 1). Zimmerman's (2000) self-regulation process consists of three basic stages: pre-thinking, performance and self-reflection. This process continues cyclically.

Figure 1*Zimmerman's (2000) Self-Regulation Cycle***Problem Formulation**

Problem posing is a process in which individual experiences are added to concrete situations based on mathematical experiences (Stoyanova & Ellerton, 1996). English (1997) states that problem posing consists of three basic stages. These are knowledge and reasoning, metacognitive processes and sociological factors. Örnek and Soylu's (2021) problem posing process consists of six steps (understanding the situation, designing a story, creating a problem statement, solving the problem, evaluating the problem, and finalizing the problem). Although the secondary school mathematics curriculum (Ministry of National Education, 2024) does not emphasize problem posing skill separately, this skill is addressed under the reflection component of problem-solving skill. Mathematics teachers should choose the problems they will bring to their classes well, reflect on them, and reorganize the problems they choose or design according to the needs of the class and students (Bağcı, 2023). Problem posing activities increase the awareness of prospective mathematics teachers (Tichá & Hošpesová, 2013). Therefore, problem posing activities should be included in teacher education (Lavy, 2015). There is a need for research on how pre-service mathematics teachers and teachers can use problem posing more effectively in the classroom (Cai et al., 2015). It would be beneficial if the problems to be posed by pre-service mathematics teachers are problems whose solutions are not visible at first, which create mental complexity, which require establishing relationships between concepts, which require understanding multiple approaches, and which require decision-making and creativity skills in their solution. Therefore, pre-service mathematics teachers are expected to have problem posing skills and use it as an effective tool in their classrooms.

This study is important in terms of explaining the characteristics of mathematical problems developed by pre-service mathematics teachers for self-regulated learning environments and providing explanations about what should be taken into consideration at this stage. In addition, the study is also important in terms of revealing the prominent learning strategies for the development of students' self-regulation skills. Self-regulation is one of the basic components for pre-service mathematics teachers to develop their independent learning skills, to plan their teaching processes, and to guide their students' learning processes more effectively. Self-regulation has a critical role in shaping the future of pre-service mathematics teachers. It contributes to pre-service mathematics teachers' successful planning of the education-training process as well as being effective and productive individuals in their professional lives. With the problems they develop for self-regulated learning environments, pre-service mathematics teachers will provide an important perspective on learning environments that will help middle school students plan, monitor and evaluate their own learning processes. This study is an original research in the sense that there is no research examining the mathematical problem development processes of pre-service mathematics teachers for self-regulated learning environments. Accordingly, the aim of the study is to examine the mathematical problems developed by pre-service mathematics teachers for self-regulated learning environments. The problem statement of the research was determined as "What are the characteristics of the mathematical problems developed by pre-service mathematics teachers for self-regulated learning environments?"

METHOD

Research Model

This research, conducted as a case study, which is one of the qualitative research methods, is a nested multiple case study because it involves the evaluation of mathematical problems designed by pre-service mathematics teachers for self-regulated learning environments within the framework of certain criteria. Case study is a research method that focuses on "why" and "how" questions, where the researcher has no control over the events, where the event and phenomenon are studied in their natural environment, and where it is not easy enough to establish a connection between the event and the real-life situation (Yin, 2003). The study examined the mathematical problems designed by 15 pre-service mathematics teachers for self-regulated learning environments within the framework of Zimmermann's (2000) three-dimensional self-regulation phase. Therefore, this research is a nested multiple case study.

Participants

The participants of the study were 15 pre-service mathematics teachers selected by criterion sampling method, which is one of the purposeful sampling methods. The selection criteria for participants were as follows: firstly, successful completion of the "Self-Regulation in Mathematics Education" course, and secondly, willingness to participate in the study. Self-Regulation in Mathematics Education course includes self-regulation and self-regulated learning processes, the purpose and importance of self-regulated learning in mathematics education, the characteristics of self-regulated learners and self-regulated learning strategies in mathematics teaching, and classroom environments and practices that support self-regulated learning. In the study, participants were asked to design a mathematical learning content for self-regulated learning environments. The participants were coded as P1, P2, P3, ..., P15.

Data Collection

The data of the study consisted of video analyses of pre-service mathematics teachers' processes of developing self-regulated learning environments and written or digital documents containing the final versions of mathematical problems and solutions developed for self-regulated learning environments. In the data collection process, pre-service mathematics teachers were left completely free. The pre-service mathematics teachers were asked to design mathematical problems that they would like to use for self-regulated learning environments and to justify why they chose these problems. The pre-service mathematics teachers worked individually, practiced think-aloud protocols, and were allocated a computer with internet connection to use when needed.

Data Analysis

In the analysis of the data, Zimmerman's (2000) cyclical self-regulation process was taken as the theoretical framework. Content analysis method was used to analyze the data. The coding process based on the theoretical framework, one of the three different coding types expressed by Strauss and Corbin (1990), was followed. The unit of analysis was the basic dimensions in Zimmerman's (2000) theoretical framework [(1) pre-thinking, (2) performance/volitional control and (3) self-reflection]. While mathematical problems were selected for self-regulated learning environments, instructional elements that were thought to reveal the dimensions of self-regulation by pre-service mathematics teachers constituted the findings of the study. The data were analyzed separately by two coders. Considering the inter-coder reliability formula (Miles & Huberman, 1994), 86.1% agreement was determined between the coders. In the last stage, the codes that were not in agreement were examined and a common consensus was reached between the coders and the findings were finalized.

FINDINGS

It was observed that pre-service mathematics teachers emphasized two different dimensions for the mathematical problems they developed for use in self-regulated learning environments: (1) the structure of the problem and (2) the application of the problem.

Categories for the Structure of the Problem

The mathematical problems selected by pre-service mathematics teachers for self-regulated learning environments must meet the following criteria: (1.1) an open-ended problem (multivariate structure), (1.2) emerging from real life context (realistic or daily life), (1.3) interesting, (1.4) challenging, (1.5) supporting 21st century skills, (1.6) revealing different disciplines/forms of representation.

Being an Open-Ended Problem (Multivariate Structure)

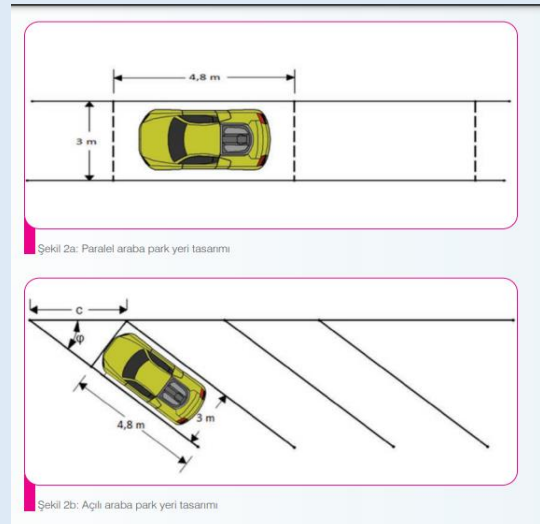
In the category of open-ended problems, pre-service mathematics teachers emphasized that the problems they would use for self-regulated learning environments should contain necessary but incomplete information and should have multiple solutions based on assumptions. P11 stated that in the problem he chose, he did not want to give some variables directly to the students, and it was important for them to realize those variables. He also pointed out that this would prevent students from focusing on a single solution and that this was important for self-regulated learning environments (see Figure 2).

Figure 2

P11's Street Parking Problem-Geometry



Şekil 1. Araba park alanı ve yol planı



Şekil 2a: Paralel araba park yeri tasarımı

Şekil 2b: Açılı araba park yeri tasarımı

A city planner asks for your help to design a parking lot in front of houses on the side of a two-way road. The city planner's goal is to maximize the number of cars that can be parked on the street. What kind of park design would you propose? Explain your reasons.

P11: *I did not want to take the problem exactly. I did not want them to be gathered in a single solution by giving all the data. For example, I did not give the dimensions of the car.*

P13 stated that it is important for self-regulated learning environments that there is not only one way to solve the problem but also many more ways to solve it. Here, important variables such as how to design the tables, what are the elements taken into consideration while designing the tables and how much space is available in the restaurant were considered important for self-regulated learning environments (see Figure 3).

Figure 3

P13's Restaurant-Table Problem-Geometry

You work in a restaurant. Each of the square tables in the restaurant can seat 4 people. A group of 109 people comes to the restaurant and they all want to sit together. How many tables would you need, and how would you arrange your guests?

P13: *I chose this question because the problem is thought-provoking and suitable for the level of the students. I also thought that it was better to have **more ways** to solve the problem rather than just one.*

Emergence from Real Life Context (Realistic or Daily Life)

In the category of emerging from real life context, pre-service mathematics teachers emphasized that the problems they would use for self-regulated learning environments should be problems with realistic data/contexts that relate mathematics to daily life situations. According to P10, with such problems in self-regulated learning environments, students will be enabled to associate mathematics with their experiences and their awareness of what they learn in mathematics will be increased (see Figure 4).

Figure 4

P10's Airplane Service Problem



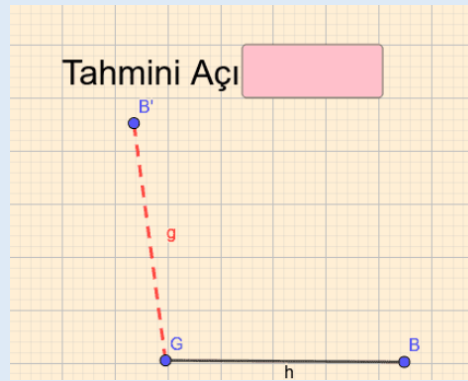
Madrid	İstanbul	Osaka
17:05	19:05	01:05

The time display of three different cities simultaneously is as above. A passenger plane that took off from Madrid at 14.30 on Wednesday, April 1 for Osaka made a forced landing in Istanbul 4.5 hours later due to a security issue. After a 2-hour layover in Istanbul, the plane took off again and arrived in Osaka 13.5 hours later. What day and time did this plane land in Osaka according to Osaka time?

P10: *It is important that the problem is from real life in **order for students to better understand what mathematics is useful in real life. When it is not realistic, math seems meaningless to students.***

Attractiveness

In the category of being interesting, pre-service mathematics teachers emphasized that the problems to be used for self-regulated learning environments are important in attracting students' attention and increasing their motivation in the learning process. P7 stated that the problems that provide environments for students to make predictions in the style of Fermi problems were more interesting and fun for students. P7 also stated that since prediction was a metacognitive skill, it provided important opportunities for self-regulated learning environments (see Figure 4).

Figure 4*P7's Angle Estimation Problem-Geometry*

Estimate the measure of the angle BGB and write it in the box. Explain the reason for your guess.

P7: Prediction can create environments that attract children's attention and **where I can involve every student in the process**. Since prediction is a metacognitive skill, I thought that such problems and Fermi problems would be suitable for self-regulated environments.

P2 stated that questions like Olympic problems that attract their attention and increase their motivation were important tools for self-regulated learning environments. P2 emphasized the importance of intrinsic motivation in the process and stated that such problems actually played a supportive role for self-motivational beliefs in the pre-thinking dimension of self-regulation. Here, P2 also referred to technology integration in the category of problem implementation and stated that such problems could be visualized in GeoGebra by creating an experimental environment (see Figure 5).

Figure 5*P2's Olympic Problem-Geometry*

9. Bir ABC üçgeninin $[BC]$ kenarı üzerinde alınan bir D noktası için $m(\widehat{BAD}) = 120^\circ$ ve $m(\widehat{CAD}) = 30^\circ$ 'dir. $|AD| = 6$ ve $|DC| = 21$ ise, $|AB|$ kaçtır?

a) 9

b) 10

c) 11

d) 12

e) 13

P2: Students generally like to deal with such interesting Olympiad problems. **They can also have a chance to try them in GeoGebra**. This gives the student a choice. I also think that their intrinsic motivation will be high because they will wonder the result of the problem.

Being Coercive

In the category of being challenging, the pre-service mathematics teachers stated that the problems they would use for self-regulated learning environments should force students to think and encourage them to think more qualitatively and at a higher level in the field of convergent development. P14 emphasized that if the problems were below the students' level, they would reach the conclusion immediately, there would not be a rich environment for self-regulation, and such problems would be boring for them (see Figure 6).

Figure 6

P14's Pedestrian and Motorized Problem-Numbers

There is a road from A to B with a length of 33 km. The walking speed of a person is 5 km/h, a person traveling by motorcycle is 25 km/h and two people traveling by motorcycle are traveling at 20 km/h. After, at least, how many hours will the three people at point A arrive at point B together? (At most, two people can ride on a motorcycle. There is only one motorcycle.)

P14: *If the problem is below the level of the student, the student will come to the conclusion immediately. This will cause the student to solve the problem without setting goals and strategies, without visualizing in the process and without applying multidimensional strategies. Problems given to students below their level are boring.*

P1 stated that the problems to be used in self-regulated learning environments should be comprehensible, appropriate to the level, the problems that cannot be solved easily and encourage thinking. For the pre-service mathematics teachers, problems whose solutions could not be seen at first glance, which created mental complexity and involved cognitive difficulty, were considered important for self-regulated learning environments (see Figure 7).

Figure 7

P1's Closet Problem-Numbers

PROBLEM

Bir okulda 1000 öğrenci ve her öğrencinin bir eşya dolabı vardır. Okuldaki bütün dolaplar kapalı ancak kilitli değildir.

- Okula gelen ilk öğrenci sıradan bütün dolap kapılarını açar.
- İkinci öğrenci gelir ve sırayla 2 numaralı dolaptan başlayarak her ikinci dolabı kapatır.
- Üçüncü öğrenci ise üç numaralı dolaptan başlayarak sırayla her üçüncü kapının durumunu değiştirir (yani eğer dolap açıksa öğrenci kapatır ya da dolap kapalı ise öğrenci onu açar.).
- Dördüncü öğrenci de dört numaralı dolaptan başlayarak sıradan her dördüncü kapının durumunu değiştirir.
- ...

Eğer bu işlemi 1000 öğrencinin hepsi devam ettirirse sonunda hangi dolap kapıları açık kalır, hangileri kapalı?

P1: *I wanted to choose a problem that every student could understand but could not solve easily. I think that such problems are useful because they make you think about the problem all the time.*

Supporting 21st Century Skills

In the category of supporting 21st century skills, the pre-service mathematics teachers thought that the problems they would use for self-regulated learning environments should be able to reveal and support the skills that are emphasized in today's curricula and educational understanding. P15 stated that the problem he chose would support students' financial literacy skills and give them the opportunity to gain awareness about how to use money better (see Figure 8).

Figure 8

P15's Book Purchase Problem-Numbers-Financial Literacy

Exercise/ Word Problem	Aslan wants to buy a book for 49.90 lira. He has 100 liras in his hand. How much money will he have left after buying the book?
Open-Ended Problem	Aslan enjoyed reading "Harry Potter and the Philosopher's Stone" by J. K. Rowling, which he received as a birthday present. Now he came across the book "Harry Potter and the Chamber of Secrets" by the same author on the internet. The book costs 49.90 liras on Amazon. Aslan also has 100 liras that his grandfather gave him for his birthday. What should Aslan do? Give Ada some advice in small groups.

P15: While considering the problem, I thought it would be important to develop skills that are prominent today. This problem supports students' **financial literacy** skills. They will also learn how to use money better in their lives.

P9 stated that the problem he chose for self-regulated learning environments provided awareness about the use of time in daily life and developed time management skills in self-regulation. P9 emphasized that students had problems in using time effectively, that this deficiency could be overcome with such problems and that such problems were important for pre-thinking in self-regulation (see Figure 9).

Figure 9

P9's Problem of Payment at the Cash Register-Time Management

		
You shop at the supermarket and go to the checkout. There are 2 checkouts. Which line do you go to? Why?		

P9: Time management is an important skill in self-regulation, it is very useful especially when making plans. **Using time effectively** is an important problem for students. This problem is a situation they often encounter in daily life, and it is a good example for them to realize the concept of time in their lives.

Exposing Different Forms of Discipline/Display

In the category of revealing different disciplines/representations, pre-service mathematics teachers emphasized that the problems they would use for self-regulated learning environments should be problems that would associate mathematics with non-mathematics disciplines and required them to associate different representations. P3 transformed an ordinary closed-ended problem that he found in a different source into an open-ended problem and provided an environment for students to create environments where they could associate mathematics with non-mathematics disciplines such as geography, biology, technology in the solution (see Figure 10).

Figure 10*P3's Bear Problem*

**Closed-ended Routine
Real-Life Problems
(Word Problem)**



Kütlesi 500 kg olan bir ayı, kütlesi 25 kg olan kaç çocuğun kütlesine eşittir?

**Open-Ended Real-Life
Problems**

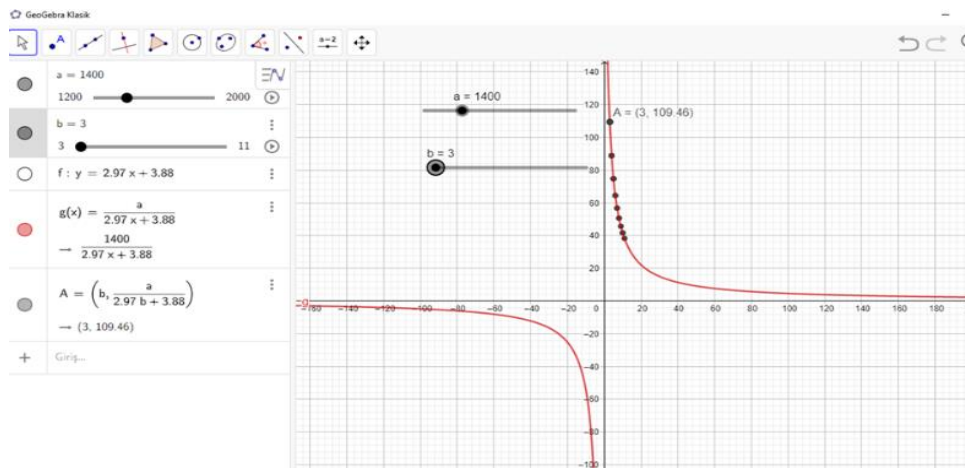


Ayı ve Çocuk Problemi: Alaska'da dünyanın en büyük ayılarından birisinin tedavi edilmesi için yakalandığı söyleniyor. Sizce bu ayının ağırlığı kaç çocuğun ağırlığına eşittir?




P3: In this article, there is a problem about the weights of a bear and a child. I actually like this problem because **weight is a science topic**. But the problem is **closed-ended and as it is, metacognition is not triggered** and it harms the classroom norms where metacognition will develop. I will revise this problem and turn it into an open-ended problem **using the map, GeoGebra and the internet**.

P3 emphasized that such problems would reveal rich mental learning environments in self-regulated learning environments and encourage students to reason, explore and question. In the sample solution of the problem he wanted to use, P3 determined the childhood period as the age range of 3-14 years. He obtained the linear equation giving the average weight values for each age group in childhood. Then, by using sliders in GeoGebra, he created a mathematical representation (graph) that gave the weight of the bear (a) and the age of the child group (b), which was approximately equal to the weight of how many children. The abscissa of the point on the graph defined the age of the group of children and the ordinate defined how many children of that age the weight of the bear corresponded to (see Figure 11).

Figure 11*An Excerpt from P3's Solution to the Bear Problem*

P3: In addition to whether the given problem is according to the level of the student or not, there is also the factor that the problem is qualified. Unqualified applications **provide only the development of students' procedural skills and do not provide any benefit to their self-regulation skills**. Such applications cause students **to memorize some formulas and algorithms without understanding their basic logic**. For this reason, we should ask problems that encourage students to think, explore and question for the self-regulation behaviors we want to gain.

Categories Related to the Implementation of the Problem

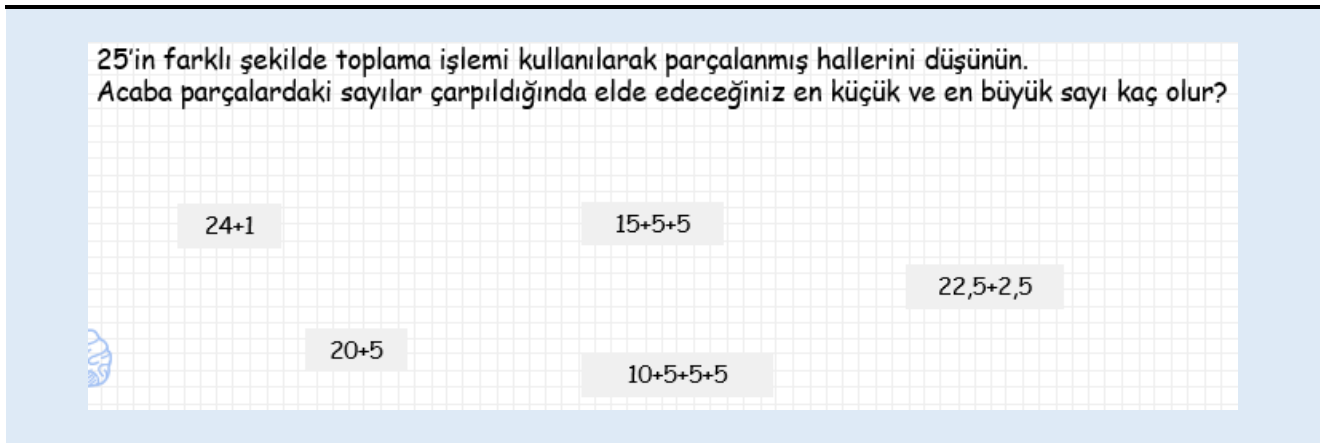
(2) In the dimension of problem implementation; (2.1) giving opportunity for questioning [(2.1.1) student-centeredness, (2.1.2) thinking teacher, (2.1.3) thinking student, (2.1.4) flexible thinking], (2.2) progress in accordance with the problem-solving process, (2.3) cooperative learning, (2.4) self/in-group/intergroup evaluation, (2.5) technology integration came to the fore.

Providing Opportunity for Inquiry [Student Centered, Thinking Teacher, Thinking Student, Flexible Thinking]

In the category of providing opportunity for inquiry, pre-service mathematics teachers emphasized that the application process of the problems to be used for self-regulated learning environments should be student-centered, the roles of thinking teacher and thinking student are important, and learning environments that make flexible thinking a classroom norm are necessary. P12 stated that learning environments that seemed simple, easy to understand but contained different situations and made students active are important. He stated that such problems should be used to develop classroom norms in a way that students were constantly active in the process and respected different opinions. P12 stated that the problem he chose for the self-regulated learning environment would provide a rich learning environment in which students would develop their number sense, variable construction and generalization skills (see Figure 12).

Figure 12

P12's Number Division Problem (Number Sense, Variable, Generalization)



P12: Actually, the problem seems very simple. But I think it is very important for number sense. But **there are many variables in it**. They need to recognize these variables and **make generalizations with certain assumptions**. I could apply this problem at every grade level. Students do not have difficulty in understanding the problem and are **always active**. They need the teacher less. Here, **students' value each other's different ideas** and a rich self-regulated environment will be created.

P6 stated that he could create an environment in which students would use different data in the problem he chose, produced solutions by considering all possible and all situations, related them and reached a decision. Here, P6 emphasized "understanding the problem" and "determining the desired situations correctly" among the mental actions that were important in pre-thinking in self-regulation (see Figure 13).

Figure 13*Backgammon (Olympic) Problem of P6-Probability*

A, B ve C aralarında tavla oynarlar. Önce A ile B karşılaşır, kazanan C ile oynar. Bundan sonra, parti devam ettiği sürece, oynanan son oyunu kazanan, o karşılaşmada oynamayan üçüncü kişi ile karşılaşır. Oyunculardan biri art arda iki kez kazanınca, parti sona erer ve ardışık iki oyunu kazanan partinin galibi olur. Her oyunda iki tarafın da kazanma olasılığı eşit ise, C'nin partiyi kazanma olasılığı nedir?

- A) $\frac{2}{7}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{3}{14}$ D) $\frac{1}{7}$ E) Hiçbiri

P6: Different options should be considered in the problem and whether they are suitable for the desired situation or not should be realized. **The student should understand the problem, identify the possible situations and desired situations correctly, associate them and reach a decision.**

Progress in accordance with the Problem-Solving Process

In the category of progress in accordance with the problem-solving process, the pre-service mathematics teachers stated that it was important for teachers and students to base a mental progress in accordance with the problem-solving steps in the implementation of the problems they would use for self-regulated learning environments. P1 emphasized that it was necessary for self-regulation that students would try to solve the problem by acting in accordance with Polya's problem solving process in the solution process of the cupboard problem he designed (see Figure 14).

Figure 14*P1's Closet Problem***PROBLEM**

Bir okulda 1000 öğrenci ve her öğrencinin bir eşya dolabı vardır. Okuldaki bütün dolaplar kapalı ancak kilitli değildir.

- Okula gelen ilk öğrenci sıradan bütün dolap kapılarını açar.
- İkinci öğrenci gelir ve sırayla 2 numaralı dolaptan başlayarak her ikinci dolabı kapatır.
- Üçüncü öğrenci ise üç numaralı dolaptan başlayarak sırayla her üçüncü kapının durumunu değiştirir (yani eğer dolap açıksa öğrenci kapatır ya da dolap kapalı ise öğrenci onu açar.).
- Dördüncü öğrenci de dört numaralı dolaptan başlayarak sıradan her dördüncü kapının durumunu değiştirir.
- ...

Eğer bu işlemi 1000 öğrencinin hepsi devam ettirirse sonunda hangi dolap kapıları açık kalır, hangileri kapalı?

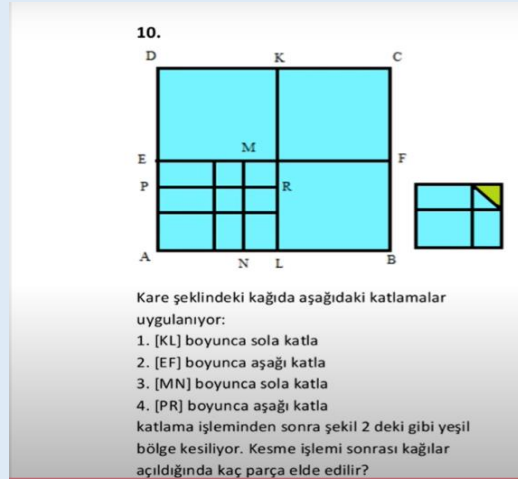
P1: In general, my personal opinion is that it is important for self-regulated learning environments that students **try to solve the problem by acting in accordance with Polya's problem solving process.**

Cooperative Learning

The pre-service mathematics teachers emphasized that working with groups in the implementation of the problems they would use for self-regulated learning environments in the cooperative learning category was indispensable for triggering self-regulation actions. P4 pointed out that he would form groups of two students in the implementation process of the problem he chose and then would create self-regulated learning environments by creating environments where the groups would share their thoughts with the class (see Figure 15).

Figure 15

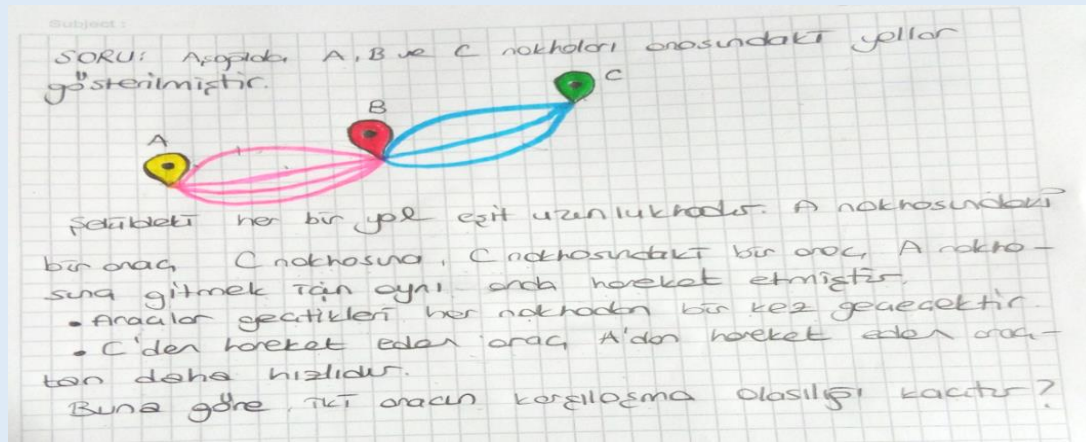
P4's Cutting and Folding Problem-Geometry



P4: *It is a situation that students can encounter in daily life and can easily experience. First of all, I will ask for **solutions from groups of two**. Then I will give paper to the groups and ask them to make paper folding appropriately. Then I will ask **them to share the difference between their solutions and experiments with their friends in the class**. In this way, I can create environments where self-regulation skills can develop.*

Self/Intragroup/Intergroup Evaluation

In the category of self-/in-group/intergroup assessment, the pre-service mathematics teachers revealed that it was important for students to realize themselves, their groupmates and their own performances in other groups in the implementation of the problems they would use for self-regulated learning environments. In this sense, most of the pre-service mathematics teachers saw self-/in-group/intergroup assessment forms as a basic tool for self-regulated learning environment. P8 stated that in the implementation process of the problem he chose, firstly, he would ask for individual solutions, secondly, he would form small groups and share individual solutions within the group and the groups would put forward a single solution by taking these into consideration, thirdly, he would give the solutions of the groups to each other and ask them to compare these solutions (see Figure 16).

Figure 16*P8's Different Paths Problem-Probability*

P8: In the implementation process, I will first ask for **individual solutions**, then I will **form groups** and ask students to **share their individual solutions with their groupmates**. The groups will **submit a single solution** based on these different solutions. I will distribute the solutions of the groups to the other groups and ask them to compare the solutions of the groups with their own solutions.

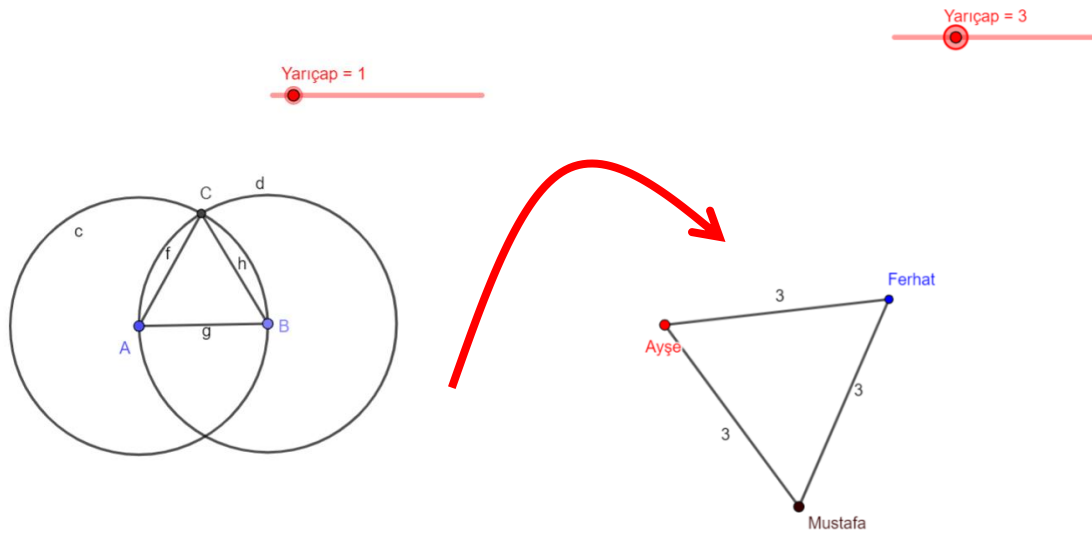
Technology Integration

In the category of technology integration, the pre-service mathematics teachers used software such as GeoGebra, CODAP, Code.org in the implementation of the problems they would use for self-regulated learning environments, and included internet-connected computers in the thinking process, treating technology as both a discipline and a tool that supported the process (see Figure 17).

Figure 17*P5's Game Problem-Possibility*

Ayşe, Ferhat and Mustafa have gathered to play a game. According to the game rule, the three friends must stay equidistant throughout the game. What can we say about the positions of Ayşe, Ferhat and Mustafa in relation to each other?

P5, while explaining an example possible solution in the application process of the problem he chose, used GeoGebra effectively in the solution and structured the solution of the real life problem through the construction of the equilateral triangle in GeoGebra (see Figure 18).

Figure 18*Excerpt from P5's Game Problem Solution-Probability*

P5: *I think GeoGebra shows **the effect of group work** in the process. For example, **when we make a mistake, it gives us the opportunity to realize it and gives us feedback**. We try a different way. However, there is nowhere without technology. I think we should definitely use it for self-regulated learning environments.*

CONCLUSION, DISCUSSION AND RECOMMENDATIONS

In this study, mathematical problems in self-regulated learning environments are considered in two different dimensions: (1) the structure of the problem and (2) the implementation of the problem. (1) Considering the structure of the problem, mathematical problems to be used in self-regulated learning environments should be open-ended problems (multivariate structure), emerge from real life context (realistic or daily life), interesting, challenging, should support 21st century skills, and reveal different disciplines/disciplines. When the implementation of the problem is taken into consideration, mathematical problems to be used in self-regulated learning environments should allow for inquiry in the process [be student-centered, be implemented with a thinking teacher and thinking students, provide flexible thinking], emphasize progress in accordance with the problem-solving process, support collaborative learning, reveal self-/in-group/inter-group assessments, and provide technology integration.

In mathematics education, there is a need to move away from mediocrity to tasks that have a good didactic purpose. In order to achieve this, International Technology and Engineering Educators Association [ITEEA] (2011) emphasizes that deliberate errors can be added to the existing situation, strategic factors in the problem can be played with to reveal their effect on the solution, and contexts that aim to meet human interests, desires and needs can be emphasized. Pre-service mathematics teachers also use similar strategies for self-regulated learning environments (such as being open-ended, emerging from real life context, being realistic or from daily life). Mathematical problems in self-regulated learning environments are included in the group of problems involving connected methods (level 3) and doing mathematics (level 4) instead of problems involving memorization (level 1) and disconnected methods (level 2) in Stein et al.'s (2000) classification. In this sense, mathematical problems in self-regulated learning environments are problems that create mental complexity (challenging), require connections between concepts and representations in different disciplines, and provide opportunities for deep inquiry.

According to Carol (2009), strong neural connections are formed when students begin to encounter obstacles in the learning process, not to be afraid of making mistakes and to see this as a mental development. In this sense, in line with the results of the study, it is important to use mathematical problems that provide opportunities for inquiry in self-regulated learning environments. In order to create thinking

classrooms, open-ended mathematical problems should be used to create environments that always allow for a better solution, student mistakes in the process should be encouraged, students should be encouraged in this regard, and environments should be created where they understand the importance of flexible thinking. In this sense, self-regulated learning environments play a role in supporting neuroplasticity (your brain's ability to change and strengthen with new experiences), which is very prominent today.

Stigler et al. (2000) investigated what China and Japan, which were successful in international exams, did differently from the USA and the UK in education. They found that in Japan, 44% of classrooms had exploratory activities, whereas in the US and the UK, 1% had exploratory activities; in Japan, there were teachers who deliberately made mistakes in lessons, whereas in the US and the UK, there were teachers who discouraged students from questioning (Stigler et al., 2000). It was also found that in Chinese classrooms, one problem (an open-ended and provocative question that prompts deeper thinking) was considered in one hour, while in the US and the UK, 20-30 questions (surface exercises) were solved in one hour (Stigler et al., 2000). In addition, Stigler et al. (2000) state that the curriculum in the USA and the UK is broader but more superficial than in Japan and China. In this sense, it is seen that the mathematical problems used by pre-service mathematics teachers for self-regulated learning environments serve the understanding of learning in Japan and China. Therefore, it can be said that including such problems in learning environments will contribute positively to Turkey's ranking in international exams.

Watanabe (2009), while stating that countries fail in raising problem-solving children in education, mentions five types of children. Children who are unable to solve problems are (1) sighing, Zimmerman's (2000) self-motivational belief, which is important in pre-thinking in self-regulation, and children with weak self-efficacy in Bandura's (1989) perspective. Children who do not solve problems (2) are oppositional, attribute causal attribution in self-reflection to external factors in Zimmerman's (2000) self-regulation, constantly look for deficiencies around them, do not focus on what is good, do not accept their own mistakes and do not take responsibility. In Zimmerman's (2000) self-regulation, (3) dreamers are children who, although they have high self-motivational beliefs, are cognitively unsuccessful in taking action (pre-thinking), ignore reality and live in dreams. Children who cannot solve problems (4) are entrepreneurial, responsible and determined, but result-oriented and do not think before and after their actions. Although entrepreneurs take initiative, they try to do everything in their own way without going beyond certain patterns and focus on the result rather than the development in the process. This situation is not in line with Zimmerman's (2000) understanding of thinking about thoughts, always renewing oneself and thinking flexibly, which are important in self-regulation. Watanabe's (2009) last child type (5) problem-solving children are children who take initiative to improve their environment, who have learned how to think and learn, who do not give up in the face of difficulties, who are not afraid of making mistakes, who set realistic goals and achieve them in excess, who think about the underlying factors rather than the outcome of problems, who make plans, revise their plans when necessary, and constantly aim to achieve better. While Watanabe (2009) explains children according to their problem-solving levels, he actually takes into account the skills in Zimmerman's (2000) self-regulation theoretical framework. In this study, it can be stated that explanations about the structure and application of mathematical problems in self-regulated learning environments will provide an important perspective in raising Watanabe's (2009) problem-solving children in classrooms.

In parallel with the ideas of Hıdıroğlu (2018), Hıdıroğlu and Bukova Güzel (2016), Lee (1999), Yavuz and Bilgeç (2016), and Mason and Mitroff (1981), the use of open-ended or poorly structured mathematical problem scenarios for self-regulated learning environments is very important in terms of the fact that these problems contain complex real-life contexts, provide opportunities for multiple solutions, and contain missing but important information. Mathematical problems should be open-ended, and facilitate dealing with complex systems in real-life contexts rather than being problems in which students can only use procedural knowledge of the mathematical world (English, 2008). Baki (2014) states that open-ended mathematical problems should be included in mathematics teaching. This is because such problems provide the opportunity to use more cognitive strategies and reveal self-control actions than multiple-choice questions (O'Neil & Brown, 1998).

"Collaborative learning" and "self-/in-group/intergroup assessment" are very important in the implementation of mathematical problems used in self-regulated learning environments. Similarly, Boaler (2021) mentions the importance of collaborative work in mathematics education and being a part of change

by being open to feedback (effective self-evaluation based on quality experiences). In the study, the category of "appropriate progress in the problem-solving process" in the application of mathematical problems for self-regulated learning environments is in line with the idea of "encouraging students to think about appropriate steps/strategies to solve the problem" that Kramarski and Mizrachi (2004) emphasized in the strategy dimension while explaining the characteristics of metacognitive/self-regulated questions. At the same time, the category of "self/in-group/intergroup assessment" in the application of mathematical problems for self-regulated learning environments is in line with the idea of "encouraging students to ask themselves questions about the problem-solving process" that Kramarski and Mizrachi (2004) highlighted in the reflection dimension while explaining the characteristics of metacognitive/self-organized questions.

Liljedahl (2020) emphasizes that only a certain portion of learning-oriented behaviors in classrooms result in good learning. Liljedahl (2020), who mentions the types of students in classrooms such as slacking, distracting, seeming to do, imitating and experiencing, emphasizes that experiencing students constitute 10%-15% of the class, that these students optimize their thoughts by taking into account the thoughts around them, and that they are the students who design their own learning routes. The process of having pre-service mathematics teachers design problems in self-regulated environments is a process that improves their understanding of self-regulation (Chapman, 2012). In this process, pre-service mathematics teachers take into account deficiencies, difficulties, student interests and needs, errors, etc. and participate in learning activities that improve their problem design skills (Hošpesová & Tichá, 2015). Explanations about the structure and implementation of mathematical problems designed by pre-service mathematics teachers for self-regulated learning environments should be considered as an important learning strategy for the increase of students experiencing them in classrooms.

It is suggested that mathematics teachers should take into account the characteristics and learning strategies revealed in the study when selecting and implementing mathematical problems to be used in their classrooms. This research can be conducted with different theoretical frameworks other than Zimmermann's (2000) theoretical framework. This research can be conducted with mathematics teachers. In this study, the difficulties experienced by pre-service mathematics teachers and their solution suggestions were included. In future research, these difficulties and challenges can be identified and how pre-service mathematics teachers find solutions to them can be discussed. The reflections of the designed mathematical problems through in-class applications can be revealed and improvements can be made. By revealing cognitive and self-regulated skills in the focus of self-regulation, mathematical modeling and technology integration, theoretical frameworks can be created for the structuring of checklists or rubrics in the future by providing awareness of these skills. A similar study can be conducted with pre-service mathematics teachers from different universities or with different achievement levels and the results can be discussed.

REFERENCES

- Aydoğdu, M. Z. (2024). Investigation of pre-service teachers' evaluation criteria for mathematics problems. *Trakya Education Journal*, 14(1), 427-441.
- Baki, A. (2014). *Mathematics education from theory to practice*. Harf Education Publishing.
- Bandura, A. (1989). Human agency in social cognitive theory. *American psychologist*, 44(9), 1175.
- Boaler, J. (2021). *Mathematical mindsets: Unleashing Students' potential through creative math, Inspiring messages, and innovative teaching*. Jossey-Bass.
- Cai, J., Hwang, S., Jiang, C. & Silber, S. (2015). Problem-posing research in mathematics education: some answered and unanswered questions. In F. M. Singer, N. F. Ellerton & J. Cai (Eds.), *Mathematical problem posing: from research to effective practice* (pp.3-34). Springer
- Carol, T. (2009). The push for pull; inventory-crunched retailers are asking consumers to choose the products they want. But what we say we like isn't always what we buy. *The Globe and Mail*.
- Chapman, O. (2012). Challenges in mathematics teacher education. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 15, 263-270.
- Corel, J. L. (1975). *The postnatal development of the human cerebral cortex*. Harvard University Press.
- Daniels, D. (2002). Metacognition and reflection. *Educational Psychology*. <http://dennisdaniels.com/tikiindex.php?page=Metacognition%20and%20Reflection> Retrieved from on 28. 01. 2025.
- Desoete, A., Roeyers, H. & Buyse, A. (2001). Metacognition and mathematical problem solving in grade 3. *Journal of Learning Disabilities*, 34(5), 435-449.
- English, L. D. (1997). The development of fifth-grade children's problem-posing abilities. *Educational Studies in Mathematics*, 34, 183-217.
- English, L. D. (2008). Mathematical modeling: Linking mathematics, science, and the arts in the elementary curriculum. In B. Sriraman, C. Michelsen, & A. Beckmann, & V. Freiman (Eds.), *Proceedings of the second international symposium on mathematics and its connections to the arts and sciences*. (MACAS2, pp. 5-36). University of Southern Denmark Press.
- Fisher, R. (2005). *Teaching children to think*. Nelson Thornes.
- Flavell, J. H. (1979). Metacognition and cognitive monitoring: A new area of cognitive developmental inquiry. *American Psychologist*, 34, 906-911.
- Flavell, J., (1987). Speculations about the nature and development of metacognition. In Weinert, F.E. & Kluwe, R.H. (Eds). *Metacognition, motivation and understanding*. Hillsdale.
- Hıdıroğlu, Ç. N. (2018). A critical look at the role of metacognition in the process of metacognition comprehension and problem solving. *Pamukkale University Journal of Institute of Social Sciences*, 32, 87-103.
- Hıdıroğlu, Ç. N., & Bukova Güzel, E. (2016). Transitions between cognitive and metacognitive actions in mathematical modeling process in a technology-supported environment. *Necatibey Faculty of Education Electronic Journal of Science and Mathematics Education*. 10(1), 313-350.
- Hošpesová, A. & Tichá, M. (2015) Problem posing in primary school teacher training. In F.M. Singer, N. F. Ellerton, & J. Cai (Eds.), *Mathematical Problem Posing* (pp. 433-447). Springer, New York, NY.

- Huttenlocher, P. R. (2002). *Neural plasticity: The effects of environment on the development of the cerebral cortex*. Harvard University Press.
- International Technology Education Association (ITEA/ITEEA). (2009). *The overlooked STEM imperatives: Technology and engineering*. Reston, VA: Author.
- Kramarski, B. (2004). Making sense of graphs: Does metacognitive instruction make a difference on students' mathematical conceptions and alternative conceptions. *Learning and Instruction*, 14, 593-619.
- Lee, J. (1999). *Problem-based learning: A Decision model for problem selection*, 21st National Convention of the Association for Educational Commnications and Technology, February 10-14, Houston.
- Liljedahl, P. (2020). *Building thinking classrooms in mathematics (Grades K-12): 14 Teaching practices for enhancing learning*. Corwin Press Inc.
- Lavy, I. (2015). Problem-posing activities in a dynamic geometry environment: when and how. In F. M. Singer, N. F. Ellerton & J. Cai (Eds.), *Mathematical problem posing: from research to effective practice* (pp. 393-410). New York: Springer.
- Mason, R. O., & Mitroff, J. J. (1981). *Challenging strategic planning assumptions*. John Wiley.
- Miles, M.B. & Huberman A.M. (1994). *Qualitative data analysis. (second edition)*, Sage Publication.
- Ministry of National Education (2024). Secondary School Mathematics Curriculum. <https://mufredat.meb.gov.tr/>
- Neil, H. F. Jr., & Brown, R. S. (1998). Differential effects of question formats in math assessment on metacognition and affect. *Applied Measurement in Education*, 11(4), 331-351.
- Örnek, T., & Soylu, Y. (2021). A model design to be used in teaching problem posing to develop problem-posing skills. *Thinking Skills and Creativity*, 41, 100905.
- Pierce, W. (2003). *Metacognition: Study strategies, monitoring, and motivation*, Retrieved on 28.01.2025 from [http:// academic.pgcc.edu/~wpeirce/MCCCTR/metacognition.htm](http://academic.pgcc.edu/~wpeirce/MCCCTR/metacognition.htm)
- Pintrich, R. R. (2000). The role of goal orientation in self-regulated learning. In Boekaerts, M., Pintrich, P. R., & Zeidner, M. (Eds.), *Handbook of Self- regulation*, (pp. 451-501). San Diego, CA: Academic Press.
- Schraw, G. & Moshman, D. (1995). Metacognitive theories. *Educational Psychological Review*, 7, 351-371
- Schunk, D. H. (2012). *Learning theories: An educational perspective*. Upper Saddle River, New Jersey: Prentice Hall.
- Senemoğlu, N. (2018). *Development, learning and teaching*. Anı Publishing.
- Stein, M. K., Smith, M. S., Henningsen, M. A., & Silver, E. A. (2000). *Implementing standards-based mathematics instructions: A Casebook for professional development*. Teachers College.
- Stigler, J.W., Gallimore, R., & Hiebert, J. (2000). Using video surveys to compare classrooms and teaching across cultures: Examples and lessons from the TIMSS video studies. *Educational Psychologist*, 35, 87-100.
- Stoyanova, E. & Ellerton, N. F. (1996). A framework for research into students' problem posing. In P. Clarkson (Ed.), *Technology in mathematics education* (pp. 518-525). Mathematics Education Research Group of Australasia.

- Strauss, A. L & Corbin, J. (1990). *Basic of qualitative research: Grounded theory procedures and techniques*. Sage.
- Tichá, M & Hošpesová, A. (2013) Developing teachers' subject didactic competence through problem posing. *Educational Studies in Mathematics*, 83(1), 133-143.
- Watanabe, S. (2009). *Algebraic geometry and statistical learning theory*. Cambridge University Press.
- Winne, P.H., & Hadwin, A.F., (1998). Studying as self-regulated learning. In D. J. Hacker, J. Dunlosky, & A. C. Graesser (Eds.), *Metacognition in educational theory and practice* (pp. 277-304). Hillsdale, NJ: Erlbaum.
- Yavuz, İ. & Bilgeç, İ. (2016). Examining the measurement and evaluation of mathematics exams with open-ended questions. *Journal of Education and Training Research*, 5, 183-193.
- Yazgan, Y. & Arslan, Ç. (2017). *Mathematical unusual problem solving strategies and examples*. Pegem Academy.
- Yin, R.K. (2003). *Case study research: Design and methods*. Sage Publications.
- Zimmerman, B. J. (2000). Attaining self-regulation: A social cognitive perspective. In M. Boekaerts, P. R. Pintrich, & M. Zeidner (Eds.), *Handbook of self-regulation*, (pp.13-39). London: Elsevier Academic Press.)