



Performance comparison of software programs in solving the cardinality constrained portfolio optimization problem

Derya Deliktaş¹, Büşra Tutumlu^{1*}, Özden Üstün²

¹Department of Industrial Engineering, Faculty of Engineering, Kütahya Dumlupınar University, 43100, Kütahya, Türkiye

²Department of Industrial Engineering, Faculty of Engineering, Aksaray University, 68100, Aksaray, Türkiye

Highlights:

- Performance comparison of software programs
- Gurobi to be more successful
- Effects of increasing the number of assets on the Pareto surface, especially for large samples

Keywords:

- Cardinality constrained
- Portfolio optimization
- Lingo
- Gams
- Gurobi
- Performance metrics

Article Info:

Research Article

Received: 07.02.2025

Accepted: 23.01.2026

DOI:

10.17341/gazimmfd.1635003

Correspondence:

Author: Büşra Tutumlu

e-mail: busra.tutumlu@dpu.edu.tr

phone: +90 274 443 4315

Graphical/Tabular Abstract

In this study, the performances of the software programs in terms of solution quality, computational efficiency, and practicality in application were analyzed and compared by using these software programs in solving the cardinality-constrained portfolio optimization problem. The analyses were performed on data sets belonging to the Hang Seng, DAX 100, FTSE 100, S&P 100, and Nikkei 225 stock market indices, which are widely used in the literature. Figure A shows the Pareto surface graph obtained as a result of the analysis of the FTSE 100 stock market index. As a result of the comparison, it was seen that Gurobi is more successful than other solvers in terms of both computation time and better performance metric values.

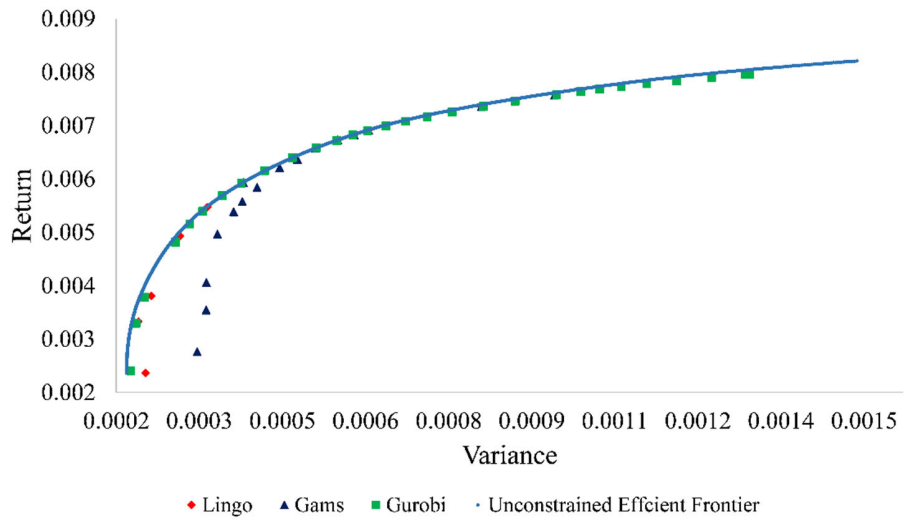


Figure A. FTSE 100's Pareto surface for $k=10$

Purpose: To compare Lingo 11.0, GAMS/Dicopt 46, and Gurobi 11.0.2 optimization software under the same conditions by ensuring consistency in parameters, constraints, and calculation settings.

Theory and Methods: The mathematical model of the cardinality-constrained portfolio optimization problem was coded in Lingo, GAMS, and Gurobi, and solved using data sets from the Hang Seng, DAX 100, FTSE 100, S&P 100, and Nikkei 225 stock market indices. The obtained solutions were compared using performance metrics in the literature. Additionally, sensitivity analyses were conducted based on the number of assets.

Results: A comparison of Lingo, GAMS, and Gurobi revealed that the Gurobi performed better. Then, Gurobi software was compared with the solution approaches in three different studies in the existing literature and achieved more successful results. Furthermore, a sensitivity analysis based on the number of assets determined that portfolios with fewer assets offer a more effective risk-return balance.

Conclusion: Lingo, GAMS, and Gurobi were compared using data sets from five different stock market indices in a cardinality-constrained portfolio optimization problem. The findings revealed that there were performance differences among the software programs in solving portfolio optimization problems. The comparison results indicated that Gurobi is more successful than the other software programs in terms of both solution time and portfolio performance.



Varlık sayısı kısıtlı portföy optimizasyon probleminin çözümünde yazılım programlarının performans karşılaştırması

Derya Deliktaş¹, Büşra Tutumlu^{1*}, Özden Üstün²

¹Kütahya Dumlupınar Üniversitesi, Mühendislik Fakültesi, Endüstri Mühendisliği Bölümü, 43100, Kütahya, Türkiye

²Aksaray Üniversitesi, Mühendislik Fakültesi, Endüstri Mühendisliği Bölümü, 68100, Aksaray, Türkiye

ÖNEÇIKANLAR

- Yazılım programlarının performans karşılaştırması
- Gurobi'nin daha başarılı olması
- Varlık sayısındaki artışın, özellikle büyük örneklem için Pareto yüzeyi üzerindeki etkileri

Makale Bilgileri

Araştırma Makalesi

Geliş: 07.02.2025

Kabul: 23.01.2026

DOI:

10.17341/gazimmfd.1635003

Anahtar Kelimeler:

Varlık sayısı,
portföy optimizasyonu,
Lingo, Gams, Gurobi,
performans metrikleri

ÖZ

Varlık sayısı kısıtlı portföy optimizasyonu, portföydeki varlık sayısının sınırlı olduğu finansal yönetimde önemli problemlerden biridir. Klasik portföy optimizasyonu aksine, bu problemde ayrıca varlık seçimi söz konusu olması nedeniyle hesaplama açısından daha karmaşıktır. Literatürde bu problemi kesin çözüm yöntemleri kullanarak çözmek için yaygın olarak optimizasyon yazılım paket programları kullanılmaktadır. Genellikle kullanılan yazılım paket programları, Lingo, Gams/Dicopt ve Gurobi'dir. Bu çalışmada, varlık sayısı kısıtlı portföy optimizasyonu probleminin çözümünde bu yazılım programları kullanılarak çözüm kalitesi, hesaplama verimliliği ve uygulamada pratiklik açısından yazılım programlarının performansları analiz edilmiş ve karşılaştırılmıştır. Analizler, literatürde yaygın olarak kullanılan Hang Seng, DAX 100, FTSE 100, S&P 100 ve Nikkei 225 borsa endekslerine ait veri setleri üzerine gerçekleştirilmiştir. Doğru ve tarafsız bir karşılaştırma yapabilmek için her bir yazılım programı, parametreler, kısıtlamalar ve hesaplama ayarlarındaki tutarlılığı koruyarak aynı koşullar altında uygulanmıştır. Ayrıca varlık sayısına göre duyarlılık analizi yapılmıştır. Karşılaştırma sonucunda Gurobi'nin hem hesaplama süresi hem de daha iyi performans metriği değerlerine sahip olması açısından diğer çözümlerden daha başarılı olduğu görülmüştür. Buna ek olarak, Gurobi'nin iyi bir performans sergilemesi ve büyük veri setlerine karşı daha yüksek uyum yeteneğine sahip olması, gelişmiş çözücü algoritmalarına sahip olmasından kaynaklanmaktadır.

Performance comparison of software programs in solving the cardinality constrained portfolio optimization problem

HIGHLIGHTS

- Performance comparison of software programs
- Gurobi to be more successful
- Effects of increasing the number of assets on the Pareto surface, especially for large samples

Article Info

Research Article

Received: 07.02.2025

Accepted: 23.01.2026

DOI:

10.17341/gazimmfd.1635003

Keywords:

Cardinality constrained,
portfolio optimization,
Lingo, Gams, Gurobi,
performance metrics

ABSTRACT

Cardinality constrained portfolio optimization is one of the important problems in financial management, where the number of assets in the portfolio is limited. Unlike classical portfolio optimization, this problem is more complex in terms of computation since it also involves asset selection. In the literature, optimization software packages are widely used to solve this problem using exact solution methods. Commonly used software packages are Lingo, Gams/Dicopt, and Gurobi. In this study, the performances of the software programs in terms of solution quality, computational efficiency, and practicality in application were analyzed and compared by using these software programs in solving the cardinality-constrained portfolio optimization problem. The analyses were performed on data sets belonging to the Hang Seng, DAX 100, FTSE 100, S&P 100, and Nikkei 225 stock market indices, which are widely used in the literature. To make a correct and unbiased comparison, each software program was applied under the same conditions by maintaining consistency in parameters, restrictions, and calculation settings. Additionally, sensitivity analysis was conducted based on the number of assets. As a result of the comparison, it was seen that Gurobi is more successful than other solvers in terms of both computation time and better performance metric values. In addition, Gurobi's good performance and higher adaptability to large data sets are due to its advanced solver algorithms.

1. Giriş (Introduction)

Portföy seçimi, araştırmacıların ve yatırımcıların her geçen gün daha fazla ilgisini çeken yatırım problemlerinden birisidir. Portföy seçimi problemini ele alan son çalışmalara örnek olarak [1-3] gibi çalışmalar verilebilir. Modern portföy teorisinin temelini oluşturan Markowitz'in ortalama getiri-kovaryans (MOK) modeli, portföy seçim probleminin çözümünde hala ilham kaynağı olmaya devam etmektedir. MOK modeli, belirli bir beklenen getiri düzeyi için riski en aza indirerek veya belirli bir risk düzeyi için beklenen getiriyi en üst düzeye çıkararak getiri ve risk arasında makul bir ödünleşmenin dikkate alındığı iki amaçlı bir optimizasyon problemidir [4]. Bilgi teknolojilerinde ve internet altyapısında yaşanan gelişmeler, yatırımcıların dünya genelinde farklı yatırım araçlarına yatırım yapmasını kolaylaştırmaktadır. Öte yandan küreselleşen dünyada belirsizliklerin ve risklerin arttığı bir ortamda yatırımcılar birçok alternatif yatırım aracı arasından seçim yapmak zorunda kalmaktadır. 2022 yılının ilk çeyreğinde dünya genelinde borsalarda işlem gören toplam şirket sayısı 58.200 olmuştur [5]. Değerli madenler, ülke paraları, gayrimenkuller ve diğer yatırım araçları düşünüldüğünde fayda açısından fırsatlar bulursa da bu kadar farklı alternatif yatırım aracı ve çeşidi arasından seçim yapmak ve portföyü yönetmek zorlaşmaktadır. MOK modeli, niceliksel yatırımda en yaygın kullanılan portföy optimizasyon modellerinden biri olmaya devam etse de alternatif sayısının çok olduğu ortamlarda çözüme yönelik bazı kısıtlamalardan yoksun olması nedeniyle gerçek hayatta uygulanmasını zorlaştırmaktadır. MOK modeli, daha çok amaç fonksiyonlarına odaklandığı için pratikte karar verici tarafından tercih edilmeyen küçük oranlarda çok sayıda yatırım aracını içeren çözümler verebilmektedir. Bu nedenle sonraki çalışmalarda MOK modelini geliştirmek için bazı gerçekçi kısıtlamalar önerilmiştir. Bu kısıtlamalara *varlık sayısı kısıtları* [6], *oran sınır kısıtları* [7], *işlem maliyetleri* [8] ve *işlem lotları* [9] kısıtları örnek olarak verilebilir. *Varlık sayısı kısıtları*, bir portföye yatırım yapılan varlıkların sayısını sabit veya istenen aralıkla sınırlamaktadır. Varlık sayısı kısıtları pratikte yatırımcıların işlem maliyetleri veya diğer faktörlerden dolayı sınırsız çeşitlilikte varlıkları elinde bulunduramayacaklarını yansıtmaktadır. *Sınır kısıtları* ise portföydeki her bir varlığın oranına ilişkin alt ve üst sınırları belirlemektedir. Böylece bütçenin aşılması veya tüm bütçenin az sayıda varlığa yatırılması risklerini engellemektedir. Bu durum, varlık sayısı kısıtları veya sınır kısıtları portföy optimizasyon amaçlarını daha da etkili hale getirmektedir. MOK modeline varlık sayısı ve oran sınır kısıtları eklendikten sonra elde edilen model *Varlık Sayısı Kısıtlı Ortalama-Kovaryans* (VSMOK) modeli adı verilmektedir. Bu model, birçok optimizasyon ve finansal zorluk ve endişeyi beraberinde getirmektedir. Finansal kısıtlar, finansal pazarda yöneticilerin işletim maliyetini kontrol edebilmek amacıyla az sayıda varlık yerine bir portföyü elinde tutabilmek için gerçek hayat karar verme sürecini yansıtmaktadır. Hesaplama açısından bakıldığında, kısıtlar tamsayı değişkenlerin kullanılmasını gerektirir. Bu durumda dışbükey olmayan uygun çözüm alanına sebep olur [10].

VSMOK modeli, pratikte bazı avantajlar sağlasa da problemin çözümü MOK kadar kolay değildir. VSMOK modeli, NP-Tam sınıfında yer almaktadır [6]. VSMOK'un çözüm zorluğu nedeniyle pratikte daha çok meta-sezgisel algoritmalar çözüm önerisi olarak sunulmaktadır [11]. Ayrıştırmaya dayalı çok amaçlı evrimsel algoritmalar [12], parçacık sürüşü optimizasyonu [13], yapay arı kolonisi [14] ve karınca kolonisi optimizasyonu [15], VSMOK'un çözümünde yaygın olarak kullanılmaktadır. Ancak gerek meta-sezgisel algoritmaların performansını test etmede kesin eniyi çözümlerinin elde edilmesinde, gerekse meta-sezgisel gerektirmeyecek kadar az varlık içeren makul boyutlu problemlerin çözümünde kesin çözüm yöntemleri ihtiyaç duyulmaktadır. Kesin

çözüm yöntemleri ile VSMOK modellerinin çözümünde yaygın olarak optimizasyon paket programlarından yararlanılmaktadır. Genellikle kullanılan yazılım programları Lingo, Gams/Dicopt ve Gurobi'dir. Lingo ve Gams 1980'lerin sonunda geliştirilmiş olup uzun süredir kullanılmaktadır. Gurobi ise 2009'da geliştirilmiş, ancak akademik literatürde belirgin şekilde 2011 sonrası yer bulmaya başlamıştır. Bu nedenle, çalışmada 2011 ve sonrası döneme odaklanılması, özellikle Gurobi'nin karşılaştırmalı değerlendirilmesi açısından metodolojik olarak daha anlamlıdır. Erişilebilen literatürdeki 2011 yılı ve sonrası çalışmalar, Tablo 1'de listelenmiştir [16-64].

Tablo 1 incelendiğinde, portföy optimizasyon problemini ele alan çalışmalarda optimizasyon yazılımının kullanım eğilimleri görülmektedir. Tablo 1'e göre, kullanılan yazılım araçları arasında Gams, literatürde en sık kullanılan programdır. Ancak, dikkate değer bir eğilim de son yıllarda Gurobi'nin kullanılmasıdır. Daha yeni nesil bir optimizasyon yazılımı olan Gurobi, olağanüstü hesaplama verimliliği, kullanıcı dostu arayüzü ve gelişmiş çözücü yetenekleriyle tanınır ve bu da onu özellikle büyük ölçekli ve hesaplama açısından yoğun optimizasyon problemlerini ele almak için çekici hale getirmektedir. Tablo 1'de incelenen literatüre göre, Lingo kullanımının son yıllarda azaldığı görülmektedir. Lingo, basitliği ve çok çeşitli optimizasyon problemlerini çözme yeteneği nedeniyle bir zamanlar tercih edilen bir seçenek olsa da özellikleri Gurobi gibi daha yeni yazılımların sunduğu gelişmiş işlemlere kıyasla daha az rekabetçi hale gelmiştir. Lingo, Gams ve Gurobi yazılımlarının portföy optimizasyon probleminin çözümünde yıllar içindeki kullanım eğilimleri, Şekil 1'de sunulan grafikte daha açık bir şekilde gösterilmektedir.

Çalışmada, literatürde yer bulan VSMOK modelinin çözümüne yönelik olarak Lingo, Gams ve Gurobi yazılımları tercih edilmiştir. Çalışmanın amacı, bu yazılımların çözüm kalitesi, hesaplama etkinliği ve uygulama düzeyindeki uygunlukları açısından performanslarının analitik bir biçimde karşılaştırılmasıdır. Ayrıca en iyi performansa sahip çözücü belirlendikten sonra, bu çözümün sonuçları literatürden elde edilen kıyaslama problemlerinin sonuçları ile karşılaştırılmıştır. Doğru ve tarafsız bir karşılaştırma sağlamak için her yazılım, parametreler, kısıtlamalar ve hesaplama ayarlarındaki tutarlılığı koruyarak aynı koşullar altında uygulanmıştır. Bu yazılım programlarından elde edilen sonuçlar kapsamlı bir şekilde değerlendirilmiştir. Çözüm doğruluğu, süre performansı ve uygulama kolaylığı gibi temel ölçütler analiz edilmiştir.

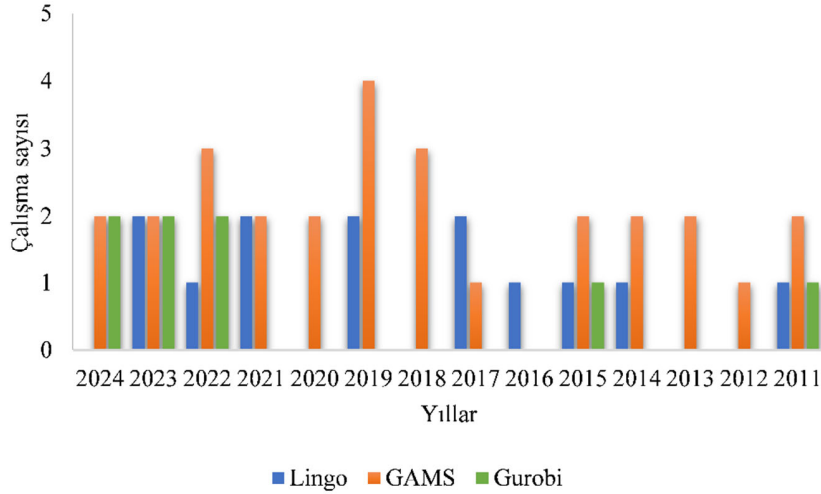
İzleyen bölümler şu şekilde yapılandırılmıştır: İkinci bölümde problem tanımı ve ilgili matematiksel model ayrıntılı biçimde sunulmuştur. Üçüncü bölümde deneysel uygulamalara ilişkin bilgiler aktarılmış, dördüncü bölümde ise test sonuçları analiz edilmiştir. Beşinci ve son bölümde, çalışmanın genel sonuçları ve ileriye dönük önerilere yer verilmiştir.

2. Problem Tanımı ve Matematiksel Model (Problem Definition and Mathematical Model)

VSMOK probleminde n adet varlıktan k adet varlık seçilmektedir. Her varlıktan alınabilecek en küçük ve en büyük oranlar önceden bilinmektedir. Varlıkların birbirleriyle ilişkisi, kovaryans değerleriyle temsil edilmektedir. Kovaryans, iki varlığın getirilerinin birlikte hareket etme derecesini ölçmektedir ve portföyün genel risk dinamiklerine ilişkin bilgi sağlamaktadır. VSMOK probleminin amaçları sırasıyla riski en küçüklemek ve seçilen varlıkların beklenen getirisini enbüyüklemektir. VSMOK modelinin notasyonları, karar değişkenleri, amaç fonksiyonları ve kısıtları aşağıda verilmiştir.

Tablo 1. Erişilebilir Literatür Taraması (Accessible Literature Review)

Yıl	Yayın	Gams	Lingo	Gurobi	Yıl	Yayın	Gams	Lingo	Gurobi
-	Bu çalışma	*	*	*	2019	[40]	*		
2024	[16]			*	2019	[41]	*		
2024	[17]			*	2019	[42]		*	
2024	[18]	*			2019	[43]		*	
2024	[19]	*			2018	[44]	*		
2023	[20]			*	2018	[45]	*		
2023	[21]			*	2018	[46]	*		
2023	[22]	*			2017	[47]	*		
2023	[23]	*			2017	[48]		*	
2023	[24]		*		2017	[49]		*	
2023	[25]		*		2016	[50]		*	
2022	[26]			*	2015	[51]			*
2022	[27]			*	2015	[52]	*		
2022	[28]	*			2015	[53]	*		
2022	[29]	*			2015	[54]		*	
2022	[30]	*			2014	[55]	*		
2022	[31]		*		2014	[56]	*		
2021	[32]	*			2014	[57]		*	
2021	[33]	*			2013	[58]	*		
2021	[34]		*		2013	[59]	*		
2021	[35]		*		2012	[60]	*		
2020	[36]	*			2011	[61]			*
2020	[37]	*			2011	[62]	*		
2019	[38]	*			2011	[63]	*		
2019	[39]	*			2011	[64]		*	

**Şekil 1.** Portföy optimizasyonu probleminde optimizasyon yazılımını kullanan çalışmaların sayısı
(The number of studies used the optimization software in portfolio optimization problem)**Notasyonlar:**

N : varlık kümesi $N = \{1, 2, \dots, n\}$
 $i, j \in N$ ve belirli bir varlığı göstermek için kullanılan indisler
 k : portföyde yer alması istenen varlık sayısı
 μ_i : i . varlığın beklenen getirisi
 σ_{ij} : i ve j varlıkları arasındaki kovaryans
 l_i : i . varlıktan alınabilecek en küçük oran
 u_i : i . varlıktan alınabilecek en büyük oran
Karar değişkenleri:
 x_i : i . varlığının yatırım içerisindeki oranı
 z_i : i . varlık seçilecekse 1, seçilmeyecekse 0

Amaçlar:

$$enk f_1 = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \sigma_{ij} x_i x_j \quad (1)$$

$$enbf_2 = \sum_{i=1}^n \mu_i x_i \quad (2)$$

Kısıtlar:

$$\sum_{i=1}^n x_i = 1 \quad (3)$$

$$\sum_{i=1}^n z_i = k \quad (4)$$

$$l_i z_i \leq x_i \leq u_i z_i \quad \forall i \quad (5)$$

$$0 \leq x_i \leq 1 \quad \forall i \quad (6)$$

$$z_i \in \{0,1\} \quad \forall i \quad (7)$$

Eş. (1) ve Eş. (2) amaç fonksiyonlarıdır. Eş. (1), varlıklar arasındaki kovaryansın enküçüklenmesi iken Eş. (2), beklenen getirinin enbüyüklenmesidir. Eş. (3) seçilen varlıkların oranlarının toplamının "1" olmasını sağlayan kısıttır. Eş. (4) portföyde seçilen varlık sayısının toplam istenen varlık sayısı kadar olmasını sağlayan kısıttır. Eş. (5), hem seçilen varlığın yatırım içerisindeki oranının $[l_i, u_i]$ aralığında olmasını hem de x_j ve z_j karar değişkenleri arasındaki ilişkiyi sağlayan kısıttır. Eş. (6) ve (7) ise işaret kısıtlarıdır.

3. Deneysel Çalışma (Experimental Study)

Ele alınan varlık sayısı kısıtlı portföy optimizasyon problemine ilişkin önerilen matematiksel model, Lingo 11.0, Gams/Dicopt 46 ve Gurobi 11.0.2 çözümleri kullanılarak çözümlenmiş ve elde edilen bulgular karşılaştırmalı olarak analiz edilmiştir. Çözümler arasında metodolojik tutarlılığı sağlamak için mümkün olduğunca varsayılan ayarlar uygulanmıştır. Gams'de, karışık tamsayı doğrusal olmayan programlama (MINLP) problemlerini çözmek için tasarlanmış olan Dicopt çözümleri kullanılmıştır. Dicopt için özel parametre ayarı yapılmamıştır; NLP alt çözümleri için Conopt gibi varsayılan seçenekler kullanılmıştır. Gurobi ve Lingo, yerleşik çözümleri stratejilerini veya sezgisel kontrollerini değiştirmeden standart ayarlar uygulanmıştır. Test ortamları arasında tutarlılığı ve karşılaştırılabilirliği korumak için hiçbir platformda özel parametre ayarlaması yapılmamıştır. Deneysel uygulamalar, 2.40 GHz frekansında çalışan Intel Core i5 işlemciye ve 8 GB RAM kapasitesine sahip bir dizüstü bilgisayar ortamında yürütülmüştür. Bu bölüm, iki alt başlık altında yapılandırılmıştır: Bölüm 3.1'de test problemleri sunulmakta, Bölüm 3.2'de ise performans ölçütlerinin tanımları ve hesaplanma yöntemleri açıklanmaktadır.

3.1. Test Problemleri (Test Problems)

Çözümlerinin hızı ve dosyalardan veri okuma hızı genel olarak değişkenlik gösterebilir. Çözümlerinin ve yazılım ortamlarının performanslarını analiz etmek için Lingo, Gams/Dicopt ve Gurobi'den elde edilen sonuçlar karşılaştırılmıştır. Bunun için, literatürde yaygın olarak kullanılan beş adet kamuya açık kıyaslama veri kümesi üzerinde test edilmiştir. Bu veri kümeleri, Hong Kong'da Hang Seng, Almanya'da DAX 100, İngiltere'de FTSE 100, ABD'de S&P 100 ve Japonya'da Nikkei 225 endekslerinin Mart 1992 ile Eylül 1997 arasındaki haftalık fiyatlarını içermektedir. Bu çalışmada, ele alınan çözümlerinin performanslarını adil bir şekilde karşılaştırılması için Cura [65], Bacanin ve Tuba [66], ve Strumberger vd. [67]'nin çalışmalarında kullandıkları bu endeksler tercih edilmiştir. İlgili veri kümeleri, her bir varlığa ilişkin ortalama getiriler, kovaryans matrisi ve 2000 adet standart kısıtsız etkin sınır noktasını içermekte olup, söz konusu veri setlerine kamuya açık olarak <http://people.brunel.ac.uk/~mastjjb/jeb/orlib/portinfo.html> adresinden erişilebilmektedir.

3.2. Performans Ölçütleri (Performance Measures)

Literatürde araştırmacılar, önerdikleri algoritmayı test etmek amacıyla aşağıda açıklanan çeşitli performans ölçütlerini kullanmışlardır.

(x_i, y_i) , $(i = 1, \dots, 2000)$ için standart kısıtsız etkin sınır (SKES) üzerindeki risk (varyans) ve getiriyi temsil ederken, (x_j^*, y_j^*) , $(j = 1, \dots, E = 51)$ için önerilen modelden elde edilen risk ve getiri değerlerini temsil etmektedir. Chang vd. [61]'nin doğrusal interpolasyon formülasyonu kullanılarak, geliştirilen algoritma

tarafından elde edilen noktaların, standart etkin sınıra göre olan hataları hesaplanmaktadır.

$$x_j^{**} = x_k + (x_j - x_k) \left[\frac{(y_j^* - y_k)}{(y_j - y_k)} \right] \quad (8)$$

$$y_j^{**} = y_k + (y_j - y_k) \left[\frac{(x_j^* - x_k)}{(x_j - x_k)} \right] \quad (9)$$

$$y_j = [y_i | y_i \geq y_j^*] \quad \forall j \quad (10)$$

$$y_k = [y_i | y_i \leq y_j^*] \quad \forall j \quad (11)$$

$$x_j = [x_i | x_i \geq x_j^*] \quad \forall j \quad (12)$$

$$x_k = [x_i | x_i \leq x_j^*] \quad \forall j \quad (13)$$

Burada, x_j^{**} ve y_j^{**} değerleri, SKES üzerindeki doğrusal olarak interpolate edilmiş yatay ve düşey izdüşümlerini temsil etmektedir. Eş. (8)-(9) kullanılarak, Eş. (14)-(15)'te gösterildiği gibi her iki yönde de yüzdelik sapma hataları hesaplanmaktadır.

$$\varphi_j = 100 |(y_j^* - y_j^{**}) / y_j^{**}| \quad (14)$$

$$\omega_j = 100 |(x_j^* - x_j^{**}) / x_j^{**}| \quad (15)$$

Ayrıca, Chang vd. [68] tarafından ortaya atılan ortalama yüzde hata (OYH), medyan yüzde hata (MYH), minimum yüzde hata (MINYH) ve maksimum yüzde hata (MAKYH) performans ölçütleri Eş. (16)-(19) kullanılarak hesaplanmıştır.

$$OYH = \frac{\sum_{j=1}^E (\varphi_j \psi_j)}{E} \quad (16)$$

Burada, $\psi_j = 100 \left| \left(\sqrt{x_j^{**}} - \sqrt{x_j^*} \right) / x_j^{**} \right|$ ile hesaplanmaktadır.

$$MYH = \{ \text{medyan} \{ \varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_E \}, \text{medyan} \{ \psi_1, \psi_2, \dots, \psi_E \} \} \quad (17)$$

$$MINYH = \{ \min \{ \varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_E \}, \min \{ \psi_1, \psi_2, \dots, \psi_E \} \} \quad (18)$$

$$MAKYH = \{ \text{maks} \{ \varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_E \}, \text{maks} \{ \psi_1, \psi_2, \dots, \psi_E \} \} \quad (19)$$

Fernández ve Gómez [69]'e göre, getiri hatası varyansı (GHV-I) ve ortalama getiri hatası (OGH-I) Eş. 21 ve Eş. 22 ile hesaplanmaktadır.

$$GHV - I = \frac{\sum_{j=1}^E \varphi_j}{E} \quad (20)$$

$$OGH - I = \frac{\sum_{j=1}^E \omega_j}{E} \quad (21)$$

Cura [62] ve Sadigh vd. [70] tarafından ortaya atılan ortalama Öklid mesafesi (OÖM), getiri hatası varyansı (GHV-II) ve ortalama getiri hatası (OGH-II) ise Eş. (22)-(24) kullanılarak hesaplanmıştır.

$$OÖM = \frac{\sum_{j=1}^E \sqrt{(x_j^{***} - x_j^*)^2 + (y_j^{***} - y_j^*)^2}}{E} \quad (22)$$

$$GHV - II = \frac{\sum_{j=1}^E \frac{100 |(x_j^{***} - x_j^*)|}{x_j^*}}{E} \quad (23)$$

$$OGH - II = \frac{\sum_{j=1}^E \frac{100 |(y_j^{***} - y_j^*)|}{y_j^*}}{E} \quad (24)$$

Burada, (x^{***}, y^{***}) , matematiksel modelin çalıştırılması sonucu elde edilen (x_j^*, y_j^*) noktalarına en yakın standart noktayı temsil etmektedir.

4. Test Sonuçları (Test Results)

Bu bölümde, yazılım programlarının etkinliği ve performansı detaylı bir şekilde incelenmiştir. Analizler, Hang Seng, DAX 100, FTSE 100, S&P 100 ve Nikkei 225 gibi beş farklı borsa endeksine ait veri setleri üzerinden gerçekleştirilmiştir. Bu veri setleri, farklı varlık sayıları ve çeşitlilik seviyeleri ile modelin genel uygulanabilirliğini değerlendirme imkânı sunmuştur. Daha sonra, en iyi performans gösteren çözücünün performansını analiz etmek için literatürde adil değerlendirme olması açısından $E=51$ parametre değerini kullanan Cura [65], Bacanın ve Tuba [66], ve Strumberger vd. [67] tarafından önerilen diğer çözüm yaklaşımları ile sonuçlar karşılaştırılmıştır. Tablo 2’de Lingo, Gams/Dicopt ve Gurobi’den elde edilen sonuçların performans metriklerine göre karşılaştırma sonuçları verilmiştir.

Tablo 2’de görüldüğü gibi, Gurobi, tüm veri setlerinde OYH bakımından en düşük hata oranını sağlamış ve modelin etkinliğini desteklemiştir. MYH değerlerinde Gurobi ve Gams benzer

performans sergilerken, Lingo bazı durumlarda daha yüksek hata oranlarına sahip olmuştur. Ancak, Gams ile bazı problem tiplerinde gözlemlenen nispeten yüksek hata oranları, özellikle riskin enküçüklenmesinin önemli olduğu portföy yönetimi gibi finansal uygulamalarda, karar süreçlerinin güvenilirliğini etkileyebilmektedir. Bu durumda, yazılım seçiminin çözüm kalitesi üzerindeki önemini vurgulamaktadır. Getiri hatası varyansı (GHV-I ve GHV-II) açısından Gurobi, büyük veri setlerinde istikrarını koruyarak düşük hata oranları elde etmiştir. OÖM metrik açısından çözücüler arasında önemli bir fark bulunmamaktadır, ancak Gurobi’nin genel performansı bir adım öndedir. Gurobi genel olarak üstün performans gösterirken, Lingo birkaç belirli veri kümesinde nispeten daha iyi sonuçlar göstermiştir. Bu sonuç, Lingo’nun temel çözüm stratejilerinin belirli veri yapılarına sahip problemlerde alternatif çözücü olarak seçilebileceğini göstermektedir.

Tablo 3’de her bir veri seti için Lingo, Gams/Dicopt ve Gurobi’nin ortalama süresi (t_{ort}) ve standart sapması (t_{std}) gösterilmiştir. Süreler saniye cinsindedir.

Her bir endeks için elde edilen etkin sınır grafikleri, Şekil 2-6’da verilmiştir. Bu şekiller her bir veri seti için $k=10$ dikkate alınarak

Tablo 2. Lingo, Gams/Dicopt ve Gurobi’den elde edilen sonuçların performans metriklerine göre karşılaştırılması (Comparison of results from Lingo, Gams/Dicopt and Gurobi based on performance metrics)

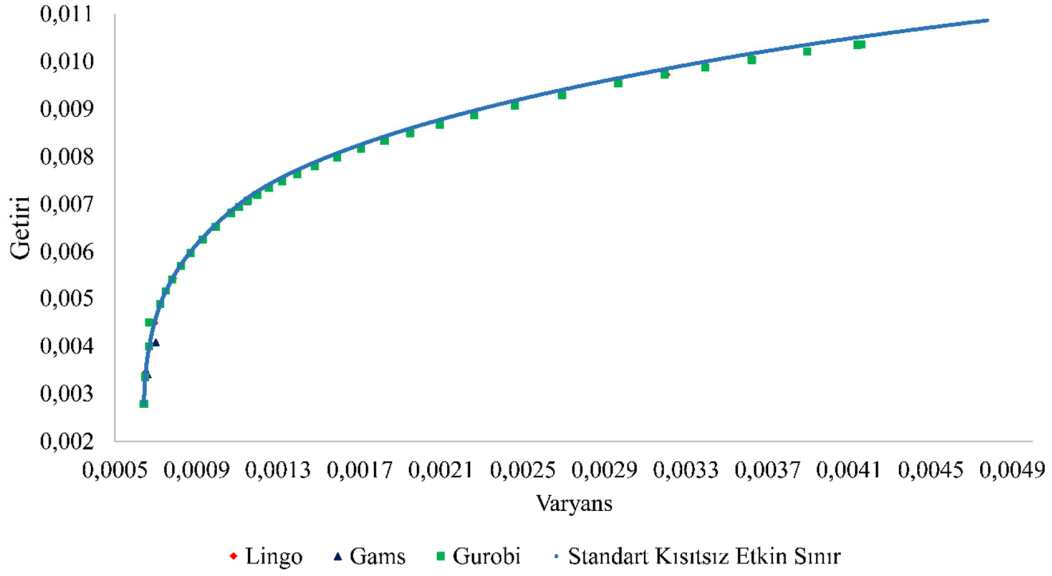
Prob. adı	N	Perf. ölçütü	Lingo	Gams	Gurobi	Prob. adı	N	Perf. Ölçütü	Lingo	Gams	Gurobi
Hang Seng	31	OYH	1,097	1,111	1,133	S&P 100	98	OYH	1,317	4,781	1,269
		MYH	1,217	1,215	1,221			MYH	1,132	1,354	1,132
		MINYH	0,000	0,000	0,000			MINYH	0,000	0,005	0,000
		MAKYH	1,554	1,554	1,870			MAKYH	6,457	30,447	5,455
		GHV-I	1,139	1,334	1,481			GHV-I	2,561	5,661	2,195
		OGH-I	4,137	4,248	4,205			OGH-I	11,951	20,632	11,849
		OÖM	0,000	0,000	0,000			OÖM	0,000	0,000	0,000
		GHV-II	1,644	1,749	1,711			GHV-II	2,897	7,899	2,522
		OGH-II	0,606	0,607	0,607			OGH-II	0,692	0,715	0,692
DAX 100	85	OYH	2,245	4,465	2,322	Nikkei 225	225	OYH	0,594	1,005	0,588
		MYH	2,531	2,739	2,563			MYH	0,594	0,612	0,586
		MINYH	0,000	0,000	0,006			MINYH	0,000	0,000	0,000
		MAKYH	3,453	31,620	4,027			MAKYH	1,161	7,189	1,161
		GHV-I	3,148	6,635	3,059			GHV-I	1,022	3,739	1,841
		OGH-I	32,645	37,767	32,807			OGH-I	5,609	6,456	5,597
		OÖM	0,000	0,000	0,000			OÖM	0,000	0,000	0,000
		GHV-II	6,830	10,653	6,787			GHV-II	0,866	1,616	0,862
		OGH-II	1,276	1,282	1,277			OGH-II	0,411	0,421	0,408
FTSE 100	89	OYH	0,868	2,777	0,852						
		MYH	1,084	1,084	1,084						
		MINYH	0,000	0,0452	0,002						
		MAKYH	4,410	27,732	2,067						
		GHV-I	1,967	3,445	1,523						
		OGH-I	4,609	9,020	4,595						
		OÖM	0,000	0,000	0,000						
		GHV-II	2,763	5,464	2,476						
		OGH-II	0,324	0,338	0,323						

Tablo 3. Lingo, Gams/Dicopt ve Gurobi’nin 51 veri seti için ortalama süresi ve standart sapması (The average solution time and standard deviation of Lingo, Gams/DICOPT, and Gurobi across 51 datasets)

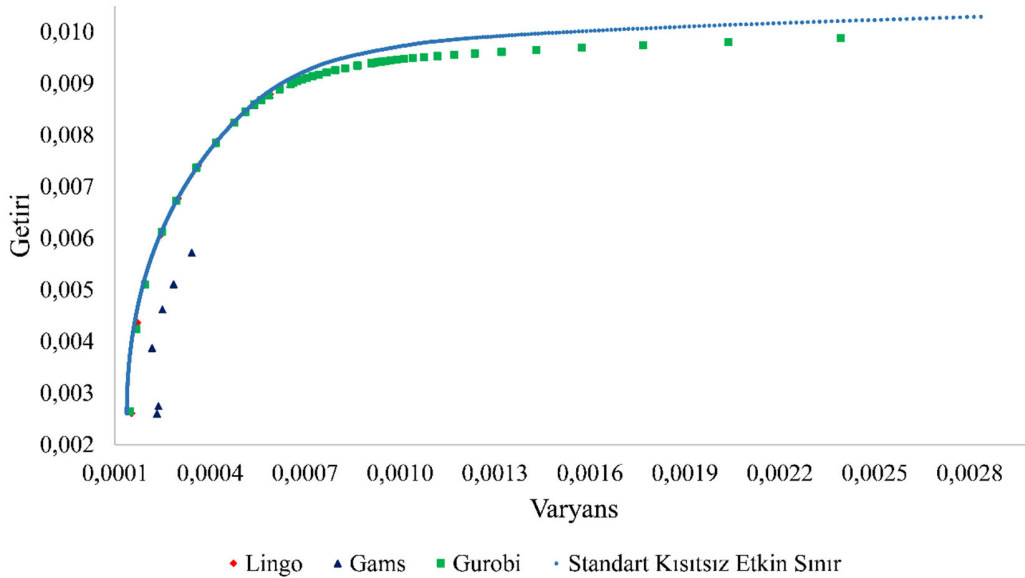
Problem adı	Lingo		Gams/Dicopt		Gurobi	
	t_{ort}	t_{std}	t_{ort}	t_{std}	t_{ort}	t_{std}
Hang Seng	59,29	100,25	0,06	0,03	0,02	0,01
DAX 100	1719,57	3026,28	0,11	0,25	0,18	0,55
FTSE 100	4666,43	6134,35	0,10	0,33	0,24	0,77
S&P 100	5836,53	9021,92	0,13	0,26	0,14	0,27
Nikkei 225	3602,06	25194,72	0,09	0,13	0,05	0,05

oluşturulan Pareto yüzeyleri Lingo, Gams ve Gurobi çözücülerinden elde edilen sonuçların karşılaştırmalı analizlerini içermektedir. Pareto yüzeyleri, modelin risk ve getiri arasındaki ödünleşimi nasıl optimize ettiğini açıkça ortaya koymaktadır. Şekil 2'de görülebileceği gibi, Hang Seng veri seti için çözüm yöntemleri arasındaki farklar minimal düzeyde olup, tüm çözücüler benzer bir etkin sınır oluşturmuştur. Ancak Tablo 3 incelendiğinde Gurobi, diğer çözücülere kıyasla daha yüksek doğrulukla daha kısa bir sürede sonuçlar bulduğu gözlemlenmiştir. DAX 100 veri seti için Şekil 3'deki Pareto yüzeyleri ve Tablo 2'deki performans metriklerinden elde edilen karşılaştırma sonuçlarına göre Lingo'nun çözüm süresi daha uzun olmasına rağmen daha iyi performans sergilediği görülmektedir. Gurobi ve Gams çözücülerinin performans ölçütlerinde kayda değer farklar gözlemlenmiştir; Gams, özellikle varyans ölçütlerinde diğerlerinden

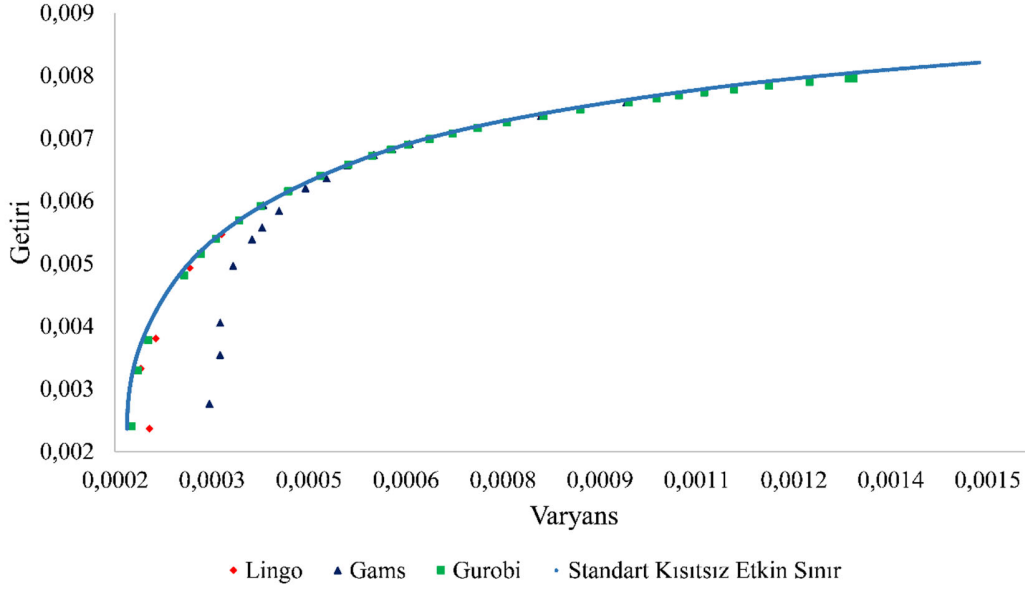
ayrışmıştır. Tablo 2'de ve Şekil 4'te görüldüğü gibi FTSE 100 verileri üzerinde yapılan testlerde, Gurobi'nin özellikle büyük ölçekli veri setlerinde daha etkin olduğu, OÖM ve MYH metriklerinde ise Lingo'nun belirgin bir şekilde geride kaldığı görülmüştür. Tablo 2'de ve Şekil 5'te görüldüğü gibi S&P 100 veri setinde Gams çözücüsünün hata oranları daha yüksek bulunmuş, Gurobi ise hem çözüm süresi hem de daha iyi performans değerine sahip olması ile öne çıkmıştır. OÖM değeri tüm çözücüler için sıfıra çok yakın olsa da Gurobi'nin hata varyansı ve doğruluk metriği, S&P 100 için oldukça olumludur. Tablo 2'de ve Şekil 6'da görüldüğü gibi Nikkei 225 üzerinde yapılan analizler, Gurobi'nin minimum yüzde hata (MINYH) ve maksimum yüzde hata (MAKYH) ölçütlerinde üstün performans gösterdiğini, Gams/Dicopt'un ise daha yüksek hata oranlarına sahip olduğunu göstermektedir.



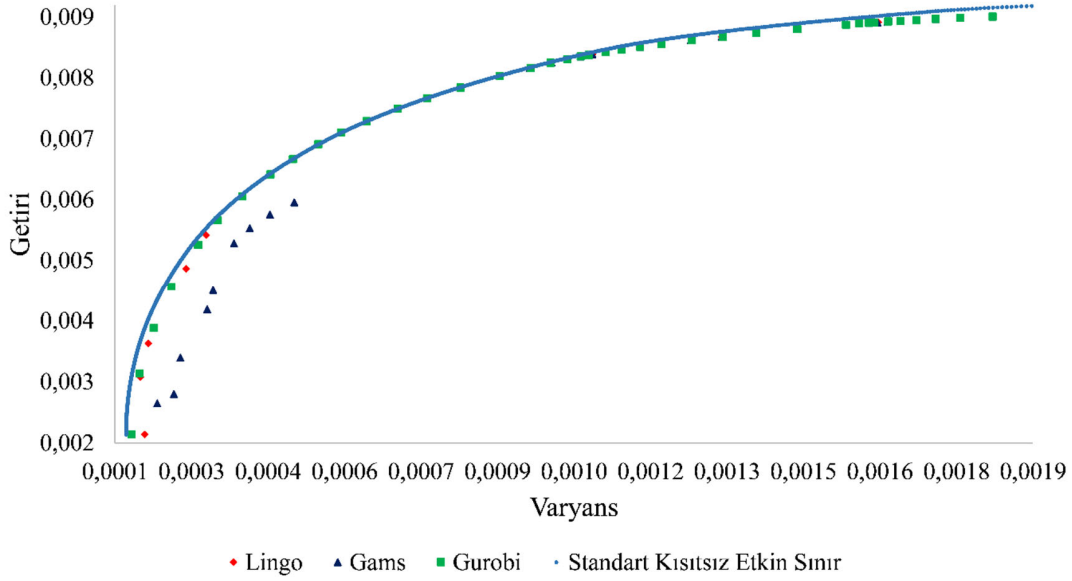
Şekil 2. $k=10$ için Hang Seng'in Pareto yüzeyi (Hang Seng's Pareto surface for $k=10$)



Şekil 3. $k=10$ için DAX 100'ün Pareto yüzeyi (DAX 100's Pareto surface for $k=10$)



Şekil 4. $k=10$ için FTSE 100'ün Pareto yüzeyi (FTSE 100's Pareto surface for $k=10$)



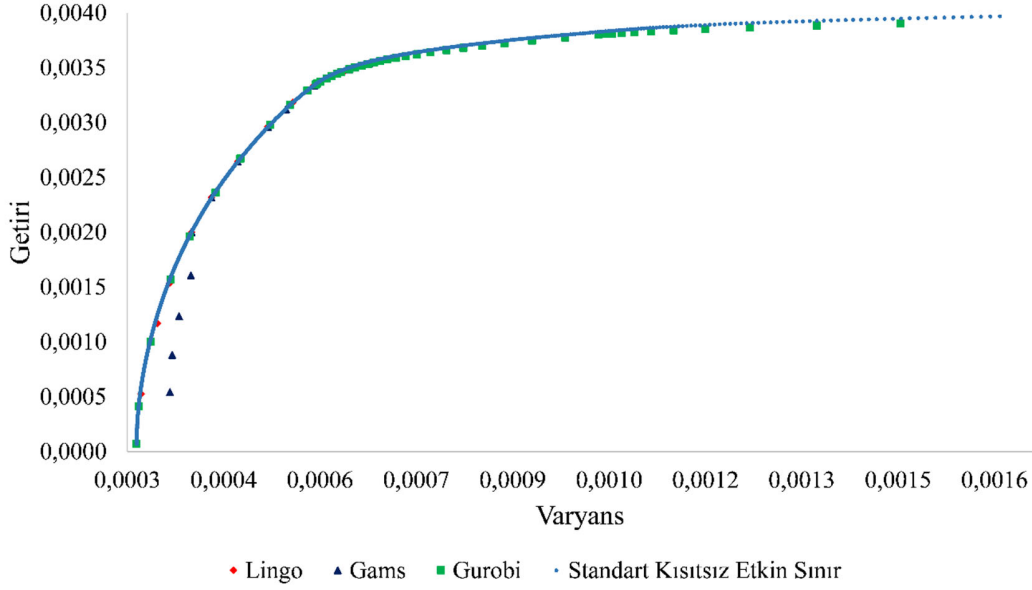
Şekil 5. $k=10$ için S&P 100'ün Pareto yüzeyi (S&P 100's Pareto surface for $k=10$)

Yapılan deneysel çalışmalar, özellikle Gurobi'nin hem hesaplama süresi hem de daha iyi performans metriği değerlerine sahip olma açısından diğer çözücülere kıyasla daha başarılı olduğunu göstermektedir. Gams'in belirli ölçütlerde yüksek hata oranları sergilemesi, büyük veri setlerinde doğruluğunun sağlanması açısından sınırlayıcı olabilirken, Lingo'nun ise küçük ölçekli veri setlerinde yeterli performansı sunduğu gözlemlenmiştir.

Sonuç olarak, farklı çözücüler arasındaki performans farkları, kullanıcı ihtiyaçlarına ve veri setlerinin büyüklüğüne bağlı olarak değişiklik gösterebilmektedir. Bu bağlamda, Gurobi'nin geniş ölçekli veri setlerinde kullanım için daha uygun olduğu, Lingo ve Gams'in ise belirli senaryolarda etkili olabileceği sonucuna ulaşılmıştır. Mevcut literatürde de, Gurobi'nin en fazla optimal çözüm üreten çözümleyici olarak öne çıktığı ve optimal çözümlerin elde edilemediği durumlarda dahi kabul edilebilir çözümler sunma konusunda istikrarlı bir

performans sergilediği belirtilmiştir. Bu durum, Gurobi'nin farklı türdeki problem yapılarını etkin bir şekilde yönetme konusundaki güçlü yetkinliğini ortaya koymaktadır. Sonuç olarak, Gurobi'nin üstün performans sergilemesi ve büyük veri setlerine karşı daha yüksek uyum yeteneğine sahip olması, gelişmiş çözücü algoritmalarına sahip olmasından kaynaklanmaktadır [71].

Gurobi'nin sonuçları, mevcut literatürdeki Cura [65], Bacanin ve Tuba [66], ve Strumberger vd. [67] tarafından önerilen diğer çözüm yaklaşımları ile sonuçlar karşılaştırılmıştır. Adil bir karşılaştırma olması açısından $E=51$ değerini kullanan çalışmalar seçilmiştir. Bu nedenle, bu çalışmada yer alan OÖM, GHV-II ve OGH-II performans metrikleri için elde edilen sonuçlar ile Gurobi'nin aynı performans metrikleri için elde edilen sonuçlar kıyaslanmıştır. Sonuçlar Tablo 4'de verilmiştir. Tabloda en başarılı sonuçlar italik olarak belirtilmiştir.



Şekil 6. $k=10$ için Nikkei 225' in Pareto yüzeyi (Nikkei 225's Pareto surface for $k=10$)

Tablo 4. VSMOK modelinin, Gurobi ve literatürdeki kıyaslama problemleri ile karşılaştırmalı sonuçları (Comparative results of the VSMOK model with Gurobi and benchmark problems in the literature)

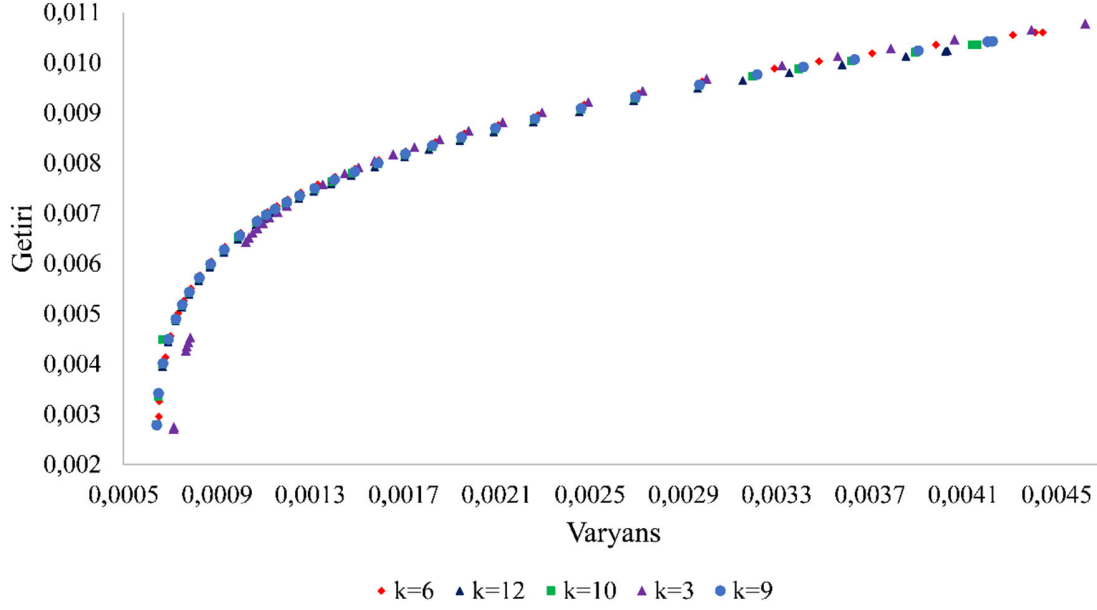
Problem adı	N	Performans ölçütü	Cura [65]	Bacanın ve Tuba [66]	Strumberger vd. [67]	Gurobi ile elde edilen sonuç
Hang Seng	31	OÖM	0,0049	0,0003	0,0002	0,0001
		GHV-II	2,2421	1,2387	1,2295	1,7114
		OGH-II	0,7427	0,4715	0,4703	0,6074
DAX 100	85	OÖM	0,0090	0,0009	0,0009	0,0001
		GHV-II	6,8588	7,2569	7,1981	6,7872
		OGH-II	1,5885	1,3786	1,2885	1,2767
FTSE 100	89	OÖM	0,0022	0,0004	0,0003	0,0000
		GHV-II	3,0596	2,7085	2,6354	2,4759
		OGH-II	0,3640	0,3121	0,3109	0,3233
S&P 100	98	OÖM	0,0052	0,0003	0,0001	0,0001
		GHV-II	3,9136	3,6026	3,5991	2,5224
		OGH-II	1,4040	0,8993	0,8810	0,6920
Nikkei 225	225	OÖM	0,0019	0,0000	0,0000	0,0000
		GHV-II	2,4274	1,2015	1,2011	0,8619
		OGH-II	0,7997	0,4892	0,4713	0,4085

Tablo 4'te görüldüğü gibi ilgili performans metrikleri ile elde edilen sonuçlara göre, toplam 15 sonuçtan 12'sinde Gurobi, diğer çözüm yaklaşımlarından daha iyi performans sergilemiştir.

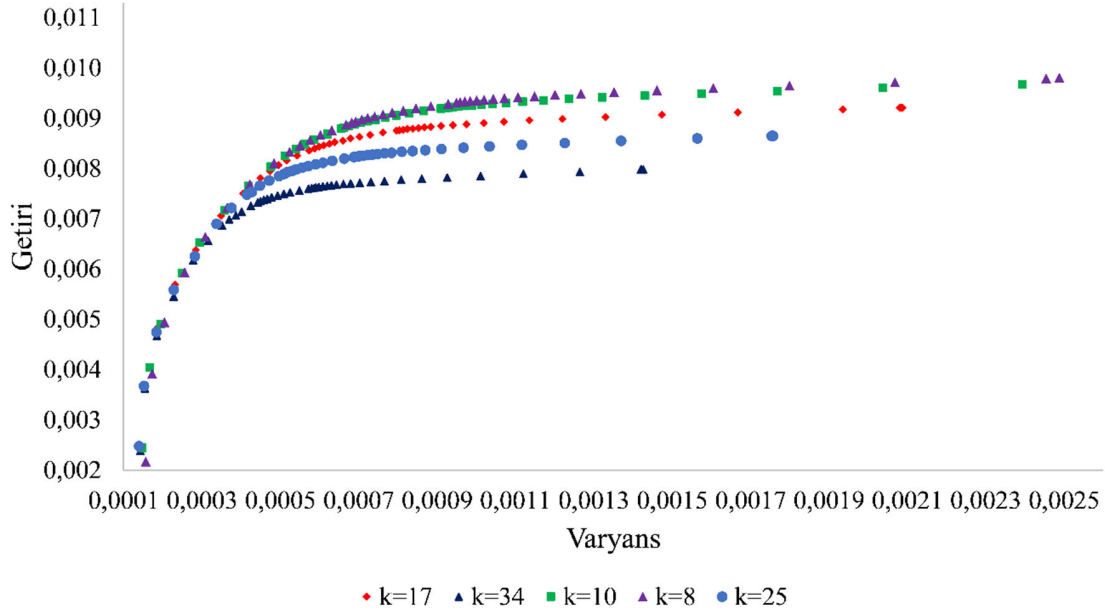
Model parametreleri ve varlık sayısı üzerinde duyarlılık analizleri yapılmıştır. Analiz sonuçları Şekil 7-11'de sunulmuştur. k değerleri her bir veri setindeki varlık sayılarının sırasıyla %10'u, %20'si, %30'u ve %40'ı alınarak ayarlanmıştır. Hang Seng haricindeki diğer veri setlerinde en yüksek k değeri, baskın olmayan Pareto yüzeyine sahiptir. Yani, en düşük getiri ve en yüksek varyans değerlerine sahip noktaları içermektedir. En düşük k değerleri genel olarak baskın Pareto yüzeylere sahiptir. En küçük veri seti olan Hang Seng'te k değerleri arasındaki fark belirgin değildir. Bu da küçük ölçekli veri setlerinde varlık sayısının etkin sınır üzerindeki etkisinin daha az olduğunu göstermektedir (Bkz., Şekil 7). Şekil 8'den de görüldüğü gibi DAX 100 veri setinde, Pareto yüzeyinin şekli farklı k

değerlerinde belirgin değişiklik göstermiştir. Küçük k değerlerinde baskın Pareto yüzeyleri elde edilirken, büyük k değerlerinde etkin sınırın genişlediği ve bazı noktaların daha yüksek varyanslı hale geldiği görülmektedir.

Şekil 9'daki FTSE 100 için düşük k değerlerinde oldukça düzgün bir Pareto yüzeyi elde edilirken, k arttıkça eğrinin farklılaştığı gözlemlenmektedir. Özellikle yüksek k değerlerinde, portföylerin risk düzeyi artmış ve yatırımcı açısından daha az tercih edilebilir hale gelebilmektedir. Büyük veri setleri arasında yer alan S&P 100 için Şekil 10'da da görüldüğü gibi, k arttıkça Pareto yüzeyi genişlemiş, ancak baskın olmayan noktalar da ortaya çıkmaktadır. Küçük k değerlerinde daha düşük varyanslı çözümler elde edilirken, büyük k değerleri ile seçilen portföylerin risk seviyelerinin arttığı gözlemlenmektedir.



Şekil 7. Farklı k değerleri için Hang Seng'in Pareto yüzeyi (Hang Seng's Pareto surface for different k values)



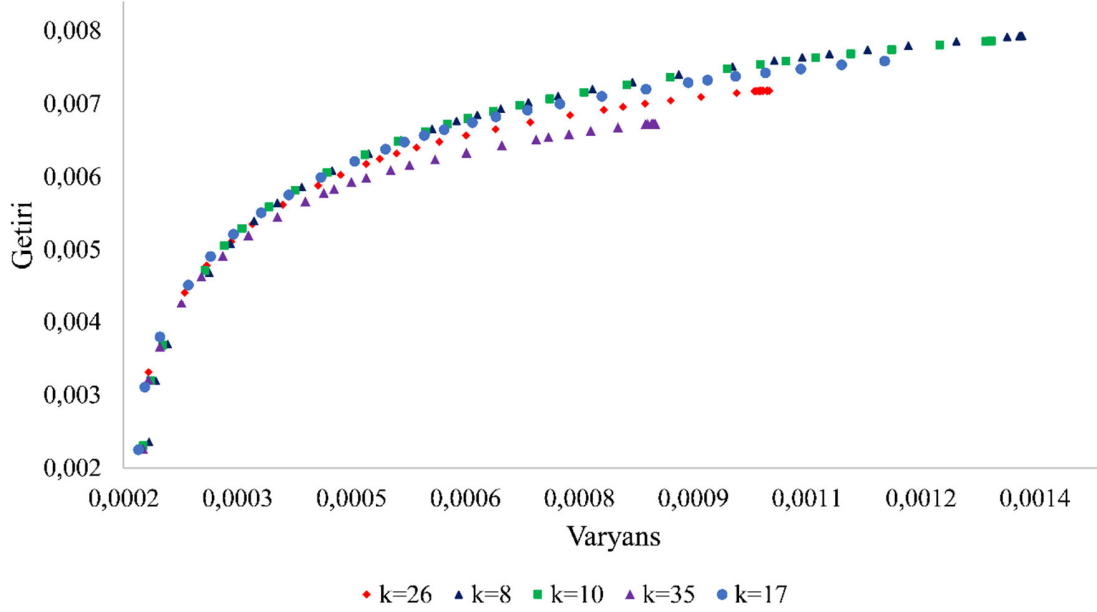
Şekil 8. Farklı k değerleri için DAX 100'ün Pareto yüzeyi (DAX 100's Pareto surface for different k values)

Şekil 11'de, en fazla varlık sayısına sahip olan Nikkei 225'de k değerleri oldukça etkili olduğu gözükmektedir. Özellikle düşük k değerlerinde daha optimal etkin sınırlar elde edilirken, varlık sayısı fazla olan veri setlerinde k değeri büyüdükçe Pareto yüzeyi daralmakta ve risk-getiri dengesi değişmektedir.

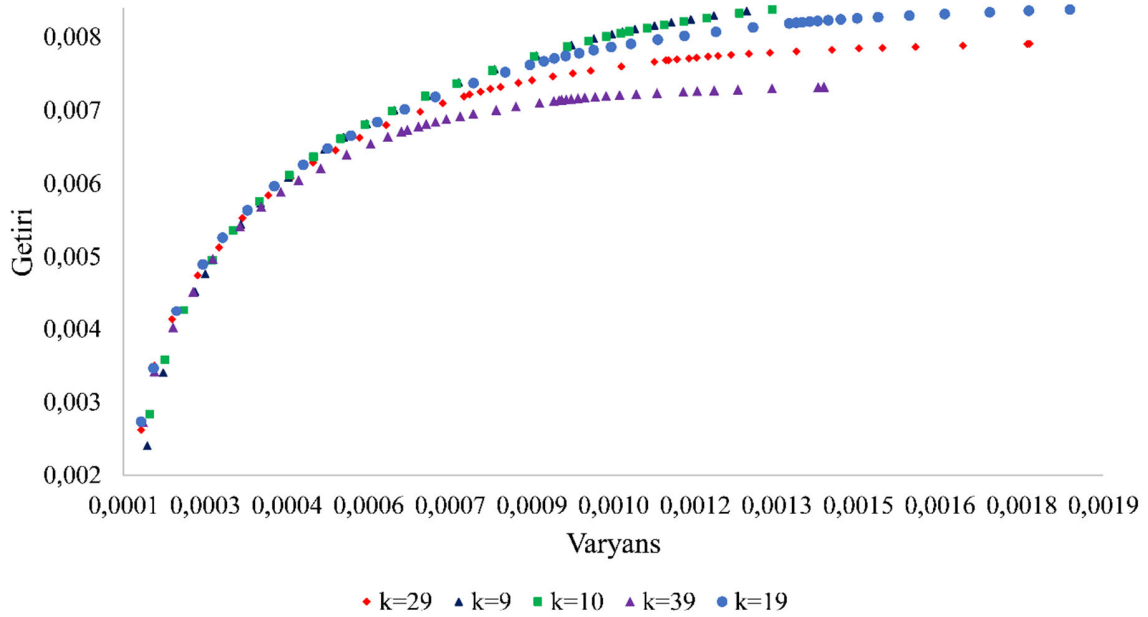
Genel olarak ifade etmek istenirse, düşük k değerleri (örneğin, toplam varlık sayısının %10'u) daha düşük risk ve daha yüksek getiri sağlayan daha avantajlı Pareto yüzeyleri sunmaktadır. Yüksek k değerleri (örneğin, toplam varlık sayısının %40'ı) ise daha yüksek varyansa ve daha düşük getirili portföylere yol açmaktadır, yani yatırımcı

açısından daha az tercih edilen çözümler üretir. Küçük k değerleri, yani az sayıda varlık içeren portföyler, daha etkili risk-getiri dengesi sunmaktadır.

Büyük k değerlerinde, portföy çeşitliliği artsa da risk seviyesi yükselmektedir, bu da yatırımcı açısından daha az çekici olabilir sonucu ortaya çıkarmaktadır. Sonuç olarak, modelin duyarlılık analizi sonuçları, k değerinin Pareto yüzeyi ve portföy performansı üzerinde belirgin bir etkisi olduğunu göstermektedir. Küçük k değerleri genellikle daha avantajlı etkin sınırlar sunarken, büyük k değerlerinde risk artışı nedeniyle optimal çözümlerin zayıfladığı gözlemlenmiştir.



Şekil 9. Farklı k değerleri için FTSE 100' ün Pareto yüzeyi (FTSE 100's Pareto surface for different k values)

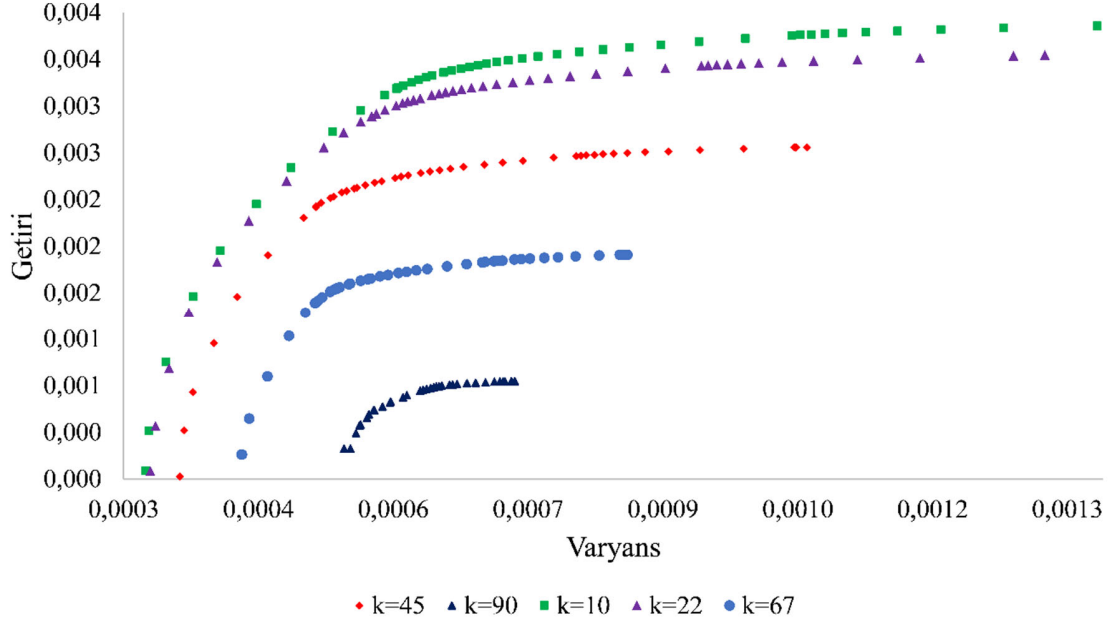


Şekil 10. Farklı k değerleri için S&P 100' ün Pareto yüzeyi (S&P 100's Pareto surface for different k values)

Şekil 11'de, en fazla varlık sayısına sahip olan Nikkei 225'de k değerleri oldukça etkili olduğu gözükmemektedir. Özellikle düşük k değerlerinde daha optimal etkin sınırlar elde edilirken, varlık sayısı fazla olan veri setlerinde k değeri büyüdükçe Pareto yüzeyi daralmakta ve risk-getiri dengesi değişmektedir.

Genel olarak ifade etmek istenirse, düşük k değerleri (örneğin, toplam varlık sayısının %10'u) daha düşük risk ve daha yüksek getiri sağlayan daha avantajlı Pareto yüzeyleri sunmaktadır. Yüksek k değerleri (örneğin, toplam varlık sayısının %40'ı) ise daha yüksek varyansa ve daha düşük getirili portföylere yol açmaktadır, yani yatırımcı

açısından daha az tercih edilen çözümler üretir. Küçük k değerleri, yani az sayıda varlık içeren portföyler, daha etkili risk-getiri dengesi sunmaktadır. Büyük k değerlerinde, portföy çeşitliliği artsa da risk seviyesi yükselmektedir, bu da yatırımcı açısından daha az çekici olabilir sonucu ortaya çıkarmaktadır. Sonuç olarak, modelin duyarlılık analizi sonuçları, k değerinin Pareto yüzeyi ve portföy performansı üzerinde belirgin bir etkisi olduğunu göstermektedir. Küçük k değerleri genellikle daha avantajlı etkin sınırlar sunarken, büyük k değerlerinde risk artışı nedeniyle optimal çözümlerin zayıfladığı gözlemlenmiştir.



Şekil 11. Farklı k değerleri için Nikkei 225' in Pareto yüzeyi (Nikkei 225's Pareto surface for different k values)

5. Sonuçlar ve Tartışmalar (Results and Discussions)

Varlık sayısı kısıtlı portföy optimizasyonu modeli, yalnızca sınırlı sayıda varlığın seçilmesine izin veren ve seçilen varlıkların oranlarının alt ve üst sınırlar arasında yer alabildiği bir portföy optimizasyonu problemidir. Bu çalışmada, bu modelin çözümünde kesin çözüm yöntemlerini uygulamak için kullanılan Lingo, Gams/Dicopt, Gurobi yazılım programlarının performansları karşılaştırılmıştır. Bu yazılımlar, Hang Seng, DAX 100, FTSE 100, S&P 100 ve Nikkei 225 gibi beş farklı borsa endeksine ait veri setleri kullanılarak test edilmiştir. Test sonuçları analiz edildiğinde Gurobi'nin hem hesaplama verimliliği hem de çözüm süresi açısından daha iyi performans gösterdiği sonucuna ulaşılmıştır. Lingo, Gurobi kadar başarılı olmasa da daha küçük boyutlu problemler için yeterli performans göstermiştir ve bu da onu daha az karmaşık optimizasyon problemleri için uygun bir seçenek haline getirmiştir. Buna karşılık, Gams belirli test problemlerinde daha yüksek hata oranları sergilemiş ve bu da büyük boyutlu problemlerin çözümünde başarısız olduğunu göstermiştir. Elde edilen sonuçlar, problem boyutuna ve hesaplama sınırlamalarına göre doğru yazılım programının seçilmesinin önemini vurgulamaktadır. Ayrıca elde edilen sonuçlar doğrultusunda Gurobi'nin portföy optimizasyonu probleminde istikrarlı bir performans sergilediği ve büyük veri setlerine karşı daha yüksek uyum yeteneğine sahip olduğu görülmüştür. Bu durumda Gurobi'nin farklı tipteki problemlerde de etkili bir performans sergileyebileceğini göstermektedir. Bu çalışmada ayrıca, her bir veri seti için k değerlerine göre duyarlılık analizi yapılmıştır. Genel olarak k değerinin artması baskın olmayan Pareto yüzeyler elde edilmesine sebep olmuştur.

Gelecek çalışmalarda farklı optimizasyon yazılımları performansı karşılaştırılabilir. Çizelgeleme, montaj hattı dengeleme, karesel atama problemleri gibi farklı optimizasyon problemleri için yazılım programlarının performansı karşılaştırılabilir. Gerçek hayat portföy optimizasyonu problemlerinde önerilen karşılaştırma metodolojisi uygulanabilir.

Kaynaklar (References)

1. Kelce M.G., Atalay K.D., Derya T., Improved Konno Yamazaki model: Portfolio optimization based on stochastic and fuzzy programming, Journal of The Faculty of Engineering and Architecture of Gazi University, 40 (2), 995-1009, 2025.
2. Grobys K., Junttila J.P., Kolari J.W., A stablecoin that's actually stable: A portfolio optimization approach, Journal of Financial Stability, 81, 101458, 2025.
3. Cho P., Kim K., Novel approach for deep learning-based market forecasting and portfolio selection incorporating market efficiency, Expert Systems with Applications, 292, 128610, 2025.
4. Markowitz H., Portfolio selection, The Journal of Finance, 7 (1), 77-91, 1952.
5. World Federation of Exchanges, (n.d.), Number of listed companies, Focus. <https://focus.world-exchanges.org/articles/number-listed-companies>.
6. Bienstock D., Computational study of a family of mixed-integer quadratic programming problems, Mathematical Programming, 74 (2), 121-140, 1996.
7. Speranza M.G., A heuristic algorithm for a portfolio optimization model applied to the Milan stock market, Computers & Operations Research, 23 (5), 433-441, 1996.
8. Magill M.J., Constantinides G. M., Portfolio selection with transactions costs, Journal of Economic Theory, 13 (2), 245-263, 1976.
9. Konno H., Yamazaki H., Mean-absolute deviation portfolio optimization model and its applications to the Tokyo stock market, Management Science, 37 (5), 519-531, 1991.
10. Anagnostopoulos K.P., Mamanis G., The mean-variance cardinality constrained portfolio optimization problem: An experimental evaluation of five multiobjective evolutionary algorithms, Expert Systems with Applications, 38 (11), 14208-14217, 2011.
11. Salo A., Doumpos M., Liesiö J., Zopounidis C., Fifty years of portfolio optimization, European Journal of Operational Research, 318, 1-18, 2024.
12. Zhang H., Zhao Y., Wang F., Zhang A., Yang P., Shen X., A new evolutionary algorithm based on MOEA/D for portfolio optimization, 10th International Conference on Advanced Computational Intelligence, IEEE, 831-836, 2018.
13. Zhao H., Chen Z.G., Zhan Z.H., Kwong S., Zhang J., Multiple populations co-evolutionary particle swarm optimization for multi-

- objective cardinality constrained portfolio optimization problem, *Neurocomputing*, 430, 58–70, 2021.
14. Cura T., A rapidly converging artificial bee colony algorithm for portfolio optimization, *Knowledge-Based Systems*, 233, 107505, 2021.
 15. Kalayci C.B., Polat O., Akbay M.A., An efficient hybrid metaheuristic algorithm for cardinality constrained portfolio optimization, *Swarm and Evolutionary Computation*, 54, 100662, 2020.
 16. Peng Y., Linetsky V., Partially egalitarian portfolio selection, *Operations Research Letters*, 52, 107055, 2024.
 17. Ignatov A.N., Ivanov S.V., Comparing the solvers for the mixed integer linear programming problems and the software environments that call them, *Bulletin of the South Ural State University Series-Mathematical Modelling Programming & Computer Software*, 17 (3), 57-72, 2024.
 18. Junová J., Kopa M., Measures of stochastic non-dominance in portfolio optimization, *European Journal of Operational Research*, 321(1), 269-283, 2024.
 19. Savaei E.S., Alinezhad E., Eghtesadifard M., Stock portfolio optimization for risk-averse investors: A novel hybrid possibilistic and flexible robust approach, *Expert Systems with Applications*, 250, 123754, 2024.
 20. Torrente M.L., Uberti P., A rescaling technique to improve numerical stability of portfolio optimization problems, *Soft Computing*, 27(18), 12831-12842, 2023.
 21. He X., Zhang W., Two-stage international portfolio models with higher moment risk measures, *Computers & Operations Research*, 154, 106200, 2023.
 22. Selçuklu S.B., Coit D.W., Felder F.A., Electricity generation portfolio planning and policy implications of Turkish power system considering cost, emission, and uncertainty, *Energy Policy*, 173, 113393, 2023.
 23. Goli A., Integration of blockchain-enabled closed-loop supply chain and robust product portfolio design, *Computers & Industrial Engineering*, 179, 109211, 2023.
 24. Abolmakarem S., Abdi F., Kaveh Khalili-Damghani K., Didekhani H., Predictive multi-period multi-objective portfolio optimization based on higher order moments: Deep learning approach, *Computers & Industrial Engineering*, 183, 109450, 2023.
 25. Yadav S., Kumar A., Mehlatw M.K., Gupta P., Charles V.A multi-objective sustainable financial portfolio selection approach under an intuitionistic fuzzy framework, *Information Sciences*, 646, 119379, 2023.
 26. Fassino C., Torrente M.L., Uberti P., A singular value decomposition based approach to handle ill-conditioning in optimization problems with applications to portfolio theory, *Chaos, Solitons & Fractals*, 165, 112746, 2022.
 27. Bertsimas D., Stellato B., Online mixed-integer optimization in milliseconds, *INFORMS Journal on Computing*, 34 (4), 2229-2248, 2022.
 28. Simoglou C.K., Biskas P.N., Mameris I.G., Roumkos C.G., Long-term electricity procurement portfolio optimization, *Electric Power Systems Research*, 202, 107582, 2022.
 29. Xu D., Bai Z., Jin X., Yang X., Chen S., Zhou M., A mean-variance portfolio optimization approach for high-renewable energy hub, *Applied Energy*, 325, 119888, 2022.
 30. Barro D., Consigli G., Varun V., A stochastic programming model for dynamic portfolio management with financial derivatives, *Journal of Banking & Finance*, 140, 106445, 2022.
 31. Wu Q., Liu X., Qin J., Zhou L., Mardani A., Deveci M., An integrated multi-criteria decision-making and multi-objective optimization model for socially responsible portfolio selection, *Technological Forecasting and Social Change*, 184, 121977, 2022.
 32. Hesarsorkh A.H., Ashayeri J., Naeini A.B., Pharmaceutical R&D project portfolio selection and scheduling under uncertainty: A robust possibilistic optimization approach, *Computers & Industrial Engineering*, 155, 107114, 2021.
 33. Hashemizadeh A., Ju Y., Optimizing renewable energy portfolios with a human development approach by fuzzy interval goal programming, *Sustainable Cities and Society*, 75, 103396, 2021.
 34. Gong X., Yu C., Min L., A cloud theory-based multi-objective portfolio selection model with variable risk appetite, *Expert Systems with Applications*, 176, 114911, 2021.
 35. Gong X., Yu C., Min L., Ge Z., Regret theory-based fuzzy multi-objective portfolio selection model involving DEA cross-efficiency and higher moments, *Applied Soft Computing*, 100, 106958, 2021.
 36. Shaverdi M., Yaghoobi S., Ensafian H., A multi-objective robust possibilistic model for technology portfolio optimization considering social impact and different types of financing, *Applied Soft Computing*, 86, 105892, 2020.
 37. Mutran V.M., Ribeiro C.O., Nascimento C.A., Chachuat B., Risk-conscious optimization model to support bioenergy investments in the Brazilian sugarcane industry, *Applied energy*, 258, 113978, 2020.
 38. Ahmadi-Javid A., Fallah-Tafti M., Portfolio optimization with entropic value-at-risk, *European Journal of Operational Research*, 279 (1), 225-241, 2019.
 39. Goli A., Zare H.K., Tavakkoli-Moghaddam R., Sadeghieh A., Hybrid artificial intelligence and robust optimization for a multi-objective product portfolio problem case study: The dairy products industry, *Computers & Industrial Engineering*, 137, 106090, 2019.
 40. Forouli A., Gkonis N., Nikas A., Siskos E., Doukas H., Tourkolias C., Energy efficiency promotion in Greece in light of risk: Evaluating policies as portfolio assets, *Energy*, 170, 818-831, 2019.
 41. Nowrouzi A., Panahi M., Ghaffarzade, H., Ataei A., Optimizing Iran's natural gas export portfolio by presenting a conceptual framework for non-systematic risk based on portfolio theory, *Energy Strategy Reviews*, 26, 100403, 2019.
 42. Pankaj Gupta P., Mehlatw M.K., Yadav S., Kumar A., A polynomial goal programming approach for intuitionistic fuzzy portfolio optimization using entropy and higher moments, *Applied Soft Computing*, 85, 105781, 2019.
 43. Mansour N., Cherif M.D., Abdelfattah W., Multi-objective imprecise programming for financial portfolio selection with fuzzy returns, *Expert Systems with Applications*, 138, 112810, 2019.
 44. Post T., Karabatı S., Arvanitis S., Portfolio optimization based on stochastic dominance and empirical likelihood, *Journal of Econometrics*, 206 (1), 167-186, 2018.
 45. Mohebbi N., Najafi A.A., Credibilistic multi-period portfolio optimization based on scenario tree, *Physica A: Statistical Mechanics and Its Applications*, 492, 1302-1316, 2018.
 46. Chen Y., Trifkovic M., Optimal scheduling of a microgrid in a volatile electricity market environment: Portfolio optimization approach, *Applied energy*, 226, 703-712, 2018.
 47. Charwand M., Gitizadeh M., Sian, P., A new active portfolio risk management for an electricity retailer based on a drawdown risk preference, *Energy*, 118, 387-398, 2017.
 48. Robert W. Hanks R.W., Weir J.D., Lunday B.J., Robust goal programming using different robustness echelons via norm-based and ellipsoidal uncertainty sets, *European Journal of Operational Research*, 262 (2), 636-646, 2017.
 49. Yu J.R., Chiou W.J.P., Lee W.Y., Yu K.C., Does entropy model with return forecasting enhance portfolio performance, *Computers & Industrial Engineering*, 114, 175-182, 2017.
 50. Mehlatw M.K., Credibilistic mean-entropy models for multi-period portfolio selection with multi-choice aspiration levels, *Information Sciences*, 35, 9-26, 2016.
 51. Rysz M., Vinel A., Krokhmal P., Pasilio E.L., A scenario decomposition algorithm for stochastic programming problems with a class of downside risk measures, *INFORMS Journal on Computing*, 27 (2), 416-430, 2015.
 52. Mathuria P., Bhakar R., Li F., GenCo's optimal power portfolio selection under emission price risk, *Electric Power Systems Research*, 121, 279-286, 2015.
 53. Jafarzadeh M., Tareghian H.R., Rahbarnia F., Ghanbari R., Optimal selection of project portfolios using reinvestment strategy within a flexible time horizon, *European Journal of Operational Research*, 243 (2), 658-664, 2015.
 54. Li X., Guo S., Yu L., Skewness of fuzzy numbers and its applications in portfolio selection, *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 23 (6), 2135–2143, 2015.
 55. Davari-Ardakani H., Aminmayeri M., Seifi A., A study on modeling the dynamics of statistically dependent returns, *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 405, 35-51, 2014.
 56. Gülpınar N., Canakoglu E., Pachamanova D., Robust investment decisions under supply disruption in petroleum markets, *Computers & Operations Research*, 44, 75-91, 2014.
 57. Beyer H.G., Finck S., Breuer T., Evolution on trees: On the design of an evolution strategy for scenario-based multi-period portfolio optimization under transaction costs, *Swarm and Evolutionary Computation*, 17, 74-87, 2014.

58. Sharma A., Mehra A., Portfolio selection with a minimax measure in safety constraint, *Optimization*, 62 (11), 1473-1500, 2013.
59. Ahmadi A., Charwand M., Aghaei J., Risk-constrained optimal strategy for retailer forward contract portfolio, *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, 53, 704-713, 2013.
60. Ustun O., Kasimbeyli R., Combined forecasts in portfolio optimization: a generalized approach, *Computers & Operations Research*, 39 (4), 805-819, 2012.
61. Wu D., An Index tracking model: One application of integer programming, In *Modeling Risk Management for Resources and Environment in China*, Springer Berlin Heidelberg, 77-82, 2011.
62. Khalilpour R., Karimi I. A., Investment portfolios under uncertainty for utilizing natural gas resources, *Computers & chemical engineering*, 35(9), 1827-1837, 2011.
63. Xidonas P., Mavrotas G., Zopounidis C., Psarras J., IPSSIS: An integrated multicriteria decision support system for equity portfolio construction and selection, *European Journal of Operational Research*, 210 (2), 398-409, 2011.
64. Yu J.R., Lee W.Y., Portfolio rebalancing model using multiple criteria, *European Journal of Operational Research*, 209 (2), 166-175, 2011.
65. Cura T., Particle swarm optimization approach to portfolio optimization, *Nonlinear analysis: Real world applications*, 10(4), 2396-2406, 2009.
66. Bacanin N., Tuba M., Firefly algorithm for cardinality constrained mean-variance portfolio optimization problem with entropy diversity constraint, *The Scientific World Journal*, 2014 (1), 721521, 2014.
67. Strumberger I., Tuba E., Bacanin N., Beko M., Tuba M., Hybridized artificial bee colony algorithm for constrained portfolio optimization problem, In *2018 IEEE Congress on Evolutionary Computation (CEC)*, 1-8, 2018.
68. Chang T.J., Meade N., Beasley J.E., Sharaiha Y.M., Heuristics for cardinality constrained portfolio optimisation, *Computers & Operations Research*, 27 (13), 1271-1302, 2000.
69. Fernández A., Gómez S., Portfolio selection using neural networks, *Computers & Operations Research*, 34 (4), 1177-1191, 2007.
70. Sadigh A.N., Mokhtari H., Iranpoor M., Ghomi S.M.T., Cardinality constrained portfolio optimization using a hybrid approach based on particle swarm optimization and hopfield neural network, *Advanced Science Letters*, 17 (1), 11-20, 2012.
71. March C., Pérez C., Salido M.A., Developing an algorithm selector for green configuration in scheduling problems, *arXiv preprint arXiv:2409.08641*, 2024.